ORTA DOĞU TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
MIDDLE EAST TECHNICAL UNIVERSITY

MODERN MANTIK

Yazanlar

Doç. Dr. Hüseyin BATUHAN **Y. Dr. Teo GRÜNBERG**

Katkıda Bulunan
Sadrettin EYUBOĞLU

2. Baskı

FEN VE EDEBİYAT FAKÜLTESİ - FACULTY OF ARTS AND SCIENCES
ANKARA, 1977. YAYIN/PUBLICATION NO. 17

ORTA DOĞU TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
MIDDLE EAST TECHNICAL UNIVERSITY

MODERN MANTIK

Yazanlar

Doç. Dr. Hüseyin BATUHAN **Y. Dr. Teo GRÜNBERG**

Katkıda Bulunan

Sadreddin EYUBOĞLU

2. Baskı

FEN VE EDEBİYAT FAKÜLTESİ - FACULTY OF ARTS AND SCIENCES
ANKARA, 1970. YAYIN/PUBLICATION NO. 17

ÖNSÖZ

Klâsik Aristoteles mantığı, M.Ö. IV. yüzyıldan M.S. XIX. yüzyılın ortalarına kadar süren bir duraklama dönemi geçirmiştir. Buna karşılık, modern mantık XIX. yüzyılın ikinci yarısında İngiliz matematikçisi Boole ve Alman matematikçi ve mantıkçısı Frege tarafından kurulduğu andan bu yana, devamlı bir *gelişme* ve *ilerleme* halinde bulunmaktadır. Klâsik mantığın iki bin yıldan çok süren duraklamasına karşılık modern mantığın hızla gelişmesi, duraklamanın mantığın kendisine özgü olmayıp sadece "klâsik" Aristoteles'çi görüşün muhafazasının bir sonucu olduğunu gösterir. Mantığın gelişmesi, ancak bu klâsik görüşün bir yana bırakılması sayesinde mümkün olmuştur. Doğa bilimlerinin Yeniçağ'ın başlarında gelişmesi de, aynı şekilde, klâsik Aristoteles'çi görüşün bırakılması sayesinde gerçekleşebilmiştir.

Her bilim alanında en son gelişmeleri izlemek modern eğitimin ana ilkesi olduğuna göre, mantığın son yüzyıldaki bu başdöndürücü gelişmesi karşısında, liselerimizde, hattâ üniversitelerimizde halâ klâsik Aristoteles mantığını okutmakla yetinmenin modern fizik yerine Aristoteles fiziğini okutmak kadar yersiz bir davranış olduğu kendiliğinden anlaşılır.* Nitekim, modern mantığın önemini kavramış birçok ülkede bu bilimin öğretimi, deneme şeklinde bile olsa, orta okullara kadar sokulmuş bulunuyor. Bizim için de, bugün hayatın çeşitli alanlarına uygulanmakta olan modern mantıktaki gelişmeleri yakından izlemek, bununla da yetinmeyip liseden itibaren bu mantığın temel kavramlarını ve işlemlerini çocuklarımıza öğretmek, yalnız onları gittikçe artan bir ölçüde otomasyona giden bir teknik çağının gerekimlerine cevap verebilecek bir düşünme biçimine alıştırmak bakımından değil, son derece karmaşık bir hal almakta olan modern yaşayışın çeşitli

* Aristoteles mantığını, özellikle geleneksel felsefe ile olan ilgisinden dolayı, ihmal etmek de doğru değildir. Biz de eserimizde Aristoteles mantığına (hiç olmazsa önemli bir kısmına) oldukça büyük bir yer ayırdık. (Bk. Kitap II, VI. Bölüm: Klâsik "Kategorik Önermeler" Mantığı.) Ancak oldukça karmaşık ve anlaşılması güç bir disiplin olan klâsik Aristoteles mantığının tam anlamının ancak sembolik mantık çerçevesi içinde gün ışığına çıktığını, dolayısiyle klâsik mantık öğretiminin sembolik mantık çerçevesi içinde yapılması gerektiğini belirtmek isteriz.

problemleri karşısında mantıklı bir şekilde düşünmeye hazırlamak bakımından da gerekli ve faydalıdır.

Gerçi, çoğu zaman sıradan bilimsel çalışmalarda herhangi bir mantık işlemini yapmak için kullanılan mantık kanunlarının bilincine varmak, dolayısiyle (ister klâsik, ister modern) "mantık" denen bir disipline vakıf olmak mutlaka gerekli değildir. Böyle bir mantık disiplini, olsa olsa mantıksal işlemlerimizi daha etkin ve verimli kılabilir. Ancak, son zamanlarda gelişen birçok yeni bilim, teknik, felsefe alanlarında durum böyle değildir. Bu alanlarda mantık disiplinini öğrenmeden mantık kanunlarını sadece sezgisel bir şekilde kullanmak yeterli değildir. Tam tersine, bu yeni alanlarda modern mantığa ait veri ve sonuçların ayrıntılı bir şekilde öğrenilmesi mutlak bir zorunluluk olmuştur. Söz konusu alanları şöyle sıralayabiliriz:

1. Modern Analitik Felsefe ve Bilim Felsefesi

İlkçağ'dan bu yana, birçok felsefe sistemi klâsik Aristoteles mantığının çerçevesi dışında gelişmiştir. Hattâ Yeniçağ felsefe görüşlerinin birçoğu Aristoteles mantığına karşı bir tepki olarak ortaya çıkmıştır. Böylece yakın zamanlara kadar ortaya çıkan felsefe akımlarından birçoğunun "formel mantık" tan bağımsız olduğunu söyleyebiliriz. Buna karşılık, son zamanlarda birçok ülkede gelişen ve artan bir hızla yayılan "analitik felsefe" ve "bilim felsefesi" akımlarında, formel mantık, "modern sembolik mantık" olarak temel bir rol oynamaktadır. *Analitik felsefe veya bilim felsefesi yapmak için mutlaka modern mantığa vakıf olmak gereklidir.* Matematik bilmeden fizik öğrenilemediği gibi, modern sembolik mantığı bilmeden analitik felsefe veya bilim felsefesi öğrenilemez. Dolayısiyle, hem liselerimizde ilerde okutulacağını umduğumuz modern felsefe derslerinin daha iyi anlaşılabilmesi, hem de üniversitede felsefe öğrenimi yapmayı düşünen gençlerimizin çok daha iyi bir şekilde yetişebilmesi için modern mantık öğretimine lisede başlanması şarttır.

2. Matematik, Doğa Bilimleri ve Sosyal Bilimler

Modern sembolik mantık, gerek matematik ve doğa bilimlerinde, gerekse sosyal bilimlerde gittikçe artan bir ölçüde bilinçli bir şekilde kullanılmaktadır. Bu mantığın bilinçli bir şekilde kullanılmasına yol açan başlıca etken, "aksiyomatik metot"un bütün bilim dallarına yayılması olmuştur. Aksiyomatik metot, artık günümüzde yalnız geometride değil, tüm matematikte, fizikte, hattâ psikoloji, ekonomi, sosyoloji gibi sosyal bilimlerde de kullanılmaktadır. Oysa aksiyomatik metodun başarılı bir şekilde kullanılması için, modern sembolik mantığa başvurmak zorunludur. Günümüzün bilim adamlarının gittikçe artan bir ölçüde sembolik mantığı kullandıkları

bir gerçektir. Özellikle matematikçilerin sembolik mantığa gittikçe büyük bir yer ayırdıklarını görüyoruz.* Sembolik mantığın kullanılması sonucunda, gerek matematikte ve doğa bilimlerinde, gerekse sosyal bilimlerde büyük gelişme ve ilerlemelerin meydana geleceği kanısındayız. Bu bakımdan, modern sembolik mantığın okutulmasının, geleceğin bilim adamlarının yetişmesinde son derece faydalı olacağına inanıyoruz.

3. Elektrik Devreleri, Otomasyon, Elektronik Beyinler Bilimi

Modern sembolik mantık, bütün bilimlerin ve felsefenin temel metodu olmakla kalmayıp bir de bazı özel bilim ve tekniklerin, özellikle elektrik devrelerinin ve otomatik hesap makinelerinin (computers, ordinateurs) genel teorisi durumundadır. Çağımızın belki en önemli tekniği olan *otomasyon*'un sembolik mantığa dayanması, sembolik mantık öğretiminin önemini daha da artırmaktadır. Elektronik beyinlerin gittikce bütün bilim, teknik, eğitim ve iş alanlarına yayıldığı bir çağda, bu makinelerin dayandığı temel teoriyi bilen insanların yetişmesi herhalde çok faydalı olacaktır.

Modern sembolık mantık liselerimizde deneme mahiyetinde olmak üzere 1967-68 ders yılından bu yana uygulanmaktadır. İsteyen lise felsefe öğretmenleri Millî Eğitim Bakanlığınca düzenlenen 3-4 haftalık "Modern Mantık" yaz kurslarına katılarak uygulamaya geçmişlerdir. Böylece 1967-68 ders yılında 7 lisemizde, 1968-69 ders yılında 16 lisemizde, 1969-70 ders yılında da 25 lisemizde modern mantık müfredat programı uygulanmıştır. Önümüzdeki ders yıllarında bu sayının daha da artacağını ve sonunda bütün liselerimizi kapsayacağını umuyoruz. Liselerimizde verilmekte olan modern mantık dersleri daha şimdiden umduğumuzdan da üstün bir başarıya ulaşmış bulunmaktadır. Gerek üniversite, gerekse lise öğrencilerinin modern sembolik mantığa karşı gösterdikleri ilgi, her bakımdan yüreklendirici olmuştur. Bu sevindirici sonuçtan güç kazanarak, modern mantığın uzak olmayan bir gelecekte yurdumuzun bütün lise ve üniversitelerinde uygulanacağına inanmak istiyoruz.

Bu eser bir iki ay önce Millî Eğitim Bakanlığınca yayınlanmış olan "Modern Mantık, Lise III. Sınıflar için Deneme Ders Kitabı"** adlı kitabımızın oldukça genişletilmiş bir şeklidir. Eser hem *"Üniversite ders kitabı"* hem de liselerde *modern* mantığı uygulayanlar için *"öğretmen el-kitabı"*

---

* Bu arada modern ihtimaller teorisinde de mantığa yer verilmektedir. Biz de bu konuya ait bir uygulamaya örnek olarak Kitap II'nin IX. Bölümünde "İhtimal" (probabilite) kavramını inceliyoruz.

** *Modern Mantık, Lise Deneme Ders Kitabı*'nın telif hakkı Millî Eğitim Bakanlığına ait olduğundan bu kısım için O. D. T. Ü.'den telif hakkı alınmamıştır.

niteliğini taşıyor. Kitap I (Semiotik) Dr. Batuhan, Kitap II ise sayın Sadreddin Eyuboğlu'nun yardımlarıyla Dr. Grünberg tarafından yazılmıştır. Sayın Eyuboğlu, Kitap II'yi tüm olarak büyük bir dikkat ve titizlikle gözden geçirdiği gibi, alıştırmaların hemen hemen tümüyle örneklerin bir kısmını hazırlamıştır. En önemli katkısı da III. Bölüm § 2'de olmuştur; burada tam-indirgeme için gösterilen "numaralama metodu" onun ilginç ve orijinal bir buluşudur.

Sözlerimize son verirken, eserin düzeltmelerinde büyük emeği geçen Raşel Grünberg'e teşekkürlerimizi bildirmeyi borç biliriz.

Dr. Hüseyin Batuhan Dr. Teo Grünberg

Ankara, Haziran 1970

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ v

GİRİŞ : MANTIK NEDİR? 1

(a) Mantık ve Düşünme 1

(b) Çıkarımların Çeşitleri 2

(c) Mantık ve Dil 3

(d) Mantık Derslerinin Amacı Nedir? 4

(e) Mantığın Uygulama Alanları 5

KİTAP I : SEMİOTİK 7

I. BÖLÜM : SEMİOTİK VE DİL 9

1. Dilin çeşitli kullanılışları 9

A. DİLİN GÖREVLERİ 9

(i) Dilin Bildirme Görevi 10

(ii) Dilin Bildirsel-olmıyan Görevleri 11

(a) Dilin Belirtme Görevi 11

(b) Dilin Yaptırma Görevi 11

(c) Dilin Törensel Görevi 12

(d) Dilin Eylemsel Görevi 12

B. ÇOK-GÖREVLİLİK 13

(a) Çok-görevliliğin Nedenleri .. 14

(b) Çok-görevliliğin Fayda ve Sakıncaları 16

Alıştırmalar 19

C. SÖZCÜKLERİN BİLGİSEL ANLAMI VE DUYGUSAL YÜKÜ 20

D. TASVİR ETME VE DEĞERLENDİRME 21

Alıştırmalar 24

E. DİLİN ETKİLEME AMACIYLA KULLANILMASI 24

Alıştırmalar 33

2. Semiotiğin Ana-kavramları 34

A. KULLANAN, IŞARET, DIL-DIŞI KARŞILIK 34

B. SENTAKS, SEMANTİK, PRAGMATİK 36

C. SALT SEMİOTİK VE TASVİRSEL SEMİOTİK ... 37

D. TARİHSEL DİLLER VE YAPMA DİLLER 39

E. DEYİM-TIPİ, DEYİM-ÖRNEĞİ 41

Alıştırmalar 42

F. NESNEL-DİL, ÜST-DİL 42

G. SÖZEDEN-DİL, SÖZEDİLEN-DIL 43

H. KULLANMA VE ANMA 44

Alıştırmalar ... 46

II. BÖLÜM : BİLDİRİŞME VE BİLDİRİŞMEYİ AKSATAN ETKENLER 48

1. Bildirişmenin Ön-şartları 48

2. Bildirişmeyi aksatan Etkenler 50

A. ÇOK-ANLAMLILIK 50

(a) Sentaktik Çok-anlamlılık ve Yanlış Yorumlama 52

(b) Semantik Çok-anlamlılık ve Yanlış Anlama 55

(i) Tekil-terimlerin Çok-anlamlılığı 56

(ii) Genel-terimlerin Çok-anlamlılığı 56

(iii) Önerme Eklemlerinin Çok-anlamlılığı 62

(c) Pragmatik Çok-anlamlılık veya Kaypaklık 64

B. BELİRSİZLİK ve BİLDİRİŞMENİN DURMASI 66

(a) Semantik Belirsizlik 67

(i) Tekil-terimlerin Belirsizliği 67

(ii) Genel-terimlerin Belirsizliği 68

(b) Pragmatik Belirsizlik 69

(c) Belirsizliğin Dereceleri 71

(d) Belirsizliğin Nedenleri 72

C. OLGUSAL ve SÖZEL TARTIŞMALAR 74

III. BÖLÜM : ANLAMA VE TANIMLAMA 80

1. Anlama ve Anlamlılık 80

2. Anlam-Bağlantıları 85

3. Tanımlama 87

A. NEYİ TANIMLARIZ? 87
B. NİÇİN TANIMLARIZ? 90
(a) Anlam Kazandıran Tanımlar 90
(b) Anlam Belirten Tanımlar 91
(c) Anlam Düzelten Tanımlar 92
(d) Etkileyici Tanımlar 92
C. NASIL TANIMLARIZ? 94
(a) Yarı-dilsel (veya Göstererek) Tanımlama Yöntemleri 95
(b) Tam-dilsel Tanımlama Yöntemleri 95
(i) Belirtik Tanımlar 95
(ii) Örtük Tanımlar 96
D. KLÂSİK TANIMLAMA ÖĞRETİSİNİN EKSİK YANLARI 97

KİTAP II : SEMBOLİK MANTIK 101

BİRİNCİ KISIM : ÖNERMELER MANTIĞI 103

I. BÖLÜM : ÖNERME EKLEMLERİ 105
1. Önerme ve Yapısı 105
A. ÖNERMELER 105
B. KAPALI VE AÇIK ÖNERMELER 106
C. BASİT VE BİLEŞİK ÖNERMELER 107
2. Değilleme 107
3. Birlikte-Evetleme 109
4. Ayrıklık 111
5. Şart Eklemi 112
6. Karşılıklı-şart Eklemi 113
7. Öteki Önerme Eklemleri 114
A. BAĞDAŞMAZLIK 114
B. BAĞDAŞMAZ-AYRIKLIK 115
C. BİRLİKTE-DEĞİLLEME 116
Alıştırmalar 117

II. BÖLÜM : DOĞRULUK DEĞERİ ANALİZİ 118
1. Karma Doğruluk Çizelgeleri 118
2. Geçerlilik ve Tutarlılık 121
Alıştırmalar 123
3. Eşdeğerlik 123
Alıştırmalar 125

4. Sadeleştirme Kuralları 125
Alıştırmalar 127

5. Quine Metodu 127

6. Dönüştürme Kanunları 132

A. ÜÇÜNCÜ HALİN İMKÂNSIZLIĞI, ÇELİŞMEZLİK, ÖZDEŞLİK 132
B. ORTAKLAŞTIRICILIK (ASOSYATİFLİK) 135
C. YER-DEĞİŞTİRİCİLİK (KOMÜTATİFLİK) 136
D. DENKGÜÇLÜLÜK (İDEMPOTENTLİK) 136
Alıştırmalar 139

III. BÖLÜM : BİR TAM-DEYİMİN DÖNÜŞTÜRÜLMÜŞ BİÇİMLERİ 140

1. İndirgeme 140
2. Değilleme Kanunları ve Tam-indirgeme 141
Alıştırmalar 147

3. Dağıtıcılık, Normal ve Tam-normal Biçimler 148

A. DAĞITICILIK 148
B. NORMAL-BİÇİME DÖNÜŞTÜRME 149
C. TAM-NORMAL BİÇİME DÖNÜŞTÜRME 151
Alıştırmalar 154

4. İkililik (Düalite) 155

A. İKİLİLİK (DÜALİTE) DÖNÜŞTÜRMELERİ 155
B. "VE"Lİ NORMAL-BİÇİME DÖNÜŞTÜRME 157

IV. BÖLÜM : ÖNERMELER MANTIĞININ PRATİK ALANDA UYGULAMALARI 159
Alıştırmalar 165

İKİNCİ KISIM : NİCELEME MANTIĞI 167

V. BÖLÜM : NİCELEME MANTIĞININ ANA-KAVRAMLARI 169
1. Niceleyiciler 169
2. Tekil Terimler ve Genel Terimler 176

VI. BÖLÜM : KLÂSİK "KATEGORİK ÖNERMELER" MANTIĞI 182

1. Kategorik Önermeler Mantığının Kanunları 182
A. MANTIKSAL-KARE (KARŞIOLUM) KANUNLARI 183
B. DOLAYSIZ-ÇIKARIM KANUNLARI 184
C. KATEGORİK TASIM KANUNLARI 186

2. Kategorik Önermeler Mantığının Aksiyomlaştırılması 191
3. Kategorik Önermeler ve Niceleme Mantığı 198

VII. BÖLÜM : NİCELEME MANTIĞININ KANUNLARI ve DÖNÜŞTÜRMELERİ 206

1. Birli Niceleme Mantığı 206
A. TAM-DEYİMLER 206
B. KARAR-VERME YÖNTEMİ 209
C. BAŞLICA KANUNLAR 212
Alıştırmalar 217

2. Genel Niceleme Mantığı 218
A. GENEL DEĞİLLEME KANUNU 218
B. İNDİRGEME VE TAM-İNDİRGEME 219
C. İKİLİLİK (DÜALİTE) 220
D. PRENEKS-NORMAL BİÇİMLER 221
Alıştırmalar 223

ÜÇÜNCÜ KISIM : KÜMELER ve BAĞINTILAR 225

VIII. BÖLÜM : KÜMELER 227

1. Öğe, Boş Küme ve Evrensel Küme 227
2. Tümleyen, Kesişim, Birleşim, Fark 230
A. TÜMYELEN 230
B. KESİŞİM (ARAKESİT) 231
C. BİRLEŞİM 231
D. FARK 233

3. Kümeler Arasındaki Başlıca Bağıntılar 234
A. ALT-KÜME 234
B. ÖZDEŞLİK 235

4. Kümeler Teorisi ve Önermeler Mantığı 236
Alıştırmalar 239

IX. BÖLÜM : KÜMELER TEORİSİNİN İHTİMALLER TEORİSİNE UYGULANMASI 241

1. İhtimal Ölçüsünün "Frekans" Olarak Yorumlanması 241
2. İhtimaller Teorisinin Aksiyomları 245

X. BÖLÜM : BAĞINTILAR 251

1. Bağıntıların Tanımlanması 251
A. YANSIMALI VE YANSIMASIZ BAĞINTILAR 253
B. BAKIŞIMLI, BAKIŞIMSIZ VE TERS-BAKIŞIMLI BAĞINTILAR 254

2. Bağıntıların Başlıca Özellikleri 253
3. Bağıntıların Grafikle Gösterilmesi 255
Alıştırmalar 258

DÖRDÜNCÜ KISIM : AKSİYOM SİSTEMLERİ 261

XI. BÖLÜM : AKSİYOMLAŞMA ve FORMELLEŞME 263

XII. BÖLÜM : SALT SENTAKS 268
1. Formel Sistemlerin Sentaksı 268
2. Salt Önermeler Hesabının Sentaksı 272
3. Salt Niceleme Hesabının Sentaksı 279

XIII. BÖLÜM : SALT SEMANTİK... 288
1. Formel Sistemlerin Yorumlanması 288
2. Salt Önermeler Mantığının Semantiği 291
3. Salt Niceleme Mantığının Semantiği 293

BİBLİYOGRAFYA 297

ÖZEL TERİMLER SÖZLÜĞÜ (TÜRKÇE : İNGİLİZCE, FRANSIZCA, ALMANCA) 303

GİRİŞ

MANTIK NEDİR ?

Günlük yaşayışta etrafımızdakilerin bazı düşünüş ve davranışlarını "mantıklı", bazılarını "mantıksız" diye nitelendirdiğimiz çok olur. Yalnız, bir düşünüş veya davranışın *mantıklı* olması ne demektir? Çok kez bu konuda açık-seçik bir fikrimiz yoktur. Başka bir deyimle, 'mantık', 'mantıklı', v.b.g. sözcüklerin ne anlamda kullanıldıklarını kesinlikle bilmeyiz. İşte mantık dersleri her şeyden önce bize bunu öğretecektir.

(a) Mantık ve Düşünme

'Mantık' sözcüğü Arapça olup "konuşma" anlamına gelen 'nutuk'tan türetilmiştir. 'Nutuk' sözcüğü de eski Yunanca'da hem "konuşma" ("söz") hem "akıl" anlamına gelen 'logos'un karşılığıdır. Buna göre, 'mantık' (Yunanca 'logike') "konuşma veya düşünme bilgisi" anlamında kullanılmış olsa gerek. Nitekim, ötedenberi mantık "doğru düşünme sanatı" veya "doğru düşünme kurallarının bilgisi" diye tanımlanagelmiştir.

Ancak böyle bir tanımın iki bakımdan açıklanmaya ihtiyacı var. Bir kez burada 'düşünme' sözcüğü ne anlamda kullanılıyor? Sonra 'doğru' (veya, yerine göre 'düzgün') sıfatının anlamı ne?

İlkin 'düşünmeyi' alalım. Bilindiği gibi, bu sözcük günlük dilde birbirinden oldukça farklı zihin durumlarını veya işlemlerini dile getirir. Nitekim, "Ne düşünüyorsun?" diye sorduğunuz bir arkadaşınız size

(1) Rahmetli annemi düşünüyorum,

(2) Bu akşam ne yapacağımı düşünüyorum,

(3) R. Kennedy'yi neden öldürdüklerini düşünüyorum

türünden bir cevap verecektir. Besbelli ki, (1) de 'düşünme' daha çok "hatırlama" anlamında, (2) de herhangi bir şeyi "tasarlama veya plânlama" anlamında, (3) de ise "açıklama" anlamında kullanılıyor. Şüphesiz, 'düşünme'nin bunlardan daha değişik anlamlarda kullanıldığı bağlamlar da vardır. Ancak bunlar arasında mantığı ilgilendiren bu sözcüğün sadece "akıl

yürütme" veya "belgeleme" anlamında kullanıldığı bağlamlardır. Nitekim (3) böyle bir bağlama örnek gösterilebilir.*

"Akıl yürütme" anlamında düşünme doğruluğuna inandığımız bir veya birkaç önermenin bizi ne gibi bir başka önermenin doğruluğuna inanmaya zorladığını araştırma demektir. Buna karşılık, "belgeleme" anlamında düşünme doğruluğuna inandığımız bir önermeye ne gibi başka önermelerin doğruluğunu belge olarak gösterebileceğimizi araştırma demektir. Böyle bir araştırmanın yönü ne olursa olsun, yani ister *öncüller* dediğimiz (belgeleyici) önermelerden *sonuç* dediğimiz (belgelenen) önermeye gidilsin, isterse ters yönde hareket edilsin, bu iki önerme öbeği arasında herhangi bir mantıksal bağ kurma işine, bundan böyle, *çıkarım* (inference) diyeceğiz. İşte (dar anlamda) mantık *geçerli* çıkarımları *geçersiz* çıkarımlardan ayırdetmenin kurallarını tespit eden bilgi dalıdır.

Kolaylıkla tahmin edilebileceği gibi, bütün çıkarımlarımız geçerli değildir. Bir çıkarımın *geçerli* olabilmesi için kalktığımız öncüllerin doğru olması halinde varacağımız sonucun da doğru olması lâzımdır. Nitekim,

(4)
1. Ali ya kitaplıkta olacak, ya lâboratuvarda.
2. Oysa Ali kitaplıkta yok.
3. O halde Ali lâboratuvarda olacak.

çıkarımı geçerli bir çıkarım örneğidir. Buna karşılık,

(5)
1. Einstein bir film yıldızı olsaydı, ünlü bir kişi olurdu.
2. Oysa Einstein bir film yıldızı değildi.
3. O halde Einstein ünlü bir kişi değildir.

geçersiz bir çıkarıma örnektir.

(b) Çıkarımların Çeşitleri

Bir çıkarımda öncüllerin doğruluğu sonucun da doğruluğunu *gerektiriyorsa*, buna *deduktif* bir çıkarım; buna karşılık, öncüllerin doğruluğu sonucun doğruluğunu sadece *pekiştiriyor*, ama zorunlu kılmıyorsa, buna *induktif* çıkarım diyoruz. Buna göre, geçerli bir (deduktif) çıkarımda öncüller doğru olduğu halde sonucun doğru olmaması imkânsızdır: yasaya-

* İngilizce 'reasoning', Fransızca 'raisonnement' sözcükleri hem *akıl* hem *belge* (delil) anlamına gelen 'reason' ve 'raison' sözcüklerinden türetilmiş olup istenirse "akıl-yürütme", istenirse "belgeleme" sözcüğüyle karşılanabilir. Osmanlıca'da 'reasonning'e karşılık olarak 'istidlâl' kullanılıyordu. 'İstidlâl' ise (delil bulmak) anlamında Türkçe 'belgeleme'nin karşılığıdır. Biz ise bundan böyle, hem *akıl-yürütme*, hem *belgeleme*'ye karşılık olarak 'çıkarım' deyimini kullanacağız.

uygun bir induktif çıkarımda ise öncüllerin doğru olması sonucun doğru olmasını gerektirmez. Çıkarımın deduktif veya induktif olmasına göre kesin belgelemeyi kesin olmayan belgelemeden, başka bir deyimle, *pekiştirme*'den ayırdediyoruz. Nitekim (4) çıkarımı kesin belgelemeye örnektir. Gerçekten de burada öncüller doğru ise sonucun yanlış olması imkânsızdır. Onun için, (4) ün *yapısını* veya *biçimini* dile getiren

(4') p *veya* q
Oysa p *değil*
O halde q

çıkarım-kalıbı biçimsel (formel) mantık kurallarına uygun, yani geçerli bir çıkarım-kalıbıdır. İşte biz derslerimizin ikinci kısmında geçerli çıkarım-kalıplarını inceleyen *biçimsel mantık* üzerinde duracağız. Ancak, çıkarımların geçerliliği öncüllerle sonucun 'ise' ile birleştirilmesinden kurulu bileşik-önermenin geçerliliğine geri götürülebileceğinden, biz bu kısımda sadece bileşik-önermelerin geçerliliğini incelemekle yetineceğiz. İnduktif çıkarımlarla uğraşan induktif mantığı incelemiyeceğiz.

(c) Mantık ve Dil

'Mantık' sözcüğünün "konuşma" (discourse) anlamına gelen 'nutuk'tan türetilmiş olması da gösteriyor ki, mantık kökçe *dil* ile ilgili. Bu ilgiyi de iki şekilde anlamak mümkün: (i) Dar anlamda, (ii) geniş anlamda. Dar anlamda mantık, salt *biçimsel* mantık olarak, dilin sadece belli bir kısmıyla, *mantıksal değişmezler* denilen 've', 'veya', 'değil', 'ise', 'bütün', 'bazı', ve bu türden sözcüklerin dildeki göreviyle ilgilenir; özellikle bunların kullanılışını kesin kurallara bağlamağa, böylece dile ve ona dayanan düşünceye bir düzen vermeye çalışır. Bu amaçla da günlük dil çerçevesi içinde bir kısmı çok-anlamlı olan bu sözcüklerin mantık için geçerli olan *biricik* anlamlarını tespit eder; zira bu yapılmadıkça herhangi bir çıkarımın geçerli olup olmadığını denetlemek mümkün değildir.*

Geniş anlamda mantığa gelince: Bu her türlü *anlamlı* (yani mantıklı) *sözetmenin* kurallarını inceleyip tespit eden bir bilgi dalıdır. Biçimsel mantığın sadece mantıksal değişmezlerin belirli ve tek-anlamlı bir şekilde işleyişini sağladığını gördük. *Bileşik*-önermelerin doğruluk değerini, dolayı-

* Bugün mantıksal düşünmenin dil aracılığıyla olduğunu kabul etmiyen yok gibidir. Gerçi bu anlamda düşünmenin bile dilsel-olmıyan biçimleri vardır. Nitekim küçük çocuklarla (dilsiz) hayvanların bazı ilkel çıkarımlarda bulundukları şüphe götürmez. Ancak ergin insanların yaptığı birçok karmaşık çıkarımların dilsiz yürütülemiyeceği de apaçıktır. Hele bunların mantıkça denetlenebilmeleri için dile getirilmiş olmaları şarttır.

siyle çıkarımların geçerli olup olmadığını tespit edebilmemiz için bu şarttır. Ancak *bildirişme* amaçları bakımından bu şart gerekli olmakla birlikte yeterli değildir, zira asıl *öğreni* (information) birimleri *basit* önermelerdir. Bu sonuncuların doğruluk-değerini tespit edebilmemiz için de hem onlarda geçen tek tek sözcüklerin belirli ve tek-anlamlı olması, hem de bu sözcüklerin gene tek-anlamlı söz-dizimi kurallarına göre bir araya getirilmiş olması gerekir.

Ne yazık ki, doğal dillerin anlam ve söz-dizimi kuralları büsbütün belirli ve tek-anlamlı olmaktan uzaktır. Bu yüzden, genellikle dili herhangi bir niyetimizi *olduğu gibi* başkalarına iletmek amacıyla kullandığımız halde, bunda her zaman istediğimiz başarıyı sağlıyamayız. İnsanı başarısızlığa uğratan en önemli etkenler belirsizlikle çok-anlamlılıktır. Belirsizlik insanın niyetini istediği gibi dile getirememesine, çok-anlamlılık ise niyetinin başkaları tarafından yanlış anlaşılmasına yol açar. Hele çok-anlamlılığın *kaypaklık* dediğimiz özel bir türü yanlış anlamaya değil, düpedüz *anlaşmazlıklara* yol açtığı için, daha da sakıncalıdır. Nitekim, binyıllardır insanları birbirine koyan *sözel* tartışmaların kaynağı kaypaklıktır. Dolayısiyle herhangi bir önermenin *olgusal* anlamda doğru olup olmadığının tespit edilebilmesi için her şeyden önce bu türlü dilsel sakıncaların giderilmesi şarttır. İşte derslerimizin *Semiotik* başlığını taşıyan ilk kısmında bunun nasıl yapılabileceğini göstermiye çalışıyoruz.

(d) Mantık Derslerinin Amacı Nedir?

Bu amacı, kısaca, "akla-uygun bir şekilde düşünen ve davranan insan yetiştirmek" şeklinde dile getirmek mümkün.

Gerçi mantık da, (ama özellikle biçimsel mantık), tıpkı matematik gibi, kendisi için, yani salt *teorik* bir amaçla öğrenilebilir, ama bizim bu dersleri okutmaktan amacımız teorik olmaktan çok *pratiktir*. Buna göre, geniş anlamda mantık insana her konuda açık-seçik düşünmesini, dolayısiyle düşündüklerini, özellikle inandıklarını belirli ve tek-anlamlı bir şekilde dile getirmesini; dar anlamda ise, ister kendi buluşu, ister başkasınınki olsun, ancak yeteri kadar belgelenmiş olan bir inancı doğru saymasını, dolayısiyle *yeteri kadar belgelenmemiş herhangi bir inancı doğru diye kabul etmemesini* öğretir. Buna göre, mantık insanın yanlış inançlardan sıyrılıp sadece doğru inançlara bağlanmasını sağlar. Bu anlamda *mantıklı* insan bir şeye inanmadan önce o şeyin *inanılmaya değer* olup olmadığını, başka bir deyimle, yeteri kadar belgelenmiş olup olmadığını araştıran insandır. Herhangi bir inancı *eleştirmeden*, yani inanılmaya değer olup olmadığını araştırmadan, salt duygusal nedenlerle kabul eden veya, tersine, doğruluğu yeteri kadar belgelenmiş bir inancı gene aynı nedenlerle kabul etmemekte ayak direten

bir insan *mantıksızca* (veya akla-aykırı bir şekilde) davranıyor demektir. Ne yazık ki, insanların büyük bir kısmı birçok konularda böyle mantıksızca davranma alışkanlığını edinmişlerdir.

(e) Mantığın Uygulama Alanları

Bir alet olarak mantığın işimize yaradığı alanları başlıca dört öbeğe ayıracağız:

(i) Pratik Yaşayış: Yalnız insanın değil, bilinç sahibi hayvanların da ayakta kalabilmeleri büyük ölçüde geçirdikleri deneme ve yanılmalardan doğru sonuçlar çıkarabilmelerine, başka bir deyimle, *bilgi* edinebilmelerine bağlıdır. Sık sık yanılma ölüme götürür. Ayakta kalabilmek için doğru inançlara, yani bilgiye ihtiyaç olduğuna, bilgilerimizin de büyük bir kısmı başka bilgilerimize dayandığına göre, bilgi edinmenin yol ve yöntemlerini, yani mantık kurallarını bilmenin önemi daha iyi anlaşılır. Bu kurallardan bir kısmını, ama daha çok günlük yaşayışımızı oldukça başarılı bir şekilde sürdürmeğe yetecek kadar basit olanlarını, pratik-sezgisel bir şekilde öğreniriz. Ama hayattaki birçok *başarısız* davranışlarımızdan da anlaşılacağı gibi, ne bu bilgimiz büsbütün yeterlidir, ne de bu konuda bildiklerimizi *her zaman ve her yerde uygulama alışkanlığını* kazanmışızdır. Bu derslerin belki en büyük faydası böyle bir alışkanlık kazandırmak olacaktır.

(ii) Bilim Alanı: Bilimsel bilgilerimiz sağduyu veya sezgi yoluyla edindiğimiz bilgilerin daha geliştirilmiş ve sistemleştirilmiş bir şeklinden başka birşey değildir. Buna göre, günlük hayatta bilgi edinme amacıyla uyguladığımız mantık kurallarının daha karmaşık biçimlerini daha da bilinçli bir şekilde bilimsel bilgi edinme yolunda kullanmamız gerekeceği kendiliğinden anlaşılır. Nitekim, 'belgeleme', 'pekiştirme', 'kanıtlama' ve 'açıklama' deyimleri bilimsel bilgi alanında uyguladığımız mantık işlemlerine çeşitli açılardan verilen değişik adlardır. Ayrıca mantık her çeşit bilimin, matematik gibi *a priori* bilimlerin olduğu kadar, fizik gibi *empirik* bilimlerin, doğa bilimlerinin olduğu kadar sosyal bilimlerin de *temellendirilmesi*nde gittikçe artan bir ölçüde kullanılmaktadır.

(iii) Teknik Alanı: Özellikle modern *sembolik* mantık her türlü elektrik devrelerinin, bu arada "elektronik beyinler"in teorisine (computer science) uygulanmaktadır. (Derslerimizin son kısmında bu uygulamalara ait birkaç basit örnek bulacaksınız.)

(iv) Felsefe: Mantığın bizce en önemli uygulama alanı felsefedir. Nitekim ötedenberi felsefeciler kullandığımız birçok terimlerin anlamını aydınlatma (*kavram analizi*) anlamında mantığı başlıca görevlerinden biri bilmişler, hele evrenle ilgili her türlü (olgusal) bilgi elde etme işini tek tek bi-

limler üzerine aldıkça kavram analizi felsefenin biricik değilse bile *temel* görevi haline gelmiştir. Kavram analizi ise kullandığımız terimlerin hangi anlama geldiklerini araştırmak, dolayısiyle bu terimlerin kullanılışını belirli ve tek-düzenli kurallara bağlamaktır. Bu anlamda felsefe dilin genel mantığının tespitidir.

Biçimsel mantığın sadece dildeki mantıksal değişmezler denilen sözcüklerin anlamını belirli ve tek-anlamlı kurallara bağlamağa çalıştığını belirtmiştik. Oysa bu mantığın yanıbaşında 'zorunlu', 'mümkün', 'olası' ve bunun gibi sözcüklerin anlamını belirlemiye çalışan bir *modal mantık*; sonra 'olmalıdır', 'gereklidir', 'yetkilidir', ve bunun gibi deyimlerin kullanılışını düzenliyen bir *gerekim mantığı* (deontic logic); ayrıca 'bilgi', 'doğruluk', 'inanma', 'belgeleme' gibi sözcüklerin anlamını inceliyen bir *bilgi-terimleri mantığı* geliştirme yolunda ciddî ve başarılı çalışmalar yapılmaktadır. Klâsik bilgi-teorisinin yerini bir gün böyle bir mantık alabileceği gibi, eski Ontoloji (Varlık-bilimi) nin yerine bir çeşit *varlık-terimlerinin mantığı* geçebilir. Bunun da ardından bir *değer-terimlerinin mantığı*'nın gelmesi mümkündür. Bilimlerin temel-kavramlarını aydınlatma çabası içinde olan bilim-felsefesinin de bir *bilimsel terimler mantığı* geliştirmek istediği şüphe götürmez. Böylece bilimle felsefe arasında her ikisi için de faydalı bir iş-bölümü gerçekleşmiş oluyor: Bundan böyle *doğru'yu araştırma* (bilgi edinme) görevi bilimlere, buna karşılık *anlam aydınlatma* görevi felsefeye düşecektir.

KİTAP 1

SEMİOTİK

I. BÖLÜM

SEMİOTİK ve DİL

Bildirişme amacıyla canlıların kullandıkları her türlü işaret sisteminin yapısını ve işleyişini inceliyen bilim dalına *Semiotik* (işaretler bilgisi) denilmektedir.

İnsanların ve hayvanların kullandıkları işaret sistemleri pek değişik olabilir. Nitekim, sözlü ve yazılı diller yanında jest, mimik, bayrak, flâma, davul ve ıslık dilleri, sonra pek çeşitli sinyal dilleri yer almaktadır. Biz bu derslerimizde sadece (sözlü ve yazılı) dillerin mantık bakımından en önemli bulduğumuz nitelikleri üzerinde duracağız.

1. DİLİN ÇEŞİTLİ KULLANILIŞLARI

A. DİLİN GÖREVLERİ

Herhangi bir niyetin açığa vurulmasına, dolayısiyle bir zihinden bir başka zihne aktarılmasına yarayan bir işaretler sistemi diye tanımlıyabileceğimiz dil, hiç şüphesiz pek çeşitli görevleri olan son derece ince ve karmaşık bir alet. Gerçi genel olarak herhangi bir *niyet*'in açığa vurulması veya başkalarına iletilmesi söz konusu, ama açığa vurulması veya başkalarına iletilmesi istenen şeyler, yani niyetler pek çeşitli olabileceğinden, dilin kullanılma amaçları veya görevleri de değişik olabilir.

Oysa her bağlamda belli bir dilsel deyimin hangi niyet veya amaçla kullanılmış olabileceğini bilmek veya sezmek şarttır. Bazan bir ve aynı deyim birden fazla amaçla da kullanılmış olabilir; ancak bunlar arasından asıl amacın hangisi olduğunu anlayıp çıkarabilmek gerekir. Herhalde dilin tek bir amaçla kullanılmadığı, bunun da herhangi bir inancı veya bilgiyi aktarmak olmadığı, *bildirme görevi* dışında dilin daha birçok görev yüklendiği şüphe götürmez. Dil yardımıyla inanç, düşünce, tasarı, dilek ve isteklerimizi başkalarına *bildirdiğimiz* gibi, bazı duygu veya tutumlarımızı *açığa vurur*, hatta bazı isteklerimizin *yerine getirilmesini sağlarız*.

(Dilin ne gibi işlerde kullanıldığını gelişigüzel, sistemsiz bir şekilde araştıracak olursak, ilk akla gelen işler arasında şunları sayabiliriz: emir vermek, herhangi bir nesneyi veya durumu tasvir etmek, bir olayın nasıl olup bittiğini anlatmak, ileride olabilecek şeyler üzerinde tahminler yürütmek, bir varsayım ortaya atmak, herhangi bir sanat eserini, bir fikri veya görüşü eleştirmek, tartışmak, övmek, yermek, sövmek, hakaret etmek, bir şiir okumak, hikâye anlatmak, bir piyesi oynamak, bilmece çözmek, fıkra düzmek veya anlatmak, bir aritmetik sorusunu çözmek, bir dilden başka bir dile çeviri yapmak, soru sormak, selâm vermek, hatır sormak, yalvarmak, yakınmak, dua etmek, v.b.g.)

Dilin şu anda aklımıza gelmeyen daha birçok işlerde kullanıldığı da göz önünde tutulacak olursa, bu aletin üzerine aldığı görevlerin ilk bakışta sanıldığından da çok ve karmaşık olduğu anlaşılır. Yalnız burada hemen akla şu soru geliyor: Acaba bu insanı şaşırtan çeşitlilik arasında dilin görevlerini birkaç ana öbekte toplamak mümkün değil midir?

Bunun mümkün, hatta gerekli olduğunu düşünen bazı dil felsefecileri, bu arada *K. Bühler;* bugün birçoklarınca onaylanan üçlü bir sınıflama yapmışlardır. Bu sınıflamaya göre, dilin görevlerini üç ana-öbekte toplamak mümkün:

(i) Dilin *bildirme* görevi; (Bühler'in deyimiyle: "Symbol-funktion")
(ii) " *belirtme* görevi; (" " : "Symptom-funktion")
(iii) " *yaptırma* görevi; (" " : "Signal-funktion")

Bu üçlü sınıflama insanda *başlıca üç yetenek* olduğu inancına dayanıyor:

(i) Düşünme (inanma ve *bilme*)
(ii) Duyma
(iii) İsteme

Biz ise ilkin ikili bir sınıflama yapıp, ondan sonra alt-sınıflamalar yapmayı daha uygun buluyoruz:

(i) Dilin *bildirme* görevi;
(ii) " *bildirsel-olmıyan* görevleri.

Şimdi, ilkin dilin *bildirme görevini* kısaca inceleyelim.

(i) Dilin Bildirme Görevi

Dilin inanç, tahmin veya bilgilerimizi iletmek amacıyla kullanılmasına dilin bildirme görevi diyoruz. Daha çok bildiri kipinin, bazan da dilek-şart kipinin yüklendiği bu görev, bir bakıma dilin *temel* görevi olup dil bu görevi

doğru veya yanlış değerini alabilen deyimlerle, yani *önerme* dediğimiz bildiri cümleleriyle yerine getirir: 'Yarın hava yağmurlu geçecek', 'Ankara Türkiye'nin başkentidir', 'Bir su molekülü bir oksijen atomuyla iki hidrojen atomundan meydana gelir' cümlelerinde olduğu gibi. Formel mantığın göz önünde bulundurduğu cümleler hep bu türdendir.

Bunlar bir *inanç* veya *iddiayı* dile getirdikleri için ya doğrudurlar, ya yanlış; dolayısiyle doğruluk veya yanlışlıkları üzerinde tartışılabilir.

(li) Dilin Bildirsel-olmıyan Görevleri

Biz bu öbek altında dört alt-öbek ayırdedeceğiz:

(a) Dilin Belirtme Görevi

Yukarda sözünü ettiğimiz dil-felsefecisi Bühler, dilin herhangi bir duygusal tepki veya tavrımızı dışa-vurma görevine "Symptom-funktion"u diyor; daha çok ünlemlerin üzerine aldığı bu göreve biz *dilin belirtme görevi* diyeceğiz. Şüphesiz canımız yanınca çıkardığımız bir ses herhangi bir duygusal tepkimizin *belirtişidir*; ancak elimizde olmadan bizim belli bir duygusal durumumuzu belirten bu ses *doğal bir işaret* olmakla birlikte, *dilsel bir işaret* değildir. Onun için, bu gibi belirtileri birer dilsel işaret saydığımız 'Vah, vah!', 'Çok yazık!', 'Yaşasın!' türünden *ünlemsel* deyimlerden veya işaretlerden ayırdetmek gerekir. Doğal bir işaret bir duyguyu sadece belirtir, yani duygunun dış-görünüşünün bir parçasıdır; ünlemsel (dilsel) işaretler ise duyguyu *dile getirir*, sembolize ederler. Bu işaretler bir duyguyu *belirtmek amacıyla* kullanılırlar. (Dilin belirtme görevini bazan da soru kipi yüklenebilir; 'Nasıl, öldü mü?' deyiminde olduğu gibi.) Şiir dili, büyük ölçüde bazı duyguların açığa vurulması, dolayısiyle aynı duyguların başkalarında da uyarılması amacını güder. Herhalde, Cahit Sıtkı'nın

'Yaş otuzbeş, yolun yarısı eder,
Dante gibi ortasındayız ömrün...'

mısraları olan biten şeyleri tasvir etmek ya da herhangi bir aritmetik hesabının sonucunu dile getirmek için söylenmiş bir söz değil; sadece şairin bazı duygularını açığa vurmak, dolayısiyle başkalarına da benzer duygular ilham etmek düşüncesiyle söylediği bir söz. Duygusal bakımdan etkili sözcüklerin seçilmesi ve bunların en uyumlu bir biçimde bir araya getirilmesi de asıl amacın belirtme olduğunu gösteriyor.

(b) Dilin Yaptırma Görevi

Bühler'in "Signal-funktion" dediği görev ise dilin insanların davranışlarını etkileme görevidir; biz buna kısaca dilin *yaptırma* görevi diyeceğiz.

En çok emir-kipinden cümlelerin bu görevi yüklendiğini görüyoruz. Ancak bu görevi yerine getirmenin başka (dolaylı) yolları da vardır. Örneğin, 'Kapıyı kapa!' buyruğu karşımızdakini belli bir şekilde davranmaya uyarma amacını doğrudan doğruya gerçekleştirdiği halde, 'Kapı kapalı olsaydı ne olurdu!' veya 'Kapıyı kapadın mı?' deyimleri aynı görevi dolaylı bir şekilde gerçekleştirme amacını güderler. Aynı amacı, daha da dolaylı bir deyiş biçimi olan 'Kapı kapanmadı' veya 'Kapıyı kapamadınız' deyimleriyle de gerçekleştirmek isteyebiliriz.

(c) Dilin Törensel Görevi

'Günaydın!', 'Sıhhatler olsun!', 'Rica ederim!' v.b.g. deyimlerin insanlar arasında toplumsal ilişkileri başlatmaya, kolaylaştırmaya, yerine göre güçlendirme veya yüreklendirmeye yarayan bir görevi olduğu söylenebilir. Buna, daha iyi bir karşılık buluncaya kadar, dilin *törensel* görevi diyeceğiz. Bu görevi yukarda andığımız tipik törensel deyimlerin dışında bazan 'Nasılsınız?' türünden deyimler de üzerine alır. 'Görüştüğümüze çok şükür!' gibi deyimler de çok kez aynı amaçla kullanılır.

(d) Dilin Eylemsel Görevi

İngiliz filozofu Austin, 'söz vermek', 'yemin etmek', 'kabul etmek', 'onaylamak', 'takdir etmek', 'ilân etmek' ve buna benzer deyimlerin dilde bazan apayrı bir görevi olması gerektiğine dikkati çekmiştir. Austin bu türden deyimlere *"performatory expressions"* veya kısaca *"performatives"* diyor. Şüphesiz, bütün fiiller gibi, bunların da salt olan biteni anlatmak veya bildirmek için kullanıldıkları yerler pek çok: 'Babam beni sinemaya götüreceğine söz verdi' veya 'Amerika Rusya'nın uzlaşma tekliflerini kabul etti' deyimlerinde olduğu gibi. Ancak bu fiillerin, 'Söz veriyorum' veya 'Düşmanı buralara yaklaştırmıyacağımıza and içiyoruz!' deyimlerinde olduğu gibi, tekil veya çoğul birinci şahıs tarafından kullanıldığı bağlamlarda bildirsel olmıyan bir görev yüklendikleri de meydandadır. Austin'in haklı olarak belirttiği gibi, 'Söz veriyorum' diyen bir insan bunu demekle herhangi bir durumu tasvir etmiyor, doğrudan doğruya "söz-verme" dediğimiz eylemde bulunuyor. Aynı şekilde, 'Bu davranışınızı onaylamıyorum' diyen bir kimse bununla 'Bu davranışınız hoşuma gitmiyor' veya 'Bir daha böyle davranmayın!' demek istemiş bile olsa, 'onaylamıyorum' deyimini kullanmakla dilsel bir eylemde bulunmaktadır. Oysa ikinci deyimi kullanmakla sadece bir ruh durumunu tasvir etmiş olacak, üçüncü deyimi kullanmakla ise bir emir vermiş olacaktı. Herhangi bir iddia karşısında 'Çok doğru!' veya 'Öyle!' dediğimiz zaman da dili eylemsel bir amaçla kullanırız. Yalnız burada dil aracılığıyla başkalarına herhangi bir isteğimizi *yaptırma* değil, bizim herhangi *bir eylemde bulunmamız* söz konusu; bu noktaya dikkat etmek gerek.

B. ÇOK-GÖREVLİLİK

Genellikle bir cümle herhangi bir niyeti bir zihinden bir başka zihne iletmeye yarayan en küçük *dilsel birim* diye tanımlanır. 'Al!' gibi tek heceli bir sözcükten kurulu cümleler olduğu gibi, 'Almanlar daha savaşın başında İngiltere'yi istilâ etselerdi İkinci Dünya Savaşının kaderi büsbütün farklı olabilirdi!' türünden çok daha karmaşık cümleler vardır.

İmdi, herhangi bir cümlenin dilsel görevinin ne olduğunu veya olabileceğini belli eden en önemli nitelik cümlenin gramer yapısı veya biçimidir. Gerçekten de, dilsel görevlerin kolaylıkla ayırdedilebilmesi için her dil değişik deyiş-biçimleri, yani *kip*ler geliştirmiştir. Nitekim,

'Ahmet çok çalışıyor'
'Ne olur Ahmet çok çalışsa!'
'Ahmet, çok çalış!'

ve bunun gibi deyimlerden her biri, kiplerine göre, belirli bir görev, hem de tek bir görev yüklenmişlerdir. Onun için, *bildiri* kipinden, *emir* kipinden, *dilek* kipinden, v.b.g. söz ediyoruz. Yalnız, belki başlangıçta tek bir belirli görevi olan kiplerden bazıları, bu arada özellikle bildiri kipi (bu kipin özellikle soru biçimi) asıl görevlerinden başka görevlerde de kullanılmağa başlanmışlar, böylece dilde *çok-görevlilik* dediğimiz olay meydana çıkmıştır. Örneğin, sınıfa girerken kapıyı kapamayı unutan veya ihmal eden bir öğrenciye "Kapıyı kapayın!" diyecek yerde, daha kibar saydığımız bir deyim kullanarak, "Kapıyı kapamadınız" veya "Kapıyı kapadınız mı?" diyebilirim. Aynı şekilde, otobüste "Ön taraflar boş!.." diye seslenen biletçinin bunu, otobüsün belli bir andaki durumunu tasvir etmek amacıyla kullanmadığını anlamakta güçlük çekmeyiz. Bunun gibi, misafirlikte ev-sahibine: "Benim oğlum çok usludur" diyen annenin asıl maksadı, ev-sahibine çocuğu hakkında bilgi vermek değil, çocuğuna yaramazlık etmemesi için gözdağı vermektir. Örnekleri artırmaya lüzum yok; günlük-dilin bu bakımdan son derece *esnek* olduğunu bilmiyen yoktur. Nitekim, aşağıdaki metin insanların çok küçük yaşta dilin çok-görevliliğini kavradığını, hatta bundan yararlandığını gösteriyor:

"Konuk gittiğimiz bir evde yemekteyiz. Sofraya, tepsi içinde fırında pişmiş balık geldi, herkesin tabağına dağıtıldı.

— Çok güzel olmuş... diyorum.

— İyi... diyorlar.

Biraz sonra,

— Ama çok güzel olmuş... diyorum.

— Evet, çok güzel olmuş... diye onaylıyorlar.

Az sonra yine tekrarlıyorum:

— Çok güzel olmuş, çok sevdim... Balık güzelmiş...

— Afiyet olsun.

Artık dayanamayıp bağırıyorum:

— Siz de hiç bir şey anlamıyorsunuz... Demindenberi size balık çok güzel olmuş deyip duruyorum; tabağıma biraz daha koysanıza..."

(*Aziz Nesin:* **Böyle Gelmiş, Böyle Gitmez.** İstanbul, Düşün Yayınevi, 1966, ss. 12-13)

(a) Çok-görevliliğin Nedenleri

Çok-görevliliğin çeşitli nedenlerine uzun boylu dokunmamıza imkân yok; ancak böyle *dolaylı* bir deyiş-biçimi seçmenin bazan çok daha etkili olduğu şüphe götürmez. Bir insanın niyetlerini *doğrudan doğruya*, yani asıl görevi başka olan bir deyiş-biçimine baş vurmak suretiyle dile getirmek istemesinin utanma, çekinme, korku, saygı gibi *duygusal;* incelik, esneklik, kısalık gibi *stilistik* nedenleri olabileceği gibi, çok kez alay etme, küçük düşürme, yanıltma, sindirme, gözdağı verme, yüreklendirme, göz boyama, aldatma, kandırma gibi *pratik* gerekçeleri de olabilir. Dili özellikle bu gibi pratik amaçları gerçekleştirmek için alet olarak kullananların çok-görevlilikten nasıl faydalandıklarını biraz sonra göstermeye çalışacağız. Bizim şu anda belirtmemiz gereken nokta, *çok-görevliliğin* dilde bir çeşit *görünüşteki* sentaks ile *gerçek* sentaks ayrımı yarattığı, dolayısiyle bildirişmenin mümkün olabilmesi için hep çok-görevlilik ihtimalini göz önünde tutarak gerekli çevirmeleri yapmak gerekeceğidir. Demek ki, bir deyimin *görünüşteki* sentaktik biçimine aldanmamak, söyleneni doğru anlamak için onun *gerçek* sentaksının ne olabileceğini araştırmak gerekiyor. Başka bir deyimle, dilin *gramer* sentaksına her zaman güvenilemez, çünkü bir deyimin gramer biçimi ile görevi arasında tam bir örtüşme olmadığından biçim bazan yanıltıcı olabilir. Buna göre, "verici" durumunda olduğumuz zaman, ses tonu, yüz ifadesi, jestler ve buna benzer ek-araçlar yardımıyla karşımızdakinin maksadımızı anlamasını sağlamaya çalışmak; "alıcı" durumunda olduğumuz zaman ise, bu saydığımız etkenlerden başka, bize söylenenlerin söylendiği somut durum, söyleyen kimsenin karakter çizgileri, v. ö., hakkındaki bilgilerimizi göz önünde bulundurmak zorundayız. Zekâ ve sezme gücümüzü bu gibi durumlarda ne kadar uyanık bulundurursak, o kadar iyidir. Şunu her zaman akılda tutmak gerekir ki, bir deyimin gramer biçimi bize bu deyimin kullanılma amacı üzerine bir ilk ipucu verirse de, biçim ile içerik, kip ile görev arasında zorunlu ve değişmez bir bağlantı olmadığından, o deyimin kullanılmış olmasındaki gerçek maksadın anlaşılması çok kez bütün dilsel ve dilsel olmıyan bağlamın hesaba katılmasını gerektirir. Daha önce de belirttiğimiz gibi, bildirişme bakımından önemli olan, herhangi bir dilsel deyimin *belli bir bağlamda* ne maksatla kullanılmış olabileceğini anlamaktır. Bu her zaman güç olmamakla birlikte, bazan pek sanıldığı kadar da kolay değildir. Hiç şüphesiz pek az memur kendisine 'Dün işe yarım saat geç gelmişsiniz'

diyen müdürüne 'Ya, öyle oldu!' diyecek kadar aptaldır; çünkü müdürün yukarki bildirsel cümleyi 'İşinize neden geç geldiniz?' sorusu yerine kullandığını anlamak için fazla zeki olmaya lüzum olmasa gerektir. Ancak, çokgörevlilik karşısında her zaman yeteri kadar uyanık olamadığımız, dolayısiyle bazan dilin oyununa geldiğimiz de yadsınamaz. Bunu örnekleriyle, biraz sonra belgelemeğe çalışacağız:

Burada üzerinde durulması gereken ikinci bir nokta da şudur: Pek az deyim, o da pek nadir hallerde, yalnız bir tek amaçla kullanılır. Birçok deyimler, hiç değilse günlük dil çerçevesi içinde, yukarda saydığımız görevlerden birkaçını birden yerine getirmek ister.

İmdi, bir ve aynı deyimin birden fazla görevi *aynı zamanda* yüklenmesi o deyimin kullanılmasında güdülen *asıl* (veya başta gelen) maksadın anlaşılmasını bazan güçleştirebilir, hatta imkânsızlaştırabilir. Ne demek istediğimizi bir örnek yardımıyla anlatmaya çalışalım:

Bir ev-sahibinin kendisini görmeğe gelen bir tanıdığına, söz arasında,

(1) Şu günlerde işten başımı kaşımağa vaktim yok

dediğini düşünün. Bunu söylemekle ev-sahibinin şu üç amaçtan birini, birkaçını veya hepsini birden göz önünde tutmuş olması mümkündür:

(i) İçinde bulunduğu durum hakkında bilgi vermek (dilin *bildirme görevi*);

(ii) Durumundan hoşnut olmadığını açığa vurmak (dilin *belirtme görevi*);

(iii) Bu gibi ziyaretlerin tekrarını önlemek (dilin *yaptırma görevi*).

Şimdi, ev-sahibi (1)i söylemekle bu üç değişik amaçtan hangisini veya hangilerini gerçekleştirmek istemiştir, amacı birden fazla ise, hangisi asıl amacıdır? Ziyaretçinin bunu anlıyabilmesi için, hem dilsel, hem dilsel olmıyan bağlamı göz önünde bulundurması gerekecektir. Bir kez ev-sahibi bu sözü hangi vesile ile söylemiştir? Örneğin, ziyaretçisinin hiç kendisini aramadığı yolundaki bir takazası üzerine mi, yoksa durup dururken mi? Sonra, dediğimiz gibi, dil-dışı bağlam da çok önemli: Ev-sahibi nasıl bir kişidir? Eğer pek insan sevmiyen, fazla işine düşkün bir kişiyse, (1)i söylemekten asıl amacı (iii) olabilir; yani, düpedüz, "Bir daha ziyaretime gelmeğe kalkma!" diyecek yerde, daha kibarca bir deyim olan (1)i seçmiş olabilir. Yok, ziyaretçi çok sevdiği bir insansa, üstelik ziyaret edilmesinden memnunluk duyuyorsa, yalnız (i) ile (ii) yi göz önünde tutmuş olabilir. Bunlardan hangisi asıl amacıdır, her zaman belli olmaz; çünkü bazan insan herhangi bir deyimi kullanırken asıl amacının ne olduğunu kendi de bilmiyebilir.

(b) Çok-görevliliğin Fayda ve Sakıncaları

Bu kısa açıklamadan sonra çok-görevliliğin fayda ve sakıncalarına geçebiliriz. Çok-görevliliğin faydalarını kısaca dili *daha etkili* bir şekilde kullanmamızı sağlaması ile dile getirebiliriz. İnsanlar arasındaki bağlantılar baba-oğul veya amir-memur bağlantıları kadar basit olsaydı, bildirişmede dolambaçlı yollara baş vurmağa belki lüzum kalmazdı; o zaman her gramer kipini, sadece bir tek görevde kullanmakla yetinirdik, dolayısiyle insanlar arasında ne *yanlış anlama* diye bir şey olurdu, ne de *alınma!* Ancak, daha önce saydığımız psikolojik, stilistik ve pratik nedenlerden ötürü, çok-görevli bir dilin, tek-görevli bir dilden çok daha etkili olduğu, özellikle toplum halinde yaşamayı büyük ölçüde kolaylaştırdığı, çatışmaları azalttığı şüphe götürmez. Hatırlanacağı gibi, İsrail'le Arap ülkeleri arasındaki gerginlik son haddine vardığı günlerde Ruslar İsrail'e düpedüz "Araplara saldırmağa kalkmayın, yoksa karışmam!" türünden tehditler savuracak yerde, "Bir İsrail saldırısı çok vahim sonuçlar doğurabilir" türünden dolambaçlı ve lâstikli sözler etmekte fayda ummuştur. Bunun sebebi açıktır: Rusya böyle demekle hem gözdağı vermiş, hem de herhangi bir şekilde Arap ülkelerine angaje olmamıştır. Bu çeşit örnekler istendiği kadar artırılabilir. Bütün reklâm edebiyatı dolambaçlı dil kullanma ilkesine dayanır. Malını satmak için, "Canlı, canlı!" diye bağıran balıkçıdan veya "Hâlis Avrupa malı!"diye bağıran işportacıdan tutunuz, "Omo daha beyaz yıkar!" diye reklâm yapan sabun firmasına kadar her satıcı görünüşte bildiri kipinden cümleler kullanarak insanların davranışlarını etkilemeğe çalışır. Bunu yaparken doğrudan doğruya emir kipini kullanmayışlarının biricik sebebi, birçok bağlamda bildiri kipinden deyimlerin daha etkili olduğunu bilmeleridir. Yol kıyısında el açan dilenci bile, düpedüz, "Bana yardım edin!" diyecek yerde, "Allah sizden razı olsun, ne muradınız varsa versin!" veya "Allah kimseyi düşürmesin!" demekle insanların acıma duygularını daha kolay etkileyip yardımlarını sağlıyabileceğini bilir. Atatürk'ün bile ünlü gençliğe hitabesinde "Muhtaç olduğun kudret damarlarındaki asil kanda mevcuttur" sözleriyle belli bir durum hakkında gençliğe bilgi vermek amacını değil, doğrudan doğruya gençliğin kendisine olan güvenini artırmak, onu yüreklendirmek istediği apaçıktır. Bunun yerine, "Türk genci, göreyim seni!" de diyebilirdi, ancak etkileme gücü bakımından, bu sözün ötekine kıyasla ne kadar sönük kaldığı meydandadır.

Yalnız, çok-görevliliğin yadsınamaz faydaları yanında bazı sakıncaları olduğunu da unutmamak gerekir. Bir kez çok-görevlilik de bir çok-anlamlılık türü olduğundan, her çok-anlamlılık gibi yanlış-anlamalara yol açabilir. Bir kuyumcu vitrininin önünde "Aman ne güzel yüzük!" diyen kız arkadaşını "Evet, gerçekten de güzel!" diyerek onaylıyan delikanlı ya çok aptal ya da çok kurnaz bir kimse olsa gerektir. Ama gene de bu türlü yanlış an-

lamaların pek önemli olduğu söylenemez. Çok görevliliğin en büyük sakıncası, hatta tehlikesi bile bile *yanıltma* amacıyla baş vurulduğu bağlamlarda kendini gösterir. Ne demek istediğimizi örneklerle anlatmağa çalışalım:

Çok-görevliliğin dili daha etkili bir şekilde kullanmak isteğinden doğduğunu, özellikle reklâm edebiyatının bir malın niteliklerini tasvir eder gibi görünüp satışını kolaylaştırma ilkesine dayandığını söylemiştik. Örneğin, güzellik kremi yapıp satan bir firmanın,

"Bütün ünlü güzeller "Lolo kremi" kullanıyor; çünkü tabii güzelliklerini ancak Lolo kreminin meydana çıkarabildiğini biliyorlar!"

şeklinde reklâm yaptığını düşünün. *Tabii güzelliğinin* (!) maydana çıkmasını hangi kadın istemez? Hele sonunda Lolobrigida'ya benzemek de olunca işin içinde... Eh, şimdi kremi yapan firma,

"Lolo kremi çirkinliğinizi çok iyi gizler!"

diye reklâm yapmağa kalkışacak olsa, hiçbir satış yapamıyacağını bilir; onun için, yukardaki gibi, muhtemel müşterilerinin hayal gücünü okşıyacak bir formül bulmak zorundadır. Dikkat edilirse, bu formüldeki cümlelerin bildiri kipinden olmasına özellikle önem verilmiş, böylece formülü okuyacak olanlarda belli bir kremin sahip olduğu bazı objektif niteliklerin tasvir edilmekte olduğu izlenimi yaratılmak istenmiştir. Buradaki çok-görevliliğin farkında olmıyan saf kimselerde gerçekten de böyle bir izlenimin uyanması mümkündür; böylece reklâmı yapan sadece doğru bir bilgi iletir gibi görünerek malını satma amacını gerçekleştirmiş olacaktır. Görüldüğü gibi, birçok hallerde çok-görevlilik *kendisini gizleyebildiği ölçüde* başarılı olmaktadır; işte bu gibi durumlarda aldatılmamak için son derece uyanık ve dikkatli olmak gerekir.

Her türlü reklâm ve propagandanın böyle bir dil oyununa baş vurduğunu bildiğimiz için çoğu zaman tetikteyizdir; ancak bir sözün veya yazının reklâm veya propaganda amacıyla yazılmış olup olmadığını her zaman kolaylıkla anlıyamayız. Günlük yaşayışta sık sık duyulan "Allah tembelleri sevmez" veya "Yalan söylemek kötüdür" gibi görünüşte bildiri kipinden olan cümlelerin gerçekte birer buyruk olduklarını, hiç değilse insanları tembellik etmek veya yalan söylemekten vazgeçirmek amacıyla kullanıldıklarını farketmek bile her zaman ve herkes için kolay değildir. Oysa, büyük din adamları, yeni siyaset, ahlâk ve estetik teorileri ortaya atan birçok filozoflar öğretilerinde dilek veya emir kipi yerine daha çok bildiri kipini kullandıklarından, bunların gerçekte *olan*'dan mı, yoksa *olması gerekli olan*'dan mı söz ettiklerini anlamak güçtür. Örneğin, Jefferson'un kaleminden çıktığı söylenen 1776 Amerikan Bağımsızlık Bildirisi şöyle başlar:

"Şunların apaçık birer doğruluk olduğuna inanıyoruz: Bütün insanlar eşit olarak yaradılmışlardır; Tanrı onları bazı devredilemez haklarla donatmıştır; yaşama, özgür ve mutlu olmayı isteme bu haklardandır; insanlar arasında hükümetler bu hakların elde edilmesi amacıyla kurulmuştur." v.b.g..

İmdi, gramer biçimine bakılacak olursa, burada geçen her cümlenin belli bir durumu, başka bir deyimle olan'ı tasvir ettiği sanısına kapılmak mümkündür. Yalnız, gerçekten de öyle midir, yani bildiri yazarı 'Bütün insanlar eşit olarak yaradılmışlardır' cümlesini, tıpkı 'Bazı insanlar soğandan hoşlanmaz' cümlesinde olduğu gibi, olan biten üzerine doğru bilgiler iletmek amacıyla mı kullanmıştır, yoksa başka bir amaçla mı? "Apaçık birer doğruluk" olmak şöyle dursun, Jefferson'un öne sürdüğü iddiaların, birer iddia olarak, doğru oldukları bile şüphelidir. Şu halde yazar bu sözleri "apaçık doğruluklar"ı dile getirmekten başka bir amaçla söylemiş olsa gerektir. Bu cümlelerin gerisindeki asıl maksadın ne olabileceği üzerinde biraz düşünürsek, bildiri'nin yazıldığı tarihsel ve siyasal durumun ışığı altında, bu maksadın belli bir sosyal yaşama idealini haklı göstermek, dolayısiyle kabul ettirmek olduğunu anlamakta güçlük çekmeyiz. Sözün kısası, Jefferson'un amacı *olanı* tasvir etmek değil, *olması istenen veya gerekeni* en etkili bir biçimde dile getirip insanları etkilemektir. Gerçekte demek istediği şudur: "Bütün insanlar eşit olmalıdır. Her insanın yaşama, özgür ve mutlu olmayı isteme hakkıdır! Hükümetlerin görevi bu hakların elde edilmesini ve korunmasını sağlamak olmalıdır!"

"Öyleyse, yazar neden dolaysız bir deyiş biçimi kullanmamış?" diye sorulabilir. Cevabı gayet basittir: "İnsanlara eşit haklar tanınmalıdır!" dediniz mi, kendinizce doğru olan pratik bir kuralı, faydalı bir gerekimi dile getirmiş olursunuz, objektif bir doğruluğu değil; bu gerekim benim işime gelmiyorsa, onu yerine getirmem. Oysa, aynı şeyi "Bütün insanlar eşit haklarla yaradılmışlardır" şeklinde ifade ettiniz mi, bir arzunuzu, yahut sizce faydalı bir gerekimi değil, bir doğruluğu, hem de apaçık bir doğruluğu dile getirdiğiniz izlenimini kolayca uyandırabilirsiniz. Nitekim Atatürk de bir nutkunda, "Türk milleti zekidir, Türk milleti çalışkandır" diyordu. Gerçi Türklerin içinde de zeki ve çalışkan insanlar çoktur, ama Atatürk'ün bu sözlerle Türklere ait bazı objektif nitelikleri dile getirmek istediğini sanmak için pek sâf olmak gerekir. Atatürk, dolaylı bir şekilde "Ey Türkler, göreyim sizi, kafanızı işletin! çok çalışın!.." demek istiyordu. Herhangi bir toplumsal ideali veya *ideolojiyi* haklı veya sempatik göstermenin en etkili yolu, hayal edilen toplumsal düzenin ya insanlığın geçmiş çağlarında yaşayıp sonradan yitirdiği bir düzen olduğunu (Altın Çağı Mythos'ları), ya da yakın bir gelecekte gerçekleşmesi kaçınılmaz bir düzen olduğunu (Marx'çılıkta olduğu gibi) belgelemeğe çalışmaktır. Nitekim, sosyal öğreti yazarlarının büyük bir

çoğunluğu bu yola baş vurmuşlar, yani ideallerini gerçekmiş gibi göstermeğe çalışmışlardır.*

Toplum hayatında çok-görevlilikten bu şekilde faydalanmak istememizden daha doğal bir şey olamaz; bir insanın en etkili deyiş biçimini seçmesi en azından güzel görünmek için süslenmesi kadar doğaldır. Ancak, herhangi bir kimsenin kendi faydası için baş vurduğu çareler bazan başkalarının zararına olabilir. Onun için, herkesin özellikle doğruyu aradığı bağlamlarda, herhangi bir söz veya yazının bildirme amacıyla mı, yoksa yaptırma amacıyla mı kullanıldığını titizlikle araştırması, cümlelerin bildiri kipinden olduğuna bakarak, mutlaka doğru veya yanlış bir iddiayı dile getirdiği sonucunu çıkarmakta acele etmemesi gerekir. Özellikle politika ve ahlâk konularında yazı yazanlar kendi görüşlerini halk yığınlarına aşılayabilmek için, dilin bu esnekliğinden geniş ölçüde faydalanmağa çalışırlar. Kolay etki altında kalmamak, her konuda bağımsız bir görüşe varmak isteyen aydın bir kişinin dilin bu çeşit oyunlarına gelmekten elden geldiği kadar kaçınması, kısaca, duyduğu veya okuduğu her cümlenin gerisindeki gerçek niyeti yakalamağa çalışması gerekir.

Alıştırmalar

A. Aşağıdaki durumlarda dil hangi amaçla kullanılmış olabilir?

1. Bir kuyumcu vitrini önünde genç-kız erkek arkadaşına; 'Aman, ne güzel yüzükler var!'
2. Bir müşteri kitapçıya: 'Ismarladığım kitaplar hâlâ gelmemiş!'
3. Erkek karısına: 'Terliklerimi bulamıyorum.'
4. Anne ağaca çıkmak isteyen çocuğuna: 'İncirler daha olmamış!'
5. Öğretmen bir öğrencisine: 'Bu davranışınızı doğru bulmuyorum!'

B. Aşağıdaki cümlelerin yazarları dili hangi görevde kullanmış olabilirler?

1. Bilinen yıldızlardan ancak birkaçı dünyamızdan büyükçedir; geri kalanlar o derece büyüktür ki yüzbinlerce dünyayı bunların içine sığdırmak mümkün olurdu. Bazan yeryüzünden milyonlarca defa büyük olan yıldızlara da rastladığımız olur. (Sir James Jeans)
2. Savaşın milletlerin ahlâkî sağlığını korumak gibi derin bir anlamı vardır. Nasıl okyanusu yalıyan rüzgârlar sürekli bir durgunluğun

* Bu konu için, Bk. *Hüseyin Batuhan*, «Sosyal Öğretilerde Mythos ve Utopia» **Felsefe Arkivi** Sayı 13, ss. 86-102.

doğuracağı bozulmayı önlerse, aynı şekilde savaş da insanları devamlı bir barışın sebep olacağı soysuzlaşmaya karşı korur. (Hegel)

3. Kılıç kullananlar kılıçla yok olacaklardır (Matta İncili, 26, 52)
4. Hiçbir zaman iyi bir savaş veya kötü bir barış olmamıştır.
5. Şu ufak tefek, dar omuzlu, geniş kalçalı ve kısa bacaklı yaratığa *cinsi lâtif* adını veren erkek mutlaka zihni cinsî itilmelerinin etkisiyle bulutlanmış biriydi; zira kadınların bütün güzelliği bu itilmeye bağlıdır. (Schopenhauer)

C. SÖZLÜKLERİN BİLGİSEL ANLAMI VE DUYGUSAL YÜKÜ

Dilin bildirme görevi yanında bir de belli bazı duygularımızı açığa vurma görevi olduğunu belirtmiştik. 'Ah!', 'Oh!', 'Yazık!', 'Yaşa!', 'Yuh!' gibi ünlemler salt herhangi bir durum veya olay karşısındaki *duygusal tepkimizi* açığa vurmaya yarayan deyimlerdir. Hatta bu gibi ünlemsel deyimlerin *biricik* görevi duygularımızı açığa vurmak olsa gerektir.

Buna karşılık, asıl veya temel görevi bildirme olan sözcük veya deyimlerin *salt* bildirme amacıyla kullanıldığını söyleyemeyiz. Nitekim, dildeki hemen her (genel veya tekil) terimin bildirme görevini yerine getiren bir *bilgisel anlamı* olduğu gibi, bir de *duygusal yükü** vardır. Örneğin, 'sonbahar' belli bir mevsimin adıdır, dolayısiyle bu sözcüğün içinde geçtiği

(1) Sonbaharda birçok ağaçlar yapraklarını döker

gibi bir cümle belli bir durum veya olay hakkında bir öğreni iletme amacıyla kullanılır. Onun için (1) gibi bir cümlenin belli bir doğruluk-değeri vardır; yani bu cümle ya doğrudur, ya yanlış. İşte bu cümlede geçen 'sonbahar', 'ağaç', 'yaprak' v.b.g. sözcüklerin herbiri bize belli bir nesneyi veya nesne türünü *hatırlattıkları* gibi, aynı zamanda bizde birtakım duygular uyandırırlar. Örneğin, 'sonbahar' sözcüğü, bu sözcüğün anlamını bilen (yani bu sözcüğü *anlayan*) bir kimseye yalnız belli bir mevsimi hatırlatmakla kalmaz, üstelik onda bu mevsimle ilgili birçok duygusal çağrışımlar uyandırır. Bir deyime 'sonbahar' sözcüğünde bir hüzün havası eser. Aynı şekilde, 'kış'ın nerdeyse insanı üşüten, 'yaz'ın ısıtan, 'ilkbahar'ın ise neşelendiren duygusal bir etkisi vardır.

İmdi, sözcüklerin bilgisel anlam boyutu yanında bir de duygusal anlam boyutu olmasına şaşmamalı, çünkü her insan herhangi bir sözcüğün

* Bazı yazarlar 'duygusal yük' (emotive charge) yerine düpedüz 'duygusal anlam' (emotive meaning) veya 'duygusal etki' (emotive impact) deyimlerini kullanıyorlar. Biz 'duygusal yük' deyimini daha uygun buluyoruz.

dile getirdiği nesne veya nesne-türü karşısında olumlu veya olumsuz bir duygusal tepki gösterir. Bazı şeylerden hoşlanır, bazılarından hoşlanmayız; kimi davranışları onaylar, kimini kınarız; kimi eylemleri över, kimini yereriz; bazı eserleri beğenir, bazılarını beğenmeyiz. Nitekim, hemen bütün insanlar çiçeklerden, meyvalardan, v.b.g. nesnelerden hoşlanırlar, dolayısiyle çiçek ve meyva adlarının insanlar üzerinde pozitif duygusal bir etkisi vardır. Buna karşılık, zararlı böcek, yırtıcı hayvan, doğal felâket adları insanda negatif duygusal etkiler doğurur. 'Köpek balığı', 'yılan', 'deprem', 'su baskını', 'fırtına' gibi sözcüklerin insana korku ve ürperme salması bundandır. Aynı şekilde, 'hırsızlık' bizde kızma, 'katil' nefret, 'ahlâksızlık' öfke duyguları uyandırır. Buna karşılık, 'kahraman' sözcüğünün üzerimizde nerdeyse yüceltici bir etkisi vardır; 'fedakâr' ve 'iyilik-sever' sözcüklerinin de duygusal etkisi pozitiftir.

Pozitif veya negatif, bizde herhangi bir duygusal yankı uyandırmayan sözcükler de var mıdır? Pek sanmıyoruz. 'İnsan', 'ağaç', 'dağ', 'deniz' gibi sözcüklerin insanda uyandırdığı duygusal çağrışım veya tepkiler yukarda andığımız sözcüklerinkine kıyasla bir hayli sönük bile olsa, bunların da her insan üzerinde az çok pozitif veya negatif duygusal bir etkisi olduğu şüphe götürmez. Belki 'sayı', 'üçgen', 'limit' gibi matematiğe; 'oksijen', 'hidrojen' gibi kimyaya veya 'moment', 'hız', 'kitle' gibi fiziğe ait terimlerin herhangi bir duygusal yükü olmadığı düşünülebilir. Ancak, salt bilim adamlarında bu sözcükler herhangi bir duygusal tepkiye yol açmasalar bile (ki bu da şüphelidir), sıradan adam için aynı şeyi söyleyemeyiz Sözün kısası, günlük dilde herhangi bir duygusal tepki uyandırmayan sözcük yok gibidir.

Her sözcüğün bilgisel anlamı yanında ya pozitif ya da negatif bir duygusal yükü olduğunu gördük. Bunlar arasında özellikle insanları, insan davranışlarını, sonra yönetim biçimlerini nitelemek için kullanılanlar ayrı bir önem taşır. Nitekim, 'hırsız, 'ahlâksız', 'kaatil', 'vatan haini' gibi sözcükler, negatif duygusal yüklerinin son derece ağır olmasından ötürü, birer küfür-sözcüğü olarak kullanılırlar. 'Piç', 'çingene', 'yobaz' veya 'gerici' türünden sözcüklerin de aynı amaçla kullanıldıklarını görüyoruz. Son yıllarda bazı sosyalist eğilimli yazarların dillerinden düşürmedikleri 'kapitalist', 'komprador' türünden sözcükler de salt küçültme amacıyla kullanılmaktadır. Buna karşılık, aynı yazarlar, 'amele' ve 'işçi' sözcükleri yerine daha olumlu bir etkisi olan 'emekçi' sözcüğünü kullanmaya başlamışlardır.

D. TASVİR ETME VE DEĞERLENDİRME

'İyi', 'kötü', 'güzel', 'çirkin', 'haklı', 'haksız', v.b.g. sözcüklere değer-sözcükleri diyoruz. Bunlara *değer-sözcüğü* denmesinin başlıca nedeni, daha çok hoşlanma-hoşlanmama, beğenme-beğenmeme, onaylama- onay-

lamama, v.b.g. *duygusal tepkilerimizi* dile getirmek istediğimiz zaman kullanılmalarıdır. Yoksa, yukarda da gördüğümüz gibi, dildeki hemen her sözcüğün, bilgisel anlamı yanında bir de duygusal yükü vardır. Bu bakımdan genellikle mantık kitaplarında rastlanan «*tasvirsel* sözcükler—*değer* sözcükleri» ayrımı relatif bir ayrımdır. Tasvirsel sözcüklerin duygusal yükü olduğu gibi, değer sözcüklerinin de bilgisel anlamı vardır. Ne var ki, değer sözcükleri daha çok belli bir duygusal tepki veya tutumumuzu açığa vurmak amacıyla kullanıldıkları halde, tasvirsel sözcükler daha çok nesnelerin herkes için ortak (objektif) niteliklerini dile getirmek amacıyla kullanılır. Nitekim,

(2) X dinsizdir

dediğimiz zaman, 'dinsiz' sözcüğünün duygusal çağrışımları ne olursa olsun, çok kez *asıl* amacımız belli bir kimsenin belli bir niteliğini belirtmektir. Ancak, bazı insanlar (2) türünden bir cümleyi salt belli bir kimsenin «dinsel inançlardan yoksun bir kişi» olduğunu belirtmek için değil, tıpkı

(3) X kötü bir insandır

cümlesinde olduğu gibi, o kimseye karşı toplumun öfke, nefret veya kin duygularını harekete getirmek için, bir deyime o kimseyi kötülemek amacıyla kullanırlar. Ne var ki, (2) nin bu çeşit duyguları harekete getirebilmesi için, 'dinsiz' sözcüğünün bu cümlenin kullanıldığı toplumda «negatif» bir duygusal yükü olması gerekir. Oysa, tipik değer-sözcükleri dışındaki sözcüklerin duygusal yükü zamandan zamana, toplumdan topluma, hatta insandan insana değişir. Nitekim, iyi, 'güzel' türünden değer-sözcükleri her toplumda ve her zaman pozitif, buna karşılık, 'kötü', 'çirkin' sözcükleri her zaman negatif bir duygusal yük taşıdıkları halde, 'dinsiz' sözcüğü için durum farklıdır. Gerçi 'sız', 'siz' ekleri yokluk veya eksiklik göstermek bakımından, niteledikleri sözcüklere negatif bir yük kazandırırlar, ama bunun böyle olması, o sözcüklerin kendilerinin pozitif yüklü olmasına bağlıdır. Dindarlığın sosyal bir erdem sayıldığı, dolayısiyle iyi karşılandığı toplumlarda şüphesiz dinsizlik bir erdemsizlik sayılır, dolayısiyle 'dinsiz' sözcüğü negatif yüklüdür. Ancak bazı toplumlarda, hiç değilse bazı çevrelerde, dindarlık bir çeşit ilkellik veya gerilik belirtisi sayıldığından, 'dinsiz' sözcüğünün bu çevrelerde pozitif bir yükü vardır. Aynı sözcük bazı kimselerin gözünde, pozitif veya negatif, her türlü duygu yükünden arınmış bir sözcüktür. Gerçekten de din karşısında pozitif veya negatif herhangi bir tavır takınmayan insanlar da yok değil. Oysa Ortaçağ'da dinsizlik ağır bir suç teşkil ediyordu; onun için, bir insanı «dinsiz» diye nitelemek bir deyime onu ihbar etmek demekti.

Çeşitli ideolojilerin insan vicdanlarını ele geçirmek için amansız bir savaşa tutuştukları günümüz toplumlarında duygusal yükü en ağır basan,

dolayısiyle övme veya yerme amacıyla en sık kullanılan sözcükler arasında politik inanç ve görüşleri dile getirenler önemli bir yer tutuyor. 'Demokrasi', 'sosyalizm', 'komünizm', 'liberalizm', 'kapitalizm', 'devletçilik', v.b.g. politik veya ekonomik yönetim biçimlerini veya öğretileri dile getiren sözcüklerle 'tutuculuk', 'ilericilik', 'gericilik', v.b.g. insanların pratik yaşayışla ilgili genel tutumlarını dile getiren sözcükler çeşitli gruplar tarafından yer yer birer savaş parolası gibi kullanılmaktadır. Nitekim, bugün kapitalist-liberal bir ekonomi düzenini politik yaşayışın en sağlam temeli sayan Batı demokrasilerinde 'komünist' sözcüğü, buna karşılık komünist düzeni benimsemiş ülkelerde 'kapitalist' ve 'burjuva' sözcükleri nerdeyse birer küfür haline gelmişlerdir. Bir deyime bu sözcüklerin duygusal etkisi 'alçak', hatta 'vatan haini' türünden sözcüklerin duygusal etkisinden farksız olup çok kez niteledikleri kimselere karşı en derin nefret ve düşmanlık duygularının uyanmasına yol açarlar.

Bu konuya son vermeden bir noktaya daha işaret etmek isteriz: O da herhangi bir dildeki bazı sözcüklerin zamanla pozitif duygusal güçlerinin azalmasından ötürü, yerlerini yabancı dillerden alınmış yeni sözcüklere bırakmalarıdır. Son yıllarda dilimize salt bu yüzden birçok yabancı sözcük girmiştir. Örneğin, bir zamanlar 'aşçı dükkânı'nı dilimizden kovmuş olan İtalyanca 'lokanta' sözcüğü son yıllarda yerini 'restoran'a bırakmaya başlamıştır. 'Kadın berberi' yavaş yavaş 'kuaför' tarafından kapı dışarı edilmektedir. 'Kasap' artık bize pek bayağı görünmeye başlamış olacak ki, bazı büyük kentlerde 'şarküteri' sözcüğünün boy attığına tanık oluyoruz. 'Pavyon', 'galeri' türünden gösterişli sözcükler de olur olmaz yerler için kullanılıyor. 'Şoför'ü yetersiz görüp 'kaptan pilot' deyimini kullanan otobüs şirketlerine rastlıyoruz. Türkiye'de «Palas» olmayan otel kalmadı nerdeyse; oysa eskiden oteller bile sadece birer «konukevi» (misafirhane) idi. Bunun salt bir snobluk ürünü olduğunu sanmak yanlıştır; nedense insanlar uygarlık seviyesi daha yüksek olan ulusların kullandıkları sözcüklerde daha «soylu» bir anlam sezinlediklerini sanırlar.

Şimdi bu konu üzerinde neden durduğumuzu kısaca açıklayalım: Bundan sonraki kısımda göreceğimiz gibi, bazı sözcüklerin duygusal yükü tasvirsel anlamını o derece arka plâna itmektedir ki, bu gibi sözcüklerle serinkanlı düşünme, dolayısiyle akıllı-uslu bir şekilde tartışma nerdeyse imkânsız hale gelmektedir. Rasyonel düşünüşün en büyük düşmanı duygularımız olduğu için, bu türlü düşünüşe engel olan patlayıcı sözcükler kullanmaktan elden geldiği kadar kaçınmaya bakmalıyız. Bunun için de yapılacak şey, duygusal yükü ağır basan sözcükler yerine, bilgisel anlamı aynı olup duygusal yükü daha hafif olan sözcükler kullanmaktır. Çeşitli ülkelerin barış içinde bir arada yaşayabilmesi için olduğu kadar, aynı toplum üyelerinin çeşitli ortak problemlerini en iyi bir şekilde çözebilmeleri için de bu şarttır.

Bunu nasıl başarabileceğimizi bir-iki örnekle canlandıralım: İkinci Dünya Savaşından sonra, «kalkınma» edebiyatının en fazla yapıldığı yıllarda belli bir uygarlık düzeyine erişememiş ülkelere «geri-kalmış» deniyordu. Zamanla bu sözcüğün küçültücü tonu göz önünde tutularak onun yerine 'gelişen ülkeler' deyimi kullanılmaya başlandı. Uluslararası ilişkilerin düzelmesinde bu gibi inceliklere dikkat etmek önemlidir. Kişiler-arası ilişkiler için de aynı şey söylenebilir. Nitekim, bir insanı «gerici» diye niteleyecek yerde «geleneğe bağlı» diye nitelemek çok daha insana yakışır bir tutumdur. Eskiden bizde akciğer veremine «ince-hastalık» denmesinin de duygusal nedeni buydu. Ama ne yazık ki, tolerans, anlayış, barış-sevgisi gibi erdemlere bugün bile pek az insan ve toplumda rastlamak mümkün.

Alıştırmalar

Bilgisel anlamları bakımından yakın anlamlı olan aşağıdaki sözcük-çiftlerinden hangilerinin duygusal yükü pozitif hangilerinin negatiftir? Negatif olanlar sola gelmek üzere bunları alt alta sıralayınız:

1. Çekingen, korkak;
2. Dik-kafalı, prensip-sahibi;
3. Boğazına düşkün, pisboğaz;
4. Konuşkan, geveze;
5. Cimri, tutumlu;
6. Açık-göz, işini-bilir;
7. Amele, emekçi;
8. Şikâyet, dırıltı;
9. Politikacı, devlet adamı;
10. Adam, herif.

E. DİLİN ETKİLEME AMACIYLA KULLANILMASI

Her dilsel işaret onu anlayan veya yorumlayan için bir uyarım (stimulus) olduğu için, bildirişme'yi, Shannon ve Weaver'ın yaptıkları gibi, «bir zihnin bir başka zihni etkilemesini sağlayan herhangi bir yöntem» diye de tanımlayabiliriz.

İmdi, dille etkilemenin başlıca üç hedefi olduğu söylenebilir:

(i) Duygular; (ii) Düşünceler (inançlar); (iii) Davranışlar

Dikkat edilirse, bu üçlü ayrım dilin *belirtme, bildirme ve yaptırma* görevlerine karşılıktır. Ne var ki, bu etkileme türlerinin her üçüne ancak insanlar-arası bildirişmede rastlıyoruz. Bazı hayvanların da bir çeşit dile

sahip oldukları bugün artık herkesce bilinmektedir, ama hayvanlar-arası bildirişmede kullanılan işaretler hemen hemen sadece davranışları etkilemeye yarayan birer *sinyal* durumundadırlar. Başka bir deyimle, bir hayvan-dilinden sözetmek yerindeyse, böyle bir dilin yalnız *yaptırma* görevi olduğu söylenebilir. Buna karşılık, insanlar-arası bildirişmede davranışlardan başka *duygular* ve özellikle *inançlar* dil aracıyla etkilemenin gün geçtikçe önem kazanan hedefleri arasında yer almaktadır, zira, göreceğimiz gibi, davranışları etkilemenin *dolaylı* yolu inanç ve duyguları etkilemektir.

Dili tek amaçla, örneğin yalnız duyguları veya yalnız inançları etkileme amacıyla kullandığımız durumlar var mıdır? Bu soruya kesinlikle «evet» veya «hayır» diye cevap veremiyeceğimizi daha önce görmüştük. Ama *şiir* dilinin daha çok, hatta belki de *kökçe* duyguları etkileme, *bilim* dilinin ise inançları etkileme amacını güttüğü söylenebilir. Buna karşılık, tıpkı trafik işaretleri gibi, dili salt yaptırma amacıyla kullandığımız durumlar vardır. Ahlâk, politika, hukuk dilleri daha çok bu amaçla kullanılır. Dilin yaptırma amacıyla kullanılması için mutlaka emir-kipine baş vurmak gerekmediğini daha önce belirtmiştik. 'İyi', 'kötü', 'haksız', 'uygunsuz' gibi yüklemler çok kez bir davranışı yüreklendirme veya yüreksizlendirme amacıyla kullanılır.

Şu halde insanların davranışlarını etkilemek için dili bir sinyal gibi kullanmak şart değildir; zira aynı amaca dolaylı bir yoldan, yani onların inançlarını etkileyerek varmak da mümkün. Örneğin, annesine «Karnım acıktı» diyen bir çocuk bunu çok kez kendisine yemek verilmesini sağlamak amacıyla yapar. Aynı şekilde, okula gitmeğe hazılanan çocuğuna «Yağmur yağıyor» diyen anne de, ona hava durumu hakkında bilgi vermekten çok, çocuğunun ıslanmamak için gereken tedbirleri almasını sağlamak amacını güder. Bu amaca ulaşmak için, kısaca «Şemsiyeni almayı unutma!» veya «Pardösünü giy de git!» diyebilirdi; ancak, insanların ıslanmaktan hoşlanmadıklarını bildiği için, aynı amaca, dolaylı bir şekilde, yani çocuğunun hava-durumuyla ilgili inançlarında değişiklik yaparak varması da mümkündür. Buna karşılık, «Ay bulutlar arasından göründü» veya «Amerikalı Astronotlar sağ salim yeryüzüne dönmüşler!» diyen bir kimsenin amacı olsa olsa etrafındakilerinin inançlarında değişiklikler yapmak olabilir. Besbelli ki, inançlarımızı etkileyen sözlerden bir kısmı davranışlarımızı etkilemese bile duygularımızı etkiler.

İnsan davranışlarını buyruk, rica, yalvarma, göz-dağı verme, v.b.g. *dolaysız* dilsel araçlarla etkileyebileceğimiz gibi, *dolaylı* bir şekilde, yani *inançlarını* etkileyerek de etkileyebileceğimizi gördük. Uygar toplumlarda bu çeşit dolaylı etkileme yollarına gittikçe artan bir ölçüde baş vurulmaktadır. İşin ilginç yönü şu ki, bugün insan davranışlarını etkilemenin en başa-

rılı yolu, ister doğru ister yanlış olsun, onlara birtakım inançlar aşılamak olduğu gibi, bunun da en kestirme yolu aşılamak istediğimiz inançları duygusal bakımdan en etkileyici sözlerle dile getirmektir. Daha açıkcası, *duyguları etkileyerek inançları etkilemek*tir. Nitekim, eskiler salt bu amaçla «retorik» dedikleri bir deyiş sanatı geliştirmişlerdir.

Din-adamları, ahlâkçılar, politikacılar, avukatlar, her türlü reklâmcılık uzmanları dille etkilemenin en güçlü aleti olan bu sanattan bol bol faydalanarak bir deyime «inançlarını satmaya» çalışırlar. Bilimsel-olmayan, ama özellikle davranışları etkileme amacını güden her türlü inancın bir çeşit reklâma, hatta yerine göre propagandaya ihtiyacı vardır. Gerçekten de, insanlar ille de paylaşılmasını istedikleri bu türlü inanç, görüş ve anlayışlarını süsleyip püslemek, böylece onları başkalarına beğendirmek isterler. Bazan insanlar etkileyici bir dil kullanarak en akıl-almaz inançları bile doğru diye «yutturabilirler». Özellikle bilgisiz, çabuk inanan halk yığınlarını kandırmanın en kolay yolu temelsiz birtakım inançları onlara duygularını okşayan bir dille sunabilmektir. Zira güzelliğin doğruluğu gizleyebileceğini düşünemiyen sâf insanlar bu gibi aldatmacalara kolaylıkla kapılırlar. Bunun tarihte sayısız örneklerine rastlamak mümkündür. Nitekim, bir Hitler, yirminci yüzyılın ortalarında, Almanlar gibi uygar diye bilinen bir ulusu «arı ırk», «üstün ırk» sloganlarıyla avlayıp peşinden sürükleyebilmişti. İnsanlar duygularını (özellikle gururlarını) okşayan inanç ve görüşlerin doğru, üzerlerinde olumsuz etki yapanların ise yanlış olduğunu sanırlar. Oysa doğruluk ve yanlışlığın duygularımızla bir ilişkisi olamıyacağı meydandadır. Bir inanç işimize gelmediği halde doğru, bize sevinç veya gurur verdiği halde yanlış olabilir.

Şimdi, gördüğümüz gibi, bir inancı başkalarına benimsetmedeki başarımız (hele bu inanç pratik yaşayışımızın düzenlenmesi ile ilgili ise) büyük ölçüde onu dile getirirken seçeceğimiz sözcüklere bağlıdır. Bu sözcüklerin duygusal etkisi ne kadar pozitif olursa o inancın *kabul edilme şansı* da o derece yüksek olur. Nitekim, bunu bildikleri için, din ve siyaset adamları, herhangi bir toplum idealini veya ideolojiyi savunan yazarlar kendi görüş ve inançlarını en kısa yoldan etrafa yayabilmek ve kolaylıkla benimsetebilmek için, onları duygusal bakımdan en hoşa giden sözcüklerle dile getirmeye, buna karşılık, eleştiri ve saldırılarında en kötüleyici sözcükleri kullanmaya dikkat ederler, çünkü gerçek amaçları insanların tavır ve tutumlarını etkileyip onları belli bir davaya kazanmaktır.

İlkin bazı sözcüklerin her bağlamda etkileme amacıyla kullanılabildiğini belirtmek isteriz. Örneğin, 'gerçek', halis', 'doğal', 'asil', 'kutsal' sözcükleri sık sık bu amaçla kullanılır. Özellikle 'gerçek' sözcüğünün retorik etkisi pek büyüktür. 'Gerçek din', 'gerçek demokrasi', 'gerçek sanat', hatta 'sözcüğün gerçek anlamı' türünden deyimler kullanmakta güdülen amaç gerçek'

sözcüğünün uyandırdığı olumlu çağrışımlardan yararlanarak, insanların belli bir nesneye karşı elverişli bir tavır almalarını sağlamaktır. Bunun en canlı örneği, İkinci Dünya Savaşından sonra komünizmi benimsemiş olan demirperde gerisi ülkelerin kendi rejimlerine «demokrasi» demekte ayak diretmeleridir. Bunu yapmakla 'demokrasi' sözcüğünün çoğu insanda uyandırdığı elverişli duygusal çağrışımdan faydalanmak istedikleri meydandadır. Yalnız demokrasi adını vermekte ayak diredikleri rejim şimdiye kadar bilinen demokrasilere pek benzemediği için, kendi yönetim biçimlerine «halk demokrasisi» demişler; *gerçek* demokrasilerin halk demokrasileri olduğu, burjuva demokrasilerinin ise *sahte* demokrasiler sayılması gerektiği tezini savunarak, bu ayrımı bile kendi lehlerinde kullanmak istemişlerdir. Burada hem 'demokrasi' sözcüğünün, hem de 'gerçek' sözcüğünün etkileme amacıyla kullanılışının güzel bir örneğini görüyoruz. Aynı etkileme aracına din adamları, ahlâkçılar, hatta sanatçı veya sanat eleştiricileri de sık sık baş vururlar. Kendi dinine yeni taraftarlar veya üyeler kazanmak amacıyla konuşan bir Hıristiyan misyoneri için «gerçek» veya «hâlis» din Hıristiyanlıktır. Sıradan adam bile kendi bağlı olduğu dinin, siyasal öğretinin, kendi hoşlandığı sanat biçimlerinin *gerçek*, geri kalanının *sahte* olduğuna inanma eğilimi gösterir. Klâsik Batı müziğine alışkın olan bir kimse için modern müzik bir *soysuzlaşmanın* ürünüdür; aynı şekilde şiir denince vezinli kafiyeli cümlelerden kurulu sözleri anlayan biri için vezinsiz kafiyesiz şiir şiir değildir; bir başka deyimle, «gerçek şiir» vezinli kafiyeli olan şiirdir; «gerçek demokrasi» halk demokrasisi olduğu gibi.

Biraz düşünülecek olursa görülür ki, bu gibi bağlamlarda 'gerçek' sözcüğüne «benim hoşlandığım» veya «benim onayladığım» dan farklı bir anlam vermek mümkün değildir. Hiç şüphesiz doğru bir iddia veya inancı yanlışından, hâlis parayı sahtesinden veya kalp paradan, doğal bir nesneyi yapmasından ayırdetmek için elimizde bazı ortak objektif ayraçlar vardır veya istenirse bu türlü ayraçlar bulunabilir. Ancak bir dinin, bir yönetim biçiminin veya bir sanat eserinin gerçek veya hâlisini sahtesinden nasıl ayırdedeceğiz? Bir sözcüğün «gerçek anlamı» ne demektir? Bu konuda elimizde güvenilebilir ayraçlar bulunmayışı da 'gerçek' sözcüğünün birçok bağlamlarda salt etkileme amacıyla kullanıldığını gösterir.

Bu sözcüğün ikna gücünden faydalanılmağa çalışıldığı bir bağlam da herhangi bir iddiadan önce, 'şurası gerçektir ki...' biçiminde kullanıldığı bağlamdır. Bir iddianın doğruluğu veya yanlışlığı dil-dışı bağlam tarafından belirlendiğine göre, önüne 'şurası gerçektir ki...' türünden bir deyim getirmekle doğruluk değerinde bir değişme olmayacağı meydandadır. İstersek bir yalanın önüne de bu deyimi getirebiliriz; zaten çok kez doğruluğundan iyice emin olmadığımız iddiaların başında kullanırız bu deyimi. 'Besbelli ki...', 'şurası apaçıktır ki...', 'bilindiği gibi...' veya 'kesinlikle denebi-

lir ki...' türünden deyimlerin de buna benzer bir amaçla, yani karşımızdakileri iddiamıza karşı olumlu bir tavır takınmaya yöneltmek için kullanıldığı meydandadır. (Bu son cümlede geçen 'meydandadır' deyiminin bile buna benzer bir amaçla kullanılmış olacağı düşünülebilir.)

'Asil', 'doğal', 'arı' gibi sıfatların da insanlarda iyi duygular uyandırma ve olumlu bir tavır almaya yöneltme gücü küçümsenemez. 'Asil kan', 'arı ırk' gibi deyimlerin empirik yöntemlerle belirlenebilir bir içeriği olmadığı halde, birçok insanlar bu sözlerin büyüsüne kapılmaktan kendilerini kurtaramazlar. Nitekim, bunu çok iyi bilen meydan politikacılarının oy avcılığında en çok baş vurdukları bir araç 'asil Türk Milleti' türünden pohpohlayıcı deyimleri sık sık kullanmaktır.

Bu açıklamadan sonra üzerinde durulması gerekli olan nokta şudur: Dilin retorik gücünden faydalanmak istemesi her insanın en doğal hakkıdır; nitekim biz de burada 'doğal' sözcüğünü kullanmakla aynı haktan yararlanmış olduk. Her insan kendi fikir ve görüşlerinin doğruluğuna inanır, dolayısiyle başkalarının da aynı fikir ve görüşleri paylaşmasını ister. Aynı şekilde, kendi hoşlandığımız şeyler bize asıl *hoşlanmağa değer* şeyler, kendi onayladığımız davranış ve düzenler gerçekten *onaylanmağa değer* davranış ve düzenler gibi gelir. Onun için, doğru bulduğumuz fikirlere başkalarının da inanmasını, kendi hoşlandığımız nesnelerden başkalarının da hoşlanmasını, onayladığımız davranış ve düzenleri başkalarının da onaylamasını isteriz ve bu amaçla, bazan bilerek, bazan kendimiz de farkında olmadan, bu amaçlarımızı gerçekleştirmeğe en elverişli deyiş biçimini seçeriz. Bu bakımdan dilin etkileme gücünden faydalanmağa kalkmamız doğal bir hakkımızdır.

Ancak kötü bir malın da iyi reklâmı yapılabildiği gibi, bazı kimseler dilin bu gücünden salt kişisel çıkarlarını düşünerek faydalanmak isterler; veya dar-görüşlülük, bağnazlık (fanatizm), alışkanlıklarına bağlılık, hatta düpedüz bilgisizlik onları böyle bir yola iteleyebilir. Dolayısiyle dilin her retorik kullanımı karşısında kullananın motifleri ve amaçları üzerinde durup düşünmek, *sözlerinin retorik etkisine kapılıp söylediklerinin doğru veya haklı olduğu sonucunu çıkarmakta acele etmemek, dilin retorik gücüne bazan doğru ve haklı olanı gizlemek amacıyla baş vurulduğunu hatırdan çıkarmamak gerekir.* Örneğin Atatürk, gençliğe hitabesinin son cümlesinde 'asil kan' deyimini kullanmıştı; bu deyimin retorik bir amaçla kullanıldığı meydandadır. Yalnız, burada Atatürk'ün göz önünde tuttuğu amaç Türk gençliğine olan güvenini belirtmek ve böylece onu yüreklendirmek, onda ulusunun geleceği ve iyiliğiyle ilgili olarak bir sorumluluk duygusu uyandırmak olduğu için, onun böyle retorik bir araca baş vurmasından daha doğal bir şey olamaz. Dediğimiz gibi, kötü olan böyle bir araca baş vurulması değil, *bu aracın bencil ve kötü bir amaç uğrunda kullanılmasıdır.*

Dilin retorik gücüne baş vuranlar çok kez belli bir görüşün propagandasını yaptıkları için karşıt görüşleri küçültecek, onların doğru yanlarını gizleyecek şekilde konuşurlar. Dolayısiyle, özellikle pratik yaşayışımızı ilgilendiren konularda, tutulacak yollardan hangisinin en *akla-uygun* olduğu, yani en az çaba harcayarak, en çabuk ve en güvenilir bir şekilde bizi amaca götürebileceği üzerinde *serinkanlılıkla düşünüp karara varabilmemiz* için, dilin doğru yolu bulmamıza engel olabilecek her türlü retorik etkisinden sıyrılmamız gerekir. Önemli yurt ve dünya sorunlarına en akla-uygun çözüm yolunun bulunması veya bir ülke için en elverişli yönetim biçiminin seçilmesi söz konusu olduğu durumlarda *insanlar akıllarının sesine kulak verecek yerde çok kez duygularının akıntısına kaptırırlar kendilerini;* işte burada retorik kurnaz politikacının en şaşmaz ikna aracıdır. Onun için, uzun vadede en *elverişli çözüm* yolunun bulunmasını, başka bir deyimle, *en doğru kararın* verilmesini isteyenler, sonunda bunun bir hesap işi olduğunu düşünerek, sadece akıllarının sesine kulak vermek zorundadırlar. Bir benzetme yapmak gerekirse şöyle diyebiliriz: Pratik sorunların çözümü ile ilgili çeşitli teklifler karşısında *rasyonel*, yani akla en uygun biçimde davranmak isteyen bir kimsenin tutumu, savcı ile avukatların iddiaları karşısında *ideal bir yargıcın* tutumuna benzemelidir. İdeal bir yargıç, gerek savcının gerekse avukatların baş vurabileceği her türlü retorik etkilemeye karşı tetikte duran, dolayısiyle varacağı yargıda öne sürülen iddiaların doğruluğundan başka hiçbir şeyi hesaba katmamağa çalışan kimsedir. Kararlarını doğruluklar üzerine kurmağa önem veren her rasyonel insanın bu şekilde davranması istenir.

