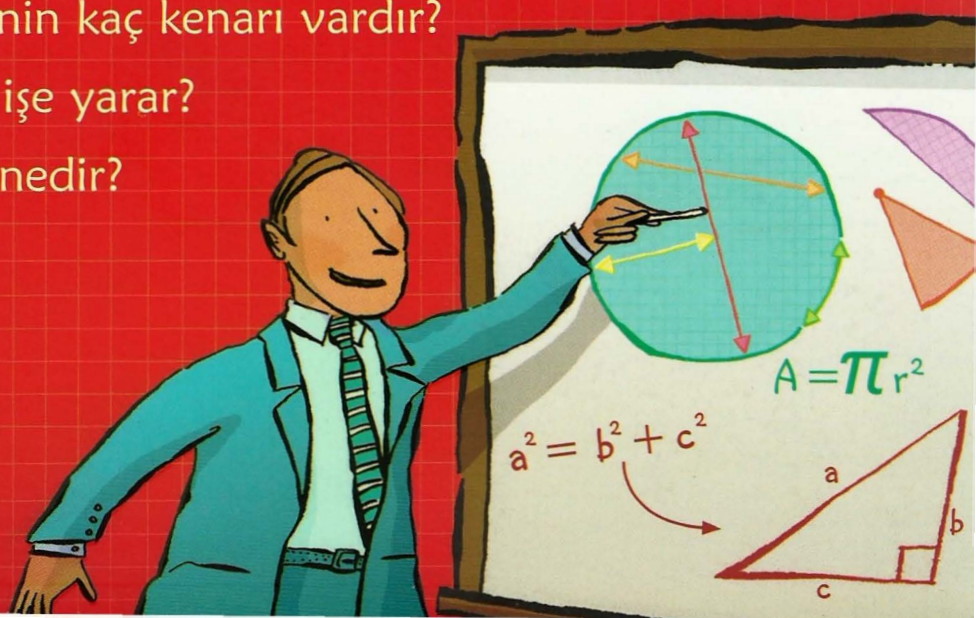
12 YAŞ+

TÜBİTAK
POPÜLER BİLİM KİTAPLARI



Matematik bize ne anlatıyor?

- Bir altıgenin kaç kenarı vardır?
- Cebir ne işe yarar?
- Karekök nedir?



Matematik bize ne anlatıyor?

TÜBİTAK POPÜLER BİLİM KİTAPLARI

TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları 558

Matematik Bize Ne Anlatıyor?
What's Maths All About?
Alex Frith, Minna Lacey, Lisa Jane Gillespie
Resimleyen: Adam Larkum
Tasarım: Ruth Russell, Anna Gould, Hannah Ahmed
İngilizce metnin bilimsel danışmanları: Jeff Hebert, Giles Dickins
Çeviri: Bahtiyar Kurt
Redaksiyon: Selçuk Ünalan

© Usborne Publishing Limited, 2012
© Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu, 2012

Bu yapıtın bütün hakları saklıdır. Yazılar ve görsel malzemeler, izin alınmadan tümüyle veya kısmen yayımlanamaz.

TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları'nın seçimi ve değerlendirilmesi TÜBİTAK Kitaplar Yayın Danışma Kurulu tarafından yapılmaktadır.

ISBN 978 - 975 - 403 - 810 - 1

1. Basım Kasım 2013 (5000 adet)

Genel Yayın Yönetmeni: Dr. Zeynep Ünalan
Yayın Yönetmeni: Dr. Oğuzhan Vıcıl
Mali Koordinatör: Mehmet Ali Aydınhan
Telif İşleri Sorumlusu: Tuba Akoğlu

Tashih ve Basım Hazırlık: Kemal Ulusoy
Sayfa Düzeni: Ayşe Taydaş
Basım İzleme: Yılmaz Özben

TÜBİTAK
Kitaplar Müdürlüğü
Akay Caddesi No: 6 Bakanlıklar Ankara
Tel: (312) 298 96 61 Faks: (312) 428 32 40
e-posta: kitap@tubitak.gov.tr
www.kitap.tubitak.gov.tr
esatis.tubitak.gov.tr

Korza Yayıncılık Basım San. ve Tic. Ltd. Şti.
Yenice Mah. Çubuk Yolu Üzeri No: 3 Esenboğa Çubuk Ankara
Tel: (312) 342 22 08 Faks: (312) 341 14 27

Matematik bize ne anlatıyor?



Alex Frith, Minna Lacey, Lisa Jane Gillespie

Resimleyen: Adam Larkum

ÇEVİRİ
Bahtiyar Kurt

TÜBİTAK
POPÜLER BİLİM KİTAPLARI

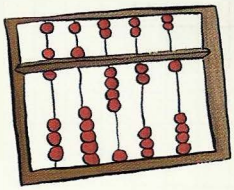
İçindekiler

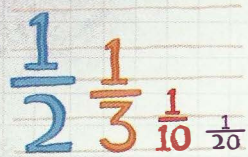


4 Matematik bize ne anlatıyor?
6 Matematikçiler dünyayı nasıl değiştirmiştir?
8 Gündelik hayatta matematik

1. Bölüm: Sayı nedir?

12 Temel semboller
16 Aritmetik yapmak
18 Sayıları ayırmak
20 Sayıların parçaları
23 % hakkında her şey
24 Süper kuvvetler
26 Her çeşit sayı

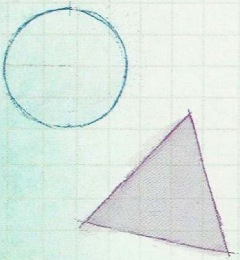




2. Bölüm: Bilinmeyeni bulmak

30 Kayıp sayı
32 Cebirsel yazım
34 Basitçe yerine koymak
35 Denklemler
37 İki bilinmeyen
38 Denklemlerin çizimi
41 Sonucu bir grafik yardımıyla bulmak
42 Örüntüleri görmek

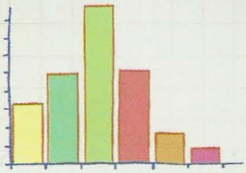




3. Bölüm: Şekil, ebat ve ölçümler

48 Şekillendir
50 Şekilleri ölçmek
54 Daireler çizmek
56 Üçgenlerin püf noktaları
58 Şekillerin temsili
60 Şekillerle oynamak
63 Dünyayı ölçmek





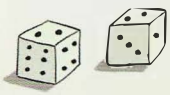


4. Bölüm: Olgular ve bulgular

66 İstatistik ve veri
68 Veri zorlukları
70 Verinin grafikleştirilmesi
72 Grafiklerle aldatmak
74 Normal nedir?