Ne yazık ki, gerçekte pek az insan bu anlamda rasyoneldir. Çoğumuz pratik yaşayışımızda duygu ve tutkularımızın tutsağı durumundayızdır; onun için, herhangi bir pratik sorunu enine boyuna inceleyip en doğru çözüm yolunu araştıracak yerde, teklif edilen çözüm yollarından o anda duygu ve tutkularımızı en fazla okşıyanını tercih ederiz. Dikkat edilirse, sosyal ve siyasal konularda yazı yazanlar veya söylev verenler arasında çoğunlukla en çok tutulanlar bu konularda bilimsel bakımdan en *yetkili* olanlar değil, iddia ve görüşlerini en *etkileyici* dille ortaya koyabilenlerdir. Bizde bazı fıkra yazarlarının, özellikle gençler arasında çok tutulmalarının ana nedeni budur. İşin ilginç yönü, bu gibi yazarların daha çok duygularıyla hareket eden gençleri değil, yaşlı aydın kişileri, bu arada birçok üniversite öğretim üyelerini bile büyük ölçüde etkileyebilmeleridir. Oysa dilin retorik etkisine kapılmanın pratik sorunlara en doğru çözüm yolu bulmak için ne yeterli, ne de gerekli olmadığını unutmamak gerekir. Hatta bize öyle geliyor ki, serinkanlı hesaplamanın her geçen gün biraz daha önem kazandığı çağımızda, dilin retorik etkisine kapılmak insana ve topluma faydadan çok zarar getirir.

Şimdi yurdumuzda pek sevilen bir fıkra yazarının bir yazısını birlikte inceleyelim:

EĞLENCE VE EĞLENCE YERLERİ

"Anadoluda 'eğlenme'nin bir anlamı da 'boş durmak'tır. Boş duran birine:

— Hadi eğlenme orda, çalış bakalım, derler.

Bu açıdan ele alındığında biz eğlenmeyi pek seven insanlarız. Yılın nice saatlerini kahve camlarının ardından sokağa bakarak kaybetmek başlıca eğlencelerimizden biridir. *Gizli işsizlikten yana pek zengin olduğumuzu da biliyoruz.* Nüfusun yüzde yetmişinin tarımda çalışması, mevsimlik çalışma düzenini toplumda usul haline getirmiştir. Memur ve işçi çevrelerinde "dalga geçmek" ve "sinek avlamak" adet hükmüne girdiğine göre eğlenmeyi topluca sevdiğimizi rahat rahat söyliyebiliriz.

Bir de bunun dışında eğlenme vardır: Dansetmekten tombalaya, polis romanı okumaktan kumar oynamaya kadar cümlesi bu çerçevenin içine girer. Gece kulüpleri, barlar, içkili sazlı gazinolar, fuhuş yerleri, birleşme evleri, koltuk meyhaneleri, esrar tekkeleri, kumarhaneler; hepsi de dizi dizi eğlencedir bir bakıma... Türkiyenin büyük şehirleri, İstanbul, İzmir, Adana, Ankara, eğlenceden yana dünyada hiçbir yeri aratmayacak kadar cömert bir yaşamın içindedir. *Sökeli mütegallibe banknotları ezmek* için İzmirin gece kulüplerinde gönül eğler. Pamuktan gelen *milyonları* Adananın barları *yutmak* için dizi dizi hazırdır. Ankaraya "iş takibine" gelen iş adamları nerde *kurtlarını dökecek?* İstanbul ise artık beynelmilel bir *sefahat merkezi* haline gelmiştir.

Türkiyede eğlence yerleri, *halkın eğlenmesi* değil *vurguncuların hovardalığı* üstüne kurulmuştur. Bir aile babası çoluğunu çocuğunu toplayıp pazar günü *nefes almaya kalksa gırtlağını sıkıp sömürürler*.. Bir tatil günü denize girmenin, kumlarda uzanıp güneşlenmenin bedeli *kazıklanmaktır*. Anadolu zaten böyle şeylerden uzaktır. Köylüsü, ırgatı, yarıcısı, işçisi, eğlenmeyi unutmuştur; *mütegallibe-komprador takımının sefahatı uğruna ter dökerler emekçiler.*

Peki... sebebi nedir bu hâlin?

Sebep açıktır: Bir memlekette iktisadî kalkınma *"her mahallede bir milyoner"* felsefesine oturtulursa ve *Amerikadan alınan milyonlarca dolar "her mahallede Amerikaya bağlı bir milyoner" yaratmak için harcanırsa böyle olur.*

Her mahalledeki bir milyoner, *çalışmadan vurduğu* paraları *cebine koyup avanesiyle* sbirlikte *felekten gece çalmaya* çıktığı zaman çevresinde derhal arabulucusundan fahişe ine, barcısından komisyoncusuna kadar bir hizmet sektörü doğacaktır. "Her mahalledebir milyoner" yaratmak yolunda memleket *berbat edildiğinde* ve *bütün ahlâk ölçüleri para ölçüsüne göre değerlendiğinde aklı ermez* bir sürü *yarım aydın:*

—Efendim kalkınmak için önce ahlâkı düzeltmeli.. diye *zavallı formüllerin* ardında vakit kaybedip, halkı da *aldatacaktır.*

—Ahlâk durup dururken bozulmaz ve durup dururken düzelmez.

Ahlâkın bozukluğundaki temel nedenleri araştırmadan ahlâkı düzeltelim diye ortaya çıkmak, nasihatla ve *tıraşla* ahlâkı düzeltmeye çalışmak *havanda su dövmektir.*

Türkiyenin büyük şehirlerinde *ahlâksızlık*, kumar, *fuhuş yuvaları* büyük *yatırımlara gittikçe* daha da beter hikâyelerin içine düşeceğiz. Dünkü gazetelerde bir gece kulübünde çıkan arbedeyi okuduk. Kadıköyde otuz kişilik bir çetenin reisi itediği haracı gece kulübünden alamamış ve dövülmüş, bunun üzerine çetenin adamları gece kulübü müdürünü tuzağa düşürüp vurmuşlar. Olağandır bu işler... İstanbulun bütün gece kulüpleri ve barlarının haraççıları, fedaileri, çeteleri, muhafızları vardır. Bunlar zaman zaman ihtilâfa düşüp silâhları konuştururlar. *Polis bu dâvaların iç-yüzünü bilir, ama elinden bir şey gelmez gelemez.*

İşler böylesine *çığrından çıkmıştır* Türkiyede...

Oysa çalışmayı esas almış ülkelerde, Stockholm'den Bükreş'e kadar gece saat yarımdan sonra açık yer bulamazsınız. Yalnız New York, Paris, Londra, Tokyo gibi dünyaya ün salmış çok zengin kentlerde gece kulübü sanayii fıkır fıkır çalışır.

Ne var ki, bizim *fakir fıkara Türkiyemizde sefahat hayatı rekoru çoktan kırılmıştır.* Her mahallede bir milyoner yetiştirmekle kalkınacağını sanan bir yoksul ülkenin *dramıdır* bu.. "Kapitalist yoldan" kalkınmak, yani *"insanın insanı sömürmesi" usulünü benimsemek ahlâkı çözer; batakhane, fuhuş yuvası, kumarhane imalâtını hızlandırır. Çalışan halk eğlencesiz kalırken imtiyazlı bir azınlığın hovardalığı için seferberliğe girişilir.* Bu seferberlikte çöken ahlâkın yarattığı suçluları kovalamak için polis yetmez.

Ahlâkın düzelmesi için ilâç sosyal adalet ve güvenliktir. Hele Türkiye gibi yoksul bir ülkede sosyal adaletsizlik büsbütün korkunçtur. *Sömürücü komprador takımının fuhuş, kumar, sefahat ve hovardalığa yaptıkları yatırım,* millî niteliklerimizi kökünden sarsıcı zararlı etkileriyle her gün gazetelerin birinci sayfalarında *boy atmaktadır.*

Hastalık ortadadır, salgındır, ama ilâcı da bellidir. O ilâcı kullanmak istemiyenler ahlâk kelimesini ağızlarına almaktan kaçınmalıdırlar."•

Hiç şüphesiz bu yazı dille etkileme sanatının oldukça başarılı bir örneği. Nitekim, yazar bol bol duygusal yükü ağır basan, hatta yer yer *patlayıcı* sözcükler kullanarak son derece karamsar bir tablo çizmeği başarmış. Çizdiği bu tablonun birçok okuyucuda içinde yaşadığımız toplum düzenine, hele bu düzenin ekonomik yapısına karşı hoşnutsuzluk, hatta nefret duyguları, dolayısiyle kendi salık verdiği düzene karşı özlem uyandırması beklenebilir. Olanı kötülemek olması gerekene karşı duyulan özlemi büsbütün artırdığından, bu karamsar tablonun kurulu düzenden hoşnut olmıyanlar üzerindeki etkisi daha da büyük olacaktır. Böyle bir hava içinde bu gibilerin yazarın her dediğini doğru saymaya yatkın olmaları da mümkündür.

Şimdi, akla-uygun bir şekilde düşünmek ve davranmak isteyen bir kimsenin böyle bir yazıyı okuduktan sonra, hatta okurken kendisine şu soruları sorması gerekir:

1. Bu yazıyı daha nötr, yani duygusal etkiden arınmış bir dile nasıl çevirebilirim?

2. Yazar bu yazıyı ne maksatla yazmış?

• İlhan Selçuk, Cumhuriyet Gazetesinde çıkan bir fıkrasından.

3. Öne sürdüğü iddialar ne derece doğru?

4. Ana-iddiasını yeteri kadar belgeleyebilmiş mi?

Şimdi, gene yukarki yazıyı örnek alarak, herbir soru üzerinde kısaca duralım:

1. Biz yukarda duygusal yükü özellikle ağır basan sözcüklerin altını çizdik (gerçekte bu metinde böyle altı çizilmesi gereken daha pek çok sözcük var). Bunlar daha az etkili sözcüklerle değiştirilmesi gereken sözcükler. Böyle bir çeviriden maksat 3 üncü ve 4 üncü sorulara serin-kanlılıkla cevap verme zemini hazırlamaktır, zira duygularımızı etkileyen bir dil çok kez öne sürülen iddiaların doğru olup olmadıklarını araştırmamıza engel olabilir. Duyguların kuvvetle harekete geçtiği yerde akıl işlemez olur. Hele acıma, nefret, kin, korku gibi güçlü duygular aklı büsbütün dumura uğratabilirler. Oysa *doğruluk* konusunda akıldan başka baş vuracak bir merci yoktur. İnsanlar genellikle duygularını okşayan iddiaları, salt bu yüzden, doğru saymak eğiliminde oldukları için, bu türlü iddiaları duygusal etkiden oldukça arınmış bir dile çevirme doğruluğu aramanın ön-şartıdır.

2. Kullandığı dilin aşırı derecede duygusal tonundan da anlaşılabileceği gibi, yazar bugünkü Türk toplumunda gördüğü çeşitli kötülüklere (bir yanda yoksulluk, öbür yanda ahlâksızlık) karşı duyduğu nefreti dile getirmiş; bir deyime bol bol içini boşaltmış. Ancak biricik maksadının içini boşaltmak olmadığı da muhakkak. Bir yandan kurulu düzene karşı öfke ve nefretini belirtirken, bir yandan da bütün kötülüklerin tek kaynağının bizdeki (kendi deyimiyle) «komprador-kapitalizmi»ne dayanan ekonomi düzeni olduğunu, dolayısiyle bu düzen değişmedikçe, daha açıkçası sosyalist bir düzen gelmedikçe işlerin düzelmiyeceğini iddia ediyor. Yazıya başlığını veren «Eğlence» teması da aslında yazarın sosyalist ideolojisini savunmak için kullandığı bir vesileden ibaret. Gerçekte demek istediği şu: Herkesin mutluluktan pay alabileceği, dolayısiyle insan gibi *eğlenebileceği* toplum düzeni sosyalist ekonomiye dayanan bir düzendir.

3. Üçüncü olarak yapılacak şey, yazarın bütün önemli iddialarını alt alta dizip her biri karşısında «doğru mu?» sorusunu sormak. Dikkat edilirse, yazarın iddiaları arasından bir kısmını herkes kolaylıkla doğru diye kabul edebilir. Ancak bunların çoğu «sudan doğrulukları». Asıl önemli iddiaları için aynı şeyi söylemek güç. Ne var ki, insan bir yazıda okuduğu birçok iddiaların doğru olduğuna bakarak, yazarın *her söylediğinin* doğru olduğu sanısına kolaylıkla kapılabilir. Onun için, herbir iddiayı ayrı ayrı eleştirmede fayda vadır.

4. Bütün bu hazırlıklardan sonra yapılacak en önemli iş, ana iddianın doğru olup olmadığını, daha uygun bir deyimle, yeterince *belgelenmiş*

olup olmadığını araştırmaktır. Okuduğumuz parçada yazarın bu konudaki çabası bazı imalarda bulunmaktan öteye gitmiyor. Örneğin, «çalışmayı esas almış ülkeler» den, bu arada Stockholm ve Bükreş gibi kentlerden söz ediliyor, ama bütün bunların ana iddiayı ne derece desteklediklerini anlamak güç. Yazarın genellikle kapitalist, ama özellikle «kapkaççı» kapitalist ülkelere karşı duyduğu nefretin nedenlerinden biri, bu gibi ülkelerde insanların sömürenler-sömürülenler olmak üzere iki sınıfa ayrılmış olması, bunlardan sömürenlerin, başkalarının emeğini kullanarak zengin oldukları için, servetlerini kumar, fuhuş, sefahat gibi «ahlâksızca» eğlencelerde «öğütmeleri» (!), buna karşılık, sömürülenlerin aylaklıktan başka bir eğlenceleri olmayışı. Bundan çıkardığı sonuç da şu: ancak sosyalist bir düzende insanlar «insanca» eğlenebilirler.

Şimdi böyle bir iddia karşısında şu sorular sorulabilir:

(i) Fuhuş, sefahat, kumar gibi ahlâksızlıklar salt kapitalist ülkelere vergi hastalıklar mıdır? Bunlara sosyalist ülkelerde rastlanmaz mı?

(ii) Bu gibi ülkelerde herkesin "insan gibi" eğlendiği, hatta yüzünün güldüğü doğru mudur ?

(iii) Kapitalistlerin ne kadarı «havadan kazandıklarını» (!) sefahat yolunda «öğütme» (!) alışkanlığındadır?

(iv) Fakir halkın hiçbir eğlencesi yok mudur?

(v) «Ahlâkın çözülmesi» ne demektir? Ahlâksızlık denince yalnız yazarın saydığı kötülükleri mi anlamak lâzımdır?

(vi) Ekonomik düzen ile ahlâk düzeni arasında bir neden-sonuç bağlantısı var mıdır?

Ancak bütün bu sorular sorulduktan sonra, yazarın iddialarında *ne derece haklı* olduğu anlaşılabilir. Yalnız böylesine köklü bir eleştirme zaman, sabır ve bilgi ister. Bu ise sıradan adamın gücünü aşan bir işdir. Ancak her şeyin üstünde doğruluğa değer verenler eleştirici bir tutumun gerektirdiği düşünme alışkanlıklarını edinebilirler. Ne yazık ki, insanların büyük çoğunluğu salt hoşlarına giden veya işlerine gelen inançları doğru diye benimsemek eğilimindedirler. Doğrudan yana olacak yerde, doğruluğun kendilerinden yana olmasını isterler. Bir felsefecinin baş erdemi ise doğruluktan yana olmayı öğrenmektir.

Alıştırmalar

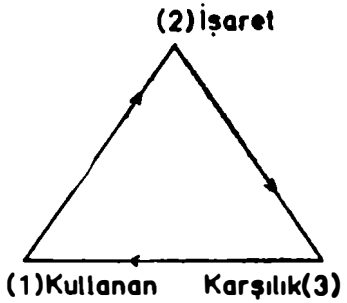
Bundan böyle okuduğunuz yazılar üzerinde yukarda saydığımız işlemleri yapmayı deneyiniz.

2. SEMİOTİĞİN ANA-KAVRAMLARI

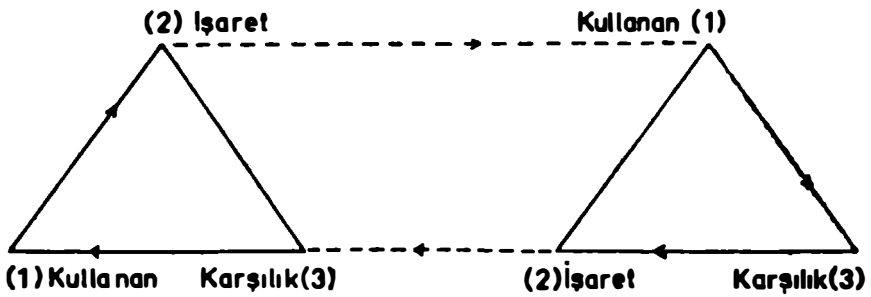
Semiotiğin her türlü (dilsel) işaret sistemlerinin yapısını ve işleyişini incelediğini söylemiştik. Son yarım yüzyılda hızla gelişen bu bilim de üç ana dala ayrılır: (i) *Sentaks* veya Söz-dizimi bilgisi; (ii) *Semantik* veya Anlam-bilgisi; (iii) *Pragmatik* veya Kullanan-bilgisi. Bu sınıflamanın neye dayandığını aşağıda göstereceğiz.

A. KULLANAN, İŞARET, DİL-DIŞI KARŞILIK

Herhangi bir bildirişme bağlamında en az üç etken işe karışır: (1) *Kullananlar*; (2) *İşaretler*, yani herhangi bir niyetin iletilmesi için baş vurulan fiziksel nesne veya olaylar; (3) İşaretlerin *dil-dışı karşılıkları* veya işaret ettikleri nesneler. Bu etkenlerin herbirini, kısalık sağlıyabilmek için, sırasıyla 'kullanan', 'işaret' ve 'karşılık' sözcükleriyle dile getirecek olursak, bu üç etken arasındaki bağlantıyı şöyle bir üçgen yardımıyla gösterebiliriz.



Bu basit şemaya göre, (1) kullanan (2) işaret aracılığıyla (3) dil-dışı karşılığı dile getirir. Yalnız, bir *bildirişme*'den sözedilebilmesi için, en az iki *kullanan*'ın olması şarttır. Buna göre, yukarki şemayı şöyle genişletmemiz gerekecektir:



Birinci üçgende kullanan kişi (hayvan veya insan) işareti veren («verici»), ikinci üçgende ise işareti alan («alıcı») durumdadır. Kullananın herhangi bir işareti verebilmesi için işaretin hangi (dil-dışı) nesnenin karşılığı olduğunu *bilmesi*, başka bir deyimle, herhangi bir nesne karşısında hangi

dilsel tepkide bulunmak gerektiğini (şartlandırılmış bir tepke yardımıyla) *öğrenmiş* olması; alıcının ise aldığı işaretin verici tarafından neye karşılık olarak veya hangi maksatla kullanılmış olduğunu anlaması gerekir.

Başka bir deyimle, vericinin zihninden geçenlerle alıcının zihninden geçenler (örtük davranışları) aynı olacak, yalnız herbirinde bu örtük davranışları meydana getiren olayların sırası farklı olacak. Nitekim yukarki şema bu değişikliği yeteri kadar belirtiyor. Verici herhangi bir durum karşısında belli bir dilsel davranışta bulunuyor, alıcı da verilen işareti doğru yorumlamışsa, vericiyi bu dilsel davranışa götüren şeyin ne olabileceğini anlıyor, yani kendisi de o durum karşısındaymış gibi davranıyor. Bunu, gene Bühler'in üçlü sınıflamasında kullandığı deyimlerden faydalanarak, şöyle özetliyebiliriz: Verici için «işaret» zihinsel durumunun (zihninde olup bitenlerin) bir *belirtisi* (symptom) ve bildirmek istediği niyetin bir *sembolü* (symbol), alıcı için ise bir *uyartı* (signal) dır.

Bildirişmenin bu şematik açıklamasından sonra, sözünü ettiğimiz ana-etkenleri birer birer kısaca inceleyelim:

1) *Kullanan:* Bloomfield gibi bazı dilciler, yukarki şemadan da anlaşılabileceği gibi, bildirişmede üç değil, dört etkenin işe karıştığını belirtiyorlar: Her bildirişmede (bir kimsenin kendi kendiyle bildirişmesi de dahil) *işaret* ve *dil-dışı karşılık* etkenlerinden başka, işareti *kullanan* ve *yorumlayan*'ların işe karıştığı meydandadır. Ancak kullananla yorumlayan, başka bir deyimle, *alıcı* ile *verici* sadece bildirişmedeki geçici rolleri bakımından değişik kişiler olduğundan, ikisini tek etken saymada herhangi bir sakınca olmadığı gibi, açıklamalarda sağladığı kısalık bakımından, büyük bir fayda vardır. Nitekim herhangi bir dili *kullanan* herkes hem alıcı hem verici rolünü oynıyabilmelidir, yoksa o dili bilmiyor demektir.*

Bu üçlü şemaya göre, bir işaret hem karşılığı olduğu *dil-dışı bir nesne*'nin, hem de onu bu nesnenin karşılığı olarak anlayan veya yorumlayan bir kişinin, yani *kullanan*'ın varlığını şart koşar. Şu halde, bir dilin olabilmesi için bu üç etken hem gerekli hem yeterlidir.

2) *İşaret:* Herhangi bir *kullanan* maksat veya niyetlerini (düşünce, inanç, duygu, arzu ve dileklerini) işaretler yardımıyla başkalarına iletir. *Dilsel* (yani sözlü ve yazılı) işaretler, bildirişme araçlarından yalnız bir kısmını teşkil ederse de, en yaygın olanları ve en önemlileri bunlardır.

---

* Gerçi kendi ana-dilinden başka bir (yabancı) dili pasif bir şekilde bildiği halde aktif bir şekilde kullanamıyan (yani o dili konuşamıyan, hatta yazamıyan) kimseler de vardır, ama bu gibilerin o dili gerçekten de bildikleri, hiç değilse, tam bildikleri söylenemez. Kaldı ki, yabancı bir dili konuşmasını veya yazmasını bilmek bir alıştırma işidir; bir dili aktif bir şekilde kullanamıyanlarda bile, bir alıcı olarak o dili anladıkları ölçüde, bir *kullanma yeteneği* olduğu şüphe götürmez.

3) *Dil-dışı Karşılık:* İşaretlerin dil-dışı karşılıklarına, kısalık kaygısıyla, *karşılık* dedik. Kolaylıkla anlaşılabileceği gibi, her işaret *herhangi bir şeyin işaretidir;* başka bir deyimle, işaretin dil-dışı bir karşılığı vardır. Modern Semiotik'te bir işaretin gösterdiği nesneye *designatum* denmektedir. Buna göre, örneğin 'Marmara' sözcüğünün gösterdiği nesne (dil-dışı karşılık) Marmara denizi, 'mavi' sözcüğünün karşılığı belli bir renk, 'ısı'nın gösterdiği nesne ise belli bir fiziksel nitelik, v.b.g. dir. Yalnız, dildeki herbir sözcüğün bu anlamda dil-dışı bir karşılığı yoktur. Nitekim, 've' sözcüğünün dil-dışı karşılığını 'Marmara'nınki gibi parmakla gösteremeyiz. Oldukça karmaşık olan bu konuya «anlam bağlantısı» nı incelerken kısaca dokunacağız. Bizi şimdilik bu saydığımız üç ana-etken açısından Semiotiğin hangi dallara ayrılabileceği sorusu ilgilendiriyor.

Dille ilgili araştırmaların tümünü içine alan en kuşatıcı işaretler bilimine «Semiotik» diyoruz. 'Dil' sözcüğünü burada yalnız *günlük-dil* (doğal veya tarihsel dil) anlamında değil, bütün teknik dilleri, sözün kısası, her türlü doğal veya yapma dilleri içine alacak şekilde, en geniş anlamda kullanıyoruz. Buna göre, nasıl 'Yarın yağmur yağacak' cümlesi günlük (doğal) dilin düzgün bir deyimi (anlamlı bir söz-dizisi) ise, aynı şekilde '$C+O_2 \rightarrow CO_2$' sembol-dizisi de kimya dilinin düzgün bir deyimidir. Nitekim bu deyimde geçen 'C' ve 'O' sembolleri 'karbon' ve 'oksijen' sözcüklerinin (sembolik) kısaltmaları olup dizinin bütünü günlük dile çevrilirse, 'Bir karbon molekülüyle iki oksijen molekülünün birleşmesinden bir karbondioksit molekülü meydana gelir' deyimi elde edilir. Aynı şekilde, '2+2=4' deyimi aritmetik dilinin doğru bir cümlesidir. Bu anlamda herbir özel uğraşı alanına özgü bir «dil» olduğu söylenebilir (bilim dili, ahlâk dili, hukuk dili, metafizik dili, gemicilik dili, v.b.g.).

Yalnız Semiotiğin amacı bu çeşitli dillerin ayırdedici özelliklerini araştırmak değil, tam tersine, bütün dillerin ortak mantıksal yapısını meydana çıkarmak, daha açık bir deyimle, herbirini dil yapan ortak özçizgilerini aydınlatmaktır. Bu anlamda Semiotik *herhangi bir dil*'in bilgisidir. Bu bakımdan Semiotiğin genel dil bilimi (general linguistics) ile örtüşmesi gerekeceği akla gelebilir. Ancak Semiotiğin amaçları da, yöntemleri de dil bilimininkinden farklı olup ikisini birbirinden ayırdeden en önemli özçizgisi, Semiotiğin, doğal dillerin de mantıksal yapısını aydınlatmak amacıyla, yapma dil-sistemleri kurması ve onları incelemesidir.

B. SENTAKS, SEMANTİK, PRAGMATİK

Herhangi bir dilin incelenebilmesi için o dili kullananların dilsel davranışlarını gözlemek gerekeceği şüphe götürmez. Buna göre, Semiotiğin bu üç dalı arasında Pragmatiğin başta geleceği, bütün öteki dalların ancak

Pragmatik temeli üzerinde kurulabileceği meydandadır. Empirik dilbiliminin Pragmatik'ten başka bir şey olmadığı söylenebilir. Kolayca tahmin edilebileceği gibi, Pragmatik, dilde işe karışan bütün etkenleri hesaba katmak zorundadır; buna karşılık, öteki Semiotik dalları yalnız bir veya iki etkeni hesaba katmakla yetinebilirler.

(a) Sentaks veya Söz-dizimi bilgisi: Dilsel işaretleri gerek «kullanan» gerek «dil-dışı karşılık» etkenlerini hesaba katmadan inceleyen Semiotik dalına *Sentaks* diyoruz. Buna göre, Sentaks, üçgenin sadece üst-köşesiyle ilgili olup işaretlerin kendi aralarındaki biçimsel bağlantıları inceler; onların ne zaman ve kimler tarafından kullanıldığı, dil-dışı karşılıklarının ne olduğu (ne anlama geldiği) Sentaksı ilgilendirmez. Örneğin, kimya diline ait olan '$C+O_2 \rightarrow CO_2$', günlük dilden alınan 'Yarın yağmur yağacak' ve matematik diline ait olan '2+2=4' deyimlerinde Sentaksı ilgilendiren sadece 'C', 'yağmur', '+', '→', '=' işaretlerinin bu deyimlerdeki söz-dizimsel göreviyle (özne, yüklem, v.b. gibi), herhangi bir dilde ne gibi deyimlerin «düzgün deyim» sayılabileceğini gösteren kuralları, bir de bazı deyimlerden başka hangi deyimlerin türetilebileceğini gösteren kuralları tespit etmektir. *Kullanan* ve *anlam* etkenlerini hesaba katmadığı için, Sentaks Semiotiğin en *biçimsel* (formel), dolayısiyle en *soyut* dalıdır.

(b) Semantik veya Anlam-bilgisi: «Kullanan» etkenini hiç hesaba katmadan, dilsel işaretlerle dile getirdikleri nesneler (yani dil-dışı karşılıkları) arasındaki bağıntıyı inceleyen Semiotik dalına *Semantik* diyoruz. Buna göre, Semantik üçgenimizin sağ kenarıyla (2 ile 3) ilgili yalnızca; işaretle işaret ettiği nesne arasındaki bağa *anlam bağlantısı* denildiğine göre, Semantiğin görevi, her türlü *anlamlı olma*'yı incelemektir.

(c) Pragmatik veya Kullanan-bilgisi: Bir dili meydana getiren işaretlerin ne şekilde ve ne amaçla kullanıldığını anlayabilmek için bu işaretleri kullananların *dilsel davranışlarını* gözlemek gerektiğine göre, Pragmatik Semiotik'in en temel ve en somut dalıdır. Semantik ve Sentaksa ait bütün bilgilerimizi bu gözlemlerden çıkarırız. Ancak, bu iki bilgi dalı bir dilin herkesce kabul edilmiş ortak anlam ve söz-dizimi kurallarını inceler, ama kullananların özel durumlardaki kişisel davranışlarını hesaba katmaz. Bir dilde özellikle kullananları ilgilendiren çeşitli etkenleri Pragmatik inceler.

C. SALT SEMİOTİK VE TASVİRSEL SEMİOTİK

Semiotik araştırmalar, baş vurdukları yöntem bakımından *salt* ve *tasvirsel* olmak üzere iki ana öbeğe ayrılırlar. Tasvirsel Semiotik (descriptive Semiotics) empirik yöntemlerle işgören bir bilgi dalı olup ilkece tarihsel dillerin yapısını tasvir etmeğe ve çözümlemeğe çalışır. Salt Semiotik (pure

Semiotics) ise, daha çok herhangi bir mantıkçının özel amaçlarla kurduğu soyut bir dil-sisteminin özelliklerini inceler.

İster salt ister tasvirsel olsun, Semiotiğin amacı bir dili yöneten sentaktik, semantik ve pragmatik *kuralları* tespit etmektir; *tasvirsel* Semiotik herhangi bir tarihsel dili yöneten kuralları bulup meydana çıkarmağa çalışır; *salt* Semiotik ise bu kuralları kendisi koyar. İlerde göreceğimiz gibi, mantıkçının keyfe-bağlı uzlaşımlarıyla meydana getirdiği bir dil sistemi, gerek sentaktik, gerek semantik kuralları bakımından hem *tek-biçimli* (uniform) hem *tek-anlamlı* (univocal) bir dildir. Salt Semiotiğin başka bir özelliği de, dil sistemini belli bir mantıkçının ortaya koymasından ötürü, burada Pragmatiğe ihtiyaç olmamasıdır. Buna göre, salt Semiotik, salt Sentaks'la salt Semantık'ten kuruludur. Oysa, daha önce de belirttiğimiz gibi, tasvirsel Semiotik'te Pragmatık öteki Semiotik dallarının da temeli durumundadır, çünkü herhangi bir dilde geçerli olan semantik ve sentaktik kuralları meydana çıkarabilmek için, her şeyden önce o dili *kullananlar*'ın dilsel davranışlarını gözlemek gerekecektir. Salt Semiotıkle tasvirsel Semiotık arasındakı ayrımı bir örnekle şöyle aydınlatabiliriz:

Şimdıye kadar bilmediğimiz bir dilin, örneğin Eskimo dilinin, sentaktik ve semantik niteliklerini öğrenmek istediğimizi düşünelim. Bunun için Eskimoların dilsel davranışlarını incelemekten başka bir yol olmadığı meydandadır. Bırtakım gözlemler sonunda Eskimoların 'iglu' sözcüğünü buz bloklarından yaptıkları barınakları için kullanma alışkanlığında olduklarını ve bu sözcüğü başka bir nesneye uygulamaktan daima geri durduklarını tespıt etmıs olalım. O zaman, bir empirik genelleme ile,

(1) x yerınde ve z zamanında Eskimolar 'ıglu' sözcüğünü bızim ev dediğimiz nesneleri göstermek ıçın kullanıyorlar

şeklinde dile getirebileceğimiz bir *pragmatık kural* elde ederiz. Bu kuralın *tasvirsel* Semiotiğe aıt olduğu meydandadır. Bu pragmatik kuralın doğruluğu ıyice bekıştırıldıkten sonra, bundan

(2) Eskımo dılında 'ıglu' *ev* (genel olarak barınak) anlamına gelir

şeklınde dile getirebıleceğımız bir *semantık kural* elde edebiliriz. (Böyle bir kural «Eskimoca'nın Sözlüğü»nü yazan bir dilcinin kabul ettiği bir kuraldır.) Bu kural yardımıyla ve 'iglu' sözcüğünün geçtiği çeşitli bağlamları inceleyerek,

(3) Eskimoca'da 'ıglu' bir cins ısmidır

veya

(3') Eskimoca'da 'iglu' bir yüklemdir

türünden iki kural elde ederiz; bunların ikisi de birer *sentaks* kuralıdır.

Dikkat edilirse, (1) in *pragmatik* bir kural olduğu, burada *kullanan* etkeninin (belli bir zaman-uzay kesiminde yaşıyan Eskimoların) anılmasından anlaşılır. Buna karşılık, (2) *semantik* kuralında kullanan etkeni geçmiyor, sadece belli bir dilde belli bir işaretin ('iglu' sözcüğünün) neyi gösterdiği veya ne anlama geldiği belirtiliyor. (3) de ise 'iglu' sözcüğünün anlamından da sözedilmiyor, sadece belli bir dilde bu sözcüğün *sentaktik görevi*'nin ne olduğu belirtiliyor. Şimdi, (2) nin geçerliliği (1) in, (3) ün geçerliliği ise (2) nin doğruluğuna dayanır. Buna göre, «Eskimoca» gibi tarihsel bir dilin Semantiği ve Sentaksı ancak bu dilin Pragmatiğinin empirik incelenmesi sonunda elde edilebilir. Böylece herhangi bir tarihsel dilin *anlamlı* deyimleri ile (Semantik) *düzgün* deyimlerinin (Sentaks) tespiti önünde sonunda tasvirsel bir bilim dalı olan Pragmatiğe dayanır.

Yalnız, Pragmatik tasvirsel Semiotiğin temel-dalı olmakla birlikte, görevi Semantikle Sentaksın malzemesini sağlamaktır, yoksa Pragmatik kendi başına bilimsel bir araştırma alanı değildir. Başka bir deyimle, genel olarak Semiotiği ilgilendiren, herhangi bir dilin semantik ve sentaks kurallarını meydana çıkarmaktır; çünkü bir dil bu iki çeşit kuraldan kuruludur. Bu kuralların kimler tarafından kullanıldığını bilmek dilin anlaşılması için gerekli değildir. Nitekim, *salt Semiotik*'te Pragmatiğe ihtiyaç yoktur. Öyle ki, salt Semiotikte dili kurma işine ilkönce Sentaksla başlanır, yani hangi deyimlerin «*düzgün deyim*» sayılacağı kurallarla tespit edilir; ondan sonra da bu düzgün deyimlerde geçen tek tek işaretlerin anlamları tespit edilir. Bütün bu işleri bir mantıkçı yaptığı için ayrıca bir Pragmatiğe ihtiyaç yoktur; daha doğrusu, burada Pragmatik örtük bir şekilde vardır, çünkü herhangi bir kuralın konabilmesi için onu koyan birinin bulunması şarttır. Ancak dilin kurulmasına Sentakstan başlanılması, yani tasvirsel Semiotiğin tam tersi olan bir yönteme baş vurulması *salt* Semiotiğin a priori bir uğraşı olduğunu, dolayısiyle burada *kullanan*'ın hiç bir pratik önemi bulunmadığını gösterir.

D. TARİHSEL DİLLER VE YAPMA DİLLER

Canlılar, özellikle insanlar arasında bildirişme amacıyla kullanılan çeşitli işaret sistemleri vardır. Her işaret sistemine bir *dil* denilebilirse de, biz bu derslerimizde bu diller arasından yalnız insanlar arasında sesli ve yazılı işaretler aracıyla bildirişmeyi sağlıyan dili inceliyeceğiz.

Genel olarak mantıkçılar ve dil-felsefecileri bu anlamda dilleri *doğal* (natural) diller ve *yapma* (artificial) diller olmak üzere iki ana öbeğe ayırıyorlar. 'Doğal' sözcüğünün belirsizliğini göz önünde tutarak, onun yerine bazan *'tarihsel'* deyimini kullanacağız. Şimdi, tarihsel diller toplumların tarihleri boyunca kendiliğinden, nerdeyse farkında olmadan, hiç değilse bilinçli ve sistematik bir çaba göstermeden geliştirdikleri işaret sistem-

leridir. Tarihsel dillerin karşısında *yapma* dediğimiz diller yer alır. Bu sonunculara *dil sistemleri* de denmektedir. Yalnız, gene bir yanlış anlamayı önlemek için 'yapma' (artificial) sözcüğünün buradaki anlamını iyice belirtmemiz gerekiyor.

Gerçekte bütün diller bir (veya birçok) *kullanan* tarafından özel bir amaçla (bildirişme) meydana getirilen ve çoğu uzlaşımsal olan işaretlerden kurulu olmak bakımından yapmadırlar; insan tarafından biyolojik gelişmesinin belli bir aşamasında ortaya konmuş, üretilmiş, başka bir deyimle uydurulmuşlardır. Onun için, dile kültürün, yani insan yaratılarının en önemlisi gözüyle bakılır; her alet gibi dil de insan emeğinin ürünüdür; doğada hazır bulduğu bir şey değildir. Bu bakımdan dil insanın doğaya bir katkısıdır. Ancak insanın tarih boyunca geliştirdiği ve bildirişme'de kullandığı çeşitli dilleri *yapma* dillerden ayırdedişimizin sebebi, birincilerin zaman içinde, günlük pratik ihtiyaçların dürtüsü altında kendiliğinden ve oldukça düzensiz bir şekilde gelişmiş olmalarına karşılık, sonuncuların belli bir kimse (çok kez bir mantıkçı veya bilim filozofu) tarafından özel bir *teorik* amaçla kurulmuş olmalarıdır. Kuruluşları bakımından iki dil türü arasındaki ayrım, daha çok ilkel bazı uluslarda rastlanılan ve ne zaman, ne şekilde, kimin tarafından kurulduğu bilinmeyen *doğal dinler* (natural religion) le tarihin belli bir zaman kesitinde *peygamber* denilen belli bir kişi tarafından kurulan *pozitif* veya *konma dinler* (positive religion) arasındaki ayrıma benzer. Buna oldukça benzer bir ayrım da *doğal hukuk* (natural law) ve *pozitif hukuk* (pozitive law) arasında yapılmaktadır. Yukarki açıklamalarımızdan da anlaşılacağı gibi, *tarihsel* dillerin (semantik ve sentaktik) kurallarıyla *yapma* dillerin kuralları arasındaki ayrım, bir toplumun töreleriyle yazılı kanunları arasındaki ayrımı andırır. Töreler, yerleşmiş ve alışkanlık haline gelmiş toplumsal davranış biçimleridir; aynı toplumun üyeleri nerdeyse otomatik bir şekilde kendi davranışlarını toplumun törelerine uydurmak zorundadırlar. Töreler toplumun hiçbir *belli* üyesi tarafından konmamış olduğu için bütün toplumun ortak ürünü sayılır. Buna karşılık, kanunlar belli bir zaman-uzay kesiminde belli kimseler tarafından konulmuş olup toplum üyelerinin bundan sonra nasıl davranmaları gerekeceğini belirler. Buna göre, bir toplumun törelerinin neler olduğu toplum üyelerinin davranışlarından çıkarıldığı halde, kanunlar aynı üyelerin toplumsal davranışlarının *nasıl olması gerektiğini* belirliyen kurallardır. Bu bakımdan *kanunlar* normatif ilkelerdir. Yapma dilleri inceleyen *salt* Semiotiğin de amacı *ideal* bir dilin basitleştirilmiş bir örneğini (modelini) çizmektir.

Ancak 'yapma dil' deyiminin de iki anlamı olduğunu hatırlatmak isteriz: 1) *Esperanto* veya *Interlingua* gibi bütün yaşıyan tarihsel dillerin yerini almak üzere gene belli bir kimse tarafından *evrensel bir bildirişme aracı olarak* geliştirilen yapma diller; bunlar tarihsel dillerden bazı söz-dizimi

kurallarını, hatta sözcüklerini değiştirerek almış veya yeni baştan koymuş olabilirler. 2) Gene herhangi tarihsel bir dil içinde kurulan *yapma dil-sistemleri*. Bu dil sistemlerini yaşıyan tarihsel dillerden ayırdeden en önemli özellik, sonunculara da rastlanan *çok-anlamlılık* ve *belirsizlik*'ten annmış olmalarıdır. Tarihsel diller *bildirişme*'yi sağlamak için son derece ince ve karmaşık kurallar geliştirmiş olmalarına karşılık, gerek söz-dizimi kurallarının gerekse sözcüklerinin çok-anlamlı ve belirsiz olmalarından ötürü, *bildirişme* işini tam bir güvenlikle yürütme gücünden yoksundurlar. Onun için mantıkçılar sentaksı ve semantiği tek-anlamlı ve belirli dil-sistemleri yapmak veya kurmak zorunda kalmışlardır. *Esperanto* türünden yapma dillerden farklı olarak, bu dil-sistemleri bildirişmede kullanılmak amacıyla değil daha çok *ideal* veya teorik bir model olarak tarihsel dillerin yapısını aydınlatmak, kusursuz bir dilin nasıl olması gerektiğini göstererek, tarihsel dillerin, özellikle bilim dilinin formelleştirilmesine kılavuzluk etmek amacıyla kurulurlar. Bu dillerin ifade imkânlarının tarihsel dillere kıyasla çok daha kısır ve her türlü esneklikten yoksun olacağı meydandadır. Sözlükleri sınırlı, sentaks ve semantikleri tek-anlamlı ve belirli, üstelik her türlü pragmatik duygusal etkiden arınmış olan bu yapma dillere *formelleşmiş* (formalized) diller de denir.

E. DEYİM-TİPİ, DEYİM-ÖRNEĞİ

Şu iki cümleyi göz önünde bulunduralım:

(1) Türkçe'nin bugünkü sözlüğünde 27 bin *sözcük* varmış.

(2) Gönderilecek fıkraların 250 *sözcüğü* geçmemesi şarttır.

Dikkat edilirse (1) de geçen 'sözcük' sözcüğünün (2) dekinden farklı bir anlama geldiği anlaşılır. Bu ayrımı dile getirmek için, (1) de 'sözcük'ün «sözcük-tipi» anlamında, (2) de ise «sözcük-örneği» anlamında kullanıldığını söyliyeceğiz. Belli ki (2) de her sözcüğün fıkradaki *her ayrı geçişi* söz konusudur; ama pekalâ *aynı* sözcük fıkrada *birçok defa* geçebilir. Burada *'aynı* sözcük'den kastedilen «*aynı sözcük-tipi*» dir.

Nitekim bir reklâm bürosu bastırdığı herhangi bir metnin ilân ücretini o metindeki sözcüklerin her geçişini sayarak hesaplar. Buna karşılık, «Sözdağarcığı bakımından en zengin dil İngilizce'dir» veya «En fazla sözcük kullanan yazar Shakespeare'miş» dendiği zaman, bunu İngilizlerin çok konuşan veya yazan geveze bir ulus, Shakespeare'in ise en verimli yazar olduğu şeklinde yorumlamak saflık olur. Bu yönden Çinlilerin İngilizlere, Lope de Vega'nın ise Shakespeare'e taş çıkarttığına şüphe yoktur. İngilizce'nin zenginliği bu dilin sözlüğünde yer alan *ayrı tipten* sözcüğün sayısıyla ilgilidir. Aynı şekilde Shakespeare'in hacimce hiçde kabarık olmayan eserlerinde 20.000'e yakın ayrı tipten sözcüğün geçtiği hesaplanmıştır.

İmdi, bir ve aynı sözcüğün her ayrı *geçişine* (occurrence) ***«sözcük-örneği»*** («word-token») veya *«sözcük-olayı»* («word-event») diyoruz; bu her iki örneğin veya olayın *biçimce* (shape) ortak olan yönüne ise *«sözcük-tipi»* diyoruz. Buradaki 'aynı' deyimi «biçim veya kalıp bakımından benzeyen» anlamına gelmektedir. Aşağıdaki kısa parça üzerinde bu ayrımı kolaylıkla görebiliriz.

«Sabah erken kalkmak sağlığa yararlıdır. Onun için, Ali her sabah erken kalkmak alışkanlığını edinmiştir. Siz de sağlığa yararlı alışkanlıklar edinmeğe çalışınız.»

Dikkat ederseniz, burada 'sabah', 'erken', 'kalkmak', 'sağlık', 'alışkanlık', 'yararlı', 'edinmek' hep *ikişer defa* geçiyorlar. İşte bu sözcüklerin *herbir* geçişine «sözcük-örneği», her geçişlerinde aynı kalan biçimlerine ise «sözcük-tipi» diyoruz. Aynı sözcük-tipinin sayısız örnekleri olacağı meydandadır; çünkü aynı sözcüğü istediğimiz kadar tekrarlıyabiliriz. Bazan aynı sözcüğün birbirinden (söyleniş veya yazılış bakımından) biraz farklı biçimde olan örnekleri de olabilir. Söz gelişi, 'kapı', 'gapı', 'kapu', 'kapi' Türkçemizde bir ve aynı sözcük-tipinin (farklı ağızlardaki) değişik örnekleridir. Burada gene de *aynı* sözcük'ten sözedişimizin nedeni, herbir örneğin *aynı* (çok benzer) biçimde oluşudur. Biçimi aynı olan bir sözcüğün *değişik anlamları olabilir*.

Alıştırmalar

Aşağıdaki cümlelerde 'sözcük' sözcüğünün hangi anlamda kullanıldığını belirtiniz:

1. Shakespeare en fazla sözcük kullanan İngiliz yazarıymış.
2. Webster sözlüğü 125 bin sözcüğün anlamını açıklıyor.
3. Birinci sayfadaki ilânlardan sözcük başına 10 lira alınır.
4. Bu parçadaki bazı sözcüklerin anlamını bilmiyorum.
5. Bazı sözcüklerin söylenmesi (telâffuzu) güçtür.
6. 200 sözcüklü sayfa başına 20 lira çeviri ücreti ödenir.
7. Bu kitapta birçok sözcükler yanlış basılmış.
8. Türkçe'nin sözcük dağarcığı durmadan zenginleşiyor.
9. Sıradan insanların her gün kullandıkları sözcük sayısı birkaç yüzü geçmez.
10. İyi bir yazar aynı sözcüğü sık sık tekrar etmemelidir.

F. NESNEL-DİL, ÜST-DİL

Genel olarak dil, dilsel olmıyan nesnelerden sözetmek için kullanılan bir işaret sistemidir. Örneğin,

(1) Ankara Türkiye'nin başkentidir

cümlesi *Ankara* ile *Türkiye* denilen iki nesne arasında bir bağlantıyı dile getirme amacı ile kullanılır. Besbelli ki Ankara da, Türkiye de dilsel olmıyan nesnelerdir. Bu türlü nesnelerden sözeden dile «nesnel-dil» veya «nesne-dili» («object-language») diyeceğiz.

Yalnız herhangi bir dil yardımıyla biz istersek *dilsel* nesnelerden de sözedebiliriz. Örneğin,

(2) 'Ankara' Türkiye'nin başkentinin adıdır

cümlesi doğrudan doğruya bir *kent* olan Ankara'dan değil, bir kentin adı olan 'Ankara' *sözcüğünden*, yani *dilsel* bir nesneden sözediyor. Böyle dilsel nesnelerden sözeden dile de «üst-dil» («metalanguage») diyoruz. Biz bir üst-dil yardımıyla herhangi bir dilin *kendisine* ait deyimlerinden sözedebileceğimiz gibi, başka bir dilin deyimlerinden de sözedebiliriz. Örneğin,

(3) 'Book' İngilizce «kitap» anlamına gelir

cümlesinde üst-dilimiz Türkçe olup İngilizce'ye ait bir sözcükten sözedilmektedir.

Dil-dışı nesnelerden sözeden dille dilin kendisinden sözeden dilin aynı dil olamayacağı, bunlar arasında bir *seviye farkı* olması gerektiği meydandadır. Bir *ayna* kendi dışındaki nesneleri yansıtır; aynanın kendisini de yansıttığı nesnelerle birlikte yansıtmak için onun karşısına ikinci bir ayna koymak gerekir. Üst-dil bu ikinci ayna gibidir. Dolayısiyle, üst-dil nesnel-dilden daha zengin bir dil olacaktır, çünkü bu dil nesnel-dilde geçen bütün deyimlerden fazla olarak nesnel-dili niteleyen bazı deyimleri de içine alacaktır. 'Dil' sözcüğünden başlamak üzere, 'sözcük', 'cümle', 'fiil', 'sıfat', 'söz-dizimi', 'gramer', 'anlam', 'doğru', 'yanlış', 'deyim' v.b.g. birçok sözcükler hep *üst-dilin* sözlüğünde yer alan sözcüklerdir. Semiotiğin inceleme konusu başka diller olduğu için, Semiotiğin kendisi daima üst-dil seviyesinde kalır.*

G. SÖZEDEN - DİL, SÖZEDİLEN - DİL

İmdi, yukarda *nesne*-diline ait olan (1) ile *üst*-dile ait olan (2) ve (3) arasında bir seviye farkı olduğu meydandadır; nitekim biz de bu farkı belirt-

* Yalnız burada şu noktaya dikkat etmek gerekir: *Sözcükler, cümleler, dılsel* nesneler olmakla birlikte, bunlardan her sözettiğimizde bir *üst-dil* kullanmış olmayız. Üst-dil ancak herhangi bir dilin herhangi bir deyiminden sözettiğimiz zaman kullanılır. Yoksa genel olarak sözcüklerden, cümlelerden sözetmek elmalardan, armutlardan sözetmekten farksızdır.

mek amacıyla 'Ankara' ve 'book' sözcüklerini, şimdi de yaptığımız gibi, tek-tırnak içine aldık. Böylece bir *üst-dil* kullanmakta olduğumuzu belirttik. Ancak, biz istersek, üst-dile ait bir deyimden de sözedebiliriz; o zaman daha yüksek seviyeden bir üst-dil kullanmamız gerekecektir. Böylece dil seviyelerini istediğimiz kadar artırabiliriz. Örneğin,

(1) ' 'Ankara' Türkiye'nin başkentinin adıdır' cümlesi düzgün bir deyimdir

cümlesi Türkçe *ikinci* seviyeden bir üst-dile aittir.

Hangi seviyeden olursa olsun, herhangi bir üst-dilde bir başka dilsel deyimden sözedebildiğimize göre, sözünü ettiğimiz dile «*sözedilen*-dil,» ondan sözetmek için kullandığımız dile ise «*sözeden*-dil» diyeceğiz. D(2) de gerek sözeden, gerekse sözedilen dil Türkçe olduğu halde, D(3) de sözedilen dil İngilizce'dir. Dikkat edilirse, her *sözeden* dil bir *üst-dil* olduğu halde, *sözedilen* dil daha aşağı seviyeden bir üst-dil olabileceği gibi, *nesne*-dili de olabilir. Biz bu derslerimizde daha çok nesne-dillerinden sözedeceğiz.

H. KULLANMA VE ANMA

Bu vesileyle nesne-dili; üst-dil ayrımıyla ilgili bir başka ayrımdan sözetmek istiyoruz: Bu bir deyimi *kullanma* ile *anma* arasındaki ayrımdır.

Gene D(1) örneğini göz önüne getirelim. Dediğimiz gibi, D(1) bir kent olan Ankara'dan (*dil-dışı* bir nesneden) sözediyor; bunun için de bu *kentin* adını kullanıyor. Buna karşılık, D(2) Ankara'dan değil, 'Ankara' dan, yani *dilsel* bir nesneden, bir *sözcükten* sözediyor; bunun için de 'Ankara' *sözcüğünü* değil, bu sözcüğün adını kullanıyor. D(1) *nesne*-diline ait bir cümle olduğu halde, D(2) üst-dile, hem de birinci seviyeden bir üst-dile ait bir cümle. Dolayısiyle D(2) 'Ankara' yı *kullanmıyor*, sadece *anıyor*.

Kullanma ile *anma* arasındaki ayrımı belirtmek için çeşitli yollara baş vurulabilir. Bunlardan en kullanışlısı, Frege'nin önerdiği, *tek-tırnak içine alma* yöntemidir. Andığımız deyimleri, D(2) de yaptığımız gibi, tek-tırnak içine alabiliriz veya italikle yazarız. Bizim de bu derslerde sık sık baş vurduğumuz bir başka yol, *anmak* istediğimiz deyimi asıl metinden ayrı (çok kez numaralanmış) bir satırda yazmaktır. Bu yola daha çok cümleler için baş vurulmaktadır. Bu ve buna benzer çarelere baş vurmazsak, özellikle yazı dilinde. *anlamsız* sözler etmemiz mümkündür. Örneğin, D(2) yerine

(2') Ankara Türkiye nin başkentinin adıdır

yazsaydık, anlamsız, daha doğrusu, semantik bakımdan garip bir söz etmiş

olurduk. Çünkü, bilindiği gibi, Ankara büyükçe bir *arazi* parçası, buna karşılık, 'Ankara' bir *addır*. Konuşma dilinde bu ayrımı belirtmek için, Ankara *sözcüğü*', 'yeşil *sıfatı*', '..... *cümlesi*' gibi isim tamlamaları kullanmak faydalıdır.

Kullanma-anma ayrımının daha iyi anlaşılmasını sağlamak için

(1) Masa dört ayaklıdır

cümlesıyle

(2) 'Masa' dört harflidir

cümlesini göz önüne getirelim. Açıkça görülebileceği gibi, (1) de 'masa' (*dil-dışı* bir nesne olan) masa'dan sözetmek için *kullanılıyor*, (2) de ise (*dilsel* bir nesne olan) 'masa' sözcüğünün kendisinden sözetmek için kullanılıyor, yani anılıyor. Bir deyimin ne zaman anıldığını anlamak için, o deyimin içinde geçtiği deyimi yabancı bir dile çevirmek faydalıdır. Nitekim, (1) ile (2) yi İngilizce'ye çevirecek olursak,

(1') The table has four legs

ve

(2') 'Masa' has four letters

elde edilir. Dikkat edilirse, (2') de 'masa' sözcüğü olduğu gibi kalıyor, yani çevrilmiyor. Eğer 'masa'yı da çevirecek olsaydık,

(3) 'Table' has four letters

gibi *yanlış* bir önerme elde ederdik. Oysa (2) nin uygun bir çevirisi olan (2') *doğru* bir önermedir. Bunun sebebi açıktır: (2) de geçen "masa" masa'nın değil, 'masa'nın adıdır; başka bir deyimle, 'masa' burada kullanılmıyor, *anılıyor*. (Dikkat edilirse, biraz önceki cümlede biz 'masa' sözcüğünü andığımızı belirtmek için, sözcüğü iki tek-tırnak içine aldık; dolayısiyle bu cümle ikinci seviyeden bir üst-dile aittir.)

An an bir deyim daima sözedilen dile ait bir deyimin adı, hem de *özadı* durumundadır. D(1) de geçen 'Ankara' bir kentin özadıdır, dolayısiyle onun adının da bir özadı olması gerekeceği meydandadır. Ancak F(1) de geçen 'masa' bir cins adı olduğu halde, onun adı olan "masa" gene bir özadıdır. Şu örnekte bu özellik iyice meydana çıkar:

(4) 'Ve' bir önerme eklemidir.

Bu cümle, *anma-kullanma* ayrımını belirtmeyen

(5) Ve bir önerme eklemidir

biçiminde dile getirilseydi, *düzgün-olmayan* (dolayısiyle anlamsız) bir deyim elde edecektik, zira (söz-dizimi kuralları bakımından) 've' gibi mantıksal bir değişmez (logical constant) hiçbir zaman bir cümlenin öznesi olamaz. (4) de ise *özne* konumunda geçebilmesi, kullanılmayıp ***anılmasındandır;*** 've' burada bir *özadı* durumunda olup cümlenin tümü bir üst-dile aittir.

Bu sadece anılan tek tek sözcükler için değil, *cümleler* için de böyledir. Örneğin,

(6) 'Ankara Türkiye'nin başkentidir' cümlesi doğrudur

da geçen 'Ankara Türkiye'nin başkentidir' cümlesi (6) nın öznesi olduğu gibi, bir *özadı* durumundadır. Bundan ötürü, (6) üst-dile ait *basit* bir cümledir, bileşik bir cümle değil.

Alıştırmalar

A. Aşağıdaki cümlelerden hangileri *nesne*-diline, hangileri *üst*-dile aittir? (Üst-dil seviyelerini belirtmeyi unutmayınız.)

1. Victor Hugo «Les Misérables» adındaki ünlü romanın yazarıdır.
2. 'Les Misérables' in Türkçe karşılığı 'Sefiller' dir.
3. Fransızlar köpeğe «chien» derler.
4. 'Chien' Fransızca «köpek» demektir.
5. 'The window is open' İngilizce düzgün bir deyimdir.
6. 'Ankara Türkiye'nin başkentidir' cümlesinde geçen 'Ankara' anılmıyor, kullanılıyor.
7. ' 'Ankara' ', Ankara' nın değil, 'Ankara' nın adıdır.
8. İstanbullular Ankara'yı pek beğenmezler.
9. En çok sevdiğim Fransızca sözcüklerden biri de 'intéressant' sözcüğüdür.
10. 'Intéressant' Fransızca' da «ilginç» demektir.

B. Aşağıdaki deyimleri, *kullanma-anma* ayrımını belirtecek şekilde düzeltiniz.

1. Ankara gözü, Ankara ise kulağı okşar.
2. Kısa kısa olduğu halde, uzun uzun değildir.
3. London, Londra, Londres hep bir ve aynı kentin değişik adlarıdır.

4. İznik eskiden fayanslarıyla ün salmış bir kentti.
5. Bir çoğumuz İznik'in Lâtince Iz Nicaea'dan geldiğini bilmeyiz.
6. Eski Angora'nın yerini yeni Ankara aldı.
7. Ankara eski Angora'nın Türkçeleşmiş biçimidir.
8. Ünlü İtalyan ressamı Giorgone'ye boyu küçük olduğu için bu ad verilmiş.
9. Mantıkta ve ve veya'ya «önerme-eklemi» denir.
10. Herkes mutlu olmak ister, ama mutluluk, anlamı herkese göre değişen bir sözcüktür.

II. BÖLÜM

BİLDİRİŞME ve BİLDİRİŞMEYİ AKSATAN ETKENLER

1. BILDİRİŞMENİN ÖN-ŞARTLARI

Bir bildirişme aracı olarak dilin herhangi bir niyeti bir zihinden bir başka zihne iletmeye yaradığını söylemiştik. Söz konusu niyet ne olursa olsun, bu amacın gerçekleşebilmesi için aynı dili kullananların dilsel işaretleri aynı şekilde, aynı anlam kuralları uyarınca kullanmaya alışık ve istekli olmaları gerekir. Bir dili yeni öğrenenler etrafındakilerin dilsel davranışlarını taklit etmek suretiyle bu alışkanlığı kazanırlarsa da, dilsel işaretlerin kullanımını yöneten kurallar hiçbir zaman *tek-biçimli* (uniform) ve büsbütün *belirli* olmadıklarından, bazan dil kendisinden beklenen bildirişme görevini istenildiği gibi yerine getiremez, *yanlış-anlama*, hatta *anlaşmazlık*'lara yol açar. Göreceğimiz gibi, yanlış-anlamaya çok-anlamlılığın sentaktik veya semantik türleri yol açtığı halde, anlaşmazlıklara ve bunlardan doğan *sözel tartışmalara* çok-anlamlılığın *kaypaklık* dediğimiz pragmatik türü yol açar.

Herhangi bir niyetin bir zihinden bir başka zihne herhangi bir yanlış-anlamaya veya anlaşmazlığa yol açmadan, üstelik tam istenildiği gibi aktarılmasını sağlıyacak kadar yetkin bir dilin (buna *ideal dil* de diyebilirsiniz) *söz-dizimi* kurallarının tek-biçimli, sözcüklerinin *tek-anlamlı* ve *belirli* olması gerekirdi. Oysa günlük bildirişmede kullandığımız *doğal* diller bu ideal gerekimleri yerine getirmekten uzaktır. Yalnız, göreceğimiz gibi, çok-anlamlılığın sentaktik ve semantik olan türleriyle belirsizlikten doğan sakıncalar, sağladıkları faydalardan çok daha azdır. Kaldı ki, bütün doğal dillerde rastladığımız bu niteliklerin kaçınılmaz psikolojik nedenleri var. En büyük sakınca kaypaklıktan, yani bazı deyimlerin belirsiz olduğunu bilmemekten veya belirsizliği *tek-yanlı* bir şekilde gidermek isteğinden doğmaktadır ki, bu tek-yanlılıktan, dolayısiyle onun yol açtığı sözel tartışmalardan nasıl kurtulabileceğimizi yeri gelince göreceğiz.

Bir dili ancak bilen kullanabilir. Bir dili bilmek demek o dilin gerek söz-dizimi kurallarını, gerekse anlam-kurallarını bilmek, yani dil toplu-

munun *ortak kullanımlarına* uygun bir biçimde uygulayabilmek demektir. Söz-dizimi kuralları bir dilin *düzgün deyimlerini* belirleyen kurallardır. Hiçbir *doğal** dilde bu kurallar büsbütün tek-biçimli olmamakla birlikte, düzgün bir deyimi düzgün olmıyan bir deyimden ayırdetmek için elimizde oldukça tek-biçimli söz-dizimi kuralları bulunması gerekir. Örneğin, Türkçe'de

(1) Bugün hava yağmurlu geçecek

deyimi düzgün bir deyim olduğu halde,

(2) Üçgen kapıda yukarı vedir

deyimi düzgün değildir. (2) nin düzgün olmadığını böyle bir deyime hiç bir anlam veremeyişimizden anlıyoruz. Türkçe bilen bir kimsenin böyle bir şey söylememesi gerekir. Hiç şüphesiz (2) de geçen her sözcük Türkçe; herbirinin anlamını da biliyoruz, ama nedense bu şekilde bir araya gelmelerinden hiçbir şey anlamıyoruz. Demek ki, Türkçe'nin söz-dizimi kurallarına aykırı bir biçimde kurulmuş bir deyim bu. Dolayısiyle bu türden bir deyimle bir insanın herhangi bir niyetini bir başkasına iletmesi mümkün değil.

Buna karşılık, bir deyimin söz-dizimi bakımından düzgün kurulmuş olması bildirişmenin gerçekleşmesi için gerekli olmakla birlikte yeterli değildir. Örneğin,

(3) Dün akşam yemyeşil bir rüya gördüm

ile

(4) Bu üçgen pek sinirli

deyimleri, söz-dizimi bakımından düzgün olmakla birlikte, gene de bize anlamsız görünüyor, çünkü 'korkulu rüya' veya 'eşkenar üçgen' deyimleriyle ne kasdedildiğini anlıyabildiğimiz halde, 'yemyeşil rüya' veya 'sinirli üçgen' deyimlerinin hangi amaçla kullanılmış olabileceğini anlıyamıyoruz. Bu sonuncu deyimlerde bir *anlam aykırılığı* göze çarpıyor.

İkinci olarak, herhangi bir dili bilmenin o dilde geçen bütün sözcüklerin anlamını bilmeyi, başka bir deyimle, sözcükleri yerinde, yani dilin ortak anlam-kurallarına uygun bir şekilde kullanabilmeyi gerektirdiğini söylemiştik. Örneğin,

(5) Erişir *menzil-i maksûduna aheste* giden
Tîz reftâr olanın *pâyına dâmen* dolaşır

mısraları söz-dizimi bakımından Türkçe olmakla birlikte, içinde geçen tek tek sözcüklerden bir kısmının yabancı dilden olmasından ötürü, büsbütün

* Her türlü çok-anlamlılık ve belirsizlikten arınmış bazı *yapma* dil-sistemleri varsa da (modern matematiksel mantığın dili, matematik dili, v.b.g.) bunlar günlük bildirişme amaçlarıyla kullanılamazlar.

Türkçe değildir. Nitekim, günümüzün yüksek öğrenim görmüş gençleri bile (5) i anlıyabilmek için sözlüğe baş vurmak zorundadırlar, çünkü burada altını çizmiş olduğumuz sözcükler bir zamanlar edebiyat diline girmiş olan Arapça ve Farsça sözcüklerdir. Anlamını yanlış bildiğimiz veya yanlış yerde kullandığımız sözcükleri de bu öbeğe sokabiliriz. Örneğin bir Türk, çoğunluğun "minibüs" dediği bir taşıta "otobüs" derse Türkçe'yi iyi bilmiyor demektir. Gerçi, ilerde göreceğimiz gibi, bazı sözcüklerin uygulanma alanları hiçbir dilde büsbütün belirli değildir, ama bir dil-topluluğunun ezici çoğunluğu herhangi bir sözcüğün kullanılış kurallarını belirlemişse, o sözcüğü bu kurallara aykırı bir biçimde kullanan bir kimse o dili *bilmiyor* sayılır.

2. BİLDİRİŞMEYİ AKSATAN ETKENLER

Ancak, buraya kadar söylediklerimiz hep dilin *öğrenilmesi* ve *iyi bilinmesi* ile ilgili; oysa bir dili çok iyi bilenler de bazan, yukarda andığımız nedenlerden ötürü, zihinlerinden geçen belli bir niyeti dili en az kendileri kadar iyi bilen toplum üyelerine iletmekte güçlük çekebilirler; dolayısiyle bildirişme aksayabilir. Şimdi bu gibi aksamaların çeşitlerini, nedenleriyle birlikte, incelemek istiyoruz.

(A) ÇOK-ANLAMLILIK

Eğer doğal dillerin gerek söz-dizimi kuralları gerek anlam kuralları *tek-düzenli* ve büsbütün *belirli* olsaydı, dili iyi bilen toplum üyeleri arasında yanlış-anlama veya anlaşmazlık diye bir şey olmazdı. Böyle bir dilde her anlama *doğru anlama* şeklinde ortaya çıkardı. Ne yazık ki, çok-anlamlılık ve belirsizlik bu ideal durumun gerçekleşmesine imkân vermiyor. Şimdi ilkin çok-anlamlılığın ne olduğunu görelim.

Bir sözcüğün çok-anlamlı olması, birden çok anlama gelmesi, daha uygun bir deyimle, *dilde birden çok görevde kullanılması* demektir. Doğal dillerde yer alan sözcüklerin büyük bir kısmı bu anlamda çok-anlamlıdır, yani birden çok görevde kullanılır. İşte *yanlış-anlama* herhangi bir deyimin, içinde geçen bir veya birkaç sözcüğün değişik anlamlarda veya görevlerde kullanılabilmesinden ötürü, belli bir bağlamda ne gibi bir niyeti iletme amacıyla kullanılmış olduğunun anlaşılamamasından ileri gelir. Örneğin, bir K_1 kullananının bir K_2 kullananına

(1) Koskoca büroda bir *daktilo* bile yok

dediğini düşünün. Şimdi K_1 in (1) i söylemekten kastı ne olabilir? 'Daktilo' sözcüğünün Türkçe'de bir tek anlamı olsaydı, K_2 nin (1)i yanlış-anlamasına imkân olmazdı. Ancak, bu sözcüğün dilimizde *en az iki* değişik anlamı olduğundan, K_2 nin bu cümleyi ya

(1a) Koskoca büroda bir *yazı makinası* bile yok

şeklinde yorumlaması; ya da

(1b) Koskoca büroda *makinayla yazan bir kimse* bile yok

şeklinde yorumlaması mümkündür. K_1 kullananı (1) ile (1a)yı kastettiği halde K_2 onu (1b) anlamında yorumlarsa veya bunun tersi olursa, söyleneni yanlış anlamış olur. Böyle bir durumda bildirişmeden beklenen amacın gerçekleşmediği meydandadır. Yanlış-anlama bazan hiç anlamamadan bile zararlı olabilir.

Çok-anlamlılık şüphesiz nadir hallerde yanlış-anlamaya yol açar, çünkü çok kez (1) gibi çok-anlamlı bir deyimi doğru yorumlamak için dilsel bağlamı göz önünde bulundurmak bile yeterlidir. Başka bir deyimle, dilsel bağlam çok kez kendiliğinden çok-anlamlılığı giderir. Örneğin, 'sürgü' sözcüğü tek başına çok-anlamlı bir sözcük olduğu halde,

(2) Hırsız mücevherlerin bulunduğu sürgüyü görmemiş

bağlamında çok-anlamlılığını yitirmektedir. Ancak (1) için aynı şeyi söyleyemeyiz. (1) in hangi maksatla kullanıldığını anlıyabilmek için, onu söyleyen veya yazan kimsenin kişiliğini, sonra bu deyimi kullandığı somut durumu göz önünde bulundurmamız gerekebilir. Buna rağmen o kimsenin gerçek niyetini gene de yanlış anlamamız mümkündür. Özellikle yazılı bildirişmede, şonra eski metinleri okuduğumuzda, hele şiir ve felsefe ile ılgili konularda, bütün çabamıza rağmen, okuduğumuzu yanlış yorumlamamız tehlikesini büsbütün ortadan kaldıramayız. Yabancı bir dilden çeviri yapmış olanlar bunu daha iyi bilirler.

Bu kısa girişten sonra, şimdi de 'çok-anlamlı' sözcüğünü tanımlamak, yani anlamını iyice aydınlatmak istiyoruz. Gerçi, başta da belirttiğimiz gibi, bir sözcüğün çok-anlamlı olması, birden çok anlama gelmesi veya birden çok görevde kullanılması demektir, ama mantıksal sıkılık bakımından bu tanım yeteri kadar açık değil. Kaldı ki, yazarlar arasında da, çok-anlamlı ('ambiguous') sözcüğünün anlamı üzerinde tam bir anlaşma veya uzlaşmaya varılmamış olduğu görülüyor... Dolayısiyle herhangi bir kavram karışıklığını önlemek için, bu sözcüğün ilkin en genel bir tanımını yapmamız, ondan sonra çok-anlamlılığın özel biçimlerini incelememiz yerinde olur.

Gerçekte çok-anlamlı olan tek tek sözcüklerdir, dolayısiyle herhangi bir cümlenin çok-anlamlılığı o cümlede geçen bir veya birden çok sözcüğün çok-anlamlı olmasından gelir, ama biz ilkin bildiri kipinden olan, dolayısiyle herhangi bir doğruluk-değeri alabilen cümlelerin çok-anlamlılığını, sonra da tek tek sözcüklerin çok-anlamlılığını tanımlayacağız.

(3) Bir (bildiri kipinden) *cümle*nin çok-anlamlı olması, bu cümlenin ilk bakışta *hem* doğru, *hem* yanlış değerini alabilmesi demektir.

Yalnız, mantıktaki *çelişmezlik-ilkesi* gereğince bir ve aynı cümle hem doğru hem yanlış olamıyacağına göre, böyle bir durumda çok-anlamlılık karşısında bulunduğumuzdan şüphelenmemiz gerekir. Nitekim,

(4) Bazı sürgünler sürgün olmadı

gibi, *biçimce çelişik* deyimleri doğru saymamızın da nedeni budur. (3) yardımıyla tek tek sözcüklerin çok-anlamlılığını da şöyle tanımlıyabiliriz:

(5) Bir *sözcüğün* çok-anlamlı olması, bu sözcüğün içinde geçtiği bazı cümlelerin ilk bakışta hem doğru hem yanlış değerini alabilmesi demektir.

Çok-anlamlılığın en genel tanımını böylece tespit ettikten sora, 'çok-anlamlılık' deyiminin her çok-anlamlılık alt-türü için ne anlama geldiğini araştırmak istiyoruz. Bu amaçla çok-anlamlılığı *sentaktik*, *semantik* ve *pragmatik* olmak üzere başlıca üç ana alt-öbeğe ayıracağız. Bunlardan ilkin sentaktik çok-anlamlılığı inceliyelim.

(a) Sentaktik Çok-anlamlılık ve Yanlış Yorumlama

Gördüğümüz gibi, gramer bir dilin düzgün deyimlerini belirleyen kuralları ortaya koyar. Yalnız, bildirişmenin amaca uygun bir biçimde gerçekleşebilmesi için bir deyimin düzgün olması gerekli olmakla birlikte yeterli değildir. Örneğin,

(6) Bu küçük bir felâket

deyimini göz önünde bulunduralım. Bunun Türkçe'de düzgün bir deyim olduğu şüphe götürmez, ama bu deyimden *ne kastedildiği* ilk bakışta hemen anlaşılıyor mu? Anlaşılmıyor, çünkü bu deyim iki farklı anlamda kullanılmış olabilir, dolayısiyle iki şekilde yorumlanabilir:

(6a) Bu küçük (çocuk) bir felâket.

(6b) Bu (olay) küçük bir felâket.

Görüldüğü çibi, burada bir çok-anlamlılık karşısındayız; üstelik çok-anlamlılığa yol açan da bu cümlede geçen 'küçük' sözcüğü. Yalnız burada *sentaktik* bir çok-anlamlılık söz konusu, semantik bir çok-anlamlılık değil, çünkü çok-anlamlılığın kaynağı 'küçük' sözcüğünün birden fazla "sentaktik kategori"ye ait olması veya birden çok sentaktik görevde kullanılabilmesi. Nitekim bu sözcük (6a) da bir "isim" olarak, (6b) de ise bir "sıfat" olarak geçmektedir.

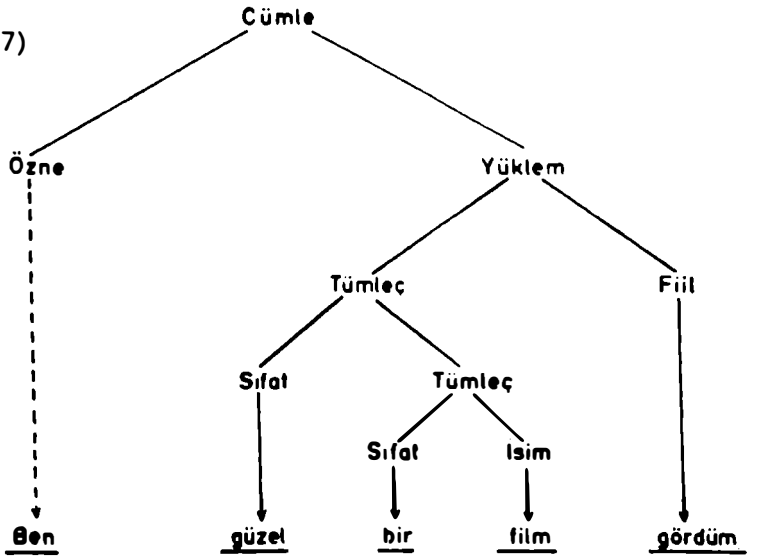
Bilindiği gibi, sözcükler cümle içindeki görevlerine göre değişik *kategorilere* ayrılırlar: İsim, fiil, sıfat, zamir, v.b.g. Aynı sözcüğün bazan pek çok değişik görevde kullanıldığını görüyoruz. Örneğin, Fransızca'da '*que*' sözcüğü

belki ona yakın değişik sentaktik kategoriye aittir, bu yüzden bu dili yeni öğrenenler için büyük bir güçlük kaynağı olmaktadır. Oysa bir deyimin mânasını anlıyabilmek için bu deyimde geçen bütün sözcüklerin *o bağlamdaki* sentaktik kategorilerinin ne olduğunu tespit etmek gerekir. Örneğin,

(7) Güzel bir film gördüm

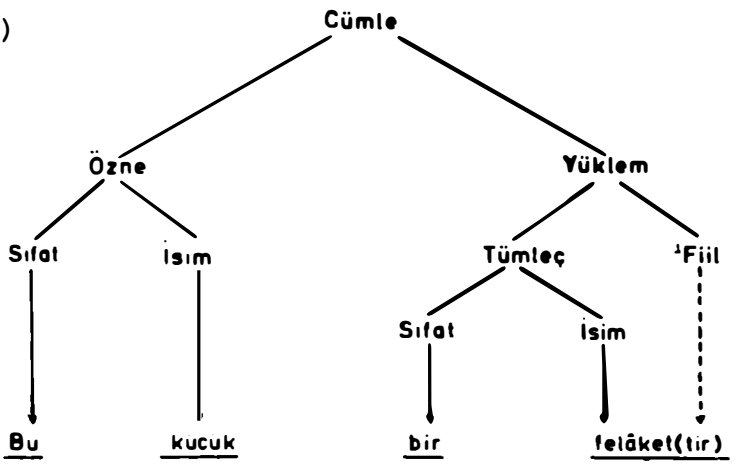
önermesinde geçen 'güzel' ile 'bir' sözcükleri sıfat, 'film' isim, 'gördüm' ise bir fiil olup bu bağlamda herbiri yalnız belli ve bir tek sentaktik görevde kullanılıyor. Dolayısiyle tek-anlamlı olan bu deyimin yalnız bir tek açılımı vardır, o da şöyledir:

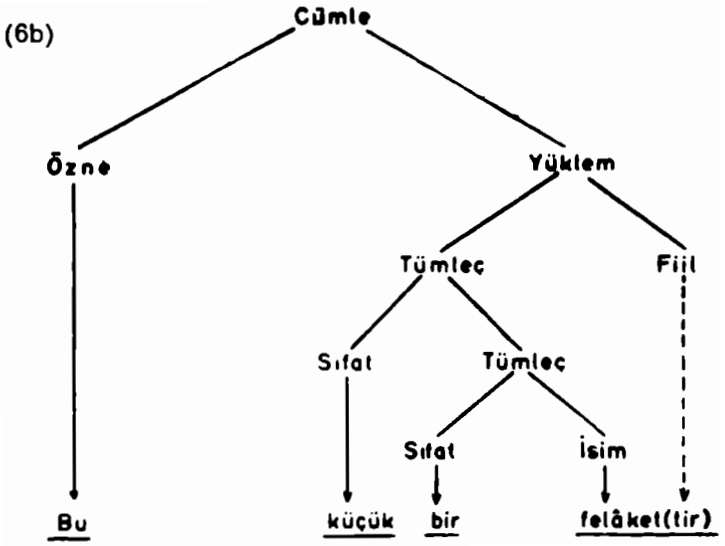
(7)



Buna karşılık, (6) nın birbirinden farklı iki açılımı vardır:

(6a)





İki şema arasındaki yapı ayrımı (6) deyiminin iki değişik biçimde yorumlanabildiğini gösteriyor. Nitekim, 'bu' sözcüğü dilimizde bazan işaret *sıfatı*, bazan işaret *zamiri* görevini yüklendiği gibi, *'küçük'* sözcüğü bazan *sıfat*, bazan *isim* olabiliyor. (6) cümlesinde 'bu' sözcüğünü, (6a) da yaptığımız gibi, sıfat olarak yorumlarsak, 'küçük' sözcüğünü isim olarak; buna karşılık (6b) de yaptığımız gibi, zamir olarak yorumlarsak, 'küçük' sözcüğünü sıfat olarak yorumlamamız gerekir. Nitekim, (6a) şemasında 'küçük' sözcüğü ("çocuk" anlamında) isim olarak; (6b) şemasında ise 'bu' sözcüğü ('bu olay' anlamında) zamir olarak geçiyor. İşte aynı bir sözcüğün salt değişik sentaktik kategorilere ait olmasından doğan çok-anlamlılığa *sentaktik çok-anlamlılık* diyoruz. Sadece çok-anlamlı olmak bakımından (6) nın genel çok-anlamlılık tanımımıza uygun olduğu, yani ilk bakışta hem doğru hem yanlış sayılabileceği bağlamların bulunduğu meydandadır.

Her doğal dilde sözcüklerin bir kısmı (herhalde en çok kullanılanları) yalnız semantik bakımdan değil, sentaktik bakımdan da çok-anlamlıdır. Örneğin, Türkçe'de 'yaz' hem 'yazmak' fiilinin emir kipidir, hem bir mevsim adıdır; 'yüz' hem (birçok değişik anlamında) 'yüzmek' fiilinin emir kipidir, hem bir isimdir ('suyun yüzü', 'yüzü sapsarı' da olduğu gibi), hem de bir sayı sıfatıdır ('yüz kişi boğuldu' da olduğu gibi).

Şu şiirde sentaktik çok-anlamlılığın tipik bir örneğine rastlıyoruz:

"Ben bir garip kulunum,
Eşe dosta *yer* beni!
Yüreğime bir od düştü,
Gece-gündüz *yer* beni!

Ben bu dertten ölürsem,
Kabul etmez *yer* beni!"

Günlük dil çerçevesi içinde sentaktik çok-anlamlılığın yol açtığı yanlış yorumlamaları her zaman önlemek imkânsızdır. Buna karşılık, matematik ve mantık dilinde bu türlü çok-anlamlılığın önlenmesi şarttır. Bunun için parantezler kullanmak en elverişli yoldur. Örneğin,

(8) $p \rightarrow q \longleftrightarrow r$

deyimini alalım. Bu deyimin iki değişik yorumu olabilir:

(8a) $(p \rightarrow q) \longleftrightarrow r$

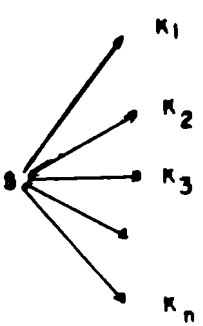
(8b) $p \rightarrow (q \longleftrightarrow r)$

Herbir yoruma göre doğruluk-değerinin değişeceği meydandadır. Onun için, parantezler kullanarak bu yorumlardan hangisini kastettiğimizi belirtmemiz gerekir. Şiir dilinden farklı olarak, mantık ve matematik dilinin değişik yorumlara tahammülü yoktur.

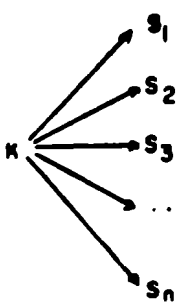
(b) Semantik Çok-anlamlılık ve Yanlış Anlama

Doğal dillerde birbirine zıt iki eğilimle karşılaşıyoruz: 1) *Tutumluluk*, yani birden çok kavramı bir ve aynı sözcükle dile getirme eğilimi; 2) *Bolluk veya cömertlik*, yani bir ve aynı kavramı birden çok sözcükle dile getirme eğilimi. Bunlardan birincisinin yol açtığı dilsel olguya *çok-anlamlılık*, ikincisinin yol açtığı olguya ise *anlamdaşlık* diyoruz. Bu iki dilsel özelliği bir şema yardımıyla şöyle dile getirebiliriz ('S' sembolü 'sözcük' ün, 'K' sembolü 'kavram' ın kısaltmasıdır):

Çok-anlamlılık



Anlamdaşlık



Yukarki örneklerden de hatırlanacağı gibi, 'yüz' sözcüğü *fiil, sıfat* ve *isim* olmak üzere üç farklı *sentaktik* kategoriye ait olmak bakımından çok-anlamlıdır; buna karşılık, 'çalmak' sözcüğü, bir *fiil* olarak, en az iki değişik anlamda kullanılmaktadır: 'Keman çalmak' ve 'para çalmak' deyimlerinde

olduğu gibi. Sentaktik kategorileri ne olursa olsun, dildeki hemen bütün sözcüklerin, az güçle çok iş yapma ilkesine uygun olarak, *semantik* çok-anlamlı oldukları anlaşılıyor. Bu bakımdan çok-anlamlı sözcükler fakir tiyatro kumpanyalarında aynı oyunda birden fazla role çıkan aktörlere benzerler. Çok-anlamlılığın dile ne büyük bir kullanışlılık sağladığı meydandadır. Kaldı ki, dili kullanan insanın öğrenme ve akılda tutma gücü sınırlı olduğundan, söz-dağarcığı alabildiğine büyüyen bir dilin günlük bildirişme amaçları bakımından kullanılamaz bir alet haline geleceği kolaylıkla anlaşılabilir.

Semantik çok-anlamlı deyimleri de alt-öbeklere ayırmak mümkün. Burada da tekil-terimleri, genel-terimleri ve önerme-eklemlerini göz önünde tutarak üç alt-öbek ayırdedebiliriz.

(i) Tekil-terimlerin Çok-anlamlılığı

Belli bir nesneyi *adlandıran* veya gösteren terimlere tekil-terimler diyoruz. Bunları da özadları ve *anlamı kullanana bağlı terimler* olmak üzere iki ana öbeğe ayırıyoruz. Genel olarak, herhangi bir tekil-terimin semantik çok-anlamlı olması *birden çok nesneyi adlandırması* diye tanımlanabilir. Gerçekte bir *tekil* terim, adı üstünde, *tek bir nesneyi* adlandırmak amacıyla kullanılır. Örneğin, 'Ankara' tekil-terimi Türkiye'nin başkentinin adı, hem de özadıdır. 'Ankara' nın *birden çok* nesnenin adı olması, bir deyime bir *özadı* olmaktan çıkması demektir. Ne var ki, herbir nesneye *ayrı* bir özadı vermenin pratik imkânsızlığı yüzünden, çok kez tekil-terimler de birden çok nesnenin adı olarak kullanılmaktadır. Nitekim, dünyada belki milyonlarca 'Ali' adında insan olduğu gibi, Almanya'daki Berlin'den başka yalnız A.B.D. de yirmiye yakın 'Berlin' adını taşıyan kent varmış. Bu durumun yanlış anlamalara yol açacağı meydandadır. Nitekim, bugün adı nerdeyse büsbütün unutulmuş bir Fransız kompozitörü olan *François Schubert*, sağlığında adının ikide bir ünlü Alman kompozitörü *Franz Schubert*'in adı ile karıştırılmasından yakınırmış!...

Anlamı kullanana bağlı sözcüklere gelince: 'Ben', 'sen', 'o', 'bu', 'şimdi', 'burada' gibi tekil-terimlerle 'bu adam', 'şu ev' gibi içinde kullanana bağlı sözcükler geçen işaret tekil-terimleri, *her kullanma bağlamında başka bir nesneyi göstermek bakımından çok-anlamlıdırlar*. Bunun da yanlış anlamalara yol açacağı meydandadır. Anlamı kullanana bağlı sözcükler arasında özellikle 'o' zamirinin çok-anlamlılığının yabancı dilden metinlerin doğru olarak yorumlanmasını bazan ne kadar güçleştirdiğini bilmiyen yoktur.

(ii) Genel-terimlerin Çok-anlamlılığı

Aynı kurallar uyarınca birden çok nesneyi gösteren, daha doğrusu birden çok nesneye *uygulanan* terimlere *genel-terimler* diyoruz: 'İnsan',

'mavi', 'erdemli' gibi. Ancak, bu türlü terimler bir önermede *yüklem* konumunda geçebilirler.

İmdi, bazı bakımlardan birbirine benziyen nesnelerin bir deyime *ortak adı* durumunda olan genel-terimlerin de büyük bir kısmı çok-anlamlı: Örneğin 'sürgün' genel-teriminin Türkçe'de en az beş değişik anlamı var: 1) Bir yere sürülme (Arapça *'nefiy'* in karşılığı); 2) Sürgün yeri (Arapça *'menfa'* nın karşılığı); 3) Sürgün edilen kimse (Arapça *'menfi'* nin karşılığı); 4) Bir bitkinin (özellikle ağaçların) kökünden veya dallarından yeni süren filiz; 5) İçi sürme hali (Arapça *'ishal'* in karşılığı; halk ağzı).

'Sürgün' genel-teriminin her değişik anlamı için şu cümlelerdeki geçişlerini örnek gösterebiliriz:

(9) Beş yıl *sürgün* cezasına çarpıldı.

(10) *Sürgün*deki yaşama şartları çok kötüydü.

(11) *Sürgün*lerden bazıları kaçmağa kalkıştı.

(12) Keçiler bütün *sürgün*leri yedi bitirdi.

(13) *Sürgüne* tutulunca hemen zayıflar.

Hatta bu sözcüğün çok-anlamlılığını bir tek cümlede bile dile getirmek mümkün:

(14) *Sürgün*lerin büyük bir kısmı *sürgün*de *sürgün* yemekten *sürgün* oldu.

Bu cümlede 'sürgün' sözcüğünün dört defa geçtiğini ve her geçişinde *başka bir anlam* taşıdığını görüyoruz. Nitekim, çok-anlamlılık *dil-içi* bir özellik olduğu ve değişik dillerin çok-anlamlılıkları örtüşmediği için, biz yukarki cümleyi herhangi bir yabancı dile çevirdiğimiz zaman, 'sürgün' sözcüğünün her geçişi için çok kez farklı bir sözcük kullanmak zorunda kalırız. Örneğin, bu cümleyi Fransızca'ya çevirmek isteseydik, aşağı yukarı şöyle bir karşılık elde ederdik:

(15) La plupart des *déportés* ont contacté la *diarrhée* au *bagne* pour avoir mangé des *pousses*.

Görüldüğü gibi, Türkçe 'sürgün' sözcüğünün her değişik anlamını *farklı* bir Fransızca sözcük karşılıyor.

O halde bir genel-terimin çok-anlamlı olması ne demektir? Sonra buradaki çok-anlamlılığı tekil-terimlerinkinden nasıl ayırdediyoruz?

Tekil-terimlerin tek tek nesneleri *adlandırdıkları* halde, genel-terimlerin bazı bakımlardan birbirine benziyen nesnelere *uygulandıklarını*, başka bir deyimle, bir nesneler türünün ortak adı olduklarını söylemiştik. Örneğin, 'Atatürk' tekil-terimi Türkiye'nin ilk cumhurbaşkanının adı olduğu halde,

'cumhurbaşkanı' genel-terimi Atatürk'ü de içine alan birçok aynı türden insana uygulanır. Genel-terimlerin anlamının da bunların uygulanışını yöneten kurallardan ibaret olduğunu söyleyebiliriz. Buna göre, genel-terimlerin çok-anlamlı olması, bunların birden çok bağdaşmaz anlam kuralı gereğince değişik nesne türlerine uygulanabilmesi demektir. Nitekim, örnek olarak aldığımız 'sürgün' sözcüğü, aralarında pek bir benzerlik olmayan nesne türlerine uygulanabildiği için çok-anlamlıdır.

Yalnız, burada *genellik* (generality) ile *çok-anlamlılığı* birbirinden ayırdetmek gerektiğine işaret etmek isteriz. Bir türün ortak adı olan herhangi bir genel-terim o türe ait olan bütün tek tek nesnelere uygulandığı gibi, o türün *alt-türlerine* de uygulanır. Örneğin, 'insan' sözcüğü Ali, Jean, Mary ve İvan'a olduğu kadar, Avrupalılara, hatta Fransızlara da uygulanır. Nitekim, 'Ali bir insandır' dediğimiz gibi, 'Avrupalılar insandırlar' ve 'Fransızlar insandırlar' da deriz. Buna göre, Ali, Jean, Mary, İvan gibi birden çok insana *uygulandığı* için 'insan' terimini nasıl çok-anlamlı saymıyorsak, Avrupalı ve Fransız alt-türlerine uygulandığı için de bu terimi çok-anlamlı saymamak gerekir. Bunun sebebi apaçıktır: 'İnsan' sözcüğünü bütün bu tek tek canlılara ve canlı alt-türlerine uygularken baş vurduğumuz kurallar aynı kurallardır. 'İnsan' sözcüğünün anlamının değişmemesi her *ayrı* uygulanışında hep *aynı* kurala baş vurulmasındandır. Buna karşılık, 'sürgün' sözcüğünün çok-anlamlı bir genel-terim olması, çok-anlamlılığının sayısı kadar değişik, *birbiriyle bağdaşmaz* kurallar uyarınca uygulanmasındandır. Bundan ötürü, 'sürgün' genel-teriminin geçtiği bazı cümleler ilk bakışta hem doğru, hem yanlış değerini alabiliyor. Nitekim, örneğin

(16) Ahmet sürgün oldu

cümlesinin çok-anlamlı olması, 'sürgün olmak' deyiminin biryol "ishale yakalanmak", bir de "sürülmek" veya "sürgüne gönderilmek" anlamında büsbütün farklı olay türlerine uygulanabilmesidir. 'Sürgün' genel-teriminin anlamını yöneten kurallardan birine göre, bu sözcüğü ancak bağırsakları bozulup sık sık dışarı çıkmak ihtiyacını duyan kimselere uygularız; bu kurallardan bir başkasına göre ise, işlediği herhangi bir suçtan ötürü, mahkeme kararıyla oturduğu yerden başka bir yere gönderilen ve orada yaşamaya mecbur edilen kişilere uygularız.

Bu vesile ile önemli bir başka noktaya daha dokunmamız gerekiyor; o da mecazlı (metaphoric) anlamda kullanılan sözcüklerin de yeni bir çok-anlamlılık türü yaratıp yaratmadığı sorusudur. Yalnız, bu soruyu ele almadan önce, *sıradan-anlam* ve *mecazlı-anlam* ayrımı üzerinde kısa bir aydınlatmada bulunmamız faydalı olsa gerektir.

Bundan önce 'yemyeşil rüya' ve 'sinirli üçgen' türünden deyimlerin insana aykırı veya anlamsız geldiğine kısaca dokunmuştuk. Bunun gerek-

çesi kısaca şöyle dile getirilebilir: Dildeki her yüklemin *uygulanabilme alanı*, yani uygulanabileceği nesneler sınırlıdır. Örneğin, 'ölümlü' yüklemi canlı nesnelere, 'akıllı' yüklemi belli bazı hayvan türlerine, bu arada özellikle insanlara, 'ağır' yüklemi maddî cisimlere uygulanır, dolayısiyle bu yüklemlerin *normal* kullanılma alanları dışında kalan nesnelere uygulanması bizde bir yadırgama duygusu uyandırır: 'Ölümlü bir maden', 'akıllı bir ağaç' ve 'ağır bir düşünce' deyimlerinde olduğu gibi. Bu yadırgamanın nedeni, bizim 'ölümlü', 'akıllı', 'ağır' gibi yüklemleri başlangıçta bazı nesne türlerinde algıladığımız belli bazı nitelikleri dile getirmek amacıyla kullanmış olmamızdır; onun için aynı yüklemlerin sözü geçen niteliklere sahip olmıyan nesnelere uygulanması bize garip görünür.

Yalnız, 'sinirli bir üçgen' deyiminin bize aykırı gelmesine rağmen, bir bakıma aynı derecede aykırı sayılması gereken 'ölümsüz bir eser' deyimini pek yadırgamayız. Aynı şekilde, 'tatlı' yükleminin ancak herhangi bir yenebilir nesneye uygulanması gerektiğini bildiğimiz halde, 'tatlı bir bakış' veya 'tatlı bir gülüş' deyimlerini yadırgamayız. Oysa 'tatlı' sözcüğünün uygulandığı nesneler arasında, hiç değilse *başlangıçta*, bakışlarla gülüşlerin yer almadığı şüphe götürmez. Belki de zamanla, tatlı yiyeceklerin insanda yol açtığı hoşlanma duygusuna bazı bakış ve gülüşlerin de yol açtığına bakılarak, bu yüklemin uygulanma alanı genişletilmiştir. Ancak, insanda aynı duyguyu uyandırmak bakımından aralarında bir benzerlik olsa bile, yiyecek maddeleriyle bakışlar arasında büyük ayrımlar olduğu şüphe götürmez. Onun için, 'tatlı' yükleminin 'tatlı bir elma' da *sıradan* veya *normal* anlamında, 'tatlı bir bakış' ta ise *mecazlı* (metaphoric) anlamında kullanıldığını söyleriz. İşte herhangi bir deyimi, ilk bakışta semantik bakımdan aykırı olmasına rağmen yadırgamıyorsak, bu deyimde geçen genel-terim *mecazlı* anlamda kullanılıyor demektir.

Genellikle bu iki kullanışı birbirinden ayırdetmekte güçlük çekmeyiz. Nitekim,

(17-1) Son davranışı sabrımı *taşırdı;*

(18-1) Çok *tatlı* bir gülüşü var;

(19-1) İnönü bazan çok *sert* konuşur;

(20-1) Politikacıların görevi *ağır*dır

cümlelerinde geçen altı çizili yüklemlerin bu bağlamlarda *mecazlı* anlamda; buna karşılık,

(17-2) Son yağmurlar nehirlerin *taşmasına* yol açtı;

(18-2) Çok *tatlı* bir elma;

(19-2) Demir kurşundan daha *sert*tir;

(20-2) Bu bavul oldukça *ağır*

cümlelerinde ise *sıradan* veya *normal* anlamlarında geçtiklerini farketmekte güçlük çekmeyiz.

Şimdi bizi ilgilendiren soru şu: Bir sözcüğün *sıradan* anlamından başka bir anlamda (*mecazlı* anlamda) kullanılması da bir *çok-anlamlılık* türü müdür, yoksa burada sadece sözcüğün *anlamı değişmeden* iki alt-türe uygulanması, yani *genellik* mi söz konusudur?

Bu konuda yazarlar arasında bir uzlaşma olmaması, her iki kavramın da mantık bakımından yeteri kadar aydınlığa kavuşmamış olduğunu gösteriyor. Nitekim, J. S. Mill burada bir çok-anlamlılık olduğu kanısında; ona göre, örneğin 'parlak' sözcüğünün sıradan anlamından başka bir de mecazlı anlamda kullanılmasını, tıpkı bizim 'sürgün' sözcüğü için yaptığımız gibi, bir çok-anlamlılık çeşidi saymak gerekir, çünkü onca *yanlış çıkarımların* (fallacious reasoning) en çok rastlanan biçimlerinden biri de bu iki anlam türünü birbirine karıştırmaktan doğar (Bk. J. S. Mill, *A System of Logic*, ch. II, 8; ayrıca, ch. VII, 1). Max Black de bu görüşü paylaşıyor (Bk: M. Black, *Critical Thinking*, ss. 195-96). John Hospers ise özellikle bazı felsefe bağlamlarında bir terimin mecazlı anlamıyla sıradan anlamını birbirine karıştırmanın yanlış-anlamaya yol açabileceğine işaret ediyor (Bk: J. Hospers, *An Introduction to Philosophical Analysis*, s. 4).

Buna karşılık, Quine burada *genellikten* söz etmenin daha uygun olacağı kanısında gibi görünüyor (Bk: W. v. O. Quine, *Word and Object*, s. 130) Gerçi, ona göre

(21) Gülüşü de pastası kadar *tatlı*ydı;

(22) Sözleri de yumruğu gibi *sert*ti;

(23) Dünkü ziyafette bir hayli bardak ve kalp *kırıldı*;

(24) Bazı politikacıların gövdeleri gibi görevleri de *ağır*dır

türünden deyimlerde, belli bir sözcüğün hem sıradan hem de mecazlı anlamında kullanılmasından olacak, bir gariplik, hattâ bir komiklik sezilir, ama bundan ötürü bu deyimlerde geçen 'tatlı', 'sert', 'kırmak','ağır' sözcüklerinin *çok-anlamlı* olması gerekmez. Nasıl 'insan' terimini Fransızlara olduğu kadar Hotantolara da uygulandığı için çok-anlamlı saymıyorsak, aynı şekilde, 'tatlı' sözcüğünü *anlamı değişmeksizin* pastalara olduğu kadar gülüşlere de uygulanan bir *genel* terim sayabiliriz. Başka bir deyimle, pastalarla gülüşleri, hatta daha başka birçok şeyleri, *tatlı nesneler* türünün alttürleri sayabiliriz.

Mecazlı-anlamlılık da bir çok-anlamlılık türü olsaydı, çok-anlamlılık ayracımızın bu gibi deyimlerin geçtiği cümlelere uygulanabilmesi gerekirdi. Yani bu türlü cümlelerin de değişik biçimlerde yorumlanabilmesi, dolayı-

siyle bir yoruma göre doğru, bir başka yoruma göre yanlış olabilmesi gerekirdi. Oysa, herhangi bir dili öğrenen kimse, onda geçen sözcüklerin mecazlı anlamını *ayrıca* öğrenmez, dolayısiyle bu gibi cümlelerin değişik yorumlara yol açması söz konusu değildir. Nitekim, çok-anlamlılığın *dil-içi* (intralinguistic) bir olay olmasına karşılık, mecazlı-anlamların *diller-arası* (interlinguistic) bir olay olması, dolayısiyle bir yabancı dil öğrenirken, onda geçen sözcüklerin mecazlı anlamını ayrıca öğrenmeye lüzum kalmaması da bizim savımızı destekler gibi görünüyor.

Yalnız, mecazlı bir anlamda *kullanılan* bir deyimi sıradan anlamında *yorumlamaktan* ötürü herhangi bir yanlış anlamanın doğması mümkün değil mi? Dolayısiyle burada da gene bir çok-anlamlılıktan söz edilmesi gerekmez mi? Biz kendi hesabımıza mecazlı anlamla sıradan anlamı birbirine karıştırmanın ne gibi yanlış anlamalara yol açabileceğini düşünemiyoruz. Bir sözcüğün mecazlı anlamda kullanılması, ilk uygulandığı nesnelerde rastlanılan belli bir niteliğin başka nesnelerde de bulunduğuna bakarak, *uygulanma alanının genişletilmesinden* başka bir şey olmadığına göre, burada çok-anlamlılık değil, *genellik* söz konusu olsa gerektir. Nitekim, herhangi bir sözcüğün *mecazlı* anlamını sıradan anlamından çıkarmakta güçlük çekmeyiz; örneğin, 'sivri' sözcüğünün sıradan anlamını bilen bir kimse, 'sivri akıllı' deyimine rastladığı zaman, bunun başkaları gibi düşünmek istemiyen, aklıyla sivrilmeye yeltenen kimseleri nitelemek için söylenmiş olacağını kolaylıkla kestirebilir. Oysa 'Ahmet sürgün oldu' türünden bir deyim için bu çok kez mümkün değildir.

Belki *özel-deyimler* (idioms) için durumun farklı olduğu akla gelebilir. Nitekim, 'dokuz doğurmak', 'küplere binmek', 'suya sabuna dokunmamak', sonra 'kulağı delik', 'çenesi düşük' gibi *daima sıradan anlamlarından başka bir anlamda* kullanıldıkları için "özel-deyim" adını verdiğimiz deyimlerin bunları ilk duyanlar (dili yeni öğrenen çocuk veya yabancılar) tarafından *yanlış yorumlanması* mümkündür. Söz gelişi,

(25) Kulağı deliktir onun

cümlesini ilk defa duyan bir çocuk, sözü edilen kimsenin kulağında bir delik olduğu inancına kapılabilir. Aynı şekilde, Türkçe'yi yeni öğrenen bir yabancı bir metinde rastladığı

(26) Hiç suya sabuna dokunmaz

cümlesini sıradan anlamında yorumlamaya kalkabilir. Buna bakarak, bu deyimlerin çok-anlamlı sayılmaları gerekeceği akla gelebilirse de, bu doğru değildir, çünkü *dili iyi öğrenmiş olan bir kimse* bunları her gördüğü yerde tanır, dolayısiyle herhangi bir yanılmaya düşmez. Oysa çok-anlamlı sözcükler için aynı şeyi söyliyemeyiz, çünkü bunlar dili iyi bilenler için de bir yanlış

anlama kaynağı olmakta devam ederler. Özel-deyimleri başlangıçta çok-anlamlı saysak bile, bunların çok-anlamlılığı *geçicidir*, çünkü bir defa sıradan anlamlarını yitirdiler mi, bir daha bu anlamda kullanılmazlar, dolayısiyle onların anlamını bilmek, dış-görünüşlerine aldanmayıp onları asıl karşılıkları olan bir *başka deyime çevirebilmek* demektir. Nitekim (25) i anlamak, onun

(25') Her haberi hemen duyar

cümlesiyle eş-anlamlı olduğunu bilmek demektir. Kaldı ki, özel-deyimlerin çok-anlamlı olmadıklarını, (25) ile (26) türünden cümlelerin, sıradan anlamda yorumlandıkları takdirde hemen hemen *daima yanlış* çıkmalarından da anlıyabiliriz. Gerçi, kulağı gerçekten de delik insanlar olduğu gibi, ömründe hiç yıkanmamış insanlar da bulunabilir, ama bu gibi durumların pek nadir olması, özel-deyimlerin geçtiği bağlamların yanlış anlaşılmasını hemen hemen imkânsız kılar. Buna göre, 'kulağı delik' gibi özel bir deyim, çok-anlamlı bir deyim değil, hemen hemen *daima sıradan anlamından başka bir anlamda kullanılan* tek-anlamlı bir deyimdir. Hatta denebilir ki, herhangi bir dilde *tek-anlamlı* olan sadece özel-deyimlerdir.

(iii) Önerme Eklemlerinin Çok-anlamlılığı

İki önermeyi birbirine bağlıyan 've', 'veya', 'ise' türünden sözcüklere önerme-eklemleri diyoruz. Bir önermeyi değillemeye yarayan 'değil' sözcüğüne de (aritmetikte sıfıra sayı denmesi gibi) önerme-eklemi denmektedir. İlerde görüleceği gibi, önermeler mantığı doğruluk-çizelgeleri yardımıyla bu eklemlerin anlamını tespit etmeğe, başka bir deyimle, onların *işlemsel tanımını* yapmağa çalışır.

Yalnız, *mantık dilinde* önerme-eklemleri *tek-anlamlı* olduğu halde, doğal dillerde bu eklemler de öteki sözcükler gibi, *çok-anlamlıdır*. Nitekim, mantıkta geçen '$\sim$' sembolü günlük dildeki 'değil' in *tek-anlamlı bir karşılığı* durumundadır; '$\wedge$' (yani 've'), 'V' (yani 'veya'), '$\rightarrow$' (yani 'ise') için de aynı şeyi söylıyebiliriz. Ancak, mantık bu tek-anlamlılığı özel bir *uzlaşım* sonucunda, yani bu eklemlerın günlük dildeki anlamlarından yalnız *birini seçerek* elde eder. Onun için, mantığın ve matematiğin dillerine «yapma dil» diyoruz.

Herhangi bir tekil veya genel terimin çok-anlamlılığını, bu terimlerin içinde geçtiği bazı cümlelerin ilk bakışta hem doğru hem yanlış değerini alabilmeleriyle tanımlamıştık. Eklemler *birden çok* önermeyi birbirine bağladıklarına göre, bunların çok-anlamlılıklarını, biraz farklı bir şekilde, ama gene de doğruluk-değeri kavramı yardımıyla şöyle tanımlıyabiliriz:

(27) Bir *önerme-ekleminin* çok-anlamlı olması, bu eklemin geçtiği bazı bileşik önermelerin *doğruluk-çizelgelerinin* birbirinden farklı olmasıdır.

Tanımlama bahsinde görüleceği gibi, ilkel önerme-eklemlerinin anlamı *doğruluk-çizelgesi yöntemi* ile belirtilir. Bir sözcüğü tanımlamak, onun *anlam kuralını*, yani dilde nasıl kullanıldığını belirtmek demektir. Çok-anlamlı herhangi bir sözcüğün birden fazla birbiriyle bağdaşmaz anlam-kuralı veya tanımı olacağına göre, eklemlerin çok-anlamlı olup olmadıklarını anlamak için bunların birbirinden farklı doğruluk-çizelgelerinin olup olmadığını araştırmak gerekir.

Örnek olarak, 'veya' eklemini alalım. Öğrencilerimiz üzerinde yaptığımız incelemeler bu eklemin günlük dilde iki değişik biçimde yorumlandığını göstermiştir. Bunların doğruluk-çizelgeleri şöyledir:

		(I)	(II)
p	q	p veya q	p veya q
D	D	D	Y
D	Y	D	D
Y	D	D	D
Y	Y	Y	Y

Modern mantık yalnız (I) yorumunu 'veya' nın *doğru* yorumu saymaktadır. Bu yoruma göre,

(28) Ali bugün sinemaya *veya* tiyatroya gidecek

cümlesi, Ali'nin ne sinemaya ne de tiyatroya gitmemesi halinde *yanlış*, öteki hallerde doğrudur; dolayısiyle Ali hem sinemaya hem tiyatroya gitmiş olabilir. Nitekim, Türkçe'de 'ya...ya' diye bir başka eklem daha olup (II) yorumu bu eklemin doğruluk-çizelgesini dile getirmektedir. Şu halde, Türkçe'mizde 'veya' nın ('ve + ya' anlamında) 'ya... ya' dan farklı olarak sadece (I) yorumunda kullanılması gerekir. Ancak, yaptığımız incelemeler bu konuda tam bir uzlaşma olmadığını göstermektedir; onun için, 'veya' ekleminin günlük dilde çok-anlamlı olduğunu söylüyoruz.