5. Bölüm: Şansını dene

78 Bu mümkün mü?
80 Olasılık ağaçları
81 Puanlar problemi
82 Araştırmalar ve tahminler

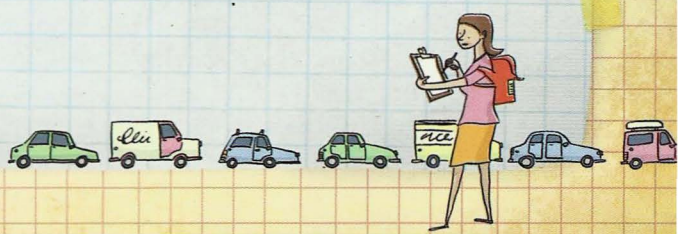


6. Bölüm: Matematik hakkında daha fazlası

86 Çağlar boyu matematik
88 "İş"te matematik
89 Müzikte matematik
90 Sözlük

93 Çözümler
94 Dizin
96 Teşekkür



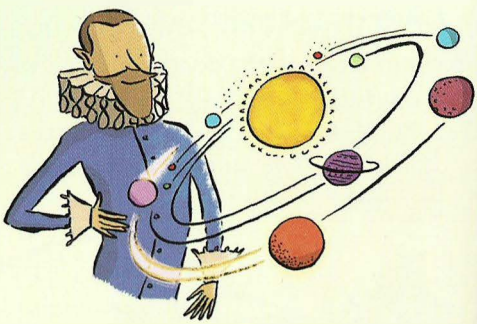


Matematikçiler dünyayı nasıl değiştirmiştir?

Matematikçiler yüzyıllardır sayılarla ve fikirlerle denemeler yapmıştır. Bunlar, hayatlarımızı değiştiren önemli keşiflerle sonuçlanmıştır; birçoğu kazara yapılsa da.

Evreni anlamak

17. yüzyılın başlarında, Alman matematikçi ve astronom Johannes Kepler, şekillerle denemeler yapmış ve gezegenlerin ve Güneş'in birbirleriyle ilişkileri üzerine çalışmıştır. Gezegenlerin Güneş'in etrafında dairesel değil eliptik (oval) şekilde döndüğünü iddia eden teorisini ileri sürmüştür. Onun keşifleri, gezegenlerin ve ayın uzayda nasıl hareket ettiklerini anlamaları için daha sonraki astronomlara yardımcı olmuştur.



Resim ve perspektif

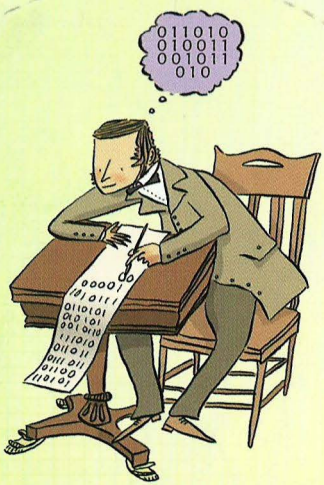
Sanatçılar, binlerce yıldır nesneler arasındaki mesafeleri hatasız şekilde çizmek için uğraşmaktadır. 15. yüzyılda İtalyan mühendis Brunelleschi, bu çizim için bir püf noktası bulmuştur: Bir sokağın iki kenarı gibi paralel doğruların mesafelerini göstermek için ufuktaki bir noktada buluşan iki doğru çizmiştir.

Aşağıdaki resme bakın ve bu yöntemin nasıl işlediğini görün.



Gerçek bir sokağın iki tarafı birbirine paraleldir, asla kesişmez.

Bu resimdeki sokağın iki tarafı birbirine paralel değil. Ancak, sokak uzun bir mesafe boyunca ilerliyormuş gibi görünüyor.



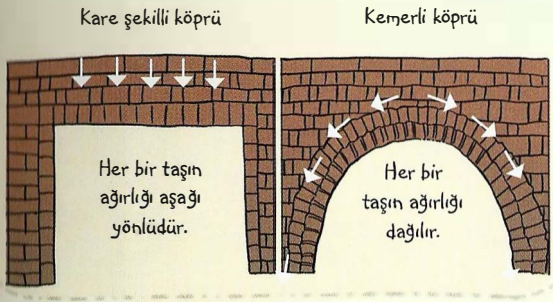
Bilgisayar dili

19. yüzyılda yaşayan Britanyalı matematikçi George Boole, ifadelere değer verme sistemi olan yeni bir sistem keşfetti. Boolean mantığı adı verilen bu sistemde, eğer bir ifade doğruysa '1' yanlışsa '0' değerini alır. Boolean mantığı bilgisayarların çalışma biçimine temel oluşturmuştur.

Güçlü kemerler

Köprüler genellikle kemerlerle desteklenir. Kemerin şekli, köprünün ağırlığının, orta kısmı aşağıya itmek yerine kemer boyunca yayılarak uçlardaki desteklere ulaşmasını sağlar.

Antikçağ Roma matematikçileri, ilk büyük köprüleri ve su kemerlerini inşa etmek için bu tasarımı kullanmışlardır.





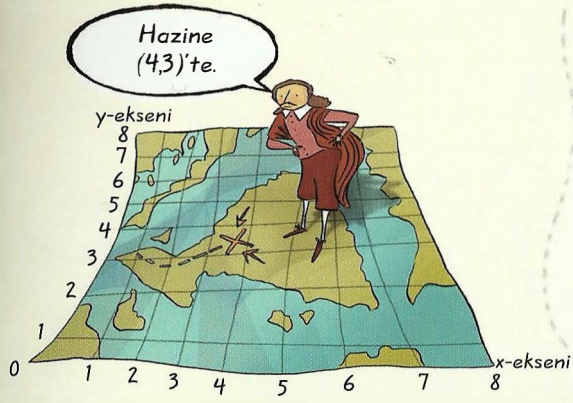
Roket bilimi

Mühendisler bir roket yaparken en iyi fırlatma yörüngesi, roketin ne kadar yakıta ihtiyacı olacağı ve Dünya'nın yerçekiminden kurtulabilmesi için ne kadar hızlı olması gerektiği gibi birçok şeyi hesaplamaya ihtiyaç duyarlar.

Bu hesaplamaların çoğu, 17. yüzyılda Britanyalı matematikçi ve fizikçi Isaac Newton tarafından keşfedilen hareket ve kuvvet kanunlarına dayanır.

Haritalar ve araştırmalar

Haritadaki bir yeri bulmak için Fransız matematikçi René Descartes tarafından 17. yüzyılda yeni bir sistem bulunmuştur. Bu sistemde, haritadaki herhangi bir nokta, yatay (x-ekseni) ve dikey eksendeki (y-ekseni) belirli bir noktaya uzaklığına göre tanımlanabilir.



Bu, Kartezyen koordinat sistemi olarak bilinir. Ülke haritalarında, yol haritalarında, arkeolojik planlarda, bilgisayar grafiklerinde ve hatta hazine haritalarında koordinatlar bulunur.



İnternette araştırma yapmak

ABD'de bilgisayarlar üzerine çalışan bilim adamları Larry Page ve Sergey Brin, 20. yüzyılın sonlarında, optimizasyon adı verilen bir matematik türünü kullanarak internette arama yapan bir araç oluşturdular.

Oluşturdukları aracın asıl amacı, bilimsel makaleleri araştırarak hangilerinin diğer makalelerin bulgularını tartıştığını tespit etmekti. Ancak, proje kısa zamanda büyüdü ve *Google* olarak bilinen internet arama sitesinin temelini oluşturdu.

Gündelik hayatta matematik

Hiçbir matematik kitabının kapağını açmamış olsanız bile, matematik hakkında birçok şey öğrenebilirsiniz. Sadece okulda değil, günlük hayatınızın hemen her bölümünde matematiğin birçok yöntemini, yaptığınızın matematik olduğunu düşünmeden kullanıyor olabilirsiniz.

Bir turnuvayı izlemek

Ne zaman bir sporcu bir turnuvada, örneğin Olimpiyatlarda, altın madalya kazansa, bu durum madalyalar tablosuna kaydedilir. Tablodaki bilgileri anlamak bir çeşit matematiktir.

Bu ülke en çok altın madalyaya sahiptir.

Bu ülke toplamda en çok madalyaya sahiptir.

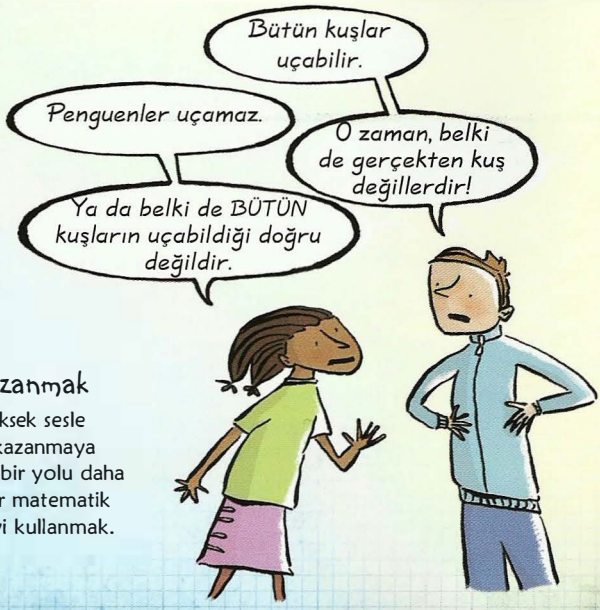
Ülke	Altın	Gümüş	Bronz
Kanada	14	7	5
Almanya	10	13	7
ABD	9	15	13
Norveç	9	8	6
Güney Kore	6	6	2



Kek Yapmak

Kek yapmak için bütün malzemeleri ölçmeniz, onları doğru sırayla karıştırmanız ve doğru sürede pişirmeniz gerekir. Miktarları ölçmek matematiğin bir parçasıdır. Eğer tariften 12 tane kek çıkıyorsa ve siz 18 tane yapmak istiyorsanız matematiği daha da fazla kullanmanız gerekir.





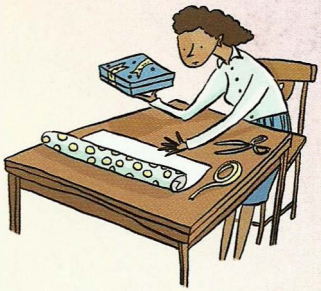
Bir tartışmayı kazanmak

Bazı insanlar daha yüksek sesle bağırarak tartışmaları kazanmaya çalışır. Fakat bunun başka bir yolu daha vardır; aynı zamanda bir matematik çeşidi olan akıl yürütmeyi kullanmak.

Bir rotayı planlamak

Bir yolculuğa çıkacağınızı ve bir minibüsle 10 arkadaşınızı evlerinden alacağınızı hayal edin. Herkesi evinden alırken yolculuk hattınız üzerinde çok fazla geri dönüşler yapmadan en etkili rotayı belirlemek için bir çeşit matematik kullanmaya ihtiyacınız olacak.





Bir hediyeyi paketlemek

Ambalaj kâğıtları genellikle uzun rulolar hâlindedir. Fakat küçük bir hediyeyi paketlemek için bu kadar büyük bir kâğıda ihtiyacınız yoktur. Birçok insan doğru miktarda ambalaj kağıdı kesmek için tahmin yürütür. Tahmin yürütme, matematiğin çok önemli bir parçasıdır.