'İse' eklemi için de aynı şeyi söyliyebiliriz. Nitekim, bu eklem, başka birçok dillerde olduğu gibi, Türkçe'de de çok-anlamlıdır. Örneğin şu cümleleri göz önünde bulunduralım:

(29) Amerika'nın askerî gücü var*sa*, Çin'in de insan gücü var.

(30) Zengin olur*sam*, fakirlere yardım edeceğim.

(31) Hasta ameliyat olur*sa*, kurtulur.

Şimdi bu cümlelerde hep *'ise'* (*'... sa'*) eklemi geçmekle birlikte, bu eklem herbir cümlede *değişik* bir anlamda kullanılmaktadır. Bunu doğruluk-çizelgeleri yardımıyla tespit etmek güç olmasa gerektir. Nitekim, bu cümlelerin doğruluk-çizelgeleri şöyledir:

p	q	(29) p ise q	(30) p ise q	(31) p ise q
D	D	D	D	? (yani D veya Y)
D	Y	Y	Y	Y
Y	D	Y	D	— (yani doğruluk-değeri
Y	Y	Y	D	— belli değil)

Dikkat edilirse, (29) un doğruluk-çizelgesi mantıktaki '∧' ekleminin doğruluk-çizelgesinin aynıdır; bu da gösteriyor ki, 'ise' eklemi (29) da 've' ninkine benzer bir anlamda kullanılmaktadır. (30) daki 'ise' ise mantıktaki '→' ekleminin karşılığıdır. Öte yandan (31) de *doğruluk-fonksiyonu durumunda olmıyan* bir önerme eklemi ile karşı karşıya bulunuyoruz. Gerçekten de (31) iki olay arasında belli bir *nedensellik* bağı olduğunu iddia eden bir öndeyiden başka bir şey değildir. Burada 'p' ile 'q' nün ikisinin de *doğru* değerini almasına rağmen 'p ise q' önermesi doğru değerini de alabilir, yanlış değerini de. Nitekim, hastanın ameliyat olması iyileşmesinin onsuz olunamaz şartı idiyse, 'p ise q' *doğru* değerini alır. Buna karşılık, ameliyat olmasına rağmen hastanın iyileşmesinin asıl sebebi başkaysa, yani hasta ameliyat olmadan da iyileşebilecek idiyse, yanlış değerini alır. 'p' ile 'q' den birinin yanlış, ötekinin doğru olması halinde ise 'p ise q' ye hangi doğruluk-değerinin verilmesi gerektiğini bilemeyiz. Aynı şey ikisinin yanlış olması halinde de söz konusu.

Görüldüğü gibi, 'ise' ekleminin günlük dilde doğruluk-fonksiyonu durumunda olan en az *iki* değişik anlamı olduğu gibi, bir de bu durumda olmıyan bir anlamı var. Çok defa bu anlamları birbirinden ayırdetmekte güçlük çekmeyiz. Nitekim, (30) u öne süren bir kimse zengin olduktan sonra fakirlere yardım etmezse, yalancı veya sözüne güvenilmez bir insan sayıldığı halde, hasta ameliyat olup da iyileşmezse, pek az kimse (31) i öne sürmüş olan bir hekimi yalancılıkla suçlamaya kalkar.

(c) Pragmatik Çok-anlamlılık veya Kaypaklık

Bildirişmeyi en çok aksatan, hatta düpedüz imkânsızlaştıran pragmatik çok-anlamlılığa *kaypaklık* diyoruz. *Semantik* çok-anlamlılık bir ve aynı terimin birden çok anlam kuralı uyarınca kullanılmasından doğuyordu; ancak, bu değişik kuralların uygulanmasında dili kullanan toplum üyelerinin

hepsi anlaşmış ve uzlaşmışlardır. *Kaypaklık* ise, görünüşte *aynı* dili kullanan toplum üyelerinin herhangi bir terimin kullanılışını yöneten kurallar üzerinde *anlaşmamış* olmalarından doğar. Bu anlaşmazlığın *kaplamsal* ve *içlemsel*• olmak üzere iki ayrı çeşidi vardır, dolayısiyle herhangi bir terim hem kaplam hem de içlem bakımından *kaypak* olabileceği gibi, yalnız içlem bakımından da kaypak olabilir. Örneğin, değişik kullananlar 'balina' veya 'yarasa' gibi bir genel terimi iş başında aynı türden nesnelere uyguladıkları halde, bu terimin uygulanışını yöneten kurallar (anlam kuralları, belirtik tanımları) üzerinde anlaşmayabilirler. Nitekim, belli bir hayvanı görünce, aynı dili konuşan bir toplumun bütün üyeleri 'balina' adını uygulamakta duraksamadıkları halde, bu kelimenin anlamını,

(k_1): Balina soğuk denizlerde yaşayan pek büyük bir *balıktır*

(k_2): Balina soğuk denizlerde yaşayan pek büyük bir *memelidir*

biçimindeki iki değişik *anlam kuralı* yardımıyla dile getirebilirler. Bu gibi bir durumda 'balina' teriminin *kaplam* bakımından pragmatik tek-anlamlı, *içlem* bakımından ise çok-anlamlı bir terim olduğunu söyliyebiliriz. Bu durumda iki kullanan arasında balinanın gerçekte bir *balık* mı, yoksa bir *memeli* mi olduğu konusunda bir tartışma baş gösterse bile, eğer her ikisi de belli bir hayvan karşısında

(32) Bu bir balinadır

demekte anlaşıyorlarsa, aralarındaki tartışmanın kısa zamanda bir sonuca bağlanması beklenebilir. Gerçekten de, belli bir hayvana aynı kelimeyi uygulamakta anlaştıklarına göre, tartışanlardan birinin, karşısındakinin açıklamaları sonunda, olgusal bir yanılmaya düştüğünü, suda yaşadığı ve balık biçiminde olduğu için balinayı da balık sandığını, oysa balıklar gibi yumurtlamayıp yavrusunu doğurduğuna, sonra su yüzüne çıkıp teneffüs ettiğine v. ö. göre gerçekte bir memeli olması gerekeceğini kolaylıkla kabul edebilir, tartışma da böylece sona erer. Terimlerin içlemsel anlamları üzerindeki uzlaşmazlıkların büyük bir kısmı bilimsel bilgilerimizin artması ve incelmesi sonucunda giderilebilmektedir.

Yalnız, bu her zaman mümkün olmuyor. Örneğin, 'demokrasi' gibi bir terimin ne çeşit yönetim biçimlerine uygulanması gerektiği, hangilerine uygulanmasının yasaya-aykırı olduğu konusunda aynı dili konuşan toplum üyeleri arasında her zaman bir uzlaşmaya varılamamaktadır. İşin en ilginç yönü de şu: Hiç bir kullanan 'demokrasi' sözcüğünün *çok-anlamlı* bir sözcük olduğunu kabul etmek istemez. Her kullanan kendi seçtiği anlam ku-

• Bir terimin *kaplamı* o terimin uygulandığı tek tek nesnelerin kümesi, *içlemi* ise terimin bu nesnelere uygulanmasında göz önünde tutulan başlıca niteliklerdir.

ralının biricik doğru veya yasaya-uygun anlam kuralı olduğu iddiasındadır. Dolayısiyle, böyle bir sözcüğün anlamı üzerinde uzlaşmamaktan doğacak olan herhangi bir tartışmayı, 'balina' örneğinde olduğu gibi, olumlu bir sonuca bağlamak her zaman mümkün değildir. Örneğin, bugünkü Bulgaristan'ın yönetim biçiminin ne olduğu konusunda iki kişi arasında bir tartışma baş gösterse, söz gelişi birinin öne sürdüğü

(33) Bugünkü Bulgaristan'ın yönetim biçimi demokrasidir

iddiasını öteki reddetse, her ikisi de sonuna kadar iddiasında haklı olduğunu öne sürebilir, dolayısiyle tartışma bir sonuca bağlanamıyabilir.

Biraz ilerde göstereceğimiz gibi, genel olarak, çok-anlamlılığın yol açtığı tartışmalara *sözel tartışmalar* denir. Ancak bunlardan bir kısmı tartışanlardan birinin bir yanlış anlamaya düşmüş olduğunu anlaması veya kabul etmesi sonucunda giderilebildiği halde, bir kısmı bu şekilde giderilememektedir. İşte böyle bir durumda *pragmatik bir çok-anlamlılık* karşısındayız demektir. Pragmatik çok-anlamlılık veya *kaypaklık*, görünüşte aynı dili kullananlardan bir kısmının bazı terimlerin anlamını yöneten kurallar üzerinde anlaşmaya veya uzlaşmaya yanaşmamalarından doğar. Bu durumu göz önünde tutarak, kaypaklığı şöyle tanımlamak mümkündür:

(34) Bir sözcüğün *kaypak* olması, bu sözcüğü içine alan bazı cümlelerin, belgeleme yöntemlerinin aynı olmasına rağmen, *bazı kullananlarca* doğru, *bazılarınca* yanlış sayılmasında ayak diretilmesidir.

Kaypaklık eskiden beri biliniyordu; hatta bu yüzden bazı filozoflar doğruluğun *göreli* (relâtif), yani insandan insana değişen bir şey olduğunu iddia etmişlerdir. Bilimlerin hızla geliştikleri günümüzde ise böyle bir şeyi kabul etmek istemiyoruz. Kaypaklığın yol açtığı sözel tartışmalara biraz ilerde etraflıca değineceğiz.

B. BELİRSİZLİK ve BİLDİRİŞMENİN DURMASI

"Saçlarımı bir bir yolmaya başlasam, nereden sonra *dazlak* sayılırım?" sorusu daha eski Yunanistan'da eğlenceli tartışmalara konu olmuştu. Buna benzer başka sorular sorabiliriz: Bir renk ne zaman siyah olmaktan çıkar, koyu gri olur? Hava kararmaya ne zaman başlar? Bir çocuk ne zaman tembeldir, ne zaman çalışkan? Kabiliyetli ile dâhi arasındaki sınır çizgisi nerededir? Hava hangi dereceden sonra soğumaya başlar? Bir otomobil ne zaman hızlanır? İki şehir birbirine ne zaman yakındır, ne zaman uzak? Bir sanat eseri hangi niteliklere sahip olduğu zaman güzeldir, hangilerinden yoksun olduğu zaman çirkin? Evrim çizgisinin hangi noktasında maymun insana dönüşmüştür?

Soruları uzatmakta fayda yok; bütün bu örnekler yardımıyla göstermek, daha doğrusu hatırlatmak istediğimiz şu: Biz her zaman dilde kullanılan sözcüklerin adlandırdıkları veya uygulandıkları nesnelerin sınırlarını *kesinlikle* bilmeyiz; başka bir deyimle, sözcüklerin anlamları büsbütün *belirli* değildir, dolayısiyle bazan öyle durumlarla karşılaşabiliriz ki, belli bir sözcüğü uygulayıp uygulamamak gerektiği konusunda bir karar veremeyiz. Buna sebep, doğal dillerde sözcüklerin anlamını belirliyen kuralların *tüketici* ve *kesin* olmayışlarıdır. Biz bu kuralları sadece *kabataslak* biliriz; çok kez *dile getirilmemiş kurallar*, başka bir deyimle, *dilsel yatkınlıklar* durumunda olan anlam kuralları dili öğrenirken etrafımızdakilerin dilsel davranışlarını gözleyerek yaptığımız empirik genellemelerin ürünüdürler. Ancak bu gibi dilsel yatkınlıklar veya alışkanlıkların her durumda bize nasıl davranmamız gerektiğini gösteremiyeceği de meydandadır. Nitekim, 'dazlak' sözcüğünün *kabaca* hangi durumlarda uygulanması gerektiğini, ne gibi durumlarda uygulanmasının yasaya aykırı olduğunu biliriz, ama öyle *sınır-durumlarıyla* karşılaşabiliriz ki, bu sözcüğü uygulayıp uygulamamak gerektiği konusunda bir karar veremeyiz. İşte böyle bir durumda 'dazlak' sözcüğünün *belirsiz* olduğunu söylüyoruz.

Şimdi, belirsizliğin her bağlam için geçerli bir tanımını şöyle dile getirebiliriz:

(1) Bildiri kipinden bir *cümlenin* belirsiz olması, bu cümleye herhangi bir doğruluk-değeri verilememesi demektir.

Buna dayanarak sözcüklerin belirsizliğini de şöyle tanımlıyabiliriz:

(2) Bir *sözcüğün* belirsiz olması, bu sözcüğün içinde geçtiği bazı bildiri kipinden cümlelere herhangi bir doğruluk-değeri verilememesi demektir.

(a) Semantik Belirsizlik

Çok-anlamlılıktan farklı olarak, belirsizliğin *sentaktik* bir türüne rastlamıyoruz, zira her terimin mutlaka belli bir veya birkaç sentaktik görevi olmak gerekir. Onun için, belirsizliğin *semantik* ve *pragmatik* olmak üzere yalnız iki çeşidi vardır. Bunlardan ilkin semantik belirsizliği inceliyeceğiz.

(i) Tekil-terimlerin Belirsizliği

Herhangi bir tekil-terimin anlamının büsbütün belirli olması bu terimin gösterdiği veya adlandırdığı nesnenin sınırlarının kesin olarak belli olmasına bağlıdır. Oysa bir nesnenin bir başka nesneden hangi sınırlarla ayrıldığını belki hiçbir zaman kesinlikle bilemeyiz, *meğer ki bu sınırları özel bir uzla-*

şımla tespit etmiş olalım. Örneğin, 'Uludağ' tekil-terimi belli bir dağın adı olmakla birlikte, bu adın gösterdiği bölgenin sınırları belli-belirsizdir. Gerçi bu dağın doruğuna çok yakın bir yerin Uludağ'a ait olduğu şüphe götürmediği gibi, doruk noktasından çok uzakta, düzlükte olan bir yerin de ona ait olmadığı şüphe götürmez; ama bu ikisi arasında bulunan bazı bölgelerin "Uludağ"a ait olup olmadığı konusunda karar veremediğimiz durumlar olabilir ve bu yüzden belli bir olguyu dile getirmek için, söz gelişi

(3) Geçen yaz Uludağ'da kamp kurduk

demek yerinde midir, değil mi, bu konuda duraksayabiliriz. Bazan iki devlet arasında bunlardan ne birine ne ötekine ait olan bir bölge ("no man's land") olduğu gibi, çok kez gerek fiziksel, gerekse düşünsel bölgeler (tarihsel çağlar, v.b.g.) arasında da ne birine ne ötekine mal edemediğimiz kısımlar vardır. "Rönesans" ne zaman başlar, ne zaman biter? Dolayısiyle, örneğin Giotto ve Dante Ortaçağ'a mı aittirler, Rönesans'a mı? Bu soruya kesin bir cevap verebilmek için, Ortaçağ'ın da Rönesans'ın da birbirleriyle bağdaşmıyan belirtik tanımlarını yapmış olmak gerekir. Oysa çok kez bu ne gereklidir, ne de mümkün: Gerekli değildir, çünkü biz 'Rönesans' deyimini kullanmakla bir zaman bölgesini sadece *kaba çizgileriyle* bir önceki zaman bölgesinden ayırdetmek istemişizdir. Mümkün değildir, çünkü tarihteki hiç bir kültürel değişme birdenbire, bir atlama şeklinde olmaz, yavaş yavaş, derece derece olur. Başka bir deyimle, bir çağdan bir sonrakı çağa geçiş süreklidir. Onun için, gerçi biz bir F. Bacon'ın ne zaman (yani hangi tarihler arasında) yaşadığını kesin olarak bilebiliriz, ama bu filozofu Rönesans'a mı, yoksa Yeniçağ'a mı maletmek gerektiğini bilemiyebiliriz.

(ii) Genel-terimlerin Belirsizliği

Herhangi bir somut nesnenin sınırları (dolayısiyle kişiliği) büsbütün belirli olmadığı gibi, nesne türlerinin, niteliklerin, hatta bağlantıların da sınırları büsbütün belirli değildir. Nitekim, biz bugün maymun türü ile insan türü arasındaki ara-türler tükenmiş olduğu için, 'maymun' terimini de, insan' terimini de hangi türden canlılara uygulamak, hangilerine uygulamamak gerektiğini nerdeyse şüpheye meydan kalmıyacak şekilde biliyoruz, dolayısiyle bu terimlerin anlamı bizim için oldukça belirlidir, ama aynı şeyi 'demokrasi', 'komünizm' terimleri için de söyliyebilir miyiz? Hele 'kırmızı', 'sert', 'ağır', 'sıcak' gibi duyusal nitelikleri dile getiren yüklemlerin bir deyime özleri gereği belirsiz oldukları söylenebilir, çünkü, bilindiği gibi, kırmızı niteliğinin çeşitli nüansları, sertliğin, ağırlığın ve sıcaklığın dereceleri vardır, öyle ki, kırmızılığın nerede bittiği, sarının nerede başladığı, sertliğin nerede yumuşaklığa, ağırlığın nerede hafifliğe, sıcaklığın nerede soğukluğa dönüştüğü kesinlikle bilinemez. Aynı şeyi 'hızlı' ve 'arasında' terimleri için de

söyliyebiliriz: 100 m. yi 10 saniyede alan bir kimsenin *hızlı* koştuğundan, buna karşılık 1 km. yi yarım saatte alan bir kimsenin *yavaş* yürüdüğünden şüphe edilemez. Ancak yürümenin koşmaya dönüşmesi için ne derece hızlanması gerekir? Örneğin eski Maraton şampiyonu Zatopek bir koşu şampiyonu mu idi, yoksa bir *hızlı yürüme* şampiyonu mu? Dildeki hemen her terim için buna benzer sorular sorulabilir.

Sözcük-hazinesi pek zengin olan dillerde bile genel-terimlerin büsbütün belirli olduğu söylenemez. Örneğin, Türkçe'de yağmurlu havanın çeşitli nüanslarını belirtmek için 'çiseleme', 'ahmak ıslatan', 'yağmur', 'sağanak' gibi değişik sözcükler kullanılmaktadır. Arapça'da bir zamanlar bizim sadece 'deve' sözcüğüyle dile getirdiğimiz belli bir hayvan türünün alttürlerini adlandırmak için 5.000 e yakın ayrı sözcük kullanılırmış. Nesne türlerini durmadan artan sayıda alt-türlere ayırıp herbirine ayrı bir ad taktığımız ölçüde kullandığımız sözcükler *daha belirli* olur. Ancak bunun da bir sınırı olduğu gibi, günlük yaşayışta çok kez elden geldiği kadar az sayıda sözcükle yetinmek zorundayızdır. Nitekim, termometre bulununcaya kadar insanlar 'sıcak', 'soğuk' 'ılık' gibi birkaç sözcükle yetinmek zorunda idiler. Kaldı ki, bugün bile her yerde ve her zaman termometre dilini kullanmamız gerekmez. 'Hava çok sıcak', 'su ılık' gibi deyimler günlük yaşayışta çok kez işimizi görür.

Buna karşılık, bilim ve teknik dilinde, anlamları elden geldiği kadar belirli sözcükler kullanmak şarttır. Bilim, adı üstünde, nesne ve olaylar hakkında bilgi edinme amacını güder. Bir bilgi ise *doğru* bir cümlede dile gelir. Oysa bir cümlenin herhangi bir doğruluk-değeri alabilmesi için, onda geçen bütün sözcüklerin belirli olması gerekir. Aslında günlük dilde kullandığımız sözcüklerin anlamı genellikle oldukça belirlidir, çünkü anlamı büsbütün belirsiz bir sözcük *anlamsız* bir sözcük olurdu. Sözcükler ancak bazı *sınır-durumlarda* belirsizdirler. Örneğin, 'büyük fizikçi' sözcüğünü biz çok kez ne gibi insanlara uygulamak, ne gibi insanlara uygulamaktan geri durmak gerektiğini biliriz. Nitekim,

(4) Einstein büyük bir fizikçidir

cümlesinin *doğru;* buna karşılık,

(5) Bizim kapıcı büyük bir fizikçidir

cümlesinin *yanlış* olduğundan kimse şüphe etmez. "Büyük fizikçi" olup olmadıkları konusunda bir türlü karar veremediğimiz insanlar da vardır.

(b) Pragmatik Belirsizlik

Bir dili meydana getiren terimlerin *bazan belirsizleştiklerini* o dili konuşanların dilsel davranışlarından çıkarıyoruz, dolayısiyle belirsizliğin her şey-

den önce *pragmatik* bir yönü olacağı besbellidir. Gerçekten de, "verici" durumunda olanlar, yani bir niyeti iletmek isteyenler, belli bir terimi bazı durumlarda uygulayıp uygulamamak konusunda karar veremedikleri; buna karşılık "alıcı" durumunda olanlar, yani verilen bir mesajı *yorumlayanlar*, bazı cümleleri kabul veya red konusunda karar veremedikleri, yani bu cümlelerin doğruluk değerinin ne olduğu konusunda *çekimser* kaldıkları içindir ki, biz terimlerin bazı bağlamlarda belirsiz olduğu sonucunu çıkarıyoruz. Bu bakımdan belirsizlik *pragmatik* bir niteliktir; ancak sözü geçen kararsızlık veya çekimserlik dilin bütün terimlerine ve bütün kullananlara ilişkin olduğu, üstelik kullananların keyfine bağlı olmadığı için, belirsizlik aynı zamanda *semantik* bir niteliktir.

Şimdi *pragmatik* belirsizliğin nasıl bir şey olduğunu bir örnekle canlandırmaya çalışalım:

Genel olarak 'limon' gibi bir genel-terimin ne çeşit nesnelere uygulandığını, nelere uygulanmaması gerektiğini biliriz. Nitekim, limon almaya gittiğimiz bir manav bize limon yerine portakal veya turunç verse, derhal geri çevirirız. Şimdi, manavdan biçim ve renk bakımından *limona benziyen* bir meyva aldığımızı, fakat suyunu içtiğimizde ekşi değil, tatlı olduğunu gördüğümüzü düşünelim. Bu durumda sözü geçen meyvaya 'limon' yüklemini uygulayıp uygulamamakta duraksayabiliriz, çünkü dilin o ana kadar uygulamaya alışık olduğumuz kuralları bu tatlı meyvaya 'limon' sözcüğünü uygulamanın yasaya-uygun olup olmadığı konusunda bize yeterli bir ipucu vermiyebilir. Yani, böyle bir durumda

(6) Bu meyva bir limondur

cümlesini *ne* evetlemeye karar verebiliriz, *ne* değillemeye; başka bir deyimle (6) bizim için *ne* doğrudur, *ne* yanlış. Bu kararsızlık veya çekimserlik devam ettiği sürece bizim için 'limon' sözcüğü *pragmatik* bakımdan belirsizdir.

Ancak, *bizim için* belirsiz olan bir sözcüğün başkaları için de belirsiz olması gerekmez. Nitekim, bizden önce aynı durumla karşılaşmış olan bir kısım toplum üyeleri limon ağacı denen ağaçlarda büyüyen ve renk, biçim, koku, sertlik gibi nitelikleri bakımından genellikle limon denen meyvalara benziyen meyvalar arasında bazan tatlı olanlarına da rastladıktan sonra, limonları "tatlı limonlar" ve "ekşi limonlar" olmak üzere iki alt-öbeğe ayırmağa karar vermiş olabilirler. Artık onlar için 'limon' sözcüğü (hiç değilse bir bakımdan) belirsiz olmaktan çıkmıştır. Nitekim *pragmatik* belirsizlik çok kez geçici bir niteliktir; farkına varıldıktan sonra, *pratik bir gerekim duyuluyorsa*, giderilmesi için çare aranır. Bunun için de, 'limon' un uygulanmasını yöneten kurallarda değişiklik yapılır; başka bir deyimle, 'limon' sözcüğü yeniden *tanımlanır*.

Bu açıklamanın ışığı altında *pragmatik belirsizliği* şöyle tanımlıyabiliriz:

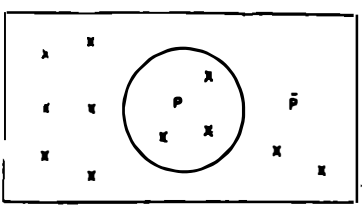
(7) Bir *terimin* pragmatik bakımdan belirsiz olması, bu terimi içine alan bazı cümlelerin *bazı kullananlarca* belli bir doğruluk-değeri almasına karşılık, başka bazı kullananlarca herhangi bir doğruluk-değeri alamaması demektir.

(c) Belirsizliğin Dereceleri

Formelleşmiş diller dışındaki bütün dillerin sözcükleri az veya çok belirsizdir. Herhangi bir sözcüğün bir başkasından daha belirsiz olması ise, o sözcüğün uygulanmasında duraksadığımız *sınır-durumlarının*, ötekine kıyasla, *daha sık* ortaya çıkmasından başka bir şey değildir. Bu bakımdan örneğin 'limon' sözcüğü pek nadir durumlarda belirsizleştiği halde, 'akıllı', 'çalışkan', 'demokrasi'; hele 'güzel', 'iyi' türünden sözcükler daha sık belirsizleşir.

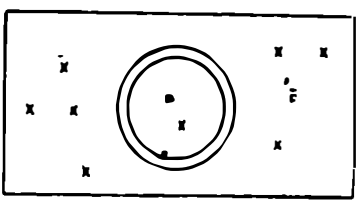
Herhangi bir genel-terimin "belirli" ve "belirsiz" oldukları durumları şu iki şema yardımıyla canlandırabiliriz:

'P' terimi *belirli*



Şema 1

'P' terimi *belirsiz*



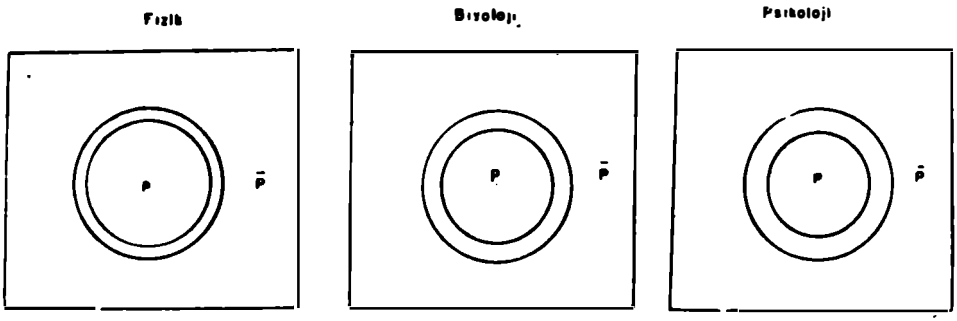
Şema 2

Dikkat edilirse, şema 1 de herhangi bir X nesnesi *ya* 'P'nin uygulama alanı içine giriyor, *ya* 'P̄'nin; başka bir deyimle, ya 'P' uygulanıyor X'e, ya 'P̄'; yani burada *üçüncü bir hal* mümkün değil. Şema 2 de ise bazı X'lere *ne* 'P' uygulanabiliyor, *ne* 'P̄'; dolayısiyle, bu durumda bir terimin belirsizliğini (2) yardımıyla tanımlamak yerindedir.

İmdi, herhangi bir sözcüğün belirsizlik derecesi onu kullanan çeşitli *insanlara* göre değişebileceği gibi, sözcüğün ait olduğu *dil alanına* göre de değişebilir. Dili kullanmadaki ustalık dereceleri ne olursa olsun, insanları bu bakımdan iki öbeğe ayırabiliriz: (i) Sıradan adamlar; (ii) bilim adamları. Sıradan adamın kullandığı dile "günlük dil", bilim adamının kullandığı dile "bilim dili" diyoruz. Bu ayrıma göre, bir kimyacının kullandığı 'altın' sözcüğü sıradan adamınkine kıyasla daha belirlidir, çünkü kimyacı 'altın' ın

uygulanmasını yöneten dil-kurallarını *daha sıkı* bir şekilde belirlemiştir. Aynı şekilde bir ormancılık uzmanı 'çam' sözcüğünü hangi ağaçlara uygulamak, hangilerine uygulamamak gerektiğini sıradan adamdan daha iyi bilir.

Ancak, belirsizlik derecesi bakımından çeşitli *bilim dilleri* arasında da ayrımlar vardır. Örneğin, *geometri* diline ait olan 'daire' sözcüğünün anlamı büsbütün belirli olduğu halde, *kimya* diline ait olan 'bakır' sözcüğü bir dereceye kadar belirsizdir, çünkü yalnız sıradan adamın değil, bir kimyacının bile 'bakır' sözcüğünü uygulamakta duraksadığı sınır-durumlar ortaya çıkabilir. Buna karşılık, *kimya* diline ait sözcüklerin *psikoloji* diline ait sözcüklerden daha belirli oldukları yadsınamaz. Hatta bu bakımdan çeşitli bilim-dilleri arasında bir *sıra-düzeni* (hierarchy) olduğu, üstelik bu sıranın bilimlerin kuruluş sırasıyla örtüştüğü, yani *sözcükleri en belirli bilimlerin ilk önce kurulduğu* söylenebilir. Daha da ileri giderek denebilir ki, bir bilimin kurulabilmesi için, bu bilim diline ait sözcüklerin yüksek bir belirlilik derecesine ulaşmış olması gerekir. Matematiğin ilkönce kurulmuş olmasının nedeni bu olduğu gibi, psikolojinin bugün bile emekleme çağını aşamamış olmasının da belki en önemli nedeni budur. Gerçekten de psikolojiyle sosyolojiye ait terimlerden birçoğu bilimsel araştırma ve bildirişme için yeterli belirlilik seviyesine ulaşmış olmaktan çok uzaktır. Başka bir deyimle, bu bilimlerin birçok kavramları tam bir aydınlığa kavuşmamıştır. Bu durumu şematik bir şekilde şöyle dile getirebiliriz.



(d) Belirsizliğin Nedenleri

Bir dilin sözcüklerinin az veya çok belirsiz olması gerçekten kaçınılmaz bir şeydir. Belirsizliğin kaçınılmazlığını şöyle açıklıyabiliriz: Bir kez herhangi bir tekil veya genel terimi günlük dil çerçevesi içinde belli bir amaçla ilk defa kullananlar söz konusu terimin uygulanışını yöneten kuralları tüketici bir şekilde belirlemeyi düşünmemişlerdir. Örneğin, belli bir dağa 'Uludağ' adını ilk veren kişi bu dağı *kabaca* öteki yüksekliklerden ayırdetmek amacını gütmüş, ama hiçbir zaman bu adın uygulanma sınırlarını kesinlikle belirt-

meyi düşünmemiştir. Aynı şeyi, 'mavi' gibi bir genel-terim için de söyliyebiliriz: Bu terimi ilk kullananlar onun ne türden renklere uygulanacağını bazı *dilsel davranışlarıyla* kabaca belli etmişler, ama oturup da bu sözcüğün anlam-kuralını *belirtik sözlü uzlaşımlar* yardımıyla tespite kalkmamışlar, başka bir deyimle, bu terimi *tanımlamamışlardır*. Günlük yaşayışta çok kez buna ihtiyaç olmadığı gibi imkân da yoktur, zira herhangi bir terimin *büsbütün belirtik* bir tanımını yapabilmek için bu terimin tanımlıyan (definiens) ında geçen terimlerin de tam belirli olmaları gerekir; oysa formelleşmiş diller dışında bu mümkün değildir. Onun için günlük *bildirişme amacıyla kullanılan* her dilin terimleri, çok az da olsa, *bir dereceye kadar* belirsiz kalmaya mahkûmdur. Nitekim, bugün fizik dilinde tayıf renklerini dalga boyları yardımıyla dile getiriyoruz, ama bu dili günlük bildirişmede kullanamayız; onun için, 'mavi', 'kırmızı', v.b. gibi renk sözcüklerine baş vurmak zorundayız. Bu sözcükleri 'koyu', 'açık' sıfatlarıyla nitelendirdiğimiz hallerde bile onların belirsizliğini *büsbütün* gidermiş olmayız.

Uygarlık seviyesi yükseldikçe, yani toplumsal yaşayış incelip ayrımlaştıkça, artan pratik ve teorik ihtiyaçlar ölçüsünde anlamı daha belirli terimlerin kullanılması gerekeceği besbellidir. Nitekim, bugün uygar toplumlarda günlük dilin yanıbaşında bir *teknik ve bilim dilinin* yer alması bundandır. Ancak, günlük dil gene de *günlük* bazı ihtiyaçları karşılamak için yeterlidir, hatta bu dilde geçen terimlerin belirsiz olması ona onsuz-olunamaz bir esneklik sağlamaktadır. Her alet kendinden beklenen işlere uygunluğu ölçüsünde iyi ve mükemmeldir; elbette kaba bir bıçakla ince bir beyin ameliyatı yapılamaz; yalnız, aynı şekilde, bir karpuz kesmek için de neşter kullanmak gereksizdir, çünkü bu işi kör bir bıçak da görebilir. Günlük dil de, adı üstünde, *günlük* pratik ve teorik ihtiyaçları karşılamak üzere kurulmuştur. dolayısiyle *bilimsel* doğrulukları dile getirmeye elverişli olmıyacağı besbellidir. Örneğin, içinde 'sıcak' gibi belirsiz ve esnek bir terimin geçtiği

(8) Bugün hava çok sıcak

cümlesi çok kez kendisinden beklenen görevi fazlasıyla yerine getirir, ama her zaman değil. Nitekim, sıcaklık derecesini kesinlikle bilmemizi gerektiren durumlar vardır. Örneğin, bir hastanın sıcaklık derecesini termometre yardımıyla ölçmek, hastalığın teşhisi bakımından son derece önemlidir, hatta bazan derecenin *bilinmesi* hastalığın tedavisi için şarttır. Modern hayatın her alanında durum böyledir; her alanda bazan elden geldiği kadar *belirli* öğreni (information) ye ihtiyacımız vardır. Ama gene de günlük dilin sıcak 'erken', 'hızlı' gibi belirsiz terimleri birçok durumlarda işimizi görür.

Pratik ve teorik ihtiyaçlar ölçüsünde *daha belirli* terimler kullanmak zorunda olduğumuzu gördük. Belirsizliği gidermenin en pratik yolu *kantitatif*

yöntemler kullanmaktır. Metre, kilo, watt, mikron, litre ve bunun gibi ölçü birimleri ve bunları ölçen alet ve yöntemler bu amaçla bulunmuştur. Bugün artık herhangi bir kimsenin zekâ seviyesini dile getirmek için 'dâhi', 'ahmak' 'zeki' ve bunun gibi *kaba* deyimlerle yetinemiyoruz; onun için *zekâyı ölçen* yöntemler geliştirmişiz; dolayısiyle herhangi bir kimsenin zekâ seviyesini I. Q. türünden dile getiriyoruz. Buna mecburuz, çünkü son derece ayrımlaşmış bir sosyal düzende bazı işleri ancak belli bir zekâ seviyesinde olan kimseler yapabilir. Eskiden insanları kabaca "deliler" ve "akıllılar" diye iki ana öbeğe ayırırlardı; şimdi ise birinci öbektekiler de "şizofrenler", "paranoyaklar", "erken bunamışlar", v. b. gibi bir çok alt-öbeklere ayrılıyor; zira bugün akıl hastalıklarından herbirinin başka şekilde tedavi edilmesi gerektiğini biliyoruz. Belirsizliği gidermenin *kalitatif* yöntemleri de vardır; örneğin, belli bir sıvının asit mi, alkali mi olduğunu anlamak için turnusol kâğıdının kullanılması gibi. Her iki yöntem için önemli olan, belli bir *ölçü* (measure) veya *ayraç* (criterium) üzerinde uzlaşmaktır.

Ne yazık ki, bu yöntemleri dildeki bütün terimlere uygulayamıyoruz; örneğin, 'demokrasi' ve 'iyi' terimleri için durum böyledir. Gerçekte biz istesek bu gibi terimlerin de belirsizliğini giderebiliriz, ancak şimdi inceliyeceğimiz bazı nedenlerden ötürü, çok kez buna yanaşmıyoruz.

C. OLGUSAL ve SÖZEL TARTIŞMALAR

İnsanlar arasında baş gösteren anlaşmazlık ve tartışmalardan büyük bir kısmının kaynağı *olgusal* olmakla birlikte, bir kısmının kaynağı *dilsel*dir. Sözcüklerin çok-anlamlı olmalarından doğan tartışmalara sözel tartışmalar diyoruz. Örneğin, İki kişinin, aralarında,

(1) Tegucigalpa Honduras'ın başkentidir

(2) Tegucigalpa Nicaragua'nın başkentidir

diye bir iddiaya tutuştuklarını düşünelim. Bu bağlamda hiçbir çok-anlamlı sözcük geçmediğine göre, buradaki uyuşmazlığın *olgusal* olduğu, yani tartışanlardan birinin olgularla ilgili *yanlış bir inancına* dayandığı meydandadır. Olgusal anlamda kimin yanıldığını tespit etmek için gerekli empirik incelemeleri yapmak, örneğin güvenilir coğrafya kitaplarına baş vurmak yeterlidir. Böylece tartışma da bir sonuca bağlanmış olur.

Sözel tartışmalara gelince: Tıpkı olgusal tartışmalar gibi, sadece sentaktik veya semantik çok-anlamlılığın yol açtığı sözel tartışmalar da kolaylıkla giderilebilir. Bunun için, tartışmanın bir *yanlış-anlamadan* ileri geldiğini farketmek yeter. Örneğin,

(3) Koskoca büroda bir *daktilo* bile yok

cümlesi iki kişi arasında bir tartışmaya yol açacak olsa, (3) ü öne sürenin 'daktilo' sözcüğünü hangi anlamda kullandığını belirtmesi üzerine tartışma sona erer. Gerçi yanlış-anlamadan doğan bazı sözel tartışmalar da uzun sürebilir, ama bunları bir sonuca bağlamak her zaman mümkündür.

Buna karşılık, pragmatik çok-anlamlılığın veya *kaypaklığın* yol açtığı sözel tartışmaları bir sonuca bağlamak kolay olmadığı gibi bazan mümkün bile değildir. Nitekim, bazı iddiaların bu çeşit *sonuçlandırılamaz* sözel tartışmalara yol açtığını günlük yaşayışta sık sık görüyoruz. Belki şöyle bir (hayal-ürünü) örnek yardımıyla maksadımızı daha iyi anlatabiliriz:

Diyelim ki, iki arkadaş, A ile B, sisli bir Eylül sabahı erkenden bir kır gezisine çıkıyorlar. Yolda, bir aralık A uzaktan bir hayvanın kendilerine doğru geldiğini görüyor ve gelen hayvanın bir *kurt* olduğunu sanarak, arkadaşına

— Bir kurt bize doğru geliyor!

deyip, korkuyla tabancasına davranıyor. Bunun üzerine B, hayvanın bir kurt değil, sadece bir *köpek* olduğunu söyleyerek telaşa yer olmadığını anlatmağa çalışıyor. Ancak, hayvan koşarak üzerlerine doğru gelince A, korkusundan, ateş edip hayvanı vuruyor. Ölen hayvanın gerçekten de kurt olup olmadığını anlamak için yanına yaklaştıklarında A ile B arasında şöyle bir konuşma geçtiğini düşünelim:

A — İyi ki atik davrandım. Gördün mü bak, gerçekten de kurtmuş!

B — Ne kurdu, birader, basbayağı köpek işte! Sen ömründe hiç *kurt-köpeği* görmedin mi yoksa?

Böyle bir tartışmanın *sözel* olduğu apaçıktır; çünkü A da B de önlerinde yatan hayvanın bütün empirik niteliklerini aynı şekilde görmek imkânına sahipler; yani mesafenin uzaklığından ötürü, tartışanlardan birinin olgusal bir yanılmaya düşmesi söz konusu değil. Ancak, bundan ötürü *ilk* tartışmanın sözel olması gerekmez, çünkü A hayvanı uzaktan ilk gördüğü zaman, mesafenin büyük, havanın sisli veya gözlerinin zayıf olması gibi çeşitli nedenlerden ötürü, gördüğü hayvanı, gerçekte bir köpek olduğu halde, *kurt sanmış* olabilirdi; ancak öyle olsaydı, ölü hayvana yaklaştığında yanıldığını kabul etmesi gerekirdi. Oysa A bunu kabul etmiyor; tam tersine, yanı başlarında duran hayvanın *kurt olduğu* iddiasında ayak diretiyor.

Şimdi, A ile B tartışa dursun, o sırada bir üçüncü kişinin, C nin kendilerine uzaktan,

— Buralarda bir kurt-köpeği gördünüz mü?

diye seslendiğini düşünelim.

Bu durumda B nin tepkisinin ne olacağını önceden kestirmek kolay. B hiç şüphesiz A ya,

— Gördün mü bak? Boşuna yere âlemin köpeğini öldürdün!

diyecektir. Yalnız, bu yeni durumda bile A nın tepkisinin ne olacağını kestirmek o kadar kolay değil. B nin iddiasını destekleyen bu *yeni belge* karşısında A şunları söyliyebilir:

— Çok özür dilerim; o kadar kurda benziyordu ki, *gerçek* bir kurt sandım hayvanı; yoksa vurur muydum? Bari üzerimize gelirken havlasaydı; ne bilir insan kurt olmadığını?

Bu durumda da A hayvanı *havlamamış olmasından ötürü kurt sandığını* itiraf ettiğine göre, tartışmaya *olgusal bir yanılma*'nın yol açtığını söyliyebiliriz. Ancak, A nın böyle bir yanılmayı gene de kabul etmeyip ilk iddiasında ayak diretmesi mümkündür. O zaman A şuna benzer bir şeyler söyliyebilir:

— Kim ne derse desin, benim bildiğim bu bir kurttur! Bugünlerde aslanla, kaplanla, kurtla dolaşmak moda oldu zaten!..

İşte C nin ortaya koyduğu yeni belgeye rağmen A nın kendi iddiasında ayak diretmesi halinde *sonuçlandırılamaz bir sözel tartışma* karşısındayız demektir.

Empirik veriler her iki yan için de aynı olduğu halde tartışmanın bir sonuca bağlanamayışının nedeni *kaypaklık*, yani aynı dili kullandıklarını *sanan* iki kişinin bu dildeki belli bir sözcüğün anlamı veya uygulama kuralı üzerinde uzlaşamamalarıdır. Bu uzlaşmazlığın da değişik nedenleri vardır. Bunları kısaca gözden geçirelim.

(i) Yanlış Bir Anlam Öğretisi

Plâton'danberi çoğumuzun saplandığı yanlış bir inanca göre, her sözcüğün büsbütün belirli bir anlamı vardır ve sözcükler bu anlamlarını *objektif* bir kaynaktan alırlar. Plâton'a göre, bu kaynak nesnelerin uzay-zaman dışındaki ana-örnekleri, kendi deyimiyle, *idea*'lardır. ('İdeal' sözcüğü de buradan geliyor). Biz ideaları daha önceki bir yaşayışımızda görmüşüzdür; onları ne kadar açık-seçik bir şekilde hatırlayabilirsek, sözcükleri de o derece doğru veya yerinde kullanmasını biliriz. Başka filozoflara göre, idealar ya doğuştan sahip olduğumuz (Descartes) veya sonradan edindiğimiz (Locke) *zihinsel* nesnelerdir. Sözcükler her şeyden önce bu ideaların sembolleri oldukları için, anlamları bizim keyfimize bağlı değildir. Ancak, bazı insanlar bu anlamları başkalarından daha iyi bilirler, çünkü onların ideaları daha açık ve seçiktir. Filozofu sıradan adamdan ayırdeden baş özellik, onun çok daha güvenilir bir *anlam bilgisine* sahip olması, üstelik anlamlar arasındaki mantıksal ilişkileri daha iyi çözümleyebilmesidir. Başka bir deyimle, filozof, *kavramların bilgisine* sahip olan kimsedir.

Oysa, modern bir anlam-öğretisine göre, sözcükler anlamlarını sadece kullanımlarından alırlar (Wittgenstein). Öte yandan, bir dil onu kullananların *ortak* malı olduğuna göre, dilde geçen herhangi bir sözcüğün *gerçek* veya asıl anlamının ne olduğu değil, olsa olsa o sözcüğü kullanan toplum üyelerinin aralarında ne gibi (örtük veya belirtik) uzlaşımlar yapmış olabilecekleri sorulabilir. Böyle bir araştırma bize çok kez sözcüklerin anlamları üzerinde tek-biçimli belirtik uzlaşımlar yapılmamış olduğunu, hatta bazan aynı dili konuşan toplum üyelerinin bir kısım sözcükleri birbiriyle bağdaşmaz kurallar uyarınca kullandıklarını gösterecektir. Kaypaklık adını verdiğimiz bu son durumda hangi kullanımın *doğru* (*yerinde, yasaya-uygun*) olduğunu sormak yersizdir, çünkü sözcüklerin anlamı kullanımlardan çıktığına göre, sözcüklerin doğru anlamı belli bir kimsenin veya grubun tekelinde değildir. Herkes bir sözcüğü uygun gördüğü biçimde kullanmayı önerebilir. Önerisi kabul edilir veya geri çevrilebilir, ancak işimize gelmiyen bir öneride bulundu diye karşımızdakini, Plâton'cuların yaptıkları gibi, *kavramsal bilgisizlik*'le suçlamaya hakkımız yoktur.

(ii) Dilsel Alışkanlıklarımız

Sözcüklerin ne anlamda kullanıldıklarını çok kez çevremizdekilerin dilsel davranışlarını gözleyerek öğreniriz, demiştik. İnsanın bir defa edinmiş olduğu alışkanlıkları biricik *edinilmeğe-değer* alışkanlıklar gibi görmesi de doğaldır. Dolayısiyle herhangi bir sözcüğü şu veya bu şekilde kullanma alışkanlığını edindikten sonra kendimizinkinden farklı kullanımları yanlış veya yasaya-aykırı saymak isteriz. Dilsel davranışları bizimkilerden farklı olanları "görgüsüzlük ve bilgisizlik"le suçlamamız bundandır. Sözel tartışmaların önemli bir kaynağı da bu olsa gerektir.

(iii) Dili Etkileme Amacıyla Kullanmak İsteyişimiz

Dili başkalarının duygu, inanç ve davranışlarını etkileme amacıyla kullandığımızı daha önce belirtmiştik. İnsan davranışlarını etkilemenin bir başka yolu da, Stevenson'ın deyimiyle "kandırıcı tanımlar" (persuasive definitions)a baş vurmaktır. Tanımlama bahsinde bunun nasıl bir şey olduğunu göreceğiz. Şimdilik şu kadarını söyliyelim ki, inatçı *sözel tartışmalara* en çok yol açan sözcükler 'iyi', 'güzel' gibi *değer*-sözcükleriyle, 'demokrasi', 'sosyalizm', 'din' türünden değerlendirici bir tavır almamıza (hoşlanma, beğenme, onaylama gibi) yol açan sözcüklerdir. Bu gibi sözcüklerin 'limon', 'kurt', 'köpek' gibi sözcüklerden farkı şudur: Bu sonuncu türden, "*tasvirsel*" dediğimiz sözcükler, *doğal* nesneleri dile getirdikleri halde, 'demokrasi' 'sosyalizm' gibi sözcükler hem verili bazı siyasal yöntem biçimlerini, hem de *ideal* bir yaşama biçimini dile getirirler. Örneğin, İngiltere'dekine benzer bir

demokratik düzenin kendi idealine en yakın siyasal düzen olduğuna inanan bir kimse, kendisi için pozitif bir *duygusal* yükü olan 'demokrasi' sözcüğünü ancak bu türden düzenlere uygulamak gerektiği kuruntusuna kolaylıkla kapılabilir, dolayısiyle bu sözcüğü kendi *demokrasi anlayışına uymayan* yönetim biçimlerine uygulayanları *gerçek demokrasinin ne olduğunu bilmemekle* suçlandırabilir. Burada bir çeşit anlam-tekelciliğiyle karşılaşıyoruz. Oysa, 'demokrasi' sözcüğünün, ilk kullanıldığı günden bugüne kadar, oldukça önemli değişiklikler gösteren yönetim biçimlerine uygulandığı ve çeşitli filozof ve yazarlar tarafından oldukça değişik şekillerde tanımlandığı bilinen bir gerçektir.* Buna da şaşmamalı, çünkü bu sözcüğü ilk kullananlar anlam-kuralını belirtmeyi düşünmedikleri için, zamanla bu sözcük birbirine az çok benzer yönetim biçimlerine uygulanır olmuştur.

Kaldı ki, insanlar çok kez kafalarında tasarladıkları *yepyeni* (ideal) yönetim-biçimlerine de 'demokrasi' gibi eski, yerleşmiş, olumlu duygusal çağrışımları olan adlar takmağa önem verirler. Dolayısiyle, yaptıkları 'demokrasi' tanımı çok kez *olan* bir demokrasinin değil, *olması gereken* veya *istenen* bir demokrasinin tanımıdır. Onun için, birçok tanımların asıl görevi insanları *etkilemek*, yani onları belli bir nesneye karşı olumlu bir tavır almağa yöneltmektir. Dolayısiyle, örneğin, 'limon' sözcüğünün anlamı, büyük ölçüde, doğada gördüğümüz bir meyvanın bazı objektif niteliklerine bağlı olduğu halde, 'demokrasi' sözcüğüne biz, *hayal ettiğimiz* yönetim biçimini göz önünde tutarak yeni bir anlam vermek isteyebiliriz. Duygusal yükü bizim için pozitif olan birçok sözcüğe yeni bilgisel anlamlar yüklemek isteyişimizin de nedeni çok kez budur. Ancak bazan bunu kendimiz de farketmediğimiz veya etkileme amacıyla gizlemek zorunda olduğumuz için, 'demokrasi' nin *gerçek* anlamının bizim bu sözcüğe verdiğimiz anlam olduğunda ayak diretebilir, bu yüzden de bazan sonuçlandırılamaz bir *sözel* tartışmaya yol açabiliriz.

Yukarıki hayal-ürünü örnekte 'kurt' sözcüğü böyle bir tartışmaya yol açmıştı. Gerçekte doğal türleri gösteren sözcüklerin bu çeşit tartışmalara yol açtığı pek görülmez. İnsanlar nedense bu gibi konularda daha az Plâton'cu ve dilsel alışkanlıklarına daha az düşkün oluyorlar. Örneğin, hayatında ilk defa limona benzeyen *tatlı* bir meyva ile karşılaşan bir kimse böyle bir nesneye "limon" demenin uygun olup olmadığı konusunda kısa bir duraksama geçirdikten sonra, bu konuda teklif edilecek yeni bir uzlaşımı kolaylıkla kabul ettiği halde, aynı kimse, bugün Bulgaristan'da yürürlükte olan yönetim biçimine "demokrasi" denemiyeceği iddiasında sonuna kadar ayak diretebilir. Avustralya'da bizim "kuğu" dediğimiz kuşlara her bakımdan

* Arne Naess 'demokrasi' sözcüğünün üçyüzden fazla değişik tanımını tespit etmiştir. Bk. **Democracy, Ideology and Objectivity,** 1956. ss. 276-330.

benzeyen, ama renkleri *kara* olan hayvanlara ilk rastlandığı zaman birçokları bu yeni türün de kuğu sayılıp sayılamıyacağı konusunda bir an duraksamışlarsa da, sonra kuğuları "ak kuğular" ve "kara kuğular" olmak üzere iki alt-türe ayırmakta bir sakınca görmemişlerdir. Aynı şekilde, İngiltere'de renginin siyah olmasından ötürü "kara-kuş" (black-bird) adı verilen bir kuşun beyaz renkte olanları da görülünce, kara-kuşların "*ak* kara-kuş" denilen bir alt-türü olduğu kolayca kabul edilmiştir.* Buna karşılık, 'demokrasi', 'sosyalizm' v.b.g. sözcüklerin tartışma konusu olduğu bağlamlarda tartışanların bir sonuca varamayışlarının baş nedeni, her iki yanın da karşısındakinin tavrını veya tutumunu değiştirmek istemesidir. Onun için, bu gibi durumlarda tartışmaya salt teorik bir *görüş aykırılığının* değil, pratik bir *tavır* veya *tutum ayrılığının* yol açtığı söylenebilir. Böyle bir durumda tartışanlar tartışmanın teorik bir amaçla yürütüldüğünü sansalar bile, farkına varmadıkları gerçek amaç birbirlerinin tavır veya tutumlarını değiştirmektir. İşin ilginç yönü şu ki, 'doğruluk', 'bilgi', 'varlık', 'açıklama' v.b.g. sözcüklerin anlamı üzerinde yüzyıllardır yapılmakta olan felsefe tartışmalarının bile asıl amacı *pratik* olsa gerektir. Bu sonuca varışımızın ana gerekçesi şudur: daha önce andığımız 'kuğu', 'kara-kuş' örnekleri de gösteriyor ki, insanlar doğada hazır buldukları, dolayısiyle değiştiremiyecekleri nesneleri adlandıran sözcüklerin anlamı üzerinde önünde sonunda uzlaşmak zorunluluğunu duydukları halde, kendi idealleri ni yansıtan nesne adları için böyle bir zorunluluk duymuyorlar. Tam tersine, karşılarındaki insanların örtük Plâton'culuğundan faydalanarak, onların belli nesneler karşısındaki tavır veya tutumlarını etkilemek istiyorlar. Örneğin, 'demokrasi' sözcüğünün yol açtığı bir sözel tartışma hiç değilse tartışanların bu sözcüğün anlamı üzerinde *uzlaşamadıkları* yolunda bir anlaşmayla sonuçlansaydı, veya "tatlı limonlar" ve "ak kara-kuşlar" örneğinde olduğu gibi, demokrasinin de değişik türleri olabileceğini kabul etselerdi, mesele kalmazdı. Ancak, insanların, özellikle filozofların böyle davranmadıklarını, yüzyıllar süren tartışmalara rağmen, "*gerçek* demokrasi"yi, "*gerçek* doğruluğu", "*gerçek* bilgiyi", v.b.g. araştırmaya devam ettiklerini görüyoruz. Bütün bunlar bu gibi tartışmaların asıl amacının pratik olduğu yolundaki şüphemizi büsbütün pekiştiriyor.

* 'Ak kara kuş' deyimi, bir nesnenin hem *ak* hem *kara* olamıyacağı düşünülürse, *görünüşte* çelişik, hiç değilse, paradoksal bir deyimdir. Buna rağmen 'ak kara-kuş' deyiminin yadırganmadan kullanılması da gösteriyor ki, doğal türleri adlandırmada insanlar pekâlâ Plâton'culuklarından sıyrılabiliyorlar.

III. BÖLÜM

ANLAMA ve TANIMLAMA

1. ANLAMA ve ANLAMLILIK

Dilin birtakım işaretlerden kurulu olduğunu görmüştük. Bir işaret ise en genel bir şekilde *"anlam"ı olan herhangi bir nesne* olarak tanımlanabilir. Bu bakımdan *"anlam"* kavramının aydınlatılması gereklidir. Biz burada dilsel deyimlerin anlamını inceliyeceğiz.

İmdi, anlamı olan deyimler *"anlamlı"* deyimlerdir. Bu deyimlerin anlamının bilinmesi de *"anlama"* demektir. Böylece, anlam kavramı ile çok yakın bir ilgisi olan *"anlamlılık"* (yani "anlamlı-olma") ve *"anlama"* kavramlarıyla karşılaşıyoruz. Bu son iki kavramın aydınlatılması ise "anlam" kavramının aydınlatılmasından çok daha kolaydır. Bundan dolayı incelememize "anlamlılık" ve "anlama" kavramlarıyla girişeceğiz.

Sentaks açısından "anlamlı" deyimler *düzgün-deyimler*'den başka bir şey değillerdir. *Pragmatik* açıdan ise bir deyimin "anlamlı" olması bu deyimi *anlamamız* veya daha doğrusu *"anlıyabilmemiz"* demektir. Yalnız, *"anladığımız"* deyimleri *"anladığımızı sandığımız"* deyimlerden ayırdetmek gerekir. Anladığımızı sandığımız, ama gerçekte hiç de anlamadığımız (*"anlamsız"*) deyimler olabilir. Öte yandan, bir deyimin anlamlı olması bu deyimin (ait olduğu dili kullanan) *herkes* tarfından anlaşılmasını gerektirmez. Yeterli bir *dil-kültüründen* yoksun olan bir kimsenin birçok anlamlı deyimleri anlamaması mümkündür.

Doğal diller için, "anlamlılık" kavramının Sentaks açısından da önünde sonunda "anlama" kavramına geri götürülebildiğini söyliyebiliriz. Nitekim, daha önce de belirttiğimiz gibi, bu türlü dillerin sentaktik kuralları kullananların *dilsel davranışları*ndan türetilmiştir. Böylece "anlama" kavramının gerek pragmatik gerek sentaktik anlamlılığı tanımlamaya yettiğini görüyoruz. Buna göre, dikkatimizi *"anlama"* kavramı üzerine toplamamız gerekiyor.

Örneğin, 'mavi' sözcüğünü ele alarak bu sözcüğü nasıl ve ne şekilde *anladığımızı* araştıralım. İmdi, 'mavi' sözcüğünü *anlıyan* bir K kullananı normal

şartlar altında karşılaştığı x gibi herhangi bir somut nesneye 'mavi' deyiminin *uygulanıp uygulanmadığını bilmek* yeteneğindedir. Öte yandan, karşılaştığı herhangi bir nesneye 'mavi' nin uygulanıp uygulanmadığını bilmek yeteneğinde olan bir kullananın 'mavi' sözcüğünü anladığını söyliyebiliriz. Şu halde, K gibi bir kullananın 'mavi' sözcüğünü *anlamasının* gerekli ve yeterli şartı K nın normal şartlar altında karşılaştığı x gibi herhangi bir somut nesneye 'mavi'nin uygulanıp uygulanmadığını bilmek yeteneğinde olmasıdır. İşte, hem gerekli hem de yeterli olan bu şartı " 'mavi' sözcüğünü anlama"nın *tanımı* sayıyoruz. Başka bir deyimle, *"anlama"* kavramını 'mavi' örneğiyle dile getirdiğimiz şart yardımıyla *açıklıyoruz*.

Bu açıklamayı daha yakından inceleyelim. 's' x gibi herhangi bir nesnenin adı oldukta, 'mavi' nin x nesnesine uygulanması

(1) s mavidir

önermesinin doğruluğuna bağlıdır. (1) önermesi doğru ise, 'mavi' ('s'nin adlandırdığı) x nesnesine uygulanır; (1) yanlış ise, 'mavi' x nesnesine uygulanmaz. Örneğin, 's' olarak 'gök' sözcüğünü alalım. O zaman

(2) gök mavidir

önermesinin, 'mavi' nin gök'e *uygulanması* halinde doğru, *uygulanmaması* halinde ise *yanlış* olduğunu söyliyebiliriz.

Genel olarak, 'mavi' sözcüğünü anlıyan her K kullananı, (1) biçimindeki önermelerin doğru olup olmadığını (uygun şartlar altında) bilmek yeteneğindedir. Öte yandan, böyle bir yeteneğe sahip olan bir kullananın 'mavi' sözcüğünü anladığı meydandadır. Şu halde bu şart hem gereklidir, hem de yeterli. Böylece 'mavi' gibi bir sözcüğü *anlamamızı*, 'mavi' yi birtakım nesnelere *"uygulama" veya "uygulamama" yeteneği* ile açıklıyabildiğimiz gibi 'mavi' yi içine alan bir takım önermelerin *doğruluk-değerini tespit etme yeteneği* ile de açıklıyabildiğimizi görüyoruz. (Her iki açıklama aslında birbiriyle eşdeğerdir.)

İmdi, 'mavi' gibi bir sözcüğü anlamamızın, bu sözcüğün uygulandığı bütün nesneleri bilmemizi veya 's mavidir' biçimindeki bütün önermelerin doğruluk-değerlerini gerçekten de bilmemizi asla gerektirmediğini belirtmeliyiz. Nitekim, açıklamalarımız gereğince, 'mavi' yi anlamamızın sadece *karşılaştığımız* nesneler için 'mavi' nin uygulanıp uygulanmadığını (veya buna eşdeğer olarak 's mavidir' türünden bir önermenin doğru olup olmadığını) bilmemize dayandığını söyliyebiliriz. Karşılaşmadığımız bir nesneye, örneğin ayda bulunan belli bir taşa 'mavi' nin uygulanıp uygulanmadığını (yani bu taşın mavi olup olmadığını) bilmemiz hiç de gerekmiyor. Böyle bir bilgiye sahip olmadan da 'mavi' sözcüğünü pekâlâ anlıyoruz. Öte yan-

dan, karşılaştığımız (yani doğrudan doğruya gördüğümüz) bir nesneye 'mavi' nin uygulanıp uygulanmadığı konusunda bilgisiz kalmamız da mümkündür. Böyle bir durum, bir yandan görme şartlarının "normal" olmaması (örneğin renk körlüğü) halinde, öbür yandan da rengi "belirsiz" nesneler halinde ortaya çıkabilir. Buna göre, x gibi bir nesneye 'mavi' nin uygulanıp uygulanmadığını bilmemizin sadece (i) x nesnesiyle karşılaşmamız, (ii) karşılaşma şartlarının normal olması, (iii) x nesnesinin 'mavi' sözcüğünün "belirsizlik-bölgesi" dışında kalmasi halinde gerektiğini söyliyebiliriz. Bu üç şartı yerine getirmiyen bir nesneye 'mavi' nin uygulanıp uygulanmadığını bilmememiz, hiçbir şekilde 'mavi' sözcüğünü anlamadığımızı göstermez.

Empirik terimler arasından büyük bir kısmının az veya çok belirsiz olmasından dolayı, bu terimler için "anlama" ile "anlamama" arasında mutlak bir ayrım değil, "dereceli" bir ayrım olduğunu söyliyebiliriz. "*Anlama derecesi*" belirsizlik-bölgesinin genişliğiyle ters orantılıdır.

"Anlama" kökçe psikolojik bir olgudur. Nitekim 'mavi' gibi bir deyimin K kullananı tarafından x gibi bir nesneye *uygulanması* veya *uygulanmaması* K'nın belli bir *dilsel davranışından* başka bir şey değildir. Doğuştan olmıyan bütün davranışlar gibi, anlama da *öğrenilen* bir davranıştır. Örneğin, 'mavi' gibi bir duyusal nitelik teriminin anlamını "*gösterici* yolla" (ostensively) öğreniriz; yani tek tek bazı mavi nesneleri gördüğümüzde bunlara 'mavi' sözcüğünün uygulandığını işitme sonucunda, mavi renkli nesnelere 'mavi' sözcüğünü uygulama alışkanlığını veya yatkınlığını kazanmışızdır. 'Mavi' sözcüğünü anlamamız, böyle bir psikolojik yatkınlık kazanmış olmamızdan başka bir şey değildir.

Anlama'nın edimsel (actual) bir davranış değil, bir davranış-*yatkınlığı* olduğunu hatırdan çıkarmamak gerek. Örneğin, 'mavi' sözcüğünü şu anda anlamam, bu sözcüğü belli bir nesneye gerçekten de uygulamamı veya uygulamamamı hiç de gerektirmez. 'Mavi' sözcüğünü anlamam sadece şu mânaya geliyor: Eğer şu anda x gibi bir somut nesne ile uygun şartlar altında karşılaşsaydım, o zaman 'mavi' yi x nesnesine uygulamak veya uygulamamak gibi belli bir dilsel davranışta bulunacaktım.

İmdi, bütün gözlemsel 1-li genel-terimleri (yani duyusal nitelik terimlerini) 'mavi' sözcüğü gibi öğrenir ve anlarız. 2-li (ve genel olarak n-li) genel-terimlere gelince; bunları anlamamız da şöyle açıklanabilir:Örnek olarak 'üstünde' gibi bir gözlemsel 2-li genel-terimi ele alalım. x ile y herhangi iki somut nesne oldukta, x ve y ile karşılaşmamız halinde x'in y'nin üstünde olup olmadığını tespit edebiliriz. Başka bir deyimle, 'üstünde' bağlantı-teriminin x,y çiftine uygulanıp uygulanmadığını bilmek yeteneğindeyiz. Burada sözü geçen "x,y" nesne-çiftinin bir "sıralanmış-çift" (başka bir

deyimle, bir "2-li dizi") olduğunu belirtmek gerek. Nitekim, 'üstünde' teriminin "x,y" çiftine uygulanması halinde, bu terimin "y,x" çiftine *uygulanamıyacağı* meydandadır.

'Üstünde' sözcüğünün anlamını da *gösterici yolla* öğreniriz. Karşılaştığımız bir takım nesne çiftlerine 'üstünde' sözcüğünün uygulandığını işittikten sonra, karşılaşacağımız herhangi bir "sıralanmış" nesne çiftine 'üstünde' deyimini uygulama veya uygulamama yatkınlığını kazanırız.

Genel olarak, bir gözlemsel n-li genel-terimi anlamamız, karşılaştığımız herhangi bir n-li nesne-dizisine bu terimi uygulama veya uygulamama yeteneğinde olmamız şeklinde açıklanabilir.

Örneğin, 'arasında' gibi bir 3-lü genel-terimi anlamamız "x,y,z" gibi herhangi bir 3-lü nese-dizisiyle karşılaştığımızda, 'arasında' teriminin "x,y,z" dizisine uygulanıp uygulanmadığını bilme yeteneğinde olmamız demektir.

Tekil-terimleri anlamamızı da buna benziyen bir şekilde açıklıyabiliriz. 'Ahmet' gibi bir tekil-terimi anlamamız, x gibi herhangi bir nesne (kimse) ile karşılaştığımızda, 'Ahmet' sözcüğünün x nesnesini *adlandırıp adlandırmadığını* bilme yeteneğinde olmamız demektir. Ancak, "adlandırma" ile "uygulama" bağlantılarını birbirinden kesin olarak ayırdetmek gerekiyor. "Adlandırma" *tekil*-terimlerle bunların gösterdikleri (dil-dışı) nesneler arasında bir bağlantı olduğu halde, "uygulama" *genel*-terimlerle bunların gösterdikleri (dil-dışı) nesneler arasında bir bağlantıdır. Bir genel-terimin anlamı değişmeksizin birden çok nesneye uygulanabilmesine karşılık, bir tekil-terimin, anlamı değişmeksizin birden çok nesneyi adlandırması mümkün değildir. Örneğin, 'insan' genel-terimi anlamı değişmeksizin Sokrates, Ahmet, Ayşe, .. gibi birçok ayrı nesneye uygulanabildiği halde, 'Ahmet' gibi bir tekil-terim ancak her defasında anlamı değişmek suretiyle birçok ayrı kişinin adı olabilir. O zaman tekil-terimin çok-anlamlı olduğunu söyliyebiliriz.

Doğrudan doğruya *gözlemsel olmıyan* (genel veya tekil) *terimleri* anlamamızı bu kadar basit bir şekilde açıklamak mümkün değildir. Nitekim, gözlemsel olmıyan terimlerin—teorik terimlerin—*gösterdikleri* (yani adlandırdıkları veya uygulandıkları) nesnelerle doğrudan doğruya "karşılaşmamız" imkânsızdır, Örneğin, 'elektron' genel-terimini ele alalım. Bu genel-terimin uygulandığı nesnelerle doğrudan doğruya karşılaşmadığımız (yani bir tek elektronu doğrudan doğruya gözliyemediğimiz) meydandadır. Şu halde, 'elektron' gibi bir deyimi —eğer anlıyorsak— ne şekilde anladığımızı belirtmek gerekiyor. İşte, 'elektron' sözcüğünü anlamamız, içinde 'elektron' sözcüğünün geçtiği birtakım önermelerin doğruluk-değerini uygun şartlar

altında tespit etme yeteneğinde olmamızdan başka bir şey değildir. Nitekim, 'elektron' sözcüğünü anlıyorsak, bu sözcüğü içine alan bazı önermelerin doğruluk-değerini (hiç olmazsa uygun birtakım şartların gerçekleşmesi halinde) tespit edebiliriz. Öte yandan, böyle bir tespiti yapabilirsek,'elektron' sözcüğünü anlamamız gerekiyor. Şu halde, söz konusu yetenek 'elektron' sözcüğünü anlamamız için hem gerekli hem de yeterlidir.

*"Önermeler"*e gelince: bir önermeyi *anlamamız*, en genel bir şekilde bu önermenin doğruluk-değerini uygun birtakım şartların gerçekleşmesi halinde tespit etme yeteneğinde olmamız şeklinde açıklanabilir. Ancak, belli bir önermeyi anlamamızın hiç de bu önermenin doğruluk-değerini gerçekten de tespit etmemizi gerektirmediğini belirtelim. Nitekim, önermenin doğruluk-değerinin tespiti için gereken uygun şartların gerçekleşmesi imkânsız olabilir. Örneğin, 'Ayın merkezinde mavi bir taş vardır' önermesinin denetlenmesi teknik bakımdan imkânsızdır. Fakat bu önermeyi gene de anlıyoruz. Nitekim, ayın merkezinde bulunsaydık, orada mavi bir taşın bulunup bulunmadığını, dolayısiyle 'Ayın merkezinde mavi bir taş vardır' önermesinin doğru olup olmadığını tespit edebilecektik. Buna göre, Ö gibi herhangi bir önermenin anlaşılmasını şöyle bir tanımla açıklıyabiliriz:

(3) K kullananı Ö önermesini *anlıyor* = $_{Dk}$ Uygun birtakım şartlar yerine gelseydi (özellikle K kullananı gerekli olan bütün olgusal bilgilere sahip olsaydı) K kullananı Ö önermesinin doğruluk-değerini (hiç olmazsa belli bir probabilite derecesiyle) tespit edebilecekti.

Şimdi de *"mantıksal değişmezler"*i ne şekilde anladığımızı inceleyelim. Örnek olarak 'V' (veya) sembolünü ele alalım. 'V' sembolünü anlıyorsak, 'A V B' biçimindeki herhangi bir bileşik-önermenin doğruluk-değerini A ve B bileşenlerinin doğruluk-değerini bilmek şartıyla, tespit edebiliriz. Böyle bir tespiti de yapabiliyorsak, 'V' sembolünü anlıyoruz. Şu halde, 'V' sembolünü *anlamamız*, böyle bir tespiti yapabilme yeteneğinden başka bir şey değildir.

Dikkat ediliise, 'V' sembolünü anlamamız hiç de 'A V B' biçimindeki *her* önermenin doğruluk-değerini gerçekten de tespit edebilmemizi gerektirmiyor. Örneğin, 'Ayın merkezinde mavi bir taş vardır veya kırmızı bir taş' önermesinin doğruluk-değerini tespit etmemiz (teknik bakımdan) imkânsızdır. Fakat bu bileşik-önermenin her iki bileşeninin doğruluk-değerlerini (olana aykırı olarak) *bilseydik*, tüm önermenin doğruluk-değerini tespit edecektik. Bu ise söz konusu bileşik-önermeyi anlamamız için yeterlidir.

Önermeleri ne şekilde anladığımızı (sözü geçen tanımla) belirttikten sonra, *herhangi bir deyimi anlamamızı* şöyle tanımlamak mümkündür:

(4) K kullananı 'd' deyimini *anlıyor* = $_{Dk.}$ K kullananı 'd' deyimini içine alan önermeleri (bu önermelerin öbür deyimlerini anlaması şartıyla) anlıyor.

Bu tanım gereğince de "anlama" nın dereceli bir nitelik olduğunu görüyoruz. 'd' deyimini içine alan önermeler arasında ne kadar çoğunu anlıyorsak, "anlama derecesi" o kadar yüksek olur.

2. ANLAM - BAĞLANTILARI

"Anlama" kavramını böylece aydınlattıktan sonra, *"anlam"* kavramının kendisini inceliyelim. "Anlama" çok kez *"anlam"ın bilinmesi* şeklinde açıklanır. Örneğin, 'mavi' sözcüğünü anlıyorsam, 'mavi' nin anlamını bildiğim söylenir. Oysa, biz "anlama" olgusunu "anlam" kavramına baş vurmaksızın aydınlatmış bulunuyoruz. Bu bakımdan "anlama"yı hiç de "anlam" kavramına geri götürmek zorunda değiliz. Dolayısiyle, "anlam" kavramının incelenmesi yardımıyla varabileceğimiz sonuçların "anlama" kavramı için yaptığımız açıklamayı değiştirmemesi gerekir.

Şimdi dikkatimizi *"anlam"* kavramı üzerinde toplıyalım. Çok kez her anlamlı deyimin (yani her anladığımız deyimin) bir "anlam"ı —tek-anlamlı deyimlerin yalnız *bir tek* "anlam"ı, çok-anlamlı deyimlerin ise *birden çok* "anlam"ı —olduğu kabul edilir. İşte biz burada bir deyimin *"anlam"*ının (veya "anlamlar"ının) ne gibi bir nesne (veya nesneler) olduğunu araştırmak istiyoruz.

Örnek olarak gene 'mavi' sözcüğünü ele alalım. Bu sözcüğün (bir I-li genel-terim olarak) birçok ayrı ayrı somut nesnelere (mavi renkli nesnelere) *uygulandığını* görmüştük. İşte 'anlam' sözcüğünün bir mânasına göre, *'mavi' teriminin "anlam"ı bu terimin uygulandığı nesnelerin tümünden ibarettir.* Aynı şekilde, 'Ahmet' gibi bir tekil-terimin "anlam"ının bu terimin adlandırdığı nesne (yani Ahmet'in kendisi) olduğu söylenebilir. 'Gösterme' sözcüğünü hem "adlandırma" hem de "uygulama" için kullandığımızdan, herhangi bir (tekil veya genel) terimin (bu mânadaki) "anlam"ının terimin *gösterdiği* nesne veya nesnelerden ibaret olduğunu söyliyebiliriz. Böylece 'anlam' sözcüğünün şöyle bir tanımını elde ediyoruz:

(1) Bir (tekil veya genel) terimin *"anlam"*ı bu terimin gösterdiği (dildışı) nesne veya nesneler demektir. Daha açık olarak, bir tekil-terimin "anlam"ı bu terimin *adlandırdığı* nesne, bir genel-terimin "anlam"ı da bu terimin *uygulandığı* nesne veya nesnelerin tümü demektir.

Bu tanım gereğince gerek *"adlandırma"* gerek *"uygulama"*nın birer *"anlam-bağlantısı"* olduğunu söyliyebiliriz. Her ikisine birden, *"gösterme-*

bağlantısı" diyeceğiz. Böylece 'anlam' sözcüğünü 'gösterme' sözcüğü ile anlamdaş saymış oluyoruz.

İmdi, 'anlam' sözcüğünü bazı hallerde gerçekten de "gösterme" mânasında kullandığımız doğrudur. Ama bu 'anlam' sözcüğünün biricik, hatta en önemli mânası değildir. Nitekim, 'anlam' sözcüğünün başka bir mânası açısından, yalnız tekil ve genel terimlerin değil, bütün anlamlı deyimlerin birer "anlamı" vardır. Oysa, sadece tekil ve genel-terimlerin "gösterme" mânasında birer anlamı olabilir. Kaldı ki, *hiçbir nesneyi göstermiyen (anlamlı) tekil veya genel terimler de vardır.* Örneğin, 'bugünkü Fransa kralı' hiçbir nesneyi göstermiyen (adlandırmıyan) bir tekil-terim, '1900 de Aya inen ilk insan' deyimi de hiçbir nesneyi göstermiyen (hiçbir nesneye uygulanmıyan) bir genel-terimdir. Oysa, her ikisi de anlamlıdır. Öte yandan, 'değil', 've', 'bütün',... gibi mantıksal-değişmezlerin hiçbir nesneyi göstermediği meydandadır. Ama bunlar gene de anlamlı deyimlerdir.

Böylece 'anlam' sözcüğünün iki mânasını ayırdetmek gerektiğini görüyoruz. "Gösterme" mânasındaki "anlam"ı "*anlam*$_1$" şeklinde, her anlamlı deyimin taşıdığı "anlam" mânasındaki "anlam"ı ise "*anlam*$_2$" şeklinde dile getireceğiz. O zaman yalnız tekil ve genel-terimlerin (üstelik bunların sadece bir kısmının) "anlam$_1$"i olduğu, buna karşılık bütün anlamlı deyimlerin "anlam$_2$"si olduğu söylenebilir.

"Anlam$_1$" ile "anlam$_2$" arasındaki ayrımın başka (hem de daha önemli olan) bir gerekçesi daha vardır. Bir deyimin *anlamlı* olması bu deyimin bir "anlam$_2$"si olması şeklinde, iki deyimin *anlamdaş* olması ise bu deyimlerin aynı bir "anlam$_2$"si olması şeklinde tanımlanabilir. İmdi, aynı bir nesneyi gösteren iki terimi ele alalım. "Anlam$_1$" ile "anlam$_2$" arasındaki ayrımı göz önünde tutmamamız halinde aynı bir nesneyi gösteren iki terimi anlamdaş saymamız gerekecek. Örnek olarak 'Everest' ve 'Gaurisanker' tekil-terimlerini alalım. Bu iki sözcük aynı bir nesnenin iki ayrı adıdır. ('Everest' Tibet'den görünen bir dağa verilen bir ad, 'Gaurisanker' ise Nepal'dan görünen bir dağa verilen bir addır. Ancak daha sonraları bu iki dağın gerçekte aynı dağ olduğu —empirik bir yolla— meydana çıkmıştır.) İmdi, 'Everest' ile 'Gaurisanker' gerçekten de anlamdaş olsaydı, bunların aynı bir dağı gösterdiklerini empirik bir araştırma yapmadan, sadece bu iki sözcüğü anlamamız sonucunda ortaya çıkarmamız gerekirdi. Oysa,

(2) Everest = Gaurisanker

önermesi empirik bir önermedir. Doğruluğu a priori olarak değil de, empirik yollarla tespit edilmiştir. (2) önermesinin *empirik* olması ise 'Everest' ile 'Gaurisanker'in anlamdaş olmadığını gösterir. Buna karşılık, (2) önermesinin

doğru olması 'Everest' ile 'Gaurisanker' in aynı nesneyi adlandırdığını gösterir. Şu halde, bu iki sözcüğün aynı bir "anlam$_1$"i olmasına karşılık, ayrı "anlam$_2$"leri olduğu sonucuna varıyoruz. Böylece, "anlam$_1$" ile "anlam$_2$" nin bir nesneyi gösteren terimler için bile birbirinden ayırdedilmesi gerektiğini kanıtlamış oluyoruz.

"Anlam$_2$", deyimleri *anlamlı* kılan etken durumundadır. "Anlam$_2$"ye genellikle "içlem" (intension) denir. "Anlam$_2$" bağlantısı veya *"içlem-bağlantısı"* bir deyim ile bu deyimin "anlam$_2$"si (veya içlemi) olan nesne arasındaki bağlantıdır. Tek-anlamlı deyimlerin bir tek "anlam$_2$"si olduğu halde, çok-anlamlı deyimlerin birden çok "anlam$_2$"si vardır. Örneğin 'mavi' sözcüğünün "anlam$_2$"si *mavilik* kavramı, 'insan' sözcüğünün "anlam$_2$"si *insanlık* kavramı, 'gök mavidir' önermesinin "anlam$_2$"si de 'gök mavidir', 'the sky is blue', 'le ciel est bleu', 'der Himmel ist blau'... gibi birçok eş-anlamlı önermelerin ortak anlamı durumunda olan soyut *"yargı"* veya "önerme-anlamı"dır. 'Kanun' gibi çok-anlamlı bir sözcüğün ise birden çok "anlam$_2$"si vardır.

3. TANIMLAMA

Birçok bakımdan önemli olmasına rağmen tanımlama konusunda bugüne kadar büsbütün tatmin edici, derli toplu bir inceleme yapılmamış olması gerçekten şaşırtıcıdır. Biz bu konuda tam bir aydınlığa kavuşabilmek için şu sorulara ayrı ayrı cevap vermek gerektiğine inanıyoruz:

A. *Neyi* tanımlarız?
B. *Niçin* tanımlarız?
C. *Nasıl* tanımlarız?

Bu sorulardan birincisi tanımlamanın *konusu*yla, ikincisi *amacı*yla, üçüncüsü ise *yöntemi*yle ilgili. Şimdi bu soruları birer birer kısaca gözden geçirelim.

A. NEYİ TANIMLARIZ?

Tanımlamanın konusunun ne olduğu sorusuna verilmiş olan cevapları ilkin iki ana öbekte toplamak mümkün: Bir kısım filozoflara göre, *dil-dışı* nesneleri, bazılarına göre ise, *dilsel* nesneleri, yani *sözcükleri* tanımlarız. Nitekim, ta Aristoteles'ten bu yana tanımları

(i) *Nesne* tanımları (real definitions);
(ii) *Sözcük* tanımları (nominal definitions)

diye iki öbeğe ayırmak âdet olmuştur. Klâsik mantıkçılar sözcük tanımlarına hiçbir önem vermemişler, *gerçek* anlamda (!) tanımlamanın birinci türden olduğunu öne sürmüşlerdir. Aristoteles'e göre, herhangi bir nesne türünü tanımlamaktan amaç, o türün *özünü* belirtmek, başka bir deyimle, o türü o tür yapan, dolayısiyle başka nesne türlerinden ayırdetmemizi mümkün kılan niteliği veya nitelikleri ortaya çıkarmaktır. Bu açıdan bakıldıkta, tanımlar bize nesne türleri hakkında en temel ve özlü bilgiyi kazandıran mantıksal işlemlerdir.

Yalnız, tanımlamaya konu olduğu söylenen *dil-dışı* nesnelerin ne türden nesneler olduğu konusunda da tam bir anlaşma yok mantıkçılar arasında. Bu nesneleri de en az iki alt-öbeğe ayırmak mümkün: *Zihinsel* nesneler; bunlara *idea* veya *kavram* da denilmektedir. *Zihin-dışı* nesneler; bunlar Plâton'un zaman-uzay dışı (soyut) varlıklar olarak nitelediği *idealar*dır. Buna göre, "Neyi tanımlarız?" sorusuna şu cevaplardan biri verilmiştir:

1. *Dilsel nesneleri* veya sözcükleri tanımlarız (Dilci filozoflar);
2. *Zihinsel nesneleri* veya kavramları tanımlarız (Aristoteles, İngiliz empiristleri, Kant, Husserl);
3. *Zihin-dışı* nesneleri veya soyut ideaları tanımlarız (Plâton).

Bu görüşler arasında belki en aşırısı, aynı zamanda en eskisi Plâton'dan başka savunucusu pek bulunmayan üçüncü görüştür. Klâsik filozoflar çok kez çeşitli biçimler altında ikinci görüşü savunmuşlardır. Bugün, özellikle Anglo-Sakson ülkelerinde, en yaygın olan görüş birincisidir. Buna göre anlamlı olan sadece *sözcükler*dir, dolayısiyle anlamlarla ilgili bir işlem olarak tanımlama olsa olsa sözcüklere uygulanabilir. *Dilci* tanımlama öğretisinin üstünlüklerinden biri ve belki de en önemlisi, genellikle *özcülük* (essentialism) denen ve bütün klâsik tanımlama öğretilerinde karşımıza çıkan temelsiz bir inancın doğurduğu birçok güçlükleri çözmesi, daha doğrusu dağıtmasıdır.

Özcülüğe göre, tek tek somut nesneler kendiliklerinden birtakım *doğal türlere* ayrılırlar, öyle ki her bir nesnenin ait olduğu türü veya sınıfı belirli ve kesin çizgilerle öteki nesne türlerinden ayırdetmek mümkündür. Başka bir deyimle, herbir nesneyi belli bir nesne türünün üyesi yapan bir *öz* vardır. Örneğin, insanı insan yapan öz onun *akıllı* bir *hayvan* oluşudur. Bu nitelik bütün insanlarda, hem de sadece insanlarda vardır. İnsanı öteki hayvan türlerinden ayırdeden başka özçizgileri de olsa, insanın *tanımlayıcı temel-özçizgisi* akıllı oluşudur. Nitekim, tanımlamanın nesne türlerinin özünü belirtme amacını güttüğü tezini savunan Aristoteles, insanı akıllı hayvan diye tanımlamıştır. Buna göre insan *kavramı* akıllı ve hayvan kavramlarının kesişimi ile özdeştir.

. Özcülerin birleştikleri önemli bir nokta, tanımların doğru veya yanlış, tam veya eksik olabileceği inancıdır. Nesnelerin özünü olduğu gibi yansıtabilen veya kavramlar arasındaki özdeşlik bağlantılarını eksiksiz dile getirebilen tanımlar doğrudur. Bu anlamda tanımlar *kavramların bilgisi*'ni dile getirirler. Bu bilgi şu veya bu şekilde her insanın zihninin derinliklerinde gizlidir; ancak *filozof* dediğimiz özel bir düşünme yeteneği olan insanlar bu örtük bilgiyi belirtik bir biçime sokabilirler. Klâsik filozofların paylaştıkları bir başka görüş de, kavramsal bilginin bütün öteki bilgilerimizin temelini teşkil ettiğidir.

Bazı filozofların düşüncesinde özel bir aydınlığa ulaştığı söylenen değişmez bir kavramsal bilginin varlığına inananlar semantik bir kuruntunun kurbanı olup kanımızca kendilerini bu kuruntudan ancak *dilci* tanımlama öğretisini benimsiyerek kurtarabilirler. Bizim de paylaştığımız bu görüşe göre, *tanımlama, sözcüklerin anlaşılmasını sağlamak amacıyla baş vurabileceğimiz herhangi bir yöntemdir.*• Sözcükleri anlamanın, onların *anlam*'ı olan bir takım (zihin-içi veya zihin-dışı) değişmez özlerin varlığını gerektirmediğini bundan önce görmüştük. Dolayısiyle tanımlamanın bu türlü anlamları gün ışığına çıkarması gerekmez. Sözcüklerin genellikle çok-anlamlı ve belirsiz olduklarını gördük. Sözcüklerin ne anlamda veya hangi maksatla kullanıldıklarını ancak dili kullananların dilsel davranışlarından çıkarabileceğimize göre, bir anlam belirtme yöntemi olarak tanımlamanın da bu alanda yapacağımız gözlemlere dayanması gerekeceği meydandadır. Ne idüğü belirsiz *kavramlara* baş vurmanın daha önce sözünü ettiğimiz sözel tartışmaların doğmasına yol açmaktan başka bir işe yaramıyacağına inanıyoruz. Kaldı ki, konusu sözcükler olunca, tanımlamaya klâsik mantıkçıların kabul ettiklerinden çok daha değişik görevler düşeceği meydandadır. Nitekim, dile yeni bir sözcüğün sokulması, eldeki deyimlere daha kısa karşılıklar bulunması gibi işlemler de tanımlamanın kapsamına girebilecektir. Ayrıca, tanımlamaya uygulama kuralları (anlamı) oldukça belirsiz olan sözcükleri daha belirli bir hale getirmek amacıyla da baş vurabileceğiz. Göreceğimiz gibi, bu görüşün bir başka üstünlüğü de, *tanımlanamaz* nesnelerin

---

• Yalnız, dilci filozofların bile bazan, belki de kolaylık düşüncesiyle, tanımlarını yanıltıcı bir biçimde dile getirdikleri oluyor. Örneğin, tanımlama ile ilgili sorularını

(i) '...' *sözcüğünün* anlamı nedir?

biçiminde dile getirecek yerde, bazan, klâsik filozoflar gibi,

(ii) ..... nedir?

veya

(iii) ... nin anlamı nedir?

biçiminde sormaktadırlar. Onun için, ikinci ve üçüncü türden soru-biçimlerine aldanıp bu filozofların tanımlanan nesnelerin *dil-dışı* nesneler olduğuna inandıkları sonucunu çıkarmakta acele etmemelidir.

varlığını kabul etmek zorunda olmayışıdır. Her sözcüğün dilde herhangi bir görevi olduğuna, ayrıca bu görevi belirtmenin herhangi bir yolu olacağına göre, *her sözcüğün* ilkece tanımlanabileceği meydana çıkar. Nitekim, dilci filozoflara göre *tanımlanamaz* sözcük yoktur. Çünkü bir sözcüğün tanımlanamaması, görevinin belirtilememesi, dolayısiyle anlamının öğretilememesi demek olurdu ki, bunu kabul etmek anlamsız sözcüklerin varlığını kabul etmekle aynı kapıya çıkar.

B. NİÇİN TANIMLARIZ?

Klâsik filozofların tanımlamaya sadece nesnelerin özünü meydana çıkarmak, dolayısiyle kavramların bilgisine varmak amacıyla baş vurduklarını gördük. Oysa konusu *sözcükler* olan tanımlamaya en azından şu dört değişik amaçla baş vurulduğunu görüyoruz:

(a) Anlam kazandırma;
(b) Anlam belirtme;
(c) Anlam düzeltme;
(d) Etkileme.

Şimdi bunları birer birer inceliyelim.

(a) Anlam Kazandıran Tanımlar

Bunlar henüz dilde bulunmayan yeni bir sözcüğü dile sokmak için baş vurulan işlemlerdir. Bunları da iki öbekte incelemek mümkün:

(i) Adlandırıcı Tanımlar

Yeni bulunan veya icat edilen veya eskiden beri bilindiği halde adlandırılmamış olan bir nesneye bir ad takıldıktan sonra bu adın neye yaradığını belirtme işlemine *adlandırıcı tanımlama* diyoruz. Örneğin, bir astronom yeni bir yıldız veya gezegenin varlığını ilk defa meydana çıkardığı zaman ona bir ad takmak zorunda kalacaktır; işte o zaman taktığı adın ne gibi bir nesneyi gösterdiğini belirtmek zorundadır. Aynı şeyi bilim ve teknoloji alanında yeni bir buluş veya icatta bulunan herkes yapar. Modern dillerin sözlükleri bu yüzden durmadan genişlemektedir. Kendileri henüz bulunmadıkları halde, salt bilinen bazı niteliklerine dayanarak adlandırılan kimyasal elementler olduğunu biliyoruz. Her yeni adla birlikte bu adın dildeki görevinin ne olacağının belirtilmesi de şart olduğuna göre, adlandırıcı tanımların dilde son derece önemli bir rol oynadıkları kolaylıkla anlaşılır. Ne garip tir ki, klâsik mantıkçılar bu çeşit tanımlamayı bir tanım türü saymaya bile yanaşmıyorlardı.

(ii) Kısaltıcı Tanımlar

Bir dilin zenginleşmesi salt dile yeni adların sokulmasıyla değil, bazan da dildeki bazı uzunca deyimlere daha kısa karşılıklar bulunmasıyla olur. Bu anlamda tanımlama, bir *kısaltma* yönteminden başka bir şey değildir. Hemen hemen bütün bilim dallarında bu çeşit kısaltıcı tanımlara baş vurulmaktadır. Örneğin, matematikçiler $\frac{\text{'sin } \alpha\text{'}}{\cos \alpha}$ deyimini 'tg α' deyimiyle kısaltmışlardır. Böyle bir *kısaltıcı tanım*

$$(1) \quad \text{tg } \alpha = {}_{Dk} \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

biçimindedir. Bu çeşit *tanımlama denklemlerinde* '$= {}_{Dk}$' sembolünün solundaki deyime "tanımlanan" (*definiendum*), sağındaki deyime ise "tanımlayan" (*definiens*) denir. ('$= {}_{Dk}$' sembolü Türkçe 'demektir' sözcüğünün kısaltması olup '... ile aynı anlama gelir' veya 'tanım gereği... ile anlamdaştır' deyimi yerine kullanılmaktadır.) Belki günlük dilde eskiden beri kullanmakta olduğumuz birçok sözcük de bu şekilde, kısaltma amacıyla, dile sokulmuştur. Örneğin, belki 'dayı' sözcüğü 'annenin erkek kardeşi' deyiminin bir kısaltmasıdır. Bu durumu

$$(2) \quad \text{Dayı} = {}_{Dk} \text{ annenin erkek kardeşi}$$

kısaltıcı tanımıyla, belirtik bir şekilde dile getirebiliriz.* Kısaltıcı sözcüklerin günlük hayatta bugün en çok rastlanan türü NATO, UNESCO, v.b. gibi uzunca bir deyimde geçen sözcüklerin baş harflerini yan yana getirerek elde edilenleridir.

(b) Anlam Belirten Tanımlar

Anlam kazandıran tanımlar yardımıyla tarih boyunca herhangi bir dile girmiş olan sözcüklerden bir kısmını *pratik* bir şekilde, yani dili kullanmasını bilen ergin kişilerin dilsel davranışlarını gözleyip taklit ederek öğreniriz. Ancak hayatın öteki alanlarında olduğu gibi, dil alanında da, bu pratik öğrenme şekli ne yeterlidir, ne de bazan mümkün. Pek çok hallerde kullanılan sözcüklerin anlamını açıklamak, yani ne şekilde, hangi kurallar uyarınca kullanıldıklarını şu veya bu şekilde belirtmek gerekir. Kaldı ki, birçok sözcüklerin anlamını bu sözcüklerin kullanıldığı bağlamlardan çıkarmak da her zaman mümkün olmadığı gibi, *teorik* nesneleri dile getiren sözcüklerin anla-

---

* Tanımlamanın konusu sözcükler olduğuna göre, gerçekte (1) ve (2) tanımlarında geçen sözcüklerin tek-tırnak arasına alınması gerekirdi; ancak tanımların ayrı satırda yazılması bizi bu külfetten kurtarmaktadır. '$= {}_{Dk}$' sembolünün daima sözcükler arasındaki *anlamdaşlık* bağlantılarını dile getirdiğini unutmamak gerekir.

mını ancak şu türlü tanımlar yardımıyla öğrenebiliriz. *Sözlükler* anlamlarını doğrudan doğruya, pratik yoldan öğrenemediğimiz sözcükleri anlamamıza yardımcı olmak amacını güderler. Genel sözlüklerden başka özel sözlüklerin bulunuşu da insanın özel ilgi veya uzmanlık alanlarına ait sözcüklerin anlamını daha iyi anlamasını sağlamak içindir.

Anlam belirten tanımların bazan büsbütün gerekli olmasalar bile faydalı olduklarını görüyoruz. Çok kez bir sözcüğü pratik bir şekilde iyi kötü kullanmasını öğrenmişizdir, ama onu kullanırken göz önünde bulundurduğumuz kuralların neler olduğunu, başka bir deyimle, onu hangi şartlar altında uygulayıp hangi şartlar altında uygulamaktan geri durduğumuzu bilinçli bir şekilde bilmeyiz. Anlamını bildiğimiz birçok sözcüğü tanımlamakta güçlük çekmemiz bundandır. Oysa insanın sözcükleri güvenle kullanabilmesi, sonra maksadını başkalarına istediği gibi iletebilmesi için, onları hangi kurallar uyarınca kullandığını bilmesi ve belirtmesi gerekir. Kullandığımız sözcüklerin pratik-sezgisel anlamıyla yetinmeyip onlara teorik-rasyonel bir anlam kazandırmaya çalışmamız, bunun için de onları tanımlamamız bir çeşit düşünme disiplininin, hatta ahlâkının ana kuralıdır.

(c) Anlam Düzelten Tanımlar

Günlük dilde geçen sözcüklerden büyük bir kısmının çok-anlamlı ve belirsiz olduğunu, bu halin bazı sakıncalar doğurduğunu daha önce görmüştük. İşte günlük dildeki sözcüklere daha belirli bir anlam kazandırma çabasıyla yapılan tanımlara *anlam düzelten tanımlar* diyoruz.* Bu çeşit tanımların kısmen anlam kazandıran, kısmen de anlam belirten tanımlar olacağı meydandadır; çünkü burada şu veya bu şekilde kullanılmakta olan bir sözcüğe, keyfe-bağlı olarak, büsbütün yeni bir anlam kazandırmak değil, o sözcüğün günlük dildeki anlamının belirsizliğini, o da belli bir ölçüde, gidermek söz konusu. Carnap bu işleme *anlam-açıklaması* (explication) diyor.

(d) Etkileyici Tanımlar

Anlam düzelten tanımların bir özelliği, amaçlarını gizlememeleri, başka bir deyimle, kısmen *teklifsel* olduklarını açıkça ortaya koymalarıdır. Herhangi bir bilim adamı lüzum görünce böyle bir tanım yardımıyla anlamı belirsiz bir sözcüğe daha belirli bir anlam vermeği teklif eder; teklifi meslekdaşları tarafından kabul edilirse bilim diline mal olur. Burada bir *uzlaşım* söz konu-

* Çok-anlamlılığın bağlam yardımıyla giderilemiyeceğini farkettiğimiz yerlerde herhangi bir sözcüğü değişik anlamlarından hangisinde kullandığımızı belirtmek ihtiyacını duyabiliriz. Bu gibi hallerde *anlam belirten* tanımlara baş vuracağımız meydandadır.

sudur. Öte yandan, Amerikan filozofu Stevenson'ın "kandırıcı tanımlar" ("persuasive definitions") dediği bir başka tanımlama türü vardır ki, bu çeşit tanımların amacı doğrudan doğruya insanları etkilemektir. Etkileyici tanımları belli eden *biçimsel* özellik, bunların daima 'gerçek', 'hâlis', v.b. gibi sözcüklerle nitelendirilmesidir. 'Deyimin *gerçek* anlamında x... dır' deyiş biçimleri de, tanımı yapanın, bir sözcüğün *doğru* olan kullanılış anlamını dile getirir gibi görünüp sözcüğe kendi işine gelen anlamı vermek amacıyla baş vurduğu etkileme araçlarıdır. İnsanların büyük çoğunluğu Plâton'un semantik kuruntusundan kurtulamadıkları için, bu gibi deyimlerin kolaylıkla etkisinde kalırlar.

Etkileyici tanımlara en çok 'güzel', 'iyi' türünden *değerlendirici*-sözcüklerle 'demokrasi', 'din', 'sosyalizm', 'sanat', 'felsefe' gibi *duygusal-yükü* oldukça ağır basan sözcükler konu olur. Daha önce de belirttiğimiz gibi, bu çeşit sözcüklerin şu veya bu anlamda kullanılmasında bir deyime herkesin bir çıkarı vardır. Onun için, herkes onlara kendisinin verdiği anlamın biricik *doğru* veya *gerçek* anlam olduğunu etrafındakilere de kabul ettirmek ister. Örneğin, kendi idealindeki politik düzenin sosyal adalete ve iktisadî eşitliğe elden geldiği kadar yer vermesini isteyen bir kimse, bulunduğu toplumda 'demokrasi' sözcüğünün pozitif bir duygusal gücü olduğuna bakarak, hayalindeki politik düzeni de demokrasi diye nitelemekte bir fayda görebilir, dolayısiyle etrafındakilerin bu düzene karşı olumlu bir tavır almalarını sağlayabilmek için

(3) *Gerçek demokrasi* sosyal adalete ve iktisadî eşitliğe dayanan demokrasidir

türünden etkileyici bir tanım yapabilir. (3) ü dile getirenin asıl amacı, 'demokrasi' sözcüğünün kullanılış anlamının ne olduğunu belirtmek değil, insanların davranışlarını etkilemektir. Bir tanım kılığına bürünmüş olan (3) ün dile getirmek istediği maksat belki de

(4) Adı ne olursa olsun, ideal bir politik düzenin baş amacı sosyal adaletle iktisadî eşitliği gerçekleştirmek *olmalıdır*

cümlesinde özüne uygun ifadesini bulurdu. Ancak, (4) ün bir *dileği* dile getirdiği apaçık olduğundan, bir *gerçeği* veya *doğruluğu* dile getirmek iddiasında olan (3) kadar etkili olamıyacağı meydandadır.

Etkileyici tanımlara insan hayatının hemen her alanında değişik biçimde sayısız örnekler bulunabilir. Ahlâk, sanat, ama özellikle politika hayatında bunun bazan çok ilginç örneklerine rastlamak mümkün. Birleşmiş Milletler'deki Rus baş-delegesi V. Kuznetzoff'un Amerika'nın Kuzey Vietnam'a karşı giriştiği saldırıları yermek amacıyla bir ara söylediği şu sözler etkileyici tanımın tipik bir örneğidir:

(5) Milletler-arası hukuk dilinde 'saldırı'nın bir tanımı bulunsaydı, Amerika Vietnam halkına karşı işlediği bütün vahşetleri öyle kolay kolay demagojiye boğamazdı!

Bu *dolaylı* bir etkileyici tanıma örnektir. Tanınmış Rus romancısı Tolstoy'un "Sanat Nedir?" başlığını taşıyan eserinde verdiği tanım ise *dolaysız* bir tanıma örnektir:

(6) *Gerçek* sanat evrensel veya dinsel duyguların iletilmesidir.

Bu tanıma göre, dinsel duygular ilham etmeyen eserler sanat eseri sayılmazlar. Oysa birçok sanat eserlerinin bu türlü duygular ilham etmekten uzak olduğunu bilmeyen yoktur. Bu da gösteriyor ki, Tolstoy'un buradaki asıl amacı, 'gerçek' sözcüğünün etkileme gücünden faydalanarak hem sanatçıları kendi beğendiği türden eserler yaratmağa yüreklendirmek hem de halkın sanat zevkini belli bir yönde geliştirmek!

Bu türlü etkileyici tanımlara yalnız *pratik* veya *estetik* uğraşı alanlarında değil, felsefe gibi çoğunluğun *teorik* olduğuna inandığı uğraşı alanlarında da sık sık rastlıyoruz. 'Felsefe' sözcüğünün kendisi de dahil olmak üzere 'bilgi', 'doğruluk', 'kanun', 'açıklama', 'nedensellik', 'varlık', v.b. gibi filozoflar arasında en fazla tartışma konusu olan sözcükler, hatta 'tanımlama' sözcüğünün kendisi, çeşitli etkileyici tanımlara konu olmuşlardır. 'Gerçek felsefe ... dir', *'gerçek* bilgi ... dir', *'gerçek* anlamda açıklama ... dur' gibi deyimlere filozofların eserlerinde sık sık rastlamamız, felsefecilerin üzerinde durdukları sözcüklerin de oldukça ağır basan bir duygusal yükü olduğunu bu yüzden *değerlendirici* (evaluative) sözcüklerle *tasvir-edici* (descriptive) sözcükler arasında kesin bir ayrım yapılamıyacağını, bir de, belki daha da önemlisi, *pratik* sorunlarla *teorik* sorunlar arasında kesin bir ayrım olmadığını gösteriyor. Filozoflar arasındaki tartışmaların çok kez bir sonuca bağlanamaması, her filozofun belli bir sözcüğe verdiği anlamı o sözcüğün *biricik yasaya-uygun* anlamı diye göstermeğe kalkışmasındandır. Bu da bir yandan Plâton'cu kuruntunun, bir yandan da insanları etkileme arzusunun kaçınılmaz sonucu olsa gerektir.

C. NASIL TANIMLARIZ?

Tanımlamanın az çok değişik amaçları olduğu gibi, farklı yol ve yöntemleri de vardır. Gerçi, hiç değilse ana-dilimize ait sözcüklerin bir kısmını doğrudan doğruya çevremizdekilerin dilsel davranışlarını izlemek suretiyle öğreniriz; ama bu her zaman mümkün değildir. Kaldı ki, gerek adlandırma, gerekse kısaltma amacıyla dile durmadan yeni sözcükler girdiğini gördük. Bunların ne amaçla kullanılacağını şu veya bu şekilde belirtmemiz gerekir.

Tanımlama yöntemlerini ilkin *yarı-dilsel* ve *tam-dilsel* olmak üzere iki öbekte inceliyeceğiz:

(a) Yarı-dilsel (veya Göstererek) Tanımlama Yöntemleri

Yarı-dilsel yöntemlerle yapılan tanımlamalara *göstererek* (veya gösterici yolla) tanımlama da denmektedir. Bu, herhangi bir sözcüğün uygulandığı nesneyi veya nesne türünün bir örneğini göstererek o sözcüğü kullanmak suretiyle olur. Yalnız, bunun da çeşitli yolları vardır. Küçük bir çocuk bize, belli bir nesneyi göstererek, 'bu ne?' diye sorunca, o nesnenin adını söyleriz. Ama aynı işi yazıyla da yapmak mümkün. Nitekim her çeşit etiket bu amaçla kullanılır. Bir hayvanat bahçesindeki herbir hücre veya kafes üzerinde orada bulunan hayvan türünün adı yazılıdır. Ecza şişelerinin, baharat kutularının, v.ö. üzerinde de içlerindeki nesnelerin adları yazılıdır. Sokak adları da aynı şekilde tabelâlara yazılıp sokak başlarına konur. Herhalde en yaygın tanımlama yöntemi bu olsa gerektir. Ancak, bütün sözcüklerin anlamını bu yoldan belirtmenin mümkün olmadığı da meydandadır.

(b) Tam-dilsel Tanımlama Yöntemleri

Gösterici yoldan bir miktar sözcüğün anlamını öğrendikten sonra, sözlüğümüzü büsbütün dilsel yöntemlerle zenginleştirebiliriz. 'Su', 'deniz', 'memeli', v.b.g. sözcüklerin anlamını bu yoldan öğrendiğimizi düşünelim. O zaman 'balina' nın ne gibi bir nesneyi gösterdiğini herhangi bir sözlük yardımıyla öğrenmemiz işten bile değildir.

Tam-dilsel yöntemleri de iki öbeğe ayırıyoruz: (i) Semiotik yöntemler; (ii) semiotik-olmıyan yöntemler.

(1) 'père' Fransızca *baba* demektir

birinci öbeğe; buna karşılık,

(2) Dayı $=_{Dk}$ annenin erkek kardeşi

ikinci öbeğe ait tanımlara örnek gösterilebilir. (1) de geçen 'père' sözedilen dile ait olduğu halde, (2) deki bütün sözcükler aynı dil seviyesine aittir.

Semiotik-olmıyan tanımlar da tekrar iki alt-öbeğe ayrılıyor:

(i) *Belirtik* tanımlar; (ii) *örtük* tanımlar. Bu konu önemli olduğundan üzerinde biraz uzunca duracağız.

(i) Belirtik Tanımlar

Belirtik bir tanıma dilde bulunan uzunca bir deyim yerine çok daha kısa bir karşılık bulmak istediğimiz zaman baş vururuz. Kısaltıcı tanımlarla belirtik tanımlar aynı tanımlardır. Eğer 'dayı' sözcüğü Türkçe'ye salt 'annenin erkek kardeşi' deyiminin bir kısaltması olarak, ama belirtik bir uzlaşımla, sokulmuş olsaydı, (2) tipik bir belirtik tanım örneği sayılabilirdi. Ne yazık

ki, *doğal* bir dilde hangi sözcüklerin kısaltma amacıyla dile sokulmuş olduğunu bilmiyoruz; dolayısiyle böyle bir dilin sözcük ve deyimleri arasındaki *anlamdaşlık* bağlarının neler olduğunu kesinlikle tespit etmemiz mümkün değil. Biz ancak kimin tarafından, ne zaman teklif edildiği bilinen belirtik tanımlar aracıyla aralarında anlamdaşlık bağı kurulan sözcük ve deyimlerin anlamdaş olduğunu bilebiliriz. Doğal dillerdeki akrabalık terimlerinden bir kısmının bu amaçla dile sokulmuş olması pek muhtemeldir.

Belirtik tanımları da *bağlamsal* ve *bağlamsal-olmıyan* tanımlar olmak üzere iki öbeğe ayırıyoruz.