Sabahları uyanmak

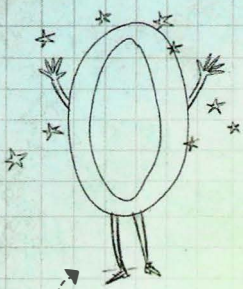
Saatinizin alarmını kaça kuracağınıza nasıl karar verirsiniz? Evden çıkmadan önce duş almanın, giyinmenin ve kahvaltı yapmanın ne kadar süreceğini hesaplamanız gerekir. Bu süreleri sadece tahmin ediyor olsanız bile bu yaptığınız matematiktir.



Bir partiyi planlamak

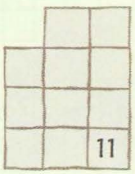
Arkadaşlarınızı evinizde bir partiye davet etmeden önce yeterince yiyeceğiniz ve içeceğiniz olup olmadığından emin olmak için matematik kullanmak zorunda kalırsınız. Eğer bu bir yatılı partiyse herkese yatacak yer sağlamak için yatak odalarınızı düzenlemeniz gerekir ki bu da başka bir matematik çeşididir.





0 bir sayı mıdır?

Asal sayı nedir?



Aritmetik nedir?



En küçük kesir hangisidir?

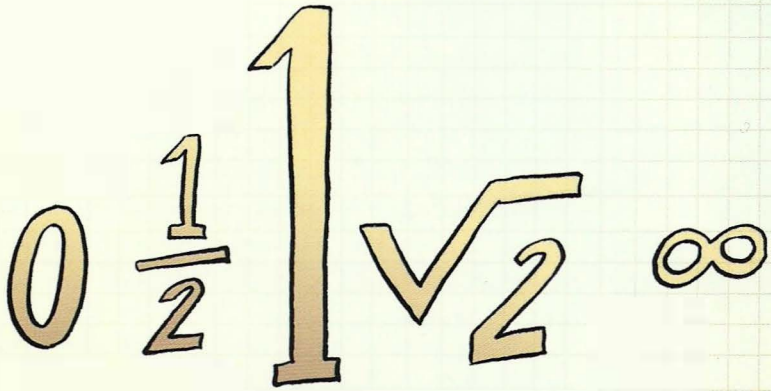
$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{20}$

En büyük sayı hangisidir?



1. Bölüm

Sayı nedir?

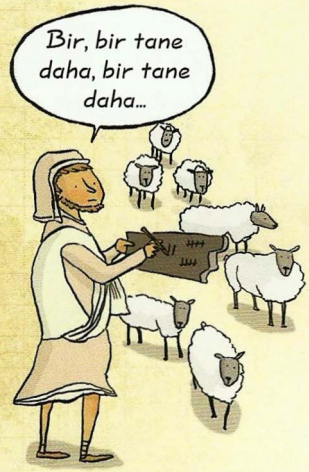


Sayılar, insanların bir şeyleri saymalarına ve ölçmelerine yardım etmek için icat edilmiştir. Ancak, onların da kendi hayatları vardır. Matematikçiler sayıların birbirleriyle olan ilişki şekillerinin çeşitli örüntüler oluşturduğunu keşfetmişlerdir. Kimi zaman bu örüntüler bir şeyleri saymaya ve ölçmeye yardımcı olan kullanışlı püf noktaları ortaya çıkarmaktadır. Bazense sadece birer örüntüdürler.

Saymak ve yazmak

İnsanların saymaları gereken ilk şeylerden biri muhtemelen sahip oldukları hayvanlardı. Miktarların kaydını tutmak için *çentik* olarak adlandırılan çizgi gruplarını odun ya da kemiklerin üzerine kazıdılar.

Üzerinde çentik izleri bulunan antik kemikler, bilinen en eski yazı formlarından biridir.



Temel Semboller

Sayıların çoğunluğu sadece on tane sembol veya **rakam** kullanılarak yazılabilir: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ve 9. Bu semboller, bin yıldan daha fazla bir zaman önce ilk kez Hindistan'da, sonra da Arap dünyasında kullanıldıkları için Hint-Arap sayı sembolleri olarak da adlandırılırlar.

Doğal sayılar

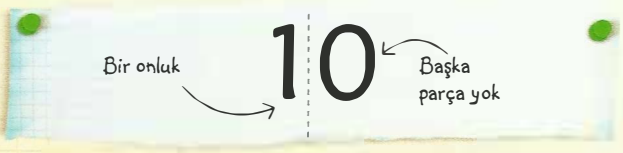
0'dan başlayıp her seferinde bir artırarak sayarsanız **doğal sayıları** saymış olursunuz. Doğal sayılar bir şeyden kaç tane olduğunu tanımlar. Örneğin, bir balık ya da iki şişe.

'0' sembolü ya da **sıfır** istisnadır ve bir şeyden hiç olmadığını ifade eder. Sadece bu on rakamı kullanarak istediğiniz doğal sayıyı tanımlayabilirsiniz; sayının ne kadar büyük olduğu önemli değildir. Bunun için sıfır rakamına teşekkür etmeli...

Hayat kurtaran sıfır

Sıfır, sayılar arasında boşluk bırakmanıza yardımcı olur. Örneğin, 5 ve 6 rakamları 5, 6, 56 ya da 65 yazmak için kullanılabilir. Oysa ki sadece, bir 0'ı bu rakamların içine katmak 50, 60, 506, 605, 560 ve 650 yazabilmenize olanak sağlar. Önemli olan sıfırın konumu ve ortada kaç tane sıfır olduğudur.

Eğer ayak parmaklarınızı saymak isterseniz 1'den 9'a kadar olan rakamlar işin çoğunluğunu yapmanızı sağlar. Sonuncu, yani onuncu parmağı saymak için iki rakam kullanmanız gerekir: 1 ve ardından 0. Buradaki 1, artık *bir parmağı* temsil etmez, sağındaki 0 ile birlikte *on parmaklık bir grup* anlamına gelir. 0 ise o grupta başka bir parmak olmadığını ifade eder.



Ünlü sayı



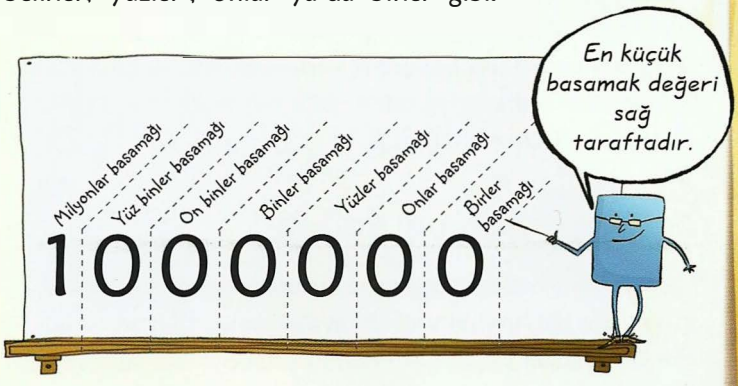
Yaklaşık 1.500 yıl önce, Asya ve Orta Amerika'daki insanlar, 'hiçbir şey' ifadesini tarif edebilmek için çeşitli semboller kullanmıştır.

Yüzük şeklindeki 0, yaklaşık 1.400 yıl önce Hindistan'da icat edilmiştir. 0, Hintli bilgin Brahmagupta tarafından çok büyük sayıları yazmayı kolaylaştırmak için kullanılmıştır.

Onlular hâlinde saymak

Onlular hâlinde sayma **onluk sistem** denilen sayma yaklaşımının temelini oluşturur. Bu yaklaşım ayrıca **onluk taban** olarak da bilinir.

Onluk sistemde her bir rakamın konumu onun değerini belirler; 'yüzler', 'onlar' ya da 'birler' gibi.



Büyük bir sayı gördüğünüzde her bir rakamın değerini bulunduğu yere bakarak anlayabilirsiniz. Buna **basamak değeri** denir. Burada iki örnek verilmekte:



İkilik sayı sistemi

Onlular hâlinde saymak saymanın tek yolu değildir. Bilgisayarlar sadece iki rakamdan (0 ve 1) oluşan bir sayma sistemi kullanırlar. Bu, ikilik sayı sistemi olarak bilinir.

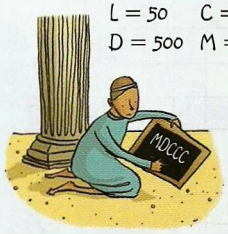
Dünyada 10 tür insan vardır...
...ikilik sayı sistemini anlayanlar ve anlamayanlar.

Buradaki her 0 bir bilgisayarın donanımında bulunan ve kapalı durumdaki bir devre anahtarını temsil eder. 1 ise açık durumdaki bir anahtardır. Bir anahtar başka bir durumda olamayacağından iki rakamdan fazlasını kullanmaya gerek yoktur. İkilik sistemde 2 sayısı '10' olarak ifade edilir: Bir parça 'ikilik' ve sıfır parça 'birlik'.

Romen rakamları

Antik Romalılar, günümüzde Romen sayı sembolleri olarak adlandırılan sembolleri kullanmışlardır. I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX ve X sembolleri 1'den 10'a kadar olan sayıların yerine kullanılır. Romalılar sıfırı kullanmadıklarından büyük sayılar için yeni semboller icat etmek zorunda kalmışlardır.

L = 50 C = 100
D = 500 M = 1000



1808 gibi büyük sayıları yazmak için birçok Romen sayı sembolü kullanmak gerekir.
1808: MDCCCVIII

Negatif sayılar

Negatif problemler
Negatif sayıların nasıl kullanılacağını anlatan ilk kitap, 2.000 yıldan daha uzun bir zaman önce Antik Çin'de yazılmıştır.
Matematik sanatında dokuz bölüm adı verilen kitap, negatif sayıların problemleri çözmek için nasıl kullanılacağını açıklamaktadır.

Sıfırdan başlayarak geriye doğru da sayabilirsiniz. Sıfırdan küçük sayılar negatif sayılar olarak adlandırılır. -1 olarak yazılan sayı tam anlamıyla 'negatif bir' olarak adlandırılsa da bu sayıya genelde 'eksi bir' denir.

Negatif sayılar fikri kulağa garip gelse de gerçek dünyadaki birçok şeyi tanımlayabilir. Örneğin, eğer bir arkadaşınıza 5₺ lira borcunuz varsa ama hiç paranız yoksa bu durumu -5 liranız ya da 'negatif beş liranız' olduğunu söyleyerek ifade edebilirsiniz.

Sonsuza dek ve daima

Sonu gelmeyen işaret
Matematikçi John Wallis, 1655 yılında sonsuz kavramını temsil etmek için ∞ işaretini kullanmıştır.
Eğer sembolün üzerinden bir kalemle geçerseniz, durmadan yuvarlaklar çizmeye devam edebilirsiniz. Ayrıca baskıda kullanımı kolay bir semboldür: Sadece 8'i yana yatırmak yeterlidir.

Eğer sıfırdan başlayıp yukarı doğru sayarsanız asla bir son sayıya ulaşamazsınız. Her zaman pozitif bir sayıya 1 ekleyerek daha büyük bir sayı elde edebilirsiniz. 'En büyük sayı' diye bir şey yoktur ama böyle bir sayının *fikrini* gösteren bir kelime vardır: **Sonsuz.** Bu sayı ∞ işareti ile gösterilir.

Sonsuz, gerçekten var olan herhangi bir şeyi ifade etmeyen soyut bir fikirdir. Örneğin, bir çöldeki kum taneciklerinin ya da bir galaksideki yıldızların sayısı inanılmaz büyük olabilir ama sonsuz değildir.

Bir sonsuzluk paradoksu

19. yüzyıl Alman matematikçisi Georg Cantor, sonsuza ulaşmak için farklı yollar araştırmış ve ilginç bir çift olgu bulmuştur...

A bir sayılar kümesi olsun: Cantor'a göre bütün doğal sayılar.

1, 2, 3, 4, 5....

Bu küme sonsuzdur.