(a) Bağlamsal-olmıyan Tanımlar

(2) bu çeşit tanıma örnektir. Burada *tanımlanan* (definiendum) bir bağlam içinde değil, tek başına bulunuyor. Bu çeşit tanımların ancak 1-li genel terimler, yani nitelik veya sınıf gösteren terimler için mümkün olduğunu görüyoruz.

(b) Bağlamsal Tanımlar

Bu herhangi bir terimin tek başına değil de, bir dilsel bağlam içinde tanımlanmasıdır. Örneğin,

(3) x y'nin erkek-kardeşidir $=_{Dk}$ x ile y'nin anne ve babası aynıdır $\wedge$ x erkektir.

Buna sebep, 'erkek-kardeş' teriminin bir 2-li genel-terim, başka bir deyimle bir *bağlantı-terimi* olmasıdır. 'Daha serttir' gibi bir bağlantı terimini de bağlamsal bir şekilde tanımlamak mümkündür. Imdi, *'a'* ile *'b'* iki maden parçasının adları olsun. O zaman, *a*'nın *b*'den *daha sert* olduğunu şu bağlamsal tanımla dile getirebiliriz:

(4) *a b*'den daha serttir $=_{Dk}$ a b'yi çizer $\wedge \sim$ (b a'yı çizer)

Bugün bilim dilinde en çok kullanılan terimler *fonksiyon* terimleri olup bunları ancak bağlamsal olarak tanımlıyabiliyoruz. Örneğin,

(5) x'in ortalama yoğunluğu $=_{Dk} \frac{\text{x'in gram olarak kütlesi}}{\text{x'in cm}^3 \text{ olarak hacmi}}$

tanımında olduğu gibi.

(ii) Örtük Tanımlar

Bu çeşit tanımlara "anlam-postulatlarıyla tanımlama"da denilmektedir. Matematik veya mantık dili gibi tam formelleşmiş, yani bütün terimleri hem tek-anlamlı, hem de büsbütün belirli olan dillerde, bazı terimlerin anlamı

belirtik tanımlarla tespit edilirse de, bütün terimleri, döngüye düşmeden, bu şekilde tanımlamak mümkün değildir. Böyle belirtik olarak tanımlanamıyan terimlere formelleşmiş bir dilin *ilkel sembolleri* denir. Ancak, her terimin bir anlamı olduğuna, üstelik bu anlamı belirtmenin bir yöntemi olması gerektiğine göre, ilkel terimlerin de tanımlanabilmesi gerekir. Formelleşmiş dillerde bu işi o dilin aksiyom veya postulatları görür. Buna göre, aksiyom veya postulatları, onlarda geçen ilkel sembollerin *örtük tanımları* saymak mümkündür.

Günlük-dilin sözcüklerinin bir kısmını gösterici yolla öğrendiğimizi gördük. Ancak bu yolla sözcüklerin anlamını *pratik-sezgisel* bir şekilde öğrenmiş olsak bile, tam ve tüketici bir şekilde öğrendiğimizi öne süremeyiz. Örneğin, günlük dile ait 'kırmızı', 'üstünde', 'önce gelir' gibi sözcüklerin anlamını bu yolla öğrenmişizdir, ama bu sözcüklerin kullanımını yöneten kesin kurallar yoktur elimizde. İşte biz istersek bu gibi sözcüklerin anlamını da, tıpkı formelleşmiş dillerin ilkel terimleri için yaptığımız gibi, "anlam-postulatları" yardımıyla tespit edebiliriz. Nitekim, şu anlam-postulatları, yukarki sözcüklerin örtük-tanımları sayılabilir:

(6) Hiçbir yüzey aynı zamanda tümüyle hem *kırmızı* hem *mavi* olamaz;

(7) Herhangi bir a nesnesi b nesnesinin *üstünde* ise, b nesnesi a nesnesinin üstünde olamaz;

(8) Bir a olayı b olayından *önce geliyorsa*, b olayı a olayından önce gelemez.

D. KLÂSİK TANIMLAMA ÖĞRETİSİNİN EKSİK YANLARI

Dilci tanımlama öğretisinin en büyük üstünlüğü her çeşit *sözcüğün* ilkece *tanımlanabilir* olduğunu göstermesi idi. Aristoteles'e dayanan klâsik öğretiye göre ise, birçok *nesneleri* tanımlamak mümkün değildir.

Gerçekten de, Aristoteles'e göre, bir nesne türünü tanımlamanın biricik yöntemi o nesne türünün *yakın cinsi* (genus proximum) ile onu bu cinsten ayırdeden *türel ayrımını* (differentia specifica) belirtmektir. İnsanı tanımlamak istediğimizi düşünelim: Aristoteles'e göre, insan türünün ait olduğu yakın cins *hayvan* sınıfıdır; insanı hayvandan ayırdeden nitelik ise *akıllı* oluşudur. Başka bir deyimle, insan sınıfı hayvan-sınıfı ile akıllı nesneler sınıfının kesişimidir. Buna göre, insanın tanımı

(1) İnsan $=_{Dk}$ akıllı hayvan

biçiminde olacaktır. 'Mavi', 'sert', 'sıcak', 'acı', v.b.g. *basit* veya *çözümlenemez* nitelikleri gösteren terimlerin bu yoldan tanımlanamıyacağı meydandadır. Aynı şekilde, modern bilim dilinde büyük bir yer tutan fonksiyon ve

bağıntı terimlerinin de bu şekilde tanımlanamıyacağı meydandadır. İşin ilginç yönü şu ki, iki sınıfın kesişimini değil de, bileşimini dile getiren bazı sınıf terimleri de bu yolla tanımlanamaz. Örneğin, 'İskandinavyalı' terimini alalım. Bu terimi bağlamsal bir şekilde şöyle tanımlarız:

(2) a bir İskandinavyalıdır $=_{Dk}$ a bir Danimarkalıdır *veya* a bir Norveçlidir *veya* a bir İsveçlidir *veya* a bir İslandalıdır.

Klâsik yöntemle tanımlanması mümkün olmıyan bir sözcük kümesi de *mantıksal değişmezler* denilen 've', 'veya', 'ise', 'değil', 'bazı', 'bütün' türünden sözcüklerdir. Klâsik mantıkçılar, herhangi dil-dışı bir nesneyi göstermiyen, dolayısiyle *terim* karakterinde olmıyan sözcükleri, tanımlamanın büsbütün dışında bırakmışlardır. Oysa, dilde belli bir görevleri olduğuna göre, bunların da tanımlanabilmesi gerekir. Mantık sözlüğünde yer alan sözcüklerden bir kısmını başkaları türünden tanımlayabildiğimiz gibi, ilkel sembol durumunda olanları da doğruluk-çizelgeleri yöntemi denen bir yöntem yardımıyla tanımlayabiliriz. Örneğin, günlük dildeki 'değil' sözcüğünün karşılığı olan '$\sim$' sembolüyle, 'veya' sözcüğünün karşılığı olan 'V' sembolünü formelleşmiş önermeler-mantığı dilinin ilkel sembolleri olarak seçtiğimizi düşünelim. O zaman 'ise' sözcüğünün formel dildeki karşılığı olan '$\rightarrow$' sembolünü '$\sim$' ve 'V' sembolleri türünden belirtik olarak şöyle tanımlayabiliriz.:

(3) $p \rightarrow q =_{Dk} \bar{p} \; V \; q$

Bu bağlamsal belirtik tanım yardımıyla '$\rightarrow$' sembolünü, geçtiği her bağlamda '$\sim$' ve 'V' sembolleri lehine eleyebileceğimizi dile getirmiş oluyoruz. Bu anlamda belirtik tanımlar birer *eleme-kuralı* durumundadır. '$\rightarrow$' sembolünün bu şekilde elenebileceğini belirttikten sonra, geriye kalan '$\sim$' ve 'V' gibi ilkel-sembolleri de, doğruluk-çizelgeleri yardımıyla şöyle tanımlıyoruz:

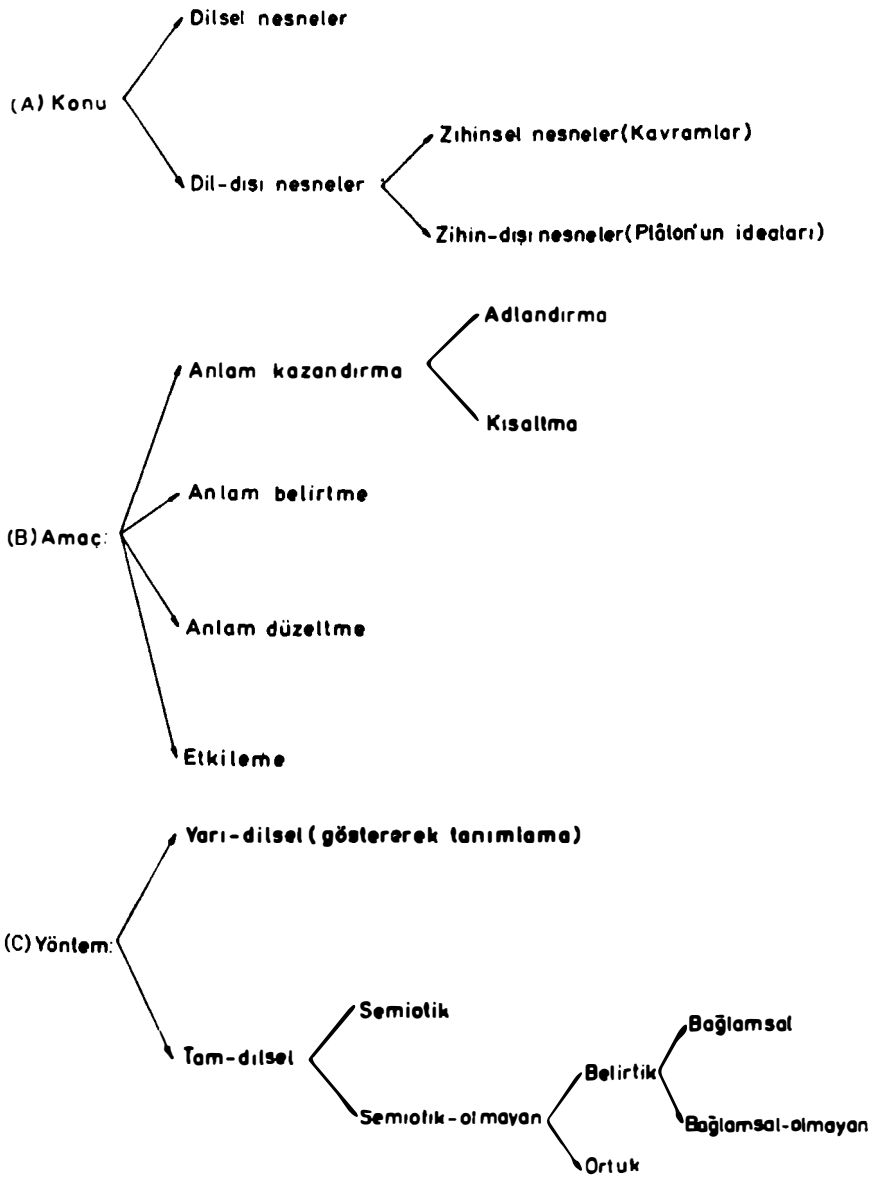
(4)

p	$\bar{p}$
D	Y
Y	D

p	q	p V q
D	D	D
D	Y	D
Y	D	D
Y	Y	Y

Görüldüğü gibi, mantıksal-değişmezlerin anlamını, bunların geçtiği bileşik önermelerde bileşenlere verilen doğruluk-değerine göre bileşik önermenin hangi doğruluk-değerini aldığını göstererek tespit ediyoruz.

TANIMLAMA TÜRLERİNİN ŞEMATİK TABLOSU



KİTAP II

SEMBOLİK MANTIK

BİRİNCİ KISIM

ÖNERMELER MANTIĞI



I. BÖLÜM

ÖNERME EKLEMLERİ

1. ÖNERME VE YAPISI

A. ÖNERMELER

Kitap I de, dilin bir bakıma temel görevi olan bildirme görevinin "önerme" dediğimiz bildiri cümleleriyle yerine getirildiğini, bu çeşit cümlelerin ise *doğru* veya *yanlış* değerini alabildiklerini belirtmiştik. Gerek *doğru*'ya gerekse *yanlış*'a "doğruluk değeri" denir. Buna göre, önermeleri belli bir doğruluk değeri olan deyimler (yani söz veya sembol dizileri) olarak tanımlıyoruz. Verilen herhangi bir önerme ya doğrudur, ya yanlış. *Doğru* olan bir önerme her yerde, her zaman, herkes için doğrudur. Yanlış olan bir önerme için de durum öyledir. Şu halde, ancak tek görevli, belirli, tek anlamlı ve kaypak olmıyan bildiri cümlelerinin hâlis birer önerme olduklarını görüyoruz. Mantık ancak bu çeşit bildiri cümlelerini inceler. Daha doğrusu, verilen bir takım bildiri cümlelerinin mantığın konusuna girebilmesi için bunların ilk önce çok-görevlilikten, belirsizlikten, çok-anlamlılıktan ve kaypaklıktan arınmış bir biçime çevrilmesi gerekir.

Dikkat edilirse, söz gelişi

(1) Ankara Türkiye'nin başkentidir

gibi günlük dile ait önermelerin yanısıra, bir de

(2) $2 + 2 = 4$

veya

(3) $2 + 2 = 5$

gibi matematik diline ya da

(4) $C + O_2 \rightarrow CO_2$

gibi kimya diline ait önermeler vardır. (2) ile (4) doğru, (3) ise yanlış değerini taşıdığından, her üç deyimin birer önerme olduğunu görüyoruz.

Önermeler için temsilci harf olarak 'p', 'q', 'r', 's', 't' harfleri kullanılır.

B. KAPALI VE AÇIK ÖNERMELER

Matematikte '0', '1', '2', ... gibi sembolleri (rakamları) birer *sayı adı* olarak kullanırız. Bu sembollerden her biri *belli* bir sayıyı gösterdiğinden, bunlara *"değişmezler"* diyoruz. Öte yandan, 'x', 'y', 'z', ... gibi sembolleri belli sayılar için değil, belli olmıyan herhangi bir sayıyı göstermek için kullandığımızdan, bu türlü sembollere *"değişkenler"* denir. Bir değişkenin gösterdiği her sayıya değişkenin bir değeri denir. Buna göre, belli bir nesneyi gösteren bir tekil terime *"değişmez tekil terim"*, belli olmıyan bir nesneyi gösteren tekil terimlere ise *"değişken tekil terim"* diyoruz. Günlük dilde belli olmıyan herhangi bir özel ismin yerini tutan *zamirler* değişken tekil terimler durumundadır. *Bu türlü zamirler* yerine, matematikte olduğu gibi, 'x', 'y', 'z', ... gibi semboller kullanırız.

Şimdi içinde bir değişken geçen

(5) x bir şehirdir

gibi bir deyimi göz önüne alalım. (5) in doğruluk değerini sormak mânasızdır. Nitekim (5) belli bir konu hakkında değil, belli olmıyan bir konu hakkında bir iddiayı dile getirir. İddianın doğru veya yanlış olması bu konunun belirtilmesine, yani 'x' değişkenine belli bir değer verilmesine bağlıdır. Örneğin, 'x' in değeri olarak Türkiye'yi seçersek, (5) yanlış olur, 'x' in değeri olarak Ankara'yı seçersek, (5) doğru olur. Böylece (5) deyiminin belli bir doğruluk değeri olmadığından, ona *önerme* diyemeyiz. Ancak bu deyimi, 'x' değişkeninin yerine belli bir takım adlar koymak suretiyle doğru veya yanlış olan önermelere dönüştürebildiğimizden, böyle bir deyime *"açık önerme"* denir. Buna göre *açık önermeler*, içinde (en azından) bir değişken bulunan ve değişken yerine değişmez koymak suretiyle önerme haline dönüştürebilir deyimler demektir.

Matematikte denklemler ve eşitsizlikler hep açık önerme durumundadır. Örnek olarak

(6) $x - 5 = 0$

denklemini göz önüne alalım. Böyle bir deyim ne doğrudur, ne de yanlış. Ancak (6) deyiminde geçen 'x' değişkeni yerine '5' koymakla *doğru* olan

(7) $5 - 5 = 0$

önermesini; 'x' yerine '6' koymakla *yanlış* olan

(8) $6 - 5 = 0$

önermesini elde ederiz. Şu halde (6) deyimi bir açık önermedir. (7) ile (8) gibi önermelere (6) açık önermesinin *örnek-önermeleri* diyoruz. Görüldüğü

gibi, (6) açık önermesinin (en azından) bir doğru ve (en azından) bir yanlış örnek-önermesi vardır. Ancak her açık önermenin böyle olmadığını, ayrıca biryol bütün örnek-önermeleri doğru olan açık önermeler, bir de bütün örnek-önermeleri yanlış olan açık önermeler olduğunu belirtmek gerek. Örneğin,

(9) $(x-1)^2 = x^2 - 2x+1$

açık önermesinin bütün örnek-önermeleri doğrudur; buna karşılık

(10) $x \neq x$

açık önermesinin bütün örnek-önermeleri yanlıştır.

Önermelere — onları açık önermelerden ayırdetmek amacıyla — *kapalı önermeler* de denir.

C. BASİT VE BİLEŞİK ÖNERMELER

Günlük dilde *'ve'*, ve *'veya'* gibi eklemler yardımıyla, verilen birtakım önermelerden *bileşik önermeler* meydana getiririz. Bu gibi eklemler yardımıyla meydana getirilmemiş olan önermelere ise *basit önermeler* diyoruz. Mantığın en önemli bir kolu basit önermelerden bileşik önermelerin ne şekilde elde edildiğini inceler. Mantığın bu koluna *"önermeler mantığı"* denir. Önermeler mantığında basit önermelerin iç yapısı incelenmez. Böyle bir inceleme mantığın başka bir kolu olan *"niceleme mantığı"*nın konusuna girer. Biz bu kısımda önermeler mantığını, bundan sonra gelen kısımda ise niceleme mantığını ele alacağız.

2. DEĞİLLEME

(1) Ahmet Konya'ya gitmeyecek

önermesini ele alalım. Bu önerme açıkca

(2) Ahmet Konya'ya gidecek

önermesinin "değilleme"si durumundadır. Dolayısiyle (1) önermesini mantıkça

(3) (Ahmet Konya'ya gidecek) değil

şeklinde yorumlayabiiriz. O zaman (3) ün, (1) önermesinin "mantıksal yapısı"nı dile getiren bir önerme olduğunu söyliyebiliriz. *'Değil'* sözcüğü yerine '$\sim$' sembolü (değillenen önermenin önüne konmak üzere) kullanılmaktadır. Buna göre, (3) önermesi

(4) $\sim$(Ahmet Konya'ya gidecek)

biçimine girer

(4) önermesi, *"değilleme işareti"* denilen '~' sembolü ile (2) önermesinden kuruludur. Şu halde, (4) ün (kendisinden başka) bir önermeyi ((2) önermesini) içine aldığını, dolayısiyle (4) ün *bileşik* bir önerme olduğunu görüyoruz. (2) ye (4) ün bir *bileşeni* denir. Genel olarak, belli bir önermenin içinde geçen başka bir önermeye ilk önermenin "bileşen"i denir. Bir veya daha çok bileşeni olan herhangi bir önermeye de *"bileşik"* veya *"molekülsel"* denir. Hiçbir bileşeni olmıyan bir önermeye de *"basit"* veya *"atomsal"* denir.

Görünüşte (1) önermesinin (kendinden başka) hiçbir kısmı bir önerme olmadığından, (1) in hiçbir bileşeni olmıyan basit bir önerme olduğu sanılabilir. Ancak (1) in gerçek mantıksal yapısını dile getiren (4) veya (3) önermesi basit değil de bileşik olduğundan, (1) in basit olmasının sadece görünüşte kaldığını, gerçekte ise (mantıksal yapısı gereği) bileşik olduğunu söyliyeceğiz. Buna göre, verilen bir önermenin gerçek yapısının ne olduğunu anlamak için, ilk önce bu önermeyi, mantıksal yapısını dile getiren başka bir önermeye çevirmek, ondan sonra da son önermenin basit mi, bileşik mi olduğunu araştırmak gerekecektir.

Böylece her "değilleme önermesi"nin (görünüşte değilse de) gerçekte bileşik olduğunu görüyoruz. Herhangi bir önermeyi 'p' ile temsil edersek, önermenin değillemesini

(5) $\sim p$

biçiminde dile getirebiliriz. Ancak bir önermenin değillemesinin (5) biçiminden değişik biçimlerde de dile getirilebileceğini hatırdan çıkarmamak gerek. Örneğin, (2) önermesinin değillemesi (4) biçiminde dile getirilebildiği gibi, (1) biçiminde de dile getirilebilir. Daha şaşırtıcı bir örnek olarak

(6) Bütün insanlar ölümlüdür

önermesini ele alalım. Bu önermenin değillemesi, dolayısiyle çelişiği,

Bütün insanlar ölümlü değildir

biçiminde değil de,

(7) Bazı insanlar ölümlü değildir

biçiminde dile getirilebilir. (7) nin ise (6) önermesinin değillemesi olduğu ilk bakışta görülmektedir. Bu bakımdan, (6) nın değillemesini

(Bütün insanlar ölümlüdür) değil

veya

(8) ~(Bütün insanlar ölümlüdür)

biçiminde dile getirmek faydalıdır. (7) önermesi de, (8) önermesi kadar (6) nın değillemesi durumunda olmakla birlikte, ancak (8) önermesinin (6) nın değillemesinin mantıksal yapısını dile getirdiğini görüyoruz.

Böylece, (5) i 'p' ile temsil edilen herhangi bir önermenin değillemesinin "standard" biçimi olarak kabul edeceğiz.

İmdi, herhangi bir değilleme önermesinin *doğruluk-değerini* (yani doğruluğunu veya yanlışlığını) belirlemek için, bu önermenin değillemesi durumunda olduğu önermenin doğruluk değerini bilmek yeter. Örneğin, (1) önermesi (2) nin değillemesidir. Oysa, (2) doğru ise (1) yanlış, (2) yanlış ise (1) doğrudur. Şu halde, (1) in doğruluk değerini (yani doğru veya yanlış olduğunu) bilmek için (2) nin doğruluk değerini bilmek yetiyor. Genel olarak, herhangi bir değilleme önermesinin doğruluk değerini belirlemek için, ilk önce bu önermeyi "standard" biçime, yani '$\sim$p' biçimine dönüştürmek, ondan sonra da 'p' nin doğruluk değerini araştırmak gerekecektir. 'p' doğru ise, '$\sim$p' yanlış; 'p' yanlış ise, '$\sim$p' doğrudur. Bu durumu şöyle bir çizelge ile dile getirmek mümkündür:

(9)

p	$\sim$p	
D	Y	$\sim$D = Y
Y	D	$\sim$Y = D

'D' harfini '*doğru*' sözcüğünün, 'Y' harfini de '*yanlış*' sözcüğünün kısaltması olarak kullanıyoruz. Çizelgenin sol yanında ('p' harfinin altında) 'p'nin taşıması mümkün olan bütün doğruluk değerleri alt alta sıralanmıştır. Herhangi bir önerme ya doğru ya yanlış olduğuna göre, bu değerler D ile Y den ibarettir. Çizelgenin sağ yanında ise ('$\sim$p' deyiminin altında), soldaki her doğruluk değerinin hizasında, '$\sim$p' nin, 'p' nin bu değerine karşılık aldığı doğruluk değeri belirtilmiştir. Buna göre, 'p' nin D değeri hizasında, '$\sim$p' nin yüklendiği Y değeri; 'p' nin Y değeri hizasında da '$\sim$p' nin yüklendiği D değeri gösterilmiştir. (9) gibi çizelgelere *doğruluk çizelgesi* denir.

3. BİRLİKTE-EVETLEME

Günlük dilde, iki önermeyi '*ve*' bağlacı yardımıyla birbirine eklemek suretiyle bileşik bir önerme elde edilir. Örneğin,

(10) Ahmet Ankara'ya gidecek

ile

(11) Behçet Ankara'ya gidecek

önermelerinden

(12) Ahmet Ankara'ya gidecek *ve* Behçet Ankara'ya gidecek

bileşik önermesi elde edilir. (12) önermesinin, (10) ve (11) gibi iki bileşeni olduğundan, bileşik olduğu meydandadır. Böyle bir bileşik önermenin *iki* bileşeni olduğunu belirtmek için bir 2-li bileşik önerme olduğunu söyliyeceğiz. Aynı şekilde, *iki* ayrı önermeyi birbirine eklemek suretiyle yeni bir (bileşik) önerme kurmaya yarayan 've' sözcüğüne de bir 2-*li önerme eklemi* diyeceğiz.

Dikkat edilirse, (12) önermesini evetlemek, bu önermenin bileşenleri olan (10) ile (11) önermelerini birlikte evetlemek demektir. Dolayısiyle (12) önermesinin bir *birlikte-evetleme* olduğunu söyliyeceğiz. Ancak günlük dilde, (10) ile (11) önermelerinden — (12) den başka;

Ahmet ve Behçet Ankara'ya gidecek
Ahmet ile Behçet Ankara'ya gidecek
Ahmet Ankara'ya gidecek, Behçet Ankara'ya gidecek,
Ahmet Ankara'ya gidecek; Behçet Ankara'ya gidecek;
Ahmet Ankara'ya gidecek. Behçet Ankara'ya gidecek.
Gerek Ahmet gerekse Behçet Ankara'ya gidecek
Ahmet Ankara'ya gidecek, ama Behçet de Ankara'ya gidecek
Hem Ahmet hem Behçet Ankara'ya gidecek
Ahmet Ankara'ya gideceği gibi, Behçet de Ankara'ya gidecek

türünden bir sürü değişik biçimde birlikte-evetlemeler kurulabilir. Bütün bu önermelerin ortak mantıksal yapısının (12) önermesiyle dile getirildiğini, dolayısiyle (12) önermesinin (10) ile (11) bileşenlerinden kurulu birlikte-evetlemenin "standart" biçimi olduğunu söyliyebiliriz. (12) önermesinin bu özel durumunu belirtmek amacıyla 've' sözcüğü yerine özel bir sembol olarak '$\wedge$' işaretini kullanarak (12) yi

(13) (Ahmet Ankara'ya gidecek) $\wedge$ (Behçet Ankara'ya gidecek)

biçimine dönüştürürüz.

Genel olarak, herhangi iki önermeyi 'p_1' ve 'p_2' ile temsil edersek, bu iki önermenin birlikte-evetlemesinin mantıksal yapısını

(14) $p_1 \wedge p_2$

deyimiyle dile getiririz. '$\wedge$' işaretine de *birlikte-evetleme işareti* denir. Birlikte-evetleme işareti bir 2-li önerme eklemidir.

Şimdi, (14) gibi bir birlikte-evetlemenin doğruluk değerinin bu birlikte-evetlemenin bileşenleri olan 'p_1' ile 'p_2' nin doğruluk değerlerinin fonksiyonu olarak belirlenip belirlenemiyeceğini araştıralım.

Gerek 'p_1' gerekse 'p_2' doğru ise, (14) -de *doğru* olur; nitekim (14)ü evetlemek hem 'p_1' i hem de 'p_2'yi evetlemek, yani hem 'p_1' hem 'p_2' nin doğru olduğunu öne sürmek demektir. 'p_1' ile 'p_2' bileşenlerinden biri veya her ikisi yanlış ise (14) *yanlış* olur. Bu durumu aşağıdaki *doğruluk-çizelgesi* ile dile getirebiliriz:

(15)

p_1	p_2	$p_1 \wedge p_2$	
D	D	D	$D \wedge D \equiv D$
D	Y	Y	$D \wedge Y \equiv Y$
Y	D	Y	$Y \wedge D \equiv Y$
Y	Y	Y	$Y \wedge Y \equiv Y$

Çizelgenin sol yanındaki iki sütun, 'p_1' ile 'p_2' bileşenlerinin bir arada taşımaları mümkün olan bütün doğruluk değerlerini belirtmektedir. Nitekim, her önerme tek başına ya doğru ya yanlış olduğundan, 'p_1' ile 'p_2' gibi iki bileşenin ya her ikisi birden doğru; ya 'p_1' doğru, 'p_2' yanlış; ya 'p_1' yanlış, 'p_2' doğru veya her ikisi birden yanlış olabilir. Beşinci bir şık yoktur.

Böylece, (14) gibi bir birlikte-evetlemenin doğruluk değerinin, (15) doğruluk-çizelgesi gereği, 'p_1' ile 'p_2' bileşenlerinin doğruluk değeri tarafından belirlendiğini söyliyebiliriz.

4. AYRIKLIK

(10) ile (11) önermelerini *'veya'* sözcüğüyle birbirine eklemek suretiyle elde edilen

(16) Ahmet Ankara'ya gidecek *veya* Behçet Ankara'ya gidecek

önermelerini inceleyelim. Bu önerme de ((12) gibi) bir 2-li bileşik önermedir. Buna göre, 'veya' kelimesinin bir 2-li önerme-eklemi görevinde olduğunu görüyoruz. (16) biçimindeki önermelere *ayrıklık* denir. (16) önermesini evetlemek, (16) biçimindeki önermenin bileşenleri olan (10) ile (11) önermelerinden hiç olmazsa birinin doğru olduğunu öne sürmek demektir.

Günlük dilde, (16) önermesi yerine, aynı anlama gelen

Ahmet Ankara'ya gidecek, yahut Behçet Ankara'ya gidecek

Ahmet veya Behçet Ankara'ya gidecek

gibi çeşitli önermeler kullanılabilir, ama bütün bu önermelerin ortak mantıksal yapısı (16) tarafından dile getirilmektedir. (16) önermesinin bu özel durumunu belirtmek için, 'veya' sözcüğü yerine *ayrıklık-işareti* denilen 'V' gibi bir sembol kullanarak, (16) önermesini

(17) (Ahmet Ankara'ya gidecek) V (Behçet Ankara'ya gidecek)

biçimine dönüştürürüz.

Genel olarak, 'p_1' ve 'p_2' ile temsil edilen herhangi iki önermeden kurulu ayrıklığın mantıksal yapısını

(18) $p_1 \ V \ p_2$

deyimiyle dile getiririz. (18) biçimindeki bir önermenin doğruluk değeri, (aşağıdaki doğruluk-çizelgesi gereği) 'p_1' ile 'p_2' bileşenlerinin doğruluk değerlerinin bir fonksiyonu olarak belirlenmiştir.

(19)

p_1	p_2	$p_1 \ V \ p_2$	
D	D	D	D V D = D
D	Y	D	D V Y = D
Y	D	D	Y V D = D
Y	Y	Y	Y V Y = Y

5. ŞART EKLEMİ

(20) Ahmet Ankara'ya giderse, Behçet Konya'ya gidecek

önermesini ele alalım. Böyle bir önerme·

(21) Ahmet Ankara'ya gidecek *ise*, Behçet Konya'ya gidecek

önermesinin kısaltılmış bir biçimidir. *'İse'* sözcüğü yerine '→' gibi özel bir sembol kullanarak, (20) veya (21) önermesini

(22) (Ahmet Ankara'ya gidecek) → (Behçet Konya'ya gidecek)

biçimine dönüştürürüz.

İmdi, (20) önermesine (ve bu önerme ile eş-anlamlı olan önermelere) *şartlı önerme* denir. Buna göre, '→' sembolüne *şart-işareti* diyeceğiz. Genel olarak, 'p_1' ve 'p_2' ile gösterilen herhangi iki önerme verildikte, bu iki önermeden ('p_1' başta, 'p_2' de sonda gelmek üzere) kurulu olan şartlı önermenin mantıksal yapısını

(23) $p_1 \rightarrow p_2$

biçiminde dile getiririz. 'p_1' e (23) ün şartı veya *ön-bileşen*'i, 'p_2' ye de (23) ün sonucu veya *ard-bileşeni* denir. Birtakım uzlaşımlar yapılarak, (23) biçimindeki bir önermenin doğruluk değerinin, bileşenlerinin doğruluk değerinin bir fonksiyonu olarak belirlenmesi sağlanır. Böylece, hem 'p_1' hem 'p_2' nin doğru olması halinde, (23) ün *doğru* olduğu; 'p_1' in yanlış olması halinde

ise 'p_2' ister doğru ister yanlış olsun (23) ün hep doğru olduğu *uzlaşımsal* olarak kabul edilir. Buna göre, şartlı önermenin doğruluk-çizelgesi

(24)

p_1	p_2	$p_1 \rightarrow p_2$	
D	D	D	$D \rightarrow D \equiv D$
D	Y	Y	$D \rightarrow Y \equiv Y$
Y	D	D	$Y \rightarrow D \equiv D$
Y	Y	D	$Y \rightarrow Y \equiv D$

biçimini alır.

Görüldüğü gibi, '$\rightarrow$' önerme-eklemi gerçekte (24) doğruluk-çizelgesi aracıyla tanımlanmıştır. Doğruluk değeri bileşenlerinin doğruluk değerlerinin fonksiyonu olarak belirlenmiş olan her önerme-eklemine bir *doğruluk fonksiyonu* denir. Böylece '$\sim$' değilleme eklemi, '$\wedge$' birlikte-evetleme eklemi, '$\vee$' ayrıklık-eklemi ve '$\rightarrow$' şart-eklemi birer doğruluk fonksiyonu durumundadır. Her doğruluk fonksiyonu bir doğruluk-çizelgesi yardımıyla belirlenir (tanımlanır).

6. KARŞILIKLI-ŞART EKLEMİ

(25) Ahmet Ankara'ya gidecek, ancak ve ancak Behçet Ankara'ya giderse

önermesini ele alalım. Bu önerme

(26) Ahmet Ankara'ya giderse Behçet Ankara'ya gidecek ve Behçet Ankara'ya giderse, Ahmet Ankara'ya gidecek

anlamına gelir. *'Ancak ve ancak .... ise'* deyimi yerine *karşılıklı-şart* işareti dediğimiz '$\leftrightarrow$' gibi bir 2-li önerme eklemini kullanarak, (26) önermesinin mantıksal yapısını

(27) (Ahmet Ankara'ya gidecek) $\leftrightarrow$ (Behçet Ankara'ya gidecek)

biçiminde bir önerme ile dile getiririz. (27) önermesi bir 2-li bileşik önermedir. Bu bileşik önermenin doğruluk değerini (10) ve (11) bileşenlerinin doğruluk değerlerinin fonksiyonu olarak belirlemek için, (27) nin (26) ile eş-anlamlı olduğunu göz önünde tutmak yeter. Nitekim, 'p_1' (10) önermesini, 'p_2' (11) önermesini temsil ederse, (26) önermesinin mantıksal yapısını

(28) $(p_1 \rightarrow p_2) \wedge (p_2 \rightarrow p_1)$

biçiminde dile getirebiliriz. Bu son deyimin ('p_1' ve 'p_2' nin aldığı doğruluk değerlerinin fonksiyonu olarak) doğruluk değerlerini şöyle bir karma çizelge yardımıyla belirleyebiliriz:

(29)

p_1	p_2	$p_1 \rightarrow p_2$	$p_2 \rightarrow p_1$	$(p_1 \rightarrow p_2) \wedge (p_2 \rightarrow p_1)$
D	D	D	D	D
D	Y	Y	D	Y
Y	D	D	Y	Y
Y	Y	D	D	D

(29) çizelgesinin üçüncü ve dördüncü sütunlarını elde etmek için şartlı önermenin doğruluk-çizelgesi olan (24) çizelgesini; beşinci (yani sonuncu) sütunu elde etmek için de birlikte-evetlemenin doğruluk çizelgesi olan (15) çizelgesini hesaba katmak yeter.

Buna göre,

(30) $p_1 \longleftrightarrow p_2$

nin doğruluk-çizelgesinin

(31)

p_1	p_2	$p_1 \longleftrightarrow p_2$	
D	D	D	$D \longleftrightarrow D \equiv D$
D	Y	Y	$D \longleftrightarrow Y \equiv Y$
Y	D	Y	$Y \longleftrightarrow D \equiv Y$
Y	Y	D	$Y \longleftrightarrow Y \equiv D$

biçiminde olduğunu söyliyebiliriz. Görüldüğü gibi, (30) türünden bir karşılıklı şartlı önerme, bileşenlerinin doğruluk değerlerinin *aynı* olması halinde *doğru*, farklı olması halinde yanlıştır.

7. ÖTEKİ ÖNERME EKLEMLERİ

Her önerme ekleminin bir çok doğruluk çizelgesi olduğu gibi, her doğruluk çizelgesi de belli bir önerme eklemini belirler. Buraya kadar, biri 1-li, dördü 2-li olmak üzere beş ayrı önerme eklemini gördük. Şimdi üç eklem daha inceliyelim:

A. BAĞDAŞMAZLIK

(32)

p	q	p | q	
D	D	Y	D | D ≡ Y
D	Y	D	D | Y ≡ D
Y	D	D	Y | D ≡ D
Y	Y	D	Y | Y ≡ D

doğruluk çizelgesinin belirlediği 2-li önerme eklemine *"bağdaşmazlık"* diyoruz. *Bağdaşmazlık işareti* ' | ' dir. İki önermenin *bağdaşmaz* olması,

ibri doğru ise öbürünün yanlış olması, yani her ikisinin birden doğru olmaması demektir. Buna göre 'p | q' gibi bir *bağdaşmazlık-önermesinin* veya kısaca *bağdaşmazlık*'ın doğruluğu, 'p' ve 'q' bileşenlerinden hiç olmazsa birinin *yanlış* olmasına bağlıdır. Bu durum (32) doğruluk çizelgesiyle dile getirilmiştir.

Örnek olarak

(33) Hava güneşlidir | hava yağışlıdır

önermesini göz önüne alalım. (33) ün yanlış olması her iki bileşenin doğru olması, yani havanın hem güneşli hem de yağışlı olmasına bağlıdır. Hava güneşli ve yağışsız, veya güneşsiz ve yağışlı, ya da güneşsiz ve yağışsız ise (33) doğrudur. (33) önermesini bir de

(34) Hava güneşli ise yağışlı değildir

biçiminde dile getirebiliriz. Genel olarak

(35) $p \mid q$

ile

(36) $p \rightarrow \sim q$

eşdeğerdir. Eşdeğerliği (35) ile (36) nın doğruluk çizelgelerini karşılaştırmak yoluyla gösterebiliriz.

B. BAĞDAŞMAZ-AYRIKLIK

(37)

p	q	$p \leftarrow\mid\rightarrow q$	
D	D	Y	$D \leftarrow\mid\rightarrow D = Y$
D	Y	D	$D \leftarrow\mid\rightarrow Y = D$
Y	D	D	$Y \leftarrow\mid\rightarrow D = D$
Y	Y	Y	$Y \leftarrow\mid\rightarrow Y = Y$

doğruluk çizelgesinin belirlediği 2-li önerme eklemine *"bağdaşmaz-ayrıklık"* diyoruz. Bağdaşmaz-ayrıklık işareti '$\leftarrow\mid\rightarrow$' dir.

(38) $p \leftarrow\mid\rightarrow q$

gibi bir bağdaşmaz ayrıklık önermesini veya kısaca *bağdaşmaz-ayrıklık*'ı

(39) ya p ya q

biçiminde dile getirebiliriz. Örneğin,

(40) Yarın ya İstanbul'a gideceğim, ya Konya'ya

önermesini göz önüne alalım. Bu önermenin doğruluk şartları

(41) Yarın İstanbul veya Ankara'ya gideceğim

önermesininkinden farklıdır. Nitekim, yarın hem İstanbul'a hem Konya'ya gidersem, (41) önermesinin doğrulanmasına karşılık, (40) önermesi *yanlışlanmış* olur. (40) önermesini ileri sürmekle her iki şehre gitmiyeceğime, birine gidersem öbürüne gitmiyeceğime bir çeşit söz vermiş oluyorum. Buna karşılık, (41) önermesini ileri sürdükten sonra, yarın hem İstanbul'a hem Konya'ya uğrarsam hiç de yalan söylemiş sayılmam. Tam tersine, her iki şehre gitmem, bunlardan yalnız birine gitmem gibi iddiamı doğrular.

Genel olarak (38) bağdaşmazlığını

(42) $(p \vee q) \wedge \sim(p \wedge q)$

biçiminde de dile getirebiliriz. Nitekim *'ya p ya q'* deyimi yukardaki açıklamalarımız gereği *'p veya q ama her ikisi değil'* deyimiyle anlamdaştır. (38) ile (42) nin eşdeğerliğini doğruluk çizelgeleri yardımıyla gösterebiliriz.

C. BİRLİKTE-DEĞİLLEME

(43)

p	q	p ↓ q
D	D	Y
D	Y	Y
Y	D	Y
Y	Y	D

D ↓ D = Y
D ↓ Y = Y
Y ↓ D = Y
Y ↓ Y = D

doğruluk çizelgesinin belirlediği 2-li önerme eklemine *"birlikte-değilleme"* diyoruz. *Birlikte-değilleme işareti* '↓' dir.

(44) $p \downarrow q$

gibi bir *birlikte-değilleme önermesi*'ni, veya kısaca *birlikte-değilleme*'yi

(45) ne p ne q

biçiminde dile getirebiliriz. Örneğin,

(46) Yarın ne İstanbul'a ne Konya'ya gideceğim

önermesi bir birlikte-değilleme'dir. (46) nın doğru olması her iki bileşeninin, yani 'Yarın İstanbul'a gideceğim' ile 'Yarın Konya'ya gideceğim' önermelerinin *yanlış* olmasına bağlıdır. Genel olarak (45) in doğru olması gerek 'p' nin gerekse 'q' nün yanlış olması demektir. Buna göre (44) birlikte-değillemesinin

(47) $\sim p \wedge \sim q \equiv \sim(p \vee q)$

anlamına geldiğini görüyoruz. (44) ile (47) nin eşdeğerliğini doğruluk çizelgeleri yardımıyla gösterebiliriz.

İmdi (35) ile (36), (38) ile (42), (44) ile (48) arasındaki eşdeğerliklere dayanarak bağdaşmazlık, bağdaşmaz-ayrıklık ve birlikte-değilleme eklemlerinin daha önce gördüğümüz temel eklemlere indirgendiğini görüyoruz.

Her biri 2-li olmak üzere tanıdığımız 7 eklemin doğruluk çizelgesini birlikte yazalım.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$	$p \mid q$	$p \leftarrow\mid\rightarrow q$	$p \downarrow q$
D	D	D	D	D	D	Y	Y	Y
D	Y	Y	D	Y	Y	D	D	Y
Y	D	Y	D	D	Y	D	D	Y
Y	Y	Y	Y	D	D	D	Y	D

Alıştırmalar

D doğru bir önerme, Y ise yanlış bir önerme olsun. Buna göre aşağıdaki bileşik önermelerin doğruluk değerini bulunuz;

1. $(D \rightarrow Y) \leftrightarrow D$
2. $D \vee (Y \wedge Y)$
3. $\sim (D \wedge Y)$
4. $\sim D \rightarrow Y$
5. $\sim (D \vee Y) \rightarrow (Y \rightarrow \sim D)$
6. $\sim (D \vee D) \leftrightarrow [D \vee (Y \rightarrow D)]$
7. $\sim [(Y \rightarrow D) \vee \sim (D \vee \sim Y)] \vee (D \leftrightarrow Y)$
8. $\sim [\sim (D \vee D) \rightarrow Y] \rightarrow \{\sim [Y \rightarrow (D \vee \sim Y)] \rightarrow (Y \leftrightarrow D)\}$
9. $D \mid (D \mid Y)$
10. $\sim (D \mid Y) \vee (Y \downarrow Y)$
11. $\sim [(D \downarrow D) \rightarrow (Y \mid D)] \leftarrow\mid\rightarrow (D \downarrow Y)$
12. $[(D \mid Y) \downarrow Y] \downarrow (Y \leftarrow\mid\rightarrow D)$
13. $\sim [(Y \mid D) \mid D] \downarrow (Y \downarrow D)$
14. $\sim \{\sim [(D \leftarrow\mid\rightarrow Y) \leftarrow\mid\rightarrow (D \leftarrow\mid\rightarrow Y)] \downarrow (D \downarrow Y)\}$

II. BÖLÜM

DOĞRULUK DEĞERİ ANALİZİ

1. KARMA DOĞRULUK ÇİZELGELERİ

'$\sim$', '$\wedge$', 'V', '$\rightarrow$', ve '$\leftrightarrow$' türünden önerme eklemleri yardımıyla, verilen bir takım basit önermelerden, istenildiği kadar karmaşık olan sonsuz sayıda bileşik önerme kurulabilir. Örneğin

(1) Ahmet Ankara'ya gidecek

(2) $2 + 2 = 5$

(3) Ay yeşil peynirden yapılmıştır

basit önermelerini ele alalım. (2) ve (3) yanlıştır, ama yanlış bir önerme gene de (anlamlı) bir önermedir. (1), (2) ve (3) önermelerinden de

(4) a. (Ahmet Ankara'ya gidecek) $\wedge$ (Ahmet Ankara'ya gidecek)

b. $\sim$(Ahmet Ankara'ya gidecek)

c. $(2 + 2 = 5) \rightarrow$ (Ahmet Ankara'ya gidecek)

d. $\sim [\sim (2 + 2 = 5) \leftrightarrow$ (Ay yeşil peynirden yapılmıştır.)] $\rightarrow$ $(2 + 2 = 5)$

e. $(2 + 2 = 5)$ V $(2 + 2 = 5)$ V $(2 + 2 = 5)$

gibi pek çeşitli bileşik önermeler kurabiliyoruz. (4) önermelerinin anlamlı sayılması, her birinin belli bir doğruluk-değeri taşımasından dolayıdır. Nitekim, (1) önermesini doğru kabul edelim. O zaman, (2) ve (3) yanlış olduğuna göre, (4) önermelerinden (a) nın doğruluk-değeri D $\wedge$ D = D olduğundan D dir; (b) nin doğruluk değeri $\sim$D = Y den dolayı Y dir; (c) nin doğruluk değeri Y $\rightarrow$ D = D den dolayı D dir; (d) nin doğruluk değeri $\sim (\sim Y \leftrightarrow Y) \rightarrow Y = \sim (D \leftrightarrow Y) \rightarrow Y = \sim Y \rightarrow Y = D \rightarrow Y = Y$ den dolayı Y dir; (e) nin doğruluk değeri de Y V (Y V Y) = Y V Y = Y den dolayı Y dir.

Görüldüğü gibi, basit bileşenlerinin doğruluk değeri bilinen herhangi bir bileşik önermenin doğruluk değerini kolaylıkla hesap etmek mümkündür.

Biz burada bileşik önermeleri incelerken, sadece onların mantıksal yapısı ile ilgileniyor, basit-bileşenlerin içeriğini büsbütün konu dışı bırakıyoruz. İşte bu durumu göz önünde tutarak, basit önermeler yerine, bunları temsil eden bir takım *temsilci-harfler* koyarak, bu basit önermelerden kurulu olan bileşik önermelerin salt mantık iskeletlerini açığa çıkarabiliriz. Basit önermeler yerine temsilci harf olarak (1) için 'p', (2) için 'q' ve (3) için 'r' yi kullanırsak, o zaman (4) önermelerinin mantıksal iskeletleri sırasıyla

(5) a. $p \wedge q$
b. $\sim p$
c. $q \rightarrow p$
d. $\sim (\sim q \leftrightarrow r) \rightarrow q$
e. $q \vee (q \vee q)$

biçiminde dile getirilebilir. Bu türlü deyimlere *önerme-kalıbı* diyoruz.

Görüldüğü gibi, (5) önerme-kalıplarından her biri salt temsilci harflerle önerme-eklemlerinden, (ve gereğinde bir takım parantez işaretlerinden) kuruludur. Bir önerme kalıbında geçen temsilci-harfler yerine herhangi bir önerme konulabilir. Verilen bir önerme-kalıbında, bu kalıpta bulunan her temsilci-harfin yerine belli birer önerme konulmasıyla (aynı bir harfin bütün geçişleri için aynı önermenin konulması gerekir) elde edilen önermeye, önerme-kalıbının bir "yorum"u denir. Örneğin (4) önermeleri (5) kalıplarının birer yorumu durumundadır.

Bir önerme-kalıbının temsilci-harfleri istenildiği gibi yorumlanabildiğine göre, kalıbın içinde geçen biricik *değişmez* yapı-taşları önerme-eklemleridir.

Kalıp, kendi yorumları olan bütün önermelerin ortak mantıksal iskeletini tasvir eder. Bu mantık iskeletinin değişmez yapı-taşları olan önerme eklemlerine *mantıksal değişmezler* diyoruz. (İleride başka türlü mantıksal değişmezlerle de karşılaşacağız.) Verilen bir önerme-kalıbının aldığı değerleri ortaya çıkarmak için, bütün yorumlarını teker teker ortaya çıkararak, her birinin doğruluk değerini araştırmak hiç de gerekmiyor. Yorumların sayısı sonsuz olduğundan, böyle bir araştırma zaten imkânsız olurdu. Durumu şöyle bir örnekle açıklıyabiliriz:

(6) $(p \vee q) \rightarrow (q \vee p)$

Önerme kalıbını ele alıp bunun aldığı çeşitli doğruluk değerlerini tespit etmeye çalışalım. Böyle bir kalıpta 'p' ve 'q' olmak üzere iki temsilci harf bulunduğuna göre, kalıbın her yorumu iki bileşenden kurulu bir önermedir. Bu iki bileşen için hangi önermeleri seçersek seçelim, şu dört şıkla karşılaşırız: Ya her iki bileşen doğrudur; ya birincisi doğru, ikincisi yanlıştır;

ya birincisi yanlış, ikincisi doğrudur; ya her ikisi yanlıştır. Beşinci bir şık yoktur. Buna göre, (6) kalıbının bütün yorumlarını tüketici bir şekilde dört öbeğe ayırabiliriz.Birinci öbeğe giren her yorum

$$(D \vee D) \rightarrow (D \vee D) = D \rightarrow D = D$$

gereği doğru bir önermedir. İkinci öbeğe giren her yorum

$$(D \vee Y) \rightarrow (Y \vee D) = D \rightarrow D = D$$

gereği doğru bir önermedir. Üçüncü öbeğe giren her yorum

$$(Y \vee D) \rightarrow (D \vee Y) = D \rightarrow D = D$$

gereği doğru bir önermedir. Dördüncü öbeğe giren her yorum

$$(Y \vee Y) \rightarrow (Y \vee Y) = Y \rightarrow Y = D$$

gereği gene doğru bir önermedir. Şu halde, (6) kalıbının bütün yorumlarının *doğru* olduğunu görüyoruz.

Aynı şekilde '$\sim$', '$\wedge$', '$\vee$', '$\rightarrow$' ve '$\leftrightarrow$' eklemlerinden kurulu herhangi bir önerme-kalıbının aldığı bütün doğruluk değerlerini tespit edebiliriz. Baş vurulacak yöntem şöyle özetlenebilir: Söz konusu önerme-kalıbında geçen temsilci-harflere mümkün olan bütün doğruluk değerleri yüklenir. Bir önerme-kalıbında, her temsilci harfin yerine 'D' veya 'Y' koyma (aynı temsilci-harfin her geçişi yerine ya hep 'D' ya hep 'Y' koymalı) işlemine bu kalıbın bir *değerlemesi* diyeceğiz. Kalıp, her değerlemeye karşılık belli bir doğruluk değeri alır.

Örneğin, sözü geçen (6) kalıbının "$p = D$, $q = Y$" değerlemesi için aldığı değeri bulmak amacıyla,

$$(D \vee Y) \rightarrow (Y \vee D) = D \rightarrow D = D$$

işlemlerini yaptık ve böylece kalıbın söz konusu *değerleme için* D değerini aldığını ortaya çıkardık.

Şu halde, verilen herhangi bir önerme kalıbının aldığı doğruluk değerlerini tespit etmek için, bu kalıbın bütün değerlemelerini yaparak, kalıbın her değerlemesi için aldığı değeri hesaplarız.

İşte, verilen *bir önerme-kalıbının bütün değerlemeleri için aldığı değerlerin hesaplanmasına* bu kalıbın *doğruluk-değeri analizi* denir.

Verilen bir önerme kalıbının doğruluk değeri analizini yapmanın bir yolu, bu kalıbın bileşenlerinin doğruluk çizelgelerini *karma* bir çizelge halinde kurmaktır. Örnek olarak sözü geçen (6) kalıbını göz önüne alalım. Bu kalıbın 'p V q' ile 'q V p' olmak üzere iki bileşeni vardır. İşte bu iki bileşenin doğruluk çizelgelerine dayanarak aşağıdaki *karma doğruluk çizelgesi*'ni kurabiliriz.

p	q	p V q	q V p	(p V q) → (q V p)
D	D	D	D	D
D	Y	D	D	D
Y	D	D	D	D
Y	Y	Y	Y	D

Başka bir örnek olarak ~(~q → r) → p kalıbının karma doğruluk çizelgesini kuralım:

p	q	r	~q	~q → r	~(~q → r)	~(~q → r) → p
D	D	D	Y	D	Y	D
D	D	Y	Y	D	Y	D
D	Y	D	D	D	Y	D
D	Y	Y	D	Y	D	D
Y	D	D	Y	D	Y	D
Y	D	Y	Y	D	Y	D
Y	Y	D	D	D	Y	D
Y	Y	Y	D	Y	D	Y

Görüldüğü gibi, temsilci harflerin sayısı artınca değerlemelerin sayısı da artmaktadır. 'p' ile 'q' gibi *iki* temsilci harfi olan bir kalıbın doğruluk değeri analizi için 4 değerleme gerektiği halde, *üç* temsilci harfi olan bir kalıbın doğruluk değeri analizi için 8 değerleme gerekir. Genel olarak *n* temsilci harfi olan bir önerme kalıbının doğruluk değeri analizinde 2^n değerleme gerekir. Bu bakımdan karma doğruluk çizelgelerinin kuruması temsilci harflerin artmasıyla gittikçe güçleşir. İlerde doğruluk değeri analizi için karma doğruluk çizelgelerinden daha elverişli olan bir yöntemi göstereceğiz.

2. GEÇERLİLİK ve TUTARLILIK

Verilen bir önerme kalıbının doğruluk değerinin analizi sonucunda aldığı bütün değerlerin *"doğru"* olduğu ortaya çıkarsa, kalıba *"geçerli"* denir. Şu halde bir önerme kalıbının *geçerli* olması, içinde geçen temsilci harflerin bütün değerlemeleri için *doğru* değerini alması demektir. Geçerli bir önerme kalıbının her yorumu doğru bir önerme olduğu gibi, bütün yorumları doğru olan bir önerme kalıbı geçerlidir.

Verilen herhangi bir önerme kalıbının geçerli olup olmadığını doğruluk çizelgesi yardımıyla tespit edebiliriz. Doğruluk çizelgesinin son sütunu sade-

ce 'D' harflerinden kurulu ise, söz konusu önerme kalıbının geçerli olduğu anlaşılır. Böylece (6) önerme kalıbının geçerli olduğunu görürüz.

Öte yandan, geçerli olmayan önerme kalıplarına *"geçersiz"* denir. Geçersiz bir önerme kalıbının bazı veya bütün yorumları yanlıştır. Doğruluk çizelgesindeki son sütunda hiç olmazsa *bir* 'Y' harfi varsa, ilgili önerme kalıbının geçersiz olduğu anlaşılır. Buna göre (5) a, (5) b, (5) c, (5) d, (5) e kalıplarının geçersiz olduğunu gösterebiliriz.

Bir önerme kalıbının doğruluk çizelgesinin son sütununda en azından bir 'D' harfi geçiyorsa, önerme kalıbına *"tutarlı"* denir. Buna göre, bütün geçerli önerme kalıplarının tutarlı olduğunu, fakat her tutarlı önerme kalıbının geçerli olmadığını söyliyebiliriz.

Böylece tutarlı önerme kalıplarını *"geçerli"* ve *"geçersiz ama tutarlı"* olmak üzere iki öbeğe ayırabiliriz. (6) önerme kalıbı birinci öbeğe, (5)a-e önerme kalıpları ise ikinci öbeğe girer. Geçerli önerme kalıplarının *bütün* yorumlarının doğru olmasına karşılık, geçersiz ama tutarlı kalıpların bazı yorumları doğru, bazıları yanlıştır.

Tutarlı olmayan önerme kalıplarına *"tutarsız"* denir. Tutarsız kalıpların *bütün* yorumları *yanlış*tır. Tutarsız bir önerme kalıbının doğruluk çizelgesindeki son sütun sadece 'Y' harflerinden kuruludur. Örneğin, '$p \wedge \sim p$' önerme kalıbının doğruluk çizelgesini kuralım:

p	~p	p ∧ ~p
D	Y	Y
Y	D	Y

Gördüğümüz gibi son sütun sadece 'Y' harflerinden kuruludur. Böylece '$p \wedge \sim p$' kalıbının tutarsız olduğunu görüyoruz.

Her tutarsız önerme kalıbı geçersizdir, ama her geçersiz önerme kalıbı tutarsız değildir. Sonuç olarak bütün önerme kalıplarını tüketici bir şekilde şu üç ayrı sınıfa ayırabiliriz:

1 inci sınıf: Geçerli önerme kalıpları.

2 inci sınıf: Geçersiz ama tutarlı önerme kalıpları.

3 üncü sınıf: Tutarsız önerme kalıpları.

Her önerme kalıbı bu üç sınıftan birine ve yalnız birine aittir.

Örnek: $(p \longleftrightarrow q) \vee [(q \rightarrow r) \wedge (r \vee p)]$

p	q	r	$(p \longleftrightarrow q)$	$q \rightarrow r$	$r \vee p$	$(q \rightarrow r) \wedge (r \vee p)$	$(p \longleftrightarrow q) \vee [(q \rightarrow r) \wedge (r \vee p)]$	
D	D	D	D	D	D	D	D	
D	D	Y	D	Y	D	Y	D	Geçersiz
D	Y	D	Y	D	D	D	D	ama
D	Y	Y	Y	D	D	D	D	tutarlı
Y	D	D	Y	D	D	D	D	
Y	D	Y	Y	Y	Y	Y	Y	
Y	Y	D	D	D	D	D	D	
Y	Y	Y	D	D	Y	Y	D	

Alıştırmalar

Aşağıdaki kalıpların karma doğruluk çizelgesini yaparak geçerli, geçersiz, tutarlı, veya tutarsız olduğunu bulunuz: *

1. $(p \vee q) \rightarrow (\bar{\bar{p}} \longleftrightarrow \bar{q})$
2. $(p \vee q) \rightarrow (\bar{p} \vee \bar{q})$
3. $\sim (p \vee q) \rightarrow \bar{p}$
4. $\sim [(p \vee \bar{q}) \rightarrow \bar{p}]$
5. $[(p \vee \bar{q}) \rightarrow r] \vee \sim [(r \vee p) \rightarrow \bar{q}]$
6. $(p \vee r) \longleftrightarrow (q \rightarrow \bar{\bar{p}})$
7. $\sim (p \vee r) \rightarrow [(p \vee q) \wedge \sim (p \rightarrow r)]$
8. $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \vee q)$
9. $\bar{p} \rightarrow (\bar{q} \rightarrow p)$
10. $(p \longleftrightarrow \bar{\bar{q}}) \longleftrightarrow (q \rightarrow p)$

3. EŞDEĞERLİK

Görünüşte birbirinden farklı iki önerme kalıbındaki temsilci harflere verilen bütün değerlemeler için, önerme kalıpları *aynı* doğruluk değerini alıyorsa, yani her ikisi de doğru veya her ikisi de yanlış oluyorsa, bu iki önerme kalıbının *eşdeğer* olduğu söylenir. Eşdeğerliği $\blacksquare$' işareti ile gösteriyoruz. Buna göre verilen iki önerme kalıbının eşdeğer olup olmadığını tespit etmek için her ikisinin doğruluk çizelgelerini kurup sondaki sütunların aynı

* Kısalık için değilleme işareti tek önerme temsilcilerinin üstüne konmuştur. Bk. s. 128.

olup olmadığına bakarız. Bu şekilde '$p \longleftrightarrow q$' ile '$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$' kalıplarının eşdeğer olduğunu göstermiştik. Başka bir örnek olarak '$p \mid q$' ile '$p \rightarrow \sim q$' kalıplarının eşdeğerliğini gösterelim. '$p|q$' kalıbının doğruluk çizelgesi şöyledir:

p	q	p | q
D	D	Y
D	Y	D
Y	D	D
Y	Y	D

'$p \rightarrow \sim q$' önerme kalıbının karma doğruluk çizelgesi de

p	q	$\sim q$	$p \rightarrow \sim q$
D	D	Y	Y
D	Y	D	D
Y	D	Y	D
Y	Y	D	D

biçimindedir. Görüldüğü gibi, bu iki çizelgenin son sütunları aynıdır. Her iki çizelgeyi, aşağıda gösterdiğimiz gibi, bir tek karma çizelge halinde birleştirebiliriz:

p	q	$\sim q$	$p \rightarrow \sim q$	p | q
D	D	Y	Y	Y
D	Y	D	D	D
Y	D	Y	D	D
Y	Y	D	D	D

A ile B herhangi iki önerme kalıbı oldukta,

$$A \longleftrightarrow B$$

karşılıklı-şartlı önerme kalıbını göz önüne alalım. İmdi bu karşılıklı-şartlı önerme kalıbı geçerli ise, A ile B kalıpları temsilci harflerinin bütün değerlemeleri için aynı doğruluk değerini alırlar. Öte yandan, A ile B kalıpları eşdeğer ise, $A \longleftrightarrow B$ kalıbı geçerli olur. Şu halde A ve B gibi herhangi iki önerme kalıbının eşdeğerliğinin gerekli ve yeterli şartı $A \longleftrightarrow B$ önerme kalıbının geçerli olmasıdır:

$A \equiv B$, ancak ve ancak $A \longleftrightarrow B$ önerme kalıbı geçerli ise.

Örneğin, 'p|q' ile 'p→ ~q' önerme kalıplarının eşdeğerliğinin gerekli ve yeterli şartı

$$(p|q) \longleftrightarrow (p \rightarrow \sim q)$$

önerme kalıbının *geçerli* olmasıdır. Bu son kalıbın geçerli olduğunu da aşağıdaki karma doğruluk çizelgesini kurmak suretiyle denetleyebiliriz:

p	q	p|q	~q	p → ~q	(p|q)←→(p → ~q)
D	D	Y	Y	Y	D
D	Y	D	D	D	D
Y	D	D	Y	D	D
Y	Y	D	D	D	D

Alıştırmalar

Aşağıdaki eşdeğerlikleri denetleyiniz (yani doğru olup olmadıklarını bulunuz):

1. $(q \vee p) = p$
2. $p \vee p = p$
3. $p \vee \sim p = p$
4. $(p \longleftrightarrow q) = (q \longleftrightarrow p)$
5. $(p \longleftrightarrow q) = (\sim q \longleftrightarrow \sim p)$
6. $(p \rightarrow q) \rightarrow r = (p \wedge q) \rightarrow r$
7. $p \rightarrow (q \rightarrow r) = (p \wedge q) \rightarrow r$

4. SADELEŞTİRME KURALLARI

İmdi 'D' ile herhangi *doğru* bir önermeyi, 'Y' ile herhangi *yanlış* bir önermeyi, 'A' ile de herhangi bir önerme kalıbını gösterelim. O zaman *"sadeleştirme kuralları"* dediğimiz aşağıdaki eşdeğerlikleri kurabiliriz:

(I) a. $A \wedge D = D \wedge A = A$
b. $A \wedge Y = Y \wedge A = Y$

(II) a. $A \vee D = D \vee A = D$
b. $A \vee Y = Y \vee A = A$

(III) a. $A \rightarrow D = D, \quad D \rightarrow A = A$
b. $A \rightarrow Y = \sim A, \quad Y \rightarrow A = \sim Y = D$

(IV) a. $A \longleftrightarrow D = D \longleftrightarrow A = A$
b. $A \longleftrightarrow Y = Y \longleftrightarrow A = \sim A$

Sadeleştirme kurallarını şöyle de dile getirebiliriz:

(I) a. Bileşenlerinden biri 'D' olan bir *birlikte-evetleme*, öbür bileşen ile eşdeğerdir.

b. Bileşenlerinden biri 'Y' olan bir *birlikte-evetleme*, 'Y' ile eşdeğerdir.

(II) a. Bileşenlerinden biri 'D' olan bir *ayrıklık*, 'D' ile eşdeğerdir.

b. Bileşenlerinden biri 'Y' olan bir *ayrıklık*, öbür bileşen ile eşdeğerdir.

(III) a. Bileşenlerinden biri 'D' olan bir *şartlı*, ard-bileşeni ile eşdeğerdir.

b. Bileşenlerinden biri 'Y' olan bir *şartlı*, ön -bileşeninin değillemesi ile eşdeğerdir.

(IV) a. Bileşenlerinden biri 'D' olan bir *karşılıklı-şartlı*, öbür bileşeni ile eşdeğerdir.

b. Bileşenlerinden biri 'Y' olan bir *karşılıklı-şartlı*, öbür bileşeninin değillemesi ile eşdeğerdir.

SADELEŞTİRME KURALLARI TABLOSU

A	$\bar{A}$	$A \wedge D$	$A \wedge Y$	$A \rightarrow D$	$D \rightarrow A$	$A \rightarrow Y$	$Y \rightarrow A$	$A \leftrightarrow D$	$A \leftrightarrow Y$	$A \vee D$	$A \vee Y$
D	Y	D	Y	D	D	Y	D	D	Y	D	D
Y	D	Y	Y	D	Y	D	D	Y	D	D	Y

Bu eşdeğerlikler kolayca kanıtlanabilir. Örneğin (I) a eşdeğerliğini şöyle kanıtlayabiliriz: A bileşeni ya D değerini ya Y değerini alabilir. Birinci şıkta, $D \wedge D \equiv D$ gereği, $A \wedge D$ *tam-deyimi** D değerini alır. İkinci şıkta ise, $Y \wedge D \equiv D \wedge Y \equiv Y$ gereği, $A \wedge D$ tam deyimi Y değerini alır. Böylece, $A \wedge D$, $D \wedge A$ ve A tam-deyimlerinin hep aynı değeri aldıklarını görüyoruz. Şu halde $A \wedge D \equiv D \wedge A \equiv A$. Öteki eşdeğerlikleri de buna benzeyen yollarla kanıtlarız.

Örnekler:

Örnek I $(p \vee q) \wedge D$
$p \vee q$ ((*I*)*a* kuralı gereği)

Örnek II. $(p \vee q) \rightarrow D$
D ((*III*)*a* kuralı gereği)

* *'Tam-deyim'* sözcüğünü gerek önermeler, gerekse önermeleri temsil etmeye yarayan temsilci harfler, önerme kalıpları, 'D' ile 'Y' harfleri ve 'p V D' gibi deyimler için ortak bir terim olarak kullanıyoruz.

Örnek III. $(p \vee q) \leftrightarrow Y$
$\sim (p \vee q)$ ((*IV*)*b* kuralı gereği)

Örnek IV. $[(p \rightarrow q) \wedge Y] \leftrightarrow D$
$(p \rightarrow q) \wedge Y$ ((*IV*)*a* kuralı gereği)
Y ((*I*)*b* kuralı gereği)

Örnek V $\sim (Y \rightarrow p) \vee (q \leftrightarrow D)$
$\sim D \vee (q \leftrightarrow D)$ ((*III*)*b* kuralı gereği)
$Y \vee q$ ((*IV*)*a* kuralı gereği)
q ((*II*)*b* kuralı gereği)

Alıştırmalar

Aşağıdaki tam-deyimleri (bütün 'D' ile 'Y' harflerini kaldıracak şekilde) sadeleştiriniz:

1. $(p \rightarrow q) \vee D$
2. $\sim [(p \vee q) \rightarrow Y]$
3. $Y \rightarrow \sim (q \vee Y)$
4. $(p \vee D) \leftrightarrow \sim (q \leftrightarrow r)$
5. $(p \wedge q) \rightarrow [\sim (q \wedge \sim r) \wedge Y]$
6. $(D \vee p) \leftrightarrow \sim [(p \rightarrow Y) \wedge \sim q]$
7. $\sim [(\sim p \rightarrow D) \leftrightarrow (Y \rightarrow r)] \vee (Y \wedge q)$
8. $\sim [(q \vee \sim r) \rightarrow \sim (Y \leftrightarrow p)] \vee \sim (q \wedge D)$
9. $\sim \{\sim [(p \leftrightarrow r) \rightarrow D] \leftrightarrow [\sim (q \rightarrow \sim r) \wedge Y]\}$
10. $(p \vee \sim q) \leftrightarrow \sim \{\sim [\sim D \wedge \sim (Y \vee \sim q)]\}$

5. QUİNE METODU

Birçok karmaşık önerme-kalıplarının doğruluk-değeri analizinin normal yolla yapılması, yani kalıbın bütün değerlemeleri yapılıp her değerleme için kalıbın değerinin ayrı ayrı hesaplanması çok güç ve uzundur. Bu bakımdan daha kısa ve kolay bir yolun bulunması çok faydalı olur. İşte şimdi göstereceğimiz Quine Metodu böyle elverişli bir yoldur. Bu metodu açıklamak için, sözü geçen birkaç kalıbın doğruluk değeri analizini yeni metodla yapacağız.

Bu amaçla kalıbın kendisi (buna tam deyim de denir) sayfanın başına ve ortaya yazılır. Kalıp (tam-deyim) da geçen temsilci harflerle, bu harflerin geçiş sayısı tespit edilir. En fazla geçen temsilci harften başlamak üzere bu

temsilci harfler yerine sayfanın sol tarafına 'D', sağ tarafına 'Y' değerleri konur. Sadeleştirme kuralları yardımı ile o temsilci harf tam-deyimde kalmıyana kadar sadeleştirmeye devam edilir. Temsilci harflerin sayıları eşitse alfabetik sıra esas alınır. En fazla geçen temsilci harfden başlamanın sebebi tam deyimimizi daha az temsilci harfli hale getirmek içindir.

En fazla geçen temsilci harf elendikten sonra, geri kalan tam deyimde bulunan temsilci harflerden en çok geçeni de aynı yolla elenerek en sonda temsilci harf kalmayıncaya kadar aynı işlem tekrar edilir. Her temsilci harfin elenmesinden sonra geri kalan temsilci harf olmayabilir. Örnek olarak 'p', 'q', 'r' gibi üç temsilci harfli bir tam-deyimde 'p' temsilcisinin elenmesi sonucunda diğer temsilciler de elenmiş olabilir. Yani tam deyimin doğruluk değeri yalnız 'p' temsilcisine bağlı olup 'q 've' r' temsilcilerine bağlı olmayabilir.

Bütün temsilciler elendikten sonra doğruluk çizelgesi yapılarak:

a. Bir tam-deyim, karma doğruluk çizelgesi veya Quine metodu ile yapılan doğruluk çizelgesi sonucunda, hep doğru değer alıyorsa, bu tam-deyime *geçerli* veya *totoloji* diyeceğiz.

b. Çizelgenin sonucu hep doğru değilse, yani en azından bir yanlış değer geçerse, tam-deyime *geçersiz* diyeceğiz.

c. Çizelgenin sonucunda en azından bir doğru değer varsa, tam deyime *tutarlı* diyeceğiz.

d. Çizelgenin sonucunda hiç doğru değer yoksa, yani hep yanlış ise, tam-deyime *tutarsız* diyeceğiz.

Yazmada ve işlemde kolaylık sağlamak için aşağıdaki kısaltmaları kabul edeceğiz:

(7) $\sim p = \bar{p}, \quad p \wedge q = pq.$

Yani değillemeler yalnız bir tek harfe aitse değilleme işaretini harfin üstüne bir çizgi olarak yazacağız; *'ve'* eklemi ($\wedge$) yerine ise hiçbir şey yazmıyacağız.

Örnek 1

(8) $\sim [(p \longleftrightarrow \sim r) \rightarrow (\sim q \vee r)] \wedge [(r \rightarrow (\sim p \wedge q)]$

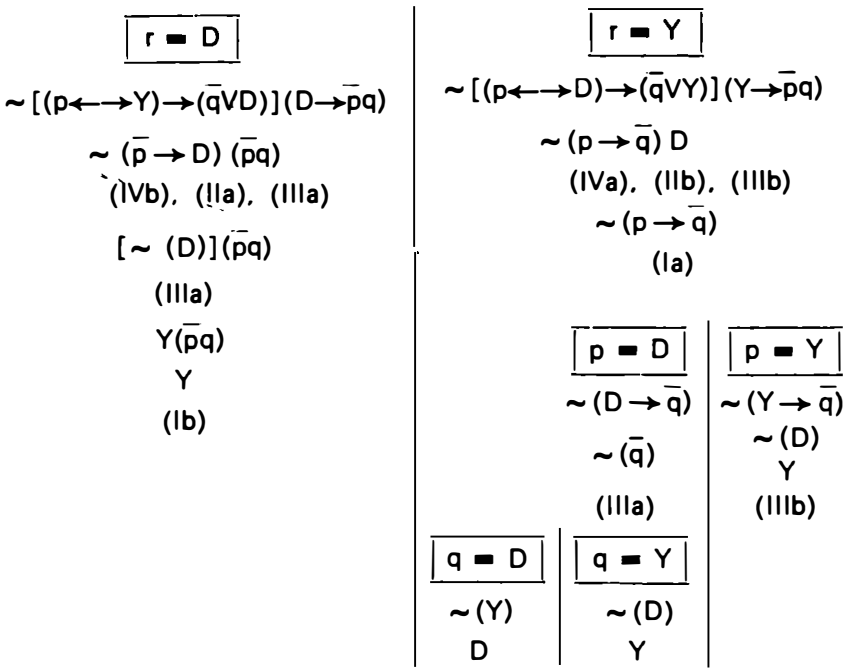
tam -deyimini (kalıbını) şöyle yazarız:

(9) $\sim [(p \longleftrightarrow \bar{r}) \rightarrow (\bar{q} \vee \bar{r})](r \rightarrow \bar{p}q)$

(9) kalıbının Quine-çizelgesini kuralım. Bu işlemi yaparken '$\bar{D}$' yerine, 'Y', '$\bar{Y}$' yerine de 'D' koyarız. Ayrıca '$\sim$D' yazılması gereken hallerde doğrudan doğruya 'D' yazacağız. Aynı şekilde '$\sim$Y' yerine 'Y' yazacağız.

İmdi, (9) kalıbının temsilci-harfleri 'p', 'q' ve 'r' harflerinden ibarettir. 'p' ve 'q' nün geçiş sayısı 2, 'r' nin geçiş sayısı 3 tür. Dolayısiyle 'r' harfinden başlamak gerekecektir. Böylece (9) kalıbında 'r' harfi yerine önce 'D' sonra da 'Y' konulur. Birinci halde elde edilen tam-deyim kalıbın sol altına, ikinci halde elde edilen tam-deyim de kalıbın sağ altına yazılır. Sonra da her iki tam-deyimi (I)-(IV) sadeleştirme kuralları gereğince sadeleştiririz. Bu örneğe özgü olmak üzere, her sadeleşmiş deyimin altında, sadeleştirilmesi için baş vurulan kuralları belirteceğiz. Ama genel olarak kuralların belirtilmesi gerekmez. Üstelik böyle bir belirtme, çizelgeyi çok uzatacağından zararlı olur. (9) kalıbının Quine-çizelgesi şöyledir:

(10) $\sim[(p \leftrightarrow \bar{r}) \rightarrow (\bar{q} \vee r)](r \rightarrow \bar{p}q)$



r	p	q	Sonuç	
D	D	D	Y	
D	D	Y	Y	
D	Y	D	Y	
D	Y	Y	Y	Geçersiz ama tutarlıdır.
Y	D	D	D	
Y	D	Y	Y	
Y	Y	D	Y	
Y	Y	Y	Y	

Görüldüğü gibi, çizelgenin sağ yanında '$\sim(p \rightarrow \bar{q})$' diye ikinci bir başlangıç kalıbı ortaya çıkıyor. Bu kalıpta ise 'p' bir defa, 'q' da bir defa geçmektedir. Dolayısıyle, alfabe sırasına göre daha önce gelen 'p' yerine önce 'D' sonra da 'Y' koyduk. Sadeleştirmelerden sonra '$\sim(\bar{q})$' diye üçüncü bir başlangıç kalıbı ortaya çıkıyor. Bu kalıpta adı geçen tek temsilci-harf olan 'q' yerine önce 'D' sonra da 'Y' koyduk.

Örnek II.

(11) $\bar{p}(\bar{p} \longleftrightarrow \bar{q})(q \rightarrow \bar{r})p\bar{q}(p \rightarrow r)$

$p = D$	$p = Y$
$Y(Y \longleftrightarrow \bar{q})(q \rightarrow \bar{r})D\bar{q}(D \rightarrow r)$	$D(D \longleftrightarrow \bar{q})(q \rightarrow \bar{r})Y\bar{q}(Y \rightarrow r)$ •
$Y \sim \bar{q}\,(q \rightarrow \bar{r})\,\bar{q}\,(r)$	$D\bar{q}\,(q \rightarrow \bar{r})\,Y\,(D)$
$Y\,(q \rightarrow \bar{r})\,\bar{q}\,r$	$\bar{q}\,(q \rightarrow \bar{r})\,Y$
$Y\,\bar{q}\,r$	$\bar{q}\,Y$
Y	Y

p	q	r	Sonuç	
D	D	D	Y	
D	D	Y	Y	
D	Y	D	Y	
D	Y	Y	Y	
Y	D	D	Y	Tutarsız
Y	D	Y	Y	
Y	Y	D	Y	
Y	Y	Y	Y	

Tam-deyimi dikkatle inceleyerek uzun bir işlem yapmadan bu tam deyimini tutarsız olduğunu görürüz.

Örnek III.

(12) $(p \vee q) \rightarrow (q \vee p)$

$p = D$	$p = Y$
$(D \vee q) \rightarrow (q \vee D)$	$(Y \vee q) \rightarrow (q \vee Y)$
$D \rightarrow D$	$q \rightarrow q$
D	$q = D$ | $q = Y$
	$D \rightarrow D$ | $Y \rightarrow Y$
	D | D

• Birlikte-evetleme durumunda olan bu tam-deyimin bir bileşeni 'Y' olduğundan, doğrudan doğruya sonucun 'Y' olduğunu yazabilirdik.

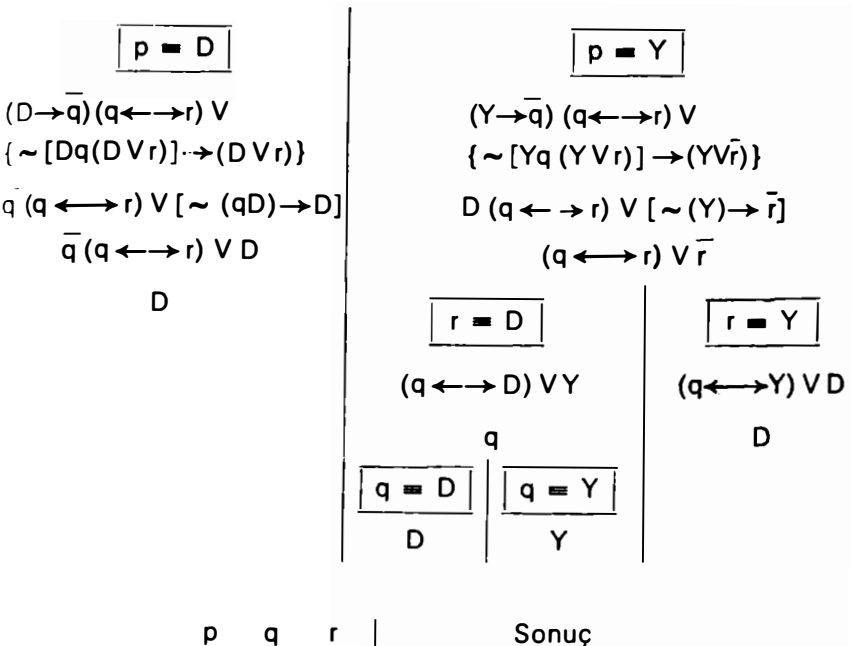
Doğruluk çizelgesi:•

p	q	(p V q) → (q V p)
D	D	D
D	Y	D
Y	D	D
Y	Y	D

Sonuç hep doğru olduğundan "geçerlidir" (totoloji).

Örnek IV.

(13) $(p \rightarrow q)(q \longleftrightarrow r) \vee \{\sim [pq\ (p \vee r)] \rightarrow (p \vee r)\}$



p	q	r	Sonuç	
D	D	D	D	
D	D	Y	D	
D	Y	D	D	
D	Y	Y	D	
Y	D	D	D	Geçersiz ama tutarlı
Y	D	Y	D	
Y	Y	D	Y	
Y	Y	Y	D	

Dikkat edilirse, (13) Quine-çizelgesini sonuçlandıran harfler sırasında hem 'D' hem 'Y' geçiyor. Bir kalıbın Quine-çizelgesini sonuçlandıran harflerin

tümü 'D' ise, kalıba *"geçerli"* dendiğini daha önce belirtmiştik. Buna göre, (13) kalıbının geçerli olmadığını, yani *"geçersiz"* olduğunu görüyoruz.

Öte yandan, önerme kalıbının Quine çizelgesini sonuçlandıran harfler arasında *en azından bir 'D'* geçtiğinden bu kalıbın *tutarlı* olduğu ortaya çıkar.

Böylece Quine metoduyla, herhangi bir önerme kalıbının *geçerli* veya *geçersiz, tutarlı* veya *tutarsız* olduğu kolaylıkla tespit edilebilir.

6. DÖNÜŞTÜRME KANUNLARI

A. ÜÇÜNCÜ HÂLİN İMKANSIZLIĞI, ÇELİŞMEZLİK, ÖZDEŞLİK

(1) Ahmet Ankara'ya gidecek veya gitmeyecek

önermesini ele alalım. Bu önermenin mantıksal yapısını

(2) (Ahmet Ankara'ya gidecek) V ~ (Ahmet Ankara'ya gidecek)

önermesile dile getirebiliriz. (2) önermesi ise

(3) $p \vee \bar{p}$

gibi bir önerme kalıbının bir "yorum"u durumundadır. Oysa, (3) kalıbı geçerlidir. Nitekim (3) ün Quine-çizelgesi olan

(4)

$p \vee \bar{p}$	
$p = D$	$p = Y$
$D \vee Y$	$Y \vee D$
D	D

p	$\bar{p}$	$p \vee \bar{p}$
D	Y	D
Y	D	D

Sonuç hep doğru olduğundan tam deyim geçerli (totoloji) dir.

çizelgesini sonuçlandıran her harf 'D' dir.

Buna göre (2) önermesinin, belli bir totolojinin bir yorumu durumunda olduğunu söyliyebiliriz. Oysa, *bir totolojinin bütün yorumları doğrudur.* Üstelik verilen bir totolojinin yorumlarının doğru olduğunu tespit etmek için, hiç de bu yorumların anlamını hesaba katmak gerekmiyor. Verilen bir kalıbın bir totoloji olduğunu anlamak için sadece kalıbın doğruluk değeri analizini yapıp bütün sonuçların (veya Quine-çizelgesini sonuçlandıran bütün harflerin) 'D' olduğunu tespit etmek yeter. Şu halde bir totolojinin yorumu olan bir önermenin doğruluğunu bilmek için bu önermenin dil-dışı karşılığını hesaba katmak veya deneye başvurmak gerekmiyor. Böyle bir önermenin doğruluğunu bilmek için, önermenin mantıksal iskeletini bilmek yetiyor. Bundan dolayı, bir totolojinin yorumu durumunda olan önermelere *"man-*

tıkça-doğru önermeler" denir. Buna göre (1) ve (2) nin mantıkça-doğru olduğunu söyliyebiliriz.

Mantıkça-doğru olan önermeleri belirlemeye yarayan ilke veya kalıplara "*mantık-ilkeleri*" veya "*mantık kanunları*" denir. Şu halde, mantık kanunlarının "*totoloji*" dediğimiz geçerli önerme kalıplarından başka birşey olmadığını görüyoruz. Buna göre, mantık kanunlarının, eskiden sanıldığı gibi belirlli sayıda (*özdeşlik, çelişmezlik* ve *üçüncü halin imkânsızlığı* olmak üzere üç tane) olmayıp sonsuz sayıda olduğunu söyliyebiliriz. Nitekim her totoloji bir mantık kanunudur; totolojilerin sayısı ise sonsuzdur.

Verilen herhangi bir önerme-kalıbının bir totoloji olup olmadığını, bu kalıbın Quine-çizelgesini kurmakla tespit edebiliriz. Öte yandan, bazı totolojileri bu şekilde tanıdıktan sonra, başka (ve daha karmaşık olan) kalıpların Quine-çizelgesini kurarken bazı kısaltmalara başvurabiliriz. Bunun nasıl yapıldığını aydınlatmak amacıyla, aşağıdaki Quine-çizelgesini ornek olarak ele alalım:

(5) $[(p \rightarrow q) \vee \bar{p}] \vee \bar{q}$

$p = D$	$p = Y$
$[(D \rightarrow q) \vee Y] \vee \bar{q}$	$[(Y \rightarrow q) \vee D] \vee \bar{q}$
$(q \vee Y) \vee \bar{q}$	$(D \vee D) \vee \bar{q}$
$q \vee \bar{q}$	$D \vee \bar{q}$
	D

$q = D$	$q = Y$
$D \vee Y$	$Y \vee D$
D	D

p	q	$[(p \rightarrow q) \vee \bar{p}] \vee q$
D	D	D
D	Y	D
Y	D	D
Y	Y	D

Görüldüğü gibi, bu çizelgenin sol yanında '$q \vee \bar{q}$' gibi bir kalıp geçiyor. Oysa, daha önce bu biçimdeki bir kalıbın totoloji olduğunu (4) çizelgesiyle

kanıtlamıştık. Bundan faydalanarak (5) çizelgesinde '$q \vee \bar{q}$' yü doğrudan doğruya 'D' ye indirgeyerek, altına doğrudan doğruya 'D' yazabiliriz. Böylece (5) çizelgesi kısaltılmış olur.

Genel olarak, herhangi bir Quine-çizelgesi kurulduktan sonra karşılaştığımız tam-deyimler arasında önceden bir totoloji olduğunu kanıtladığımız bir kalıba rastlarsak, bu kalıbı doğrudan doğruya 'D'ye indirgeyebiliriz. Totoloji olarak tanıdığımız kalıp daha geniş bir tam-deyimin bileşeni ise tam-deyimde söz konusu olan totoloji yerine 'D' koyarak tam-deyimi böylece elde edilen yeni tam-deyime indirgeyebiliriz.

Örneğin, '$(p \rightarrow q) \vee (r \vee r)$' gibi bir tam-deyimi bu şekilde '$(p \rightarrow q) \rightarrow \vee D$' tam-deyimine indirgeriz.

Klâsik mantığın tanıdığı üç temel ilke, sözü geçen (3) totolojisile dile getirilebilen *"üçüncü halin imkânsızlığı"* (*tertium non datur*) ilkesi;

(6) $\sim(p\bar{p})$

p	$\bar{p}$	$p\bar{p}$	$\sim(p\bar{p})$
D	Y	Y	D
Y	D	Y	D

totolojisile dile getirilebilen *"çelişmezlik"* ilkesi; bir de

(7) $p \rightarrow p$

p	$p \rightarrow p$
D	D
Y	D

veya

(8) $p \longleftrightarrow p$

p	$p \longleftrightarrow p$
D	D
Y	D

totolojileriyle dile getirilebilen *"özdeşlik"* veya "aynılık") ilkesinden ibarettir.

Şimdi birçok başka mantık kanunlarını, özellikle önermeler ve önerme kalıplarıyla bir takım "cebir" işlemleri yapabilmemizi sağlayan kanunları inceleyeceğiz.

Bu amaçla ilk önce şu önemli noktayı hatırdan çıkarmamak gerekir:

(9) $A \longleftrightarrow B$

kalıbının bir totoloji olması halinde,

(10) $A \blacksquare B$

eşdeğerliğini yazabiliriz. Eşdeğer olan iki kalıp, içine aldıkları temsilci-harflerin bütün değerlemeleri için aynı doğruluk-değerini alırlar. Aşağıda gösterilen mantık kanunları (9) biçiminde olduğundan, (10) biçimindeki birer eşdeğerlik olarak da yorumlanabilirler.

B. ORTAKLAŞTIRICILIK (ASOSYATİFLİK)

Aritmetik ve cebirde, toplama ve çarpma işlemlerinin

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$
$$(x \times y) \times z = x \times (y \times z)$$

özelliklerinden dolayı "ortaklaştırıcı" (asosyatif) oldukları söylenir. Aynı şekilde '$\wedge$', '$\vee$', '$\longleftrightarrow$' eklemlerinin de

$$(pq)r \blacksquare p(qr)$$
$$(p \vee q) \vee r \blacksquare p \vee (q \vee r)$$
$$(p \longleftrightarrow q) \longleftrightarrow r \blacksquare p \longleftrightarrow (q \longleftrightarrow r)$$

eşdeğerliklerinden dolayı "ortaklaştırıcı" olduğu söylenir. Bu eşdeğerliklerin doğruluğu,

(11) $[(pq)\, r] \longleftrightarrow [p\, (qr)]$

(12) $[(p \vee q) \vee r] \longleftrightarrow [p \vee (q \vee r)]$

(13) $[(p \longleftrightarrow q) \longleftrightarrow r] \longleftrightarrow [p \longleftrightarrow (q \longleftrightarrow r)]$

kalıplarının birer totoloji olduğunu kanıtlamak suretiyle gösterilebilir.

'$\wedge$', '$\vee$' ve '$\longleftrightarrow$' eklemleri böylece ortaklaştırıcı olduğundan, sadece biri yardımıyla kurulu tam-deyimlerdeki parantezleri kaldırabiliriz. Bu şekilde '$(pq)r$' yerine 'pqr', '$(p \vee q) \vee r$' yerine '$p \vee q \vee r$', '$(p \longleftrightarrow q) \longleftrightarrow r$' yerine '$p \longleftrightarrow q \longleftrightarrow r$' yazabiliriz. Gerçi '$p \vee q \vee r$' gibi bir tam-deyim iki anlamlıdır: ya '$p \vee (q \vee r)$' ya '$(p \vee q) \vee r$' biçiminde yorumlanabilir. Ama her iki yorum eşdeğer olduğundan böyle bir çok-anlamlılığın zararı yoktur.

Öte yandan '$\rightarrow$' *eklemi ortaklaştırıcı değildir.* Nitekim '$(p \rightarrow q) \rightarrow r$' kalıbıyla '$p \rightarrow (q \rightarrow r)$' kalıbı birbiriyle eşdeğer değildir. Bunu göstermek için, 'p' yerine 'Y', 'q' yerine 'D', 'r' yerine de 'Y' koyalım. O zaman sözü geçen iki kalıptan birincisinin değeri.

$$(Y \rightarrow D) \rightarrow Y \blacksquare D \rightarrow Y \blacksquare Y$$

gereği 'Y' olduğu halde, ikincisinin değeri

$$Y \rightarrow (D \rightarrow Y) \blacksquare D$$

gereği 'D' dir. Dolayısiyle 'p → q → r' gibi bir deyimi çok-anlamlı saymak gerekir.

C. YER-DEĞİŞTİRİCİLİK (KOMÜTATİFLİK)

Aritmetik ve cebirde, toplama ve çarpma işlemlerinin

$$x + y = y + x$$
$$x \times y = y \times x$$

özelliklerinden dolayı *"yer-değiştirici"* (komütatif) oldukları söylenir. Aynı şekilde 'Λ', 'V' ve '←→' eklemlerinin de

$$pq \equiv qp$$
$$p \vee q \equiv q \vee p$$
$$p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p$$

eşdeğerliklerinden dolayı yer-değiştirici olduğu söylenir. Bu eşdeğerliklerin doğruluğu

(14) $(pq) \leftrightarrow (qp)$

(15) $(p \vee q) \leftrightarrow (q \vee p)$

(16) $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (q \leftrightarrow p)$

kalıplarının birer totoloji olmasından anlaşılır.

'→' eklemi ise yer-değiştirici değildir. Nitekim 'p → q' ile 'q → p' eşdeğer değildir. 'p' yerine 'D', 'q' yerine 'Y' koyarsak kalıplardan birincisinin değeri

$$D \rightarrow Y \equiv Y$$

gereği 'Y' olduğu halde, ikincisinin değeri

$$Y \rightarrow D \equiv D$$

gereği 'D' olur.

D. DENKGÜÇLÜLÜK (İDEMPOTENTLİK)

'Λ' ve 'V' eklemlerinin

$$pp \equiv p$$
$$p \vee p \equiv p$$

özelliklerinden dolayı *"denkgüçlü"* (idempotent) oldukları söylenir. Bu eşdeğerliklerin doğruluğu

(17) $(pp) \leftrightarrow p$

(18) $(p \vee p) \leftrightarrow p$

kalıplarının birer totoloji olmasından anlaşılır.

'→' ve '←→' eklemleri ise denkgüçlü değildir. Nitekim $p \rightarrow p \equiv D$ ve $p \leftrightarrow p \equiv D$ olduğundan, ne 'p → p' ne de 'p ←→ p' nin 'p' ile eşdeğer olmadığı meydandadır.

'Λ' ekleminin ortaklaştırıcı, yer-değiştirici ve *denkgüçlü* olmasından faydalanarak, herhangi bir (sonlu) sayıdaki bileşenin sadece 'Λ' eklemi ile birbirine eklenmesinden meydana gelen bir deyimde (*"çok-bileşenli birlikte-evetleme*) bileşenlerin sırasını istediğimiz gibi değiştirebilir, geçiş sayısı birden çok olan bileşenlerin de geçiş sayısını bire indirebiliriz.

Örneğin,

$$p \Lambda (p \rightarrow q) \Lambda (\bar{q} V r) \Lambda (p \rightarrow q) \Lambda pp$$

gibi bir çok-bileşenli birlikte-evetlemeyi

$$p \Lambda (p \rightarrow q) \Lambda (\bar{q} V r)$$

ye indirgeyebiliriz. Aynı şekilde,

$$(p \rightarrow q) V p V p V (p \rightarrow q) V (qr)$$

gibi bir *çok-bileşenli ayrıklığı* ('V' ekleminin de ortaklaştırıcı, yer değiştirici ve denkgüçlü olmasından dolayı)

$$p V (q\bar{r}) V (p \rightarrow q)$$

ye indirgeyebiliriz.

'←→' ekleminin denkgüçlü olmadığını belirtmiştik. Ancak bu eklemin de *"çok-bileşenli karşılıklı-şartlı tam-deyimler"*i sadeleştirmeye yarayan, hatta denk-güçlülükten bile daha etkili olan bir özelliği vardır. Nitekim, bir çok-bileşenli karşılıklı-şartlı tam-deyimde geçiş sayısı çift olan bileşenler büsbütün elenebilir, geçiş sayısı tek olanlar ise bire indirgenebilir.

Örneğin,

$$p \leftrightarrow q \leftrightarrow p \leftrightarrow r \leftrightarrow r \leftrightarrow p \leftrightarrow q \leftrightarrow r \leftrightarrow r$$

gibi bir çok-bileşenli karşılıklı-şartlı kalıbı ele alalım. '←→ ekleminin ortaklaştırıcılığından dolayı, parantezsiz olan bu deyim anlamlı bir önerme kalıbı durumundadır. Bu kalıpta 'p', 'q' ve 'r' olmak üzere üç ayrı bileşen geçmektedir. 'p' bileşeninin geçiş sayısı 3, 'q' bileşeninin geçiş sayısı 2, 'r' bileşeninin geçiş sayısı 4 tür. '←→' ekleminin yer-değiştiriciliğine dayanarak, bu kalıbı

$$p \leftrightarrow p \leftrightarrow p \leftrightarrow q \leftrightarrow q \leftrightarrow r \leftrightarrow r \leftrightarrow r \leftrightarrow r$$

biçimine dönüştürebiliriz. Bu kalıp ise, '←→' nin ortaklaştırıcılığı gereği şu biçime sokulabilir:

$$(p \longleftrightarrow p) \longleftrightarrow p \longleftrightarrow (q \longleftrightarrow q) \longleftrightarrow (r \longleftrightarrow r) \longleftrightarrow (r \longleftrightarrow r)$$

(8) in bir totoloji olmasına dayanarak, yukardaki kalıpta parantez içindeki her bileşen yerine 'D' koyabiliriz. Böylece kalıbımız

$$D \longleftrightarrow p \longleftrightarrow D \longleftrightarrow D \longleftrightarrow D$$

biçimine indirgenir. Bu son kalıp ise 'p'ye indirgenir. Böylece geçiş sayısı *çift* olan 'q' ve 'r' bileşenleri elenmiş, geçiş sayısı *tek* olan 'p' bileşeni de bir tek geçişine indirgenmiş olur.

Bu bölümde kazandığımız bilgilere dayanarak, herhangi bir önerme kalıbının Quine-çizelgesini kurmak için faydalanabileceğimiz kısaltıcı ve kolaylaştırıcı kuralları şöyle dile getirebiliriz:

(i) a. Çizelgelerde karşılaşılan her totoloji 'D' ye indirgenebilir.

b. Çizelgede karşılaşılan bir tam-deyimin bir bileşeni bir totoloji ise, sözü geçen tam-deyim, totolojiyi 'D' ile değiş-tokuş etmekle elde edilen tam-deyime indirgenebilir.

(ii) a. Çizelgede karşılaşılan her tutarsız tam-deyim 'Y' ye indirgenebilir.

b. Çizelgede karşılaşılan bir tam-deyimin bir bileşeni tutarsız ise, sözü geçen tam-deyim, bu tam-deyimdeki 'Y' ile değiş-tokuş edilmek suretiyle elde edilen tam-deyime indirgenebilir.

(iii) a. Çizelgede karşılaşılan bir kalıp, bu kalıp ile eşdeğer olan herhangi başka bir kalıba indirgenebilir.

b Çizelgede karşılaşılan bir tam-deyim, bu tam-deyimin bileşeni olan bir kalıbın o kalıp ile eşdeğer olan herhangi bir kalıpla değiş-tokuş edilmesiyle elde edilen tam-deyime indirgenebilir.

Örneğin, (iii)b kuralı uyarınca, '$\ldots \sim (p \rightarrow q) \ldots$' gibi bir tam-deyimi, '$\ldots (p\bar{q}) \ldots$' ye indirgeyebiliriz. Nitekim $\sim (p \rightarrow q) = p\bar{q}$.

Açıklama

Deyimlerde kısalık sağlamak amacıyla '$\wedge$' ile '$\vee$' işaretlerinin, '$\rightarrow$' ile '$\longleftrightarrow$' işaretlerinden daha sıkı bağladıklarını kabul edip söz gelişi $(A \wedge B) \rightarrow C$ yerine kısaca $A \wedge B \rightarrow C$; $A \longleftrightarrow (B \vee C)$ yerine de $A \longleftrightarrow B \vee C$ yazabileceğiz. Buna göre $(A \longleftrightarrow B) \wedge C$ gibi bir tam-deyimin parantezlerinin kaldırılması imkânsızdır. Nitekim yukarki uzlaşımlara göre $A \longleftrightarrow B \wedge C$ deyimini hep $A \longleftrightarrow (B \wedge C)$ biçiminde yorumlarız.

Alıştırmalar

Quine metodundan yararlanarak aşağıdaki önerme kalıplarının doğruluk çizelgelerini yapınız ve bu önerme kalıplarının *geçerli, geçersiz ama tutarlı,* ya da *tutarsız* olduğunu belirtiniz:

1. $(p \vee \bar{q}) \vee (p \rightarrow q)$
2. $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (\bar{p}\bar{q})$
3. $[(p \vee q)(p \rightarrow q)] \vee p$
4. $(p \rightarrow q) \rightarrow [q \rightarrow (\bar{p} \vee q)]$
5. $(p \vee q) \rightarrow [(p \vee q) \vee \sim (p \vee r)]$
6. $[(p \rightarrow q) \sim (q \leftrightarrow \bar{r})]\ q\bar{r}$
7. $\sim (p \rightarrow r) \leftrightarrow [(p \vee q)(\bar{p} \vee r)]$
8. $\sim \{(p \rightarrow r) \leftrightarrow [(q \vee \bar{p}) \rightarrow p]\}$
9. $[(q \vee \bar{r}) \rightarrow (\bar{q} \leftrightarrow p)] \rightarrow (p \vee r)$
10. $\sim \{(p \rightarrow r) \leftrightarrow [(p \rightarrow \bar{q}) \rightarrow (p \rightarrow q)]\}$
11. $\sim [(p \vee q)(\bar{p} \vee r)(\bar{p} \vee \bar{q})] \leftrightarrow [(\bar{p}\bar{q} \vee p\bar{r}) \vee pq]$
12. $[(\bar{p} \rightarrow r) \leftrightarrow \bar{p}\bar{q}] \rightarrow \sim [(p \vee q) \vee \bar{p}q]$
13. $[(p \vee \bar{q}) \rightarrow r] \vee [p \leftrightarrow (qr)]$
14. $[(p \rightarrow (r \vee \bar{q}) \vee \bar{p}q] \vee [(pq \rightarrow r) \vee \bar{p}\bar{q}]$
15. $[p \rightarrow (q \vee qr)] \rightarrow [(q \rightarrow r) \vee (q\bar{p} \leftrightarrow q)]$

III. BÖLÜM

BİR TAM-DEYİMİN DÖNÜŞTÜRÜLMÜŞ BİÇİMLERİ

1. İNDİRGEME

İçinde şart ile karşılıklı-şart eklemleri geçmiyen bir tam-deyimin *indirgenmiş* biçimde olduğunu söylüyoruz. Herhangi bir tam-deyimi indirgenmiş biçime dönüştürmek için *şart* eklemini

(19) $p \rightarrow q \equiv \bar{p} \vee q$

eşdeğerliği gereği; *karşılıklı-şart* eklemini de

(20) $p \longleftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q)(q \rightarrow p) \equiv (\bar{p} \vee q)(\bar{q} \vee p)$

ile (19) gereği elemek yeter. (20) eşdeğerliklerini daha önce (karma doğruluk çizelgesi yardımıyla) göstermiştik. (19) eşdeğerliğini de aşağıdaki karma doğruluk çizelgesi ile kanıtlıyabiliriz.

p	q	$\bar{p}$	$p \rightarrow q$	$\bar{p} \vee q$
D	D	Y	D	D
D	Y	Y	Y	Y
Y	D	D	D	D
Y	Y	D	D	D

Şart eklemini doğrudan doğruya (19) gereği eleyebiliriz. Örneğin,

$$(p\bar{q} \rightarrow r) \rightarrow (r \vee \bar{p}r)$$

önerme kalıbındaki '→' işaretinin bütün geçişlerini (19) yardımıyla eleyerek

$$\sim [\sim (p\bar{q}) \vee r] \vee (r \vee \bar{p}r)$$

indirgenmiş önerme kalıbını elde ederiz.

Karşılıklı-şart eklemini elemek için (20) · eşdeğerliklerine dayanırız. Örneğin

$$[p\bar{q} \longleftrightarrow (r \vee s)] \vee \bar{p}rs$$

kalıbını indirgenmiş biçime dönüştürelim. Bu amaçla $\longleftrightarrow$ işaretini yukardaki yönteme göre şöyle eleyebiliriz:

$$p\bar{q} \longleftrightarrow (r \vee s) = [p\bar{q} \rightarrow (r \vee s)]\ [(r \vee s) \rightarrow p\bar{q}] \vee \bar{p}rs =$$
$$[\sim(p\bar{q}) \vee (r \vee s)]\ [\sim(r \vee s) \vee p\bar{q}] \vee \bar{p}rs$$

2. DEĞİLLEME KANUNLARI ve TAM - İNDİRGEME

(21) $\sim\sim p = p$

eşdeğerliği *"çifte değilleme"* kanununu dile getirir. Bu eşdeğerliği şöyle kanıtlıyabiliriz:

$$\sim\sim p = p$$

$\overline{\boxed{p = D}}$	$\overline{\boxed{p = Y}}$
$\sim(\sim D) \longleftrightarrow D$	$\sim(\sim Y) \longleftrightarrow Y$
$\sim Y \longleftrightarrow D$	$\sim D \longleftrightarrow Y$
$D \longleftrightarrow D$	$Y \longleftrightarrow Y$
D	D

Çifte değilleme kanununa dayanarak, önünde değilleme işaretinin *n* tane geçişi bulunan herhangi bir tam-deyimi, *n çift* bir sayı ise bu tam-deyimin kendisine, *n tek* bir sayı ise tam-deyimin değillemesine dönüştürebiliriz.

Örneğin,

$$\sim\sim\sim p = \bar{p}$$

$$\sim\sim\sim\sim p = p$$

Aşağıdaki eşdeğerliklere *"De Morgan Kanunları"* denir.

(22) $\sim(p \wedge q) = \bar{p} \vee \bar{q}$

(23) $\sim(p \vee q) = \bar{p} \wedge q$

De Morgan Kanunlarının karma doğruluk çizelgeleri:

p	q	$\bar{p}$	$\bar{q}$	$\sim(p \wedge q)$	$\bar{p} \vee \bar{q}$	$\sim(p \vee q$	$\bar{p} \wedge \bar{q}$
D	D	Y	Y	Y	Y	Y	Y
D	Y	Y	D	D	D	Y	Y
Y	D	D	Y	D	D	Y	Y
Y	Y	D	D	D	D	D	D

De Morgan kanunları şu şekilde genelleştirilebilir:

(24) *a* $\quad \sim(p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots p_n) = \bar{p}_1 \vee \bar{p}_2 \vee \ldots \vee \bar{p}_n$

(24) *b* $\quad \sim(p_1 \vee p_2 \vee \ldots p_n) = \bar{p}_1 \wedge \bar{p}_2 \wedge \ldots \wedge \bar{p}_n$

Çifte değilleme ve De Morgan kanunları yardımıyla

(25) $\quad \sim(p \rightarrow q) = p\bar{q}$

eşdeğerliğini elde edebiliriz. Nitekim:

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv \sim(\bar{p} \vee q) = \sim\bar{p} \wedge \bar{q} = p\bar{q}.$$

(25) eşdeğerliğine dayanarak, değillenmiş şartlı bir önermeyi bir tek işlemle indirgenmiş biçime dönüştürebiliriz. Örneğin,

$$\sim[pqr \rightarrow (p \vee rs)]$$

önerme kalıbı, (25) gereği, indirgenmiş biçimde olan

$$pqr \sim (p \vee rs)$$

kalıbına çevrilebilir.

İmdi indirgenmiş biçimde olan bir tam-deyimde değilleme işareti hiç geçmiyorsa, veya ancak tek tek basit bileşenlere (yani temsilci harflere veya basit önermelere) ilişkin olup her basit bileşenin üstünde en çok bir tek değilleme işareti varsa, böyle bir tam-deyimin *tam-indirgenmiş* biçimde olduğunu söylüyoruz. Tam-indirgenmiş biçimde olan her tam-deyim indirgenmiş biçimdedir, ama indirgenmiş biçimde olmakla birlikte tam-indirgenmiş biçimde olmıyan tam-deyimler de vardır.