B başka bir sayılar kümesi olsun: Cantor'a göre bütün çift sayılar.

2, 4, 6, 8, 10...

Bu küme de sonsuzdur.

İki kişinin bu kümeleri beraberce birer birer saydıklarını hayal edelim:
A: 1, 2, 3, 4, 5....
B: 2, 4, 6, 8, 10...
Her iki küme de eşit miktarda sayıya sahiptir.

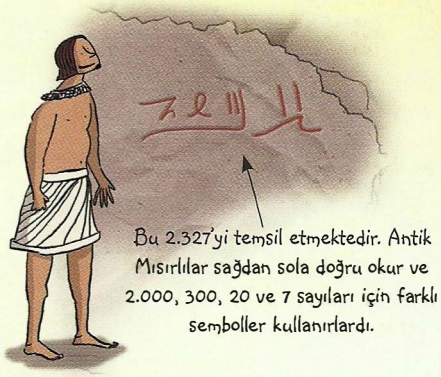
Ancak, A kümesi bütün çift sayıların yanı sıra bütün tek sayıları da kapsar. Yani, A kümesi B kümesinden büyüktür.

Bu bir **paradoks** örneğidir: Her iki ifade de doğrudur ama aynı zamanda birbirleriyle çelişir.



Alternatif sayma sistemleri

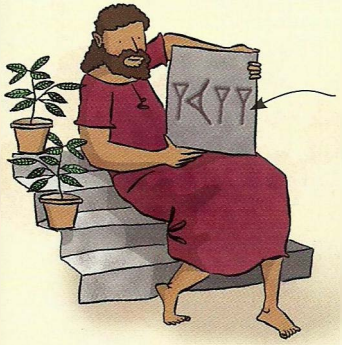
İnsanlar uzun zaman önce birçok sayma sistemi geliştirmiştir. Bunlardan bazıları günümüzde hala kullanılmaktadır.



Bu 2.327'yi temsil etmektedir. Antik Mısırlılar sağdan sola doğru okur ve 2.000, 300, 20 ve 7 sayıları için farklı semboller kullanırlardı.

Semboller ve boşluklar

Yaklaşık 5.000 yıl önce insanlar, günümüzde Irak'ın sınırları içinde kalan Babil'de, 60'lık sistemde sayarlardı. 1 ile 59 arasındaki sayılar için 59 farklı sembol kullanmış ve sıfır için bir boşluk bırakmışlardır. Daha büyük sayılar için, her sembolün konumu 60'lık grupları ya da 60x60'lıkları temsil etmekteydi.



Bu sayı 72'dir. İlk sembol 60'lık bir grubu temsil ediyor. Ondan sonraki üç sembol 12 birimi temsil ediyor.

Bu sayma sistemi, saatlerin 60 dakikaya, dakikaların da 60 saniyeye bölünmesi yaklaşımıyla hayatta kalmıştır.

Sıfırsız Mısırlılar

Antik Mısırlılar yaklaşık 6.000 yıl önce, 1 ile 9 arasındaki rakamlar için işaretler kullanan bir sayı sistemi geliştirmeye başladılar. Sıfırı göstermek gibi bir yönteme sahip değillerdi. Bu nedenle, onluk, yüzlük vb. sayı gruplarını göstermek için Romalılar gibi farklı semboller kullanmışlardır.

Sayı sembolleri ve sütunlar

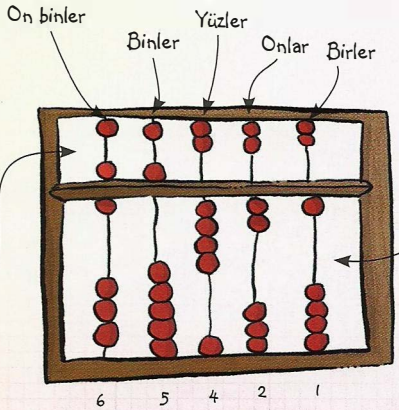
3.000 yıldan daha uzun bir zaman önce Orta Amerika'daki Mayalar, saymak için 20'lik sistemi kullanmıştır. Mayaların 0-19 için sayı sembolleri vardı. Daha büyük sayılar için sayı sembollerinden oluşan satırlar yazarlardı. Üst satırlar 20'lik grupları ve 20 x 20'likleri ifade ederdi, aynı bizim 10'luk ve 100'lükler gibi.



Bu gösterimdeki sayı 809'dur. Burada iki grup 400'lük ve dokuz birlik varken hiç 20'lik yoktur.

Abaküs ile saymak

Abaküs ya da sayı boncuğu olarak adlandırılan sayma aletlerinin birçok çeşidi vardır. Bunlardan bazıları Asya'nın belirli bölgelerinde hala kullanılmaktadır. Her abaküsün bir ızgara içine yerleştirilmiş boncuklardan oluşan sütunları vardır. Her sütun artmakta olan miktarları gösterir. Örneğin, onluk sistemdeki birlikler, onluklar, yüzlükler ve bu şekilde devam eden birimler.



Zihinden hesaplama

Bazı insanlar zihinden aritmetik yapmada ya da akıldan toplamada gerçekten iyidir. Fakat zihinden aritmetik yapmak herkes için o kadar kolay değildir.

Albert Einstein gibi bazı matematik dâhileri bile bu konuda sorunlar yaşamıştır. Eğer siz de bu konuda sıkıntılar yaşıyorsanız, bunun matematikte kötü olduğunuz anlamına geldiğini düşünmeyin.



Hesaplama yarışı

Karşınıza çıkan her toplama işlemini hesap makinesi kullanarak yapmak çok cazip olabilir. Ancak, aritmetik konusunda pratik yaparsanız beyninizin çoğu zaman bir hesap makinesinden daha hızlı olduğunu göreceksiniz.

2 x 2 x 2 x 2 işleminin sonucu kaçtır?



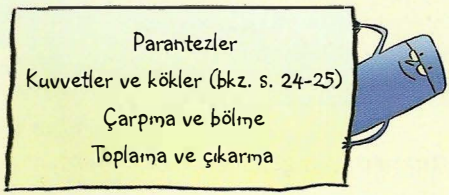
Aritmetik yapmak

Belki de sayıların en çok kullanıldığı yer matematiğin bir türü olan **aritmetiktir**. Aritmetik toplama, çıkarma, çarpma ve bölme olmak üzere dört işlemi kullanmak için sayıları bir araya getirir.

İnsanların çoğu günlük hayatta aritmetiği kullanır. Örneğin, bir şeyin parasını öderken bozuk paraların toplamını hesaplamak ya da bir keki eşit şekilde bölmek için aritmetiği kullanırız.

Doğru sıralamayı bulmak

Genellikle bir sayı problemini çözmenin en hızlı yolu hesap makinesi kullanmaktır. Ancak, hesap makinesine sayıları ve sembolleri doğru bir şekilde tuşlamazsanız hesap makinesi doğru sonucu vermeyecektir. Herhangi bir aritmetik problemini çözmek için doğru bir sıralama vardır. İşte doğru sıralama:



Parantezler hesaplamanın hangi kısmının ilk önce yapılacağını gösterir. Örneğin 8 + 12 ÷ 4 − 2 hesaplamasını ele alalım:

$(8+12) \div (4-2)$
$= 20 \div 2$
$= 10$

$8 + (12 \div 4) - 2$
$= 8 + 3 - 2$
$= 9$



Ne olduğunu tahmin et?

Bazen bir matematik probleminin sonucunu **tahmin etmek** ya da varsayımda bulunmak yararlıdır. Örneğin, eğer alış veriş yapıyorsanız ve almak istediğiniz her şey için yeterince paranızın olup olmadığını bilmek istiyorsanız, fiyatları yukarı ya da aşağı yuvarlarsınız ve böylece zihninizden hızlıca toplama yapabilirsiniz. Bu size yaklaşık bir sonuç verecektir.





Bir hesaplamayı hızlıca yapmanız gerekebilir, örneğin 18 x 22. Önce her iki sayıyı da 20'ye yuvarlayabilirsiniz. 20 x 20 işlemini yapmak daha kolaydır ve size kesin sonuca yakın bir değer verir.

20 x 20 = 400

(Kesin sonuç: 18 x 22 = 396)

Sezgiye dayalı tahminler

Tahminlerin çoğu *bilinen* sayıların yuvarlanmasıyla yapılır. Ancak, bazen sayıları bile bilmeden yanıtı tahmin etmek işinizi kolaylaştırabilir. Bu, genellikle **sezgiye dayalı tahmin** olarak adlandırılır.

Uzaylılar var mı?

Amerikalı astrofizikçi Frank Drake, galaksimizde bir uzaylı uygarlığının var olma olasılığı üzerine çalışmıştır. Bu büyük soruyu yanıtlamaya yardımcı olmak için daha küçük soruların bir listesini oluşturmuştur. Bazı soruların yanıtları gözleme dayalı olarak tahmin edilebilirken bazıları sezgisel tahminleri gerektirmekteydi.

Tahmin edilebilir sorular:
a) Gökadamızda kaç yıldız vardır?
b) Kaç yıldızın gezegenleri vardır?
c) Kaç gezegende yaşam için uygun koşullar vardır?

Sezgiye dayalı tahmin edilebilir sorular:
a) Kaç tane gezegende gerçekten yaşam gelişmiş olabilir?
b) Kaç tane gezegende medeniyetler gelişmiş olabilir?





Çarpanlarla ilgili gerçekler

1 dışındaki bütün sayıların en az 2 tane çarpanı vardır: 1 ve kendisi.

Bütün çift sayıların (2 hariç) en az 3 çarpanı vardır: 1, 2 ve kendisi.

Tek sayıların çarpanları her zaman tek sayıdır.

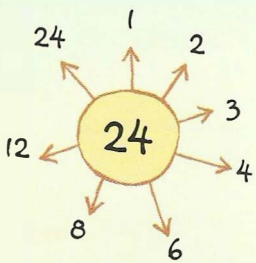
Çift sayıların çarpanları tek ya da çift sayı olabilir.

Sayıları ayırmak

Sayılar kendilerini tam olarak bölen bir veya daha fazla **çarpana** ayrılabilir. Bütün tam sayılar bir çarpanı paylaşır: 1. Fakat çoğu sayının başka çarpanları da vardır. Örneğin, 6 sayısının çarpanları 1, 2, 3 ve 6'dır.

Çarpanları bulmak

Bir sayının bütün çarpanlarını bulmak için o sayıyı 1, 2, 3, 4 şeklinde devam eden bütün küçük sayılara bölmeye çalışın. Örneğin, 24 sayısının çarpanları:



Çarpanları bulmanın herhangi bir kısa yolu yoktur. Ancak, 1'den başlayıp büyük sayılara doğru çarpanları çiftler hâlinde listeleyerek bu işi daha hızlı yapabilirsiniz.

24'ün çarpanları

1, 24
2, 12
3, 8
4, 6
(6, 4)

Bu çiftlerin her biri çarpıldığında 24 sayısını verir.

Bir sayı tekrarlandığında bütün çarpanları bulduğunuz sonucuna varabilirsiniz.

Sayı arkadaşlığı

Antik Yunan matematikçisi Pythagoras (Pisagor), Pisagor Kardeşliği adı verilen bir topluluk kurmuştur. Topluluk üyeleri sayıların dünyadaki her şeyi açıklayabileceğine inanmaktaydı.

Özellikle sevdikleri iki sayı 220 ve 284'tü. 220 sayısının 1 ve 220 dışındaki çarpanlarını topladığınızda 284 sayısını elde edersiniz.

284 sayısının 1 ve 284 dışındaki çarpanlarını topladığınızda sonuç 220 olur.

Pythagoras (Pisagor) aralarında garip bir bağlantı olan bu sayıları 'bağdaşık sayılar' olarak adlandırmıştır. Bu sayılar arkadaşlığı sembolize eder.