Çifte değilleme ve De Morgan kanunlarına dayanarak aşağıdaki genel kanunu elde ederiz:

(26) *Shannon kanunu* (*önermeler mantığının genel değilleme kanunu*):

$f(p_1, \ldots, p_n, \sim, \wedge, \vee)$ indirgenmiş biçimde herhangi bir tam-deyim, $f(p_1, \ldots, p_n, \sim, \wedge, \vee)$ ise ilk tam-deyimde tem-

silci harflerin değillenmesi ve '∧' birlikte-evetleme ile 'V' ayrıklık işaretlerinin değiş-tokuşu ile elde edilen tam-deyim olsun. O zaman:

$$\sim f(p_1, \ldots, p_n, \sim, \wedge, \vee) = f(\bar{p}_1, \ldots \bar{p}_n, \sim, \vee, \wedge).$$

Özel hal olarak $f(p_1, \ldots, p_n, \bar{q}_1, \ldots \bar{q}_n, \wedge, \vee)$ tam-indirgenmiş biçimde ise:

$$\sim f(p_1, \ldots, p_n, \bar{q}_1, \ldots, \bar{q}_m, \wedge, \vee) = f(\bar{p}_1, \ldots, \bar{p}_n, q_1, \ldots, q_m, \vee, \wedge).$$

Örneğin, indirgenmiş biçimde olan

(27) $$(\bar{p}q \vee rs)\,\bar{p}q$$

tam-deyiminin değillemesine Shannon kanununu uygulayalım:

$$\sim [(p\bar{q} \vee rs)\,\bar{p}q\,] = \sim\{[(p \wedge \bar{q}) \vee (r \wedge s)] \wedge (\bar{p} \wedge q)\}$$
$$= (\bar{p} \vee q) \wedge (\bar{r} \vee \bar{s}) \vee (p \vee \bar{q}) = (\bar{p} \vee q)(\bar{r} \vee \bar{s}) \vee p \vee \bar{q}$$

Shannon kanununu, verilen bir tam-deyime uygulamadan önce dikkatsizlikten ötürü bir yanlışlığa düşmemek için, tam-deyimde kısaltma amacıyla eksik olan bütün '∧' işaretleri ve bunlara ait parantezleri koymak çok faydalıdır. Örneğin,

(28) $$\sim (pq \vee r)$$

tam-deyimine Shannon kanununu uygulamadan önce, bu tam-deyimi

$$\sim [(p \wedge q) \vee r]$$

biçimine çevirir, sonra da Shannon kanununu uygulayarak

(29) $$(\bar{p} \vee \bar{q}) \wedge \bar{r}$$

veya kısaca

$$(\bar{p} \vee \bar{q})\,\bar{r}$$

sonucunu elde ederiz. Buna karşılık Shannon kanununu doğrudan doğruya ilk verilen tam-deyime uygulayıp sonuçta konulması gereken parantezleri unutursak şöyle bir tam-deyim elde ederiz:

$$\bar{p} \vee \bar{q} \wedge \bar{r}$$

Bu deyim ise

$$\bar{p} \vee \bar{q}\bar{r}$$

biçiminde kısaltılabilir. Oysa '$\bar{p} \vee \bar{q}\bar{r}$', (29) ile eşdeğer olmadığından, *yanlış* bir sonuçtur.

İmdi herhangi bir indirgenmiş tam-deyimi Shannon kanununu bir veya daha çok defa uygulamak suretiyle tam-indirgenmiş biçime dönüştürebiliriz. (Shannon kanunu yerine De Morgan ve çifte değilleme kanunlarını da kullanmak mümkündür, ancak Shannon kanununu kullanmak, tam-indirgeme için gereken işlemlerin sayısını küçültür.) Böylece (28) tam-deyimini tam-indirgenmiş biçimde olan (29) tam-deyimine dönüştürdük.

Verilen indirgenmiş bir tam-deyimi en kısa yoldan tam-indirgenmiş biçime dönüştürmek için şöyle davranmalıyız:

I. Verilen indirgenmiş tam-deyimin en büyük değillenmiş bileşenleri tespit edilir.

II. Değillemelerin etki alanında bulunan tam-deyimlerde bütün (Λ) birlikte-evetleme eklemleri ve parantezler tekrar yerlerine konur.

III. En büyük bileşenın başındaki değilleme eklemi kaldırılır ve değilleme ekleminin etki alanında bulunan bütün temsilci harflerden değillenmemiş olanlar değillenir, değillenmiş olanlardan değilleme eklemi kaldırılır.

IV. Bütün (Λ) birlikte-evetleme eklemleri (V) ayrıklık eklemi ile ve bütün (V) ayrılıklık eklemleri de (Λ) birlikte-evetleme eklemleri ile değiştirilir.

V. Başında değilleme eklemi olan en büyük bileşenin etki alanında bir bileşik önermeye uygulanacak ikinci değilleme eklemi kaldırılır, fakat onun etki alanındaki temsilci harfler ve eklemler aynen bırakılır.

VI. Tekrar (Λ) birlikte-evetleme eklemleri ve lüzumsuz parantezler kaldırılır.

Örnekler

Örnek I.

$$\sim(p\bar{q} \vee \bar{r}p)$$
$$\sim[(p \wedge \bar{q}) \vee (\bar{r} \wedge p)]$$
$$[(\bar{p} \vee q) \wedge (r \vee \bar{p})$$
$$(\bar{p} \vee q)(r \vee \bar{p}) \qquad \text{tam-indirgenmiş}$$

Örnek II.

$$\sim[(p \vee \bar{q})\ r \vee \bar{p}q]$$
$$\sim[((p \vee \bar{q}) \wedge r) \vee (\bar{p} \wedge q)]$$
$$((\bar{p} \wedge q) \vee \bar{r}) \wedge (p \vee \bar{q})$$
$$(\bar{p}q \vee \bar{r})(p \vee \bar{q}) \qquad \text{tam-indirgenmiş}$$

Örnek III. $p\bar{r} \vee \sim [r \vee (\bar{p} \vee qr) \vee \bar{p}r]$

$p\bar{r} \vee \sim [r \vee (\bar{p} \vee (q \wedge r)) \vee (\bar{p} \wedge r)]$

$p\bar{r} \vee [\bar{r} \wedge (p \wedge (\bar{q} \vee \bar{r})) \wedge (p \vee \bar{r})]$

$p\bar{r} \vee \bar{r}\,(p(\bar{q} \vee \bar{r}))(p \vee \bar{r})$

$p\bar{r} \vee \bar{r}p(\bar{q} \vee \bar{r})(p \vee \bar{r})$ tam-indirgenmiş

Örnek IV. $\sim [r\bar{p} \vee \sim (q \vee p\bar{r}) \vee qp]$

$\sim [(r \wedge \bar{p}) \vee \sim (q \vee (p \wedge \bar{r})) \vee (q \wedge p)]$

Yol 1. $[(\bar{r} \vee p) \wedge (q \vee (p \wedge \bar{r})) \wedge (\bar{q} \vee \bar{p})]$

$(\bar{r} \vee p)(q \vee p\bar{r})(\bar{q} \vee \bar{p})$

Yol 2. $[(\bar{r} \vee p) \wedge \sim (\bar{q} \wedge (\bar{p} \vee r)) \wedge (\bar{q} \vee \bar{p})]$

$[(\bar{r} \vee p) \wedge (q \vee (p \wedge \bar{r})) \wedge (\bar{q} \vee \bar{p})]$

$(\bar{r} \vee p)(q \vee p\bar{r})(\bar{q} \vee \bar{p})$

Örnek V. $p\bar{q} \vee \sim [q\bar{r} \vee \sim (pr \vee \bar{q}\bar{r}) \vee \bar{q}r \vee q)]$

Bu indirgenmiş tam-deyimi, yapacaklarımızı da yazarak, tam indirgenmiş hale getirelim:

i. Bu indirgenmiş tam-deyimin en büyük değillenmiş bileşeni şudur:

$$\sim [q\bar{r} \vee \sim (pr \vee \bar{q}\bar{r}) \vee \bar{q}r \vee q]$$

Dıştaki değillemenin etki alanı ise köşeli parantezlerin içidir.

ii. Değillemelerin etki alanındaki bütün kaldırılmış '$\wedge$' leri ve parantezleri yerlerine koyalım:

$$\sim [(q \wedge \bar{r}) \vee \sim ((p \wedge r) \vee (\bar{q} \wedge \bar{r})) \vee (\bar{\bar{q}} \wedge r) \vee q]$$

iii. En büyük bileşenin başındaki değillemeyi kaldırarak işlemi yürütelim:

$$(\bar{q} \vee r) \wedge ((p \wedge r) \vee (\bar{q} \wedge \bar{r})) \wedge (q \vee \bar{\bar{r}}) \wedge \bar{\bar{q}}$$

iv. '$\wedge$' eklemleri ile bunlara ilişkin parantezleri kaldırırsak, indirgenmiş tam deyim

$$(\bar{q} \vee r)(pr \vee \bar{q}\bar{r})(q \vee \bar{r})\bar{q}$$

tam-indirgenmiş biçime gelir.

En büyük değillenmiş bileşenin içinde ve bir bileşik önermenin başında 2 ci bir değilleme eklemi varsa, bu değilleme eklemin etki alanındaki '∧' eklemleri ile parantezleri ilk adımda yerlerine koymaya lüzum yoktur. Çünkü bu 2 ci değillemenin etki alanında bir değişme yapılmamaktadır.

Örnek VI. $\sim(qr) \vee \sim\{[p\bar{q} \vee \sim(pr)] \sim [\sim(p\bar{r}) \vee r \sim (p\bar{q})]\}$

indirgenmiş tam-deyimi

$\sim(q \wedge r) \vee \sim\{[(p \wedge \bar{q}) \vee \sim(pr)] \sim [\sim(p \wedge \bar{r}) \vee (r \wedge \sim(p \wedge \bar{q}))]\}$

$(\bar{q} \vee \bar{r}) \vee \{[(\bar{p} \vee q) \wedge (pr)] \vee [\sim(p \wedge \bar{r}) \vee (r \wedge \sim (p \wedge \bar{q}))]\}$

$(\bar{q} \vee \bar{r}) \vee \{[(\bar{p} \vee q)pr] \vee [(\bar{p} \vee r) \vee (r \wedge (\bar{p} \vee q))]\}$

$(\bar{q} \vee \bar{r}) \vee [\bar{p} \vee q)pr] \vee [(\bar{p} \vee r) \vee (r \wedge (\bar{p} \vee q))]$

$(\bar{q} \vee \bar{r}) \vee (\bar{p} \vee q)pr \vee \bar{p} \vee r \vee r(\bar{p} \vee q)$

tam-indirgenmiş hale gelir.

İndirgenmiş bir tam-deyimde birbirinin etki alanına giren birkaç '∼' işareti geçerse, tam-indirgeme gene de bir tek hamlede yapılabilir. Nitekim verilen tam-deyimi tam-indirgenmiş biçime dönüştürmek için, çift sayıda '∼' işaretinin etki alanında olan temsilci harflerle '∧' ve 'V' işaretlerini hiçbir değişikliğe uğratmaksızın, tek sayıda '∼' işaretinin etki alanına giren temsilci harfleri değilleyip '∧' ile 'V' işaretlerini değiş-tokuş etmek yetiyor.

Örneğin bu yolla

(30) $\sim\{p \vee \sim[q \vee \sim(rs)]\}$

indirgenmiş tam-deyimi, tam-indirgenmiş biçimde olan

(31) $\bar{p} \wedge [q \vee \bar{(r} \vee \bar{s})]$

tam-deyimine dönüştürülebilir. Aynı şekilde,

(32) $\sim\{p \vee \sim[q \vee \sim(r \vee \sim(st))]\}$

tam-deyimi,

(33) $\bar{p} \wedge [q \vee \bar{(r} \wedge st)]$

biçimine dönüştürülür.

Tam-indirgeme işlemlerini kolaylıkla ve daha çabuk yapabilmek için, ilk önce birbirinin etki alanına giren '∼' işaretleri 1, 2, 3,... gibi sıra ile numaralanır.* Sonra da *tek* No. lı '∼' işaretlerinin etki alanındaki bütün temsilci harfler değillenip '∧' ile 'V' işaretleri değiş-tokuş edilir. (Çift No. lı '∼' işaretlerinin etki alanına giren temsilci harfler ve '∧' ile 'V' işaretleri

* Başka bir '∼' in etkisinde olmıyan her '∼' işareti 1 ile numaralanıp *n* numaralı bir '∼' in etkisinde olan her '∼' işareti *n*+1 ile numaralanır.

hiç bir değişikliğe uğratılmaz.) En sonda (tektek temsilci harflere ilişkin olanlardan başka) bütün '~' işaretleri kaldırılır. Böylece verilen (indirgenmiş) tam-deyim, *tam-indirgenmiş* biçime dönüş türülmüş olur.

Örnek VII

(34) $\sim\{p \vee \sim[qr \vee \sim(pr \vee \sim(pq) \vee r) \vee p(q \vee r)]\} \vee \sim(pq)$

indirgenmiş tam-deyimini tam-indirgeyelim. İlk önce '∧' işaretlerini ve bunlara ilişkin parantezleri yerlerine koyarak birbirinin etki alanına giren '~' işaretlerini numaralıyalım:

$$\underset{1}{\sim}\{\underset{2}{\bar{p} \vee \sim}[(q \wedge r) \vee \underset{3}{\sim}((p \wedge r) \vee \underset{4}{\sim}(\bar{p} \wedge q) \vee r) \vee (\bar{p} \wedge (\bar{q} \vee r))]\} \vee \underset{1}{\sim}(p \wedge q)$$

Şimdi çift numaralı '~' işaretlerinin etki alanında bir değişiklik yapmadan, tek numaralı '~' işaretlerinin etki alanındaki temsilci harfleri değilleyip '∧' ile 'V' işaretlerini değiş-tokuş edelim. Sonra da (tek tek temsilci harflere ilişkin olmıyan) bütün '~' işaretlerini kaldıralım:

$$\bar{p} \wedge [(q \wedge r) \vee ((\bar{p} \vee \bar{r}) \wedge (\bar{p} \wedge q) \wedge \bar{r}) \vee (\bar{p} \wedge (\bar{q} \vee r))] \vee \bar{p} \vee \bar{q}$$

En sonda '∧' işaretlerini ve bunlara ilişkin parantezleri kaldırırsak, tam-indirgenmiş biçimde olan

(35) $\bar{p}[qr \vee (\bar{p} \vee \bar{r})\bar{p}q\bar{r} \vee \bar{p}(\bar{q} \vee r)] \vee \bar{p} \vee \bar{q}$

tam-deyimini elde ederiz.

Alıştırmalar

Aşağıdaki tam-deyimleri, indirgenmiş ve tam-indirgenmiş biçime dönüştürünüz:

1. $(p \vee q) \sim (p \rightarrow r)$
2. $(p \longleftrightarrow q) \vee \sim(\bar{p} \rightarrow \bar{q})$
3. $\sim(p \vee \bar{q}r)(\bar{p} \longleftrightarrow q) \vee p\bar{q}$
4. $\sim[p \vee \sim(p \rightarrow \bar{q}) \vee \sim(p\bar{q})]$
5. $\bar{p} \vee \sim[(p \longleftrightarrow q)(p \vee \bar{q})]$
6. $\sim[p \sim(\sim(p \rightarrow q) \vee q) \vee \bar{q}]$
7. $\sim(\bar{p}q\bar{r}) \vee \sim[p\bar{q} \vee \sim(p \rightarrow r)p\bar{r}]$
8. $\sim[p \sim((p \rightarrow q) \vee \bar{p}(p \vee \bar{q})) \sim(p\bar{q})]$
9. $\sim(p \longleftrightarrow \bar{q}) \sim\{\sim[\sim(\sim(p\bar{q}) \vee q) \vee p] \vee pq\}$
10. $\sim[\sim(p\bar{q} \longleftrightarrow q\bar{r})(p\bar{r} \rightarrow q) \vee p\bar{q}]$

3. DAĞITICILIK, NORMAL ve TAM-NORMAL BİÇİMLER

A. DAĞITICILIK

Cebirde

$$x \times (y + z) = (x \times y) + (x \times z)$$

özelliğinden dolayı, çarpma işleminin toplama işlemi üzerine *dağıtıcı* (distribütif) olduğu söylenir. Aynı şekilde

$$p \wedge (q \vee r) = pq \vee pr$$
$$p \vee (q \wedge r) = (p \vee q)(p \vee r)$$

eşdeğerliklerinden dolayı, hem '$\wedge$' ekleminin '$\vee$' *eklemi üzerine dağıtıcı* olduğu, hem de '$\vee$' ekleminin '$\wedge$' *eklemi üzerine dağıtıcı* olduğu söylenir. (Dikkat edilirse, aritmetik çarpma, toplama üzerine dağıtıcı olduğu halde, toplama, çarpma üzerine dağıtıcı değildir.)

Yukarki eşdeğerliklerin doğruluğu

(36)*a* $p(q \vee r) \longleftrightarrow (pq \vee pr)$

(36)*b* $p \vee (q \wedge r) \longleftrightarrow (p \vee q)(p \vee r)$

kalıplarının birer totoloji olmasından anlaşılır.

'$\wedge$' ile '$\vee$' eklemlerinin *ortaklaştırıcılığı*, *yer-değiştiriciliği* ve *dağıtıcılığı*na dayanarak bu eklemlerle toplama ve çarpma işlemlerine benzeyen işlemler yapabiliriz. Özellikle toplama ve çarpma işaretlerinin

$$(x_1 + \ldots + x_n)(y_1 + \ldots + y_m) = x_1y_1 + \ldots + x_ny_m$$

özelliğine karşılık,

(37) $(p_1 \vee \ldots \vee p_n)(q_1 \vee \ldots \vee q_m) = p_1q_1 \vee \ldots \vee p_nq_m$

ile

(38) $(p_1 \ldots p_n) \vee (q_1 \ldots q_m) = (p_1 \vee q_1) \ldots (p_n \vee q_m)$

eşdeğerliklerini anmak isteriz.

Dağıtıcılık kanunlarına dayanarak

(39)*a* $p \longleftrightarrow q = pq \vee \bar{p}\bar{q}$

eşdeğerliğini kanıtlıyabiliriz. Daha önce kanıtlanan

$$p \longleftrightarrow q = (\bar{p} \vee q)(\bar{q} \vee p)$$

eşdeğerliğinin sağ yanına (37) dağıtıcılık kanununu uygularsak

$$p \longleftrightarrow q = (\bar{p} \vee q)(\bar{q} \vee p) = \bar{p}\bar{q} \vee \bar{p}p \vee q\bar{q} \vee qp$$

elde edilir. Oysa '$\bar{p}p$' ile '$q\bar{q}$' bileşenleri tutarsız olduğundan, bunların yerine 'Y' koyabiliriz. Böylece

$$p \longleftrightarrow q = \bar{p}\bar{q} \vee Y \vee Y \vee Y \vee qp$$

olur. 'Y' harflerini ise sadeleştirme kuralları gereği eleyebiliriz. Böylece

$$p \longleftrightarrow q = \bar{p}\bar{q} \vee qp = pq \vee \bar{p}\bar{q}$$

sonucuna varırız. (39)*a* eşdeğerliği, içinde '$\longleftrightarrow$' geçen tam-deyimleri indirgenmiş biçime çevirmek için çok faydalıdır.

Öte yandan

$$\sim(p \longleftrightarrow q) = \sim(pq \vee \bar{p}\bar{q}) = (\bar{p} \vee \bar{q})(p \vee q) =$$
$$\bar{p}p \vee \bar{p}q \vee \bar{q}p \vee \bar{q}q = Y \vee \bar{p}q \vee \bar{q}p \vee Y =$$
$$\bar{p}q \vee \bar{q}p = p\bar{q} \vee \bar{p}q$$

işlemlerine dayanarak

(39) *b* $\quad \sim(p \longleftrightarrow q) = p\bar{q} \vee \bar{p}q$

eşdeğerliği elde edilir. Bu son eşdeğerlikten de indirgeme için faydalanırız.

Örnekler:

Örnek I. $\bar{p}q \longleftrightarrow (p \vee q\bar{r})$
tam-deyimini (39)*a* yardımiyle indirgeyelim:
$\bar{p}q(p \vee \bar{q}r) \vee \sim(\bar{p}q) \sim (p \vee \bar{q}r)$

Örnek II. $\sim[\bar{p}q \longleftrightarrow (p \vee q\bar{r})]$
tam-deyimini (39)*b* yardımiyle indirgeyelim:
$\bar{p}q \sim (p \vee \bar{q}r) \vee \sim(\bar{p}q)(p \vee \bar{q}r)$

B. NORMAL-BİÇİME DÖNÜŞTÜRME

Tam-indirgenmiş biçimde olan herhangi bir tam-deyimi,

(40) $(p_1 \vee \ldots \vee p_n)(q_1 \vee \ldots \vee q_m) = p_1q_1 \vee \ldots \vee p_nq_m$

genelleşmiş dağıtıcılık kanununu bir veya birkaç defa uygulamak suretile,

(41) $A_1 \ldots A_n \vee B_1 \ldots B_m \vee \ldots$

biçiminde bir çok-bileşenli ayrıklığa dönüştürebiliriz. Bu ayrıklığın her bileşeni çok-bileşenli bir birlikte-evetlemedir. Birlikte-evetlemenin her bileşeni ise yalın tam-deyim diyeceğimiz değillenmiş veya değillenmemiş bir önerme harfinden ($p, \bar{p}, q, \bar{q}, r, \bar{r}, \ldots$) ibarettir. Örneğin tam indirgenmiş

(42) $(p \vee q\bar{r} \vee q)(pq \vee r)$

tam-deyimini (40) gereği

(43) $ppq \vee pr \vee q\bar{r}pq \vee q\bar{r}r \vee qpq \vee qr$

ye dönüştürebiliriz.

Daha önce de belirttiğimiz gibi, çok-bileşenli birlikte-evetlemelerin bileşenlerinin sırasını istediğimiz gibi değiştirebilir, geçiş sayısı birden çok olan bileşenlerin geçiş sayısını bire indirebiliriz.

Sıra değıştirmesi

(44) $pq = qp$

yer-değiştiricilik kanununa, bire indirme ise

(45) $pp = p$

denkgüçlülük kanununa dayanır.

Örneğin (43) tam-deyimini

(46) $pq \vee pr \vee pq\bar{r} \vee q\bar{r}r \vee pq \vee qr$

biçimine dönüştürebiliriz.

Dikkat edilirse, (46) nın ana-bileşenleri durumunda olan çok-bileşenli birlikte-evetlemelerin kurulu oldukları yalın tam-deyimler birbirinden farklıdır. Ancak (46) yı daha da sadeleştirmek mümkündür. Nitekim (46) nın dördüncü bileşeni olan

(47) $q\bar{r}r$

tam-deyimi,

(48) $\bar{r}r = Y$

ve

(49) $qY = Y$

gereği, Y ye indirgenir. Öte yandan

(50) $A \vee Y = A$

uyarınca, (46) yı

(51) $pq \vee pr \vee pq\bar{r} \vee pq \vee qr$

ye dönüştürebiliriz. Ayrıca 'pq' tam-deyiminin (51) in hem birinci hem dördüncü bileşeni durumunda geçtiğini görüyoruz. Böylece (51) i

(52) $p \vee p = p$

denkgüçlülük kanunu gereği,

(53) $pq \vee pr \vee pq\bar{r} \vee qr$

biçimine dönüştürebiliriz.

İşte (53) biçiminde olan tam-deyimlere *normal-biçimler* (normal-formlar) denir. Normal-biçimleri şöyle tanımlıyabiliriz:

1. Her normal-biçim bir *çok-bileşenli ayrıklıktır*. Bu bileşenlere *temel-bileşenler* diyoruz. Temel-bileşenlerin sayısı $n \geq 1$ dir. Bu temel-bileşenler birbirinden hep farklıdır.

2. Her *temel-bileşen* bir-çok bileşenli birlikte-evetlemedir. Bu birlikte evetlemenin bileşenleri, birbirinden farklı olan, üstelik ayrı önerme harflerinden kurulu olan *yalın tam-deyimlerdir*.

Görüldüğü gibi, her normal-biçim tam indirgenmiş biçimdedir. Ama her tam-indirgenmiş tam-deyimin bir normal-biçim olmadığını belirtmek gerek. Örneğin, tam-indirgenmiş biçimde olan (42) tam-deyimi bir normal-biçim değildir.

Her normal-biçim *tutarlı* bir tam-deyimdir. Bunu şöyle kanıtlıyabiliriz: Normal-biçimin belli bir temel-bileşenini göz önüne alalım. Bu temel-bileşende geçen her değillenmemiş önerme harfinin yerine 'D', her değillenmiş önerme harfinin yerine de 'Y' koyalım. Böylece temel-bileşenin tümü 'D' değerini alır. Bu halde normal-biçim $A \vee D$ biçiminde olur. Oysa $A \vee D = D$ dir. Şu halde normal-biçimin belli bir değerleme için 'D' değerini aldığını, dolayısiyle *tutarlı* olduğunu görüyoruz.

İmdi yukarda gösterilen yöntemle herhangi bir tam-deyimi ya bir normal-biçime ya 'Y' ye dönüştürebiliriz. Tam-deyimin, normal-biçime dönüşürse *tutarlı* olduğu, 'Y' ye dönüşürse *tutarsız* olduğu anlaşılır.

C. TAM-NORMAL BİÇİME DÖNÜŞTÜRME

Bir normal-biçimin her temel-bileşeni aynı önerme harflerinden kurulu ise, normal-biçime *tam-normal biçim* denir. Herhangi bir normal biçimi bir tam-normal biçime dönüştürebiliriz. Bu amaçla her temel-bileşene, bu bileşende eksik olan önerme harflerini katmak gerekir. Bunu şöyle gerçekleştirebiliriz: A bir temel-bileşen, 'r' bu temel-bileşende eksik olan bir önerme harfi olsun. O zaman A temel-bileşenini ilk önce

(54) $A(r \vee \bar{r})$

ye dönüştürürüz. '$r \vee \bar{r}$' deyimi 'D' ile eşdeğer olduğundan, (54) tam-deyimi A ile eşdeğerdir. (Nitekim $A \wedge D = A$) . Ondan sonra (54) ü

(55) $Ar \vee A\bar{r}$

biçimine dönüştürürüz. Böylece A temel-bileşeni yerine 'Ar' ile '$A\bar{r}$' gibi yeni iki temel-bileşen koymuş oluyoruz. Örneğin

(56) $p\bar{q} \vee r$

normal-biçimini bir tam-normal biçime dönüştürelim. Bu amaçla önce

(57) $p\bar{q}(r \vee \bar{r}) \vee (p \vee \bar{p})(q \vee \bar{q})r$

tam-deyimini meydana getiririz. Sonra (57) tam-deyimine dağıtıcılık kanununu uygulayarak

(58) $p\bar{q}r \vee p\bar{q}\bar{r} \vee pqr \vee p\bar{q}r \vee \bar{p}qr \vee \bar{p}\bar{q}r$

ye dönüştürürüz. (58) in birinci ile dördüncü bileşenleri özdeş olduğundan, denkgüçlülük kanununu uygulayarak, (58)i

(59) $p\bar{q}r \vee p\bar{q}\bar{r} \vee pqr \vee \bar{p}qr \vee \bar{p}\bar{q}r$

ye dönüştürürüz. (59), aranan tam-normal biçimdir.

Herhangi bir (tutarlı) tam-deyimin tam-normal biçimini bir de doğruluk çizelgesine dayanarak (hiçbir dönüştürme yapmadan) elde etmek mümkündür. Bu amaçla başvurulacak yol şöyledir: İlk önce verilen tam-deyime D' değerini veren değerlemeleri buluruz. Yani doğruluk çizelgesinin sağ yanındaki sütunda geçen 'D' lerin hizasındaki çizelgenin sol yanında bulunan doğruluk değeri dizilerini tespit ederiz. Ondan sonra bu dizilerde geçen 'D' ve 'Y' ler yerine bunların üstünde bulunan önerme temsilcileri yazılır: Şöyle ki 'D' yerine önerme temsilcisinin kendisi, 'Y' yerine ise önerme temsilcisinin değillemesi konur. Böylece her diziden belli bir temel-bileşen elde edilmiş olur. Bu temel-bileşenlerin ayrıklığı ise aranan tam-normal biçimi meydana getirir.

Örnekler:

Örnek I.

(60)

	p	q	r	
(pqr)	D	D	D	D
$(pq\bar{r})$	D	D	Y	Y
$(p\bar{q}r)$	D	Y	D	D
$(p\bar{q}\bar{r})$	D	Y	Y	D
$(\bar{p}qr)$	Y	D	D	D
$(\bar{p}q\bar{r})$	Y	D	Y	Y
$(\bar{p}\bar{q}r)$	Y	Y	D	D
$(\bar{p}\bar{q}\bar{r})$	Y	Y	Y	Y

doğruluk çizelgesinden bir hamlede (59) tam-normal biçimini elde edebiliriz.

Örnek II. $p\bar{q} \vee \bar{p}qr \vee p \vee p\bar{r}$

normal biçimini tam-normal biçime çevirelim ve doğruluk çizelgesini yapalım.

$p\bar{q}\,(r \vee \bar{r}) \vee \bar{p}qr \vee p(q \vee \bar{q})(r \vee \bar{r}) \vee p\bar{r}\,(q \vee \bar{q})$

$p\bar{q}r \vee p\bar{q}\bar{r} \vee \bar{p}qr \vee p(qr \vee \bar{q}r \vee q\bar{r} \vee \bar{q}\bar{r}) \vee p\bar{r}q \vee p\bar{r}\bar{q}$

$p\bar{q}r \vee p\bar{q}\bar{r} \vee \bar{p}qr \vee pqr \vee pq\bar{r} \vee p\bar{q}r \vee p\bar{q}\bar{r} \vee pq\bar{r} \vee p\bar{q}\bar{r}$

Burada sadeleştirme yapabilmek için ilk önce bir sıralama yapalım. Başa 'p', sonra 'q', sonra 'r' ve yine sırası ile bunların değillenmiş hallerini kapsayan temel-bileşenleri yazalım:

$pqr \vee pq\bar{r} \vee pq\bar{r} \vee p\bar{q}r \vee p\bar{q}r \vee p\bar{q}\bar{r} \vee p\bar{q}\bar{r} \vee \bar{p}qr$

Denkgüçlülük gereği sadeleştirme yaparsak

$pqr \vee pq\bar{r} \vee p\bar{q}r \vee p\bar{q}\bar{r} \vee \bar{p}qr$

tam-normal biçimini bulmuş oluruz. Şimdi bunun doğruluk çizelgesini hemen yazabiliriz:

	p	q	r	$(pqr \vee pq\bar{r} \vee p\bar{q}r \vee p\bar{q}\bar{r} \vee \bar{p}qr)$
(pqr)	D	D	D	D
$(pq\bar{r})$	D	D	Y	D
$(p\bar{q}r)$	D	Y	D	D
$(p\bar{q}\bar{r})$	D	Y	Y	D
$(\bar{p}qr)$	Y	D	D	D
$(\bar{p}q\bar{r})$	Y	D	Y	Y
$(\bar{p}\bar{q}r)$	Y	Y	D	Y
$(\bar{p}\bar{q}\bar{r})$	Y	Y	Y	Y

Tam-normal biçime ait olan temel-bileşenlerin hizasına 'D' yazıp boş kalan yerlere ise 'Y' yazarsak, doğruluk çizelgesini yapmış oluruz.

Örnek III. $(p \longleftrightarrow \bar{q})(\bar{p} \rightarrow r) \vee p\bar{q}(\bar{r} \vee \bar{p}) \vee r\bar{p}$

tam-deyimini tam-normal biçime çevirerek doğruluk çizelgesini yapınız:

$$(p\bar{q} \vee \bar{p}q)(p \vee r) \vee \bar{p}q\bar{r} \vee p\bar{q}\bar{p} \vee r\bar{p}$$

Dağıtıcılığı uygularken sıraya koymak daha iyi olacağından,

$$pp\bar{q} \vee pqr \vee \bar{p}pq \vee \bar{p}qr \vee p\bar{q}\bar{r} \vee p\bar{p}\bar{q} \vee \bar{p}r.$$

Çelişme ve denkgüçlülük kanunlarını uygularsak,

$$p\bar{q} \vee p\bar{q}r \vee Y \vee \bar{p}qr \vee p\bar{q}\bar{r} \vee Y \vee \bar{p}r =$$
$$p\bar{q} \vee p\bar{q}r \vee \bar{p}qr \vee p\bar{q}\bar{r} \vee \bar{p}r$$

elde edilir. Bunu da tam-normal biçime dönüştürelim:

$$p\bar{q}(r \vee \bar{r}) \vee p\bar{q}r \vee \bar{p}qr \vee p\bar{q}\bar{r} \vee \bar{p}r(q \vee \bar{q})$$
$$p\bar{q}r \vee p\bar{q}\bar{r} \vee p\bar{q}r \vee \bar{p}qr \vee p\bar{q}\bar{r} \vee \bar{p}qr \vee \bar{p}\bar{q}r$$

Sıralar ve sadeleştirirsek

$$p\bar{q}r \vee p\bar{q}\bar{r} \vee \bar{p}qr \vee \bar{p}\bar{q}r$$

tam-normal biçimi elde edilir. Şimdi doğruluk çizelgesini yapalım.

p	q	r	
D	D	D	Y
D	D	Y	Y
D	Y	D	D
D	Y	Y	D
Y	D	D	D
Y	D	Y	Y
Y	Y	D	D
Y	Y	Y	Y

Biraz daha dikkat istemesine karşılık normal biçimden de (tam-normal biçime geçmeden) doğruluk çizelgesi elde edilebilir.

Alıştırmalar

(I) Aşağıdaki tam-deyimleri en kısa yoldan indirgenmiş biçime dönüştürünüz:

1. $(p\bar{q}r \longleftrightarrow \bar{p}r) \vee (\bar{p} \rightarrow pr)$
2. $\sim(pq \longleftrightarrow \bar{p})(p \longleftrightarrow \bar{q}r)$
3. $\sim[\sim(p\bar{q} \vee r) \longleftrightarrow pq)]$
4. $\sim[\sim(p\bar{r} \vee \bar{q}r) \longleftrightarrow (\bar{p}q\bar{r} \vee \bar{p}q)]$
5. $(pq \rightarrow \bar{p}r) \longleftrightarrow \sim(\bar{p} \longleftrightarrow \bar{q}r)$
6. $\sim[(p \longleftrightarrow \bar{q}r) \rightarrow \sim(p \vee \bar{q})] \longleftrightarrow \bar{p}$
7. $\sim\{\sim[p\bar{q} \rightarrow (\bar{p} \vee qr)] \longleftrightarrow (\bar{p}r \vee q)\}$

(II) Aşağıdaki indirgenmiş tam-deyimleri normal ve tam-normal biçime getiriniz ve doğruluk çizelgelerini yapınız:

1. $(p \vee q) \sim (\bar{p} \vee qr)$
2. $p(p\bar{q} \vee q\bar{r}) \vee (p\bar{q} \vee \bar{q}\,\bar{r})r$
3. $\bar{p}r(qr \vee \bar{q}p) \vee \sim (\bar{p}q \vee p\bar{q})$
4. $(t \vee \bar{s}) \vee \sim (rt \vee s)$
5. $\bar{p}q\,[\bar{r}q \vee q\bar{p} \vee p\,(\bar{r} \vee q)]$
6. $p\bar{q}\,[p\bar{r}\,(qr \vee \bar{q}) \vee q(\bar{q}r \vee p\bar{r})]$
7. $(\bar{p}r \vee \bar{r}q \vee r)q \vee \sim (p\bar{q} \vee q\bar{r})$
8. $\bar{p}q(\bar{r}q \vee \bar{p}\bar{q}) \vee \sim (p\bar{q} \vee r)$
9. $(p\bar{q} \vee qr \vee p\bar{r})(pq \vee \bar{q}r \vee \bar{p}r)$
10. $p \vee \sim (\bar{q} \vee r) \vee q \vee r(r \vee \bar{p})$

4. İKİLİLİK (DÜALITE)

A. İKİLİLİK (DÜALİTE) DÖNÜŞTÜRMELERİ

Herhangi bir indirgenmiş tam-deyimde, birlikte-evetleme eklemiyle ayrıklık ekleminin değiş-tokuş edilmesiyle elde edilen tam-deyime ilkinin *asalikili*'si denir. Böyle bir değiş-tokuştan ibaret olan dönüştürmeye de *asal ikililik dönüştürmesi* diyoruz. Örneğin '$p \vee q$' nün asal ikilisi '$p \wedge q$' veya kısaca 'pq' dür. Genel olarak,

(61) $f(p_1, \ldots, p_n, \sim, \wedge, \vee)$

indirgenmiş tam-deyiminin asal ikilisi

(62) $f(p_1, \ldots, p_n, \sim, \vee, \wedge)$

dir.

Verilen bir indirgenmiş tam-deyimin asal ikilisini bulmak için ilk önce eksik olan bütün '$\wedge$' işaretlerinin ve parantezlerin konulması çok faydalıdır.

Örneğin

(63) $p\bar{q} \vee qr$

nün asal ikilisini bulalım. İlk önce (63) ü

(64) $(p \wedge \bar{q}) \vee (q \wedge r)$

biçimine çeviririz. Ondan sonra (64) e asal ikililik dönüştürmesini uygulayarak

(65) $(p \vee \bar{q}) \wedge (q \vee r)$

tam-deyimini elde ederiz. (65) tam-deyimi (63) ün aşal ikilisidir.

A gibi bir tam-deyimin B asal ikilisiyle eşdeğer olan C gibi herhangi bir tam deyimi de A nın ikilisi sayarız. A nın ikilisi olan herhangi bir tam-deyimi A^* biçiminde göstereceğiz.

İndirgenmiş olmıyan bir tam-deyimin ikililerini, bu tam-deyimin indirgenmiş biçiminin ikilileri şeklinde tanımlıyoruz. A herhangi bir (indirgenmiş veya indirgenmemiş) tam-deyim oldukta, A nın herhangi bir ikilisini gene A^* biçiminde göstereceğiz.

(66) $(A^*)^* = A$

Herhangi bir tam-deyimin ikilisinin ikilisi bu tam-deyimle eşdeğerdir.

(67) $\sim f(\bar{p}_1, \ldots, \bar{p}_n) = [f(p_1, \ldots, p_n)]^*$

$f(p_1, \ldots, p_n)$ gibi herhangi bir tam-deyimde, biryol tek tek bütün önerme-temsilcilerini değillemek, bir de tam-deyimin tümünü değillemek suretiyle elde edilen tam-deyim, $f(p_1, \ldots, p_n)$ nin ikilisidir.

(68) $\sim f(\bar{p}_1, \ldots, \bar{p}_n)$

tam-deyimine

(69) $f(p_1, \ldots, p_n)$

tam-deyiminin *değillemeli-ikilisi* diyeceğiz. Verilen bir tam-deyimin tek tek önerme-temsilcilerini değilleyip elde edilen tam-deyimin tümünün değillenmesinden ibaret olan dönüştürmeye de *değillemeli ikililik* dönüştürmesi diyoruz.

(67) eşdeğerligini Shannon kanununa dayanarak şöyle kanıtlıyabiliriz: İlk önce (69) un indirgenmiş biçimini göz önüne alalım. Bu da

(70) $g(p_1, \ldots, p_n, \sim, \wedge, \vee)$

olsun.

(71)
1. $f(p_1, \ldots, p_n) = g(p_1, \ldots, p_n, \sim, \wedge, \vee)$
2. $\sim f(\bar{p}_1, \ldots, \bar{p}_n) = \sim g(\bar{p}_1, \ldots, \bar{p}, \sim, \wedge, \vee)$
3. $[f(p_1, \ldots, p_n)]^* = g(p_1, \ldots, p_n, \sim, \vee, \wedge)$ (asal ikililik)
4. $\sim g(\bar{p}_1, \ldots, \bar{p}_n, \sim, \wedge, \vee) = g(p_1, \ldots, p_n, \sim, \vee, \wedge)$ (Shannon kanunu)
5. $\sim f(\bar{p}_1, \ldots, \bar{p}_n) = [f(p_1, \ldots, p_n)]^*$ (2., 3., 4. gereği)

(72) *İkililik ilkesi:* (a) $A \rightarrow B$ geçerli ise, $B^* \rightarrow A^*$ geçerlidir.
(b) $A \leftrightarrow B$ geçerli ise, $A^* \leftrightarrow B^*$ geçerlidir.
(c) $A \equiv B$ ise, $A^* \equiv B^*$

Kanıt (a): $A = f(p_1, \ldots, p_n)$, $B = g(p_1, \ldots, p_n)$ olsun.

1. $A \rightarrow B$ geçerlidir (öncül)
2. $f(p_1, \ldots, p_n) \rightarrow g(p_1, \ldots, p_n)$ geçerlidir
3. $f(\bar{p}_1, \ldots, \bar{p}_n) \rightarrow g(\bar{p}_1, \ldots, \bar{p}_n)$ geçerlidir
4. $(p \rightarrow q) \equiv (\bar{q} \rightarrow \bar{p})$
5. $\sim g(\bar{p}_1, \ldots, \bar{p}_n) \rightarrow \sim f(\bar{p}_1, \ldots, \bar{p}_n)$ geçerlidir (3, 4 gereği)
6. $[g(p_1, \ldots, p_n)]^* \rightarrow [f(p_1, \ldots, p_n)]^*$ geçerlidir
7. $B^* \rightarrow A^*$ geçerlidir.

Kanıt (b): $A \leftrightarrow B$ geçerli olsun. O zaman gerek $A \leftrightarrow B$, gerekse $B \rightarrow A$ geçerli olur. Dolayısıyle (72 a) gereği hem $B^* \rightarrow A^*$ hem $A^* \rightarrow B^*$ geçerlidir. Şu halde $A^* \leftrightarrow B^*$ geçerlidir.

Kanıt (c): $A \equiv B$ olsun. '$\equiv$' eşdeğerlik işareti şöyle tanımlanır:

(73) *Tanım:* $A \equiv B =_{Dk} A \leftrightarrow B$ geçerlidir.

1. $A \equiv B$ (öncül)
2. $A \leftrightarrow B$ geçerlidir
3. $A^* \leftrightarrow B^*$ geçerlidir ((72 b) gereği)
4. $A^* \equiv B^*$.

İkililik ilkesi yardımiyle bir çok mantık kanununu, daha önce kanıtlanmış olan başka mantık kanunlarından türetmek mümkündür. Örneğin daha önce sözü geçen kanunlar arasında (11) ile (12), (14) ile (15), (17) ile (18), (22) ile (23), (24)*a* ile (24)*b*, (36)*a* ile (36)*b*, (37) ile (38) birbirinden ikililik ilkesi yardımyile türetilebilirler.

B. "VE"Lİ NORMAL-BİÇİME DÖNÜŞTÜRME

Normal-biçimlerin asal ikilileri, her bileşeni çok-bileşenli ayrıklık durumunda olan *çok-bileşenli birlikte-evetlemeler*'dir. Bu türlü deyimlere *"ve"li normal-biçimler* (veya *birliksel normal-biçimler*) diyoruz. Daha önce gördüğümüz normal-biçimlere de *"veya"lı normal-biçimler* (veya *ayrıksal normal-biçimler*) diyeceğiz. Gördüğümüz gibi, her "veya"lı normal-biçimin asal ikilisi bir "ve"li normal biçimdir. Tersine, her "ve"li normal-biçimin asal ikilisi bir "veya"lı normal-biçimdir.

Örneğin (53) "veya"lı normal-biçiminin asal ikilisi olan

(74) $(p \vee q)(p \vee r)(p \vee q \vee \bar{r})(q \vee r)$

bir "ve"li normal-biçimdir.

Her "ve"li normal-biçim geçersizdir. Bunu şöyle kanıtlıyabiliriz: Normal biçimin belli bir temel-bileşenini göz önüne alarak bu bileşende geçen her önerme-temsilcisine değillenmemiş veya değillenmiş olduğuna bakarak 'Y' veya 'D' değerini verelim. O zaman temel-bileşen bu değerleme için 'Y' değerini alır. Böyle bir halde "ve"li normal-biçimimiz tüm olarak $Y \wedge A$ biçimini alır. Oysa $Y \wedge A = Y$. Şu halde "ve"li normal-biçimin söz konusu değerleme için 'Y' değerini aldığını, dolayısiyle *geçersiz* olduğunu görüyoruz.

Verilen herhangi bir geçersiz tam-deyimi, "ve"li normal biçime dönüştürmek için tam-deyimi, ilk önce tam -indirgenmiş biçime dönüştürür sonra

(75) $p_1 \ldots p_n \vee q_1 \ldots q_m = (p_1 \vee q_1) \ldots (p_n \vee q_m)$

genelleşmiş dağıtıcılık kanununu uygularız. En sonda gerekli sadeleştirmeleri yaparız.

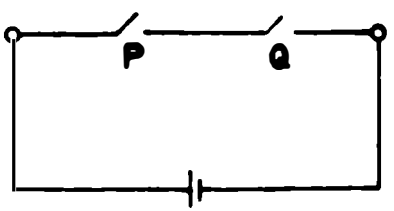
IV. BÖLÜM

ÖNERMELER MANTIĞININ PRATİK ALANDA UYGULAMALARI

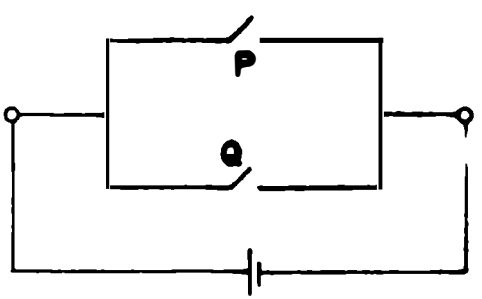
Önermeler mantığının pratik alana önemli uygulamaları vardır. En önemli uygulama elektrik ve elektronik devrelerin ve genel olarak her türlü *"anahtarlı devreler"*in (switching circuits) incelenmesidir. *"Elektronik beyinler"* denilen otomatik hesap makinaları, birtakım elektrik ve elektronik devrelerinden kurulu olduğundan, önermeler mantığı bu makinelerin genel teorisi çerçevesi içinde önemli bir yer tutar.

İmdi önermeler mantığının anahtarlı devrelere uygulanmasının temeli, bir yandan anahtarların *seri bağlanması* ile önermelerin *birlikte-evetlemesi* arasında, öbür yandan da anahtarların *paralel bağlanması* ile önermelerin *ayrıklığı* arasında olan tekabüldür.

Bunu açıklamak için aşağıdaki iki elektrik devresini inceleyelim:



(Şekil 1)



(Şekil 2)

Şekil 1 *seri bağlanmış*, Şekil 2 ise *paralel bağlanmış* iki anahtarlı birer devreyi göstermektedir. (Anahtarları 'P', 'Q', 'R', ... gibi büyük harflerle gösteriyoruz.) İmdi:

'p' temsilci harfi *'P anahtarı kapalıdır'* önermesini,

'q' temsilci harfi *'Q anahtarı kapalıdır'* önermesini,

'r_1' temsilci harfi *'Şekil 1 deki devre kapalıdır'* önermesini,

'r_2' temsilci harfi *'Şekil 2 deki devre kapalıdır'* önermesini

göstersin. O zaman aşağıdaki iki doğruluk çizelgesini elde ederiz:

(1)

p	q	r_1
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	Y
Y	Y	Y

(2)

p	q	r_2
D	D	D
D	Y	D
Y	D	D
Y	Y	Y

Nitekim *seri* bağlanmış P ile Q anahtarlarından kurulu Şekil 1 deki devrede hem P hem Q anahtarları kapalı ise devre kapalıdır. P ile Q anahtarlarından biri veya her ikisi kapalı değilse, devre kapalı değildir. Öte yandan *paralel* bağlanmış P ile Q anahtarlarından ancak hiçbiri kapalı değilse, devre kapalı değildir.

Dikkat edilirse, (1), *birlikte-evetleme* ekleminin, (2) ise *ayrılık-ekleminin* doğruluk çizelgesidir. Böylece (1) doğruluk çizelgesi

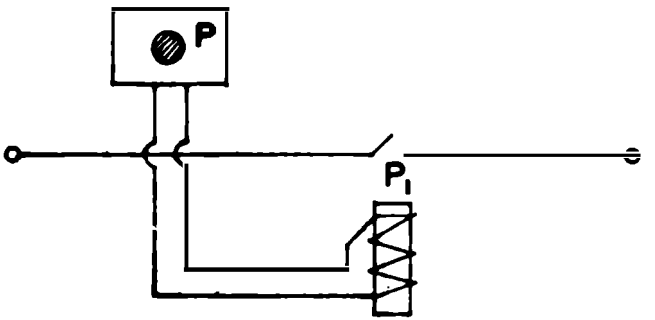
(3) $r_1 = p \wedge q$

eşdeğerliğini, (2) doğruluk çizelgesi de

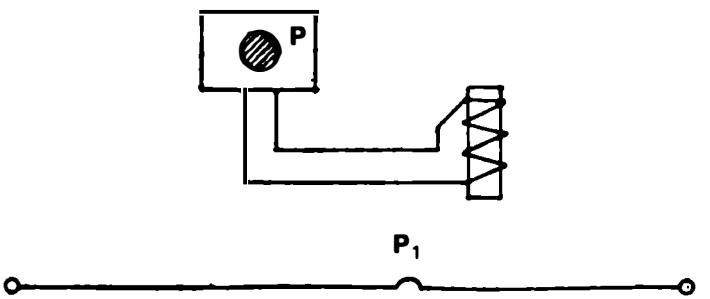
(4) $r_2 = p \vee q$

eşdeğerliğini ortaya çıkarıyor. (3) eşdeğerliği *seri bağlama* ile *birlikte-evetleme* arasındaki tekabülü, (4) eşdeğerliği de *paralel bağlama* ile *ayrıklık* arasındaki tekabülü dile getirir.

İmdi bir devrenin anahtarları dışarıdan (söz gelişi bir takım kumanda düğmeleri ile) işletilebilir. Belli bir kumanda düğmesi bir veya daha çok sayıda anahtarı işletir. Düğmeye basınca, düğmenin işlettiği anahtar veya anahtarların durumu değişir: *Normal halde açık* olan anahtar, düğmenin basılmasiyle kapanır, *normal halde kapalı* olan anahtar ise açılır. Böylece "normal halde açık" ile "normal halde kapalı" olmak üzere iki türlü anahtar ayırdediyoruz. ("Normal hal", işleten kumanda düğmesinin serbest yani basılmamış hali demektir.) Şekil 3, normal halde açık olan bir anahtarı, şekil 4 ise normal halde kapalı olan bir anahtarı gösteriyor. Her iki şekilde de anahtar bir elektromıknatıs yardımıyla işletilmektedir. Şekil 3 te elektromıknatıstan akım geçmeyince P_1 anahtarı açıktır. P kumanda düğmesine basınca elektromıknatıstan akım geçer, böylece P_1 anahtarı kapatılır. Şekil 4 te ise elektromıknatıstan akım geçmediği sürece P_1 anahtarı kapalı kalır. P kumanda düğmesine basmakla elektromıknatıstan akım geçip P_1 anahtarı açılır.

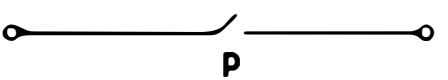


(Şekil 3)



(Şekil 4)

Şekil 3 te olduğu gibi *normal halde açık* olan bir anahtarı



(Şekil 5)

biçiminde, Şekil 4 te olduğu gibi normal halde kapalı bir anahtarı da



p

(Şekil 6)

biçiminde temsil edeceğiz.

Normal halde açık anahtarı 'p' ile, normal halde kapalı anahtarı da 'p' ile belirtmemizin sebebini şöyle açıklıyabiliriz:

P kumanda düğmesine basılmıştır

önermesini 'p' ile,

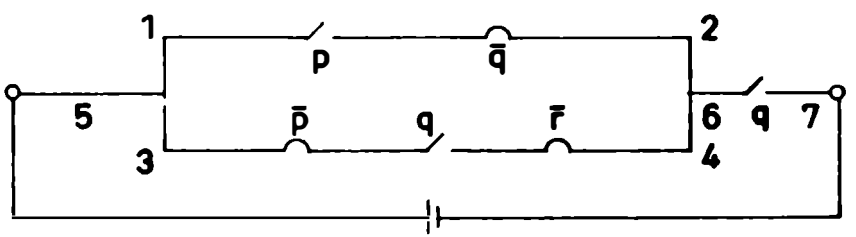
P_1 anahtarı kapalıdır

önermesini de 'p_1' ile temsil edelim. O zaman P_1 anahtarı normal halde açık ise, $p_1 = p$; P_1 anahtarı normal halde kapalı ise, $p_1 \equiv \bar{p}$ olur. Böylece normal halde açık bir anahtarın kapalı olmasının gerekli ve yeterli şartının p olduğunu, normal halde kapalı bir anahtarın açık olmasının gerekli ve yeterli şartının ise $\bar{p}$ olduğunu görüyoruz.

P kumanda düğmesi $P_1, P_2, \ldots, P_n$ gibi birden çok sayıda anahtarı işletebilir. Bu n tane anahtardan bazısı normal halde açık, bazısı da normal halde kapalı olabilir. Normal halde açık olanların her birini 'p' ile, normal halde kapalı olanların her birini de '$\bar{p}$' ile belirtebiliriz. Nitekim

P_i anahtarı kapalıdır $(i = 1, 2, \ldots, n)$

önermelerini 'p_i' $(i = 1, 2, \ldots, n)$ biçiminde temsil ettiğimizde, P_i anahtarı normal halde açık ise $p_i \equiv p$, P_i anahtarı normal halde kapalı ise $p_i \equiv \bar{p}$ olur. Örneğin



(Şekil 7)

devresini gözönüne alalım. Bu devrede 6 anahtar vardır. Ancak bu anahtarlar 'p', 'q' ve 'r' olmak üzere sadece 3 harf ile belirtilmiş olduğundan devre P, Q, R gibi 3 kumanda düğmesi tarafından işletilir. P düğmesi biri normal durumda açık öbürü normal durumda kapalı olan iki anahtarı, Q düğmesi

ikisi normal durumda açık öbürü normal durumda kapalı olan üç anahtarı, R düğmesi de normal durumda kapalı olan bir tek anahtarı işletmektedir.

İmdi, Şekil 7 deki devrenin *kapalı* olmasının gerekli ve yeterli şartını dile getiren önermeler mantığına ait bir tam-deyimi bulmağa çalışalım. Bu amaçla devrenin bileşenleri durumunda olan çeşitli alt-devrelerin karşılığı olan tam-deyimleri ortaya çıkarıp bunları birleştirmek suretiyle tüm devrenin tam-deyimini elde edebiliriz. İşte alt-devrelerin uçlarını numaralıyalım. Gördüğümüz gibi (1, 2) alt-devresinin karşılığı '$p\bar{q}$', (3, 4) alt-devresinin karşılığı '$\bar{p}q\bar{r}$', (1, 2) ile (3, 4) ün paralel bağlanmasından kurulu (5, 6) alt-devresinin karşılığı

$$p\bar{q} \vee \bar{p}q\bar{r}$$

dır. İmdi devrenin tümü, yani (5, 7) devresi (5, 6) alt-devresi ile (6, 7) alt-devresinin seri bağlanmasından kuruludur. (6, 7) nin karşılığı 'q' olduğuna göre, tüm devrenin karşılığı

(5) $(p\bar{q} \vee \bar{p}q\bar{r})q$

tam-deyimidir. (5) tam-deyimi, Şekil 7 deki devreyi tam olarak tasvir eder.

Nitekim sadece (5) tam-deyimine dayanarak sözü geçen devreyi yeniden çizmek mümkündür. İşte verilen bir devreyi tasvir eden önermeler mantığına ait tam-deyimin elde edilmesine devrenin *"analizi"* i denir. Verilen bir devrenin analizi, böylece bu devrenin kumanda düğmelerinin hangi durumlarında kapalı hangi durumlarında açık olduğunun tespit edilmesini geniş ölçüde kolaylaştırır. Nitekim bunun için, analiz sonucunda elde edilen tam-deyimin doğruluk çizelgesini ortaya koymamız yeter. Çizelgenin sağındaki 'D' harfleri devrenin kapalı olduğunu, 'Y' harfleri ise açık olduğunu gösterir. Örneğin, (5) tam-deyiminin doğruluk çizelgesini kuralım. Bu amaçla (5) i ilk önce sadeleştirelim:

$$(p\bar{q} \vee \bar{p}q\bar{r})q = p\bar{q}q \vee \bar{p}q\bar{r}q = \bar{p}q\bar{r}$$

Söz konusu (5) tam-deyimi '$\bar{p}q\bar{r}$' ile eşdeğer olduğuna göre, doğruluk çizelgesi

(6)

p	q	r	$(p\bar{q} \vee \bar{p}q\bar{r})q$
D	D	D	Y
D	D	Y	Y
D	Y	D	Y
D	Y	Y	Y
Y	D	D	Y
Y	D	Y	D
Y	Y	D	Y
Y	Y	Y	Y

biçimindedir. Buna göre Şekil 7 deki devrenin ancak P düğmesine basılmadığı, Q düğmesine basıldığı ve R düğmesine basılmadığı zaman *kapalı* olduğu, bütün öteki hallerde ise *açık* olduğu ortaya çıkar.

Öte yandan kumanda düğmelerinin hangi durumlarında kapalı, hangi durumlarında açık olduğu bilinen en elverişli bir devrenin kurulmasına bu devrenin *"sentez"*i denir. Devrelerin sentezi şöyle yapılır: İlk önce verileri bir doğruluk çizelgesi halinde toplarız. Sonra bu doğruluk çizelgesinin belirlediği tam-normal biçimi meydana getiririz. En sonda da bu tam-normal biçimi mümkün olduğu kadar sadeleştirerek elde edilen en kısa tam-deyimin tasvir ettiği devreyi kurarız. Bu devre, verilen şartları yerine getiren en elverişli ve en ucuz devredir. Nitekim tam-deyim ne kadar kısa olursa, tasvir ettiği devrenin anahtar ve kumanda düğmelerinin sayısı o kadar az olup devrenin maliyeti de o oranda düşük olur.

Devrelerin sentezine örnek olarak P ve Q gibi iki kumanda düğmesi ile işletilen ve Q ye basmadan P ye basıldığı zaman açık olup bütün öteki hallerde kapalı olan en elverişli bir devreyi kurmağa çalışalım. Sözü geçen şartları

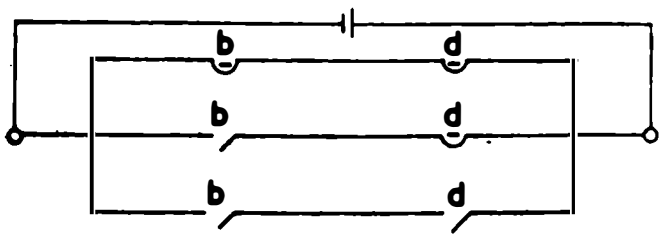
(7)

p	q	devre kapalıdır
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	D
Y	Y	D

doğruluk çizelgesi halinde toplıyabılıriz. (7) çizelgesinin belirlediği tam-normal biçim

(8) $pq \vee \overline{p}q \vee \overline{p}\overline{q}$

dür. Bu tam-deyimin tasvir ettiği devre



(Şekil 8)

biçimindedir. Bu devre, istenilen şartları yerine getirmekle birlikte, söz konusu şartları yerine getiren en elverişli bir devre olmaktan uzaktır. Dola-

yısıyle aradığımız devreyi elde etmek için (8) tam-normal biçimini sadeleştirmek gerek:

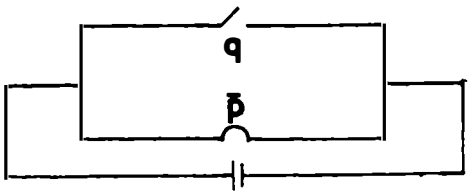
$$pq \vee pq \vee \bar{p}\bar{q} \equiv pq \vee p(q \vee q) \equiv pq \vee p \equiv$$

$$p \vee pq \equiv (p \vee p)(p \vee q) \equiv p \vee q^{*}$$

Böylece en elverişli devreyi tasvir eden tam-deyimin

(9) $p \vee q$

olduğunu görüyoruz. (9) tam-deyiminin tasvir ettiği devreyi aşağıda gösteriyoruz.



(Şekil 9)

Bu devre ilk başta verilen şartları yerine getirir. Nitekim (9) ile (8) tam-deyimleri eşdeğerdir. Ancak Şekil 9 daki devrenin çok daha elverişli ve ucuz olduğu meydandadır. 6 yerine sadece 2 anahtarı vardır.

Bunun gibi, su, havagazı şebekeleri ile trafik lâmbaları ve elektronik beyinler de, aynı esasa göre çalışır.

Alıştırmalar

Aşağıdaki tam-deyimleri tam-indirgenmiş ve normal biçime dönüştürerek her birinin devresini çiziniz:

1. $(p \rightarrow q) \sim (pq \vee r)$
2. $p(q \vee rp) \vee \sim (q \rightarrow r)$
3. $\sim (p \longleftrightarrow q) \vee (q \rightarrow rp)$
4. $\sim (pq \rightarrow r) \vee pr(q \vee r)$
5. $(p\bar{q} \vee qr)\, p \vee \sim (p \rightarrow r)$
6. $p \vee qr(p \vee \sim (qr)) \vee pq$
7. $p \vee q(r \vee sp) \vee psr$
8. $(pr \longleftrightarrow qs) \vee pq \vee rs$
9. $[(q \vee r) \rightarrow (q \longleftrightarrow p)] \rightarrow (p \vee r)$
10. $[p \rightarrow (q \vee \bar{q}r)] \rightarrow [(q \rightarrow r) \vee (q\bar{p} \longleftrightarrow q)]$

* Burada 'pVqr ≡ (pVq)(pVr)' dağıtıcılık kanununu uyguluyoruz.

İKİNCİ KISIM

NİCELEME MANTIĞI

V. BÖLÜM

NİCELEME MANTIĞININ ANA - KAVRAMLARI

1. NİCELEYİCİLER

Geçen Kısımda, verilen bir takım basit önermelerden önerme-eklemleri yardımiyle bileşik önermelerin kuruluşunu inceledik. Basit dediğimiz önermelerin iç yapısını hiç ele almıyan böyle bir araştırmaya "Önermeler Mantığı" denir. Şimdi ise "önermeler mantığının basit önermeleri"ni incelemek amacındayız. Böylece önermeler mantığı açısından basit yani "bölünmez" olan bazı önermelerin de bir takım yapı-taşlarından, yani daha "ince" atomsal bileşenlerden kurulu olduğunu göreceğiz. Örneğin,

(1) Bütün insanlar ölümlüdür

önermesini ele alalım. Bu, önermeler mantığı açısından bir basit önermedir. Gerçi, (1) in bir kısmı olan *'insanlar ölümlüdür'* deyimi de tek başına bir önerme sayılır; ama böyle bir önerme *'bütün insanlar ölümlüdür'* ün bir kısaltmasından başka bir şey değildir. Böylece, (1) in *kendinden başka* hiçbir kısmının bir önerme olmadığını söyleyebiliriz.

İmdi, (1) önermesini

İnsan olan her nesne ölümlü bir nesnedir

biçiminde yorumlamak mümkündür. *Herhangi* bir nesneyi belirtmek için 'x' gibi bir değişken kullandıkta, (1) i

İnsan olan her x, ölümlü bir x tir

biçiminde dile getirebiliriz. Bu son önerme ise

(2) her x için; x bir insan ise, x ölümlüdür

anlamına gelir. (2) önermesini,

x ne olursa olsun; x bir insan ise, x ölümlüdür

biçiminde de dile getirebiliriz.

İmdi, *'ise'* yerine *'→'* işaretini kullanmak suretiyle, (2) yi

(3) her x için [(x bir insandir) → (x ölümlüdür)]

biçimine çevirebiliriz. (3) önermesinin (kendinden başka) hiçbir kısmı bir önerme değildir. Nitekim, ne *'(x bir insandır) → (x ölümlüdür)'*, ne *'x bir insandır'*, ne de *'x ölümlüdür'* (*doğru* veya *yanlış* niteliğini taşıyamadığından) bir "önerme" değildir. Örneğin,

(4) x bir insandır

deyimini ele alalım. Burada geçen *'x' değişkeni* hiçbir *belli* nesne veya kimsenin adı değildir. Ancak 'x' in birçok *"değerleri"* vardır: 'x' in her değeri belli bir dil-dışı *nesne* (veya kimse) dir, 'x' in yerine konulabilen bir deyim değil. Örneğin, *'Sokrates'* adlı filozof 'x' in bir değeridir, ama bu filozofun adı olan *'Sokrates'* sözcüğü 'x' in bir değeri değil, bir *"yerine-koyma örneği"*dir.

'x' değişkeninin her "yerine-koyma örneği" (yani 'x' in yerine konulabilen her deyim) genellikle 'x' in değerleri olan nesnelerden birinin *adıdır*. *'x bir insandır'* gibi bir deyimden, 'x' i onun yerine-koyma örneği olan bir adla değiştirmek suretiyle (*doğru* veya *yanlış*) bir önerme elde edebiliriz. Örneğin, 'x' yerine *'Sokrates'* adını koymakla *'Sokrates insandır'* gibi *doğru* bir önermeyi, 'x' yerine *'Çoban yıldızı'* adını koymakla *'Çoban yıldızı bir insandır'* gibi *yanlış* bir önermeyi elde ederiz. 'x' in yerine-koyma örneği olan bir adın adlandırdığı nesne 'x' in bir *değeri*'i sayılır. Buna göre, Çoban yıldızının da 'x' in bir değeri olduğunu görüyoruz. Böylece *'x bir insandır'* türünden bir deyimde geçen 'x' değişkeninin değerleri sadece insanlar değil, her türlü (somut) nesnelerdir. Her (somut) nesnenin bir adı olmadığından, 'x' in değerleri sadece 'x' in yerine-koyma örneği olan deyimlerin adlandırdığı nesnelerden ibaret değildir. Ancak, 'x' in değeri olan her nesne için "bu nesnenin bir adı olsaydı, bu ad 'x' in bir yerine-koyma örneği olurdu" diyebiliriz.

İmdi, 'x' *değişkeni*, 'p' *temsilci-harfi* gibi (bir takım "yerine koyma-örnekleri" olmasından ötürü) bir "değişen"dir. Ancak 'x' gibi bir değişenin birtakım *değerleri* olduğu halde (yani 'x' in yerine-koyma örnekleri birtakım dil-dışı nesnelerin adları oldukları halde), 'p' gibi bir değişenin yerine-koyma örnekleri (yani "yorumlar'ı") hiçbir nesnenin adı değildir. Temsilci-harfler, yerine-koyma örnekleri olmakla birlikte, değerleri olmıyan değişenlerdir. Böylece "değişenler"i, değerleri olup olmadığına bakarak, "değişkenler" ve "temsilci-harfler" olmak üzere iki öbeğe ayırıyoruz.

'x insandır' gibi bir deyim bir *"açık-önerme"*dir. Bir açık-önerme (bir önerme kalıbı gibi), içinde geçen değişkenin veya değişkenlerin yerine birer

yerine-koyma örneği koymak suretiyle (doğru veya yanlış) bir önerme haline girer. Böyle bir önerme açık önermenin bir "yorumu" değil, bir *"örnek-önerme"* sidir. Böylece *'Sokrates bir insandır'*, 'x bir insandır' önerme-kalıbının doğru bir örnek-önermesi, *'Çoban yıldızı bir insandır'* da yanlış bir örnek-önermesidir.

Şimdi (3) önermesinde geçen

(5) (x bir insandır) → (x ölümlüdür)

açık-önermesini ele alalım. Bu açık-önermenin örnek-önermeleri *'(Sokrates* bir insandır) → (*Sokrates ölümlüdür)'*, *'(Çoban yıldızı bir insandır)* → *(Çoban yıldızı ölümlüdür)'*, *'(bu masa bir insandır)* → *(bu masa ölümlüdür)'*, ... gibi belirsiz sayıda bir çok şartlı-önermelerdir. Bir şartlı-önermenin ön-bileşeni yanlış ise tümü doğru olduğundan, ancak ön-bileşeni doğru olanlarının tümü yanlış olabilir. Dolayısiyle, ancak 'x' in yerine bir insan adı koymamız halinde (5) in yanlış bir örnek-önermesini beklemek mümkündür.

İmdi, (3) önermesinin doğruluğunun gerekli (ama yeterli olmıyan) şartı (5) açık-önermesinin *bütün* örnek-önermelerinin doğru olmasıdır. Ön-bileşeni yanlış olan örnek-önermeler, olgular ne olursa olsun doğru olduğundan, sözü geçen gerekli şartı sadece ön-önermesi *doğru* olan örnek-önermelere sınırlayabiliriz. Başka bir deyimle, (3) ün doğruluğunun gerekli şartı, (5) in ön-bileşeni doğru olan (*'Sokrates insandır → Sokrates ölümlüdür'*, *'Ahmet insandır → Ahmet ölümlüdür'*... gibi) bütün örnek-önermelerinin doğru olmasıdır. Bu örnek-önermelerin bir tekinin bile yanlışlığı (3) önermesini yanlışlar.

Görüldüğü gibi, (3) önermesinin doğruluk-değeriyle (5) açık-önermesinin örnek-önermelerinin doğruluk-değerleri arasında belli bir bağıntı vardır. Bu bağıntı ise *'her x için'* deyimiyle belirlenmiştir. Bu deyimin görevi bitişik olduğu önerme-kalıbını *"nicelemek"*tir. Bu bakımdan böyle bir deyime bir *"niceleyici"* denir. Bir niceleyicinin ilişkin olduğu önerme kalıbına da niceleyicinin *"etki-alanı"* denir. Örneğin, (3) önermesinde *'her x için'* niceleyicisinin etki-alanı, (5) önerme-kalıbından ibarettir. *'Her x için'* deyimi yerine '∀x' sembolik deyimi kullanılır. Böylece, (1) önermesinin mantıksal yapısını

(6) ∀x [(x bir insandır)→ (x ölümlüdür)]

biçiminde dile getiririz.

Değişken olarak 'x' harfinden başka 'y', 'z', 'u', 'v', 'w' harfleri de (indisli veya indissiz, üslü veya üssüz olarak) kullanılır. '∀x', '∀y', '∀z'

gibi bir deyime, bir açık-önermeden bir "tümel-önerme" elde etmeye yaradığından, *"tümel niceleyici"* denir. '∀' sembolüne de *"tümel niceleme işareti"* diyoruz.

Şimdi de

(7) Bazı omurgalılar memelidir

önermesinin mantıksal yapısını inceliyelim. Bu önerme

(8) Hem omurgalı hem memeli olan (hiç olmazsa) bir nesne vardır

biçiminde yorumlanabilir. Nitekim hem omurgalı hem memeli olan hiçbir nesne olmasaydı, (7) yanlış olurdu. Öte yandan, hem omurgalı hem memeli olan bir tek nesnenin varolması halinde bile (7) doğrudur. (8) önermesini 'x' gibi bir değişken yardımiyle

öyle bir x vardır ki, (x omurgalıdır) ve (x memelidir)

yani

(9) öyle bir x vardır ki [(x omurgalıdır) ∧ (x memelidir)]

biçimine dönüştürebiliriz.

(7) önermesi ((1) gibi), önermeler mantığı açısından basit bir önermedir. Nitekim *'omurgalılar memelidir'*, (7) nin tek başına önerme durumunda olan bir kısmı olmakla birlikte, (*'bütün omurgalılar memelidir'* anlamına geldiğinden) halis bir bileşeni sayılmaması gerekir. Bunu (9) önermesinde daha açık olarak görüyoruz: (9) un kendinden başka hiçbir kısmının bir önerme olmadığı meydandadır. Nitekim (9)

(10) (x omurgalıdır) ∧ (x memelidir)

açık önermesinin önüne *'öyle bir x vardır ki'* deyiminin konulmasiyle elde edilmiştir. Bu son deyim ise bir *"niceleyicidir"*. Böyle bir niceleyiciye *"varlıksal niceleyici"* denir. *'Öyle bir x vardır ki'* deyimi yerine sembolik olarak '∃x' deyimi kullanılır. Böylece (9) önermesini

(11) ∃x[(x omurgalıdır) ∧ (x memelidir)]

biçiminde dile getiririz. '∃' sembolüne *"varlıksal niceleme işareti"* diyoruz. Bu işaretin önüne 'x', 'y', ... gibi herhangi bir değişken konularak '∃x', '∃y'... gibi varlıksal niceleyiciler elde edilir.

Bir varlıksal niceleyici (bir tümel niceleyici gibi), etki-alanı durumunda olan açık-önermeyi nicelemeye yarar. Ancak tümel niceleme halinde, meydana gelen önermenin doğruluğu için önerme-kalıbının bütün örnek-önermelerinin doğru olması *gerektiği* halde, varlıksal niceleme halinde örnek-önermelerinin bir tekinin doğruluğu *yeter*. Örneğin, (10) un bir örnek-önermesi olan

(bu kedi omurgalıdır) ∧ (bu kedi memelidir)

önermesinin doğruluğu (9) önermesinin doğruluğu için yeterli bir şarttır.

Önünde bir tümel niceleyici bulunan her önermeye *"tümel önerme"*, önünde bir varlıksal niceleyici bulunan her önermeye de *"varlıksal önerme"* (veya eski deyimiyle *"tikel önerme"*) denir. Gerek tümel önermeler, gerekse varlıksal önermeler *"genel önermeler"*dir. Hiçbir niceleyiciyi içine almıyan önermeler ise *"tekil önermeler"* dir.

Böylece bütün önermeleri (I. Bölümün başında belirttiğimiz gibi) *"tekil önermeler"* ve *"genel önermeler'* olmak üzere iki geniş öbeğe ayırabiliriz. Genel önermeleri ((1) veya (6) gibi) *"tümel önermeler"* ile ((7) veya (11) gibi) *"varlıksal önermeler"*e (yani *"tikel önermeler"*e) ayırıyoruz. Tekil önermeleri ise *"basit tekil önermeler"* ve *"bileşik tekil önermeler"* olmak üzere iki öbeğe ayırabiliriz. Örneğin, *'Sokrates bir insandır'* bir basit tekil önerme, *'(bu kedi omurgalıdır) ∧ (bu kedi memelidir)'* bir bileşik tekil önermedir.

'x' gibi bir değişkenin değerleri olan nesnelerin tümüne 'x' değişkeninin *"değer-alanı"* denir. 'x', 'y', ... gibi birçok ayrı ayrı değişkenler kullandığımız halde, herbirinin değer-alanının aynı olduğunu kabul ederiz. Bütün bu değişkenlere ortak olan değer-alanı, geçmişte, şimdiki zamanda veya gelecekte var olan bütün (canlı veya cansız) somut nesnelerden ibarettir. İmdi değer-alanının her üyesinin, yani her somut nesnenin bir ve yalnız bir tek adı olduğunu, ayrı somut nesnelerin de ayrı adları olduğunu kabul edelim. Bu adlar 'a_1', 'a_2', ... olsun. O zaman (6) gibi bir tümel önermenin doğruluğunun *gerekli ve yeterli şartı*, (5) önerme-kalıbının bütün örnek-önermelerinin doğruluğundan ibaret olur. (Bu şart, her değerin bir adı olmaması halinde sadece *gerekli* olup yeterli değildir.) Aynı şekilde, (11) gibi bir varlıksal önermenin doğruluğunun *gerekli ve yeterli şartı* (10) önerme-kalıbının örnek-önermelerinden hiç olmazsa birinin doğru olmasıdır. (Bu şart, her değerin bir adı olmaması halinde, sadece *yeterli* olup gerekli değildir.)

Değer-alanının sonlu olması, yani a_1 ... a_n gibi n tane nesneden ibaret olması halinde, her nesnenin de belli bir adı olduğunu kabul ederek, sözü geçen şartları şöyle dile getirebiliriz:

a. Bir tümel-önermenin doğruluğunun gerekli ve yeterli şartı, bu önermenin etki-alanı olan önerme-kalıbının *bütün örnek-önermelerinin birlikte-evetlemesinin* doğru olmasıdır.

b. Bir varlıksal önermenin doğruluğunun gerekli ve yeterli şartı, bu önermenin etki-alanı olan önerme-kalıbının *bütün örnek-önermelerinin ayrıklığının* doğru olmasıdır.

Buna göre, *'bütün insanlar ölümlüdür'* gibi bir tümel önermeyi:

(a_1 bir insansa a_1 ölümlüdür) ve ... ve (a_n bir insansa a_n ölümlüdür)

biçiminde; *'bazı omurgalılar memelidir'* gibi bir varlıksal önermeyi de

(a_1 omurgalı ve memelidir) veya ... veya (a_n omurgalı ve memelidir)

biçiminde yorumlıyabiliriz.

Böylece değişkenlerin değer-alanının sonlu olması ve her değerin belli bir adının olması halinde, niceleyiciler yerine önerme-eklemlerini kullanmak mümkündür. Ancak gerçekte, değer-alanı, yani somut nesnelerin tümü, sonsuz veya hiç değilse sınırsız olduğundan, önerme eklemleriyle yetinemeyiz; niceleyicileri de kullanmamız gerekir. Böylece önermeler mantığının yanı sıra ondan daha geniş olan bir *"niceleme mantığı"* nın olduğunu anlıyoruz.

Niceleme mantığında, içinde 'x' gibi bir değişkenin geçtiği herhangi bir "açık-önerme" 'Fx', 'Gx', 'Hx',... gibi *"açık önerme-kalıbı"* denilen deyimlerle temsil edilir. 'F', 'G', 'H', ... harfleri temsilci harflerdir; ancak bunlar 'p', 'q', 'r', ... harflerinden farklı olarak, önermeleri değil, *'yüklemler'* i temsil ederler. Bu bakımdan, bunlara "yüklem-temsilcisi harfler" veya kısaca *"yüklem temsilcileri"* diyoruz.

'Fx' kalıbını *'x, F dir'* şeklinde okuyabiliriz. O zaman

(12) $\forall x Fx$

kalıbını *'x ne olursa olsun, x F dir'* veya *'her nesne F dir'* biçiminde;

(13) $\exists x Fx$

kalıbını da *'öyle bir x vardır ki, x F dir'* veya *'F olan bir x vardır'* biçiminde dile getirebiliriz. Buna göre,

(14) $\sim \forall x Fx$

"(*her nesne F dir*) değil" (yani *"her nesnenin F olduğu doğru değildir"*) anlamına gelir. Oysa bu deyimin *"F olmıyan bir nesne vardır"* anlamına geldiği meydandadır. Bu son deyim ise

(15) $\exists x \sim Fx$

biçiminde dile getirilir. Böylece (14) ile (15) in eşdeğer olduğunu görüyoruz.

Öte yandan,

(16) $\sim \exists x Fx$

"F olan bir nesnenin varolduğu doğru değildir" anlamına gelir. Oysa, bu deyim *"hiçbir nesne F değildir"* yani *"x ne olursa olsun, x F değildir"* ile eş-anlamlıdır. Bu ise

(17) $\forall x \sim Fx$

biçiminde dile getirilir. Şu halde (16) ile (17) nin eşdeğer olduğunu görüyoruz. (14) ile (15) in ve (16) ile (17) nin eşdeğerliğini şöyle dile getiriyoruz:

(18) $\sim \forall x Fx \equiv \exists x \sim Fx$

(19) $\sim \exists x Fx \equiv \forall x \sim Fx$

(18) eşdeğerliğinin iki yanını değillemek suretiyle

(20) $\forall x Fx \equiv \sim \exists x \sim Fx$

eşdeğerliğini; (19) un iki yanını değillemek suretiyle de

(21) $\exists x Fx \equiv \sim \forall x \sim Fx$

eşdeğerliğini elde ederiz.

(20) eşdeğerliğine dayanarak tümel niceleyicinin varlıksal niceleyici türünden tanımlanabildiğini, (21) eşdeğerliğine dayanarak da varlıksal niceleyicinin tümel niceleyici türünden tanımlanabildiğini söyliyebiliriz.

Klâsik mantıkta "kategorik" denilen önermeler *A* (tümel evetleyici), *E* (tümel değilleyici), *İ* (tikel evetleyici) ve *O* (tikel değilleyici) olmak üzere dört öbeğe ayrılır. Bu dört çeşit önermeyi 'S' ve 'P' gibi iki terim-temsilcisi yardımiyle şöyle temsil edebiliriz:

(A) Bütün S ler P dir

(E) Hiçbir S P değildir

(İ) Bazı S ler P dir

(O) Bazı S ler P değildir

(6) ve (11) önermelerini örnek alarak, *A* türünden önermelerin

(22) $\forall x[(x \text{ S dir}) \rightarrow (x \text{ P dir})]$

biçiminde, *İ* türünden önermelerin işe

(23) $\exists x[(x \text{ S dir}) \wedge (x \text{ P dir})]$

biçiminde dile getirilebileceğini görüyoruz.

İmdi klâsik mantıkta bir yandan *A* ile *O* nun, öbür yandan da *E* ile *İ* nin *çelişik*, yani birbirinin değillemesi olduğu gösterilir. Buna göre, *O* türünden önermeleri (22) nin değillemesi şeklinde, *E* türünden önermeleri de (23) ün değillemesi şeklinde dile getirebiliriz. (22) nin değillemesi olan

$$\sim\forall x[(x\ S\ dir) \rightarrow (x\ P\ dir)]$$

kalıbını, (18) eşdeğerliği gereği,

$$\exists x\sim[(x\ S\ dir) \rightarrow (x\ P\ dir)]$$

biçimine dönüştürebiliriz. Bu son kalıpta niceleyicinin etki-alanı olan açık-önerme '$\sim(p \rightarrow q)$' biçimindedir. Bu ise 'pq' ile eşdeğerdir. Böylece *O* biçimindeki önermelerin, (22) nin değillemesi olarak,

(24) $\exists x[(x\ S\ dir) \wedge \sim(x\ P\ değil)]$

biçiminde temsil edilebildikleri sonucuna varıyoruz.

E türünden önermeleri temsil etmek için de (23) ün değillemesi olan

$$\sim\exists x[(x\ S\ dir) \wedge (x\ P\ dir)]$$

kalıbını göz önüne alırız. Bu kalıbı, (19) eşdeğerliği gereği,

$$\forall x\sim[(x\ S\ dir) \wedge (x\ P\ dir)]$$

biçimine, bunun da etki-alanı '$\sim(pq)$' biçiminde olduğundan ('$\sim(pq)$' nün DeMorgan kanunu gereği '$\bar{p} \vee \bar{q}$', dolayısile '$p \rightarrow \bar{q}$' ile eşdeğer olmasına dayanarak),

(25) $\forall x[(x\ S\ dir) \rightarrow \sim(x\ P\ değil)]$

biçimine dönüştürebiliriz. Böylece *E* türünden önermelerin (25) kalıbı ile temsil edilebildiğini görüyoruz.

2. TEKİL TERİMLER ve GENEL TERİMLER

Şimdi önermeler mantığının bel kemiği durumunda olan açık-önermeleri daha yakından inceleyelim. Kendinden başka hiçbir kısmı bir açık-önerme olmıyan bir açık-önermeye *atomsal açık-önerme* diyeceğiz. Örneğin, §1'deki (5) açık-önermesi *'x bir insandır'* ve *'x ölümlüdür'* olmak üzere iki ayrı atomsal açık-önermeden kurulu bir *molekülsel açık-önermedir.* Her atomsal açık-önermede bir veya bir kaç değişken bulunur. Bir tek değişkeni olan bir atomsal açık-önermeye *1-li atomsal açık-önerme,* iki ayrı değişkeni olan atomsal açık-önermeye *2-li atomsal açık-önerme, ... ,* n tane ayrı değişkeni olan bir atomsal açık-önermeye de *n-li atomsal açık-önerme* denir. Örneğin, *'x bir insandır'* bir 1-li atomsal açık-önerme, *'x y nin babasıdır'* bir 2-li atomsal açık-önerme, *'x, y ile z nin arasındadır'* bir 3-lü atomsal açık-önermedir. Bir atomsal açık-önermenin her örnek-önermesi (yani içinde geçen değişkenlerin yerine birer *ad* koymakla elde edilen önerme) bir *atomsal tekil önermedir.* Örneğin, sözü geçen atomsal açık-önermelerin örnek-önermeleri olan *'Sokrates ölümlüdür', 'Ahmed Behçed'in babasıdır'* ve *'B noktası, A noktasıyla C noktasının arasındadır'* atomsal tekil önermelerdir.

Şimdi

(1) Sokrates ölümlüdür

atomsal tekil önermesinin mantıksal yapısını inceleyelim. Gerek günlük dilin grameri gerekse klâsik mantık açısından, *'Sokrates'* deyimine (1) önermesinin *"özne"*si, 'ölümlü' deyimine de (1) önermesinin "yüklem"i denir. *'Dır'*, *'dür'* gibi deyimlere ise önermenin *"koşaç"*ı (copula) denir. Modern mantık açısından koşacı yüklemin ayrılmaz bir parçası saymak elverişlidir. Buna göre, bir yüklemi hep bir "fiil" şeklinde yorumlıyacağız. Klâsik mantığın koşacını, bir isim veya sıfatı fiil biçiminde bir deyim haline getirmeğe yarıyan bir *sonek* olarak yorumlıyacağız. Örneğin, *'ölümlü'* sıfatını *'dür'* soneki yardımiyle fiil biçiminde olan *'ölümlüdür'* deyimine, *'insan'* gibi bir ismi de *'dır'* soneki (ve *'bir'* öneki) yardımiyle *'insandır'* (veya *'bir insandır'*) gibi fiil biçiminde olan bir deyime çevirirliz.

İmdi,

(2) x ölümlüdür

gibi bir atomsal açık-önermeyi inceleyelim. Bu açık-önerme 'x' değişkeniyle *'ölümlüdür'* deyiminden ibarettir. *'Ölümlüdür'* deyimi, (2) açık-önermesinin ((1) gibi) her örnek-önermesinin yüklemidir. Bu özellikten dolayı, *'ölümlüdür'* deyiminin (2) atomsal açık-önermesinin "yüklem"i olduğu söylenir. Genel olarak, herhangi bir atomsal açık-önermede bütün değişkenlerin kaldırılması sonucunda geri kalan kısma *atomsal açık-önermenin yüklemi* denir. Böylece her atomsal açık-önermenin bir veya bir kaç değişkenle *bir tek yüklemden* kurulu olduğunu söyleyebiliriz.

Görüldüğü gibi, verilen bir atomsal açık-önermenin yüklemini tespit etmek için "kullanan" veya "dil-dışı karşılık" faktörünü hiç hesaba katmadan sadece deyimin biçimine bakmak yetiyor. Örneğin *'x y nin babasıdır'* atomsal açık-önermesinin yüklemi, bu deyimde 'x' ve 'y' harflerinin dışında kalan bütün kısımların tümünden başka bir şey değildir. Dolayısiyle bu yüklem, *'nin babasıdır'* dan ibarettir. Aynı şekilde, *'x, y ve z nin arasındadır'* atomsal açık-önermesinin yükleminin *'... ve ... nin arasındadır'* dan ibaret olduğunu söyleyebiliriz. Sembolik dilde bu gibi "süreksiz" yüklemler yerine hep sürekli deyimler kullanılır. Örneğin, sözü geçen iki atomsal açık-önermeden, birincisini

Baba(x, y)

veya kısaca *'B(x, y)'*; ikincisini de

Arasında(x, y, z)

veya kısaca *'A(x, y, z)'* biçiminde dile getiririz.

Yüklem olan deyim, yalnız çok değişkenli atomsal açık-önermeler halinde değil, 1-li atomsal açık-önermeler halinde de değişikenin önünde yazılır.

Örneğin (2) atomsal açık-önermesini

Ölümlü(x)

veya kısaca '*Ö(x)*', ya da '*Öx*' biçiminde yazarız.

Öte yandan, bir 1-li atomsal açık-önermenin örnek-önermesi olan her önermenin *öznesi*, söz konusu atomsal açık-önermede değişken yerine konulan deyimden ibarettir. Örneğin (1) önermesinin öznesi, (2) atomsal açık-önermesinden (1) önermesini elde etmek için 'x' değişkeni yerine konulan '*Sokrates*' deyiminden ibarettir. Genel olarak, herhangi bir atomsal tekil önermenin "*özneler*"ini bu önermeyi elde etmek için başvurulan atomsal açık-önermenin değişkenleri yerine konulan deyimler şeklinde tanımlıyoruz. Örneğin, '*Ali Behçedin babasıdır*' önermesini elde etmek için '*x y nin babasıdır*' atomsal açık-önermesinde 'x' yerine '*Ali*', 'y' yerine de '*Behçet*' deyimini koyduğumuza göre, sözü geçen önermenin öznelerinin '*Ali*' ve '*Behçet*' deyimlerinden ibaret olduğunu söyleriz. Böylece atomsal önermenin bir tek yüklemi olduğu halde, *birden çok öznesi* olabildiğini kabul edeceğiz.

'*Özne*' ve '*yüklem*' deyimlerini bu şekilde tanımladıktan sonra, bu iki kavram yardımiyle herhangi bir dilin terimlerini "*tekil terimler*" ve "*genel terimler*" olmak üzere iki öbeğe ayırabiliriz: Bir "*tekil-terim*"i, bir önermenin öznesi olabilen bir deyim olarak; bir "*genel terim*"i de bir önermenin yüklemi olabilen bir deyim olarak tanımlıyoruz. Buna göre, bir "*terim*" (yani bir tekil veya genel terim), bir önermenin öznesi veya yüklemi olabilen bir deyim şeklinde tanımlanabilir. Bir önermenin öznesi veya yüklemi bir tek sözcükten ibaret olduğu gibi, birden çok sözcükten kurulu bileşik bir deyim de olabilir. Örneğin (1) önermesinin gerek öznesi ('*Sokrates*') gerekse yüklemi ('*ölümlüdür*') bir tek sözcükten ibarettir. Bu gibi terimlere "*basit terim*" diyoruz. ('*Sokrates*' bir *basit tekil terim*, '*ölümlüdür*' de bir *basit genel terimdir*.) Öte yandan, '*bu masa dört köşelidir*' atomsal önermesinin gerek öznesi ('*bu masa*') gerekse yüklemi ('*dört köşelidir*') iki sözcüklü "*bileşik terimler*"dir. ('*Bu masa*' bir bileşik tekil terim, '*dört köşelidir*' de bir bileşik genel terimdir.)

Bileşik terimler yalnız iki sözcüklü değil, çok daha karmaşık da olabilirler. Örneğin, '*Ahmedin üçüncü oğlunun geçen yıl satın aldığı mavi ceket*' gibi bir deyim, bir önermenin öznesi olabildiğinden, bir tek "bileşik tekil terim" sayılmalıdır. Aynı şekilde, '*baldıran içmek suretiyle ölmüştür*' deyimi bir önermenin yüklemi olabildiğinden, bir tek "bileşik genel terim" durumundadır.

Tekil ve genel terimler arasındaki ayrımı incelemek amaciyle aşağıdaki önermeleri göz önüne alalım:

(3) Ahmet bir insandır.

(4) Bütün insanlar ölümlüdür.

(5) Bazı insanlar filozoftur.

(6) Gök mavidir.

(7) Mavi bir renktir.

'İnsan' sözcüğü (3) te yüklem konumunda, (4) ve (5) te ise özne konumunda geçiyor. 'Mavi' sözcüğü de (6) da yüklem konumunda, (7) de ise özne konumunda geçiyor. Böylece aynı bir terimin, bağlamına göre, "tekil" veya "genel" olabileceği sanılabilir. Oysa, biz aynı terimin, *anlamı değişmeksizin*, hem tekil hem genel olamıyacağını kabul ediyoruz. Şu halde, belli bir terimin bir önermede özne, başka bir önermede yüklem konumunda geçmesi halinde; ya bu terimin ikinci önermedeki anlamının birincisindeki anlamından farklı olduğunu, (yani terimin "çok-anlamlı" olduğunu), ya da bir terimin belli bir önermede *görünüşte* "özne" olarak geçtiği halde, *gerçekte* "yüklem" olabileceğini; veya görünüşte "yüklem" olarak geçtiği halde, *gerçekte* "özne" olabileceğini kabul etmek zorundayız. İmdi, 'insan' sözcüğünün (4) ve (5) önermelerinde *görünüşte* (yani günlük dilin grameriyle bu grameri geniş ölçüde izleyen klâsik mantık gereğince) özne konumunda geçtiği halde, *gerçekte* (yani modern mantık ve semiotik açısından) *yüklem* sayılması gerektiğini gösterebiliriz. Nitekim, §1 de belirtildiği gibi, (4) ün mantıksal yapısı

(8) $\forall x[(x \text{ bir insandır}) \rightarrow (x \text{ ölümlüdür})]$

önermesiyle dile getirilmektedir. (5) in mantıksal yapısı da

(9) $\exists x[(x \text{ bir insandır}) \wedge (x \text{ bir filozoftur})]$

biçiminde dile getirilir. Oysa, *'insan'* sözcüğü gerek (8) gerekse (9) da *'x bir insandır'* atomsal kalıbının *yüklemi* olarak geçiyor. Şu halde, *'insan'* sözcüğünün ancak görünüşte (4) ve (5) in öznesi olduğunu, gerçekte ise bu önermelerde *yüklem* konumunda geçtiğini görüyoruz. Böylece *'insan'* sözcüğünün yalnız (3) te değil, (4) ve (5) te de bir genel terim olduğunu kabul edebiliriz.

Öte yandan, *'mavi'* sözcüğünün (6) da genel terim olduğu halde, (7) de tekil terim olduğunu söyleyebiliriz. Nitekim, *'mavi bir renktir'* önermesi ne *'bütün maviler bir renktir'*, ne de *'bazı maviler bir renktir'* şeklinde yorumlanabilir. ('x mavi ise, x bir renktir' açık-önermesinin ön-bileşeni doğru olan bütün örnek-önermeleri yanlıştır. Nitekim mavi olan nesneler hep somut olduklarından, mavi olan hiç bir nesne bir renk olamaz.) *'Mavi'* sözcüğünün

böylece bazı bağlamlarda tekil terim, başka bağlamlarda ise genel terim olabilmesi anlamının değişmesine bağlıdır. *'Mavi'*, bir genel terim olduğu zaman bir takım somut nesnelere *uygulanabilen* bir *somut* genel terim, bir tekil terim olması halinde ise soyut bir nesne olan belli bir rengi *adlandıran* bir *soyut* tekil terimdir.

Bazı terimlerin, görünüşte özne konumunda geçtikleri halde, gerçekte yüklem olduklarını gördük. Şimdi ise, görünüşte yüklem konumunda geçtikleri halde, gerçekte özne olan terimlerin de bulunduğunu göstereceğiz. Örneğin:

(10) İstanbulun fatihi Sultan II. Mehmettir

önermesini ele alalım. Bu önermenin görünüşteki yüklemi *'Sultan II. Mehmet'* deyimidir. Oysa böyle bir deyim, bir özel isim olduğundan, açıkça bir tekil terimdir, bir genel terim değil. Dolayısiyle bu deyimin yüklem konumunda geçmesinin görünüşte kaldığını, gerçekte ise bir özne olduğunu göstermemiz gerekecektir. Nitekim (10) önermesinin mantıksal yapısı

(11) İstanbulun fatihi = Sultan II. Mehmet

yani, *'İstanbulun fatihi ile Sultan II. Mehmet aynı kimsedir'* önermesiyle dile getirilebilir. Oysa (11) önermesi 'x = y' gibi bir 2-li atomsal açık-önermede, 'x' yerine *'İstanbulun fatihi'* , 'y' yerine de *'Sultan II. Mehmet'* deyimlerinin konulmasiyle elde edilebilir. Şu halde (11) in yükleminin *'Sultan II. Mehmet'* değil, ' = ' deyimi olduğunu görüyoruz. *'Sultan II. Mehmet'* deyimi ise (11) önermesinin bir *öznesi* durumundadır.

Genel olarak, verilen bir önermede geçen bir tekil terim yerine bir genel terim veya bir genel terim yerine bir tekil terim konuldukta, sözü geçen önermenin anlamsız bir deyim haline girdiğini söyleyebiliriz. Örneğin, *'Sokrates ölümlüdür'* önermesinde geçen *'Sokrates'* tekil terimi yerine *'gülüyor'* gibi bir genel terimi koymakla elde edilen *'gülüyor ölümlüdür'* deyimi anlamsızdır. Aynı şekilde, *'ölümlüdür'* genel terimi yerine *'Ahmet'* gibi bir tekil terim koymakla elde edilen *'Sokrates Ahmettir'* deyimi anlamsızdır. Gerçi bu son deyim, 'Sokrates = Ahmet' biçiminde yorumlanması halinde, anlamlı (yanlış) bir önermedir. Ama bu önerme, mantıksal yapısı bakımından, *'Sokrates ölümlüdür'*den değil, ancak *'Sokrates = ölümlü'* den elde edilebilir. Oysa bu son deyim anlamsızdır.

Bu özellikten faydalanarak, görünüşte özne veya yüklem konumunda geçen deyimlerin gerçekte böyle olup olmadıklarını belirten bir ayraç elde edebiliriz. Örneğin, *'bütün insanlar ölümlüdür'* önermesinin görünüşteki öznesi *'insan'*dır. Oysa *'insan'* terimini *'ölümlü'* terimiyle değiş-tokuş etmek suretiyle elde edilen *'bütün ölümlüler insandır'* deyimi (anlamlı)

bir önermedir. Bundan ötürü, *'insan'* sözcüğünün *'ölümlü'* sözcüğü gibi bir genel terim, dolayısıyle bir yüklem olması gerektiğini görüyoruz. Aynı şekilde, (10) önermesinin görünüşteki yüklemi olan *'Sultan II. Mehmet'* deyimini *'İstanbulun fatihi'* deyimiyle değiş-tokuş etmek suretiyle elde edilen *'Sultan II. Mehmet İstanbulun fatihidir'* deyiminin anlamlı bir önerme olmasına bakarak, *'Sultan II. Mehmet'* in de, tıpkı *'İstanbulun fatihi'* gibi, bir özne olduğu sonucunu çıkarırız.

Genel terimleri, yüklemi oldukları atomsal kalıpların değişken sayısına göre, 1-li, 2-li, ... , n-li, ... genel terimlere ayırabiliriz. Örneğin, *'ölümlüdür'*, *'x ölümlüdür'* 1-li atomsal açık-önermesinin yüklemi olduğundan, bir *"1-li genel terim"*; *'babasıdır'*, *'x y nin babasıdır'* 2-li atomsal açık-önermesinin yüklemi olduğundan, bir *"2-li genel terim"*; *'arasında'*, *'x, y ile z nin arasındadır'* 3-lü atomsal açık-önermesinin yüklemi olduğundan, bir *3-lü genel terim"*dir. '1-li, 2-li, ... , n-li genel terim' yerine '1-li, 2-li, ... , n-li *yüklem*' de denir.

1-li genel terimler (yani 1-li yüklemler) *"özellik terimleri"*, 2-li, 3-lü, ... genel terimler ise *"bağıntı terimleri"*dir. Böylece genel terimleri, özellik terimleri ve bağıntı terimleri olmak üzere, iki geniş öbeğe; bağıntı terimlerini de 2-li, 3-lü, ... bağıntı terimleri gibi ayrı ayrı öbeklere ayırabiliriz. Özellik terimlerine örnek olarak (*'insan'* gibi) cins isimleri, (*'mavi'* gibi) niteleme sıfatları, (*'ölüyor'* gibi) geçişsiz fiiller; bağıntı terimlerine örnek olarak da (*'seviyor'*, *'veriyor'* gibi) geçişli fiiller, *'yanında'*, *'üstünde'*, *'arasında'*, ... gibi çeşitli sözcükler gösterilebilir.

*"Tekil terimler"*e gelince: bütün özel isimleri bu öbeğe sokmamız mümkündür. Ancak, özel isimlerin (basit) tekil terimleri hiç de tüketmediğini belirtmek gerek. *'Bu kalem'*, *'o adam'*, ... gibi bir tek *somut* nesneyi gösteren deyimler; *'mavilik'*, *'insanlık'*, *'erdem'*, '3', '12', ... gibi bir tek *soyut* nesneyi gösteren sözcükler veya semboller de tekil terimlerdir.

'Tekil terim' deyimi yerine *'ad'* sözcüğünü de kullanıyoruz. Örneğin, *'bu kalem'* deyimini belli bir kalemin *adı*, '3' sembolünü de belli bir sayının *adı* sayıyoruz. Bu gibi *"değişmez"* adların (veya değişmez tekil terimlerin) yanı sıra, bir de "değişken" adlardan söz etmek mümkündür. Nitekim 'x', 'y', ... gibi değişkenler belirli nesnelerin adı olmamakla birlikte, bir çok ayrı ayrı nesnenin (değerlerin) "çok-anlamlı" adı sayılabilir. Günlük dildeki *zamirler*'in bir bakıma değişken adlar durumunda olduğunu daha önce belirtmiştik.

VI. BÖLÜM

KLÂSİK "KATEGORİK ÖNERMELER" MANTIĞI

1. KATEGORİK ÖNERMELER MANTIĞININ KANUNLARI

Klâsik Aristoteles mantığı, *"kategorik önermeler"* denilen

(A)	Bütün S ler P dir	(Bütün insanlar ölümlüdür)
(E)	Hiç bir S P değildir	(Hiç bir insan ölümlü değildir)
(İ)	Bazı S ler P dir	(Bazı insanlar ölümlüdür)
(O)	Bazı S ler P değildir	(Bazı insanlar ölümlü değildir)

biçimindeki önermelerin arasındaki bağıntıları inceler. *A* ile *İ* önermeleri *"evetleyici"* (affirmative), *E* ile *O* önermeleri ise *"değilleyici"* (negative) dir. (*'A'* ile *'İ'* harfleri Lâtince '**affir**mo' (evetliyorum) sözcüğünden, *'E'* ile *'O'* harfleri de Lâtince 'n**ego**' (değilliyorum) sözcüğünden alınmıştır.)

Kategorik önermeler *"nitelik"* bakımından *"evetleyici"* ve *"değilleyici"* olmak üzere iki öbeğe ayrıldıkları gibi, *"nicelik"* bakımından da *"tümel"* (universal) ve *"tikel"* (particular) olmak üzere iki öbeğe ayrılırlar. *A* ile *E* önermeleri *"tümel"*, *İ* ile *O* ise "tikel" dir. Böylece bütün kategorik önermelerin *"tümel-evetleyici"* (A), *"tümel-değilleyici"* (E), *"tikel-evetleyici"* (İ) ve *"tikel-değilleyici"* (O) olmak üzere dört öbeğe ayrıldığını görüyoruz.

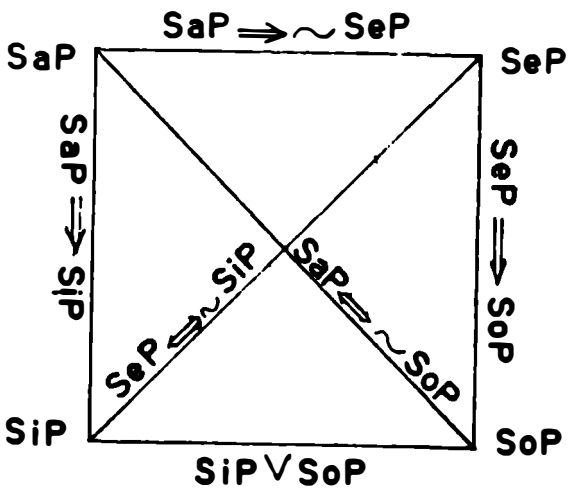
Yukarda yazılı (A), (E), (İ) ve (O) deyimlerini, *'SaP'*, *'SeP'*, *'SiP'* ve *'SoP'* biçiminde kısaltıyoruz. Bu dört deyimden her biri (önermeler mantığı açısından) bir "atomsal önerme-kalıbı"dır. 'S' ve 'P' harfleri (genel) terim-temsilcileri, 'a', 'e', 'i' ve 'o' sembolleri ise *"terim-eklemleri"*dir. Önerme-eklemleri, *"önermeler"*i birbirine ekleyerek bileşik önermeler kurmaya yaradıkları halde, terim-eklemleri *"terimler"*i birbirine ekleyerek önermeler kurmaya yararlar. 'a', 'e', 'i' ve 'o' terim-eklemleri ikişer terimden (veya terim-temsilcisinden) bir önerme (veya önerme-kalıbı) meydana getirirler. Bu bakımdan bunlar *"2-li terim eklemleri"* dir. 'a' sembolüne *"tümel-evetleme işareti"*, 'e' sembolüne *"tümel-değilleme işareti"*, 'i' sembolüne *"tikel-evetleme işareti"* ve 'o' sembolüne *"tikel-değilleme işareti"* diyeceğiz.

Öte yandan, herhangi bir terimden, o terimin *"olumsuz"*u (negative) denilen yeni bir terim meydana getirebiliriz. Örneğin, *'insan'* teriminden, bu terimin olumsuzu olan *'insan-olmıyan'* terimini, ve genel olarak *'P'* gibi bir terimden, bunun olumsuzu olan *'P-olmıyan'* terimini elde edebiliriz. *'P-olmıyan'* deyimini *'$\bar{P}$'* biçiminde kısaltacağız. *'—'* işaretine *"olumsuzluk-işareti"* diyoruz. Olumsuzluk-işareti, verilen herhangi bir (genel) terimden başka bir (genel) terim elde etmeye yarayan bir *"1-li terim-eklemi"* durumundadır. Olumsuzluk-işaretini, kesin olarak (bir *"1*-li *önerme*-eklemi" olan) değilleme-işaretinden ayırdetmek gerekir. Olumsuzluk-işareti bir önermeye değil, bir terime uygulanabildiği halde, değilleme eklemi bir terime değil, bir önermeye uygulanabilir.

Kategorik önermeler mantığının bütün kanunlarını (önerme eklemlerinden başka) sadece 'a', 'e', 'i', 'o' ve *'—' değişmezleri* yardımiyle dile getirebiliriz. *"Değişen"* olarak ta 'S', 'P', 'M' gibi "terim-temsilcileri" ile yetinebiliriz.

Kategorik önermeler mantığının kanunlarını *"mantıksal-kare (karşıolum) kanunları", "dolaysız çıkarım kanunları"* ve *"kategorik tasım kanunları"* olmak üzere üç öbeğe ayırıyoruz.

A. MANTIKSAL-KARE (KARŞIOLUM) KANUNLARI



(Şekil 10)

i. Karşıtlık (contrariety):

(1) $SaP \rightarrow \sim SeP$ (SaP|SeP)

SaP ile SeP önermelerine birbirinin *"karşıt"ı* denir. Karşıtlar aynı zamanda doğru olamaz, ama aynı zamanda yanlış olabilirler.

ii. Alt-Karşıtlık (subcontrariety):

(2) SiP V SoP

SiP ile SoP önermelerine birbirinin *"alt-karşıt"*ı denir. Alk-karşıtlar aynı zamanda doğru olabilirler, ama aynı zamanda yanlış olamazlar.

iii. Altıklık (subalternation):

(3) SaP → SiP

(4) SeP → SoP

SaP doğru ise, SiP te doğru olur. SeP doğru ise, SoP ta doğru olur. Ama tersi gerekli değildir.

iv. Çelişiklik (contradiction):

(5) SaP ←→ ~SoP (SaP ←|→ SoP)

(6) SeP ←→ ~SiP (SeP ←|→ SiP)

Biryol SaP ile SoP, bir de SeP ile SiP e birbirlerinin *"çelişiği"* denir. Çelişik önermelerin biri doğru ise, öbürü yanlış olur; her ikisi birden ne doğru olabilir, ne de yanlış.

B. DOLAYSIZ-ÇIKARIM KANUNLARI

Kategorik önermeler mantığının atomsal kalıpları ('-' çizgisi 'a', 'e', 'i' veya 'o' sembollerinden herhangi birinin yerini tuttuğunda) 'S-P', 'S-$\bar{P}$', '$\bar{S}$-P', '$\bar{S}$-$\bar{P}$', 'P-S', 'P-$\bar{S}$', '$\bar{P}$-S' ve '$\bar{P}$-$\bar{S}$' biçimindedir. 'S-P' biçiminde olanlara (yani 'SaP', 'SeP', SiP' ve 'SoP' kalıplarına) 'S' ile 'P' den kurulu *"temel-kalıplar"*, öbürlerine *"temel-olmıyan kalıplar"* denir. Temel-olmıyan kalıplar, temel-kalıplardan *"çevirme"* (inversion), *"evirme"* (conversion) ve *"devirme"* (contraposition) denilen bir takım dönüştürmüler yardımiyle elde edilebilirler.

"Çevirme", 'S-P' gibi bir temel-kalıbın '$\bar{S}$-$\bar{P}$' biçimine dönüştürülmesidir. Böyle bir dönüştürmeye *"tam-çevirme"*de diyebiliriz. Nitekim "tam-çevirme"nin yanı sıra bir de *"yarı-çevirmeler"* vardır. Yarı-çevirmeler, 'S-P'yi 'S-$\bar{P}$'ye dönüştüren *"ard-çevirme"* ile, 'S-P'yi '$\bar{S}$-P'ye dönüştüren *"ön-çevirme"*den ibarettir. '$\bar{S}$-$\bar{P}$' ye 'S-P'nin *çevriği* (veya tam-çevriği), 'S-$\bar{P}$'ye *ard-çevriği*, '$\bar{S}$-P'ye de *ön-çevriği* diyoruz.

"Evirme", 'S-P'nin 'P-S'ye dönüştürülmesidir. 'P-S' ye 'S-P'nin *evriği* denir.

"Devirme" 'S-P' nin '$\bar{P}$-$\bar{S}$' ye dönüştürülmesidir. Böyle bir dönüştürmeye *"tam-devirme"* de denir. Nitekim "tam-devirme"nin yanı sıra bir de "yarı-devirmeler" vardır. Bunlar 'S-P' yi 'P-$\bar{S}$' ye dönüştüren *"ard-devirme"* ile, 'S-P' yi '$\bar{P}$-S'ye dönüştüren *"ön-devirme"*den ibarettir. '$\bar{P}$-$\bar{S}$', 'S-P' nin *devriği* (veya tam-devriği), 'P-$\bar{S}$' *ard-devriği*, '$\bar{P}$-S' de *ön-devriği*'dir.

İşte, dolaysız-çıkarım kanunları, verilen bir temel-kalıbın mantıkça içerdiği, veya mantıkça eşdeğer olduğu çevrik, evrik ve devrikleri belirleyen kanunlardır. Bu kanunları aşağıda gösteriyoruz:

I. Geçerli Çevirmeler

i) 'SaP' ın Çevrikleri:

(7) $SaP \rightarrow \bar{S}i\bar{P}$ (tam-çevirme (full inversion))

(8) $SaP \leftarrow\!\rightarrow Se\bar{P}$ (ard-çevirme (obversion))

(9) $SaP \rightarrow So\bar{P}$ (ard-çevirme + altıklık)

(10) $SaP \rightarrow \bar{S}oP$ (ön-çevirme (partial inversion))

ii) SeP' in Çevrikleri:

(11) $SeP \rightarrow \bar{S}o\bar{P}$ (tam-çevirme)

(12) $SeP \leftarrow\!\rightarrow Sa\bar{P}$ (ard-çevirme)

(13) $SeP \rightarrow Si\bar{P}$ (ard-çevirme + altıklık)

(14) $SeP \rightarrow \bar{S}iP$ (ön-çevirme)

iii) 'SiP' in Çevrikleri:

(15) $SiP \leftarrow\!\rightarrow So\bar{P}$ (ard-çevirme)

iv) 'SoP' un çevrikleri:

(16) $SoP \leftarrow\!\rightarrow Si\bar{P}$ (ard-çevirme)

II. Geçerli Evirmeler

i) 'SaP' ın Evrikleri:

(17) $SaP \rightarrow PiS$ (evirme)

ii) 'SeP' in Evrikleri:

(18) $SeP \leftarrow\!\rightarrow PeS$ (evirme)

(19) $SeP \rightarrow PoS$ (evirme + altıklık)

iii) 'SiP' in Evrikleri:

(20) $SiP \longleftrightarrow PiS$ (evirme)

iv) 'SoP' un Evrikleri:

Yoktur.

III. Geçerli Devirmeler

i) 'SaP' ın Devrikleri:

(21) $SaP \longleftrightarrow \overline{P}a\overline{S}$ (tam-devirme (full contraposition))
(22) $SaP \rightarrow \overline{P}i\overline{S}$ (tam-devirme + altıklık)
(23) $SaP \rightarrow Po\overline{S}$ (ard-devirme (obverted conversion))
(24) $SaP \longleftrightarrow \overline{P}eS$ (ön-devirme (partial contraposition))
(25) $SaP \rightarrow \overline{P}oS$ (ön-devirme + altıklık)

ii) 'SeP' in Devrikleri·

(26) $SeP \rightarrow \overline{P}o\overline{S}$ (Tam-devirme)
(27) $SeP \longleftrightarrow Pa\overline{S}$ (ard-devirme)
(28) $SeP \rightarrow Pi\overline{S}$ (ard-devirme + altıklık)
(29) $SeP \rightarrow \overline{P}iS$ (ön-devirme)

iii) 'SiP' in Devrikleri:

(30) $SiP \longleftrightarrow Po\overline{S}$ (ard-devirme)

iv) 'SoP' un Devrikleri:

(31) $SoP \longleftrightarrow \overline{P}o\overline{S}$ (tam-devirme)
(32) $SoP \longleftrightarrow \overline{P}iS$ (ön-devirme)

C. KATEGORİK TASIM KANUNLARI

'Kategorik tasım'' lar (sillojism'ler), kategorik önermelerden kurulu *iki öncüllü* çıkarımlar (''dolaylı çıkarımlar'') dır. (Aristoteles'in kendisi, tasımları çıkarımlar olarak değil, '$p \wedge q \rightarrow r$' biçiminde şartlı-önermeler şeklinde yorumlamıştı. Ama ondan sonra gelen mantıkçılar tasımları hep çıkarımlar şeklinde ele almışlardır.)

Herhangi bir tasımın sonucunu 'S-P' biçiminde gösteriyoruz. '-' çizgisi, 'a', 'e', 'i', 'o' sembollerinden herhangi birinin yerini tutmaktadır. 'S' sonucun ''*özne*''sini (subject), 'P' ise ''*yüklem*''ini (predicate) temsil

eder. Sonucun öznesi durumunda olan terime *"küçük-terim"* (minor term), yüklemi durumunda olan terime de *"büyük-terim"* (major term) denir. Buna göre, 'S' tasımın küçük terimini, 'P' de büyük-terimini temsil ediyor demektir.

Öncüllerden biri küçük-terimi, öbürü de büyük-terimi içine alır. Küçük terimi içine alan öncüle *"küçük-öncül"* (minor premiss), büyük terimi içine alan öncüle *"büyük-öncül"* (major premiss) denir. Büyük-öncülle küçük-öncülün ortak bir terimleri de vardır. Bu ortak terime *'orta-terim"* (middle term) denir. Orta terimi 'M' ile temsil ediyoruz. Böylece büyük-öncülün 'P' ile 'M' den, küçük-öncülün ise 'S' ile 'M' den kurulu olduğunu söyleyebiliriz.

İmdi herhangi bir tasımda, büyük-terimin yerine 'P' terim-temsilcisini, küçük-terimin yerine 'S' terim-temsilcisini, orta-terimin yerine de 'M' terim-temsilcisini koymakla elde edilen çıkarım kalıbına bir *"tasım biçimi"* (syllogistic mood) denir. 'Tasım biçimi' deyimi yerine 'tasım-kalıbı' deyimini de kullanacağız. Mümkün olan bütün tasım-kalıpları, *"tasım-şekilleri"* (syllogistic figures) denilen dört öbeğe ayrılırlar. Bunlardan her birini aşağıda gösteriyoruz:

(Şekil I)	(Şekil II)	(Şekil III)	(Şekil IV)
M — P	P — M	M — P	P — M
S — M	S — M	M — S	M — S
S — P	S — P	S — P	S — P

Görüldüğü gibi, her "Şekil"de '—' ile temsil edilen üç boşluk vardır. Bu boşluklar 'a', 'e', 'i', 'o' sembolleriyle doldurulmalıdır. Dört nesnenin üçer-üçer tekrarlı birleşimlerinin sayısı $4^3 = 64$ olduğuna göre, her tasım şeklinin tam 64 tane ayrı biçimi (moods) olduğunu görüyoruz. 4 tane ayrı tasım şekli olduğuna göre de, bütün tasım biçimlerinin veya tasım-kalıplarının sayısının $4 \times 64 = 256$ olduğu sonucuna varıyoruz. Belli bir şeklin herhangi bir biçimini, büyük-öncülün, küçük-öncülün ve sonucun türünü belirten işaretler (yani 'A', 'E', 'İ', 'O' harfleri) yardımiyle gösterebiliriz.

İmdi, mümkün olan 256 tane tasım biçimi arasından 24 tanesinin *geçerli* olduğu, ötekilerinin ise geçirsiz olduğu gösterilmiştir. Geçerli olan 24 tane tasım biçimini aşağıya sıralıyoruz:

Şekil I :	AAA,	AAİ,	EAE,	EAO,	Aİİ,	EİO
Şekil II :	EAE,	EAO,	AEE,	AEO,	EİO,	AOO
Şekil III :	AAİ,	İAİ,	Aİİ,	EAO,	OAO,	EİO
Şekil IV :	AAİ,	AEE,	AEO,	İAİ,	EAO,	EİO

Sözü geçen bu 24 tane tasım biçimlerinden her biri şu şekilde adlandırılır:

Şekil I	**BARBARA**, **DARİİ**,	**BARBARİ**, **FERİO**	**CELARENT**,	**CELARONT**,
Şekil II	**CESARE**, **FESTİNO**,	**CESARO** **BAROCO**	**CAMESTRES**,	**CAMESTROP**,
Şekil III :	**DARAPTİ**, **BOCARDO**,	**DİSAMİS**, **FERİSON**	**DATİSİ**,	**FELAPTON**,
Şekil IV :	**BRAMANTİP**, **FESAPO**,	**CAMENES**, FRESİSON	**CAMENOP**,	**DİMARİS**,

Örnekler:

Şekil I (BARBARA)	Bütün dörtgenler çokgendir	MaP
	Bütün kareler dörtgendir	SaM
	Bütün kareler çokgendir	SaP
Şekil II (CESARE)	Hiçbir üçgen dörtgen değildir	PeM
	Bütün kareler dörtgendir	SaM
	Hiçbir kare üçgen değildir	SeP
Şekil III (DARAPTİ)	Bütün kareler dörtgendir	MaP
	Bütün kareler çokgendir	MaS
	Bazı çokgenler dörtgendir	SiP
Şekil IV (BRAMANTİP) :	Bütün kareler dörtgendir	PaM
	Bütün dörtgenler çokgendir	MaS
	Bazı çokgenler karedir	SiP

İmdi sözü geçen 24 tane geçerli tasım biçimleri arasından 15 tanesinin şöyle bir özelliği vardır: Her tümel önerme, altığı olan tikel önermeyi gerektirir. *A* önermesi, altığı olan *İ* önermesini gerektirir. *E* önermesi de altığı olan *O* önermesini gerektirir. Ama tersi doğru değildir. Bu bakımdan 'SaP' biçimindeki bir önermenin 'SiP' ten, 'SeP' biçimindeki bir önermenin de 'SoP' dan daha *"güçlü"* olduğu, buna karşılık, 'SiP' in 'SaP' tan, 'SoP' un ise 'SeP' ten daha *"zayıf"* olduğu söylenir. İmdi bir tasımda sonucun yerine daha zayıf bir önermenin konulması, veya öncüllerden birinin yerine daha güçlü bir önermenin konulması tasımın geçerliliğini değiştirmez. Buna göre, sonucu tümel olan geçerli bir tasım biçiminde, sonucun yerine altığını koymakla elde edilen (geçerli) tasım biçimine, ilk biçimin *"zayıflatılmış"* biçimi denir. Öte yandan, bir öncülü tikel olan geçerli

bir tasım biçiminde, bu öncülün yerine altıklık karşılığı olan tümel önermeyi koymakla elde edilen (geçerli) tasım biçimine, ilk biçimin *"güçlendirilmiş"* biçimi denir. Aynı bir tasım biçimi aynı zamanda belli bir tasım biçiminin zayıflatılmış biçimi, başka bir tasım biçiminin de güçlendirilmiş biçimi olabilir. İşte *başka bir tasım biçiminin ne zayıflatılmış biçimi, ne de güçlendirilmiş biçimi olan* (bağımsız) tasım biçimlerinin sayısı 15 dir. Bu tasım biçimleri şunlardır:

Şekil I : AAA, EAE, Aİİ, EİO
Şekil II : EAE, AEE, EİO AOO
Şekil III : İAİ, Aİİ, OAO, EİO
Şekil IV : AEE, İAİ, EİO

Bu 15 tasım biçimini şartlı-kalıplar olarak da şöyle dile getirebiliriz:

Şekil I:

(33) MaP ∧ SaM → SaP (BARBARA)
(34) MeP ∧ SaM → SeP (CELARENT)
(35) MaP ∧ SiM → SiP (DARİİ)
(36) MeP ∧ SiM → SoP (FERİO)

Şekil II:

(37) PeM ∧ SaM → SeP (CESARE)
(38) PaM ∧ SeM → SeP (CAMESTRES)
(39) PeM ∧ SiM → SoP (FESTİNO)
(40) PaM ∧ SoM → SoP (BAROCO)

Şekil III:

(41) MiP ∧ MaS → SiP (DİSAMİS)
(42) MaP ∧ MiS → SiP (DATİSİ)
(43) MoP ∧ MaS → SoP (BOCARDO)
(44) MeP ∧ MiS → SoP (FERİSON)

Şekil IV:

(45) PaM ∧ MeS → SeP (CAMENES)
(46) PiM ∧ MaS → SiP (DİMARİS)
(47) PeM ∧ MiS → SoP (FRESİSON)

Geri kalan 9 tane geçerli tasım biçimleri de şunlardır:

Şekil I:

(48) MaP ∧ SaM → SiP (BARBARİ)

BARBARİ tasımı, BARBARA'nın *zayıflatılmış* biçimi (SaP → SiP), DARİİ' nin de *güçlendirilmiş* biçimidir (SaM → SiM).

(49) MeP ∧ SaM → SoP (CELARONT)

CELARONT tasımı, CELARENT'in *zayıflatılmış* biçimi (SeP → SoP), FERİO'nun da *güçlendirilmiş* biçimidir (SaM → SiM).

Şekil II:

(50) PeM ∧ SaM → SoP (CESARO)

CESARO tasımı, CESARE'nin *zayıflatılmış* biçimi (SeP → SoP), FESTİNO'nun da *güçlendirilmiş* biçimidir (SaM → SiM).

(51) PaM ∧ SeM → SoP (CAMESTROP)

CAMESTROP tasımı, CAMESTRES'in *zayıflatılmış* biçimi (SeP → SoP), BAROCO'nun da *güçlendirilmiş* biçimidir (SeM → SoM).

Şekil III:

(52) MaP ∧ MaS → SiP (DARAPTİ)

DARAPTİ tasımı, gerek DİSAMİS'in (MaP→MiP), gerekse DATİSİ'nin (MaS → MiS) *güçlendirilmiş* biçimidir.

(53) MeP ∧ MaS → SoP (FELAPTON)

FELAPTON tasımı, gerek BOCARDO'nun (MeP → MoP), gerekse FERİSON'un (Mas → MiS) *güçlendirilmiş* biçimidir.

Şekil IV:

(54) PaM ∧ MaS → SiP (BRAMANTİP)

BRAMANTİP tasımı, DİMARİS'in *güçlendirilmiş* biçimidir (PaM→PiM).

(55) PaM ∧ MeS → SoP (CAMENOP)

CAMENOP tasımı, CAMENES'in *zayıflatılmış* biçimidir (SeP → SoP).

(56) PeM ∧ MaS → SoP (FESAPO)

FESAPO tasımı, FRESISON'un *güçlendirilmiş* biçimidir (MaS → MiS).

Çokkez geçerli tasım biçimlerinin sayısının 19 olduğu söylenir. Bu 19 tane geçerli tasım biçimleri, sözü geçen 15 tane bağımsız tasım biçimleri ((33) - (47)) ile, başka bir biçimin *zayıflatılmış* biçimi *olmıyan* (52), (53), (54) ve (56) biçimlerinden ibarettir.

2. KATEGORİK ÖNERMELER MANTIĞININ AKSİYOMLAŞTIRILMASI

Klâsik "kategorik önermeler" mantığının bütün kanunlarını (yani daha önce sözünü ettiğimiz 56 kanunu) şu dört aksiyom ile üç tanımdan türetmek mümkündür:

Aksiyomlar:•

(Ak. 1) $SaP \rightarrow \sim Sa\bar{P}$

(Ak. 2) $SaP \leftrightarrow \bar{P}a\bar{S}$

(Ak. 3) $SaM \wedge MaP \rightarrow SaP$

(Ak. 4) $Sa\bar{\bar{P}} \leftrightarrow SaP$

Tanımlar:

(Tn. 1) $SeP =_{Dk} Sa\bar{P}$

(Tn. 2) $SiP =_{Dk} \sim Sa\bar{P}$

(Tn. 3) $SoP =_{Dk} \sim SaP$

Gerek aksiyomların, gerekse tanımların her biri belli klâsik bir kanunu dile getirmektedir. Aksiyom ve tanımların haklı gösterilmesi de ancak bunların daha önce (sezgisel olarak) kabul edilen bir takım kanun veya önermeleri dile getirdiklerini göstermek suretiyle mümkündür. İşte (Tn. 1) tanımı daha önce sözünü ettiğimiz (12) kanununu dile getirir. (Tn. 2) tanımı ise (Tn. 1) tanımıyla (6) kanununun bir sonucudur. (Tn. 3) tanımı da doğrudan doğruya (5) kanununu dile getirir.

Aksiyomlara gelince: (Ak. 1) aksiyomu, (Tn. 1) tanımıyla (1) *karşıtlık* kanunundan, veya (Tn. 2) tanımıyla (3) *altıklık* kanunundan türetilebilir. Bu bakımdan (Ak. 1)e ya *"karşıtlık aksiyomu"* ya da *"altıklık aksiyomu"* diyebiliriz.

(Ak. 2) aksiyomu (21) *"devirme"* kanunundan başka bir şey değildir. Bu bakımdan (Ak. 2) ye *"devirme aksiyomu"* diyeceğiz.

(Ak. 3) ise (33) BARBARA tasım biçimini dile getirmektedir. Bu aksiyoma da *"Barbara aksiyomu"* veya *"tümel-evetleme işaretinin geçişlilik aksiyomu"* diyeceğiz.

(Ak. 4) sezgisel olarak apaçıktır. *'Bütün S ler P-olmıyan olmıyandır'* biçimindeki bir deyimin *'Bütün S ler P dir'* deyimiyle anlamdaş olduğu meydandadır. (Ak. 4) e *"çifte olumsuzluk aksiyomu"* diyeceğiz.

• Geçerli olan 'SaS' kalıbı, bu dört aksiyomdam türetilemediğinden, beşinci bir aksiyom (*"özdeşlik aksiyomu"*) dur.

İmdi, kategorik önermeler mantığının kanunlarını, bu aksiyom ve tanımlar yardımiyle kanıtlamak için, ilk önce aşağıdaki teoremleri kanıtlamak faydalı olur:

Teorem I: $\bar{\bar{S}}aP \longleftrightarrow SaP$

Kanıt: (Ak. 2) de 'S' yerine '$\bar{\bar{S}}$' koyalım. O zaman

$$\bar{\bar{S}}aP \longleftrightarrow \bar{P}a\bar{\bar{S}}$$

elde edilir. Oysa (Ak. 4) gereği

$$\bar{P}a\bar{\bar{S}} \longleftrightarrow \bar{P}aS$$

Öte yandan (Ak. 2) gereği

$$\bar{P}a\bar{S} \longleftrightarrow SaP$$

Yukarki üç karşılıklı-şartlıdan

$$\bar{\bar{S}}aP \longleftrightarrow SaP$$

elde edilir. (İ.K.)*

Teorem II: $Sa\bar{P} \longleftrightarrow Pa\bar{S}$

Kanıt: (Ak. 2) de 'P' yerine '$\bar{P}$' koyalım. O zaman

$$Sa\bar{P} \longleftrightarrow \bar{\bar{P}}a\bar{S}$$

elde edilir. Oysa Teorem I gereği

$$\bar{\bar{P}}a\bar{S} \longleftrightarrow Pa\bar{S}$$

dir. Teorem II bu iki karşılıklı-şartlının dolaysız bir sonucudur. (İ. K.)

Teorem III: $\bar{S}aP \longleftrightarrow \bar{P}aS$

Kanıt: (Ak. 2) de 'S' yerine '$\bar{S}$' koyalım. O zaman

$$\bar{S}aP \longleftrightarrow \bar{P}a\bar{\bar{S}}$$

elde edilir. Bu karşılıklı-şartlı da (Ak. 4) gereği

$$\bar{S}aP \longleftrightarrow \bar{P}aS$$

ye dönüştürülür. (İ. K.)

Teorem IV: $SaP \rightarrow \sim \bar{S}aP$

Kanıt: (Ak. 1) de 'S' yerine '$\bar{P}$', 'P' yerine de '$\bar{S}$' koyalım. O zaman

$$\bar{P}a\bar{S} \rightarrow \sim \bar{P}a\bar{\bar{S}}$$

tam-deyimini elde ederiz. Bu tam-deyim ise (Ak. 4) gereği

* 'İ. K.' deyimi *'İşte kanıtlandı !'* nın kısaltmasıdır.

$$\overline{P}a\overline{S} \rightarrow \sim \overline{P}aS$$

biçimine dönüşür. Bu da (Ak. 2) gereği

$$SaP \rightarrow \sim \overline{P}aS$$

biçimine dönüştürülebilir. Bu son tam-deyim de Teorem III gereği

$$SaP \rightarrow \sim \overline{S}aP$$

biçimine dönüştürülür. (İ. K.)

Şimdi söz konusu 56 tane kanunun kanıtlanmasına geçelim. Başvuracağımız yöntem şöyle olacaktır: Kanıtlamak istediğimiz tam-deyimi (Tn. 1)-(Tn. 3) tanımları gereği salt *tümel-evetleyici* kalıplardan kurulu bir tam-deyime dönüştürürüz. Böylece elde edilen tam-deyimin, önünde sonunda önermeler mantığının bir kanunu (bir *totoloji*) veya kategorik önermeler mantığının bir aksiyomu, ya da önceden kanıtlanmış olan bir teoremi olduğunu göstereceğiz.

Kanıt (*1*): (1) tam-deyimi, (Tn. 1) gereği (Ak. 1)e dönüştürülür. (İ.K.)

Kanıt (*2*): (2) tam-deyimi, (Tn. 2) ve (Tn. 3) gereği

$$\sim SaP \vee \sim SaP$$

biçimine, bu da "$\overline{p} \vee \overline{q} = q \rightarrow \overline{p}$" gereği (Ak. 1) e dönüştürülebilir. (İ.K.)

Kanıt (*3*): (3) tam-deyimi, (Tn. 2) gereği (Ak. 1)e dönüştürülebilir. (İ. K.)

Kanıt (*4*): (4) tam-deyimi, (Tn. 2) ve (Tn. 3) gereği

$$Sa\overline{P} \rightarrow \sim SaP$$

ye dönüşür. Bu da "$(p \rightarrow \overline{q}) = (q \rightarrow \overline{p})$" gereği (Ak. 1) e dönüştürülebilir. (İ. K.)

Kanıt (*5*): (5) tam-deyimi, (Tn. 3) gereği

$$SaP \longleftrightarrow \sim \sim SaP$$

biçimine, bu da (çifte değilleme kanunu gereği) 'p$\longleftrightarrow$p' özdeşlik ilkesinin bir yerine-koyma örneğine dönüştürülebilir. (İ. K.)

Kanıt (*6*): (6) tam-deyimi, (Tn. 1) ve (Tn. 2) gereği

$$Sa\overline{P} \longleftrightarrow \sim \sim Sa\overline{P}$$

biçimine dönüşür. Bu da özdeşliğe indirgenir. (İ. K.)

Kanıt (*7*): (7) tam-deyimi, (Tn. 2) gereği

$$SaP \rightarrow \sim \bar{S}a\bar{\bar{P}}$$

biçimine dönüşür. Bu da (Ak. 4) gereği Teorem IV e indirgenir. (İ. K.)

Kanıt (*8*): (8) tam-deyimi, (Tn. 1) gereği

$$SaP \leftrightarrow S\bar{\bar{a}}P$$

ye dönüşür, bu da (Ak. 4) gereği özdeşliğe indirgenir. (İ. K.)

Kanıt (*9*): (9) tam-deyimi, (8) den altıklık bağıntısı yardımiyle türetilir. Söz konusu altıklık

$$Se\bar{P} \rightarrow So\bar{P}$$

ile dile getirilir. Bu tam-deyim ise (4) te 'P' yerine '$\bar{P}$' koymakla kanıtlanır.

Kanıt (*10*): (10) tam-deyimi, (Tn. 3) gereği Teorem IV e dönüşür. (İ.K.)

Kanıt (*11*): (11) tam-deyimi, (Tn. 1) ve (Tn. 3) gereği

$$Sa\bar{\bar{P}} \rightarrow \sim \bar{S}a\bar{P}$$

biçimine dönüşür. Bu deyim ise Teorem IV te 'P' yerine '$\bar{P}$' koymakla türetilebilir. (İ. K.)

Kanıt (*12*): (12) tam-deyimi, (Tn. 1) gereği özdeşliğe indirgenir. (İ. K.)

Kanıt (*13*): (13) tam-deyimi, (12) den altıklık gereği türetilir. (İ. K.)

Kanıt (*14*): (14) tam-deyimi, (Tn. 1) ve (Tn. 2) gereği

$$SaP \rightarrow \sim \bar{S}a\bar{P}$$

biçimine dönüşür. Teorem IV! (İ. K.)

Kanıt (*15*): (15) tam-deyimi, (Tn. 2) ve (Tn. 3) gereği özdeşliğe dönüşür. (İ. K.)

Kanıt (*16*): (16) tam-deyimi, (Tn. 3) ile (Tn. 2) gereği

$$\sim SaP \leftrightarrow \sim S\bar{\bar{a}}P$$

biçimine, bu da (Ak. 4) gereği özdeşliğe dönüşür. (İ. K.)

Kanıt (*17*): (17) tam-deyimi, tanım gereği

$$SaP \rightarrow \sim Pa\bar{S}$$

biçimine dönüşür. Bu da Teorem II gereği (Ak. 1) e dönüşür. (İ. K.)

Kanıt (*18*): (18) tam-deyimi, tanım gereği Teorem II ye dönüşür. (İ. K.)

Kanıt (*19*): (19) tam-deyimi, (18) den altıklık gereği türetilir. (İ. K.)

Kanıt (*20*): (20) tam-deyimi, tanım gereği

$$\sim SaP \longleftrightarrow \sim Pa\bar{S}$$

deyimine dönüşür. Bu ise Teorem II ile eşdeğerdir. (İ. K.)

Kanıt (*21*): (21) tam-deyimi, (Ak. 2) den başka bir şey değildir. (İ. K.)

Kanıt (*22*): (22) tam-deyimi, (21) den altıklık gereği türetilir. (İ. K.)

Kanıt (*23*): (23) tam-deyimi, tanım gereği

$$SaP \rightarrow \sim Pa\bar{S}$$

biçimine dönüşür. Bu son tam-deyim ise Teorem II gereği

$$SaP \rightarrow \sim Sa\bar{P}$$

ye, yani (Ak. 1) e dönüştürülebilir. (İ. K.)

Kanıt (*24*): (24) tam-deyimi, tanım gereği (Ak. 2) ye dönüşür. (İ. K.)

Kanıt (*25*): (25) tam-deyimi, (24) ten altıklık gereği türetilir. (İ. K.)

Kanıt (*26*): (26) tam-deyimi, tanımlar gereği

$$Sa\bar{P} \rightarrow \sim \bar{P}a\bar{S}$$

biçimine dönüşür. Bu son deyim de (Ak. 2) gereği

$$Sa\bar{P} \rightarrow \sim SaP$$

biçimine, bu da "$p \rightarrow \bar{q} = q \rightarrow \bar{p}$" gereği

$$SaP \rightarrow \sim SaP$$

biçimine, yani (Ak. 1)e dönüşür. (İ. K.)

Kanıt (*27*): (27) tam-deyimi, tanım gereği Teorem II ye dönüşür. (İ. K.)

Kanıt (*28*): (28) tam-deyimi, (27) den altıklık gereği türetilir. (İ. K.)

Kanıt (*29*): (29) tam-deyimi, tanımlar gereği

$$SaP \rightarrow \sim P a S$$

ye dönüşür. Bu da (Ak. 2) ve "$p \rightarrow q = q \rightarrow p$" gereği (Ak. 1) e dönüşür. (İ. K.)

Kanıt (*30*): (30) tam-deyimi, tanımlar gereği

$$\sim SaP \longleftrightarrow \sim PaS$$

ye dönüşür. Bu ise Teorem II ye dönüştürülebilir. (İ. K.)

Kanıt (*31*): (31) tam-deyimi, tanım gereği

$$\sim SaP \longleftrightarrow \sim PaS$$

biçimine dönüşür. Bu ise (Ak. 2) gereği özdeşliğe indirgenir. (İ. K.)

Kanıt (*32*): (32) tam-deyimi, tanımlar gereği

$$\sim SaP \longleftrightarrow \sim PaS$$

biçimine, bu da (Ak. 2) gereği özdeşliğe dönüşür. (İ. K.)

Kanıt (*33*): (33) tam-deyimi, (Ak. 3) ü dile getirir. (İ. K.)

Kanıt (*34*): (34) tam-deyimi, tanım gereği

$$MaP \wedge SaM \rightarrow SaP$$

biçimine, bu da

$$SaM \wedge MaP \rightarrow SaP$$

biçimine dönüşür. Bu son deyim ise (Ak. 3) ün bir yerine-koyma örneğidir. (İ. K.)

Kanıt (*35*): (35) tam-deyimi, tanım gereği

$$MaP \wedge \sim SaM \rightarrow \sim SaP$$

biçimine dönüşür. Bu son deyim ise "$(pq \rightarrow r) = [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$" giriş-çıkış kanunu gereği

$$MaP \rightarrow (\sim SaM \rightarrow \sim SaP)$$

biçimine, bu da "$(\bar{p} \rightarrow \bar{q}) \longleftrightarrow (q \rightarrow p)$" totolojisi gereği,

$$MaP \rightarrow (SaP \rightarrow SaM)$$

ye dönüşür. Bu son tam-deyim giriş-çıkış kanunu gereği

$$MaP \wedge SaP \rightarrow SaM$$

ye dönüşür. Bu deyim ise birlikte-evetlemenin yer-değiştiriciliği ile (Ak. 2) gereği

$$SaP \wedge PaM \rightarrow SaM$$

biçimine dönüşür. Bu da (Ak. 3) ün bir yerine-koyma örneğidir. (İ. K.)

Kanıt (*36*): (36) tam-deyimi, tanımlar gereği

$$MaP \wedge \sim SaM \rightarrow \sim SaP$$

biçimine dönüşür. Bu deyim ise

$$MaP \rightarrow (\sim SaM \rightarrow \sim SaP)$$

ye, bu da

$$MaP \rightarrow (SaP \rightarrow SaM)$$

ye, en sonda da

$$MaP \wedge SaP \rightarrow SaM$$

biçimine dönüşür. Bu deyim de birlikte-evetlemenin yer-değiştiriciliği ile Teorem II gereği

$$SaP \wedge PaM \rightarrow SaM$$

ye dönüşür. Bu son deyim (Ak. 3) ün bir yerine-koyma örneğidir. (İ. K.)

Kanıt (*37*): (37) tam-deyimi, tanım gereği "$PaM \wedge SaM \rightarrow SaP$" ye dönüşür. Bu da Teorem II ile birlikte-evetlemenin yer-değiştiriciliği gereği "$SaM \wedge MaP \rightarrow SaP$" ye dönüşür. (Ak. 3)! (İ. K.)

Kanıt (*38*): (38) tam-deyimi, tanım gereği "$PaM \wedge SaM \rightarrow SaP$" ye dönüşür. Bu da birlikte-evetlemenin yer-değiştiriciliği ile (Ak. 2) gereği "$SaM \wedge MaP \rightarrow SaP$" ye dönüşür. (Ak. 3)! (İ. K.)

Kanıt (*39*): (39) tam-deyimi, sırasiyle "$PaM \wedge \sim SaM \rightarrow \sim SaP$", "$PaM \rightarrow (\sim SaM \rightarrow \sim SaP)$", "$PaM \rightarrow (SaP \rightarrow SaM)$", "$PaM \wedge SaP \rightarrow SaM$", "$SaP \wedge PaM \rightarrow SaM$"ye dönüştürülür. (Ak.3)! (İ. K.)

Kanıt (*40*): (40) tam-deyimi, sırasiyle "$PaM \wedge \sim SaM \rightarrow \sim SaP$", "$PaM \rightarrow (\sim SaM \rightarrow \sim SaP)$", "$PaM \rightarrow (SaP \rightarrow SaM)$", "$PaM \wedge SaP \rightarrow SaM$", "$SaP \wedge PaM \rightarrow SaM$"ye dönüştürülür. (Ak. 3)! (İ. K.)

Kanıt (*41*): (41) tam-deyimi, sırasiyle "$\sim MaP \wedge MaS \rightarrow \sim SaP$", "$MaS \rightarrow (\sim MaP \rightarrow \sim SaP)$", "$MaS \rightarrow (SaP \rightarrow MaP)$", "$MaS \wedge SaP \rightarrow MaP$" ye dönüştürülür. (Ak. 3) (İ. K.)

Kanıt (*42*): (42) tam-deyimi, sırasiyle "$MaP \wedge \sim MaS \rightarrow \sim SaP$", "$MaP \rightarrow (\sim MaS \rightarrow \sim SaP)$", "$MaP \rightarrow (SaP \rightarrow MaS)$", "$MaP \wedge SaP \rightarrow MaS$"ye dönüştürülür. Bu son deyim ise Teorem II gereği "$MaP \wedge PaS \rightarrow MaS$"ye dönüştürülür. (Ak. 3)! (İ. K.)

Kanıt (*43*): (43) tam-deyimi sırasiyle "$\sim MaP \wedge MaS \rightarrow \sim SaP$", "$MaS \rightarrow (\sim MaP \rightarrow \sim SaP)$", "$MaS \rightarrow (SaP \rightarrow MaP)$", "$MaS \wedge SaP \rightarrow MaP$" ye dönüştürülür. (Ak. 3)! (İ. K.)

Kanıt (*44*): (44) tam-deyimi sırasiyle "$Ma\bar{P} \wedge \sim Ma\bar{S} \rightarrow \sim SaP$" "$Ma\bar{P} \rightarrow (\sim Ma\bar{S} \rightarrow \sim SaP)$", "$Ma\bar{P} \rightarrow (SaP \rightarrow Ma\bar{S})$", "$Ma\bar{P} \wedge SaP \rightarrow Ma\bar{S}$"ye dönüşür. Bu son deyim de (Ak. 2) gereği "$Ma\bar{P} \wedge \bar{P}aS \rightarrow Ma\bar{S}$" ye dönüşür. (Ak. 3) I (İ. K.)

Kanıt (*45*): (45) tam-deyimi ilk önce "$PaM \wedge Ma\bar{S} \rightarrow Sa\bar{P}$"ye dönüştürülür. Bu deyim ise Teorem II gereği "$PaM \wedge Ma\bar{S} \rightarrow Pa\bar{S}$"ye dönüşür. (Ak. 3)! (İ. K.)

Kanıt (*46*): (46) tam-deyimi sırasiyle "$\sim Pa\bar{M} \wedge MaS \rightarrow \sim Sa\bar{P}$", "$MaS \rightarrow (\sim Pa\bar{M} \rightarrow \sim Sa\bar{P})$", "$MaS \rightarrow (Sa\bar{P} \rightarrow Pa\bar{M})$", "$MaS \wedge Sa\bar{P} \rightarrow Pa\bar{M}$"ye dönüştürülür. Bu son deyim ise Teorem II gereği "$MaS \wedge Sa\bar{P} \rightarrow Ma\bar{P}$"ye dönüşür. (Ak. 3)! (İ. K.)

Kanıt (*47*): (47) tam-deyimi sırasiyle "$Pa\bar{M} \wedge \sim Ma\bar{S} \rightarrow \sim SaP$", "$Pa\bar{M} \rightarrow (\sim Ma\bar{S} \rightarrow \sim SaP)$", "$Pa\bar{M} \rightarrow (SaP \rightarrow Ma\bar{S})$", "$Pa\bar{M} \wedge SaP \rightarrow Ma\bar{S}$", "$SaP \wedge Pa\bar{M} \rightarrow Ma\bar{S}$" ye dönüştürülür. Bu son deyim de Teorem II gereği "$SaP \wedge Pa\bar{M} \rightarrow Sa\bar{M}$" ye dönüşür. (Ak. 3)! (İ. K.)

Kanıt (*48*) - (*56*): (48) - (56) tam-deyimleri, daha önce kanıtladığımız bazı tasımların *"zayıflatılması"* veya *"güçlendirilmesi"* sonucunda türetilebilir. Bunun ne şekilde yapıldığını daha önce göstermiştik.

3. KATEGORİK ÖNERMELER VE NİCELEME MANTIĞI

Geçen Bölüm'de *A, E, İ, O* kategorik önermelerinin mantık yapılarının niceleme mantığı çerçevesi içinde şöyle dile getirilebildiğini göstermiştik:

(1)
A: $\forall x(Sx \rightarrow Px)$
E: $\forall x(Sx \rightarrow \sim Px)$
I: $\exists x(Sx \wedge Px)$
O: $\exists x(Sx \wedge \sim Px)$

Burada *'Sx'* deyimini *'x, S dir'* in, *'Px'* deyimini de *'x, P dir'* in kısaltması olarak kullanıyoruz.

İmdi, *A, E, İ, O* veya başka bir deyimle, *'SaP', SeP', SiP'* ve *'SoP'* önermelerini niceleme mantığı çerçevesi içinde bu şekilde yorumlamakla, kategorik önermeler mantığı kanunlarının niceleme mantığı açısından geçerli kalıplara dönüşeceklerini düşünebiliriz. Böyle bir dönüştürme klâsik kate-

gorik önermeler mantığının bir "denetleme"si sayılabilir: Niceleme mantığındaki karşılıkları geçerli olan klâsik kanunlar haklı gösterilmiş olurlar. Karşılıkları geçersiz olanların ise (eğer öyleleri varsa) yasaya-aykırılığı anlaşılır.

İmdi, klâsik mantığın kanunlarını bu yoldan denetlemek için, bütün bu kanunları teker teker niceleme mantığına ait birer kalıba dönüştürerek, bu kalıplardan her birinin niceleme mantığı açısından geçerli olup olmadığını denetlemek gerekli değildir. Nitekim söz konusu 56 kanunu, geçen §'te sözü edilen dört aksiyom ile üç tanımdan türetmek mümkündür. Dolayısiyle bu aksiyom ve tanımları niceleme mantığına ait birer kalıba dönüştürüp sadece bu kalıpların geçerli olup olmadığını denetlemek yeter. Eğer aksiyom ve tanımların karşılıkları olan kalıpların niceleme mantığında geçerli olduğunu tespit edersek, o zaman söz konusu 56 kanunun herbirinin de yasaya-uygunluğunu göstermiş oluruz.

İşte bu durumu göz önünde tutarak, söz konusu aksiyom ve tanımları niceleme mantığının "dil"ine çevirelim. İlkin (1) yorumuna dayanarak, şu çeviri-kurallarını elde ediyoruz:

(2) $SaP =_{Dk} \forall x(Sx \rightarrow Px)$
(3) $SeP =_{Dk} \forall x(Sx \rightarrow \sim Px)$
(4) $SiP =_{Dk} \exists x(Sx \wedge Px)$
(5) $SoP =_{Dk} \exists x(Sx \wedge \sim Px)$
(6) $Sa\overline{P} =_{Dk} \forall x(Sx \rightarrow \sim Px)$
(7) $\overline{S}aP =_{Dk} \forall x(\sim Sx \rightarrow Px)$

(2)-(7) çeviri-kuralları, tanımlama veya kısaltma kuralları durumundadır. Bu kurallara dayanarak, kategorik önermeler mantığına ait her hangi bir "tam-deyim"i (yani bir önerme veya kalıbı) niceleme mantığı diline çevirebiliriz. Başka bir deyimle, kategorik önermeler mantığına ait her tam-deyimi, niceleme mantığına ait belli bir tam-deyim "kısaltma"sı sayabiliriz.

Şimdi, (2)-(7) kuralları gereği, § 2'deki aksiyom ve tanımları şöyle dile getirebiliriz:

(8) $\forall x(Sx \rightarrow Px) \rightarrow \sim\forall x(Sx \rightarrow \sim Px)$ (Ak. 1)
(9) $\forall x(Sx \rightarrow Px) \longleftrightarrow \forall x(\sim Px \rightarrow \sim Sx)$ (Ak. 2)
(10) $[\forall x(Sx \rightarrow Mx) \wedge \forall x(Mx \rightarrow Px)] \rightarrow \forall x(Sx \rightarrow Px)$ (Ak. 3)
(11) $\forall x(Sx \rightarrow \sim\sim Px) \longleftrightarrow \forall x(Sx \rightarrow Px)$ (Ak. 4)
(12) $\forall x(Sx \rightarrow \sim Px) \longleftrightarrow \forall x(Sx \rightarrow \sim Px)$ (Tn. 1)
(13) $\exists x(Sx \wedge Px) \longleftrightarrow \sim\forall x(Sx \rightarrow \sim Px)$ (Tn. 2)
(14) $\exists x(Sx \wedge \sim Px) \longleftrightarrow \sim\forall x(Sx \rightarrow Px)$ (Tn. 3)

İşte, kategorik önermeler mantığının (niceleme mantığı açısından) yasaya-uygunluğu, (8)-(14) kalıplarının geçerli olup olmamasına bağlıdır. Şu halde bu kalıpları teker teker inceleyelim:

İlk önce (Tn. 1)-(Tn. 3) tanımlarının karşılığı olan kalıpları ele alalım. (12) *kalıbı* '$p \longleftrightarrow p$' biçimindedir. Şu halde *geçerli* olduğu meydandadır. (13) ile (14) ün de *geçerli* olduğunu geçen Bölüm'de gördük. Nitekim bir yandan '$\sim\forall x(Sx \rightarrow Px)$' in '$\exists x(Sx \wedge \sim Px)$' biçimine, öbür yandan da '$\sim\exists x(Sx \wedge Px)$' in '$\forall x(Sx \rightarrow \sim Px)$' biçimine dönüştürülebildiğini göstermiştik. Birinci dönüştürme, doğrudan doğruya (14) *kalıbının geçerli* olduğunu gösterir. İkinci dönüştürmeye dayanarak da '$(\bar{p} \longleftrightarrow q) \longleftrightarrow (p \longleftrightarrow \bar{q})$' totolojisini göz önünde tutmak suretiyle), 13 *kalıbının geçerli* olduğu anlaşılır.

Şimdi de aksiyomların karşılığı olan (8)-(11) kalıplarını inceleyelim. (9) *kalıbının* '$(p \rightarrow q) \longleftrightarrow (\bar{q} \rightarrow \bar{p})$' totolojisi gereği, (11) *kalıbının da* çifte-değilleme kanunu gereği *geçerli* olduğu meydandadır. (10)*un geçerli olduğunu da ilerde göreceğiz.*

Öte yandan, (8) *kalıbının geçersiz olduğunu* göstereceğiz. Nitekim, 'S' olarak hiçbir nesneye uygulanmıyan (yani kaplamı boş olan) bir yüklem, söz gelişi *'yuvarlak-kare'* genel-terimini seçelim. O zaman 'P' hangi (1-li) yüklem olursa olsun, '$\forall x(Sx \rightarrow Px)$' önermesi *doğru* değerini alır. Çünkü 'Sx' (yani *'x bir yuvarlak-karedir'*) açık-önermesi *'x'* in bütün değerleri için *yanlış* olduğundan, '$Sx \rightarrow Px$' hep *doğru* olur. Oysa 'x' in her değeri için 'Sx' *yanlış* olduğundan, '$Sx \wedge Px$' de hep *yanlış* değerini alır. Dolayısiyle '$\exists x(Sx \wedge Px)$' önermesi de *yanlış* olur. '$\forall x(Sx \rightarrow Px)$' doğru, '$\exists x(Sx \rightarrow Px)$' de yanlış olduğundan,

(15) $\forall x(Sx \rightarrow Px) \rightarrow \exists x(Sx \wedge Px)$

deyiminin tüm olarak *yanlış* değerini aldığını görüyoruz. Şu halde (15) kalıbının (belli bir yorumu, yanlış değerini aldığından), *geçersiz* olduğunu kanıtladık. Oysa (15) kalıbıyla (8) kalıbı eşdeğerdir. Nitekim '$\exists x(Sx \wedge Px)$' ile '$\sim\forall x(Sx \rightarrow \sim Px)$' eşdeğerdir. Şu halde (8) kalıbının *geçersiz* olduğunu görüyoruz. (İ. K.)

Böylece, kategorik önermeler mantığının temelinde olan dört aksiyom ile üç tanımdan sadece (*Ak.* 1) *in geçersiz olduğu, öteki aksiyom ve tanımların hep geçerli olduğu* sonucuna varıyoruz. Buna göre, kategorik önermeler mantığının bütün kanunlarını, (Ak. 1)e dayanıp dayanmadıklarına bakarak iki öbeğe ayırabiliriz:

1 ci Öbek Kanunları: Bu kanunlar (Ak. 1)e dayanmaksızın kanıtlanabilen kanunlardır. Bunların tümü niceleme mantığı açısından *geçerli ve yasaya-uygun kanunlardır.*

2 *ci Öbek Kanunları*: Bu kanunlar, (Ak. 1)e dayanmaksızın kanıtlanması imkânsız olan kanunlardır. Bunları niceleme mantığı açısından *geçersiz ve yasaya-aykırı* saymak zorundayız. 2 ci öbek kanunlarını da yasaya-uygun saymakta direnirsek, *A, E, I, O* önermelerini (1) biçiminde yorumlamaktan vazgeçmemiz gerekecek. Oysa bu yorum, "tek doğru yorum" olmamakla birlikte, akla en yakın olanıdır. Her halde, hem (1) yorumunu kabullenmek hem de 2 ci öbek kanunlarını geçerli saymak mantıkça imkânsızdır.

Modern mantıkçılar, başlangıçta (1) yorumunu "doğru" sayıp klâsik Aristoteles mantığının sözü geçen 2 ci öbek kanunlarını yasaya-aykırı saymak yoluna gitmişlerdi. Günümüzde ise (1) yorumunun "tek doğru yorum" olduğu görüşünden vazgeçmek eğilimi vardır. Bu yorum "en elverişlisi" olmakla birlikte, isteyenler klâsik mantık kanunlarının tümünü geçerli kılacak başka bir yorum bulmakta serbesttir.

Şimdi 1 ci öbek ile 2 ci öbek kanunlarını belirlemeğe çalışalım. Bu amaçla § 2'deki kanıtları gözden geçirmek gerekir. İmdi söz konusu kanıtlarda dört tane yardımcı teoreme başvurmuştuk. Oysa bu dört teoremden ilk üçünün kanıtlanması (Ak. 1) den bağımsızdır. Teorem IV ün kanıtı ise (Ak. 1) e dayanmaktadır. Şu halde, 56 tane kanundan hangilerinin 1 ci öbekten, hangilerinin 2 ci öbekten olduğunu belirlemek için, kanıtlarında (Ak. 1) ile Teorem IV ün geçip geçmediğini araştırmak gerekecek. İşte, böyle bir araştırma sonucunda 56 kanunun aşağıdaki şekilde 1 ci ve 2 ci öbeğe ayrıldığı görülür:

1 ci Öbek Kanunları:

a. Mantıksal-Kare Kanunları: (5) ve (6) (çelişiklik kanunları) olmak üzere *iki* kanun.

b. Dolaysız-Çıkarım Kanunları: (8), (12), (15), (16), (18), (20), (21), (24), (27), (30), (31) ve (32) olmak üzere *oniki* kanun. Dikkat edilirse, bu oniki kanun, dolaysız-çıkarım kanunları arasından bütün ve yalnız *karşılıklı-şartlı* olanlarını kapsamaktadır. Bu kanunlara, *"karşılıklı-şartlı kanunlar"*, geri kalan (14 tane) kanuna da (hep şartlı kalıplar durumunda olmalarına bakarak) *"şartlı kanunlar"* diyeceğiz.

c. Kategorik Tasım Kanunları: (33) - (47) olmak üzere *onbeş* kanun. Bu onbeş tasım biçimi, *ne zayıflatılmış ne de güçlendirilmiş biçimlerden* ibarettir.

Böylece, 1 ci öbek kanunlarının sayısının 2 + 12 + 15 = *29* olduğunu görüyoruz. Bunlar bütün *karşılıklı-şartlı kanunlar* (2 tane çelişiklik kanunu + 12 tane karşılıklı-şartlı dolaysız çıkarım kanunu) ile 15 tane *ne zayıflatılmış ne de güçlendirilmiş tasım biçimlerinden* ibarettir.

2 *ci Öbek Kanunları*:

a. Mantıksal-Kare Kanunları: (1), (2), (3) ve (4) olmak üzere *dört* kanun. Bunların tümü "şartlı-kanunlar" durumundadır.

b. Dolaysız-Çıkarım Kanunları: (7), (9), (10), (11), (13), (14), (17), (19), (22), (23), (25), (26), (28) ve (29) olmak üzere *ondört* kanun. Bunların da tümü "şartlı-kanunlar"dır.

c. Kategorik Tasım Kanunları: (48) - (56) olmak üzere *dokuz* kanun. Bunlar hep zayıflatılmış veya güçlendirilmiş tasım biçimleri durumundadır.

Böylece, 2 ci öbek kanunlarının sayısının 4 + 14 + 9 = *27* olduğunu görüyoruz. Bu kanunlar, biryol bütün *şartlı* mantıksal-kare kanunları ile dolaysız-çıkarım kanunlarından, bir de *zayıflatılmış veya güçlendirilmiş tasım* biçimlerinden ibarettir. Bütün bu kalıpların niceleme mantığında geçersiz olduğu kanıtlanabilir.

Klâsik kategorik önermeler mantığının 6 mantıksal-kare kanunu, 26 dolaysız-çıkarım (çevirme, evirme ve devirme) kanunu ve 24 tasım kanunu olmak üzere 56 geçerli kanun tanıdığını görmüştük. Niceleme mantığı bakımından ise bunlardan sadece 29 tanesi (1 ci öbek kanunları) geçerli olup geri kalan 27 si (2 ci öbek kanunları) geçersizdir.

İmdi, mümkün olan mantıksal-kare bağıntılarının sayısı 6 dan ibaret olmakla birlikte, mümkün olan dolaysız-çıkarımların sayısı 26 yı, mümkün olan tasım biçimlerinin sayısı da 24 ü bir hayli aşmaktadır. Mümkün olan bütün tasım biçimlerinin sayısının 256 olduğunu görmüştük. Mümkün olan bütün dolaysız-çıkarımların sayısını ise şöyle hesaplıyabiliriz: Her temel-kalıp (yani S-P biçimindeki kalıp) tam-çevirme, ard-çevirme, ön-çevirme, evirme, tam-devirme, ard-devirme ve ön-devirme olmak üzere tam 7 ayrı biçimde dönüştürülebilir. Her dönüştürmenin ise *a, e, i, o* olmak üzere 4 ayrı biçimi vardır. Temel-kalıpların sayısı da 4 olduğuna göre, mümkün olan bütün dolaysız-çıkarımların (yani çevirme, evirme ve devirmelerin) sayısının 4 x 7 x 4 = *112* olduğunu görüyoruz.

Buna göre, klâsik mantığın geçersiz saydığı 112 — 26 = 86 dolaysız-çıkarım ile, 256 — 24 = *232* tasım biçiminden bazılarının niceleme mantığı çerçevesi içinde geçerli olup olmadığı sorusuyla karşılaşırız. İşte bu soruya olumsuz cevap verilebilir. Söz konusu 86 dolaysız-çıkarımın ve 232 tasım biçiminin niceleme mantığında da *geçersiz* olduğu gösterilebilir. Böylece, sadece *1 ci öbek kanunlarının, niceleme mantığı bakımından geçerli kategorik önerme kanunları olduğu* sonucuna varıyoruz.

2 ci öbek kanunlarına gelince, bunlar niceleme mantığı açısından *geçersiz* olmakla birlikte, gene de bazı şartlar altında geçerlidir. Yani

K belli bir 2 ci öbek kanunu oldukta, K tek başına geçersiz olmakla birlikte $Ş \rightarrow A$ gibi belli bir geçerli şartlı-kalıp meydana getirebiliriz. *Ş* kalıbı *K* kalıbının *"geçerlilik şartı"*dır. Şimdi, çeşitli 2 ci öbek kanunlarının *Ş* geçerlilik şartını ortaya çıkarmaya çalışalım.

İlk önce mantıksal-kare kanunlarını ele alalım. Bu kanunlardan sadece çelişiklik kanunları 1 ci öbekten olup öbürleri (yani *karşıtlık, alt-karşıtlık* ve *altıklık* kanunları) hep 2 ci öbektendir.

Biz şimdi, karşıtlık, alt-karşıtlık ve altıklık bağıntılarının hangi şartlar altında geçerli olduğunu araştırmak istiyoruz. İmdi, bütün bu bağıntılardan her birinin "SaP → SiP" altıklık bağıntısıyla eşdeğer olduğunu gösterebiliriz.

Karşıtlık: 'SaP → ~SeP' kalıbı 'SeP' ile 'SiP' in çelişikliği dolayısiyle 'SaP → SiP' e çevrilir.

Alt-Karşıtlık: 'SiP V SoP' kalıbı 'SaP' ile 'SoP' un çelişikliğinden (ve birlikte-evetlemenin yer-değiştiriciliğinden) dolayı '~SaP V SiP' e, dolayısiyle 'SaP → SiP' e çevrilir.

Altıklık: 'SeP → SoP' kalıbı her iki çelişiklik bağıntısı dolayısiyle '~SiP → ~SaP' biçimine, bu da 'SaP → SiP' e çevrilir.

Şu halde, 'SaP → SiP' in geçerlilik şartı, aynı zamanda bütün öbür 2 ci öbekten mantıksal-kare kanunlarının da geçerlilik şartı oluyor. İmdi, 'SaP → SiP', niceleme mantığında (15) kalıbıyla dile getirilir. Bu kalıbın ise 'S' nin hiç bir nesneye uygulanmaması halinde geçersiz olduğunu görmüştük. 'S' nin hiç bir nesneye uygulanmaması

(16) $\exists x Sx$

in *yanlış* olması demektir. Şimdi (16) nın *doğru* olması halinde, (15) in de doğru olup olmadığını araştıralım. Bu amaçla

(17) $\exists x Sx \rightarrow [\forall x(Sx \rightarrow Px) \rightarrow \exists x(Sx \wedge Px)]$

kalıbını, veya bununla eşdeğer olan

(18) $[\exists x Sx \wedge \forall x(Sx \rightarrow Px)] \rightarrow \exists x(Sx \wedge Px)$

kalıbını incelemek gerekir. İmdi (18) kalıbının *geçerli* olduğunu gösterebiliriz. Nitekim, '$\exists x Sx \wedge \forall x(Sx \rightarrow Px)$' *doğru* ise, bir yandan '$\exists x Sx$' in doğruluğundan dolayı 'S' nin uygulandığı bir x vardır; öbür yandan ise '$\forall x(Sx \rightarrow Px)$' in doğruluğundan dolayı 'S' nin uygulandığı her nesneye 'P' de uygulanacağından, 'P' söz konusu x nesnesine de uygulanır. Şu halde x gibi öyle bir nesne vardır ki, gerek 'S' gerekse 'P', *x* e uygulanır. Başka bir deyimle '$\exists x(Sx \wedge Px)$' doğru olur. Şu halde (18) kalıbı geçerlidir. (İ. K.) Dolayısiyle (18) ile eşdeğer olan (17) de *geçerlidir*.

İmdi (17) kalıbının geçerli olması, (16) şartının 'SaP → SiP' altıklığının yeterli şartı olması demektir. Oysa, aynı şartın *gerekli* de olduğunu söyleyebiliriz. Nitekim bu şartın yerine gelmemesi, yani (17) nin *yanlış* olması halinde, 'SaP → SiP' altıklığının geçersiz olduğunu görmüştük. Sonuç olarak, (16) şartının, karşıtlık, alt-karşıtlık ve altıklık kanunlarının (yani 2 ci öbek mantıksal-kare kanunlarının) *gerekli ve yeterli geçerlilik şartı* olduğunu görüyoruz.

Örneğin, 'S' olarak '*yuvarlak-kare*' terimini alalım. O zaman

$$\exists x(x \text{ bir yuvarlak-karedir})$$

yanlış olduğundan, geçerlilik şartı yerine gelmemiş olur. İşte böyle bir durumda, "çelişiklik" ten başka bütün mantıksal-kare bağıntıları geçersizdir.

Bunu doğrudan doğruya şöyle gösterebiliriz:

A: *Bütün yuvarlak-kareler dörtgendir*

gibi bir tümel-evetleyici önerme

$$\forall x(x \text{ bir yuvarlak-karedir} \rightarrow x \text{ dörtgendir})$$

anlamına gelip '*x bir yuvarlak-karedir*' açık-önermesi 'x' in bütün değerleri için yanlış olduğundan, tüm olarak "*doğru*" bir önermedir.

E: *Hiç bir yuvarlak-kare dörtgen değildir*

tümel-değilleyici önermesi

$$\forall x(x \text{ bir yuvarlak-karedir} \rightarrow x \text{ dörtgen değildir})$$

anlamına geldiğinden "*doğru*"dur.

I: *Bazı yuvarlak-kareler dörtgendir*

tikel-evetleyici önermesi

$$\exists x(x \text{ bir yuvarlak-karedir} \wedge x \text{ bir dörtgendir})$$

anlamına geldiğinden "*yanlış*"tır.

O: *Bazı yuvarlak-kareler dörtgen değildir*

tikel-değilleyici önermesi de

$$\exists x(x \text{ bir yuvarlak-karedir} \wedge x \text{ bir dörtgen değildir})$$

anlamına geldiğinden "*yanlış*" tır.

İmdi, gerek *A*, gerekse *E* doğru olduğundan, "$A \rightarrow \sim E$" yanlıştır. Şu halde "*karşıtlık*" böyle bir durumda geçersizdir. Öte yandan, *A* doğru, *I*

yanlış olduğundan, "$A \rightarrow I$" yanlıştır. Aynı şekilde, *E* doğru, *O* yanlış olduğundan, "$E \rightarrow O$" da yanlıştır. Şu halde her iki *altıklık* bağıntısı da bu durumda geçersizdir. Son olarak, hem *I* hem *O* yanlış olduğundan, "$I \vee O$" yanlıştır. Şu halde *alt-karşıtlık* bağıntısı da bu durumda geçersizdir. Buna karşılık 'S' nin yerine (16) geçerlilik şartını yerine getiren bir terim (örneğin, *'yuvarlak masa'* terimini) koyarsak, bütün bu bağıntılar mutlaka geçerli olur.

İmdi, (16) şartı yalnız 2 ci öbek mantıksal-kare kanunlarının değil, başka 2 ci öbek kanunlarının da geçerlilik şartı durumundadır. Bununla birlikte, (16) şartı *bütün* 2 ci öbek kanunlarının geçerlilik şartı değildir. Buna göre, 2 ci öbek kanunlarını geçerlilik şartlarına bakarak, çeşitli alt-öbeklere ayırabiliriz:

(*i*) *Geçerlilik Şartı '$\exists xSx$' olan 2 ci öbek kanunları*:

Mantıksal-Kare Kanunları: (1), (2), (3), (4) olmak üzere *dört* kanun.

Dolaysız-Çıkarımlar: (9), (13), (17), (23), (26) ve (29) olmak üzere *altı* kanun.

Tasımlar: *Beş* zayıflatılmış tasım biçimi: (48) barbari, (49) celaront, (50) cesaro, (51) camestrop ve (55) camenop.

(*ii*) *Geçerlilik şartı '$\exists xPx$' olan 2 ci öbek kanunları*:

Dolaysız-Çıkarımlar: (11), (14), (19) ve (28) olmak üzere *dört* kanun.

Tasım: *Bir* güçlendirilmiş tasım biçimi: (54) bramantip.

(*iii*) *Geçerlilik şartı '$\exists xPx$' olan 2 ci öbek kanunları*:

Dolaysız-Çıkarımlar: (7), (10), (22) ve (25) olmak üzere *dört* kanun.

(*iv*) *Geçerlilik şartı '$\exists xMx$' olan 2 ci öbek kanunları*:

Tasımlar:: *Üç* güçlendirilmiş biçim: (52) darapti, (53) felapton ve (56) fesapo.

VII. BÖLÜM

NİCELEME MANTIĞININ KANUNLARI ve DÖNÜŞTÜRMELERİ

1. BİRLİ NİCELEME MANTIĞI

A. TAM-DEYİMLER

Geçen Bölüm'de gördüğümüz gibi, klâsik kategorik önermeler mantığının tümünü niceleme mantığına indirgemek mümkündür. İmdi, dikkat edilirse, klâsik mantığa ait herhangi bir tam-deyimin niceleme mantığındaki karşılığı sadece *1-li genel terimleri* kapsamaktadır. İşte 1-li genel terimlerden başka genel terimleri içine almıyan deyimleri inceleyen niceleme mantığı dalına *"birli niceleme mantığı"* (monadic quantification logic) denir. Buna göre, klâsik kategorik önermeler mantığının, (genel niceleme mantığının bir bölümü olan) birli niceleme mantığına indirgendiğini söyleyebiliriz. Şimdi birli niceleme mantığını sistematik bir şekilde inceleyeceğiz.

Birli niceleme mantığını *'BNM'* ile gösterdiğimiz belli bir "yapma dil" sayıyoruz. *BNM* dilinin mantıksal sembolleri, önerme eklemleri, niceleme-işaretleri, önerme-temsilcileri, 1-li yüklem-temsilcileri ve 'x' gibi bir tek değişkenden ibarettir. *Mantıksal olmıyan* (tasvir-edici) *sembolleri* ise bir-yol çeşitli tekil terimler, bir de çeşitli 1-li genel terimlerdir.

Daha önce belirttiğimiz gibi, niceleme mantığında *"önerme kalıpları"* nın yanı sıra bir *"açık-önerme kalıpları"*ndan söz ederiz. Önermelerle açık önermelerde mantıksal olmıyan değişmezler (yani tasvirsel tekil ve genel terimler) geçtiği halde, gerek önerme-kalıplarında gerekse açık-önerme kalıplarında sadece mantıksal semboller (yani mantıksal değişmezlerle, temsilci-harfler ve *'x'* değişkeni) geçer. Önermeleri, açık-önermeleri, önerme-kalıplarını ve açık-önerme kalıplarını bir arada *'tam-deyim'* adiyle gösteriyoruz.

BNM dilinin tam-deyimlerine örnek olarak

(1) $\exists x$(x mavidir)

önerme'sini,

(2) x mavidir

açık-önerme'sini,

(3) $\forall x Fx$

önerme-kalıbı'nı ve

(4) Fx

açık-önerme kalıbı'nı gösterebiliriz.

(1) ile (2) de '*mavi*' 1-li genel terimi, (3) ile (4) te de '*F*' 1-li yüklem-temsilcisi geçmektedir. Dikkat edilirse, 'x' değişkeni (1) ile (3) te bir niceleyicinin etkisi altında olduğu halde, (2) ile (4) te herhangi bir niceleyicinin etkisi altında değildir. İmdi, 'x' değişkeni belli bir tam-deyimde bir niceleyicinin (ister tümel niceleyici olsun, ister varlıksal niceleyici olsun) etkisi altında geçerse, 'x' değişkeninin böyle bir geçişine *"bağlı geçiş"* (bound occurrence) denir. Öte yandan, 'x' belli bir tam-deyimde herhangi bir niceleyicinin etkisi altında değilse, 'x' değişkeninin böyle bir geçişine *"bağsız geçiş"* (free occurrence) denir. Örneğin, 'x' değişkeni (1) ile (3) te bağlı olarak, (2) ile (4) te ise bağsız olarak geçiyor. Öte yandan,

$$\forall x Fx \rightarrow Fx$$

tam-deyiminde 'x' değişkeni hem bağlı hem bağsız geçiyor. İlk iki geçişi bağlı, son geçişi ise bağsızdır. Ama bu geçişlerden her biri ya bağlıdır, ya da bağsız.

Niceleme mantığı önermeler mantığını içine aldığından, önermeler mantığına ait her tam-deyim aynı zamanda niceleme mantığına da ait sayılır. Bu bakımdan 'p', 'q', 'r', ... gibi önerme-temsilcileriyle, bunlardan kurulu molekülsel önerme-kalıpları niceleme mantığının, hattâ birli niceleme mantığının (*BNM* nin) tam-deyimleri arasında yer alırlar. Nitekim, bu kalıplarda herhangi bir yüklem veya yüklem temsilcisi geçmediğinden, 2-li, 3-lü, ... , n-li ... yüklem veya yüklem temsilcileri haydi haydi geçmez.

BNM nin tam-deyimleri arasında bir de

$$p \vee Fx$$

ile

$$\exists x(p \vee Fx)$$

gibi "karma" deyimler bulunur.

BNM nin tam-deyimlerini 'x' değişkeninin geçişlerinin bağlı veya bağsız olmasına bakarak sınıflıyabiliriz. Dikkat edilirse, gerek önermelerde gerekse önerme-kalıplarında 'x' değişkeni bağsız olarak geçemez. Bu gibi tam-deyimlerde 'x' in ya hiç bir geçişi yoktur, ya da varsa bağlı olmalıdır. İşte içinde 'x' değişkeninin *hiç bir bağsız geçişi bulunmayan* tam-deyimlere *"kapalı"* denir. *Önermeler*, içinde hiç bir temsilci-harfin geçmediği kapalı tam-deyimler, *Önerme-kalıpları* ise içinde en azından bir temsilci-harfin geçtiği kapalı tam-deyimlerdir.

Öte yandan, içinde 'x' değişkeninin en azından bir *bağsız* geçişi bulunan tam-deyimlere *"açık"* denir. Gerek açık-önermeler, gerekse açık-önerme kalıpları açıktır. *"Açık-önermeler"*, içinde hiç bir temsilci-harfin geçmediği açık-tam-deyimler; *"açık-önerme kalıpları"* da, içinde en azından bir temsilci-harfin geçtiği açık tam-deyimlerdir. Açık bir tam-deyimde 'x' in bağsız geçişinin yanı sıra, bağlı geçişleri de olabilir.

Örneğin:

$$p \vee \forall x Fx \vee Gx$$

açık-önerme kalıbında 'x' in bir bağsız, bir de bağlı geçişi vardır.

BNM dilinin tam-deyimlerini böylece inceledikten sonra, şimdi *BNM* çerçevesi içindeki *"geçerlilik"* kavramını ele alalım. Önermeler mantığında olduğu gibi, niceleme mantığında da "önermeler" in değil, *"önerme-kalıpları"*nın geçerliliğinden söz edilir. Önermeler mantığında, geçerli bir önerme kalıbının bütün yorumları *doğru* önermelerdir. Aynı şekilde niceleme mantığında da geçerli bir önerme-kalıbının bütün yorumları *doğru* önermelerdir. Ancak, önermeler mantığında bir önerme-kalıbının bütün yorumlarının doğru olması, bu önerme-kalıbının geçerliliği için yeterli bir şart olmasına rağmen, niceleme mantığında böyle değildir. Bu bakımdan, geçerliliğin niceleme mantığındaki tanımı oldukça karmaşıktır. (Bu tanımı ileride gösteriyoruz.)

Öte yandan, önermeler mantığında sadece "önerme-kalıpları"nın geçerliliğinden söz edilmesine karşılık, niceleme mantığında bir de *"açık-önerme kalıpları"*nın geçerliliğinden söz edilir. A, *BNM* nin bir açık-önerme kalıbı ise, A nın geçerli olması $\forall x A$ önerme-kalıbının geçerli olması şeklinde tanımlanır. Bu bakımdan, niceleme mantığında da sadece *önerme-kalıpları'* nın geçerliliğini incelemekle yetinebiliriz.

İmdi önermeler mantığının kanunları, önermeler mantığına ait geçerli önerme-kalıpları olduğu gibi, niceleme mantığına ait kanunlar da niceleme mantığına ait geçerli önerme-kalıplarıdır. Özel olarak, *BNM* nin *kanunları*, *BNM* ye ait *geçerli önerme-kalıplarından* ibarettir.

B. KARAR-VERME YÖNTEMİ

Önermeler mantığında, verilen herhangi bir önerme-kalıbının geçerli olup olmadığını denetlemek için "doğruluk değerleri analizi" gibi genel ve mekanik bir yöntemin, veya başka bir deyimle, bir *"karar-verme yöntemi"* nin (decision procedure) olmasına karşılık, niceleme mantığının tümü için böyle bir karar-verme yönteminin bulunmadığı, bulunmasının da imkânsız olduğu kanıtlanmıştır. Bununla birlikte *BNM* ye özgü olan bir karar-verme yöntemi vardır. Yani BNM dilinin herhangi bir önerme-kalıbının geçerli olup olmadığını göstermeye yarayan genel ve mekanik bir yöntem vardır. Şimdi bu karar-verme yöntemini gösterelim.

Daha önce belirttiğimiz gibi, sonlu bir evrende tümel bir önermeyi çok terimli bir birlikte-evetleme, varlıksal bir önermeyi de çok-terimli bir ayrıklık biçiminde yorumlayabiliriz. Aynı şekilde '$\forall xFx$' ile '$\exists xFx$' önerme-kalıplarını, evrenin, yani 'x' değişkeninin değer-alanının $a_1, \ldots, a_n$ gibi n tane nesneden ibaret olması halinde, şöyle yorumlayabiliriz:

(5) $\forall xFx = Fa_1 \wedge Fa_2 \wedge \ldots \wedge Fa_n$

(6) $\exists xFx = Fa_1 \vee Fa_2 \vee \ldots \vee Fa_n$

'$Fa_1 \wedge \ldots\ldots \wedge Fa_n$' ye '$\forall xFx$' in, '$Fa_1 \ldots\ldots Fa_n$' ye de '$\exists xFx$' in

$$E = \{a_1, \ldots, a_n\}$$

evrenindeki *açılım*'ı denir. Genel olarak, herhangi bir tam-deyimin E gibi sonlu bir evrendeki açılımını bulmak için, tümel ve varlıksal niceleyicileri (5) ile (6) gereği elemek yeter.

Örnek I. '$\forall x \sim Fx$' in $E = \{a, b, c\}$ evrenindeki açılımını bulalım:

$$\sim Fa \wedge \sim Fb \wedge \sim Fc$$

Örnek II. '$\exists x(Fx \rightarrow \sim Gx)$' in $E = \{a, b\}$ evrenindeki açılımını bulalım:

$$(Fa \rightarrow \sim Ga) \vee (Fb \rightarrow \sim Gb)$$

Örnek III. $\sim \forall x(Fx \vee GxHx) \rightarrow \sim \exists xGx$

tam-deyiminin $E = \{a_1, a_2\}$ evrenindeki açılımını bulalım:

$$\sim [(Fa_1 \vee Ga_1Ha_1)(Fa_2 \vee Ga_2Ha_2)] \rightarrow \sim (Ga_1 \vee Ga_2)$$

Örnek IV. '$\forall x \exists y Fxy$ nin $E = \{a, b\}$ evrenindeki açılımını bulalım:

$$E \text{ evreninde: } \forall x \exists y Fxy = \forall x(Fxa \vee Fxb) =$$

$$(Faa \vee Fab)(Fba \vee Fbb)$$

Imdi, A gibi belli bir önerme-kalıbı *geçerli* ise, A herhangi bir evrende, dolayısiyle herhangi bir sonlu evrende (örneğın, 1 öğeli evrende, 2 öğeli evrende, ...) de geçerlidir. Ama A belli bir sonlu evrende geçerli ise, gene de (mutlak anlamda) geçerli olmayabilir; nitekim A nın başka bir evrende, özellikle daha çok sayıda öğesi olan bir evrende geçersiz olması mümkündür. Hattâ her sonlu evrende geçerli olmalarına rağmen, sonsuz evrende geçerli olmamalarından dolayı, gene de geçersiz olan önerme-kalıpları vardır.

Örneğin:

(7) $\sim[\forall x \sim Fxx \wedge \forall x \forall y \forall z(Fxy \wedge Fyz \rightarrow Fxz) \wedge \forall x \exists y Fxy]$

önerme-kalıbı bütün sonlu evrenlerde geçerli olmakla birlikte, gene de (mutlak anlamda) geçerli değildir. Bunu şöyle açıklıyabiliriz. $a_1, a_2, \ldots, a_n$ nesnelerinden ibaret *sonlu* bir evreni ele alalım. (7) kalıbını

$$\sim(pq) \longleftrightarrow (p \rightarrow q)$$

totolojisi gereği

(8) $\forall x \sim Fxx \wedge \forall x \forall y \forall z(Fxy \wedge Fyz \rightarrow Fxz) \rightarrow \sim \forall x \exists y Fxy$

biçimine dönüştürebiliriz. İmdi 'F' gibi belli bir bağıntı terimi için (8) in ön-önermesinin doğru olduğunu kabul ederek, ard-önermesinin doğruluk-değerini araştıralım. Bu ard-önermenin değillemesi

(9) $\forall x \exists y Fxy$

dir. 'x' değişkenine ilk önce a_1 değerini verelim. O zaman (9) doğru olsaydı "Fa_1y" şartını yerine getiren ve a_1 ile özdeş olmıyan bir nesne olmalıdır. Bu nesne a_2 olsun. O zaman 'x' in değeri olarak a_2 yi seçerek, "Fa_2y" şartını yerine getiren bir nesne olduğunu söyleyebiliriz. Bu nesne a_2 ile özdeş olmadığı gibi a_1 ile özdeş olmamalı. Nitekim a_1 ile özdeş olsaydı, hem Fa_1a_2 hem Fa_2a_1 olacaktı. O zaman (8) in ön-bileşeninin ikinci bileşeni uyarınca Fa_1a_1 sonucu çıkar. Oysa birinci bileşen gereği bu mümkün değildir. Şu halde söz konusu nesne gerek a_1 gerekse a_2 den farklı olmalıdır. Bu nesne de a_3 olsun. Aynı işlemi tekrarlamak suretiyle $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ nesneler dizisini elde ederiz. İmdi 'x' değişkenine a_n değerini verirsek, "Fa_ny" şartını yerine getiren nesnenin $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ nesnelerinin her birinden farklı olması gerekir. Oysa evrenin sadece bu n sayıda nesneden ibaret olduğunu kabul etmiştik. Şu halde (9) doğru değildir. Dolayısiyle (8) in veya onunla eşdeğer olan (7) nin herhangi bir *sonlu evrende geçerli* olduğunu görüyoruz. Oysa,

$$a_1, a_2, a_3, \ldots$$

gibi sonsuz bir nesne dizisini kapsıyan bir evrende (7) geçersizdir. Nitekim (7) nin değillemesi olan önerme-kalıbı sonsuz bir evrende tutarlıdır. Ör-

neğin, evren olarak tam sayıları, 'F' yerine de '<' ('küçüktür') bağıntı terimini alalım. O zaman (7) nin değillemesi

(10) $\forall x \sim (x < x) \wedge \forall x \forall y \forall z (x < y \wedge y < z \rightarrow x < z) \wedge \forall x \exists y (x < y)$

biçimine girer. Oysa (10) un doğru olduğu meydandadır. Nitekim (10), hiç bir tam sayının kendinden küçük olmadığını; bir tam sayı ikincisinden küçük, ikincisi de üçüncüsünden küçükse, birincisinin üçüncüsünden küçük olduğunu; bir de her tam sayı için, bu sayının ondan küçük olduğu başka bir tam sayı olduğunu dile getirir.

Dikkat edilirse, her sonlu evrende geçerli olduğu halde, (mutlak anlamda) geçersiz olan (7) önerme kalıbı *BNM* ye ait değildir. Nitekim bu kalıpta 'F' gibi "2-li" bir yüklem-temsilci geçmektedir.

İmdi *BNM* diline ait önerme-kalıpları için, belli sayıda öğesi olan *sonlu* bir evrende geçerli olan bir önerme-kalıbının her evrende (sonsuz sayıda öğesi olan evrenlerde bile) geçerli olduğu, dolayısiyle (mutlak anlamda) *geçerli* olduğu kanıtlanmıştır. Daha doğrusu, içinde n sayıda 1-li yüklem-temsilcisi geçen herhangi bir önerme-kalıbının, 2^n sayıda öğesi olan bir evrende geçerli olması halinde, (mutlak anlamda) *geçerli* olduğu gösterilmiştir. Yani:

(11) A önerme-kalıbı, BNM diline ait olup A kalıbında geçen (1-li) yüklem temsilcilerinin sayısı *n* ise, A nın geçerli olmasının gerekli ve yeterli şartı A nın 2^n öğeli bir evrende geçerli olmasıdır.

Şartın yalnız yeterli değil, bir de gerekli olduğu apaçıktır. Nitekim bir kalıbın *geçerli* olması, bu kalıbın *bütün evrenlerde geçerli* olması anlamına geldiğinden, 2^n sayıda öğesi olan bir evrende geçerli olmayan bir kalıbın (mutlak anlamda) geçersiz olduğu meydandadır.

İmdi *m* öğeli bir evrende geçerli olan bir kalıba *"m-geçerli"* diyelim. O zaman (11) kuralını şöyle dile getirebiliriz:

(12) (A, BNM ye ait bir önerme-kalıbıdır) $\wedge$ (A da geçen yüklem-temsilcilerinin sayısı n dir) $\rightarrow$ (A geçerlidir $\longleftrightarrow$ A, 2^n- geçerlidir)

Örneğin, A kalıbında bir tek 1-li yüklem-temsilcisi geçerse, A nın geçerli olup olmadığını denetlemek için $2^n = 2^1 = 2$ nesneden ibaret bir evrende böyle bir denetlemeyi yapmak yetecektir. Aynı şekilde iki tane 1-li yüklem-temsilcisinin geçtiği bir kalıbın geçerliliğini denetlemek için, $2^n = 2^2 = 4$ nesneden ibaret bir evrenle yetinebiliriz. İçinde üç tane 1-li yüklem temsilcisinin geçtiği bir kalıbın geçerliliğini denetlemek için de $2^n = 2^3 = 8$ üyeli bir evreni göz önüne almalıyız. Kalıbın kapsadığı 1-li yüklem-temsilcilerinin sayısı arttıkça, denetleme için gerekli olan evrenin öğe sayısı

geometrik bir seri şeklinde artar. Bu bakımdan büyük sayıda 1-li yüklem-temsilcisini kapsıyan bir kalıbın geçerliliğini bu yöntemle denetlemek pek güç olur. Bununla birlikte, pratikte karşılaştığımız kalıplardaki 1-li yüklem-temsilcilerinin sayısı küçük olduğundan, söz konusu denetleme veya *karar-verme yöntemi* gene de elverişlidir. Biz, aşağıda gösterdiğimiz *BNM* ye ait kanunların denetlenmesi için, bu yöntemden faydalanacağız.

C. BAŞLICA KANUNLAR

Şimdi *BNM* ye ait en önemli kanunları gözden geçirelim.

(*i*) *Niceleyicilerin Değillenmesi Kanunları:*

(13) $\sim \forall x\, Fx \longleftrightarrow \exists x \sim Fx$

(14) $\sim \exists x\, Fx \longleftrightarrow \forall x \sim Fx$

(15) $\forall x\, Fx \longleftrightarrow \sim \exists x \sim Fx$

(16) $\exists x\, Fx \longleftrightarrow \sim \forall x \sim Fx$

Kanıt:

(13) kalıbının geçerli olduğunu (12) karar-verme yöntemine dayanarak göstermek için, a_1 ile a_2 gibi *iki* nesneden ibaret bir evren seçmeliyiz. Nitekim (13) kalıbında bir tek yüklem-temsilcisi ('F' 1-li yüklem temsilcisi) geçmektedir. Dolayısiyle (13) ün geçerli olmasının gerekli ve yeterli şartı 2^1-geçerli olmasıdır.

İmdi (13) kalıbını (5) ile (6) eşdeğerlikleri uyarınca

$$\sim (Fa_1 \wedge Fa_2) \longleftrightarrow (\sim Fa_1 \vee \sim Fa_2)$$

biçimine dönüştürebiliriz. Oysa bu son kalıp "$\sim (pq) \longleftrightarrow (\bar{p} \vee \bar{q})$" De Morgan kanunu gereği bir totoloji (yani önermeler mantığının geçerli bir kalıbı)dır. Böylece (13) kalıbının 2 öğeli bir evrende (a_1 ile a_2 nesnelerinden ibaret evrende) geçerli olduğunu görüyoruz. Şu halde (13), (12) gereği geçerlidir. (İ. K.)

(14) ün geçerli olduğunu göstermek için gene aynı evreni seçebiliriz. Nitekim (14) kalıbında da yalnız bir tek yüklem-temsilcisi ('F') geçiyor. İmdi (14) kalıbı (5) ile (6) gereği

$$\sim (Fa_1 \vee Fa_2) \longleftrightarrow (\sim Fa_1 \wedge \sim Fa_2)$$

biçimine dönüşür. Bu kalıp ise "$\sim (p \vee q) \longleftrightarrow \bar{p}\bar{q}$" DeMorgan kanunu gereği bir totolojidir. Şu halde (14) kalıbı 2-geçerli olup (12) gereği (mutlak anlamda da) geçerlidir. (İ. K.)

(15) kalıbı (13) ten, (16) kalıbı da (14) ten (her iki yanı değillemek suretiyle) elde edilebildiğinden, (15) ile (16) nın da geçerli olduğu kanıtlanmış olur.

(ii) Niceleyicilerin Dağıtıcılığı Kanunları:

(17) $\forall x (Fx \wedge Gx) \longleftrightarrow \forall xFx \wedge \forall xGx$

(Tümel Niceleyicinin Birlikte-Evetleme Üzerine Dağıtıcılığı)

Kanıt:

(17) kalıbında geçen yüklem-temsilcilerinin sayısı 2 ye eşittir. Dolayısiyle (17) nin geçerli olması için $2^2 = 4$ nesneli bir evrende geçerli olması gerekir. Bu nesneler a_1, a_2, a_3 ve a_4 olsun. (17) kalıbı, (6) eşdeğerliği gereği

$$(Fa_1 \wedge Ga_1) \wedge (Fa_2 \wedge Ga_2) \wedge (Fa_3 \wedge Ga_3) \wedge (Fa_4 \wedge Ga_4) \longleftrightarrow (Fa_1 \wedge Fa_2 \wedge Fa_3 \wedge Fa_4) \wedge (Ga_1 \wedge Ga_2 \wedge Ga_3 \wedge Ga_4)$$

biçimine çevrilir. Bu son kalıp ise birlikte-evetlemenin ortaklaştırıcılığı ve yer-değiştiriciliği gereği geçerlidir. (İ. K.)

(18) $\exists x(Fx \vee Gx) \longleftrightarrow \exists xFx \vee \exists xGx$

(Varlıksal Niceleyicinin Ayrıklık Üzerine Dağıtıcılığı)

Kanıt:

İlerde göstereceğimiz gibi,* (18) kalıbı, (17) nin "ikililik" (dualite) karşılığıdır. Geçerli bir şartlı veya karşılıklı-şartlının ikililik karşılığı da geçerli olduğundan, (18) in geçerli olduğu kanıtlanmış olur.

(19) $\exists x(Fx \wedge Gx) \longleftrightarrow \exists xFx \wedge \exists xGx$

(Varlıksal Niceleyicinin Birlikte-Evetleme Üzerine Tek-yanlı Dağıtıcılığı)

Kanıt:

(19) kalıbında iki yüklem-temsilcisi geçtiğinden, a_1, a_2, a_3, a_4 gibi dört nesneden ibaret bir evreni göz önünde tutmak gerekir. İmdi (19) kalıbı (6) eşdeğerliği, gereği

$$(Fa_1 \wedge Ga_1) \vee (Fa_2 \wedge Ga_2) \vee (Fa_3 \wedge Ga_3) \vee (Fa_4 \wedge Ga_4) \rightarrow (Fa_1 \vee Fa_2 \vee Fa_3 \vee Fa_4) \wedge (Ga_1 \vee Ga_2 \vee Ga_3 \vee Ga_4)$$

biçimine dönüşür. Bu kalıbı da

* Bk. s. 220 - 221.

$(Fa_1 \wedge Ga_1) \vee (Fa_2 \wedge Ga_2) \vee (Fa_3 \wedge Ga_3) \vee (Fa_4 \wedge Ga_4) \rightarrow$

$[(Fa_1 \wedge Ga_1) \vee (Fa_1 \wedge Ga_2) \vee (Fa_1 \wedge Ga_3) \vee (Fa_1 \wedge Ga_4) \vee (Fa_2 \wedge Ga_1) \vee$
$(Fa_2 \wedge Ga_2) \vee (Fa_2 \wedge Ga_3) \vee (Fa_2 \wedge Ga_4) \vee (Fa_3 \wedge Ga_1) \vee (Fa_3 \wedge Ga_2) \vee$
$(Fa_3 \wedge Ga_3) \vee (Fa_3 \wedge Ga_4) \vee (Fa_4 \wedge Ga_1) \vee (Fa_4 \wedge Ga_2) \vee (Fa_4 \wedge Ga_3) \vee$
$(Fa_4 \wedge Ga_4)]$

biçimine dönüştürebiliriz. Bu kalıp ise bir totoloji olan '$p \rightarrow p \vee q$' biçiminde olduğundan, kendisi de geçerlidir. (İ. K.)

Dikkat edilirse, (19) kalıbının geçerli olmasına karşılık,

$$(\exists xFx \wedge \exists xGx) \rightarrow \exists x(Fx \wedge Gx)$$

kalıbı *geçersizdir*. Nitekim, 'Gx' yerine '$\sim Fx$' deyimini koyarsak,

$$\exists xFx \wedge \exists x \sim Fx \rightarrow \exists x(Fx \wedge \sim Fx)$$

elde edilir. Oysa bu son kalıbın geçersiz olduğu meydandadır. Örneğin, 'F' olarak 'mavi' yüklemini seçelim. O zaman kalıbımızın ön-bileşeni

(öyle bir x vardır ki, x mavidir) ve (öyle bir x vardır ki, x mavi değildir)

biçimini, ard-bileşeni ise

öyle bir x vardır ki, x mavidir ve x mavi değildir

biçimini alır. Oysa bu iki önermeden birincisi doğru, ikincisi ise yanlış (kendiyle çelişik) dır.

(20) $(\forall xFx \vee \forall xGx) \rightarrow \forall x(Fx \vee Gx)$

(Tümel Niceleyicinin Ayrıklık Üzerine Yarı-Dağıtıcılığı)

Kanıt:

(20) kalıbı (19) un ikililik karşılığıdır. Oysa (19) geçerlidir. Şu halde (20) kalıbı da geçerlidir. (İ. K.)

(20) nin geçerli olmasına karşılık,

$$\forall x(Fx \vee Gx) \rightarrow (\forall xFx \vee \forall xGx)$$

kalıbı *geçersizdir*. Bunu göstermek için, 'Gx' yerine '$\sim Fx$' koyalım. O zaman kalıbımız

$$\forall x(Fx \vee \sim Fx) \rightarrow (\forall xFx \vee \forall x \sim Fx)$$

biçimini alır. Bu son kalıp ise geçersizdir. Nitekim ön-bileşeni her zaman doğru olduğu halde, ard-bileşeni öyle değildir. Söz gelişi 'F' olarak

'mavi' yüklemini seçersek, bu ard-bileşen *'her şey mavidir veya hiçbir şey mavi değildir'* gibi *yanlış* bir önerme olur.

(*iii*) *Daraltma* (*Confinement*) *Kanunları:*

(21) $\forall x(p \wedge Fx) \longleftrightarrow (p \wedge \forall xFx)$

Kanıt:

İçinde bir tek yüklem temsilcisinin ('F' nin) geçtiği bu kalıbın geçerli olduğunu göstermek için $2^1 = 2$ nesneden ibaret bir evrenle yetinebiliriz. İmdi (21) kalıbını, (5) eşdeğerliği gereği

$$(p \wedge Fa_1) \wedge (p \wedge Fa_2) \longleftrightarrow [p \wedge (Fa_1 \wedge Fa_2)]$$

biçimine dönüştürebiliriz. Bu son kalıp ise birlikte-evetlemenin ortaklaştırıcılığı, yer-değiştiriciliği ve denkgüçlülüğü uyarınca geçerlidir. (İ. K.)

(22) $\forall x(p \vee Fx) \longleftrightarrow (p \vee \forall xFx)$

Kanıt: Bu kalıp, (5) gereği

$$(p \vee Fa_1) \wedge (p \vee Fa_2) \longleftrightarrow [p \vee (Fa_1 \wedge Fa_2)]$$

biçimine dönüşür. Bu kalıbı da

$$pp \vee (p \wedge Fa_2) \vee (Fa_1 \wedge p) \vee (Fa_1 \wedge Fa_2) \longleftrightarrow p \vee (Fa_1 \wedge Fa_2)$$

biçimine dönüştürebiliriz. Bu son kalıbın ön-bileşeni (birlikte-evetlemenin denkgüçlülüğü gereği)

$$p \vee (Fa_1 \wedge Fa_2) \vee (p \wedge Fa_2) \vee (Fa_1 \wedge p)$$

biçimine çevrilebilir. Oysa bu kalıp ("$p \vee pq = p$" gereği)

$$p \vee (Fa_1 \wedge Fa_2)$$

kalıbı ile eşdeğerdir. (İ. K.)

(23) $\exists x(p \wedge Fx) \longleftrightarrow (p \wedge \exists xFx)$

Kanıt; (23) kalıbı, (22) nin ikililik karşılığıdır.

(24) $\exists x(p \vee Fx) \longleftrightarrow (p \vee \exists xFx)$

Kanıt; (24) kalıbı, (21) in ikililik karşılığıdır.

(25) $\forall x(p \rightarrow Fx) \longleftrightarrow (p \rightarrow \forall xFx)$

Kanıt: (25) kalıbını

$$\forall x(\bar{p} \vee Fx) \longleftrightarrow (p \vee \forall xFx)$$

biçimine dönüştürebiliriz. Bu son kalıp ise (22) gereği geçerlidir. (İ. K.)

(26) $\exists x(p \rightarrow Fx) \longleftrightarrow (p \rightarrow \exists xFx)$

Kanıt: (26) kalıbı

$$\exists x(\bar{p} \vee Fx) \longleftrightarrow (\bar{p} \vee \exists xFx)$$

biçimine çevrilebilir. Bu son kalıp ise (24) gereği geçerlidir. (İ. K.)

(27) $\forall x(Fx \rightarrow p) \longleftrightarrow (\exists xFx \rightarrow p)$

Kanıt: (27) kalıbını

$$\forall x(\sim Fx \vee p) \longleftrightarrow (\sim \exists xFx \vee p)$$

biçimine dönüştürebiliriz. Bu kalıp da

$$\forall x(\sim Fx \vee p) \longleftrightarrow (\forall x \sim Fx \vee p)$$

biçimine çevrilebilir. Bu son kalıp ise (22) gereği geçerlidir. (İ. .K)

(28) $\exists x(Fx \rightarrow p) \longleftrightarrow (\forall xFx \rightarrow p)$

Kanıt: (28) kalıbı

$$\exists x(\sim Fx \vee p) \rightarrow (\sim \forall xFx \vee p)$$

biçimine, dolayısıyle,

$$\exists x(\sim Fx \vee p) \longleftrightarrow (\exists x \sim Fx \vee p)$$

biçimine çevrilebilir. Oysa son kalıp (24) gereği geçerlidir. (İ. K.)

Dikkat edilirse, (27) kanunu

$$[(q_1 \rightarrow p) \wedge (q_2 \rightarrow p)] \longleftrightarrow (q_1 \vee q_2 \rightarrow p)$$

totolojisinin, (28) kanunu da

$$[(q_1 \rightarrow p) \vee (q_2 \rightarrow p)] \longleftrightarrow (q_1 q_2 \rightarrow p)$$

totolojisinin niceleme mantığındaki karşılığıdır. Öte yandan, (25) kanunu

$$[(p \rightarrow q_1) \wedge (p \rightarrow q_2)] \longleftrightarrow (p \rightarrow q_1 q_2)$$

totolojisinin, (26) kanunu da

$$[(p \rightarrow q_1) \vee (p \rightarrow q_2)] \longleftrightarrow (p \rightarrow q_1 \vee q_2)$$

totolojisinin niceleme mantığındaki karşılığıdır.

(*iv*) *Tasım Kanunu:*

(29) $[\forall x(Fx \rightarrow Gx) \wedge \forall x(Gx \rightarrow Hx)] \rightarrow \forall x(Fx \rightarrow Gx)$

Barbara tasımının niceleme mantığındaki karşılığı olan bu kanunun kanıtı,

(30) $\forall x(Fx \rightarrow Gx) \rightarrow (\forall xFx \rightarrow \forall xGx)$

kanununa (*"tümel-niceleyicinin şart-eklemine göre yarı-dağıtıcılığı"* kanununa) dayanır. İki yüklem-temsilcisini içine alan (30) kalıbının dört nesneli evrende bir totolojiye dönüştüğünü gösterebiliriz.

(29) kalıbını (30) kanunu yardımiyle şöyle kanıtlarız:

(i) $(Fx \rightarrow Gx) \wedge (Gx \rightarrow Hx) \rightarrow (Fx \rightarrow Hx)$ (totoloji)

(ii) $\forall x[(Fx \rightarrow Gx) \wedge (Gx \rightarrow Hx) \rightarrow (Fx \rightarrow Hx)]$ ((i) gereği geçerli)

(iii) $\forall x[(Fx \rightarrow Gx) \wedge (Gx \rightarrow Hx)] \rightarrow \forall x(Fx \rightarrow Hx)$ ((i), (30) gereği)

(iv) $[\forall x(Fx \rightarrow Gx) \wedge \forall x(Gx \rightarrow Hx)] \rightarrow \forall x(Fx \rightarrow Hx)$ ((iii), (17) gereği)

e) Tümelin Tikeli Gerektirmesi Kanunu:

(31) $\forall xFx \rightarrow \exists xFx$

Kanıt:

(31) kalıbında bir tek yüklem-temsilcisi geçtiğinden, 2 nesneli bir evren seçmeliyiz. Oysa böyle bir evrende, (31) i

$$(Fa_1 \wedge Fa_2) \rightarrow (Fa_1 \vee Fa_2)$$

totolojisine dönüştürebiliriz. (İ. K.)

Alıştırmalar:

(I) Aşağıdaki tam-deyimlerin verilen evrende açılımını bulunuz:

1. $\sim\forall x(Fx \vee Gx)\ \exists x(Fx \sim Gx)$ $E = \{a_1, a_2\}$
2. $\forall x(Fx \sim Hx) \vee \exists xGx$ $E = \{b_1, b_2\}$
3. $\forall x(FxGx) \rightarrow \exists xHx$ $E = \{a_1, a_2\}$
4. $\exists x(Fx \vee Gx)\ \forall x(FxGx)$ $E = \{a_1, a_2, a_3\}$
5. $\forall x(Fx \leftrightarrow Gx)\ \exists x(Fx \rightarrow Gx)$ $E = \{k_1, k_2\}$
6. $\exists xFx \vee \forall x(\sim Fx \leftrightarrow Gx)$ $E = \{b_1, b_2\}$
7. $\exists x(Fx \vee Gx) \rightarrow \forall x(FxGx)$ $E = \{t_1, t_2\}$
8. $\forall xFx \vee \sim\forall x\ Gx \vee \sim\exists xFx \vee \exists xGx$ $E = \{c_1, c_2, c_3\}$
9. $\sim\exists x(Fx \vee \sim Gx) \vee \forall x(\sim FxGx)$ $E = \{a_1, a_2\}$
10. $\sim\forall x(Gx \leftrightarrow Fx) \vee \exists x(Fx \rightarrow \sim Gx)$ $E = \{b_1, b_2\}$
11. $\forall x\exists y(Fxy \vee Gx)$ $E = \{a, b\}$
12. $\forall x\forall y \sim Fxy \rightarrow \exists x\forall yGyx$ $E = \{a, b\}$

(II) Birli niceleme mantığına ait olan aşağıdaki tam-deyimlerin geçerli olup olmadığını denetleyiniz:

1. $\exists x\, Fx \rightarrow \forall x\, Fx$
2. $\forall x\, Fx \rightarrow \forall x(Fx \vee p)$
3. $\forall x\, Fx \leftrightarrow \exists x\, Fx$
4. $p\forall x\, Fx \rightarrow (\exists x\, p\, Fx)$
5. $\sim(p\exists x\, Fx \vee p\forall x \sim Fx)$
6. $\forall x(Fx \vee Gx) \rightarrow \forall x\, Fx$
7. $\forall x(Fx\, Gx) \rightarrow \forall x\, Fx$
8. $\forall x(Fx \rightarrow Gx) \leftrightarrow (\forall x\, Fx \rightarrow \forall x\, Gx)$
9. $(\forall x\, Fx \rightarrow \forall x\, Gx) \rightarrow \forall x(Fx \rightarrow Gx)$
10. $\forall x(Fx \leftrightarrow Gx) \rightarrow (\forall xFx \leftrightarrow \forall x\, Gx)$

2. GENEL NİCELEME MANTIĞI

A. GENEL DEĞİLLEME KANUNU

Genel niceleme mantığı, 1-li, 2-li, ... , n-li, ... niceleme mantıklarının tümünden meydana gelir. n-li niceleme mantığı, n-li, n—1 li, n—2 li, ... , 1-li yüklem ve yüklem-temsilcilerini içine alan niceleme mantığı demektir. Genel niceleme mantığının atomsal kalıpları, 'F' herhangi bir n-li yüklem-temsilcisi oldukta (n = 1, 2, 3, ...),

$$Fx_1x_2x_3...x_n$$

biçimindedir. Ayrıca 'p', 'q', 'r', ... gibi önerme-temsilcilerini de genel niceleme mantığının atomsal kalıpları arasında sayıyoruz. Genel niceleme mantığının bütün kalıpları bu atomsal kalıplarla, önerme eklemleri ve niceleyicilerden kuruludur.

Niceleme mantığına ait herhangi bir tam-deyimin değillemesi aşağıdaki *"genel değilleme kanunu"* yardımiyle elde edilebilir:

(1) $\sim f(F_1, F_2, \ldots, F_n, p_1, p_2, \ldots, p_m, \sim, \wedge, \vee, \forall, \exists) \equiv$
$f(\sim F_1, \sim F_2, \ldots, \sim F_n, p_1, p_2, \ldots, p_m, \sim, \vee, \wedge, \exists, \forall)$

Bu kanun gereğince, niceleme mantığına ait herhangi bir indirgenmiş *tam-deyimin değillemesi,* bütün *atomsal bileşenlerinin değillenmesi, birlikte-evetleme ile ayrıklık işaretlerinin değiş-tokuşu,* bir de *tümel niceleyici ile varlıksal niceleyicinin değiş-tokuşu* ile elde edilen tam-deyimle eşdeğerdir.

Örneğin,

(2) $\sim[(p \vee \exists x\, \forall y \sim Fxyz)(Gx \vee Fyxz)] \equiv$
$(\bar{p} \wedge \forall x\, \exists y\, Fxyz) \vee (\sim Gx \wedge \sim Fyxz)$

Genel Değilleme Kanunu, DeMorgan, çifte-değilleme ve niceleyicilerin değillenmesi kanunlarından türetilebilir. Niceleyicilerin değillenmesi kanunları bu genel kanunun özel halleri sayılabilir. Ayrıca n = 0 halinde genel değilleme kanunu Shannon kanununa indirgendiğinden, bu son kanun da genel değilleme kanununun özel bir hali durumundadır. Niceleyicilerin değillenmesi kanunları da (§ 1'de gördüğümüz gibi) DeMorgan kanunlarının veya Shannon kanununun bir genelleşmesi durumundadır. Dolayısiyle *genel değilleme kanununu* önermeler mantığındaki Shannon kanununun genelleşmiş bir hali sayarak, bu kanuna *"genelleşmiş Shannon kanunu"* da diyebiliriz.

B. İNDİRGEME ve TAM-İNDİRGEME

Niceleme mantığında (önermeler mantığında olduğu gibi), içinde hiç bir şart veya karşılıklı şart eklemi geçmeyen bir tam-deyime *"indirgenmiş"* diyoruz. İndirgenmiş bir tam-deyimde, değilleme işareti ancak ('p', 'q', 'r', ..., 'Fx', 'Gxy', 'Hxyz', ... gibi) atomsal bileşenlere ilişkin olup her atomsal bileşen için en çok *bir* değilleme işareti geçiyorsa, böyle bir tam-deyime *"tam-indirgenmiş"* diyoruz.

Herhangi bir tam-deyimi, şart ile karşılıklı-şart işaretlerini elemek suretiyle, *indirgenmiş* biçime dönüştürebiliriz. Örneğin,

(3) $\forall x Fx\ \exists x \sim Gx \vee \forall x Hxy \rightarrow \bar{p}\ Hxy$

tam-deyimini indirgenmiş biçime çevirelim: 'p V q → r' biçiminde olan bu tam-deyim, 'p V q → r ≡ ~(p V q) V r' eşdeğerliği gereği

(4) $\sim(\forall x\ Fx\ \exists x \sim Gx \vee \forall x\ Hxy) \vee \bar{p}\ Hxy$

ile eşdeğerdir. İşte (4) tam-deyimi (3) ün *indirgenmiş* biçimidir. Dikkat edilirse, (4) tam-deyimi indirgenmiş olmakla birlikte, tam-indirgenmiş değildir. Herhangi bir indirgenmiş tam-deyimi ya DeMorgan, çifte değilleme ve niceleyicilerin değillenmesi kanunları ile, ya da genel değilleme kanunu yardımiyle *tam-indirgenmiş* biçime dönüştürebiliriz. (4) tam-deyimini de genel değilleme kanunu yardımiyle, *tam-indirgenmiş* biçimde olan

(5) $[(\exists x \sim Fx \vee \forall x\ Gx)\ \exists x \sim Hxy] \vee p\ Hxy$

tam-deyimine çevirebiliriz.

Önermeler mantığında Shannon kanunu için yaptığımız gibi, niceleme mantığında da genel değilleme kanununu (yani genelleşmiş Shannon kanununu) uygulamadan önce kısaltma amaciyle gösterilmemiş olan '∧' işaretleri ile bunlara ait parantezleri koymak pratik bakımdan çok faydalıdır. Buna göre (4) tam-deyimini, genel değilleme kanununu uygulamadan önce,

(6) $\sim[(\forall x\, Fx \wedge \exists x \sim Gx) \vee \forall x\, Hxy] \vee (\bar{p} \wedge Hxy)$

biçimine çevirmemiz gerekecektir. (6) tam-deyimini, genel değilleme kanununu uygulayarak, kolaylıkla (5) e dönüştürebiliriz.

C. İKİLİLİK (DÜALİTE)

Niceleme mantığında, indirgenmiş bir önerme-kalıbında biryol '∧' ile 'V' nin, bir de '∀' ile '∃' nin değiş-tokuşu ile elde edilen önerme-kalıbına ilk kalıbın *"asal ikili"*si denir. A gibi bir tam-deyimin ikilisini A^* biçiminde gösteriyoruz.

(7) *Tanım:* $[f(F_1, \ldots, F_m, p_1, \ldots, p_n, \sim, \wedge, \vee, \forall, \exists)]^* =_{Dk}$
$f(F_1, \ldots, F_m, p_1, \ldots, p_n, \sim, \vee, \wedge, \exists, \forall)$

Örneğin, '∀x Fx' in asal ikilisi '∃x Fx', '∀x(Fx V ∼Gx)' in asal ikilisi '∃x(Fx ∧ ∼Gx)' dir.

$f(F_1, \ldots, F_m, p_1, \ldots, p_m)$ niceleme mantığına ait indirgenmiş bir tam-deyim oldukta, $\sim f(\sim F_1, \ldots, \sim F_m, \bar{p}_1, \ldots, \bar{p}_m)$ tam-deyimine ilkinin *"değillemeli ikilisi"* diyoruz. Asal ikili ile değillemeli ikili eşdeğerdir. Nitekim:

$\sim f(\sim F_1, \ldots, \sim F_m, \bar{p}_1, \ldots, \bar{p}_n, \sim, \wedge, \vee, \forall, \exists) =$
$f(F_1, \ldots, F_m, p_1, \ldots, p_n, \sim, \vee, \wedge, \exists, \forall) =$
$[f(F_1, \ldots, F_m, p_1, \ldots, p_n, \sim, \wedge, \vee, \forall, \exists)]^*$

(8) *İkililik ilkesi:* (a) $A \rightarrow B$ geçerli ise, $B^* \rightarrow A^*$ geçerlidir.
(b) $A \longleftrightarrow B$ geçerli ise, $A^* \longleftrightarrow B^*$ geçerlidir.

Kanıt:

(a) $A = f(F_1, \ldots, F_m, p_1, \ldots, p_n)$, $B = g(F_1, \ldots, F_m, p_1, \ldots, p_n)$ olsun.

1. $f(F_1, \ldots, F_m, p_1, \ldots, p_n) \rightarrow g(F_1, \ldots, F_m, p_1, \ldots, p_n)$ geçerlidir (öncül).
2. $f(\sim F_1, \ldots, \sim F_m, \bar{p}_1, \ldots, \bar{p}_n) \rightarrow g(\sim F_1, \ldots, \sim F_m, \bar{p}_1, \ldots, \bar{p}_n)$ geçerlidir.
3. $\sim g(\sim F_1, \ldots, \sim F_m, \bar{p}_1, \ldots, \bar{p}_n) \rightarrow \sim f(\sim F_1, \ldots, \sim F_m, \bar{p}_1, \ldots, \bar{p}_n)$ geçerlidir.
4. $[g(F_1, \ldots, F_m, p_1, \ldots, p_n)]^* \rightarrow [f(F_1, \ldots, F_m, p_1, \ldots, p_n)]^*$ geçerlidir.

Kanıt: (b) $A \longleftrightarrow B$ geçerli olsun. O zaman gerek $A \rightarrow B$ gerekse $B \rightarrow A$ geçerli olur. Dolayısiyle (8)*a* ilkesi gereği hem $B^{\bullet} \rightarrow A^{\bullet}$ hem de $A^{\bullet} \rightarrow B^{\bullet}$ geçerlidir. Şu halde $A^{\bullet} \longleftrightarrow B^{\bullet}$ geçerlidir.

İkililik ilkesi yardımiyle, daha önce kanıtlanmış olan mantık kanunlarından yeni bazı mantık kanunları elde etmek mümkündür. Örneğin, § 1'deki kanunlar arasında (5) ile (6), (13) ile (14), (15) ile (16), (17) ile (18), (19) ile (20), (21) ile (24), (22) ile (23) birbirlerinden ikililik ilkesi yardımiyle türetilebilirler.

D. PRENEKS-NORMAL BİÇİMLER

Bir tam-deyimde, bütün niceleyiciler en önde toplanmış bulunup her niceleyici ardından gelen deyimin tümüne ilişkin ise, tam-deyime *"preneks-normal biçim"* denir. Örneğin,

$$\forall x \exists y \forall z (Fxy \vee p)$$

preneks-normal biçimdedir. Buna karşılık

$$\forall x \exists y \forall z Fxy \vee p$$

preneks-normal biçimde değildir. Nitekim bu kalıpta bütün niceleyiciler önde toplanmış olmakla birlikte, 'p' bileşenine ilişkin olmadıklarından, kalıp preneks-normal biçimde değildir.

Verilen bir tam-deyimi preneks-normal biçime çevirmek için bazı hallerde *"bağlı-değişken değişmesi"* denilen bir işleme başvurmak gerekir:

$$\forall x(\ldots x \ldots)$$

biçimindeki bir tam-deyimde, 'y' değişkeninin hiç geçmediğini kabul edelim. O zaman yukardaki tam-deyimde 'x' yerine 'y' koymakla elde edilen

$$\forall y(\ldots y \ldots)$$

tam-deyimi ilkiyle eşdeğerdir. Aynı şekilde,

$$\exists x(\ldots x \ldots)$$

gibi bir tam-deyimi, onunla eşdeğer olan

$$\exists y(\ldots y \ldots)$$

gibi bir kalıba dönüştürülebilir. İşte bu işleme *"bağlı-değişken değişmesi"* denir. Bağlı-değişken değişmesi şu iki kanunla dile getirilir:

(9) $\forall x Fx = \forall y Fx$

(10) $\exists x Fx = \exists y Fy$

İmdi, verilen herhangi bir kalıbı aşağıdaki kurallara göre preneks-normal biçime çevirmek mümkündür:

(i) Kalıp tam-indirgenmiş biçime çevrilir.

(ii) Kalıpta birden çok niceleyici-geçişi varsa, (gerekince) bağlı-değişken değişmesi yoluyla her niceleyici-geçişinin *ayrı* bir değişkeni olması sağlanır.

(iii) Daraltma kanunlarına (§ 1'deki (21), (22), (23) ve (24) e) dayanarak, bütün niceleyiciler sıraları bozulmadan en önde toplanırlar.

Örneğin,

$$\forall x\, Fx \rightarrow \exists x\, Gxy$$

kalıbını preneks-normal biçime dönüştürelim. İlk önce, bu kalıbı (i) gereği *tam-indirgenmiş* biçime çevirmeliyiz. Böylece kalıbımızı önce

$$\sim \forall x\, Fx \vee \exists x\, Gxy$$

biçimine, sonra da

$$\exists x \sim Fx \vee \exists x\, Gxy$$

tam-indirgenmiş biçimine çeviririz. Bu son kalıbı (ii) gereği *"bağlı-değişken değişmesi"* yoluyla

$$\exists x \sim Fx \vee \exists z\, Gzy$$

biçimine dönüştürürüz. Dikkat edilirse, bağlı-değişken değişmesi işleminde 'z' gibi, kalıpta hiç geçmiyen, yepyeni bir değişken seçtik.

İmdi, böylece elde ettiğimiz kalıp

$$\exists x \sim Fx \vee p$$

biçimindedir. ('∃zGzy' deyiminde 'x' hiç geçmediğinden, bu deyimi p' olarak yorumlayabiliriz.) Şu halde §1'deki (22) kanunu gereği kalıbımızı

$$\exists x[\sim Fx \vee \exists z\, Gzy]$$

biçimine dönüştürürüz. Bu kalıpta '∃x' niceleyicisinin etki-alanı

$$\sim Fx \vee \exists z\, Gzy$$

biçimindedir. Bu etki-alanını §1'deki (24) kanunu gereği

$$\exists z(\sim Fx \vee Gzy)$$

biçimine çevirebiliriz. Dolayısiyle, kalıbımızın tümü en sonda

$$\exists x\, \exists z(\sim Fx \vee Gzy)$$

preneks-normal biçimine dönüştürülür. Aynı sonucu, (iii) kuralı uyarınca, doğrudan doğruya '∃x∼Fx ∨ ∃z Gzy' den de elde edebiliriz.

Alıştırmalar

(I) Aşağıdaki tam-deyimleri indirgenmiş hale getiriniz.

1. $\forall xFx \rightarrow \exists xFx$
2. $\forall xFx \leftrightarrow \exists xGx$
3. $\forall x(FxGx) \rightarrow \exists x(Fx \vee Gx)$
4. $\exists x(Fx \sim Hx) \leftrightarrow \forall x(\sim FxHx)$
5. $\sim[\exists xFx \leftrightarrow \forall xGx] \rightarrow \exists xHx$
6. $\sim[\forall x(Gx \sim Hx) \rightarrow \exists x\ Fx] \rightarrow \forall x(FxGx)$
7. $\exists x[Fx(Gx \leftrightarrow \sim Hx)]$
8. $\forall y[(Fx \rightarrow Gxy)(Hx \leftrightarrow Fx)]$
9. $\sim[\forall x(Fx \rightarrow Gx) \leftrightarrow \exists y(Fx \rightarrow Gy)]$
10. $\sim[\exists y(Fy \vee Gy) \leftrightarrow \forall x(Fx \sim Gx)]$

(II) Aşağıdaki tam-deyimleri tam-indirgenmiş hale getiriniz.

1. $\sim\forall x(Fx \rightarrow Gx)$
2. $\sim\exists x(Fx \rightarrow Gx)$
3. $\sim[\forall x(Fx \leftrightarrow Gx)$
4. $\sim[Ax(FxGx)] \vee \sim[\exists x(Gx \vee Fx)]$
5. $\sim\exists x[(Fx \sim Gx) \rightarrow Hx]$
6. $[\forall x \sim (GxFx)\exists x \sim Fx \vee \sim\exists x(Gx \sim Hx)$
7. $\sim[\forall x(Fx \vee \sim Gxy) \vee \exists x \sim Hx\forall xFx]$
8. $\sim[\exists xFx \vee \forall x(Fx \vee \sim Gx) \vee \sim\exists y(FxGy)]$
9. $\sim[\sim\forall y(FxGy \rightarrow Hx) \vee \sim\exists x(Fx \rightarrow GxHx)]$
10. $\sim[\forall x(\sim(Fy \leftrightarrow Hxy) \rightarrow Gx) \vee \exists y(Fy \rightarrow \sim Gx)]$

(III) Aşağıdaki tam-deyimlerin asal ikilisini bulunuz:

1. $\forall x(Fx \vee Gx) \vee \exists x\ (Gx \vee \sim Hx)$
2. $\forall xFx \vee \sim(\exists xFx \vee xGx)$
3. $\sim(\exists xGx \sim \forall xHx) \vee (\forall xFx\exists xHx)$

4. $\forall xFx \vee \forall x\, Gx\exists x\forall yHxy$

5. $\forall x\exists y\forall z(Fxyz \vee \sim Gxz)$

(IV) Aşağıdaki tam-deyimleri preneks-normal biçime dönüştürünüz:

1. $\exists xFx \vee \sim\forall xGxy$

2. $\forall x(FxGx) \rightarrow \exists xHxyz$

3. $\sim[\forall xFx \rightarrow \exists y(Gxy \sim Hx)]$

4. $\forall x\forall y(Fxy \vee Gx) \rightarrow \exists xHx$

ÜÇÜNCÜ KISIM

KÜMELER ve BAĞINTILAR

VIII. BÖLÜM

KÜMELER

1. ÖĞE, BOŞ KÜME ve EVRENSEL KÜME

(1) 1. x, Ali'nin oğludur.

2. $\exists y[(x, y \text{ nin erkek kardeşidir}) \wedge (y, \text{Ayşe'nin babasıdır})]$

3. $(x > 1) \wedge (x \leqslant 8)$

4. $(x < 8) \vee (x = 8)$

5. $x^2 - 1 = 0$

6. $x - 1 = 0$

gibi bir takım *birli açık önermeler* göz önüne alalım.

İmdi 'x' değişkeninin yerine 'x'in değer alanına ait çeşitli nesnelerin adlarını koyabiliriz. Bu yerine-koymanın sonucu açık önerme belli bir kapalı önermeye çevrilmiş olur. Kapalı önerme *doğru* ise, söz konusu nesnenin açık önermeyi *"doyurduğu"* söylenir.

Örneğin, Ali'nin oğlu olan her kimse (1)-1 açık-önermesini, Ayşe'nin amcası olan her kimse (1)-2 açık önermesini *doyurur*. Aynı şekilde:

8 sayısı, (1)-3 açık önermesini doyurur,
1 sayısı, (1)-3 açık önermesini doyurmaz,
7 sayısı, (1)-3 açık önermesini doyurur,
8 sayısı, (1)-4 açık önermesini doyurur,
7 sayısı, (1)-4 açık önermesini doyurur,
1 sayısı, (1)-5 açık önermesini doyurur,
—1 sayısı, (1)-5 açık önermesini doyurur,
1 sayısı, (1)-6 açık önermesini doyurur,

diyebiliriz.

İmdi, verilen bir birli açık önermeyi doyuran bütün nesnelerin topluluğunu bir bütün olarak göz önüne alalım. Böyle bir topluluğa bir *küme* diyoruz. Kümeye ait tek tek nesnelere kümenin *öğeleri* denir. Belli bir açık-önermeyi doyuran nesneler kümesinin öğeleri, bu açık önermeyi doyuran tek tek nesnelerden ibarettir.

Herhangi bir topluluğu bir küme sayabilmek için hangi nesnelerin bu topluluğun birer öğesi olduğunu, hangilerinin de öğesi olmadığını kesinlikle bilmeliyiz. Bu bakımdan her topluluğun bir küme olmadığını belirtmek gerek. Örneğin, verilen bir taş yığınına hangi nesnelerin ait olduğu, hangilerinin ait olmadığı sorusunun tek-anlamlı bir şekilde cevaplandırılamıyacağını söyleyebiliriz. Nitekim bu taş yığınının içinde bulunan belli bir taşın, yığının kurulu olduğu taş topluluğuna ait olduğu şüphe götürmemesine karşılık, aynı taşın tek tek atomlarının da bu topluluğa ait olduğunu aynı şekilde söyleyemiyoruz. Nitekim söz konusu taş topluluğuna *"ait olma"*yı iki ayrı şekilde yorumlayabiliriz:

1 nci Yorum: Taş topluluğuna *ait olmak*, taş yığınının içinde bulunan bir *taş* olmak demektir.

2 nci Yorum: Taş topluluğuna *ait olmak*, taş yığınını çevreden ayıran sınırlar içinde bulunmak demektir.

İşte ikinci yoruma göre söz konusu atomlar taş topluluğuna ait oldukları halde, birinci yoruma göre aynı atomlar (taş olmadıklarından dolayı) topluluğa ait değildir. Böylece belli bir nesnenin verilen bir topluluğa ait olup olmamasının *"ait olma"* bağıntısının yorumuna bağlı olduğunu görüyoruz. Verilen bir topluluğa *"ait olma"* bağıntısı tek-anlamlı bir şekilde belirlenmiş değilse, böyle bir topluluğun bir küme değil, bir *yığın* olduğunu söyleyeceğiz.

Böylece bir kümenin meydana gelmesi için herhangi bir topluluğun varlığı yeterli olmayıp ayrıca topluluğa *"ait olma"* veya *"öğelik"* bağıntısının da tek-anlamlı bir şekilde kesinlikle belirtilmiş olması gerekir. Üstelik her kümenin bir topluluk (yani "çokluk") tan ibaret olmadığını söyleyebiliriz.

Nitekim yalnız *bir* tek nesne tarafından doyurulan bir açık önermenin (örneğin (1)-6 nın), hattâ *hiçbir* nesne tarafından doyurulmıyan bir açık-önermenin, söz gelişi,

$$(x = 0) \wedge (x = 1)$$

in belli birer kümeyi belirlediğini kabul ediyoruz. Böylece hiçbir öğesi olmayan veya yalnız bir tek öğesi olan kümelerden söz ediyoruz.

Bir kümenin öğesi gene bir küme olabilir. Hatta her öğesi birer küme olan kümeler de vardır. Örneğin, insan kümelerinin kümesi bu türdendir. Öte yandan K herhangi bir küme, L, K nin öğesi olan başka bir küme, x te L nin belli bir öğesi ise, x nesnesinin K kümesinin bir öğesi olmaması pekalâ mümkündür. Başka bir deyimle, *bir kümenin öğesinin öğesi genellikle bu kümenin öğesi değildir.* Örneğin, K insan kümelerinin kümesi, L belli bir insan kümesi (örneğin Fransızlar), x de L kümesinin belli bir öğesi (örneğin Pasteur) olsun. O zaman x in K kümesinin bir öğesi olmadığı meydandadır. Nitekim x belli bir *insan* (Pasteur) olduğundan, bir *insan kümesi* değildir. (Pasteur bir insan kümesi değildir.)

Bununla birlikte bir kümenin öğesinin öğesi, pekalâ bu kümenin öğesi olabilir. Nitekim L herhangi bir küme, x, L nin belli bir öğesi, K da öğeleri x ile L den ibaret olan küme olsun. O zaman K kümesinin öğesi olan L kümesinin x öğesi, K kümesinin de öğesi olur.

(2) x nesnesi y nesnesinin bir öğesidir

deyimini

(3) $x \in y$

biçiminde kısaltıyoruz. '$\in$' sembolüne *"öğelik işareti"* denir. Bu sembol bir 2-li yüklem durumundadır. Bu bakımdan (3)ü 'Fxy' açık-önerme kalıbının bir yerine-koyma örneği saymalıyız. Dolayısiyle (3)ü

(4) $\in xy$

biçiminde de dile getirebiliriz.

(5) $\sim(x \in y)$

gibi önermeler

(6) $x \notin y$

biçiminde kısaltılır.

Küme olmıyan nesnelere *"birey"* denir. Bireyleri öğesiz nesneler olarak tanımlamak mümkün değildir. Nitekim her bireyin öğesiz bir nesne olmasına karşılık, her öğesiz nesnenin bir birey olduğu yanlıştır. Hiçbir öğesi olmıyan bir kümenin var olduğunu kabul ediyoruz. Dolayısiyle *'birey'* deyimini ilkel bir terim sayıyoruz.

Bireyler *0. seviyeden nesneler* sayıldığından, her öğesi bir birey olan kümelere *1. seviyeden kümeler* denir. Genel olarak *n inci seviyeden kümeler,* her öğesinin seviyesi n den küçük olup n–1 inci seviyeden (en az) bir öğesi olan kümelerdir. Örneğin, a ile b, 0. seviyeden nesneler (bireyler) olsun. O zaman {a}, {b}, 1. seviyeden kümeler; {{a}}, {{b}}, {{a}, {b}} ise 2. seviyeden kümelerdir.

Bu Bölümde yalnız *birey kümelerini* inceleyeceğiz. Var olduğunu kabul ettiğimiz bütün bireylerin kümesine *evrensel-küme* diyoruz. Evrensel-küme, niceleme mantığının konuşma-evreni veya değişkenlerinin değer-alanından başka bir şey değildir. Başka bir deyimle, evrensel-küme göreli (relatif) bir kavramdır. Her teoriye özgü olan belli bir evrensel-küme vardır. Örneğin doğa bilimlerinin evrensel-kümesi *fiziksel nesneler kümesi*, yani zaman ve uzay içinde yer alan nesnelerin kümesidir. Aritmetiğin evrensel-kümesi ise *doğal sayılar* (yani negatif olmıyan tam-sayılar) kümesidir. Aslında "evrensel-küme" ile "birey" kavramları birbiri türünden tanımlanabilirler. *Evrensel-küme*, "birey" olarak seçtiğimiz bütün nesnelerin kümesi olarak tanımlanabildiği gibi, tersine *bireyler* "evrensel-küme" olarak seçtiğimiz kümenin öğeleri olarak tanımlanabilirler.

Evrensel-kümeyi 'E' sembolüyle, hiçbir öğesi olmıyan kümeyi de 'Ø' sembolüyle gösteriyoruz. Ø kümesine *boş küme* denir.

İmdi *öğeleri aynı olan kümeler özdeş* sayılır. Yani:

(7) $\forall x(x \in K \leftrightarrow x \in L) \rightarrow (K = L)$

Başka bir deyimle, K ile L verilen iki küme oldukta, K nın her öğesi L nin öğesi, L nin de her öğesi K nın öğesi ise, K ile L özdeş olur. (7) ye göre

(8) $\{a, b\} = \{b, a\}$

olduğunu kanıtlayabiliriz.

Evrensel-küme olarak boş olan bir kümeyi seçemeyiz. Şu halde

(9) $E \neq \emptyset$

Niceleme mantığında bireysel değişkenlerin değer-alanı evrensel-kümeden ibarettir. Dolayısiyle:

(10) $\forall x(x \in E)$

(11) $\forall x(x \notin \emptyset)$

2. TÜMLEYEN, KESİŞİM, BİRLEŞİM, FARK

Verilen bir veya iki kümeden yeni bir kümeyi meydana getiren dört temel işlemi inceleyeceğiz:

A. TÜMLEYEN

(12) *Tanım:* E gibi belli bir evren içinde olan bir K kümesinin *tümleyen*'i, K kümesine ait olmıyan öğelerin kümesi demektir.

K kümesinin tümleyeni K' biçiminde gösterilir.

K' kümesinin hiçbir öğesi K nın öğesi değildir. Öte yandan K kümesinin hiçbir öğesi K' kümesine ait değildir. Dolayısiyle K' yü şöyle tanımlamak mümkündür:

(13) $x \in K' =_{Dk} \sim (x \in K)$

(14) $x \in K' =_{Dk} x \notin K$

Örneğin, evrensel-kümenin fiziksel nesnelerden ibaret olması halinde, canlılar kümesinin tümleyeni cansız cisimler kümesidir. Evrensel-küme tam sayılar ise, çift sayılar kümesinin tümleyeni tek sayılar kümesidir.

B. KESİŞİM (ARAKESİT)

(15) *Tanım:* K ile L kümelerinin *kesişim*'i (veya *arakesit*'i), hem K nın hem L nin öğesi olan nesnelerin kümesi demektir.

K ile L nin kesişimini

(16) $K \cap L$

veya kısaca

(17) KL

biçiminde gösteririz.

x nesnesi $K \cap L$ nin öğesi ise, x gerek K nın gerekse L nin öğesidir. Öte yandan, x hem K nın hem L nin öğesi ise, x aynı zamanda $K \cap L$ nin öğesi olur, şu halde:

(18) $x \in K \cap L =_{Dk} (x \in K) \wedge (x \in L)$

Örneğin, akaryakıtlar (yani sıvı yakıtların) kümesi, akar maddeler kümesiyle yakıtlar kümesinin kesişimidir. Nitekim bir maddenin bir akaryakıt olması için hem akar bir madde hem de bir yakıt olması gerekir.

C. BİRLEŞİM

(19) *Tanım:* K ile L kümelerinin *birleşim*'i, K veya L kümelerinin ya da her ikisinin öğesi olan nesnelerin kümesi demektir.

K ile L nin birleşimini

(20) $K \cup L$

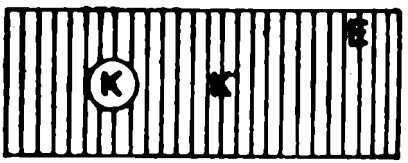
biçiminde gösteririz. x nesnesi $K \cup L$ nin öğesi ise, $x \in K$ *veya* $x \in L$. x nesnesi K kümesinin veya L kümesinin ya da her ikisinin öğesi ise, $x \in (K \cup L)$. Şu halde:

(21) $x \in (K \cup L) =_{Dk} (x \in K) \vee (x \in L)$

Örneğin, Çekoslovaklar, Çekler kümesiyle Slovaklar kümesinin birleşimi sayılabilir.

Kümeleri, *Euler* veya *Venn* diagramları denilen *daireler* yardımiyle temsil edebiliriz. Evrensel-küme bu sistemde çeşitli kümeleri temsil eden daireleri içine alan bir dikdörtgen şeklinde gösterilir. Buna göre K gibi bir kümenin tümleyeni olan K' kümesini

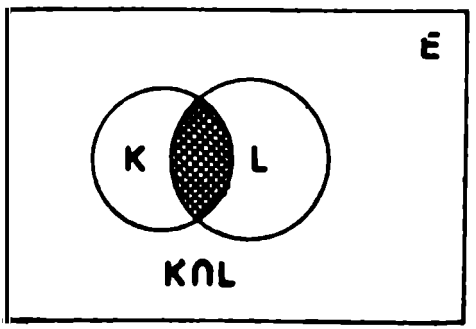
(22)



deki taranmış alan biçiminde temsil ederiz.

K ile L kümelerinin kesişimi olan $K \cap L$ kümesini

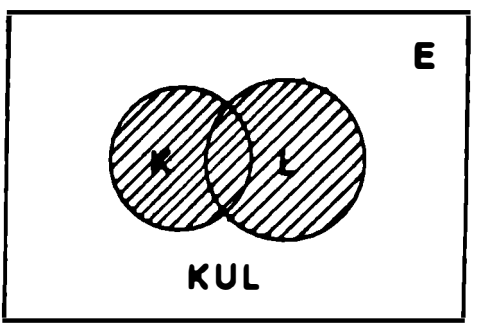
(23)



deki taranmış alan biçiminde temsil ederiz.

K ile L kümelerinin birleşimi olan $K \cup L$ kümesini

(24)



deki taranmış alan biçiminde temsil ederiz.

Tümleyen, kesişim ve birleşim'e örnek olarak

(25) $E = \{a, b, c, d, e\}$

(26) $K = \{a, b, e\}$

ve

(27) $L = \{b, d\}$

yi seçelim. O zaman

(28) $K' = \{c, d\}$

(29) $L' = \{a, c, e\}$

(30) $K \cap L = \{b\}$

(31) $K \cup L = \{a, b, d, e\}$

olur.

Dikkat edilirse, (30) da geçen {b} kümesinin bir tek öğesi vardır. Ancak bir tek-öğeli kümeyi, öğesi ile özdeş saymak yanlıştır. Nitekim {b} nin özellikleriyle b nin özellikleri hep aynı değildir. Örneğin, b bir bireydir; {b} ise (küme olduğundan) birey değildir. Ayrıca {b} nin bir öğesi vardır; b nin ise hiçbir öğesi yoktur. Şu halde

(32) $\{b\} \neq b$

Aynı şekilde, boş-küme ile tek öğesi boş-küme olan $\{\emptyset\}$ kümesini birbirinden ayırdetmek gerek.

(33) $\{\emptyset\} \neq \emptyset$

Hiçbir ortak öğesi olmıyan iki kümenin kesişimi boş-küme ile özdeştir. Örneğin:

(34) $\{a, b, c\} \cap \{d, e\} = \emptyset$

Öte yandan herhangi bir küme ile bu kümenin tümleyeninin birleşimi evrensel-küme ile özdeştir. Örneğin, (25), (26) ve (28) e dayanarak:

(35) $K \cup K' = E$

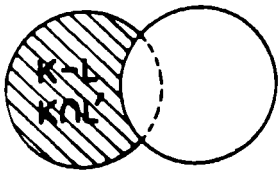
özdeşliğinin doğru olduğunu görüyoruz.

D. FARK

Tanım:

K ile L kümelerinin farkı $(K - L)$, L de olmıyan fakat K da olan bütün nesnelerin kümesi demektir.

K ile L nin farkı $K - L = K \cap L'$.



Burada L nın, K nın bir alt kümesi olması gereği yoktur. Eğer K ve L kümeleri ayrık, yani $K \cap L = \emptyset$ ise, $K - L = K$ olur.

Örnek:

$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$K = \{2, 4, 5, 6, 8, 10\}$

$L = \{1, 3, 4, 5, 7\}$

ise:

$K' = \{1, 3, 7, 9\}$, $L' = \{2, 6, 8, 9, 10\}$

$K \cap L = \{4, 5\}$

$K \cup L = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$

$K - L = K \cap L' = \{2, 6, 8, 10\}$

olur.

3. KÜMELER ARASINDAKİ BAŞLICA BAĞINTILAR

A. ALT-KÜME

(36) *Tanım:* K kümesinin her öğesi L kümesinin de bir öğesi ise, K ya L nin bir alt-kümesi denir.

K kümesinin, L kümesinin bir alt-kümesi olduğu

(37) $K \subseteq L$

biçiminde dile getirilir.

(38) $K \subseteq L =_{Dk} \forall x[(x \in K) \rightarrow (x \in L)]$

(36) veya (38) tanımlarına dayanarak *her kümenin kendi alt-kümesi olduğunu* görüyoruz. Yani:

(39) $K \subseteq K$

Nitekim K nın her öğesi K nın bir öğesidir. Başka bir deyimle:

(40) $\forall x[(x \in K) \rightarrow (x \in K)]$

geçerlidir.

İmdi K kümesi L kümesinin alt-kümesi olup $K \neq L$ ise, K ya L nin *öz alt-küme*'si diyoruz. Bu durumu

(41) $K \subset L$

biçiminde dile getiririz.

(42) $K \subset L =_{Dk} (K \subseteq L) \wedge \exists x[(x \in L) \wedge (x \notin K)]$

Örneğin, bütün insanlar ölümlü olduğundan, *İnsanlar* kümesi *ölümlüler* kümesinin bir alt-kümesi, hattâ bir öz alt-kümesidir. İnsanlar kümesini 'K', ölümlüler kümesini de 'L' ile gösterelim. O zaman:

(43) $K \subseteq L$

(44) $K \subset L$

B. ÖZDEŞLİK

Birbirinin alt-kümesi olan iki kümenin özdeş olduğunu kanıtlayabiliriz. Nitekim $K \subseteq L$ ve $L \subseteq K$ olduğunu kabul edelim. O zaman (38) gereği,

(45) $\forall x[(x \in K) \rightarrow (x \in L)] \wedge \forall x[(x \in L) \rightarrow (x \in K)]$

Tümel niceleyicinin '$\wedge$' eklemi üzerine dağıtıcılığından dolayı (45) i

(46) $\forall x\{[(x \in K) \rightarrow (x \in L)] \wedge [(x \in L) \rightarrow (x \in K)]\}$

biçimine çevirebiliriz. (46) yı ise

$$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \longleftrightarrow q)$$

eşdeğerliği gereği

(47) $\forall x[(x \in K) \longleftrightarrow (x \in L)]$

biçimine dönüştürebiliriz. (47) den ise (7) ilkesi uyarınca K = L sonucunu elde ederiz.

Öte yandan K = L ise, $K \subseteq L$ ve $L \subseteq K$ dır. Her iki sonucu göz önünde tutarak:

(48) $(K \subseteq L) \wedge (L \subseteq K) \blacksquare (K = L)$

olduğunu görüyoruz. Başka bir deyimle, K ile L kümelerinin özdeş olmasının gerekli ve yeterli şartı, birbirinin alt-kümesi olmalarından ibarettir.

K belli bir küme oldukta; her birey K nın öğesi ise, K = E olur. Öte yandan hiçbir birey K nın öğesi değilse, $K = \emptyset$ olur. Şu halde:

(49) $\forall x(x \in K) \blacksquare (K = E)$

(50) $\forall x(x \notin K) \blacksquare (K = \emptyset)$

4. KÜMELER TEORİSİ ve ÖNERMELER MANTIĞI

Şimdi birey kümeleri teorisi ile önermeler mantığı arasında çok yakın bir ilişki olduğunu göstereceğiz.

(51) $x \in f(K_1, \ldots, K_n, /, \cap, \cup) \equiv$
$f(x \in K_1, \ldots, x \in K_n, \sim, \wedge, \vee)$

Örneğin,

$x \in [K \cap (L' \cup M)]' \equiv \sim\{(x \in K) \wedge [\sim(x \in L) \vee (x \in M)]\}$

Bu eşdeğerliği şöyle kanıtlayabiliriz:

1. $x \in [K \cap (L' \cup M)]'$
2. $\sim[x \in (K \cap (L' \cup M))]$
3. $\sim[(x \in K) \wedge x \in (L' \cup M)]$
4. $\sim\{(x \in K) \wedge [(x \in L') \vee (x \in M)]\}$
5. $\sim\{(x \in K) \wedge [\sim(x \in L) \vee (x \in M)]\}$

Görüldüğü gibi, kümeler teorisine ait 1. tam-deyiminden 5. tam-deyimini elde etmek için, şu işlemlerin yapılması yetiyor:

Birinci İşlem: Kümeler teorisine ait deyimde geçen her *küme adı* yerine, karşılığı olan atomsal açık-önerme yazılır, şöyle ki

K

küme adının her geçişi yerine

$x \in K$

atomsal açık-önermesi konur.

İkinci İşlem: Kümeler teorisine ait deyimde geçen her $'$ işareti yerine $\sim$ işareti, her $\cap$ işareti yerine $\wedge$ işareti ve her $\cup$ işareti yerine de $\vee$ işareti konur.

İmdi atomsal açık-önermeler yerine tek tek önerme harfleri koyalım. O zaman 5. tam-deyimi

(52) $\sim(p \wedge (q \vee r))$

biçimine girer. (52) tam-deyimine, kümeler teorisine ait

(53) $[K \cap (L' \cup M)]'$

deyiminin, önermeler mantığındaki karşılığı diyoruz. Genel olarak kümeler teorisine ait

(54) $f(K_1, \ldots, K_n, /, \cap, \cup)$

biçimindeki bir deyimin *önermeler mantığındaki karşılığı*

(55) $f(p_1, \ldots, p_n, \sim, \wedge, \vee)$

tam-deyimidir. Dikkat edilirse, (54) bir *tam-deyim olmamakla* birlikte, önermeler mantığındaki karşılığı olan (55) bir *tam*-deyimdir. (54) deyimine, (55) tam-deyiminin *kümeler teorisindeki karşılığı* diyoruz.

Şimdi de *kümeler teorisine* ait

(56) $\forall x[x \in f(K_1, \ldots, K_n, /, \cap, \cup)]$

tam-deyimini göz önüne alalım. (56) nın doğru olması

(57) $x \in f(K_1, \ldots, K_n, /, \cap, \cup)$

in her x için doğru olması demektir. Oysa (57) nin doğruluğunun gerekli ve yeterli şartı ((51) uyarınca) önermeler mantığına ait (55) in doğru olmasıdır. Şu halde (56) nın kümeler teorisi çerçevesinde geçerli olmasının gerekli ve yeterli şartı (55) in *önermeler mantığında geçerli* (yani bir *totoloji*) olmasıdır.

İmdi, (49) uyarınca, (56) nın gerekli ve yeterli şartı

(58) $f(K_1, \ldots, K_n, /, \cap, \cup) = E$

olmasından ibarettir. Şu halde:

Temel Teorem: Kümeler teorisine ait

(59) $f(K_1, \ldots, K_n, /, \cap, \cup)$

biçimindeki bir deyimin evrensel-küme ile özdeş olmasının gerekli ve yeterli şartı, bu deyimin önermeler mantığındaki karşılığı olan

$$f(p_1, \ldots, p_n, \sim, \wedge, \vee)$$

tam-deyiminin bir totoloji olmasıdır.

Buna göre (59) u şöyle dile getirebiliriz:

Temel Teorem:

(60) $f(K_1, \ldots, K_n, /, \cap, \cup) = E$ geçerlidir, ancak ve ancak $f(p_1, \ldots, p_n, \sim, \wedge, \vee) \equiv D$ ise.

(60) a dayanarak şu ikinci temel teoremi elde ederiz:

Temel Teorem:

(61) $f(K_1, \ldots, K_n, /, \cap, \cup) = \emptyset$ geçerlidir, ancak ve ancak $f(p_1, \ldots, p_n, \sim, \wedge, \vee) \equiv Y$ ise.

Temel Teorem:

(62) $f(K_1, \ldots, K_n, /, \cap, \cup) = g(K_1, \ldots, K_n, /, \cap, \cup)$ geçerlidir, ancak ve ancak $f(p_1, \ldots, p_n, \sim, \wedge, \vee) = g(p_1, \ldots, p_n, \sim, \wedge, \vee)$ ise.

(60), (61) ve (62) temel teoremlerine dayanarak önermeler mantığının her eşdeğerliğine karşılık, kümeler teorisine ait geçerli bir özdeşlik elde edilir. Bu amaçla ilk önce eşdeğerliğin iki yanını indirgenmiş biçime çeviririz. Ondan sonra da eşdeğerlik işareti yerine özdeşlik işaretini, değilleme işareti yerine tümleyen işaretini, birlikte-evetleme işareti yerine kesişim işaretini, ayrıklık işareti yerine birleşim işaretini, 'p', 'q', 'r' gibi farklı önerme-harfleri yerine de 'K', 'L', 'M' gibi farklı küme-harflerini koruz.

Buna göre *kesişim* ve *birleşim*'in *ortaklaştırıcı, yer-değiştirici, denkgüçlü* olduğunu, *kesişim* ile *birleşim*'in de birbiri üzerine *dağıtıcı* olduğunu kanıtlayabiliriz. (Kesişim işaretini kısaltma amaciyle yazmıyoruz.)

(63) *Ortaklaştırıcılık* : $K(LM) = (KL)M$ $K \cup (L \cup M) = (K \cup L) \cup M$

(64) *Yer-değiştiricilik* : $KL = LK$ $K \cup L = L \cup K$

(65) *Denkgüçlülük* : $KK = K$ $K \cup K = K$

(66) *Dağıtıcılık* : $K(L \cup M) = KL \cup KM$
$(K \cup LM = (K \cup L)(K \cup M)$

Aynı şekilde aşağıdaki kanunları da kanıtlayabiliriz:

(67) *Sadeleştirme Kanunları:* $KE = K$, $K\emptyset = \emptyset$, $K \cup E = E$, $K \cup \emptyset = K$

(68) $KK' = \emptyset$, $K \cup K' = E$, $(KK')' = E$

(69) *Çifte Tümleme Kanunu:* $(K')' = K$

(70) *De Morgan Kanunları:* $(KL)' = K' \cup K'$, $(K \cup L)' = K'L'$

(71) *Shannon Kanunu:* $[f(K_1, \ldots, K_n, /, \cap, \cup)]' = f(K_1', \ldots, K_n', /, \cup, \cap)$

(71) kanununun uygulanmasına bir örnek gösterelim:

$[(KL' \cup K'M)' \cup K'L \cup M]' = [(K' \cup L)(K \cup M')]'(K \cup L')M'$

Kümeler teorisine ait

$f(K_1, \ldots, K_n, /, \cap, \cup)$

biçimindeki deyimler "indirgenmiş" biçimdedir. (71) Shannon kanunu yardımiyle her indirgenmiş biçimi *"tam indirgenmiş"* biçime (yani tümleyen işaretinin tek tek küme harflerine ilişkin olduğu bir biçime) dönüştürebiliriz. *"Normal-biçim"*e dönüştürmek için de şu genel dağıtıcılık kanununu uygularız:

(72) $(K_1 \cup \ldots \cup K_n)(L_1 \cup \ldots \cup K_m) = K_1L_1 \cup \ldots \cup K_nL_m$

Örneğin,

$$[(K' \cup L)(K \cup M')]'(KL \cup M)$$

deyimini ilk önce tam-indirgenmiş biçime, sonra da normal-biçim'e dönüştürelim:

1. $[(K' \cup L)(K \cup M')]'(KL \cup M)$
2. $(KL' \cup K'M)(KL \cup M)$ ((71) gereği) (*tam-indirgenmiş*)
3. $KL'KL \cup KL'M \cup K'MKL \cup K'MM$ ((72) gereği)
4. $KKL'L \cup KL'M \cup K'KLM \cup K'MM$ ((63), (64) gereği)
5. $KL'L \cup KL'M \cup K'KLM \cup K'M$ ((65) gereği)
6. $K\emptyset \cup KL'M \cup \emptyset LM \cup K'M$ ((68) gereği)
7. $\emptyset \cup KL'M \cup \emptyset \cup K'M$ ((67) gereği)
8. $KL'M \cup K'M$ ((67) gereği) (*normal-biçim*)

Alıştırmalar

1. $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$,
   $K = \{2, 3, 4, 6, 9\}$, $L = \{1, 3, 5, 6, 7\}$

olduğuna göre:

$$K \cup L,\quad KL,\quad K' \cup L,\quad KL',\quad K'L',\quad K' \cup L'$$

kümelerini bulunuz.

2. E evrensel kümesinde K ve L alt kümeleri bilindiğine göre:

$$K \cup L,\quad KL,\quad K' \cup L,\quad KL',\quad K'L',\quad K' \cup L'$$

kümelerini Venn diagramı yardımı ile çizerek gösteriniz.

3. $E = \{a, b, c, d, f, g, k, l\}$,
   $K = \{a, c, d, f, k\}$, $L = \{b, d, f, g, l\}$,
   $M = \{a, c, f, l\}$

verildiğine göre:

$$K \cup L \cup M,\quad KLM,\quad K(L \cup M),\quad K' \cup (L'M'),\quad K'(L'M \cup M'L)(K' \cup LM)',$$
$$(KL' \cup LM' \cup LK)'$$

kümelerinin ögelerini bulunuz.

4. $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
   $A = \{2, 4, 5, 7,\}$, $B = \{1, 2, 3, 5, 6\}$
   $C = \{2, 3, 4, 7, 8\}$

olduğuna göre:

$$A - B,\quad B - C,\quad AB - C,\quad AB \cup (A - L),\quad AB(A - B)$$

kümelerinin öğelerini bulunuz.

5. A, B, C kümeleri E evrensel kümesinin alt kümeleri olduğuna göre, aşağıdaki eşitliklerin geçerliliğini gösteriniz:

a. $AB \cup (A - B) = A$

b. $AB(A - B) = \emptyset$

c. $A - B' = AB$

d. $A - BC = (A - B) \cup (A - C)$

e. $A - (B \cup C) = (A - B)(A - C)$

6. $n(K)$, K kümesinin öğe sayısıdır.

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

olduğu bilindiğine göre:

$n(A \cup B \cup C)$ yi hesaplayınız.

7. a. $(K \cup L) \cap (K \cup L)$

b. $(K \cap L) \cup (K \cap L)$

c. $K' [L \cup (KM \cup (K'M') \cup L']$

d. $(K'L \cup L'M \cup M'K)'$

e. $[(K' \cup L)(K \cup M')]' (KL \cup M)$

küme deyimlerinin önermeler mantığındaki karşılığını buluruz.

8. a. $pq\ (\bar{q}\bar{r} \vee pr)$

b. $pq \vee q\bar{r} \vee p(q \vee \bar{r})$

c. $\bar{q}r \vee (r \vee \bar{p}\bar{q}) \vee p\bar{r}$

d. $pq \vee q\bar{r} \vee r\bar{p}\ (qr \vee \bar{p}r)$

e. $\sim(\bar{p}q \vee \bar{q}r) \vee \sim(q\bar{r} \vee rp)$

tam-deyimlerinin kümeler teorisindeki karşılığını bulunuz.

IX. BÖLÜM

KÜMELER TEORİSİNİN İHTİMALLER TEORİSİNE UYGULANMASI

1. İHTİMAL ÖLÇÜSÜNÜN "FREKANS" OLARAK YORUMLANMASI

"İhtimal" (probabilite, olasılık) kavramı, aynı şartlar altında istenilen sayıda tekrarlanabilen *deneyler* ile ilgilidir.

İmdi, bazı deneylerin aynı şartlar altında tekrarlandıklarında hep *aynı* sonucu vermelerine karşılık, bazı deneyler de (şartların —hiç olmazsa görünürde— aynı kalmalarına rağmen) *farklı* sonuçlar verebilirler. Birinci türden deneylere *"belirli-sonuçlu deneyler"* (deterministic experiments), ikinci türden deneylere de *"rastgele-sonuçlu deneyler"* (random experiments) denir. Rastgele-sonuçlu bir deneyin hangi sonucu vereceğini önceden (kesinlikle) kestiremeyiz. Ancak mümkün olan *bütün* sonuçları önceden (kesinlikle) bildiğimizi kabul ediyoruz. Belirli-sonuçlu bir deneyin *bir tek mümkün sonucu* olmasına karşılık, rastgele-sonuçlu bir deneyin birden çok sayıda mümkün sonuçları olmalıdır. Bu sonuçların kümesine, *"mümkün deney-sonuçları kümesi"* veya kısaca *"deney sonuçları kümesi"* diyoruz. Mümkün bir deney sonucunun *gerçekleşmesi*, gözlem yolu ile tespit edilebilen bir *olay*'dır.

Belirli-sonuçlu deneyler'e örnek olarak, bir elektrik anahtarının çevrilmesiyle ampulün yanması, doldurulmuş bir tabancanın tetiğinin çekilmesiyle ateş alması, direnci R Ohm olan bir elektrik devresine V voltluk bir pil takmakla i = V/R amperlik bir akım şiddetinin ölçülmesini gösterebiliriz. Bu deneylerden her birinin sonucunu önceden biliriz. Elektrik anahtarını çevirince ampul yanacak, tetiği çekince tabanca ateş alacak, pili takınca i =V/R amperlik bir akım şiddeti ölçülecek!

Öte yandan, *"rastgele-sonuçlu deneyler"*e örnek olarak aşağıdaki deneyleri inceleyelim:

1. Deney: Yazı-Tura Oyunu

Parayı atmanın iki ayrı mümkün sonucu vardır: "yazı gelmesi" (kısaca "y") veya "tura gelmesi" (kısaca "t"). Buna göre *"mümkün deney-sonuçları kümesi"* {*y, t*} dir. Deneyi yapmadan önce hangi sonucun elde edileceğini kestiremeyiz. Ancak bu sonucun "mümkün deney-sonuçları kümesi"nin bir öğesi (yani *y* veya *t*) olacağını önceden biliriz.

2. Deney: Tekrarlı Yazı-Tura Oyunu

Bir parayı *n* defa arka arkaya atmaktan ibaret olan deneyin "mümkün deney-sonuçları kümesi" n=2 halinde {⟨y,y⟩, ⟨y,t⟩, ⟨t,y⟩, ⟨t,t⟩} dir. Dikkat edilirse, mümkün sonuçların her biri bir "sıralanmış-çift"* durumundadır. Sıralanmış-çiftin birinci-üyesi, ilk atımın sonucu, ikinci-üyesi ise sonraki atımın sonucudur. (Tekrarlı yazı-tura oyununda paranın *n* defa atılmasını, aynı deneyin *n* defa tekrarlanması şeklinde değil, *bir tek deney* olarak yorumluyoruz. Buna göre söz konusu deneyin *n* defa tekrarlanması paranın n^2 defa atılması demektir.)

3. Deney: Zar Oyunu

Bir tek zarın bir defa atılmasından ibaret olan deneyin "mümkün deney-sonuçları kümesi" {1, 2, 3, 4, 5, 6} biçimindedir. Zarın hileli olması (yani bir tarafının daha ağır olması) durumu değiştirmez.

4. Deney: Radyoaktif bir cismin çıkardığı taneciklerin sayısı

α-Işınlarını yayan *m* kütlesinde radyoaktif bir cismin bir saniyede yaydığı α-taneciklerini saymaktan ibaret olan deneyin mümkün sonuçları, N, radyoaktif kütlenin atomlarının sayısı oldukta (ve her atomun da ancak *bir* α-taneciği verebildiğini kabul edersek) *0* ile *N* arasında değişebilen herhangi bir tam sayıdır. Buna göre "mümkün deney-sonuçları kümesi" }0, 1, 2, ..., N} dir.

İmdi herhangi bir (belirli veya rastgele sonuçlu) deneyi *n* defa tekrarlıyalım. O zaman elde edilen deney-sonuçları

$$(1) \quad x_1, x_2, \ldots, x_n$$

gibi bir n-li dizi meydana getirir. Söz konusu deneyin deney-sonuçları kümesi E olsun. (Bundan böyle, incelenen deneyin deney-sonuçları kümesini hep E ile göstereceğiz. Nitekim böyle bir incelemede, evrensel-küme bütün deney-sonuçlarının kümesinden başka bir şey değildir.) O zaman

$$x_i \in E \quad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

olur. Belirli-sonuçlu bir deney halinde bir tek mümkün deney-sonucu olduğundan, $x_1 = x_2 = \ldots = x_n$ olmalıdır. Rastgele-sonuçlu bir deney halinde, (1)

* Bk X. Bölüm, § 1.

dizisinin üyelerinin (hiç olmazsa kısmen) farklı olmaları mümkündür. Söz gelişi 3. deney (zar oyunu) halinde, deneyin 18 defa tekrarlandığını ve sırasıyla gerçekleşen deney-sonuçlarının

(2) 5, 4, 4, 1, 2, 1, 6, 6, 5, 3, 3, 1, 6, 5, 4, 6, 2, 2

gibi bir dizi biçiminde olduğunu kabul edelim.

Dikkat edilirse, (2) dizisinde 1, 2, 4, 5 sonuçları *üçer* defa, 3 sonucu *iki* defa, ve 6 sonucu da *dört* defa geçmektedir. Bu son durumu daha yakından inceleyelim. Söz konusu zarı atmakla 6 gelip gelmeyeceği hakkında ne söyleyebiliriz? Deney-sonucunun 6 olması, bu sonucun belli bir *özelliği* olduğuna göre sorumuz şu biçimdedir:

(3) *d* belli bir deney, *ö* belli bir özellik ise, *d* nin deney-sonucu olan *x* olayı, *ö* özelliğine sahip olacak mı?

İmdi *d* belirli-sonuçlu bir deney ise, (3) sorusuna kesin bir cevap vermek mümkündür. *d* nin mümkün olan tek sonucu *ö* özelliğini taşıyorsa, (3) sorusuna olumlu cevap, taşımıyorsa olumsuz cevap veririz. (Gerçekleşmiş bir deney sonucunun *ö* özelliğine sahip olup olmadığını gözlem yoluyla kesinlikle tespit edebileceğimizi kabul ediyoruz. Bu bakımdan sorumuz, gerçekleşmiş olan bir sonuca değil, henüz gerçekleşmemiş olan bir sonuca ilişkindir.)

d rastgele-sonuçlu bir deney ise durum şüphesiz çok farklıdır. Böyle bir halde deneyi daha önce (*n*, büyük bir sayı oldukta) *n* defa tekrarladığımızı ve sırasiyle gerçekleşmiş olan deney-sonuçlarını gözlediğimizi kabul edelim. Söz konusu deney-sonuçları (1) gibi bir diziyi meydana getirirler. İmdi bu dizinin *n* üyesi arasında *m* tanesinin ($m \leqslant n$) *ö* özelliğini taşıdığını kabul edelim. Örneğin, sözü geçen (2) dizisinin 18 üyesi arasından *dört* tanesinin "6" özelliğini taşıdığını görmüştük. 4/18 oranına, (2) dizisinde "6" özelliğinin *frekans*'ı denir. Genel olarak m/n oranı, *ö* özelliğinin (1) dizisindeki "*frekans*"ıdır. İmdi n sayısının (yani deneyin tekrarlanma sayısının) büyümesiyle frekansın değişebileceği şüphe götürmez. Ancak bu değişmeler gittikçe azalarak frekans belli bir *limit*'e doğru yaklaşır. İşte frekansın $n \to \infty$ için limit değerine, "d"nin deney-sonucunun *ö* özelliğine sahip olmasının *ihtimal* (veya "probabilite") ölçüsü denir.

Sözü geçen zar oyununda "6" özelliğinin (2) dizisindeki frekansının 4/18 olduğunu görmüştük. Bu diziyi zar atımlarının sayısını yükseltmekle gittikçe uzatabiliriz. Frekansın limit değerinin 1/6 olduğunu kabul edelim. O zaman sözü geçen zarı attıkta 6 gelmesinin *ihtimal ölçüsünün* 1/6 olduğunu söyleriz. İşte yukardaki sorumuza verebileceğimiz cevap da bundan ibarettir.

İmdi *n*-li (1) dizisinde, *ö* özelliği olan üyelerin frekansını $f_ö^n$ olarak gösterelim. O zaman söz konusu *d* deneyinin deney-sonucunun *ö* özelliğine sahip olmasının ihtimal (probabilite) ölçüsü olan P(ö) için

(4) $P(\ddot{o}) = \lim_{n \to \infty} f_{\ddot{o}}^{n}$

özdeşliğini yazabiliriz.

Sözü geçen (4) özdeşliğini bir tanım sayarsak, "ihtimal ölçüsü"nün empirik bir kavram olup ancak deney yoluyla (ö özelliğine sahip olan deney-sonuçlarını saymak suretiyle) tespit edilebildiğini söyleyebiliriz. Örnek olarak sözünü ettiğimiz zar halinde, 6 getirmenin ihtimal ölçüsü, frekansın 1/6 ya değil de 1/5 e yaklaşması halinde, 1/5 dir. Böyle bir halde zarın "hileli" olduğunu söyleriz. Hileli olmayan bir zarla *6* getirme ihtimalinin ölçüsü 1/6 dır.

Belirli-sonuçlu bir deney halinde, deney sonucunun *ö* gibi herhangi bir özelliği olmasının ihtimal ölçüsü ya 1 ya 0 dır. Nitekim böyle bir deneyin deney-sonuçları dizileri hep

(5) x, x, x, ..., x

biçimindedir. (5) dizisinin bütün üyeleri aynı olduğundan, üyelerden herhangi birinin *ö* özelliğine sahip olması tümünün de bu özelliğe sahip olmasını gerektirdiği gibi, herhangi birinin bu özelliğe sahip olmaması da hiçbirinin bu özelliğe sahip olmamasını gerektirir. Buna göre $f_{\ddot{o}}^{n} = 1$ veya $f_{\ddot{o}}^{n} = 0$. Bu bakımdan ihtimal ölçüsü belirli-sonuçlu deneyler halinde de uygulanabilmekle birlikte, ancak *rastgele-sonuçlu deneyler* halinde önemlidir. Bundan böyle (başka bir şekilde belirtilmediği hallerde) 'deney' sözcüğünü yalnız "rastgele-sonuçlu deney" anlamında kullanacağız.

İmdi *d* belli bir deney, E *d* nin "mümkün deney-sonuçları kümesi", *ö* belli bir özellik olsun. Eğer *ö* özelliği E kümesinin ancak *bir* tek öğesinde varsa, *ö* nün *basit* bir özellik olduğunu söyleyeceğiz. *ö* özelliği E kümesinin birden çok sayıda öğesine ait ise *ö* nün *bileşik* bir özellik olduğunu söyleyeceğiz. Örneğin, bir zarın 6 gelmesi özelliği *"basit"*dir. Nitekim ilgili "deney-sonuçları kümesi"nin ancak bir tek öğesi ("6") bu özelliğe sahiptir. Şimdi de *"bileşik"* bir özelliğin ihtimal ölçüsünü hesaplayalım. Örneğin gene zar oyununu ele alalım. Ancak bu kez deney-sonucunun *"6"* gibi basit bir özelliğini değil, *"5 veya 6"* gibi bileşik bir özelliğini ele alıyoruz. Bu amaçla (2) dizisini yeniden göz önüne alalım. Bu dizide *5* sonucu *üç* defa, *6* ise *dört* defa geçiyor. Buna göre *"5 veya 6"* nın *yedi* defa geçtiğini söyleyebiliriz. Dizi 18 üyeli olduğuna göre, *"5 veya 6"* özelliğinin bu dizideki frekansı 7/18, dır; bu da *"5"* özelliğinin frekansı olan 3/18 ile *"6"* özelliğinin frekansı olan "4/18" in toplamına eşittir.

Genel olarak *ö* gibi (basit veya bileşik) bir özellik verildikte, E kümesinin hangi öğelerinin bu özelliğe sahip olduğunu, hangilerinin olmadığını önceden bildiğimizi kabul ediyoruz. *ö* özelliğine sahip olan öğelerin kümesi *"ö nün kaplamı"*dır. *ö* nün kaplamını '$K_{\ddot{o}}$' biçiminde gösterelim. $K_{\ddot{o}}$, E kü-

mesinin bir (öz veya öz olmayan) alt-kümesidir. Bundan böyle *ö* gibi bir özellikten söz edecek yerde, bu özelliğin kaplamı olan $K_{ö}$ kümesinden söz edeceğiz. İmdi, herhangi bir deney-sonucunun (yani E kümesinin bir öğesinin) gerçekleşmesi bir *"olay"*dır. Böyle bir olayın $K_{ö}$ gibi belli bir kümeye ait olması bu olayın belli bir *"olay türü"*ne ait olması demektir. Buna göre $K_{ö}$ gibi E nin herhangi bir alt-kümesine bir *"olay-türü"* diyebiliriz. Böylece $K_{ö}$ alt-kümesinin öğesi olan bir deney-sonucunun gerçekleşmesine "$K_{ö}$ türünden bir olay" diyeceğiz. Böyle bir olaya kısaca *"bir $K_{ö}$ olayı"* da denebilir.

E *sonlu* bir "mümkün deney-sonuçları kümesi" oldukta, E nin herhangi bir alt-kümesini bir "olay-türü" sayıyoruz. Nitekim bir olayın böyle bir kümeye ait olması belli bir özelliğe sahip olması veya belli bir *"tür"* den olması demektir. Böylece bundan böyle yalnız $K_{ö}$ gibi belli bir özelliğin kaplamı olan kümelerden değil, E nin herhangi bir alt-kümesinden (bir olay-türü) olarak söz edebileceğiz. Buna göre, bir olayın *ö* gibi bir özelliği olmasının ihtimal ölçüsünden değil, olayın *K* gibi bir kümenin (olay-türünün) öğesi olmasının ihtimal ölçüsünden söz edeceğiz.

Basit özelliklerin (yani bir tek deney-sonucuna ait özelliklerin) kaplamı, tek-öğeli kümelerdir. Tersine E nin her tek-öğeli alt kümesi, basit bir özelliğin kaplamı sayılır. Buna göre, tek-öğeli alt-kümelere "basit olay-türleri", birden çok öğeli alt-kümelere "bileşik olay-türleri" diyeceğiz. Ø boş-kümesinin belirlediği olay türüne *"imkânsız olay-türü"*, E evrensel kümesinin belirlediği olay türüne *"emin"* veya *"kaçınılmaz"* olay-türü denir. Hiçbir olay Ø kümesine ait olmadığından, bu türden bir olayın *imkânsız* olduğu meydandadır. Her olay (yani söz konusu *d* deneyinin mümkün olan her sonucu) E kümesine ait olduğundan, deney sonucunun da E türünden olacağından ***emin*** olabiliriz. E kümesi —rastgele-sonuçlu deneyler halinde— birden çok öğeli olduğundan, bileşik bir olay-türüdür. Ø kümesinin ise hiçbir öğesi olmadığından, Ø ne basit ne de bileşik bir olay-türüdür. Ø kümesini bu bakımdan üçüncü bir kategoriye ait bir olay-türü sayıyoruz. İmdi her bileşik olay-türü bir takım basit olay-türlerinin birleşimine eşittir. Nitekim

(6) $K = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ ise,

$$K = \{a_1\} \cup \{a_2\} \cup \ldots \cup \{a_n\}$$

özdeşliğini kurabiliriz.

2. İHTİMALLER TEORİSİNİN AKSİYOMLARI

§ 1' de "ihtimal ölçüsü"nü bir *frekans limiti* olarak tanımlamıştık. Ancak böyle bir "limit"in teorik bakımdan yeteri kadar açık olmadığını, pratik bakımdan ise hesaplanamadığını belirtmek gerek. İşte bu durum göz önünde

tutularak "ihtimal ölçüsü"nü bir takım fiziksel ölçülerin limiti olarak değil, salt matematiksel aksiyomlar yardımiyle (örtük bir şekilde) tanımlamak yoluna gidilmiştir. Ancak bu aksiyomların, ihtimal ölçüsünün frekans olarak yorumlanması halinde, *doğru* olduklarını göstereceğiz.

İmdi, söz konusu aksiyomları belirtmeden önce, olaylar ile karşılıkları olan kümeler arasındaki çeşitli bağıntıları sistematik bir şekilde dile getirelim:

1. $x \in K' \blacksquare \sim$(x bir K olayıdır)

Nitekim: $x \in K' \blacksquare \sim (x \in K)$

2. $x \in (K \cap L) \blacksquare$ x bir K olayıdır $\wedge$ x bir L olayıdır

Nitekim: $x \in (K \cap L) \blacksquare x \in K \wedge x \in L$

3. $x \in (K \cup L) \blacksquare$ x bir K olayıdır $\vee$ x bir L olayıdır

Nitekim: $x \in (K \cup L) \equiv x \in K \vee x \in L$

4. $K = E \blacksquare$ her K olayı "emin" (veya kaçınılmaz) dır.

Nitekim: $K = E \blacksquare \forall x(x \in K)$

5. $K = \emptyset \blacksquare$ her K olayı imkânsızdır

Nitekim: $K = \emptyset \blacksquare \forall x \sim (x \in K)$

6. $K \subseteq L \blacksquare$ her K olayı aynı zamanda bir L olayıdır

Nitekim: $K \subseteq L \blacksquare \forall x(x \in K \rightarrow x \in L)$

7. $K \cap L = \emptyset \blacksquare$ bir K olayı bir L olayı ile bağdaşmaz

Nitekim: $K \cap L = \emptyset \blacksquare \forall x \sim [(x \in K) \wedge (x \in L)] \blacksquare \forall x[\sim (x \in K) \vee \sim (x \in L)] \blacksquare \forall x[(x \in K) \mid (x \in L)]$

Tanım: Aynı zamanda meydana gelemeyen olaylara *"bağdaşmaz olaylar"* denir.

Bir *K* olayı ile bir *L* olayının bağdaşmazlığının gerekli ve yeterli şartı 7. uyarınca $K \cap L = \emptyset$ dir.

Şimdi ihtimaller teorisinin *aksiyomlarını* dile getirelim:

Evrensel-küme olarak *"örnek-uzayı"* (sample space) denilen E gibi bir küme seçilir. Örnek-uzayı, yorumlanmış ihtimaller hesabının *"deney-sonuçları kümesi"*nin karşılığıdır. Bu bakımdan E kümesinin (rastgele-sonuçlu deneyler halinde) en az *iki* öğesi olduğunu kabul ediyoruz. Genel ihtimaller teorisinde örnek-uzayının sonsuz sayıda öğesi olabilir. Ama biz burada ancak *sonlu* sayıda öğesi olan örnek-uzaylarını incelemekle yetineceğiz. Bu bakımdan 'örnek-uzayı' deyimini yalnız *"sonlu örnek-uzayı"* anlamında kullanacağız.

İmdi, E örnek-uzayının *her alt-kümesine belli bir reel sayıyı* tekabül ettiren *P* gibi bir *fonksiyonu* göz önüne alalım. *K* gibi herhangi bir alt-küme, E örnek-uzayında bir *olay-türü*, P(K) ise bir K olayının (yani K türünden bir olayın) *"ihtimal ölçüsü"*dür. P fonksiyonu aşağıdaki aksiyomlar yardımiyle (örtük bir şekilde) tanımlanır:

1. aksiyom: E nin her *K* alt-kümesi için, $P(K) \geqslant 0$
2. aksiyom: $P(E) = 1$
3. aksiyom: E nin her *K* ve *L* alt-kümeleri için; $K \cap L = \emptyset$ ise, $P(K \cup L) = P(K) + P(L)$

Şimdi sözü geçen üç aksiyomun, ihtimal ölçüsünün frekans olarak yorumlanması halinde, *doğru* olduklarını gösterelim:

Aksiyom sisteminde geçen E örnek-uzayını, verilen bir *d* (rastgele-sonuçlu) deneyinin 'mümkün deney-sonuçları kümesi" şeklinde yorumluyoruz. Buna göre *K* gibi bir alt-küme birtakım deney-sonuçlarının kümesi oluyor. İmdi f_K^n, *d* deneyinin *n* defa tekrarlanmasiyle meydana gelen deney-sonuçları dizisinde, *K* ya ait üyelerin sayısının *n* sayısına oranı (yani bir K olayının frekansı) olsun. P(K) ihtimal ölçüsünü, f_K^n nın $n \to \infty$ için limiti olarak tanımlamamakla birlikte, gene de f_K^n yı, ideal bir değer olan P(K) nın *yaklaşık* bir değeri sayıyoruz. Buna göre f_K^n nın, sözü geçen üç aksiyomun dile getirdiği şartları yerine getirmesi (yani aksiyomlarda P(K) yerine f_K^n koymakla *doğru* önermelerin elde edilmesi) gereklidir. Nitekim böyle bir durum, aksiyom sisteminin frekans anlamındaki empirik ihtimal ölçüsünün uygun bir formelleşmesi olduğunu gösterir. Öte yandan, ihtimal ölçüsünün frekans olarak yorumlanması da aksiyom sisteminin uygun bir yorumu olur.

İmdi her üç aksiyomda 'P(K)' yerine 'f_K^n' koyalım.

1. aksiyomun karşılığı: $f_K^n \geqslant 0$

Kanıt: d deneyinin *n* defa tekrarlanmasiyle elde edilen

(7) $x_1, x_2, \ldots, x_n$

biçimindeki deney-sonuçları dizisinde K kümesine ait olan üyelerin sayısı N_K^n olsun. Eğer (7) dizisinin hiçbir üyesi K ya ait değilse $N_K^n = 0$. yoksa $N_K^n > 0$. Şu halde ($n > 0$ olduğuna göre)

$$f_K^n = N_K^n / n \geqslant 0$$

2. aksiyomun karşılığı: $f_E^n = 1$

Kanıt: (7) dizisinin bütün üyeleri E kümesine ait olduklarından $N_E^n = n$ dir. Şu halde

$$f_E^n = n_E^n/n = n/n = 1$$

3. aksiyomun karşılığı: $K \cap L = \emptyset$ ise, $f^n_{K \cup L} = f^n_K + f^n_L$

Kanıt: (7) dizisinin n tane üyesinden hiçbiri hem K nın hem L nin öğesi olmadığından, K veya L ye ait olan üyelerin sayısı, K ya ait üyelerin sayısı ile L ye ait üyelerin sayısının toplamına eşittir. Yani:

$$N^n_{K \cup L} = N^n_K + N^n_L$$

Şu halde:

$$f^n_{K \cup L} = N^n_{K \cup L}/n = (N^n_K + N^n_L)/n = N^n_K/n + N^n_L/n = f^n_K + f^n_L$$

Aksiyom sistemini böylece haklı gösterdikten sonra, bu sisteme dayanarak çeşitli problemlerin nasıl çözülebildiklerini göstereceğiz.

Aksiyomlardan aşağıdaki teoremleri türetebiliriz:

(8) $P(\emptyset) = 0$

Kanıt: $P(K) = P(K \cup \emptyset) = P(K) + P(\emptyset)$ Şu halde $P(\emptyset) = P(K) - P(K) = 0$.

(9) $P(K') = 1 - P(K)$

Kanıt: $K \cup K' = E$ olduğundan, 2. aksiyom gereği $P(K \cup K') = 1$ olur. Öte yandan 3. aksiyom gereği ($K \cap K' = \emptyset$ olduğundan) $P(K \cup K') = P(K) + P(K')$. Şu halde $P(K) + P(K') = 1$; dolayısiyle $P(K') = 1 - P(K)$.

(10) $K_1, K_2, \ldots, K_n$ ikişer ikişer bağdaşmaz olay-türleri (yani $K_i \cap K_j = \emptyset$, $i \neq j$ ve $1 \leqslant i \leqslant n$, $1 \leqslant j \leqslant n$) ise:

$$P(K_1 \cup K_2 \cup \ldots \cup K_n) = P(K_1) + P(K_2) + \ldots + P(K_n)$$

Kanıt: 3. aksiyoma dayanır.

(11) $K = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ ise, $P(K) = P(\{a_1\}) + P(\{a_2\}) + \ldots + P(\{a_n\})$

Kanıt: $a_1, a_2, \ldots, a_n$, E kümesinin n tane ayrı öğesidir. Buna göre $\{a_1\}, \{a_2\}, \{a_n\}$ kümeleri ikişer ikişer bağdaşmaz olay-türleri durumundadır. Böylece (11) deki özdeşliği (10) dan türetebiliriz.

İşte (11) teoremine dayanarak bileşik olay-türlerinin ihtimal ölçüsünü basit olay-türlerinin ihtimal ölçülerine indirgeyebiliriz. Bu bakımdan (11) teoreminin ihtimal ölçülerinin hesaplanması için temel bir önemi vardır.

(12) $K \subseteq L$ ise, $P(K) \leqslant P(L)$

Kanıt: $L = \{a_1, a_2, \ldots a_n\}$ olsun. (11) gereği $P(L) = P(\{a_1\}) + P(\{a_2\}) + \ldots + P(\{a_n\})$.

İmdi K kümesi L nin bir alt-kümesi olduğundan, P(K) yı K nın tek tek öğelerinin ihtimal ölçülerinin toplamı olarak yazdıkta, bu toplamın her terimi P(L) nin karşılığı olan toplamın bir terimi olmalıdır. İhtimal ölçüleri 1. aksiyomu gereği 0 veya pozitif sayılar olduğundan, $P(K) \leqslant P(L)$.

(13) K kümesi E örnek-uzayının herhangi bir alt-kümesi ise,

$$0 \leqslant P(K) \leqslant 1$$

Kanıt: $0 \leqslant P(K)$, 1. aksiyomunun dolaysız sonucudur. İmdi her K için $K \subseteq E$ olduğundan (12) gereği $P(K) \leqslant P(E)$ olur. Oysa 2. aksiyom gereği $P(E) = 1$. Şu halde $P(K) \leqslant 1$.

(14) $P(K \cup L) = P(K) + P(L) - P(K \cap L)$

Kanıt: K ile L birbirıyle bağdaşmaz olmayabilen herhangi iki olay-türü olsun.

$K \cup L = KL' \cup LK' \cup KL$. KL', LK' ve KL ikişer ikişer birbiriyle bağdaşmadıklarından $P(K \cup L) = P(KL') + P(LK') + P(KL)$. Öte yandan $K = KL \cup KL'$ ve $L = LK \cup LK'$ olduğundan (KL ile KL' ve LK ile LK' ün birbiriyle bağdaşmadıklarını göz önünde tutarak):

$$P(K) = P(KL \cup KL') = P(KL) + P(KL')$$
$$P(L) = P(LK \cup LK') = P(LK) + P(LK')$$
$$P(K) + P(L) = P(KL) + P(KL) + P(KL') + P(LK') = P(KL) + P(K \cup L)$$
$$P(K \cup L) = P(K) + P(L) - P(KL) = P(K) + P(L) - P(K \cap L)$$

(15) $E = \{a_1, a_2, \ldots, a_N\}$ olsun. O zaman
$$P(\{a_1\}) + P(\{a_2\}) + \ldots + P(\{a_N\}) = 1$$

Kanıt: (15) özdeşliği, 1. aksiyom ile (11) teoreminin dolaysız sonucudur.

Şimdi aksiyom sistemini (ve bu aksiyomlardan türetilmiş teoremleri) §1 deki örneklere uygulayalım:

1 Örnek (yazı-tura oyunu) $E = \{y, t\}$:

Soru: Deney-sonucunun *"yazı"* olmasının ihtimal ölçüsü nedir?

Çözüm: Bütün basit olayların ihtimal ölçülerinin aynı olduğunu —bır varsayım olarak— kabul edelim. O zaman teorem (15) gereği

$$P(\{y\}) + P(\{t\}) = 1$$

olduğundan, $P(\{y\}) = P(\{t\})$ varsayımına dayanarak, $P(\{y\}) = 1/2$ sonuounu elde ederiz. Bu sonucun bir varsayıma dayandığını şöyle gösterebiliriz: Deneyi *n* defa tekrarlayarak f_y^n frekansını tespit edelim. Eğer bu frekans

1/2 ye yaklaşık ise varsayımımız pekiştirilmiş olur. Ama frekans 1/2 den oldukça farklı ise, tersine varsayım çürütülmüş olur. Yani {y} ile {t} nin ihtimal ölçülerinin aynı olduklarını kabul etmekten vazgeçip paranın "hileli" yani bir yanının ağır olduğu sonucuna varacağız.

2. Örnek (zar oyunu) E = {1, 2, 3, 4, 5, 6}:

Soru: Zarı attıkta 6 getirmenin ihtimal ölçüsü nedir?

Çözüm: Basit olayların ihtimal ölçülerinin aynılığı varsayımını yaparsak, her birinin ihtimal ölçüsü 1/6 olur. (Nitekim 6 tane basit olay olup teorem (15) gereği bunların ihtimal ölçülerinin toplamı 1 dir.) Varsayımı gene empirik yoldan denetlemek gerek. Frekans 1/6 dan oldukça farklı ise varsayımı çürütülmüş sayarız. (Hileli zar!)

Soru: Zarı attıkta 5 veya 6 getirmenin ihtimal ölçüsü nedir?

Çözüm. İhtimal ölçüsünü tespit etmek istediğimiz olay-türü {5, 6} kümesidir. Şu halde teorem (11) gereği P(5 veya 6) = P({5}) + P({6})

3. Örnek (radyoaktif madde) E = {0, 1, ... , N}:

Soru: Cismin bir saniyede en az 3 tane ve en çok 6 tane α-taneciğini yaymasının ihtimal ölçüsü nedir?

Çözüm: Bu örnekte basit olayların ihtimal ölçülerinin eşitliği varsayımını yapmak düpedüz yanlıştır. Nitekim gerek radyoaktif maddelere ilişkin gözlemler, gerekse bu maddelerin yapısını inceleyen fizik teorileri söz konusu basit olayların ayrı ayrı ihtimal ölçüleri olduğunu gösterir. Bu durumda (ihtimaller teorisi çerçevesi içinde) yapabileceğimiz şudur: İlk önce ilgili fizik teorilerinin veya gözlemlerin (frekans sayımlarının) söz konusu basit olaylar için belirlediği ihtimal ölçülerini "verilerimiz" olarak ele alırız. Bu veriler arasında bulunan P({3}), P({4}), P({5}) ve P({6}) değerleri yardımiyle, ihtimaller teorisi gereği geçerli olan

$$P(\{3, 4, 5, 6\}) = P(\{3\}) + P(\{4\}) + P(\{5\}) + (P(\{6\})$$

özdeşliğine dayanarak, P({3, 4, 5, 6}) nın değerini hesaplarız. Bu değer ise (ihtimaller teorisi gereği) söz konusu radyoaktif cismin bir saniyede en az 3 ve en çok 6 α-taneciği yaymasının ihtimal ölçüsüdür.

X. BÖLÜM

BAĞINTILAR

1. BAĞINTILARIN TANIMLANMASI

(1) x, y nin babasıdır

gibi bir 2-li açık-önermeyi göz önüne alalım. Söz gelişi Ali, Veli'nin babası olsun. O zaman

(2) Ali, Veli

çiftinin (1) açık-önermesini doyurduğunu söyleriz. İmdi Ali, Veli'nin babası olduğundan, Veli, Ali'nin babası değildir. Dolayısiyle (2) çiftinin (1)i doyurmasına karşılık,

(3) Veli, Ali

çifti (1) i doyurmaz. Şu halde bir 2-li açık önermeyi doyuran nesne çiftinin *sıralanmış* olduğunu, bu sıranın değiştirilmesi sonucunda doyurma özelliğinin kaybolabileceğini görüyoruz. İşte (2) gibi bir çiftin *sıralanmış* olduğunu dile getirmek için, onu

(4) ⟨Ali, Veli⟩

biçiminde dile getireceğiz. Görüldüğü gibi,

(5) ⟨Ali, Veli⟩ ≠ ⟨Veli, Ali⟩

oysa,

(6) {Ali, Veli} = {Veli, Ali}

Buna göre,

(7) ⟨a, b⟩

biçimindeki çiftlere *"sıralanmış çift"*,

(8) {a, b}

biçimindeki çiftlere (yani iki öğeli kümelere) *"sıralanmamış çift"* diyoruz.

(9) $\langle a, b\rangle \neq \langle b, a\rangle$

(10) $\{a, b\} = \{b, a\}$

Görüldüğü gibi, (1) açık-önermesini doyuran nesneler iki öğeli kümeler (yani sıralanmamış çiftler) değil, olsa olsa *sıralanmış* çiftlerdir.

(11) $\langle a_1, a_2, \ldots, a_n\rangle$

n-li dizisi "sıralanmış çift" şeklinde şöyle tanımlanabilir:

(12) $\langle a_1, a_2, \ldots, a_n\rangle =_{Dk} \langle\ldots\langle\langle a_1, a_2\rangle, a_3\rangle, \ldots, a_n\rangle$

Örneğin, $\langle a, b, c\rangle$ 3-lü dizisi şöyle tanımlanır:

(13) $\langle a, b, c\rangle =_{Dk} \langle\langle a, b\rangle, c\rangle$

(14) *Tanım:* Her öğesi bir n-li dizi olan bir kümeye *"n-li bağıntı"* denir.

Özel olarak:

(15) *Tanım:* Her öğesi bir sıralanmış çift olan bir kümeye *"2-li bağıntı"* denir.

Biz bundan böyle yalnız 2-li bağıntıları inceleyeceğimizden, başka şekilde belirtilmediği zaman 'bağıntı' sözcüğünü tek başına hep *"2-li bağıntı"* anlamında kullanacağız. (Kaldı ki, "n-li dizi"nin (12) tanımı gereği, her n-li bağıntı bir 2-li bağıntıya indirgenebilir.)

İmdi, *"sıralanmış çift"*i de bir küme olarak tanımlamak mümkündür:

(16) $\langle a, b\rangle =_{Dk} \{\{a\}, \{a, b\}\}$

Bu tanım gereği

$$\langle a, b\rangle \neq \langle b, a\rangle$$

Nitekim:

(17) $\{\{a\}, \{a, b\}\} \neq \{\{b\}, \{b, a\}\}$

Dikkat edilirse (17) nin doğru olması sadece

$$\{a\} \neq \{b\}$$

deri ötürüdür.

Böylece *her bağıntının salt bir küme olduğunu* görüyoruz. Ancak bağıntının ilişkin olduğu nesnelerin en yüksek seviyesi n ise, bağıntının kendisinin *n + 3 cü seviyeden* olduğunu söyleyebiliriz. Örneğin, (2-li) bağıntı sadece *bireyler* (yani 0. seviyeden nesneler arasında ise, bireylerden kurulu sıralanmış çiftler ((16) gereği) 2. seviyeden olduğundan, bu çeşit sıralanmış çiftlerin bir kümesi olan bağıntı, *3. seviyeden* bir küme olur.

(16) tanımı gereği

(18) $\langle a, a\rangle = \{\{a\}\}$

olduğunu; (13) tanımı gereği de

(19) $\langle a, a, a\rangle = \{\{\{\{a\}\}\}, \{\{\{a\}\}, a\}\}$

olduğunu görüyoruz. Şu halde:

(20) $a \neq \langle a, a\rangle \neq \langle a, a, a\rangle \neq \ldots$

β kümesi bir bağıntı ise,

(21) $\langle x, y\rangle \in \beta$

yerine

(22) $x \beta y$

de yazarız. (22) tam-deyimini

(23) x ile y arasında β bağıntısı vardır

şeklinde okuruz.

Örneğin, *'Ali, Velinin babasıdır'* önermesini

(24) Ali ile Veli arasında Baba-Evlât bağıntısı vardır

biçimine çevirebiliriz.

Daha önce belirttiğimiz gibi, herhangi bir bağıntının her öğesi bir sıralanmış çift'tir. $\langle a, b\rangle$ bir sıralanmış çift olduğunda, a ile b nesnelerine sıralanmış çiftin *üye*'leri denir. a üyesine *birinci-üye*, b üyesine de *ikinci-üye* denir. İmdi bir bağıntıyı meydana getiren sıralanmış çiftlerin birinci-üyelerinin kümesine bağıntının *ön-alan*'ı, ikinci-üyelerinin kümesine de bağıntının *ard-alan*'ı denir. Ön-alan ile ard-alan'ın birleşimine ise bağıntının *alan*'ı denir. β nin alanını

(25) $Al(\beta)$

biçiminde göstereceğiz.

2. BAĞINTILARIN BAŞLICA ÖZELLİKLERİ

A. YANSIMALI ve YANSIMASIZ BAĞINTILAR

(26) β bağıntısı *yansımalı* (refleksif)dır $=_{Dk} \forall x(x \beta x)$

Yansımalı bağıntılara örnek olarak *"özdeşlik"* (=) ile *"küçük veya eşit"* ($\leqslant$) bağıntılarını gösterebiliriz.

Her x için $x = x$

Her x sayısı için $x \leqslant x$

(27) β bağıntısı *yansımasız* (irrefleksif)dır $=_{Dk} \forall x \sim (x \beta x)$

Örneğin, *"küçük"* (<) bağıntısı yansımasızdır. (Hiçbir sayı kendinden küçük değildir). *"Baba-evlât"* bağıntısı da yansımasızdır. Nitekim hiçbir kimse kendinin babası değildir. Bazı bağıntılar ne yansımalıdır, ne de yansımasız. Örneğin *"sevme"* bağıntısı böyle olabilir. (Bazı kimseler kendilerini sever, bazıları sevmiyebilir.)

B. BAKIŞIMLI, BAKIŞIMSIZ ve TERS-BAKIŞIMLI BAĞINTILAR

(28) β bağıntısı *bakışımlı* (simetrik)dır $=_{Dk} \forall x \forall y (x \beta y \rightarrow y \beta x)$

Örneğin, *"kardeşlik"* bağıntısı bakışımlıdır. Ali, Veli'nin kardeşi ise, Veli de Ali'nin kardeşi olur. *"Özdeşlik"* bağıntısı da bakışımlıdır.

(29) β bağıntısı *bakışımsız* (asimetrik)dır

$=_{Dk} \forall x \forall y (x \beta y \rightarrow \sim y \beta x)$

Örneğin, *"baba-evlât"* bağıntısı bakışımsızdır. Ali Veli'nin babası ise, Veli Ali'nin babası değildir. *"Küçük"* (<) bağıntısı da bakışımsızdır; zira,

$x < y$ ise, $\sim (y < x)$

Bazı bağıntılar ne bakışımlı, ne de bakışımsızdır. Örneğin, *"kız-kardeşlik"* bağıntısı öyledir.

(30) β bağıntısı *ters-bakışımlı* (antisimetrik)dır

$=_{Dk} \forall x \forall y [(x = y) \wedge (x \beta y) \rightarrow \sim (y \beta x)]$

Örneğin, "$\leqslant$" bağıntısı ile "$\subseteq$" alt-kümelik bağıntısı da ters-bakışımlıdır. Nitekim:

$(x \neq y) \wedge (x \leqslant y) \rightarrow \sim (y \leqslant x)$

$(K \neq L) \wedge (K \subseteq L) \rightarrow \sim (L \subseteq K)$

Öte yandan bazı bağıntılar, (örneğin, *"kızkardeşlik"* bağıntısı) ne bakışımlı, ne bakışımsız, ne de ters-bakışımlıdır.

C. GEÇİŞLİ ve GEÇİŞSİZ BAĞINTILAR

(31) β bağıntısı *geçişli* (transitif)dir

$=_{Dk} \forall x \forall y \forall z [(x \beta y) \wedge (y \beta z) \rightarrow (x \beta z)]$

Örneğin, "$<$," "$\leqslant$", "$\subseteq$" bağıntıları geçişlidir. Buna karşılık "$\in$" bağıntısı geçişli değildir.

(32) β bağıntısı *geçişsiz* (intransitif)dir

$=_{Dk} \forall x \forall y \forall z [(x \beta y) \wedge (y \beta z) \rightarrow \sim (x \beta z)]$

Örneğin, *"baba-evlât"* bağıntısı geçişsizdir. Nitekim x, y nin babası, y, z nin babası ise, x, z nin babası değildir.

Bazı bağıntılar (örneğin, "$\in$" bağıntısı) ne geçişli, ne de geçişsizdir.

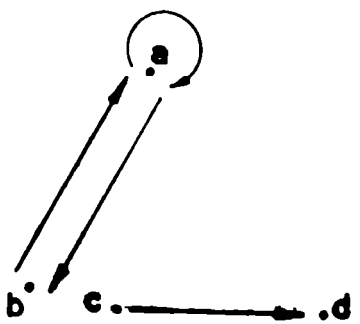
3. BAĞINTILARIN GRAFİKLE GÖSTERİLMESİ

Sonlu bağıntılar (yani alanları birer *sonlu* kümeden ibaret olan bağıntılar) *grafikler* yardımiyle temsil edilebilirler. Bir bağıntının *"grafik"* inde bağıntının alanının her öğesi belli bir nokta ile temsil edilir. Noktanın yanına da öğeyi gösteren sembol yazılır. Öte yandan ⟨a, b⟩ gibi bir sıralanmış-çift bağıntının öğesi ise, *a* ile *b* yi temsil eden noktaları *a* dan *b* ye yönelen bir okla birleştiririz. Gerek ⟨a, b⟩, gerekse ⟨b, a⟩ bağıntının öğeleri arasında bulunuyorsa, *a* ile *b* yi temsil eden noktaları ayrı iki okla birleştirecek yerde, çift-yönlü bir tek okla da birleştirebiliriz. Öte yandan ⟨a, a⟩ gibi bir sıralanmış-çift bağıntının öğesi ise, *a* yı temsil eden noktadan kalkıp gene bu noktaya varan *yuvarlak* bir ok çizeriz. Örneğin.

(33) {⟨a, a⟩, ⟨a, b⟩, ⟨b, a⟩, ⟨c, d⟩}

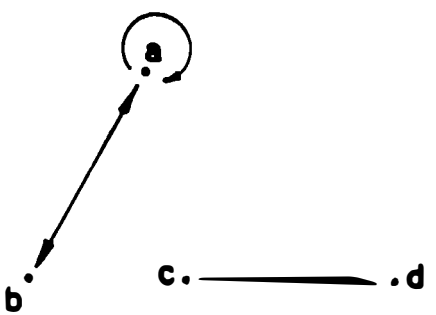
bağıntısının grafiği

(34)



veya

(35)



biçimindedir.

Buna göre (sonlu) bir bağıntının *yansımalı* (evrensel küme olarak bağıntının alanını seçiyoruz) olmasının gerekli ve yeterli şartı, grafikteki her temsilci noktanın yuvarlak bir oku bulunması, *yansımasız* olmasının şartı da hiçbir temsilci noktanın yuvarlak oku bulunmamasıdır. Örneğin, (35) grafiğinde *a* noktasının yuvarlak oku olduğundan bağıntı yansımasız değildir. *b* (veya *c* veya *d*) noktasının yuvarlak oku olmamasından dolayı da bağıntı yansımalı değildir. Şu halde (35) grafiği ile temsil edilen bağıntının ne yansımalı ne de yansımasiz olduğunu görüyoruz. Buna yarı yansımalı diyelim.

Sonlu bir bağıntının *bakışımlı* olmasının gerekli ve yeterli şartı, grafikteki bütün *düz* (yani ikişer noktayı bağlıyan) okların çift-yönlü olması veya hiçbir düz okun bulunmamasıdır.

Ters-bakışımlı olmasının şartı da hiçbir düz okun çift-yönlü olmamasıdır. (35) grafiğinde *c* ile *d* yi bağlayan (düz) ok tek-yönlü olduğundan bağıntı bakışımlı değildir. Ama *a* ile *b* yi bağlayan (düz) ok çift-yönlü olduğundan, bağıntı ters-bakışımlı da değildir. Bu hale yarı bakışımlı diyeceğiz.

Öte yandan bir bağıntının *bakışımsız* olmasının gerekli ve yeterli şartı, hem ters-bakışımlı, hem yansımasız olması, dolayısiyle grafiğinde ne çift-yönlü düz bir okun ne de yuvarlak bir okun bulunmamasıdır.

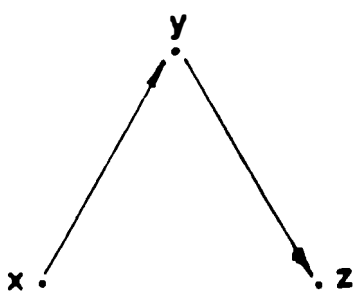
Sonlu bir bağıntının *geçişli* olmasının gerekli ve yeterli şartını şöyle dile getirebiliriz:

β bağıntısı *geçişlidir* $\equiv$ her x, y, z için $x \beta y \wedge y \beta z \rightarrow x \beta z$

Ancak x, y, z farklı olabildikleri gibi bazıları, hatta tümü eşit te olabilir.

1 Hal:

(36)



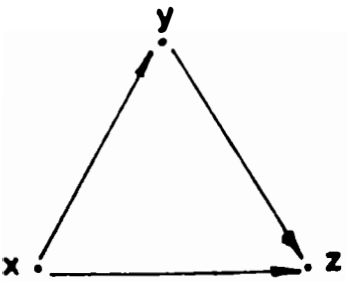
$x \neq y,\ y \neq z,\ x \neq z$

$x \beta y$ ve $y \beta z$ varsa o zaman

$x \beta z$ olmalıdır.

Yani β bağıntısının *geçişli* olabilmesi için (36) nın (37) ye tamamlanması gerekir.

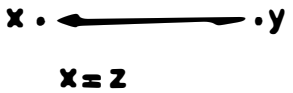
(37)



2. Hal:

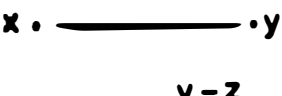
a. $x \neq y,\ y \neq z,\ x = z$ $x \beta y$ ve $y \beta x$ olduğundan, $x \beta x$ olmalıdır.

(38)



b. $x \neq y,\ x \neq z,\ y = z$ $y \beta x$ ve $x \beta y$ olduğundan, $y \beta y$ olmalıdır.

(39)



Şu halde β bağıntısının geçişli olması için (38) in (40) a, (39) un(41)e tamamlanması gereklidir.

(40)



(41)



(42)



Sonuç olarak (36)nın (37)ye, (38) ve (39)un da (42) ye tamamlanması gerektiğine dikkat edilmelidir.

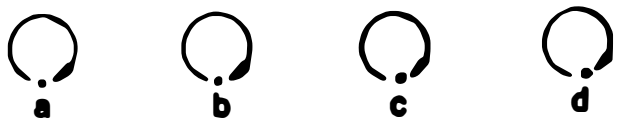
Eğer (36) veya (38) ya da (39) gibi hiçbir kısım yoksa, $x \beta y \wedge y \beta z$ şartı hep yanlış olacağından, $x \beta y \wedge y \beta z \rightarrow x \beta z$ hep doğru olur. Yani β bağıntısı geçişli olur.

Örneğin, {a, b, c, d} gibi sonlu bir kümeden ibaret

(43) $\beta = \{\langle a, a\rangle, \langle b, b\rangle, \langle c, c\rangle, \langle d, d\rangle\}$

bağıntısı geçişlidir. (43) bağıntısının grafiği

(44)



biçimindedir. Böyle bir grafikte (36), (38) veya (39) biçiminde hiçbir kısım *olmadığından*, (43) bağıntısı *geçişli* sayılır. Öte yandan (33) bağıntısının *geçişli olmadığını* söyleyebiliriz. Nitekim (35) grafiğinde (38) biminde bir kısım bulunup (42) biçiminde tamamlanmış olmadığından *geçişli değildir.*

Buna göre *geçişsiz* bir bağıntının zorunlu olarak *yansımasız* olduğunu gösterebiliriz. Nitekim, yansımasız olmıyan β gibi *geçişsiz* bir bağıntı mümkün olsaydı, *a* gibi belli bir nesne için

$$a \beta a$$

önermesi doğru olurdu. Oysa β *geçişsiz* olduğundan

$$a \beta a \wedge a \beta a \rightarrow \sim a \beta a$$

elde edilir. Dolayısiyle

$$a \beta a \rightarrow \sim a \beta a$$

olurdu. Şu halde 'a β a' önermesi yanlıştır.

Böylece hem yansımasız olmıyan, hem *geçişsiz* olan bir bağıntının var olmasının bir çelişmeye yol açtığını görüyoruz. Sonuç olarak *her geçişsiz bağıntının yansımasız* olduğunu görüyoruz.

Alıştırmalar

(I) Aşağıdaki bağıntıları sıralanmış çiftler kümesi biçiminde gösteriniz:

1. $E = \{0, 1, 2\}$ evreninde "$=$" bağıntısı.
2. $E = \{1, 2, 3\}$ evreninde "$\neq$" bağıntısı.
3. $E = \{0, 1, 2, 3\}$ evreninde "$>$" bağıntısı.
4. $E = \{2, 4, 6\}$ evreninde "$\leqslant$" bağıntısı.
5. $E = \{1, 3, 5, 7\}$ evreninde "$\geqslant$" bağıntısı.

(II) Aşağıdaki bağıntıların ön-alan, ard-alan ve alan'ını bulunuz:

1. $\{\langle A, B\rangle, \langle A, C\rangle, \langle C, D\rangle, \langle A, A\rangle, \langle 2, A\rangle, \langle B, 1\rangle\}$
2. $\{\langle 0, 1\rangle, \langle 1, 2\rangle, \langle 2, 3\rangle, \langle 3, 4\rangle, \langle 4, 1\rangle, \langle 1, 0\rangle\}$
3. $\{\langle 0, A\rangle, \langle 1, B\rangle, \langle 2, C\rangle, \langle 3, D\rangle, \langle 4, H\rangle, \langle 5, G\rangle\}$

(III) Aşağıdaki bağıntıların grafiklerini çiziniz ve nasıl bir bağıntı olduklarını açıklayınız:

1. $\beta = \{\langle a, a\rangle, \langle a, b\rangle, \langle a, c\rangle\}$
2. $\beta = \{\langle a, b\rangle, \langle b, c\rangle, \langle a, a\rangle\}$
3. $\beta = \{\langle a, a\rangle, \langle b, b\rangle, \langle a, b\rangle, \langle b, a\rangle\}$
4. $\beta = \{\langle a, b\rangle, \langle b, c\rangle, \langle a, c\rangle, \langle c, d\rangle, \langle a, d\rangle\}$
5. $\beta = \{\langle a, a\rangle, \langle a, b\rangle, \langle b, c\rangle, \langle a, a\rangle\}$

DÖRDÜNCÜ KISIM

AKSİYOM SİSTEMLERİ

XI. BÖLÜM

AKSİYOMLAŞMA ve FORMELLEŞME

Salt Sentaks'ın konu edindiği "yapma diller" günümüzde bilim, teknik, felsefe gibi çeşitli uğraşı alanlarında gittikçe daha yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Bu türlü "diller"in klâsik matematikteki *"aksiyomatik sistem"* kavramının bir gelişimi sonucunda ortaya konduğunu söyleyebiliriz. Bu bakımdan klâsik aksiyomatik sistemlerin ana örneği olan Euklides geometrisinin yapısına göz gezdirmek faydalıdır. İmdi, bilindiği gibi, geleneksel Euklides geometrisinin bütün *doğru* önermeleri (yani *teoremleri*), *"aksiyom"* ve *"postulat"* denilen az sayıda birkaç ilkel önermeden salt mantıksal çıkarım yoluyla elde edilmektedir. Aksiyomlarla postulatların tümüne birden *"ilkel önermeler"* diyelim. O zaman Euklides geometrisinin her doğru önermesinin ya bir ilkel önerme, ya da ilkel önermelerden salt mantık yoluyla türetilmiş bir önerme olduğunu söyleyebiliriz. Eskiden bu ilkel önermelerin doğruluğu "sezgisel olarak apaçık" olmalariyle açıklanıyordu.

Euklides geometrisinde geçen bütün terimler, *'nokta'*, *'doğru'*, *'düzlem'* ve *'uzay'* gibi terimler yardımiyle tanımlanır. Bu terimlere *"ilkel terimler"* denir. Böylece, bütün doğru önermeler ilkel önermelerden türetilmiş olduğu gibi, bütün terimler de ilkel terimler araciyle tanımlanırlar. Buna göre, her terimin bir ilkel terim veya bir tanımlanmış terim olduğu, dolayısiyle her tanımlanmış terimin anlamının ilkel terimlerin anlamına indirgendiği söylenebilir. İlkel terimlerin anlamına gelince, eskiden bu anlamın (ilkel önermelerin doğruluğu gibi) "sezgisel olarak apaçık" olduğu kabul edilirdi. Böylece ilkel önermelerin doğruluğunun belgelenmesi gibi, ilkel terimlerin anlamının aydınlatılması da gereksiz sayılırdı.

Euklides geometrisinin (ve genel olarak matematiğin) ilkel önermelerinin sezgisel olarak apaçık olduğu, XIX. yüzyılın ortasına kadar hemen hemen itirazsız bir şekilde kabul edilmiştir. Fakat geçen yüzyılda (Gauss, Lobaçevski, Bolyai, Riemann gibi) bazı matematikçiler tarafından ortaya atılan *"Euklidesçi-olmayan geometriler"* böyle bir inancı kökten sarsmıştır. Bu

yeni geometriler Euklides'in ünlü "paraleller postulatı" ("bir doğrunun dışında olan bir noktadan bu doğruya bir ve yalnız bir tek paralel çizilebilir") nın değillenmesine dayanır. Euklides geometrisinin bir ilkel önermesinin çelişiğinin, bu geometri kadar yasaya-uygun olan başka bir geometri çerçevesinde doğru sayılması pek tabii olarak ilkel önermelerin sezgisel apaçıklığını ortadan kaldırmıştır.

İmdi, ilkel önermelerin doğruluğunun apaçıklığı, aslında ilkel terimlerin anlamının sezgisel bir şekilde anlaşıldığı sanısına dayanıyordu. Dolayısiyle, Euklidesçi-olmayan geometrilerin bu sanıyı sarsması gerekecekti. Nitekim öyle olmuştur: Ünlü matematikci Hilbert, geometrinin (ve genel olarak matematiğin tümünün) ilkel terimlerinin tek başlarına hiçbir anlamı olmadığını, ancak ilkel önermeler yardımiyle *örtük* bir şekilde tanımlanmak suretiyle belli bir anlam kazandığını öne sürmüştür. Bu yeni anlayışa göre, bir *"aksiyomatik sistem"*, tek başına hiçbir anlamı olmayan birtakım sembollerden kurulu belli birtakım *ilkel önermelerden* salt deduktif-mantık yoluyla belirsiz sayıda birçok teoremin türetilmesini sağlıyan bir sistem durumundadır.

Böyle bir sistemin gerek ilkel önermeleri gerekse teoremleri *"yorumlanmamış"* sembol dizilerinden ibarettir. Bu bakımdan bu türlü aksiyomatik sistemlere *"yorumlanmamış"* veya *"salt sistemler"* denir. Geleneksel Euklides geometrisi gibi, ilkel önermelerinin doğruluğu ve ilkel terimlerinin anlamı sezgisel olarak apaçık sayılan aksiyomatik sistemlere ise *"içerikli"* *"sezgisel"* veya *"çocuksu"* (naif) sistemler denir.

Salt aksiyomatik sistemleri daha yakından inceleyelim. Bu sistemlerin ilkel önermelerinin doğru olması büsbütün *uzlaşımsal*'dır. Nitekim içerikli aksiyomatik sistemlerin ilkel önermelerinin, sezgisel doğruluklarından ötürü, ilkel önerme olarak seçilmelerine karşılık; salt aksiyomatik sistemlerin ilkel önermeleri, sadece ilkel önerme olmalarından ötürü, doğru diye *kabul* edilirler. Böyle bir "keyfe-bağlı kabul"ün imkânı, tek başına hiçbir anlamı olmıyan "yorumlanmamış" ilkel terimlerin keyfe-bağlı olarak seçilen ilkel önermeler yardımiyle örtük bir şekilde tanımlanabilmesine dayanır.

Örneğin, Euklides geometrisiyle Euklidesçi-olmayan geometriler arasındaki çatışmayı, bu geometrileri aynı ilkel terimleri (*'nokta'*, *'doğru'*, *'düzlem'*, *'uzay'* gibi) farklı şekillerde (yani değişik ilkel önermeler araciyle) tanımlayan *salt* aksiyomatik sistemler saymak suretiyle ortadan kaldırmak mümkündür. Böyle bir durumda, Euklides geometrisinin çerçevesindeki "paraleller postulatı" ile söz gelişi Lobaçevski geometrisi çerçevesindeki *"bir doğrunun dışında olan bir noktadan bu doğruya sonsuz sayıda ayrı paraleller çizilebilir"* postulatı arasında bir bağdaşmazlık yoktur. Nite-

kim bu iki önermede geçen *'nokta'* ve *'doğru'* ilkel terimleri *ayrı* ilkel önermeler yardımiyle tanımlandığından, postulatların birindeki anlamları öbüründeki anlamlarından farklıdır. İlk anlamlarını *'nokta*$_1$*'* ve *'doğru*$_1$*'* terimleriyle, ikinci anlamlarını da *'nokta'*$_2$ ve *'doğru*$_2$*'* terimleriyle belirtelim. O zaman Euklides geometrisinin salt aksiyomatik sistemi gereği doğru olan

(1) Bir *doğru*$_1$in dışında olan bir *nokta*$_1$den bu *doğru*$_1$e paralel olan birden çok *doğru*$_1$ çizilemez

ile Lobaçevski geometrisinin salt aksiyomatik sistemi gereği doğru olan

(2) Bir *doğru*$_2$nin dışında olan bir *nokta*$_2$den bu *doğru*$_2$ye paralel olan birden çok *doğru*$_2$ çizilebilir

önermeleri arasında hiçbir bağdaşmazlık olmadığı anlaşılır. Bu örnek pek açık bir şekilde *'nokta'* veya *'doğru'* gibi terimlerin anlamının hiç de sezgisel olarak apaçık olmadığını, bu anlamın az çok keyfe-bağlı olarak seçilen uzlaşımsal ilkel önermelere göre değiştiğini gösterir.

İmdi, sözü geçen salt aksiyomatik sistemlerin *'nokta'*, *'doğru'*, ... gibi mantıksal olmıyan ilkel terimleri yorumlanmamış semboller durumunda olmakla birlikte, bu sistemlerin önermelerinde (gerek ilkel önermelerinde, gerek teoremlerinde) geçen (*'ve'*, *'değil'*, *'bütün'*, ... gibi) mantıksal değişmezler hiç de öyle değildir. Mantıksal olmayan ilkel terimlerin anlamı sezgiye başvurmaksızın tüketici bir şekilde ilkel önermeler araciyle belirlenmiş olduğu halde, mantıksal değişmezlerin anlaşılması ve kullanılması büsbütün sezgiye bırakılmıştır. Bu durum göz önünde tutulup bir adım daha ileriye gidilerek, mantıksal değişmezlere mantıksal olmayan terimlere uygulanan *"yorumsuzlaştırma"* işlemi uygulanmıştır. Buna göre, öbürleri türünden (belirtik bir şekilde) tanımlanmayan mantıksal deyimler "ilkel sembol" sayılarak, bunların sezgisel anlamı bir yana bırakılmıştır. Böylece tek başına hiçbir anlamı olmayan birer sembol durumuna düşen ilkel mantıksal değişmezlerin anlam ve kullanılışını sezgiye yer bırakmıyacak şekilde, birtakım *"mantıksal ilkel önermeler"* ile *"mantıksal ilkel kurallar"* araciyle belirlemek yoluna gidilmiştir. Bütün bu işlemlerin yapılması (yani gerek mantıksal olmayan terimlerin, gerekse mantıksal değişmezlerin ilkel semboller türünden belirtik tanımlanması, ilkel sembollerin de sezgiye başvurmaksızın bir takım uzlaşımsal ilkel önermeler ve kurallar yardımiyle örtük bir şekilde tanımlanması) sonucunda elde edilen sisteme bir *"formel sistem"* denir.

Böylece dört türlü *"sistem"* veya *"teori"* ya da (daha genel olarak) *"dil"* ile karşılaştığımızı söyleyebiliriz:

(*a*) *Sezgisel Aksiyomlaşmamış Diller:* İlkel önerme ve türetilmiş önerme ayrımı bu dillerde yoktur. Hattâ çoğu zaman ilkel terim ve tanımlanmış terim ayrımı da yapılmaz. Bu dillerin ana örneği günlük dildir. Bununla birlikte, çeşitli alanlarda kullanılan bir çok yapma diller (aksiyomlaşmamış oldukları ölçüde) bu öbeğe girerler. Geometriye ait doğru önermeler de Euklides tarafından bir aksiyomatik sistem haline getirilmeden önce (söz gelişi eski Mısır'da) böyle bir "dil" durumunda idi.

(*b*) *Sezgisel Aksiyomlaşmış Diller:* Bu diller "ilkel önerme—türetilmiş önerme" ile "ilkel terim — tanımlanmış terim" ayrımına dayanan *"sezgisel"* denilen *aksiyomatik sistemler* durumundadır. Bunların tipik örneği geleneksel *Euklides geometrisi*'dir.

(*c*) *Salt Aksiyomlaşmış Diller:* Bunlar "yorumsuzlaştırılmış" ilkel sembollerden kurulu *salt aksiyomatik sistemler* durumunda olan dillerdir. Modern matematiğin teorilerinin büyük çoğunluğu bu türdendir. Ayrıca felsefe, doğa bilimleri, ekonomi, linguistik, hukuk, ... v.b.g. çeşitli alanlarda gittikçe artan bir ölçüde salt aksiyomatik sistemler durumunda olan yapma diller kullanılmaktadır. Buna karşılık (b) türünden aksiyomatik sistemlerin günümüzde önemini büsbütün yitirmiş olduğu söylenebilir.

(a) türünden (yani aksiyomlaşmamış) bir dilin (c) türünden (yani "salt aksiyomatik sistem" biçiminde) bir dile dönüştürülmesi işlemine *"aksiyomlaştırma"* denir. Modern matematiğin temel metodu haline gelen aksiyomlaştırmanın bilim, teknik ve felsefe diline de yayılması çağımızdaki yaygın *matematikleşme* (ve "otomatikleşme") çabasiyle el ele gitmektedir.

(*d*) *Formelleşmiş Diller:* Bunlar *"formel sistem"* durumunda olan dillerdir. (a), (b) veya (c) türünden olan bir dilin (d) türüne dönüştürülmesi işlemine *"formelleştirme"* denir. Formelleştirme çabasının aksiyomlaştırmanın yetkinliğe ermesinden başka bir şey olmadığını söyleyebiliriz. Formelleştirmenin tipik uygulama alanı "mantık"tır. Nitekim formel dillerin ana örneğinin "formel mantık" olduğunu söyleyebiliriz. Yalnız, mantığın gerçekten formelleşmesinin ancak XX. ci yüzyılda tamamlandığını belirtmemiz gerek. Formelleşme yalnız mantık için değil, belki ondan çok felsefe için önemlidir. Nitekim bütün bilgilerimizin ilkelerini incelemek amacında olan felsefenin mantık ilkelerini de açıklaması, dolayısiyle mantıksal değişmezlerin anlamını formelleştirme metoduyla açıklaması gerek. Matematiğe gelince, sıradan matematikçilerin aksiyomlaştırma ile yetinebildiklerini, fakat matematiğin temellerini açıklamak isteyen matematikçilerin (daha doğrusu matematik felsefecilerinin) bir adım daha ileri giderek formelleştirmeye başvurmaları gerekir. Nitekim (salt) aksiyomatik sistemlerin yapısını aydınlatmak, ancak bu sistemlerin formelleştirilmesi sonucunda mümkündür.

Geometride salt aksiyomatik sistemlerin kurulması matematik ilkelerinin doğruluğunun apaçık olmayıp uzlaşımsal olduğunun kabulüyle el ele gitmiştir. Aynı şekilde, mantığın aksiyomlaşması anlamına gelen *formelleşmenin* de mantık ilkelerinin apaçık olmayıp uzlaşımsal olduğunun kabulüyle el ele gittiğini görüyoruz. Böylece görünüşte birbiriyle bağdaşmayan geometriler kurulduğu gibi, görünüşte birbiriyle bağdaşmayan mantık sistemleri kurulmaktadır. Fakat bu son bağdaşmazlığın da *görünüşte* kaldığını, sadece mantıksal değişmezlerin çeşitli mantık sistemlerinde değişik biçimlerde (yani farklı ilkel önermeler ve kurallar araciyle) tanımlanmasından doğduğunu belirtmek gerekir.

XII. BÖLÜM

SALT SENTAKS

1. FORMEL SİSTEMLERİN SENTAKSI

Verilen bir teorinin *formelleştirilmesi* suretiyle elde edilen bir *"formel sistem"*in incelenmesi *"salt sentaks"* ın görevidir. İncelenen formel sistem belli bir *"sözedilen-dil"* yardımiyle dile getirilir. İncelemenin kendisi ise bir *"sözeden-dil"* çerçevesinde yapılır. İnceleme sentaktik olduğundan, böyle bir sözeden-dile *"sentaktik-dil"* veya *"sentaks-dili"* (syntax language) denir. Sentaks-dili, her sözeden-dil gibi, bir "üst-dil" (metalanguage) durumundadır. İncelenen formel sistemi dile getiren sözedilen-dil ise (bu sistemin hakkında olduğu nesnelerın türüne göre) bir nesnel-dil veya herhangi bir seviyeden bir üst-dil olabilir. Söz gelişi belli bir fizik teorisinin formelleştirilmesinden elde edilen bir formel sistem nesnel-dile aittir, fizik felsefesine ait bir teoriyi (üst-teoriyi veya metateoriyi) formelleştiren bir formel sistem ise birinci seviyeden üst-dile aittir.

Belli bir formel sistem bir sentaks-dili yardımiyle incelendikte, ancak inceleme konusu olan dilin (*sözedilen-dil*'in) bir formel sistem durumunda olduğunu, sentaks-dilinin (*sözeden dil*'in) ise genellikle bir formel sistem olmadığını belirtmek gerek. Gerçi sentaks-dilinin kendisinin de, (herhangi bir teori veya metateoriyi dile getiren herhangi bir dil gibi) formelleştirilmesi mümkündür. (Böylece elde edilen *"formel sentaks"*, modern mantıkçılar tarafından yüksek seviyedeki bazı araştırmalarda kullanılmaktadır.) Ancak, formelleştirilmiş bir sentaks-dilinin bir seviye daha yüksek olan bir "metasentaks-dili"ni gerektireceğini, bu sonuncusunun da formelleştirilmesinin bir "metametasentaks-dilini gerektireceğini, ... söyleyebiliriz. Böylece önünde sonunda, formel-sistemlerin incelenmesinin *formelleşmemiş* bir sentaks-diline dayandığını görüyoruz. Biz burada yalnız formelleşmemiş olan bir sentaks-dilini kullanacağız. İnceleme konusu olan for-

mel sistemi dile getiren dili 'D_0' ile, sözedilen bu dilden sözeden sentaks-dilini de 'D_1' ile göstereceğiz.*

İmdi, verilen bir formel sistemi D_1 diliyle sentaktik açıdan incelediğimiz zaman, D_1 dilinin deyimlerini *"kullanırız"* İncelenen dil olan D_0 ın deyimlerini ise *"anarız"*. Buna göre, D_1 sentaks-dilinde D_0 diline ait bir deyimden söz etmek için, bu deyimi *"tek-tırnak içinde gösteririz"*. Ancak, D_0 dilinin incelenmesi için, sadece D_0 a ait tek tek deyimlerden söz etmek yetmez, ayrıca bu deyimler hakkında "genel önermeler" de kurabilmemiz gerekir. Dolayısiyle, D_0 dilinin deyimlerinin *"ad"* larının yanısıra bir de değerleri bu deyimlerden ibaret olan *"değişken"*lerin kullanılması gerekecektir. Örneğin,

(1) D_0 dilinde tekil terimler vardır

türünden bir önerme, mantıksal yapısı gereği, *örtük* olarak bir değişkeni içine alır. Oysa, böyle bir değişkeni, hiçbir zaman D_0 diline ait bir değişkeni tırnak içine almak suretiyle meydana getiremeyiz. Nitekim, D_0 diline ait bir değişkeni tek-tırnak içine almak suretiyle elde edilen deyim, D_1 sözeden-diline ait bir değişken *değil* (D_0 sözedilen diline ait bir değişkenin adı olan) bir *değişmez*'dir. Örneğin, 'x', D_0 diline ait bir değişken ise,

'x'

deyimi ('x' in anılması!) D_1 dilinde bir ad, yani bir değişmezdir.

Buna göre, D_1 dilinde D_0 ın deyimleri hakkında olan genel (tümel veya tikel) önermeleri dile getirmek için, D_1 diline özgü yeni bir türden değişkenlerin kullanılması gerekir. Bunlara *"sözeden-değişkenler"* diyeceğiz. Söz-eden değişkenleri, D_0 diline ait *"sözedilen-değişkenler"* diyeceğimiz değişkenlerden kesin olarak ayırdetmemiz gerekiyor. Bu bakımdan, sözedilen-değişkenler olarak ('x', 'y', 'z', ... gibi) küçük Latin harflerini, sözeden-değişkenler olarak ise küçük Grek harflerini kullanacağız. Buna göre, sözü geçen (1) önermesini

(2) D_0 dilinde öyle bir α vardır ki, α bir tekil terimdir

biçiminde dile getirebiliriz. 'α' harfi bir "sözeden-değişken"dir. Böyle bir değişkenin değer-alanı D_0 dilinin (yani sözedilen-dilin) bütün deyimlerini

* Bir formel sistem ile bu formel sistemi dile getiren D_0 dili arasında temel bir ayrım yapmıyoruz. Ancak, bütün sembolleri D_0 inkilerden farklı olmakla birlikte, D_0 ile "biçimdeş" (isomorphic) olan D_0' gibi bir dilin dile getirdiği formel-sistemi D_0 in dile getirdiği formel sistemle özdeş saymak da mümkündür. Bu halde, belli bir formel sistemi D_0 gibi bir dil olarak değil de, D_0 dili ile biçimdeş olan bütün dillerin kümesi şeklinde yorumlamak gerekir.

kapsar. Bu bakımdan 'α *bir tekil-terimdir*' deyimi 'α, D_0 *diline ait bir tekil terimdir*' deyimiyle eş-anlamlıdır.

'φ', 'χ', 'Ψ', 'ω' ve 'ξ' harflerini özellikle "önerme", "önerme-kalıbı", "açık-önerme" ve "açık-önerme kalıbı" türünden (sözedilen) deyimleri göstermek için kullanacağız. Bu dört türlü deyimin ortak adı olarak '*tam-deyim*' veya daha doğrusu '*düzgün tam-deyim*' terimi kullanıldığından, 'φ', 'χ', 'Ψ', 'ω' ve 'ξ' (indissiz veya indisli) harflerine *"tam-deyim değişkenleri"* diyeceğiz.

Şimdi herhangi bir formel sistemin sentaksının ana çizgilerini belirtelim. İlk önce, formel sistemi dile getiren D_0 dilinin *"ilkel sembolleri"*ni belirtmek ve sınıflandırmak gerekir. D_0 ın bütün öteki sembolleri ise bu ilkel sembollerden kurulu birtakım deyimlerin birer "kısaltma"sından başka bir şey değildir. '*Sembol*' terimini, D_0 dilinin *en küçük anlamlı deyimleri* için kullanıyoruz. Buna göre, formel sistemlerin *sembollerinin*, günlük dilin *sözcüklerinin* karşılığı olduğunu söyleyebiliriz. Ancak, matematikte olduğu gibi, formel sistemlerin çoğunda da birçok harften kurulu sözcükler yerine (birer sözcük kısaltması görevinde olan) tek tek harfler veya özel işaretler, ya da birkaç harf veya özel işaretten kurulu deyimler *"sembol"* olarak kullanılır. Örneğin, '*sin*', 'cos', '$\int$' deyimleri matematik diline ait semboller, '*C*', '*Ca*', '*K*' da kimya diline ait sembollerdir. Gerek tek-harfli gerek çok-harfli sembolleri "basit deyimler" sayarız. Nitekim, bir sembolün kendinden başka hiçbir kısmı, bu sembolün anlamını belirlemeye yarayan bir sembol değildir. Aynı şekilde, *köken* durumundaki bir sözcüğün hiçbir kısmı (bu sözcüğün anlamını belirlemeye yarayan) bir sözcük değildir. Örneğin, kimya diline ait '*Ca*' sembolünün bir kısmı olan 'C' harfi, tek başına bir sembol olmakla birlikte '*Ca*' nın anlamını belirlemeğe yardım etmez. Aynı şekilde '*alay*' sözcüğünün '*al*' ve '*ay*' olmak üzere tek başına birer sözcük durumunda olan iki kısmı olmakla birlikte, '*alay*'ın anlamı '*al*' ve '*ay*'ın anlamları yardımiyle belirlenmez. Bu bakımdan '*Ca*' yı kimya dilinin bir sembolü (yani basit bir deyimi), '*alay*' sözcüğünü de Türkçenin bir basit sözcüğü sayarız.

İmdi, herhangi bir formel sistemin sembolleri, *"ilkel semboller"* ve *"tanımlanmış semboller"* olmak üzere iki öbeğe ayrılabilir. Her tanımlanmış sembol, salt ilkel sembollerden kurulu bir dizinin kısaltmasıdır. Bu bakımdan, herhangi bir deyimi (yani bir sembol dizisini) —içinde geçen her tanımlanmış sembolün yerine bu sembolün karşılığı olan ilkel-sembol dizisini koymak suretiyle— salt ilkel sembollerden kurulu bir diziye çevirmek mümkündür. Şu halde tanımlanmış sembollerin kullanılması teorik açıdan lüzumsuz olup sadece pratik bakımdan (deyimlerin kısalığını sağlaması bakımından) elverişlidir. Böylece *teorik sentaks* açısından, incele-

nen dile ait bütün sembollerin değil de, yalnız *ilkel* sembollerin belirtilmesinin yeteceğini görüyoruz.

İmdi, D_o dilinin bütün ilkel sembollerini belirttikten ve sınıfladıktan sonra, bunlardan *"düzgün-deyimler"*in ne şekilde kurulabildiğini belirtmek gerekir. Bu ise *"kurma-kuralları"* (rules of formation) yardımıyle yapılır.

D_o ın kurma-kuralları da tüketici bir şekilde belirtildikten sonra, D_o ın *"ilkel önermeleri"*ni (yani aksiyom ve postulatlarını), bir de ilkel *"çıkarım kuralları"*nı belirtmek gerekir. Bir formel sistemin gerek bütün ilkel önermelerini gerekse bütün çıkarım kurallarını belirlemeğe yarayan kurallara *"deduksiyon kuralları"* denir. (Aynı kurallar için "dönüştürme kuralları" –rules of transformation– deyimi de kullanılmıştır.)

Böylece, herhangi bir formel sistem (i) *ilkel sembollerin sınıflanması*, (ii) *kurma kuralları* ve (iii) *deduksiyon kuralları* yardımiyle tüketici bir şekilde belirlenebilir.

Örnek olarak, daha önce incelediğimiz iki temel mantık teorisinin –*önermeler mantığının* ve *niceleme mantığının*– formelleştirilmesiyle elde edilen formel sistemlerin sentaksını ortaya koyacağız.

Imdi mantık, önermelerin (olgusal) doğruluğu ile değil, *"mantıksal doğruluğu"* ile ılgilenir. Bir önermenin *mantıkça-doğru* olması ise bu önermenin *geçerli* bir önerme-kalıbının yorumu (yani yerine-koyma örneği) olmasından başka bir şey değildir. İmdi, verilen herhangi bir *"deduktif teori"* nin veya kısaca *"teori"*nin genellikle birtakım *"önermeler"*den kurulu bir sistem olduğunu, teoriyi kurmakta güdülen amacın da bu önermelerden hangilerinin *"doğru"* olduğunu belirlemek olduğunu söyleyebiliriz. Yalnız mantık teorileri için durum böyle değildir. Bir *"salt mantık teorisi"* önermelerden değil, *"önerme-kalıpları"*ndan kurulu bir sistem durumundadır. Böyle bir teoriyi kurmakta güdülen amaç ise bu önerme-kalıplarından hangilerinin *"geçerli"* olduğunu belirlemekten başka bir şey değildir. Böylece salt mantık teorilerinde (öbür teorilerdeki) "önermeler" in yerini *"önerme-kalıpları"*, *"doğruluk"*un yerini de *"geçerlilik"* alır.

Buna göre, bir salt mantık teorisinin "aksiyomlar"ının ilkel önermeler değil, *"ilkel önerme-kalıpları"* olduğunu söyleyebiliriz. "İlkel önerme-kalıbı" yerine *"mantık aksiyomu"* veya kısaca *"aksiyom"*da diyeceğiz.

Salt mantık teorilerinin düzgün tam-deyimlerinde (bunlar sadece onerme-kalıplarından ibarettir) mantıksal değişmezlerden başka türlü değişmezler (yani "tasvir-edici terimler") geçmez. Buna göre, *"salt önermeler mantığı"* nın düzgün tam-deyimleri, sadece temsilci-harflerle önerme eklemlerinden, *"salt niceleme mantığı"*nın düzgün tam-deyimleri ise sadece

temsilci harfler, değişkenler, önerme-eklemleri ve niceleme işaretlerinden kuruludur. (Her iki mantık sisteminde bir de yardımcı işaretler olarak *"parantezler"* kullanılır.)

2. SALT ÖNERMELER HESABININ SENTAKSI

Ö dili, *salt önermeler mantığının* (yani hiçbir tasvir-edici ("deskriptif") terimi içine almıyan önermeler mantığının) formelleştirilmesiyle elde edilen bir formel sistem olsun. Böyle bir formel sisteme *"salt önermeler-hesabı"* denir. (Formel sistemlere *"hesap"* da denilmektedir).

Salt önermeler hesabının bütün deyimleri sadece önerme eklemleri, önerme temsilcileri, bir de (yardımcı işaretler durumunda olan) parantezlerden kuruludur. Teorik açıdan çeşitli tür ve kalınlıkta parantezin kullanılması gereksizdir. Sadece bir tek *"ön-parantez"* ile bir tek *"ard-parantez"* yeter. Buna karşılık, sonsuz sayıda ayrı önerme-harfinin kullanılması gerekir. Önerme eklemlerine gelince, sadece '$\sim$' ile '$\vee$' eklemlerinin kullanılması yeter. Öbür üç eklemi bu iki eklem türünden tanımlamak mümkündür. Nitekim DeMorgan kanunu gereği:

$$\sim(\bar{p} \vee \bar{q}) \equiv \sim(\bar{p}) \wedge \sim(\bar{q}) \equiv pq$$

olduğundan,

(1) $\quad p \wedge q =_{Dk} \sim(\bar{p} \vee \bar{q})$

eşdeğerliği elde edilir.

Buna göre, φ ile Ψ herhangi iki düzgün tam-deyim oldukta, $\varphi \wedge \Psi$ nin (yani φ, $\wedge$ ve Ψ deyimlerinin ardarda gelmesinden kurulu olan düzgün tam-deyimin) $\sim(\sim\varphi \vee \sim\Psi)$ ile eşdeğer olduğunu söyleyebiliriz. Dolayısiyle, $\sim(\sim\varphi \vee \sim\Psi)$ gibi herhangi bir düzgün tam-deyimin yerine (onunla eşdeğer olduğundan) $\varphi \wedge \Psi$ düzgün tam-deyimini koyabiliriz. Şu halde, $\varphi \wedge \Psi$ deyimini $\sim(\sim\varphi \vee \sim\Psi)$ deyiminin bir "kısaltma"sı saymak mümkündür. Bu durumu

(2) $\quad \varphi \wedge \Psi =_{Dk} \sim(\sim\varphi \vee \sim\Psi)$

tanımiyle dile getiririz.

(2) tanımı gereği, söz gelişi '$\sim(\sim(p \vee q) \vee \sim(r \vee \sim s))$' gibi bir düzgün tam-deyimi '$(p \vee q) \wedge (r \vee \sim s)$' biçiminde *kısaltmak* mümkündür.

Böylece, içinde '$\wedge$' ekleminin geçtiği her deyimi, içinde bu eklemin geçmediği (sadece '$\sim$' ile '$\vee$' eklemlerinin geçtiği) başka bir deyime çevirebildiğimizden, '$\wedge$' *ekleminin* '$\sim$' *ile* '$\vee$' *eklemleri türünden tanımlanabildiğini* söyleriz. Dolayısiyle, '$\wedge$' ekleminin bir ilkel-sembol değil, bir tanımlanmış-sembol olduğunu görüyoruz.

Öte yandan,

$$p \rightarrow q \equiv \bar{p} \vee q$$

ile

$$p \longleftrightarrow q \equiv \bar{p}\bar{q} \vee pq \equiv \sim(p \vee q) \vee \sim(\bar{p} \vee \bar{q})$$

eşdeğerliklerine dayanarak, '$\rightarrow$' ile '$\longleftrightarrow$' eklemlerinin de '$\sim$' ile 'V' eklemleri türünden tanımlanabildiklerini görüyoruz:

(3) $\varphi \rightarrow \Psi =_{Dk} \sim\varphi \vee \Psi$

(4) $\varphi \longleftrightarrow \Psi =_{Dk} \sim(\varphi \vee \Psi) \vee \sim(\sim\Psi \vee \sim\varphi)$

'$\sim$' ile 'V' eklemleri ise birbiri türünden tanımlanamaz. Dolayısiyle, '$\sim$' ile 'V' eklemlerinin salt önermeler hesabının *"ilkel sembolleri"* olarak seçilebildiğini görüyoruz.

Buna göre, *Ö* dilinin ilkel sembollerinin '(' ile ')' parantezlerinden, '$\sim$' ile 'V' eklemlerinden ve 'p', 'q', 'r', 's', 't', 'p_1', 'q_1', 'r_1', 's_1', ... gibi sonsuz sayıda önerme temsilcisinden ibaret olduğunu söyleyebiliriz.

Ö dilinin *kurma-kurallarına* gelince: bunlar *Ö* dilinin bütün "düzgün tam-deyimler"ini (yani bütün düzgün önerme-kalıplarını) tüketici bir şekilde belirlemeğe yarayan kurallardır. İmdi, her düzgün tam-deyim ya bir tek önerme temsilcisinden ibarettir, ya da bir veya daha çok sayıda önerme-temsilcisiyle önerme eklemlerinden kuruludur. İçinde '$\sim$' ile 'V' eklemlerinden başka eklemler geçen bir düzgün tam-deyimi (2), (3) ve (4) tanımları gereği, salt '$\sim$' ile 'V' eklemlerinden kurulu bir düzgün tam-deyime çevirebiliriz. İçinde '$\sim$' ile 'V' ekleminden başka hiçbir eklem geçmiyen düzgün tam-deyimler ise önerme-temsilcilerine sonlu sayıda '$\sim$' ile 'V' eklemlerini uygulamak suretiyle kurulabilir. Bunu aşağıdaki kurallarla dile getirebiliriz:

1. Her önerme-temsilcisi bir düzgün tam-deyimdir.

2. φ herhangi bir düzgün tam-deyim ise, $\sim\varphi$ bir düzgün tam-deyimdir.

3. φ ve Ψ herhangi iki düzgün tam-deyim ise, $(\varphi \vee \Psi)$ bir düzgün tam-deyimdir.

4. Her düzgün tam-deyim sadece yukardaki üç kuralın uygulanmasiyle elde edilebilir.

Dikkat edilirse, ayrıklığı parantez içine aldık. Böylece karmaşık bir düzgün tam-deyimin parantezleri 3 cü kural gereği belirlenmiş olur. Pratikte, tek başına yazılmış olan bir düzgün tam-deyimin başındaki parantezle sonundaki parantez kaldırılır. Örneğin, '$(\sim(p \vee \sim q) \vee (r \vee s))$'

gibi bir düzgün tam-deyimi hep '∼(p V ∼q) V (r V s)' biçiminde yazarız. Birinci deyimin bir düzgün tam-deyim olduğunu söz konusu kurallarla şöyle kanıtlayabiliriz: 'p', 'q', 'r' ve 's' (önerme-temsilcileri olduklarından) 1 ci kural gereği düzgün tam-deyimlerdir. 'q' bir düzgün tam-deyim olduğundan, '∼q' deyimi 2 ci kural gereği bir düzgün tam-deyimdir. 'p' ile '∼q' düzgün tam-deyimler olduklarından, '(p V ∼q)' deyimi 3 cü kural gereği bir düzgün tam-deyimdir. Şu halde, '∼(p V ∼q)' deyimi de 2 ci kural gereği bir düzgün tam-deyimdir. Öte yandan, 'r' ile 's' birer düzgün tam-deyim olduğundan, '(r V s)' deyimi 3 cü kural gereği bir düzgün tam-deyimdir. Böylece, '∼(p V ∼q)' ile '(r V s)' birer düzgün tam-deyim olduğundan, sözü geçen '(∼(p V ∼q) V (r V s))' deyiminin 3 cü kural gereği bir düzgün tam-deyim olduğu anlaşılır. (İ. K.)

Ö dilinin düzgün tam-deyimlerini böylece belirledikten sonra, *Ö* dilinin *"deduksiyon kuralları"*nı inceleyelim. Bir formel sistemin kurma-kurallarının bu sistemin düzgün tam-deyimlerini belirlemesine karşılık, deduksiyon kurallarının formel sistemin *"teoremler"*ini belirlemeğe yaradığını söyleyebiliriz. Bir formel sistemin teoremleri, bu sistem çerçevesinde *"kanıtlanabilen"* (provable) düzgün tam-deyimler demektir. Bir düzgün tam-deyimin *kanıtlanması* ise, bu tam-deyimin birtakım çıkarım kuralları yardımiyle birtakım *"aksiyomlar"*dan (yani önceden "kabul" edilmiş olan *"ilkel düzgün tam-deyimler"* den) çıkarılabilmesi demektir. Modern mantıkçılar *'kanıtlama'* teriminin mânasını genişleterek, aksiyomları *"dolaysız olarak kanıtlanabilir"* (directly provable) düzgün tam-deyimler sayarlar. Böylece, her aksiyomu bir *"teorem"* olarak kabul ederler. Aksiyom olmayan teoremler ise "kanıtlanabilen fakat dolaysız olarak kanıtlanamıyan" düzgün tam-deyimlerdir.

İmdi, *Ö* dilinin *salt önermeler mantığının* uygun bir formelleşmesi olması için gerekli ve yeterli şart, bir yandan *Ö* dilinin her teoreminin salt önermeler mantığının bir geçerli önerme-kalıbı olması, öbür yandan da salt önermeler mantığının her geçerli önerme-kalıbının *Ö* dilinin bir teoremi olmasıdır. Başka bir deyimle, *Ö* dilinin *teoremleriyle* önermeler mantığının *totolojileri* birbiriyle örtüşmeli. Buna göre, önermeler mantığının formelleştirilmesi, *bütün totolojileri ve yalnız totolojileri kanıtlamağa* yarayan birtakım *deduksiyon kurallarının* (yani *"aksiyomlar"*ın ve *"çıkarım kuralları"* nın) *seçilmesine* dayanır. Böyle bir "seçme", güdülen amacı gerçekleştirmek şartiyle, keyfe-bağlıdır. İlkece, istediğimiz herhangi bir geçerli önerme-kalıbını aksiyom olarak seçmemiz mümkündür. Ancak, pratik bakımdan, seçilecek olan aksiyomların *az sayıda* olması ve mümkün olduğu kadar basit işlemler yardımiyle öteki geçerli önerme-kalıplarını teorem olarak kanıtlamağa elverişli olması gerekir. Ayrıca, aksiyom olarak seçilecek önerme-kalıplarının *"bağımsız"* (independent) olması, yani birinin öbür-

lerinden türetilememesi istenir. Biz burada *"sonsuz sayıda aksiyomlu Hilbert-Ackermann sistemi"* denilen (ve yukardaki şartları yerine getiren) bir formel sistemi inceleyeceğiz

İlk önce aşağıdaki önerme-kalıplarını göz önüne alalım:

(5) $(p \vee p) \rightarrow p$

(6) $p \rightarrow (p \vee q)$

(7) $(p \vee q) \rightarrow (q \vee p)$

(8) $(p \rightarrow q) \rightarrow ((r \vee p) \rightarrow (r \vee q))$

Bunların her biri bir totolojidir. Bunu, Quine-çizelgelerini kurmak suretiyle kolayca gösterebiliriz. İmdi, bu dört kalıbın birer totoloji olmasına dayanarak, φ, Ψ ve χ herhangi üç düzgün tam-deyim oldukta:

(9) $(\varphi \vee \varphi) \rightarrow \varphi$

(10) $\varphi \rightarrow (\varphi \vee \Psi)$

(11) $(\varphi \vee \Psi) \rightarrow (\Psi \vee \varphi)$

(12) $(\varphi \rightarrow \Psi) \rightarrow ((\chi \vee \varphi) \rightarrow (\chi \vee \Psi))$

biçimindeki her tam-deyimin geçerli bir önerme-kalıbı olduğunu söyleyebiliriz. Bu önerme-kalıplarının sayısı ise sonsuzdur. Nitekim φ, Ψ ve χ kalıpları büsbütün keyfe-bağlı olarak seçilebilir.

İşte, inceleyeceğimiz sistemın aksiyomları bu sonsuz sayıdaki geçerli önerme-kalıplarından, daha doğrusu bunların ((3) tanımı gereği elde edilen) salt ilkel sembollerden kurulu çevirilerden ibarettir. Başka bir deyimle, formel sistemin ilkel önerme-eklemleri '$\sim$' ile '$\vee$' oldukta, aksiyomlar:

(13) $\sim(\varphi \vee \varphi) \vee \varphi$

(14) $\sim\varphi \vee (\varphi \vee \Psi)$

(15) $\sim(\varphi \vee \Psi) \vee (\Psi \vee \varphi)$

(16) $\sim(\sim\varphi \vee \Psi) \vee (\sim(\sim \vee \varphi) \vee (\chi \vee \Psi))$

biçimindeki bütün düzgün tam-deyimlerden ibarettir. (13) - (16) deyimleri formel sisteme, yani *Ö* sö deilen diline değil, sözeden-dile aittir. *Ö* dilinin aksiyomları ise gene *Ö* diline ait deyimler olduğundan, (13) - (16) deyimlerinin hiç te *Ö* dilinin aksiyomları olmadığını anlarız. Ancak, bu deyimlerin söz konusu aksiyomları belirlemeğe yarayan kurallar olması bakımından, bunlara *"aksiyom-belirleyen kurallar"* diyeceğiz.*

* İngilizcede bu türlü deyimlere *"metaaxioms"* (üst-aksiyomlar) veya "axiom schemata" (aksiyom şemaları) denir.

(13) - (16) kurallariyle belirlenen bu sonsuz sayıdaki aksiyomun birbirinden *"bağımsız"* olduğu gösterilmiştir.

Öte yandan, sözü geçen aksiyomlardan, bir tek çıkarım kuralı yardımiyle, salt önermeler mantığının bütün totolojilerinin, ama yalnız totolojilerin çıkarılabildiği de gösterilmiştir. Bu tek çıkarım kuralı ise klâsik mantıkçılar tarafından *"modus ponens"* diye adlandırılan çıkarım kuralından başka bir şey değildir. Bu kural şu biçimde dile getirilebilir:

(17) φ ise, Ψ
Oysa φ

Şu halde Ψ

Söz gelişi φ olarak *'Ahmet Ankaraya gidecek'* önermesini, Ψ olarak da *'(Ahmedin) annesi İstanbula gelecek'* önermesini alırsak,

Ahmet Ankaraya giderse, (Ahmedin) annesi İstanbula gelecek
Oysa Ahmet Ankaraya gidecek

Şu halde (Ahmedin) annesi İstanbula gelecek

çıkarımının "modus ponens" çıkarım kuralı gereği geçerli olduğunu söyleyebiliriz. Çizginin üstündeki önermelere çıkarımın *"öncüller"*i, çizginin altındaki önermeye de çıkarımın *"sonuç"*u denir. Genel olarak, herhangi bir (deduktif) çıkarım, bir veya birden çok sayıda öncülden belli bir sonucun çıkarılması veya, modern mantıkçıların deyimiyle, *"türetilmesi"* demektir. *Modus ponens* çıkarımı halinde, öncüller φ ise, Ψ (yani $\varphi \rightarrow \Psi$) ile φ biçiminde, sonuç da Ψ biçimindedir. Buna göre, *"modus ponens* çıkarım-kuralı"nı şöyle dile getirebiliriz: (Bu kuralı bir "ilkel çıkarım-kuralı" olarak kabul ettiğimizden, *'türetme'* deyimi yerine *'dolaysız türetme'* deyimini kullanıyoruz.)

(18) *Modus Ponens İlkel Çıkarım-kuralı*

φ ile Ψ herhangi iki düzgün tam-deyim ise, $\varphi \rightarrow \Psi$ ile φ den dolaysız olarak Ψ yi türetibiliriz.

(18) kuralında tanımlanmış bir sembol olan '$\rightarrow$' eklemi geçtiğinden, '$\varphi \rightarrow \Psi$' yerine salt ilkel sembollerden kurulu '$\sim\varphi \vee \Psi$' deyimini kullanmak daha doğrudur. Buna göre, *modus ponens* kuralını şöyle dile getireceğiz.:

(19) *Modus Ponens Kuralı*

φ ile Ψ herhangi iki düzgün tam-deyim ise, $\sim\varphi \vee \Psi$ ile φ den dolaysız olarak Ψ yi türetebiliriz.

İmdi, gerek $\sim\varphi \vee \Psi$ gerekse φ birer aksiyom ise, bu iki aksiyomdan *modus ponens* kuralı gereği türetilen Ψ nin *"kanıtlandığını"*, dolayı-

siyle bir "*teorem*" olduğunu söyleyebiliriz. Böylece elde edilen teoremleri de *modus ponens* çıkarımının *öncülleri* olarak almak suretiyle daha başka teoremler elde edebiliriz. Aynı işlemi yeterli sayıda tekrarlamak suretiyle, adım adım *bütün* teoremlerin elde edilmesi mümkündür. Daha doğrusu Ö dilinin *teoremleri*, bu işlemler yardımıyle elde edilen düzgün tam-deyimler diye tanımlanır. İşte, bu yolla elde edilen "teoremler"in salt önermeler mantığının bütün totolojilerini (yani bütün geçerli önerme kalıplarını) tükettiği gösterilmiştir. Böylece, "deduksiyon kuralları" (13) - (16) "aksiyom-belirleyen" kurallariyle (19) ilkel çıkarım-kuralından ibaret olan formel-sistemin ("sonsuz sayıda aksiyomlu Hilbert-Ackermann Sistemi"nin) salt önermeler mantığının uygun bir formelleşmesi olduğunu söyleyebiliriz. Bu formel sistemin yapısı tüketici bir şekilde aşağıdaki kurallarla belirlenmiştir:

I. *İlkel Sembollerin Sınıflanması*

1. *Önerme-Harfleri:* (sonsuz sayıda)

$$p,\ q,\ r,\ s,\ t,\ p_1,\ q_1,\ r_1,\ s_1,\ t_1,\ \ldots$$

2. *İlkel Önerme-Eklemleri:* (iki tane)

$$\sim,\ \vee$$

3. *Parantezler:* (iki tane)

$$(\ ,\ )$$

II. *Kurma-Kuralları*

1. Her önerme-temsilcisi bir düzgün tam-deyimdir.
2. φ herhangi bir düzgün tam-deyim ise, $\sim\varphi$ bir düzgün tam-deyimdir.
3. φ ile Ψ düzgün tam-deyimler ise, $(\varphi \vee \Psi)$ bir düzgün tam-deyimdir.
4. Her düzgün tam-deyim sadece yukardaki üç kuralın uygulanmasiyle elde edilebilir.

III. *Deduksiyon-Kuralları*

a. Aksiyomları-Belirleyen Kurallar

φ, Ψ ve χ düzgün tam-deyimler olsun:

1. $(\sim(\varphi \vee \varphi) \vee \varphi)$
2. $(\sim\varphi \vee (\varphi \vee \Psi))$

3. $(\sim(\varphi \vee \Psi) \vee (\Psi \vee \varphi))$

4. $(\sim(\sim\varphi \vee \Psi) \vee (\sim(\chi \vee \varphi) \vee (\chi \vee \Psi)))$

birer aksiyomdur.

b. İlkel Çıkarım-Kuralı

Modus Ponens: φ ile Ψ herhangi iki düzgün tam-deyim ise, $\sim\varphi \vee \Psi$ ile φ den dolaysız olarak Ψ yi türetebiliriz.

(I) kurallariyle belirlenen ilkel semboller, *bütün önerme-eklemlerini tanımlamaya;* (II) kurma-kuralları salt önermeler mantığının *bütün düzgün tam-deyimlerini belirlemeye;* (III) deduksiyon-kuralları da salt önermeler mantığının *bütün teoremlerini belirlemeğe* yeter.

'Teorem' terimi, *'aksiyom'* ve *'dolaysız türetim'* terimleri yardımıyle aşağıdaki tanım-zinciriyle tanımlanır:

(20) Bir *"kanıt"* (proof) öyle bir düzgün tam-deyim dizisidir ki, bu dizinin her üyesi ya bir aksiyomdur, ya da bu üyeden önce gelen bazı üyelerden dolaysız olarak türetilebilir.

(21) Bir düzgün tam-deyimin *"kanıtlanabilmesi"* bu tam-deyimin son üyesi olduğu bir kanıtın varolması demektir.

(22) Bir düzgün tam-deyimin bir *"teorem"* olması, bu tam-deyimin kanıtlanabilmesi demektir.

Örneğin, '$\sim p \vee p$' (üçüncü halin imkânsızlığı ilkesi)nin bir teorem olduğunu kanıtlayacağız. Bu amaçla şöyle bir *"kanıt"* kurulabilir:

1. $\sim(\sim(p \vee p) \vee p) \vee (\sim(\sim p \vee (p \vee p)) \vee (\sim p \vee p))$
(IIIa-4 gereği (φ = 'p V p', Ψ = 'p', χ = '$\sim$p') bir aksiyomdur)

2. $\sim(p \vee p) \vee p$
(IIIa-1 gereği (φ = 'p') bir aksiyomdur)

3. $\sim(\sim p \vee (p \vee p)) \vee (\sim p \vee p)$
(IIIb gereği 1. ve 2. den dolaysız olarak türetilmiştir)

4. $\sim p \vee (p \vee p)$
(IIIa-2 gereği (φ = 'p', Ψ = 'p') bir aksiyomdur)

5. $\sim p \vee p$
(IIIb gereği 3. ve 4. den dolaysız olarak türetilmiştir.)

Bu beş-üyeli dizinin her üyesi ya bir aksiyomdur (1., 2. ve 4.), ya da ondan önce gelen bazı üyelerden dolaysız olarak türetilen bir tam-deyim

(3. ve 5.). Dizinin son üyesi (5 ci üyesi) '$\sim$p V p' dir. Şu halde, '$\sim$p V p' nin bu tam-deyim dizisi yardımiyle kanıtlanmış olduğunu, dolayısiyle '$\sim$p V p' nin bir *teorem* olduğunu görüyoruz.

Bu kanıtı, (3) tanımı (yani $\varphi \rightarrow \Psi =_{Dk} \sim\varphi$ V Ψ tanımı) gereği kısaltmak suretiyle, izlenmesi daha kolay olan aşağıdaki kanıtı da kullanmak mümkündür:

1/. $((p \text{ V } p) \rightarrow p) \rightarrow ((p \rightarrow (p \rightarrow p)) \rightarrow (p \rightarrow p))$ (IIIa-4 gereği aksiyom)

2/. $(p \text{ V } p) \rightarrow p$ (IIIa-1 gereği aksiyom)

3/. $(p \rightarrow (p \text{ V } p)) \rightarrow (p \rightarrow p)$ (1/. ve 2/. den türetilmiştir)

4/. $p \rightarrow (p \text{ V } p)$ (IIIa-2 gereği aksiyom)

5/. $p \rightarrow p$ (3/. ve 4/. den türetilmiştir)

Böylece 'p $\rightarrow$ p' (*özdeşlik* ilkesi)nin kanıtlanmasını da yapmış oluyoruz. 'p $\rightarrow$ p' yi, (3) tanımı gereği '($\sim$p V p)' ye çevirmek suretiyle, *üçüncü halin imkânsızlığı* ilkesinin de kanıtlanması yapılır.

3. SALT NİCELEME HESABININ SENTAKSI

Mantığın temel görevlerinden birinin *"mantıkça doğru"* önermelerin belirlenmesi olduğunu daha önce belirtmiştik. Mantıkça doğru bir önerme ise "geçerli" bir önerme-kalıbının yorumu (yani yerine-koyma örneği) olan bir önerme demek olduğundan, mantığın *"geçerli önerme-kalıpları"*nı belirlemesi gerekir. "Mantık kanunları" geçerli önerme-kalıplarından başka bir şey değildir.

İmdi, önermeler mantığı gereği geçerli olan her kalıp, niceleme-mantığı gibi daha geniş bir mantık sisteminde de geçerli olduğu halde, her geçerli kalıp (özellikle niceleme-mantığında geçerli olan her kalıp) önermeler mantığının da geçerli bir kalıbı değildir.

Örneğin, *'her şey F ise, bazı şeyler F dir'*, yani

(1) $\forall xFx \rightarrow \exists xFx$

gibi bir önerme-kalıbı niceleme mantığının geçerli bir kalıbı olmakla birlikte, önermeler mantığı çerçevesinde geçersizdir. Nitekim, (1) tam-deyiminin önermeler mantığı gereği "atomsal" olan iki bileşeni vardır: '$\forall xFx$' ile '$\exists xFx$'. Bu iki bileşen böylece atomsal olduğundan, her birinin (önermeler mantığı çerçevesindeki) mantıksal yapısı birer önerme-harfiyle gösterilmelidir. Birincisi için 'p' harfini, ikincisi için de 'q' harfini seçtiğimizde, (1) kalıbını

'p → q' molekülsel önerme-kalıbiyle temsil edebiliriz. Oysa 'p → q *geçersiz* olduğundan, (1) kalıbının da önermeler mantığı çerçevesinde *geçersiz* olduğu görülür.

Böylece "geçerlilik"in göreli (relatif) olduğu, ilgili mantık sistemine göre değiştiği anlaşılır. Buna göre, önermeler mantığı gereği geçerli olan bir önerme-kalıbına *"Ö-geçerli"*, niceleme-mantığı gereği geçerli olan bir önerme-kalıbına ise *"N-geçerli"* diyeceğiz. Böylece, her *Ö*-geçerli kalıbın *N*-geçerli olduğunu, fakat her *N*-geçerli kalıbın *Ö*-geçerli olmadığını söyleyebiliriz.

"Salt niceleme mantığı", mantıksal değişmezlerden başka hiçbir değişmezi kapsamıyan bir niceleme mantığı demektir. Salt niceleme mantığında, yüklemler (yani genel terimler) yerine, onları temsil eden "yüklem-temsilcisi harfler", veya kısaca *"yüklem-temsilcileri"* kullanılır. Yüklem-temsilcileri olarak 'F', 'G', 'H' harflerini (indissiz veya indisli olarak) kullanıyoruz. Önermeleri temsil eden 'p', 'q', 'r', ... gibi temsilci-harflere ise (onları yüklem-temsilcilerinden ayırdetmek amaciyle) *"önerme-temsilcileri"* diyoruz.

Salt niceleme mantığının düzgün tam-deyimleri, sadece 'F', 'G', 'H', ... yüklem-temsilcileri, 'p', 'q', 'r', ... önerme-temsilcileri, 'x', 'y', 'z', ... değişkenleri ile mantık değişmezlerinden kurulu kalıplardır. Bu kalıpların yorumu durumunda olan *"önermeler"*le *"açık-önermeler"* salt niceleme mantığına değil, *"uygulanmış niceleme mantığı"*na aittir. "Uygulanmış niceleme mantığı", tasvir-edici tekil ve genel terimleri de kapsıyan bir niceleme mantığı demektir.

Salt niceleme mantığının atomsal düzgün tam-deyimleri, kısaca *"atomsal tam-deyimler"*i

(2) $Fx_1x_2 \ldots x_n$

biçimindeki deyimlerdir. 'F' bir n-li yüklem-temsilcisi, 'x_1', ..., 'x_n' de n tane değişkendir. 'F' gibi bir yüklem-temsilcisinin bir "n-li" yüklem -temsilcisi olduğunu belirtmek için 'F' harfine üst-indis olarak 'n' eklenir, yani 'F' yerine 'F^n' yazılır. Böylece (2) yi

(3) $F^nx_1x_2 \ldots x_n$

biçimine çevirebiliriz. (3), bir *"n-li atomsal tam-deyim"*dir. Bir n-li atomsal tam-deyimde n tane ayrı değişken "geçiş"i olması, her değişken-geçişinin ayrı bir değişken-tipine ait olmasını gerektirmez, zira n tane ayrı geçişin tümünün aynı değişken-tipine ait olması bile mümkündür. Böylece

(4) $F^nxx \ldots x$

('x' in n tane geçişi olması şartiyle) bir n-li atomsal tam-deyimdir.

Salt niceleme mantığı, salt önermeler-mantığını kapsadığından, salt önermeler-mantığının atomsal tam-deyimleri olan 'p', 'q', 'r', ... gibi önerme-temsilcilerini salt niceleme-mantığının da atomsal tam-deyimleri sayacağız. Böylece, salt niceleme-mantığının her atomsal tam-deyiminin ya bir n-li atomsal tam-deyim ($n \geqslant 1$) ya da bir önerme-temsilcisi olduğunu söyleyebiliriz. (*Önerme-temsilcileri* de —hiçbir değişkeni kapsamadıklarından— *"0-lı atomsal tam-deyimler"* sayılabilirler.)

Salt niceleme mantığının *atomsal-olmıyan düzgün tam-deyimleri*, atomsal tam-deyimlerden kurulu molekülsel tam-deyimlerle, bu tam-deyimlerin nicelenmesinden meydana gelen tam-deyimlerden ibarettir. Örğin, 'Fxy V p' gibi bir "atomsal-olmayan tam-deyim, 'Fxy' ile 'p' atomsal tam-deyimlerinden kurulu bir molekülsel tam-deyimdir. '$\forall x$(Fxy V p)' ise bu molekülsel tam-deyimin nicelenmesi suretiyle elde edilmiştir.

İmdi, salt niceleme mantığının formelleştirilmesiyle elde edilen formel sisteme *"salt niceleme hesabı"* denir. Bu sisteme (veya onu dile getiren *"dil"*e) *N* diyelim. *N* dilinin ("sözedilen -dil"in) incelenmesi için belli bir "sözeden-dil"i kullanırız. Sözeden-dil olarak günlük dili (yani Türkçeyi) kullanıyoruz. Ancak, yapma bir dil olan *N* dilinin deyimlerinden sözedebilmek amaciyle özel bir takım semboller durumunda olan *"sözeden-değişkenler"*i de katmamız gerekiyor. Daha önce belirttiğimiz gibi, sözeden-değişkenler olarak küçük Grek harflerini, özellikle düzgün tam-deyimleri göstermek için de 'φ', 'χ', 'Ψ', 'ξ' ve 'ω' harflerini kullanıyoruz.

Salt niceleme hesabının sentaksını dile getirmek amaciyle, ayrıca 'λ', 'μ' ve 'ν' harflerini (*N* diline ait) yüklem-temsilcilerinden (yani 'F', 'G', 'H' gibi harflerden); 'α', 'β', 'γ', ... harflerini de (*N* diline ait) değişkenlerden (yani 'x', 'y', 'z', ... harflerinden) sözetmek için "sözeden-değişkenler" olarak kullanacağız.

İmdi, 'α', 'β', 'γ', 'λ', 'μ', 'φ', 'Ψ', 'χ', 'ω', ... gibi harfler (sözeden-dile ait semboller olduklarından) "anılan" deyimler değil "kullanılan" deyimler durumundadır. Bu bakımdan, *N* dilinin sentaktik incelenmesinde, *N* diline ait (anılan) deyimleri "tek-tırnak" içine almak gerektiği halde, sözü geçen Grek harflerini tırnak içine *almamak* gerekir. Gerçi bu harfleri de tek-tırnak içine almak mümkündür, ama böyle yapılması halinde, elde edilen deyimlerin N dilinin sentaks-diline değil bu sentaks-dilinden sözeden (bir seviye daha yüksek bir üst-dil olan) bir dile ait olduğunu hatırdan çıkarmamak gerek. Örneğin,

α bir değişkendir

cümlesi, *N* dilinin sentaks-diline ait olduğu halde ('α' harfi, bu cümlede *N* diline ait 'x', 'y', 'z', ... gibi değişkenlerden sözetmeğe yarıyan bir semboldür).

'α' bir değişmezdir

tam-deyimi *N* dilinin sentaks-dilinden sözeden bir dile ait bir önermedir. ''α'' sembolü bu önermenin öznesi durumunda olan bir tekil terimdir. Bu tekil terim *N* dilinin sentaks-diline ait 'α' sembolünün adıdır.

Şimdi *N* dilinin sentaktik incelemesine dönelim. *N* dilinin n-li atomsal tam-deyimlerinin genel yapısını

(5) $\lambda\alpha_1 \ldots \alpha_n$

biçiminde gösterebiliriz. Burada λ herhangi bir n-li yüklem-temsilcisi, $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ lerin her biri ise herhangi bir değişkendir. (Bundan böyle, başka şekilde belirtilmediği halde, 'sembol', 'değişken', 'deyim', 'tam-deyim', 'kalıp' gibi terimleri yalnız *'N diline ait sembol'*, *'N diline ait değişken'*, *'N diline ait deyim'*, *'N diline ait tam-deyim'*, *'N diline ait kalıp'* ın birer kısaltması olarak kullanacağız.)

(5) deyiminde, $\alpha_1, \ldots \alpha_n$ değişkenlerinin birbirinden farklı olması (yani farklı harf-tiplerine ait olması) mümkün olduğu gibi, bazılarının veya tümünün birbiriyle özdeş olması (yani aynı harf-tipine ait olması) da mümkündür.*

N dilinin ilkel *sembollerine* gelince: bunlar *Ö* dilinin (yani salt önermeler hesabının) ilkel sembollerinin yanı sıra, 'F^1', 'G^1', 'H^1'; 'F_1^2', 'G_1^2', 'H_1^2'; ... yüklem-temsilcilerinden; bir de '$\forall$' tümel-niceleme işaretinden ibarettir. '$\exists$' varlıksal-niceleme işareti ise '$\forall$' türünden tanımlanabilen bir "tanımlanmış-sembol"dür. Nitekim,

$$\exists x Fx \;\blacksquare\; \sim\forall x \sim Fx$$

olduğundan,

(6) $\exists\, \alpha\, \varphi =_{Dk} \sim\forall\alpha \sim\varphi$

tanımı yapılabilir. Burada φ herhangi bir düzgün tam-deyim, α ise herhangi bir değişkendir.

Dikkat edilirse, (6) tanımında φ nin "herhangi" bir düzgün tam-deyim olabildiğini belirttik. Burada hiçbir sınırlama yoktur. Normal olarak, φ, niceleyicide geçen değişkeni içine alan bir açık-önerme kalıbı olur.

* 'α_1' ve 'α_2' gibi iki sembolün –sembol-tipi olarak– özdeş olması imkânsız olmakla birlikte, α_1 ile α_2 nin özdeş olması hiç te imkânsız değildir. Örneğin, α_1 = 'x', α_2 = 'x' halinde. $\alpha_1 = \alpha_2$ olur. Ama 'α_1' = 'α_2' *yanlıştır*.)

Örneğin, α = 'x' ise, φ = '... x...' biçiminde olabilir. Fakat φ nin 'x' değişkenini, hattâ hiçbir değişkeni içine almıyan bir düzgün tam-deyim olması da mümkündür. Yani

(7) $\forall x Fx$

veya

(8) $\exists x Fx$

deyimlerini birer düzgün tam-deyim saydığımız gibi,

(9) $\forall x Fy$

veya

(10) $\exists x Fy$

gibi deyimleri, hattâ

(11) $\forall x\ p$

veya

(12) $\exists x\ p$

gibi deyimleri de —uzlaşımsal olarak— birer düzgün tam-deyim sayıyoruz. Yapılan uzlaşım, nicelenmiş tam-deyimi etki-alanıyla eşdeğer saymaktan ibarettir. Buna göre şu eşdeğerlikler elde edilir:

(13) $\forall x Fy \equiv Fy$
(14) $\exists x Fy \equiv Fy$
(15) $\forall x\ p \equiv p$
(16) $\exists x\ p \equiv p$

Aynı uzlaşım gereği '$\forall x \forall x Fx$' veya '$\exists x \forall x Fx$' gibi deyimleri düzgün tam-deyimler sayarız. Bunların da kendi etki-alanlariyle eşdeğer olduğu kabul edilir, yani:

(17) $\forall x \forall x Fx \equiv \forall x Fx$

(18) $\exists x \forall x Fx \equiv \forall x Fx$

İmdi, α herhangi bir değişken, φ *içinde* α *nın bağsız değişken olarak geçmediği* herhangi bir düzgün tam-deyim ise, sözünü ettiğimiz uzlaşımı en genel bir şekilde şöyle dile getirebiliriz:

(19) α, φ nin bir bağsız-değişkeni değilse, $\forall \alpha\ \varphi \equiv \varphi$

(20) α, φ nin bir bağsız-değişkeni değilse, $\exists \alpha\ \varphi \equiv \varphi$

(13), (15) ve (17) eşdeğerlikleri (19) un; (14), (16) ve (18) eşdeğerlikleri de (20) nin birer özel halinden başka bir şey değildir.

Şimdi N dilinin deduksiyon-kurallarını belirtelim. N dilinin aksiyomları olarak, $Ö$ dilinin (yani salt önermeler hesabının) aksiyomlarının yanı sıra, bir de aşağıdaki kurallarla belirlenen tam-deyimler seçilir:

(21) α bir değişken, φ ve Ψ düzgün tam-deyimler olsun. α nın φ de bağsız olarak geçmemesi halinde:

$$\forall\alpha(\varphi \rightarrow \Psi) \rightarrow (\varphi \rightarrow \forall\alpha\Psi)$$

biçimindeki her düzgün tam-deyim bir aksiyomdur.

(22) φ bir düzgün tam-deyim, α ve β değişkenler olsun. φ' tam-deyimi, α nın φ deki her bağsız-geçişinin β ile değiş-tokuşuyla elde edilen tam-deyim ise, α nın yerine gelen her β geçişinin φ' de bağsız olması şartiyle:

$$\forall\,\alpha\,\varphi \leftarrow \varphi'$$

biçimindeki her tam-deyim bir aksiyomdur.

(21) kuralı "$\forall x(p \rightarrow Fx) \rightarrow (p \rightarrow \forall xFx)$" *daraltma kanunu*'nun karşılığıdır. (22) kuralı ise *"tümel-örnekleme"* (universal instantiation) denilen çıkarım biçiminin temelidir.

(21) ile (22) kurallarının anlamını örneklerle aydınlatalım:

(23) $\forall x(Fy \rightarrow Gx) \rightarrow (Fy \rightarrow \forall xGx)$

(24) $\forall x(p \rightarrow Gx) \rightarrow (p \rightarrow \forall xGx)$

kalıpları (21) kuralı gereği aksiyom durumunda olan iki tam-deyimdir. Buna karşılık,

$$\forall x(Fx \rightarrow Gx) \rightarrow (Fx \rightarrow \forall xGx)$$

bir aksiyom değildir. (Bu son tam-deyim geçersizdir.)

(25) $\forall xFx \rightarrow Fy$

(26) $\forall xFx \rightarrow Fx$

(27) $\forall xF^2xy \rightarrow F^2yy$

tam-deyimleri (22) kuralı gereği aksiyom durumundadır. Buna karşılık,

$$\forall x\,\forall yF^2xy \rightarrow \forall yF^2yy$$

(22) gereği aksiyom olan bit tam-deyim değildir. Nitekim, '$\forall yF^2xy$' deki 'x' in bağsız geçişinin yerine gelen 'y' geçişi '$\forall yF^2yy$'de bağsız değil, bağlı durumdadır.

Öte yandan, *N* hesabının ilkel çıkarım-kuralları olarak, salt önermeler-hesabının Modus Ponens kuralının yanı sıra bir de *"tümel-genelleme kuralı"* (rule of universal generalization) denilen şöyle bir kural da kullanılır:

(27) *Tümel-Genelleme Kuralı:* φ herhangi bir düzgün tam-deyim, α herhangi bir değişken ise, $\forall\alpha\varphi$ tam-deyimi φ den dolaysız olarak türetilebilir.

Söz gelişi φ olarak 'Fx' kalıbını, α olarak 'y' değişkenini seçersek, '$\forall$yFx' in 'Fx' ten dolaysız olarak türetilebildiğini söyleyebiliriz. Ancak '$\forall$xFx' in 'Fx' ile eşdeğer olmasından dolayı, söz konusu türetimin bu halde sudan olduğunu görüyoruz. Buna karşılık, '$\forall$xFx' in 'Fx' ten dolaysız olarak türetilmesi hiç de sudan değildir.

İmdi, deduksiyon-kuralları sözü geçen altı kuralla belirlenen aksiyomlarla, modus ponens ve tümel-genelleme kurallarından ibaret olan *N* hesabının teoremlerinin salt niceleme mantığının geçerli kalıplarını tükettiği (yani *N* hesabının her teoreminin *N*-geçerli olduğu, her *N*-geçerli kalıbın da *N* hesabının bir teoremi olduğu) gösterilmiştir. Şu halde, *N* hesabının salt niceleme mantığının uygun bir formelleşmesi durumunda olduğunu söyleyebiliriz. *N* hesabının yapısını belirleyen kuralları toplu olarak aşağıda gösteriyoruz:

Salt Niceleme-Hesabının Sentaktik Kuralları

I. İlkel Sembollerin Sınıflanması

a. Değişenler:

1. Önerme-temsilcileri:

$p, q, r, s, t, p_1, q_1, r_1, s_1, t_1, \ldots$

2. Yüklem-temsilcileri:

1-li yüklem temsilcileri: $F^1, G^1, H^1, F^1_1, G^1_1, H^1_1, \ldots$

2-li yüklem temsilcileri: $F^2, G^2, H^2, F^2_1, G^2_1, H^2_1, \ldots$

.....

.....

3. Değişkenler:

$x, y, z, x_1, y_1, z_1, \ldots$

b. Değişmezler:

1. Önerme-Eklemleri:

$\sim$, V

2. Tümel-Niceleme İşareti:

$\forall$

3. Yardımcı-İşaretler (Parantezler):

(.)

II. Kurma-Kuralları

1. Her önerme-temsilcisi bir düzgün tam-deyimdir.

2. λ bir n-li yüklem-temsilcisi, $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ de değişkenler oldukta, $\lambda\, \alpha_1 \ldots \alpha_n$ bir düzgün tam-deyimdir.

3. φ bir düzgün tam-deyim, α da bir değişken oldukta, $\forall\alpha\varphi$ bir düzgün tam-deyimdir.

4. φ bir düzgün tam-deyim oldukta, $\sim\varphi$ de bir düzgün tam-deyimdir.

5. φ ile Ψ düzgün tam-deyimler oldukta, $(\varphi \vee \Psi)$ bir düzgün tam-deyimdir.

6. Her düzgün tam-deyim II-1, 2, 3, 4, 5 kuralları gereğince elde edilebilir. (Sadece II-1 ile II-2 kuralları gereğince elde edilen düzgün tam-deyimler niceleme-mantığı uyarınca atomsal olan tam-deyimlerdir. Bunlara kısaca *"N-atomsal tam-deyimler"* diyeceğiz. Sadece II-1, II-2 ve II-3 kuralları uyarınca elde edilen düzgün tam-deyimler ise önermeler-mantığı uyarınca atomsal olan tam-deyimlerdir. Bunlara da kısaca *"Ö-atomsal tam-deyimler"* diyeceğiz. Örneğin, 'p' veya '$F^n x_1 \ldots x_n$' *N*-atomsal tam-deyimlerdir. Bunlar aynı zamanda da Ö-atomsal tam-deyimlerdir. Buna karşılık '$\forall x F^1 x$' gibi bir tam-deyim bir "Ö-atomsal tam-deyim" olmakla birlikte bir "N-atomsal tam-deyim" değildir.)

III. Deduksiyon-Kuralları:

a. Aksiyomları belirleyen kurallar:

φ, Ψ ve χ düzgün tam-deyimler oldukta:

1. $(\sim(\varphi \vee \varphi) \vee \varphi)$
2. $(\sim\varphi \vee (\varphi \vee \Psi))$
3. $(\sim(\varphi \vee \Psi) \vee (\Psi \vee \varphi))$
4. $(\sim(\sim\varphi \vee \Psi) \vee (\sim(\chi \vee \varphi) \vee (\chi \vee \Psi)))$

birer aksiyomdur.

5. φ ve Ψ düzgün tam-deyimler; α, φ de bağsız olarak geçmeyen bir değişken oldukta:

$$(\sim\forall\alpha(\sim\varphi \vee \Psi) \vee (\sim\varphi \vee \forall\alpha\Psi))$$

bir aksiyomdur.

6. φ bir düzgün tam-deyim, α ve β değişkenler olsun. φ' tam-deyimi α nın φ deki her bağsız geçişinin β ile değiş-tokuşuyla elde edilen tam-deyim oldukta, α nın yerine gelen her β geçişinin φ' de bağsız olması şartiyle:

$$(\sim\forall\alpha\varphi \vee \varphi')$$

bir aksiyomdur.

b. İlkel çıkarım-kuralları:

1. Modus Ponens Kuralı:

φ ile Ψ düzgün tam-deyimler oldukta, Ψ tam-deyimi $\sim\varphi \vee \Psi$ ile φ den dolaysız olarak türetilebilir.

2. Tümel-Genelleme Kuralı:

φ bir düzgün tam-deyim, α bir değişken oldukta, $\forall\alpha\varphi$ tam-deyimi φ den dolaysız olarak türetilebilir.

Salt niceleme-hesabının *"teoremler"*i:

(i) Salt niceleme hesabının (*III-a* gereği) aksiyomları,

(ii) (i) tam-deyimlerinden (*III-b* gereği) dolaysız olarak türetilebilen tam-deyimler,

(iii) (i) ile (ii) tam-deyımlerinden (*III-b* gereği) dolaysız olarak türetilebılen tam-deyımler,

(ıv) (ı), (ıı) ile (iii) tam-deyimlerinden (*III-b* gereği) dolaysız olarak türetilebılen tam-deyımler.

.....

.....

den ıbarettır.

Salt önermeler hesabının her teoremi aynı zamanda salt niceleme hesabının da bir teoremi olduğu halde, salt niceleme hesabının her teoremi salt önermeler hesabının bir teoremi değildir.

XIII. BÖLÜM

SALT SEMANTİK

1. FORMEL SİSTEMLERİN YORUMLANMASI

Formel Sistemler'in (veya başka bir deyimle, "*hesaplar*"ın) belli bir şekilde yorumlanmış olan bir dilin "yorumsuzlaştırılması" sonucunda elde edildiğini görmüştük. Şimdi ise, tersine, formel sistemlerin "*yorumlanmış sistemler*" haline getirilmesini inceleyeceğiz. Ancak, verilen bir *formel-sistemin yorumlanmasının* bu sistemin "formelleştirme" işleminden önceki haline getirilmesi anlamına gelmediğini belirtmek gerek. Nitekim sistemin formelleştirmeden önceki halinde, ancak "*sezgisel*" olarak yorumlanmış bir dil durumunda olduğunu söyleyebiliriz. Sezgisel olarak yorumlanmış bir dilin "semantik kuralları" ise açık bir şekilde belirtilmiş değildir. Daha doğrusu, böyle bir dilin semantik kuralları, dili kullanan kimselerin "dilsel yatkınlıklar"ından başka bir şey değildir. Bu yatkınlıkları belirtik kurallar halinde dile getirmek ise ancak "kullanan"ların dilsel davranışlarının empirik yollarla incelenmesi sonucunda mümkündür. Böyle bir inceleme salt semiotiğin değil, deskriptif semiotiğin konusuna girer.

Buna karşılık, sezgisel olarak yorumlanmış bir dilin formelleştirilmesi sonucunda bir "formel sistem" haline getirilmesinden sonra, böyle bir formel-sistemin açık ve kesin bir şekilde dile getirilmiş "uzlaşımsal" semantik kurallarla yorumlanması mümkündür. Böylece elde edilen sisteme "*yorumlanmış hesap*" (interpreted calculus) veya "*semantik sistem*" denir. Buna göre, '*hesap*' deyimini tek başına "*yorumlanmamış hesap*" mânasında kullandığımızı belirtmek gerek. Bir *formel-sistem* bir "*yorumlanmamış* hesap", bir *semantik sistem* ise bir "*yorumlanmış* hesap" demektir. '*Formel sistem*' deyimi yerine '*sentaktik sistem*' de kullanılmaktadır. Buna göre, "*sait sentaks*"ın sentaktik-sistemleri, "*salt semantik*"in ise semantik sistemleri incelediğini söyleyebiliriz. Gerek sentaktik sistemler gerekse semantik sistemler "*yapma*" diller durumundadır.

Deduktif teoriler genellikle "sezgisel olarak yorumlanmış diller" biçiminde ortaya çıkarlar. Bu teorilerin mantıksal yapısını incelemek amaciyle,

ilk önce *"formelleştirme"* (yorumsuzlaştırma) işlemi sonucunda *"sentaktik sistemler"* (formel sistemler, yorumlanmamış hesaplar) kurulur. Bu türlü sistemler "sentaktik kurallar" yardımiyle belirlenir. Bu kurallara dayanarak, söz konusu sistemlerin *bütün sentaktik özelliklerinin* (yani gerek deyimlerin "dil-dışı karşılıklar"ından gerek "kullanan"dan bağımsız olan özelliklerinin) salt deduktif yolla elde edilmesi mümkündür.

Sentaktik sistemler böylece kurulup özellikleri tespit edildikten sonra, *"yorumlama"* işlemi yardımiyle *"semantik sistemler"* (yorumlanmış hesaplar) kurulur. Verilen bir sentaktik sistemin *yorumlanması*, bu sistemin deyimleriyle belli bir takım *dil-dışı nesneler* arasında *"gösterme bağıntıları"*nın kurulması demektir. Bu ise *"semantik kurallar"* yardımiyle yapılır. Hangi deyimin hangi (dil-dışı) nesneyi gösterdiği, ilkece keyfe-bağlıdır. Bu bakımdan, belli bir sentaktik sistemi yorumlayan semantik kuralların kökçe uzlaşımsal olduğunu, ayrıca aynı bir sentaktik sistemin birçok ayrı şekillerde yorumlanabildiğini anlıyoruz.

İmdi, verilen bir formel sistemin (sentaktik sistemin) semantik kuralları, (yani bu sistemin deyimleriyle belli bir takım dil-dışı nesneler arasında "gösterme" (reference) bağıntılarını kuran kurallar) *"çeviri yoluyla yorumlama"* ve *"kaplamsal yorumlama"* diyeceğimiz iki metoda göre dile getirelebilir.

(I) Çeviri Yoluyla Yorumlama

D_o belli bir formel sistem (yani *yorumlanmamış* bir dil), D_o' ise belli bir (doğal veya yapma) *yorumlanmış* dil olsun. Her iki dili de "sözedilen-diller" sayarak, bunları incelemek için D_1 gibi bir sözeden-dili kullanacağız. D_1 dili, D_o ile D_o' dillerinin deyimlerinden sözeden özel bir takım "sözeden-değişkenler"i de içine alan günlük-dil (yani Türkçe)dir. D_o dili yorumlanmamış bir dil olduğundan, bu dile ait belli bir deyimin "çeviri"si olarak D_o' yorumlanmış dilinin istediğimiz herhangi bir deyimini (aynı deyim türüne ait olmak şartiyle) keyfe-bağlı bir şekilde seçebiliriz. Örneğin, D_o diline ait bir genel terimi D_o' ye ait herhangi bir genel terime çevirmemiz mümkündür.

İşte, D_o dilinin (D_o' dili yardımiyle) yorumlanması, D_o dilinin her deyimine karşılık, D_o' diline ait belli bir deyimin seçilmesi demektir. Seçilen bu deyim, ilk deyimin *"çeviri"*si sayılır. D_o a ait aynı bir deyime karşılık D_o' ye ait bir çok ayrı deyimin seçilmesi mümkün olduğundan, D_o gibi bir formel-sistemin D_o' gibi bir yorumlanmış dilin yardımiyle birçok ayrı şekillerde yorumlanabildiğini görüyoruz.

İmdi, D_o formel sisteminin D_o' dili yardımiyle yorumlanması halinde, "çeviri kuralları" (yani D_o deyimlerinin D_o' dilindeki çevirilerini belirleyen

kurallar) D_o dilinin yorumlanmasiyle elde edilen "yorumlanmış hesap"ın semantik kurallarını meydana getirir. Nitekim, D_o diline ait belli bir *deyimin dil-dışı karşılığı*, bu deyimin D_o' dilindeki çevirisinin dil-dışı karşılığından başka bir şey değildir. Böylece, çeviri kurallarının aynı zamanda (dolaylı bir şekilde) D_o dilinin dil-dışı karşılıklarını belirlemeğe yaradığını görüyoruz. (Çeviri kuralları D_1 sözeden-diline aittir.)

(II) Kaplamsal Yorumlama:

D_o gene belli bir formel-sistem, D_1 sözeden dil olsun. D_o dilinin deyimleriyle, belli bir takım dil-dışı nesneler arasındaki (uzlaşımsal) bağıntıları doğrudan doğruya D_1 sözeden-dilinde dile getirmek mümkündür. Nitekim, D_1 dilinin bir yandan D_o diline ait *deyimlerden söz etmeye yarayan deyimleri*, öbür yandan da belli bir takım *dil-dışı nesnelerden söz etmeye yarayan deyimleri* içine aldığını kabul ediyoruz. Bu iki türden deyimlerin yardımiyle, D_o diline ait deyimlerle, söz konusu dil-dışı nesneler arasında istenilen bağıntıların dile getirilebileceği meydandadır.

Örneğin, 'a' harfi D_o gibi bir formel sisteme ait bir tekil terim ise,

(1) 'a' sembolü D_o dilinde Ahmet'i gösterir

biçiminde; 'İ' harfi de D_o a ait bir 1-li yüklem ise,

(2) 'İ' sembolü D_o dilinde insanları gösterir

biçiminde bağıntılar kurmamız mümkündür. Bu bağıntılar D_1 dilinde dile getirilmiştir. Dikkat edilirse, bu türlü bağıntılar birer "olgu"nun değil birer "dilek"in ifadesi durumundadır. Bu bakımdan, (1) ve (2) cümlelerini

(3) 'a' sembolü D_o dilinde Ahmet'i göstersin

(4) 'İ' sembolü D_o dilinde insanları göstersin

biçiminde, yani önermeler olarak değil, *"kurallar"* olarak yorumlamak gerektiğini söyleyebiliriz. Bu kuralların sözedilen-dilin deyimleriyle bir takım dil-dışı nesneler arasındaki bağıntıları dile getirdiklerini de göz önünde tutarak, bunların tam mânasıyle *"semantik kurallar"* olduğu sonucuna varıyoruz.

İmdi, bu türlü semantik kurallara *"kaplam belirleyici" kurallar* diyebiliriz. Nitekim, (modern mantıkçıları izleyerek) *'kaplam'* sözcüğünü yalnız genel terimler (yüklemler) için değil, tekil terimler, hattâ önermeler için de kullanacağız. Bir *genel terimin kaplamı*, bu *terimin uygulandığı nesnele in veya nesne-dizilerinin kümesi* olduğu gibi; bir *tekil terimin kaplamı*, bu *terimin adlandırdığı nesne;* bir *önermenin kaplamı* da, bu *önermenin doğruluk değeri*'dir. Buna göre, yalnız *"uygulama kuralları"*nın değil, *"adlandırma kuralları"*nın ve *"doğruluk kuralları"*nın da ("kaplam-belirleyici" kurallar

olarak) semantik kurallar olduğunu söyleyebiliriz. İşte, verilen bir formel sistemin deyimlerinin (semantik kurallar yardımiyle) kaplamlarının belirlenmesine, bu sistemin bir *"kaplamsal yorum"*u diyoruz. Aynı bir deyim için birçok ayrı kaplam seçilebildiğinden, her formel sistemin birçok kaplamsal yorumu olduğunu söyleyebiliriz. Verilen bir formel sistemin kaplamsal yorumlarının elde edilmesi işlemine de *"kaplamsal yorumlama"* diyoruz.

"Çeviri yoluyla yorumlama" veya kısaca *"çevirsel yorumlama"* ile *"kaplamsal yorumlama"* arasındaki farkı birkaç somut örnekle aydınlatabiliriz.

Ö salt önermeler hesabına ait 'p' gibi bir önerme-temsilcisinin bir "çevirsel yorum"unun *'Ahmet Ankaraya gidecek'* gibi bir *önerme* olmasına karşılık, aynı 'p' harfinin bir "kaplamsal yorum"u *D* ("doğru" değeri) gibi bir *doğruluk değeridir*. Bir önerme-temsilcisinin ilkece sonsuz sayıda farklı "çevirsel yorum"u olduğu halde, (iki-değerli mantık çerçevesinde) *D* ile *Y* olmak üzere sadece iki "kaplamsal yorum"u olabilir.

Örneğin, *N* salt niceleme hesabına ait 'F' gibi bir 1-li yüklem-temsilcisinin bir "çevirsel yorum"u *'insan'* terimi, aynı 'F' harfinin "kaplamsal yorum"u ise insanlar-kümesi'dir. Görüldüğü gibi, 'F' nin çevirsel yorumu bir deyim (yani bir dilsel-nesne) olduğu halde, 'F' nin kaplamsal yorumu dil-dışı bir nesne olan bir "küme"dir.

Biz burada sadece kaplamsal yorumlamayı inceleyeceğiz. İlk olarak *Ö* salt önermeler hesabının, sonra da *N* salt niceleme hesabının kaplamsal yorumlamasını yapacağız. Böylece *"yorumlanmış salt önermeler hesabı"* (kısaca *"YÖ"*) ile *"yorumlanmış salt niceleme hesabı"* (kısaca *"YN"*) nı elde edeceğiz.

Asıl mantık teorilerinin yorumlanmamış hesaplar değil, *yorumlanmış* hesaplar, yani *semantik sistemler* olduğunu belirtmek gerek. Nitekim, "doğru" ile "yanlış", "geçerli" ile "tutarlı" kavramlarının yorumlanmamış hesaplarda yeri yoktur. Bu kavramlar ancak "yorumlanmış" teorilerde ortaya çıkarlar. Bu bakımdan *Ö* ile *N* hesaplarına uygulamadığımız *'mantık'* sıfatını *YÖ* ile *YN* hesaplarına uygulayabiliriz. Böylece *YÖ* hesabına *"salt önermeler mantığı"*, *YN* hesabına da *"salt niceleme mantığı"* diyeceğiz.

2. SALT ÖNERMELER MANTIĞININ SEMANTİĞİ

Önermeler mantığının birtakım "doğruluk çizelgeleri"ne dayandığını görmüştük. Doğruluk çizelgelerine dayanarak kurulan önermeler mantığını formelleştirerek *Ö* formel sistemini elde ettik. Şimdi ise, tersine, yorumlanmamış *Ö* hesabını yorumlamak suretiyle bir "yorumlanmış hesap" elde

etmek amacını güdüyoruz. Ancak böylece elde edilecek ("*YÖ*" dediğimiz) sistemin yarı-sezgisel önermeler mantığından bir bakıma farklı olduğunu belirtmek gerek.

Nitekim *YÖ* hesabının kuralları arasında semantik kuralların yanı sıra, *YÖ* yü doğuran *Ö* hesabının bütün sentaktik kuralları da bulunur. Böylece, *YÖ* sistemini dile getiren dilde bir yandan "*ilkel sembol*" ile "*tanımlanmış sembol*" ayrımı, öbür yandan da "*aksiyom*" ile "*türetilmiş teorem*" ayrımı bulunduğunu söyleyebiliriz. Oysa, sezgisel önermeler mantığında hangi sembollerin ilkel, hangilerinin tanımlanmış olduğu belirtilmediği gibi, hangi geçerli önerme-kalıplarının ilkel, hangilerinin türetilmiş olduğu da belirtilmemiştir. Hattâ böyle bir ayrımın örtük bir şekilde bulunduğunu bile söylemek imkânsızdır. Nitekim gerek ilkel sembollerin gerek aksiyomların seçilmesi bir dereceye kadar keyfe-bağlıdır.

İmdi, *YÖ* hesabını elde etmek için *Ö* hesabının sentaktik kurallarına bir takım *semantik kurallar* katmamız gerekir. *Ö* sentaktik sistemini yorumlamaya yarayan bu semantik kurallar ise (yarı-sezgisel) önermeler mantığının "doğruluk çizelgeleri"nin karşılığı durumundadır.

Doğruluk çizelgeleri, önerme-temsilcilerine keyfe-bağlı olarak verilen doğruluk değerlerine karşılık, bu önerme-temsilcilerinden kurulu molekülsel önerme-kalıplarının aldığı doğruluk değerlerini belirlemeğe yararlar. İmdi, *YÖ* diline ait önerme-temsilcileri *Ö* diline ait önerme-temsilcilerinden, yani

$$p,\ q,\ r,\ s,\ t,\ p_1,\ q_1,\ r_1,\ s_1,\ t_1,\ \ldots$$

den ibarettir. Bu önerme-temsilcilerinden her birine keyfe-bağlı olarak birer doğruluk değerinin verilmesine bir "*değerleme*" diyoruz. Değerlemeler $f, g, h, \ldots$ gibi (tek değişkenli) fonksiyonlardır. f belli bir değerleme oldukta, $f(p), f(q), f(r), \ldots$ $\mathcal{D}$ (doğru) ile Y (yanlış) değerlerinden birine eşittir.

Doğruluk çizelgelerine dayanarak, önerme-temsilcilerine verilen doğruluk değerlerine karşılık molekülsel önerme-kalıplarının doğruluk değerleri belirlendiğine göre, her değerlemeye karşılık *YÖ* dilinin her düzgün tam-deyiminin belli bir doğruluk değeri aldığını anlıyoruz.

İmdi *YÖ* sisteminin semantik kuralları bu sisteme ait düzgün tam-deyimlerin *geçerliliğini* tanımlamağa yarar. İlk önce "*f değerlemesi için geçerlilik*" gibi yardımcı bir kavram tanımlanır, bu kavrama dayanarak da (mutlak) "*geçerlilik*" tanımlanır.

1. φ düzgün tam-deyimi bir önerme-temsilcisi ise:

   φ, *f değerlemesi için geçerlidir* $=_{Dk} f(\varphi) = D$.

2. $\varphi = \sim\Psi$ ise:

   φ, *f değerlemesi için geçerlidir* $=_{Dk} \Psi$, *f* değerlemesi için geçerli değildir.

3. $\varphi = (\Psi \vee \chi)$ ise:

   φ, *f değerlemesi için geçerlidir* $=_{Dk} \Psi$, *f* değerlemesi için geçerlidir; veya χ, *f* değerlemesi için geçerlidir; ya da her ikisi *f* değerlemesi için geçerlidir.

Tanım: φ düzgün tam-deyimi *geçerlidir* $=_{Dk}$ *f* ne olursa olsun, φ, *f* değerlemesi için geçerlidir.

Buna göre *geçerli* tam-deyimler, *bütün* değerlemeler için geçerli olan tam-deyimlerdir. Örneğin, '(p V ~p)' tam-deyiminin bu tanım gereği geçerli olduğunu gösterelim. (Bunu yapmadan önce verilen deyimin bir *düzgün tam-deyim* olduğunu *Ö* hesabının *sentaktik* kuralları yardımiyle göstermek gerek.) İmdi 'p' bir önerme-temsilcisi olduğundan, 1. kural gereği f(p) = D ise, 'p' *f* için geçerlidir; f(p) = Y ise 'p' f için geçersizdir. 2. kural gereği de f(p) = Y ise, '~p' *f* için geçerlidir; f(p) = D ise, '~p' *f* için geçersizdir. Şu halde f(p) = D ise, söz konusu '(p V ~p)' tam-deyimi 3. kural gereği *f* için geçerlidir. f(p) = Y ise aynı tam-deyim gene 3. kural gereği *f* için geçerlidir. Herhangi bir değerleme için f(p) = D veya f(p) = Y olduğuna göre, '(p V ~p)' nin *bütün* değerlemeler için geçerli olduğunu görüyoruz. Böylece sözü geçen tam-deyimin (mutlak olarak) *geçerli* olduğu sonucuna varıyoruz.

3. SALT NİCELEME MANTIĞININ SEMANTİĞİ

Salt niceleme mantığının veya başka bir deyimle "yorumlanmış salt niceleme hesabı" (*YN*) nın semantik kuralları bu sisteme ait düzgün tam-deyimlerin geçerliliğini tanımlamağa yarar. Geçerlilik ise "*f* değerlemesi için geçerlilik" gibi yardımcı bir kavrama dayanarak tanımlanır.

İmdi *YN* sisteminde bir "*değerleme*", YN diline ait her "değişen" için birer kaplam belirleyen bir fonksiyon demektir. *f* gibi bir değerleme her önerme-temsilcisinin karşılığı olarak birer doğruluk değerini, her değişkenin karşılığı olarak *K* gibi boş olmıyan bir kümenin birer öğesini, her n-li yüklem temsilcisi için de *K* kümesinin öğeleri arasında birer n-li bağıntıyı* belirler. Buna göre φ bir önerme-temsilcisi ise, $f(\varphi) = D$ veya $f(\varphi) = Y$; α bir değişken ise, $f(\alpha) \in K$; λ bir n-li yüklem ise, $f(\lambda)$, *K* kümesinin öğeleri arasında bir n-li bağıntı (yani *K* kümesine ait n-li dizilerden kurulu bir küme) dir. *K* kümesine "temel-alan" denir. Temel-alan aynı zamanda *YN* dilinin bütün değişkenlerinin ortaklaşa değer-alanı duru-

* n = 1 halinde, n-li bağıntı bir kümeye indirgenir.

mundadır. K nın seçilmesi –boş olmaması şartiyle– büsbütün keyfe-bağlıdır. K nın öğeleri herhangi türden somut veya soyut nesneler (söz gelişi somut cisimler veya soyut sayılar) olabilirler.

f ile g iki değerleme ve α bir değişken olsun: α dan farklı olan her β değişkeni için $f(\beta) = g(\beta)$ ise, ($f(\alpha)$ ile $g(\alpha)$ ister eşit olsun, ister olmasın) f ile g ye *"ancak α ya verdikleri değer bakımından farklı olabilen değerlemeler"* denir.

İmdi *YN* sisteminde geçerliliği tanımlamak için *YÖ* sistemi için § 2 de gösterilen üç semantik kurala şu iki yeni kuralı katmak yeter:

4. $\varphi = \lambda^n\alpha_1 \ldots \alpha_n$ ise:

   φ, *f değerlemesi için geçerlidir* $=_{Dk} \langle f(\alpha_1), \ldots, f(\alpha_n)\rangle \in f(\lambda^n)$

5. $\varphi = \forall\alpha\Psi$ ise:

   φ, *f değerlemesi için geçerlidir* $=_{Dk}$ Ψ düzgün tam-deyimi, f değerlemesinden ancak α ya verdiği değer bakımından farklı olabilen her g değerlemesi için geçerlidir.

Tanım: φ düzgün tam-deyimi *geçerlidir* $=_{Dk}$ her K temel-alanı ve K üzerinde her f değerlemesi için; φ, f değerlemesi için geçerlidir.

YN nin her geçerli tam-deyiminin *N* hesabının bir teoremi olduğu, *N* nin de her teoreminin *YN* nin geçerli bir tam-deyimi olduğu gösterilmiştir. Böylece salt niceleme mantığında sentaktik *"kanıtlanabilme"* kavramı ile semantik *"geçerlilik"* kavramının örtüştüğünü görüyoruz. Buna göre bir yandan *YN* semantik sisteminin *N* formel sistemini *uygun* bir şekilde *yorumladığını*, öbür yandan da *N* formel sisteminin *YN* yorumlanmış sistemini *uygun* bir şekilde *formelleştirdiğini* söyleyebiliriz. *YÖ* semantik sistemi ile Ö formel sistemi halinde de durum aynıdır: *YÖ*, *Ö* nün uygun bir yorumlaması, *Ö* de *YÖ* nün uygun bir formelleşmesidir.

Tutarlılığı da *"f* değerlemesi için geçerlilik" kavramı yardımiyle tanımlıyabiliriz, şöyle ki:

Tanım: φ düzgün tam-deyimi *tutarlıdır* $=_{Dk}$ öyle bir K temel-alanı ve K üzerinde bir f değerlemesi vardır ki; φ, f değerlemesi için geçerlidir.

İmdi *YN* sisteminin *geçerli* (kapalı) önerme-kalıplarının yerine-koyma örneği olan (kapalı) önermelere *"mantıkça-doğru önermeler"* denir. Aynı şekilde *YN* sisteminin *tutarlı* önerme-kalıplarının yerine-koyma örneği olan önermelere de *"mantıkça-tutarlı önermeler"* denir. *Önermeler* (önerme-kalıplarının tersine) hiçbir temsilci-harfi kapsamadıklarından *YN* diline ait düzgün tam-deyimler değillerdir. Ancak *YN* diline ait önerme-kalıplarında

geçen temsilci-harflerin yerine (bu dile ait olmıyan) tasvir-edici değişmezler koymak suretiyle her türlü önermeyi elde etmek mümkündür. Gördüğümüz gibi, (önermelerin *YN* diline ait olmamalarına rağmen) verilen bir önermenin mantıkça-geçerli veya mantıkça-tutarlı olup olmadığı, bu önermenin *YN* diline ait geçerli veya tutarlı bir önerme-kalıbının yerine-koyma örneği olup olmamasına bağlıdır.

Deduktif bilimler, (yani salt *matematiğin* çeşitli dalları) aksiyomlaşmış deduktif teorilerden kuruludur. İmdi bu çeşit teoriler, genellikle önerme-kalıplarından değil, mantıksal-olmıyan (tasvir-edici) birtakım değişmez'i kapsıyan *"önermeler"*dir.

Formelleşmiş olan her deduktif teorinin *ilkel değişmezleri,* bütün deduktif teorilerin ortaklaşa malı olan "mantıksal değişmezler" ile kendine özgü olan "mantıksal-olmıyan (tasvir-edici) değişmezler"dir. Bu çeşit değişmezlere teorinin *"özel değişmezler"*i (proper constants, specific constants) de denir. Örneğin, Euklides geometrisinin özel değişmezleri arasında *'nokta', 'doğru', 'düzlem'* terimleri vardır.

Öte yandan, her deduktif teorinin *ilkel önermeleri,* biryol bütün deduktif teorilere ait olan "mantık aksiyomları", yani salt niceleme hesabının aksiyomları, bir de yalnız kendine özgü olan "mantıksal-olmıyan (tasvir-edici) aksiyomlar"dır. Bunlara teorinin *"özel aksiyomlar"*ı denir. Özel aksiyomlar (mantık aksiyomlarının tersine) mantıkça-doğru değillerdir. Örneğin, Euklides'in paraleller hakkındaki postulatı Euklides geometrisinin bir *"özel* aksiyom"u durumundadır. (Bu postulat mantıkça-doğru olsaydı, çelişiği başka bir geometri sisteminde kabul edilemezdi.) Böylece mantığın görevinin deduktif teorilerin aksiyomlarını seçmek olamıyacağını görüyoruz. Ancak seçilen aksiyomların birlikte-evetlemesinin mantıkça-tutarlı olması gerektiğinden, mantığın, aksiyomların seçiminde sınırlayıcı bir görevi olduğunu da belirtmek gerek.

Mantığın en önemli görevi, deduktif teorilerin önceden seçilmiş olan (ve tutarlı sayılan) aksiyomlarından *"teoremler"*i türetmektir. Teoremler, teorinin mutlak olarak doğru olan önermeleri değil, aksiyomların doğru olması halinde yanlış olmıyan önermeleridir. Başka bir deyimle, teoremler aksiyomların mantıksal sonuçlarıdır. İmdi verilen bir önermenin bir takım aksiyomların mantıksal sonucu olmasının gerekli ve yeterli şartı, ön-bileşeni aksiyomların birlikte-evetlemesi, ard-bileşeni de söz konusu önerme olan şartlı-önermenin *mantıkça-doğru* olmasıdır. Oysa herhangi bir önermenin mantıkça-doğru olması, *salt niceleme mantığı* gereği *geçerli* olan bir önerme-kalıbının yerine-koyma örneği olması anlamına geldiğinden, salt niceleme mantığının tüm deduktif teoriler için temel önemini görüyoruz.

BİBLİYOGRAFYA

(*Açıklama:* Okuyucuya kolaylık sağlamak amaciyle andığımız he eserin hem güçlük derecesini, hem de ait olduğu bilim dalını işaretler yar dımiyle belirtmeyi uygun bulduk. Buna göre, *A:* Basit seviyede, *B:* Ort seviyede, *C:* Yüksek seviyede olan eserleri; *S:* Semiotik, *M:* Mantık, *F:* For mel aksiyom sistemleri, *I:* İhtimaller teorisi ile ilgili eserleri göstermektedi Bunun kabaca bir sınıflama olduğunu da hatırlatmak isteriz.)

I. TÜRKÇE ESERLER

(*A*) **Batuhan, H.** : "Sosyal Öğretilerde Mythos ve Utopia", *Felsef Arkivi*, Sayı 13, ss. 86-102, 1962, (*S*).

(*A*) **Batuhan, H.** : "Dilin Tuzakları I", *Felsefe Arkivi*, Sayı 14, ss. 82-96, 1963, (*S*).

(*A*) **Batuhan, H.** : "Dilin Tuzakları II", *Felsefe Arkivi*, Sayı 15, ss. 27-56, 1965, (*S*).

(*A*) **Batuhan, H. ve Grünberg, T.** : *Modern Mantık. Lise III. sınıf lar için deneme ders kitabı*, Millî Eğitim Bakan lığı Yayınları, 1970, (*S, M*).

(*B*) **Grünberg, T.** : "Bertrand Russell'ın Tasvirler Teorisi", *Felsef Arkivi*, Sayı 14, ss. 138-173, 1963, (*S, M*).

(*A*) **Grünberg, T.** : *Sembolik Mantık I, Önermeler Mantığı*, İstanbu Üniversitesi Edebiyat Fakültesi Yayınları, 1968 (*M*).

(*B,C*) **Grünberg, T.** : *Anlam Kavramı üzerine bir Deneme*, Ankar Üniversitesi Dil ve Tarih-Coğrafya Fakültesi Ya yınları, 1970, (*S, F*).

(*A,B*) **Öner, N.** : *Klasik Mantık*, Ankara Üniversitesi İlâhiyat Fa kültesi, 1970, (*M*)

(*A*) **Reichenbach, H.** : *Lojistik*, Çeviren: H. V. Eralp, İstanbul Üniver şitesi Edebiyat Fakültesi Yayınları, 1939, (*M*).

(*B*) **Bir Heyet** : *Elemanter Cümleler Matematiği ve Uygulamaları*, Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları, (*İ, M*).

II. YABANCI DİLDEN ESERLER

(*A*) **Ambrose, A. ve Lazerowitz, M.** : *Fundamentals of Symbolic Logic*, Holt, Rinehart and Winston, N.Y., 1962, (*M*).

(*A*) **Black, M.** : *Language and Philosophy*, Cornell U.P., Ithaca, 1949, (*S*).

(*A*) **Black, M.** : *Models and Metaphors*, Cornell U.P., Ithaca, 1962, (*S*).

(*A*) **Black, M.** : *Problems of Analysis*, Routledge, London, 1954, (*S*).

(*A*) **Black, M.** : *Critical Thinking*, Prentice-Hall, 1964, (*S, M*).

(*B*) **Bochenski, I. ve Menne, A.** : *Grundriss der Logistik*, F. Schöningh, Paderborn, 1962, (*M*).

(*A*) **Brennan, J. G** : *A Handbook of Logic*, Harper, N.Y., 1961, (*M*).

(*B*) **Carnap, R.** : *Symbolische Logik*, Springer, Wien, 1954, (*M,F*).

(*B*) **Carnap, R.** : *Introduction to Symbolic Logic*, Dover, (*M, F*).

(*B*) **Carnap, R.** : *Introduction to Semantics*, Harvard U.P., 1948, (*S*).

(*C*) **Carnap, R.** : *Logical Foundations of Probability*, Routledge, London, 1950, (*İ, M, S*).

(*B*) **Carnap, R.** : *Foundations of Logic and Mathematics*, Chicago, U. P., 1939, (*S, M*).

(*A*) **Carney, J. D. ve Sheer, R. M**: *Fundamentals of Logic*, Macmillan, N. Y., 1964, (*S, M*).

(*A*) **Chauvineau, J.**: *La Logique Moderne*, P.U.F., 1960, (*M*).

(*B*) **Cherry, C.** : *On Human Communication*, J. Wiley, N. Y., 1957, (*S*).

(*C*) **Church, A.** : *Introduction to Mathematical Logic*, Princeton U.P., 1956, (*M, F*).

(*A*) **Cohen, L. J.** : *The Diversity of Meaning,* Methuen, London, 1962, (*S*).

(*A*) **Copi, I.** : *Introduction to Logic,* Macmillan, N. Y., 1966, (*S, M, İ*).

(*A,B*) **Copi, I.** : *Symbolic Logic,* Macmillan, 1968, (*M, F*).

(*B*) **Dopp, J.** : *Notions de Logique Formelle,* Editions B. Nauwelaerts, Paris, 1965, (*M*).

(*A*) **Eaton, R. M.** : *General Logic,* Scribner's Sons, N. Y., 1931, (*S, M, İ*).

(*B*) **Fitch, F. B.** : *Symbolic Logic,* Ronald Press, N. Y., 1952, (*M*).

(*B*) **Fodor, J. A. ve Katz, J. J.**: *The Structure of Language, Readings in the Philosophy of Language,* Prentice-Hall, 1965, (*S*).

(*A*) **Gardiner, A.** : *The Theory of Speech and Language,* Oxford, U. P., 1963, (*S*).

(*B*) **Grünberg, T.** : "Syntactical Categories", *Litera* vol. 8, 1965, ss. 25-43, (*S*).

(*A,B*) **Grünberg, T.** : *Symbolic Logic Vol. I,* Orta Doğu Teknik Üniversitesi Yayınları, 1969, (*M*).

(*A,B*) **Grünberg, T.** : *Symbolic Logic Vol. II,* Orta Doğu Teknik Üniversitesi Yayınları, 1970, (*M, İ, F*).

(*A*) **Halberstadt, W. A.** : *An Introduction to Modern Logic,* Harper, N.Y., 1960, (*M*).

(*C*) **Hermes, H.** : *Einführung in die Mathematische Logik,* Teubner, Stuttgart, 1963, (*M, F*).

(*B*) **Hilbert, D. ve Ackermann, W.** : *Principles of Mathematical Logic,* Chelsea, N. Y., (*M*).

(*B*) **Hilbert, D. ve Ackermann, W.** : Gründzüge der theoretischen Logik, Springer, 1959, (*M, F*).

(*A*) **Hospers, J.** : *An Introduction to Philosophical Analysis,* Routledge, London, 1967, (*S*).

(*A*) **Hughes, G.E. ve Londey, D.G.**: *The Elements of Formal Logic,* Methuen, London, 1965, (*M*).

(A) **Joseph, H. W. B.** : *An Introduction to Logic,* Oxford U. P., 1906, (*S, M*).

(B) **Kalish, D. ve Montague, R.** : *Logic, Techniques of Formal Reasoning,* Harcourt, Brace and World, N. Y., 1964, (*M*).

(B) **Katz, J. J.** : *The Philosohy of Language,* Harper and Row, 1966, (*S*).

(A) **Kemeny, J. G., Snell J. L., Thompson, G. L.** : *Introduction to Finite Mathematics,* Prentice-Hall, 1964, (*İ, M*).

(B) **Keynes J. M.** : *A Treatise on Probability,* Macmillan, London, 1921, (*İ*).

(C) **Kleene, I C.** : *Introduction to Metamathematics,* North-Holland, 1952, (*M, F*).

(B,C) **Kleene, I. C.** : *Mathematical Logic,* Wiley, 1967, (*M, F*).

(B) **Kneale, W.** : *Probability and Induction,* Oxford U. P., 1963, (*İ*).

(B) **Kyburg, H. E., Jr.** : *Probability Theory,* Prentice-Hall, 1969, (*İ*).

(B) **Kyburg, H. E., Jr.** : *Probability and Inductive Logic, Macmillan,* 1970, (*İ*).

(B) **Leblanc, H.** : *An Introduction to Deductive Logic,* Wiley, 1955 (*M, F*).

(A) **Lee, H. N.** : *Symbolic Logic,* Routledge, London, 1962, (*M*).

(A) **Lemmon, E. J.** : *Beginning Logic,* Nelson, London, 1967, (*M*).

(B) **Lorenzen, P.** : *Formale Logik,* de Gruyther, Berlin, 1958, (*M*).

(B) **Lorenzen, P.** : *Formal Logic,* Reidel, Dordrecht, 1965, (*M*).

(C) **Lukasievicz, J.** : *Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic,* Oxford U. P., 1951, (*M*).

(C) **Margaris, A.** : *First Order Mathematical Logic,* Blaisdell, Mass., 1967, (*M, F*).

(C) **Martin, R.** : *Logique Contemporaine et Formalization,* P.U.F., 1964, (*M*).

(C) **Martin, R.M.** : *Truth and Denotation,* Methuen, London, 1958, (*S, F*).

(*B*) **Mates, B.** : *Elementary Logic,* Oxford U. P., 1965, (*M, F*).

(*C*) **Mendelson, E.** : *Introduction to Mathematical Logic,* Van Nostrand, 1964, (*M, F*).

(*C*) **Menne, A.** : *Logik und Existenz,* Meisenheim Glan, 1954, (*M*).

(*B*) **Meyer, P. L.** : *Introductory Probability and Statistical Applications,* Addison-Wesley, Mass., 1965, (*I*).

(*B*) **Mill, J. S.** : *A System of Logic,* Longmans, 1878, (*M, S*).

(*B*) **Morris, Ch.** : *Signs, Language and Behavior,* G. Braziller, N.Y., 1955, (*S*).

(*A*) **Naess, A.** : *Communication and Argument,* Allen and Unwin, 1966, (*S*),

(*A*) **Ogden, C. K. ve Richards, I. A.** : *The Meaning of Meaning,* Routledge, London, 1952, (*S*).

(*B*) **Prior, A. N.** : *Formal Logic,* Oxford U. P., 1962, (*M*).

(*C*) **Quine, W. O.** : *Word and Object,* Wiley, 1961, (*S*).

(*A*) **Quine, W. O.** : *Methods of Logic,* Holt, Rinehart and Winston, 1959, (*M*).

(*A*) **Quine, W. O.** : *Elementary Logic,* Harper Torchbooks, 1965, (*M*).

(*C*) **Quine, W. O.** : *Mathematical Logic,* Harvard, U. P., 1958, (M).

(*C*) **Quine, W. O.** : *Set Theory and its Logic,* Harvard U.P., 1964, (*M*).

(*B*) **Quine, W. O.** : *From a Logical Point of View,* Harvard U.P., 1961, (*S*).

(*A*) **Rescher, N.** : *Introduction to Logic,* St. Martin's Press, N. Y., 1964, (*S, M, I*).

(*B*) **Reichenbach, H.**: *Elements of Symbolic Logic,* Macmillan, N.Y., 1947, (*M*).

(*B*) **Reichenbach, H.** : *The Theory of Probability,* U. of California Press, 1949, (*I*).

(*A*) **Robinson, R.** : *Definition,* Oxford U. P., 1961, (*S*).

(C) **Rosser, J. B.** : *Logic for Mathematicians*, McGraw-Hill, N. Y., 1953, (*M, F*).

(A) **Sapir, E.** : *Language*, Harcourt, Brace and World, N.Y., 1949, (*S*).

(A) **Schipper ve Schuh** : *A First Course in Modern Logic*, Routledge, London, 1960, (*M, S*).

(B) **Stebbing, S.** : *A Modern Introduction to Logic*, Methuen, London, 1961, (*S. M, İ*).

(A) **Smullyan, A.** : *Fundamentals of Logic*, Prentice-Hall, 1962, (***M***).

(C) **Stegmüller, W.**: *Das Wahrheitsproblem und die Idee der Semantik*, Springer, 1957, (*S. F*).

(C) **Scholz, H. ve Hasenjaeger, G.** : *Gründzüge der Mathematischen Logik, Springer*, 1961, (*M, F*).

(B) **Suppes, P.** : *Introduction to Logic*, Van Nostrand, 1960, (*M, F, İ*).

(B) **Suppes, P.** : *Axiomatic Set Theory*, Van Nostrand, 1965, (*M*).

(A) **Suppes, P. ve Hill, S.** : *First Course in Mathematical Logic*, 1965, Ginn and Co., N. Y., (*M*).

(A) **Strawson, P. F.** : *Introduction to Logical Theory*, Methuen, London, 1960, (*S, M, İ*).

(A) **Ullmann, S.** : *The Principles of Semantics*, Blackwell, Oxford, 1957, (*S*).

(A) **Ullmann, S.** : *Semantics*, Blackwell, Oxford, 1962, (*S*).

(A) **Vossler, K.** : *The Spirit of Language in Civilization*, Routledge, London, 1951, (*S*).

(A,B) **Tarski, A.** : *Introduction to Logic and the Methodology of Deductive Sciences*, Oxford U.P., 1965, (*M, F*).

(A,B) **Tarski, A.** : *Introduction à la Logique*, Gauthier-Villars, Paris, 1960, (*M, F*).

(A) **Waismann, F.** : *The Principles of Linguistic Philosophy*, Macmillan, London, 1966, (*S*).

(A) **Yıldırım, C.** : *Logic, The Study of Deductive Reasoning*, Orta Doğu Teknik Üniversitesi Yayınları, 1967, (*M*).

ÖZEL TERİMLER SÖZLÜĞÜ

(Türkçe: İngilizce, Fransızca, Almanca)

Her Türkçe terimin İngilizce, Fransızca ve Almanca karşılıkları noktalı virgül (;) ile birbirinden ayrılmıştır.

A

Açık önerme — open sentence, "propositional function"; énoncé ouvert, "fonction propositionnelle"; offene Aussage, "Aussagenfunktion".

Alan — field; champ; Feld.

Altıklık — subalternation; subalternation; Subalternation, "Umordnung".

Alt-Karşıtlık — subcontrariety; sous-contrariété; subkontraere Opposition.

Alt-küme — subset; sous-ensemble; Teilmenge, "Untermenge".

Anlaşmazlık — disagreement; désaccord; Meinungsverschiedenheit.

Anma ve kullanma — use and mention.

Ard-alan — counterdomain, "converse domain"; codomaine, "domaine réciproque"; Nachbereich.

Ard-bileşen — consequent; conséquent; Konzequent.

Ard-çevirme — obversion; obversion; Obversion.

Ard-devirme — obverted conversion.

Asal ikili — principal dual.

Ayrıklık — alternation, "disjunction", "inclusive (nonexclusive) alternation"; disjonction; Disjunktion, "Adjunktion".

Ayrıklık işareti — alternator, "disjunctor", "alternation", "disjunction"; disjoncteur; Disjunktor, "Adjunktor".

B

Bağdaşmazlık — incompatibility; incompatibilité; Unvertraeglichkeit.

Bağdaşmaz-ayrıklık	exclusive alternation, "exclusive disjunction"; disjonction exclusive, "exclusion réciproque"; ausschliessende Disjunktion.
Bağıntı	relation; relation; Relation.
Bağlam	context; contexte; Zusammenhang.
Bağlaşık	connected; connexe; zusammenhaengend.
Bağlı-değişken geçişi	bound occurrence of a variable; mention liée d'une variable; gebundenes Vorkommen einer Variable.
Bağlı-değişken değişmesi	relettering (of a boun d variable); changement de nom d'une variable liée; Umbenennung einer gebundenen Variable.
Bağsız-değişken geçişi	free occurrence of a variable; mention libre d'une variable; freies Vorkommen einer Variable.
Bakışımlı (simetrik)	symmetric; symétrique; symmetrisch.
Bakışımlı olmayan	non-symmetric; non-symétrique; nichtsymmetrisch.
Bakışımsız	asymmetric; asymétrique; asymmetrisch.
Bakışımsız olmayan	non-asymmetric; non-asymétrique; nicht-asymmetrisch.
Belgeleme	substantiation.
Belirlilik	preciseness; précision; Praezision.
Belirsizlik	vagueness; imprécision; Vagheit.
Belirtik	explicit; explicite; explizit.
Belirtme görevi	expressive function; fonction expressive; Ausdrucksfunktion.
Bileşen	component, "constituent"; composante; Konstituent.
Bildirişme	communicatton; communication; Kommunikation.
Bildirme görevi	informative function; fonction informative; informative Funktion.
Birleşim	union; union; Vereinigung.

Birlikte-değilleme joint denial; négation connexe; negat Konjunktion, "Rejektion."

Birlikte-evetleme conjuntion; conjonction; Konjunktion.

Birlikte-evetleme işareti conjunctor, "conjunction"; conjoncteur; Konjunktor.

Boş küme empty set, "null set"; ensemble vide; leere Menge.

Büyük-öncül major premiss; majeure; Obersatz.

Büyük-terim major term; grand terme; Oberterm.

C

Çelişiklik contradiction; contradiction; kontradiktorische Opposition.

Çelişme contradiction; contradiction; Widerspruch, "Kontradiktion".

Çelişmezlik kanunu principle of non-contradiction; principe de non-contradiction; Grundsatz des Nicht-Widerspruch.

Çevirme inversion; inversion; Inversion.

Çıkarım inference; inférence; Schluss.

Çok-anlamlılık ambiguity; ambiguité; Mehrdeudigkeit.

Çok-görevlilik multifunctionality; multifonctionnalité.

D

Dağıtıcılık distributivity; distributivité; distributives Gesetz, "Distributivitaet".

Daraltma kanunları laws of confinement.

Değer value; valeur; Wert.

Değer alanı range of values; domaine de valeurs; Wertbereich.

Değerleme valuation, "value assignment"; assignation de valeur; Belegung.

Değilleme negation; négation; Negation, "Verneinung".

Değilleme işareti negator, "negation"; négateur; Negator.

Değişken variable; variable; Variable.

Değişmez constant; constante; Konstante.

Denkgüçlülük idempotence; idempotence; Idempotenz.

Devirme contraposition; contraposition; Kontraposition, "Umwendung".

Deyim expression; expression; Ausdruck.

Deyim-örneği expression-token.

Deyim-tipi expression-type.

Doğru true; vrai; wahr.

Doğruluk truth; vérité; Wahrheit.

Doğruluk çizelgesi truth table; table de vérité; Wahrheitstafel.

Doğruluk değeri truth value; valeur de vérité; Wahrheitswert.

Doğruluk fonksiyonu truth function; fonction de vérité; Wahrheitsfunktion.

Dolaylı çıkarım mediate inference; inférence médiate; mittelbarer Schluss.

Dolaysız çıkarım immediate inference; inférence immédiate; unmittelbarer Schluss.

Doyurma satisfaction; satisfaction; Erfüllung.

Duygusal anlam emotive meaning; signification émotive; emotiver Sinn.

Düzgün tam-deyim well-formed expression.

E

Eşdeğerlik (logical) equivalence; equivalence (logique); (logische) Aequivalenz, "Gleichwertigkeit".

Evetleme affirmation; affirmation; Bejahung, "Affirmation"

Evirme conversion; conversion; Konversion, "Umkehrung".

Evrensel küme — universal set; ensemble universel; universale Menge, "Grundmenge".

Eylemsel görev — performative function; fonction performative; performative Funktion.

G

Geçerli — valid; valable; allgemeingültig.

Geçersiz — invalid; non-valable; nicht-allgemeingültig.

Geçiş — occurrence; mention, "occurrence"; Vorkommen.

Geçişli — transitive; transitif; transitiv.

Geçişli-olmayan — non-transitive; non-transitif; nicht-transitiv.

Geçişsiz — intransitive; intransitif; intransitiv.

Geçişsiz olmayan — non-intransitive; non-intransitif; nicht-intransitiv.

Genel önerme — general sentence; énoncé général; allgemeine Aussage.

Genel terim — general term; terme général; allgemeiner Term.

Genellik — generality; généralité; Allgemeinheit.

Göstererek tanımlama — ostensive definition.

K

Kalıp — form, "schema"; forme; Form.

Kanıt — proof; preuve; Beweis.

Kapalı önerme — closed sentence; énoncé clos; geschlossene Aussage.

Kapsamsallık aksiyomu — axiom of extensionality; axiome d'extensionalité; Extensionalitaetsaxiom.

Karar-verme yöntemi decision procedure; procédé de décision; Entscheidungsverfahren.

Karşılıklı-şartlı biconditional, "equivalence"; bicondionnelle, "équivalence", "implication réciproque"; Aequivalenz, "Koimplikation".

Karşılıklı-şart eklemi Biconditional, "equivalence"; equivaluateur, "implicateur réciproque"; Koimplikator, "Aequivalenz", "Aequivaluator".

Karşıtlık contrariety; contrariété; kontraere Opposition.

Kaypaklık inconsistency of use, "equivocality"; équivoque, "équivocité"; Zweideutigkeit.

Kesişim intersection; intersection; Durchschnitt.

Konu subject-matter; matière du discours; inhalt (einer Rede).

Konuşma evreni universe of discourse.

Küçük-öncül minor premiss; mineure; Untersatz.

Küçük-terim minor term; petit terme; Unterterm.

Küme set; ensemble; Menge.

N

Nesne-dili object-language.

Niceleme quantification; quantification; Quantifikation.

Niceleme mantığı quantificational logic; logique quantificationelle; Quantorenlogik.

Niceleyici quantifier; quantificateur, "quanteur"; Quantor.

Normal-biçim Normal form; forme normale; Normalform.

O

Olgusal factual; factuel; sachlich, "faktisch".

Orta-terim middle term; moyen terme; Mittelterm.

Ortaklaştırıcılık associativity; associativité; assoziatives Gesetz, "Assoziativitaet".

Ö

Öğe element; élément; Element.

Ön-alan domain; domaine; Vorbereich.

Ön-bileşen antecedent; antécédent; Antezedent.

Ön-çevirme partial inversion.

Ön-devirme partial contraposition.

Öncül premiss; prémisse; Praemisse, "Vordersatz".

Önerme sentence (declarative sentence), "statement"; énoncé, "proposition"; Satz, Aussage.

Önerme eklemi connective, "connector", sentential connective, "propositional connective"; connecteur, "joncteur"; Aussagenverknüpfung, "Junktor".

Önerme kalıbı sentence-form, "sentential form", "statement form", "sentential schema"; forme d'énoncé, "forme propositionnelle"; Aussageform.

Önerme temsilcisi sentence letter, "sentence variable", "propositional variable"; variable proposionnelle; Aussagenvariable.

Önermeler mantığı sentential logic, "propositional logic"; logique des énoncés, "logique propositionnelle; Aussagenlogik.

Örtük implicit; implicite; implizit.

Öz alt-küme proper subset; sous-ensemble propre; echte Teilmenge.

Özdeşlik identity; identité; Identitaet.

Özne subject; sujet; Subiekt.

P

Preneks-normal biçim prenex normal form; forme normale prénexe; praenexe Normalform.

S

Sıralanmış çift ordered pair; paire ordonnée; geordnetes Paar.

Sonuç conclusion; conclusion; Konklusion, "Schlussatz".

Ş

Şart eklemi conditional, "implication", "implicator"; implicateur; Implikator.

Şartlı conditional , "implication"; implication, "conditionnelle"; Implikation.

T

Tasım biçimi syllogism mood; mode; Modus.

Tasım şekli syllogism figure; figure; Figur.

Tam-çevirme full inversion.

Tam-devirme full contraposition.

Tam-deyim formula (well-formed formula); formule; Formel.

Tam-normal biçim full normal form; forme normale distinguée; ausgezeichnete Normalform.

Tam-sıralama simple ordering, "linear ordering"; ordre linéaire; lineare Ordnung.

Tanımlanan definiendum.

Tanımlayan definiens.

Tasvirsel anlam descriptive meaning; signification descriptive; deskriptiver Sinn.

Tek-anlamlılık univocality; univocité; Eindeutigkeit.

Tekil önerme singular sentence (singular proposition); énoncé singulier; singulaere Aussage.

Tekil terim singular term; terme singulier; singulaerer Term.

Temsilci-harf schematic letter, "dummy variable".

Ters-bakışımlı antisymmetric; antisymétrique; antisymmetrisch.

Tikel değilleyici particular negative; particulière negative; partikulaer verneinend.

Tikel evetleyici particular affirmative; particulière affirmative; partikulaer bejahend

Totoloji tautology: tautologie, Tautologie.

Törensel görev ceremonial function; fonction cérémoniale; zeremoniale Funktion.

Tutarlılık consistency; consistance; Erfüllbarkeit.

Tutarsızlık inconsistency, "contravalidity"; inconsistance; Unerfüllbarkeit.

Tümel değilleyici universal negative; universelle negative; allgemein verneinend.

Tümel evetleyici universal affirmative; universelle affirmative; allgemein bejahend.

Tümel niceleyici universal quantifier; quantificateur universel; Allquantor, "universeller Quantor"

Tümleyen complement; complément; Komplement.

Ü

Üst-dil metalanguage; métalangage; Metasprache.

V

Varlıksal niceleyici existential quantifier; quantificateur existentiel; Existenz-Quantor, "existentieller Quantor".

"Ve"li normal-biçim conjunctive normal form; forme normale conjonctive; konjunktive Normalform.

"Veya"lı normal-biçim disjunctive normal form; forme normale disjonctive; disjunktive Normalform.

Y

Yanlış false; faux; falsch.

Yanlış-anlama misunderstanding; malentendu; Missverstaendniss.

Yaptırma görevi	directive function, "impressive function".
Yansımalı	reflexive; réflexif; reflexiv.
Yansımalı-olmayan	non-reflexive; non-réflexif; nicht-reflexiv.
Yansımasız-olmayan	non-irreflexive; non-irréflexif; nicht-irreflexiv.
Yerine-koyma	substitution; substitution; Substitution.
Yerine-koyma örneği	substitution instance, "substituend"
Yorum	interpretation; interprétation; Interpretation.
Yüklem	predicate; prédicat; Praedikat.
Yüklem-temsilcisi	predicate letter, "predicate variable"; variable prédicative; Praedikatenvariable.