Çarpanları kullanmak

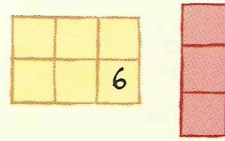
Büyük sayılar içeren bir hesaplama yapmak istediğinizde, sayıları çarpanlarına ayırmak işinizi kolaylaştırır. Örneğin, 24 x 3 işlemini yapmak için 24'ü 3 x 8 şeklinde bir çarpan çifti olarak yazabilirsiniz. Şimdi hesaplamanız gereken işlem 3 x 3 x 8'dir. Eğer çarpım tablosunu biliyorsanız, bu çok kolay bir işlem olan 9 x 8 hâline gelir. (Sonuç 72'dir.)

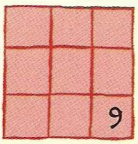
Asal sayılar

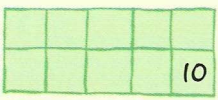
Bazı sayıların sadece iki tane çarpanı vardır: 1 ve kendisi. Bu sayılar **asal sayılar** olarak adlandırılır. (1 sayısının sadece bir tane çarpanı –kendisi– vardır. Bu nedenle asal sayı olarak *kabul edilmez.*)

Hangi sayıların asal olduğunu bulmak için onları aşağıdaki gibi çizebilirsiniz...

Asal olmayan sayılar dikdörtgenler oluşturur.

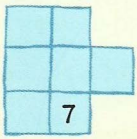




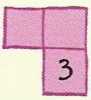


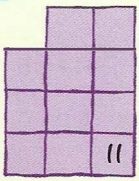
Asal sayılar sadece bir doğru şeklinde düzenlendiği zaman bir dikdörtgen oluşturur.











Ünlü sayı



Esas yapı taşı olan sayı 1'dir. Birçok 1 sayısını toplayarak istediğiniz tam sayıyı oluşturabilirsiniz.

1 etrafınızda göreceğiniz en yaygın sayıdır. Amerikalı fizikçi Frank Benford hemen hemen bütün metinlerin içerisinde, örneğin bir gazetede, 1 rakamı ile başlayan sayıların herhangi bir sayıdan yaklaşık üç kez daha fazla yazıldığını keşfetmiştir.

Asal sayı bulmacası

Asal sayılar ile ilgili en garip şeylerden bir tanesi, bir liste hâlinde yazıldıklarında herhangi bir örüntü oluşturmamalarıdır.

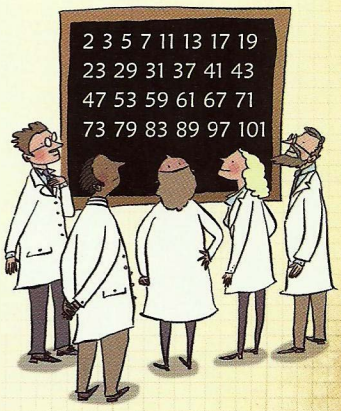
Matematikçiler, binlerce yıldır asal sayıların dizilimi ile ilgili bir örüntüyü ya da kuralı keşfetmek için uğraşmış ama başarıya ulaşamamıştır.

Asal sayılar ve gizemleri

1970lerde, RSA olarak bilinen üç ABD'li matematik profesörü, asal sayıların kırılamayan şifreler oluşturmakta nasıl kullanılabileceklerini gösterdi. RSA yöntemi günümüzde çevrimiçi bankacılık işlemlerinde ve alışveriş güvenliğini sağlamada kullanılmaktadır.

İşin püf noktası çok büyük iki asal sayıyı seçip bunları birbiriyle çarpmaktır. Bu işlem çok uzun bir sayı oluşturur. Elde edilen sayı bir kredi kartı numarasıyla birleştirilebilir ve kart numarası gizli tutulabilir.

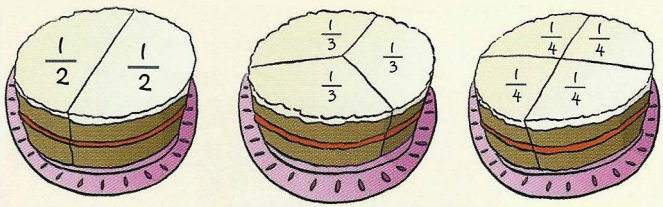
Kredi kartı numarasına ulaşmanın tek yolu orijinal asal sayıları kullanmaktan geçer. Bilinen bütün asal sayıların kombinasyonunu bir bilgisayar ile deneyerek sonuca ulaşmak on yıllarca zaman alacaktır.



Sayıların parçaları

Tam sayıların yanı sıra kesirler olarak bilinen sayı parçaları da vardır. **Kesirler** gerçek yaşamda da bulunur. Örneğin, bir kekin dilimleri kesirlerle ifade edilir.

Çizginin üstündeki sayı **pay** olarak adlandırılır. Pay, 'parçaların' sayısıdır.



Çizginin altındaki sayı **payda** olarak adlandırılır. Payda, tam sayıyı oluşturan 'parçaların' toplam sayısıdır.

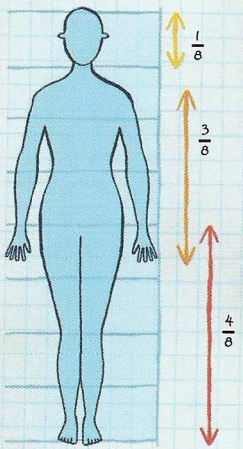
Karıştırılmış kesirler

Basit kesirlerin payındaki sayı paydasındakinden daha küçüktür. Örneğin $\frac{9}{20}$ (dokuz bölü yirmi). Basit kesirler en çok karşılaşacağınız kesir çeşididir.

Bileşik kesirlerin payındaki sayı paydasındakinden daha büyüktür. Bu tür kesirler bir tam sayı ve basit kesrin bileşimi olarak da yazılabilir ve **tam sayılı kesirler** olarak adlandırılır. İşte bir örnek:

Sanatsal matematik

Sanatçılar bir insan vücudu çizerken vücudu kesirlere ayırırlar. Bu işlem her bir parçanın orantılı olup olmadığını kontrol etmelerinde sanatçılara yardımcı olur.



Kafa = Toplam uzunluğun $\frac{1}{8}$'i

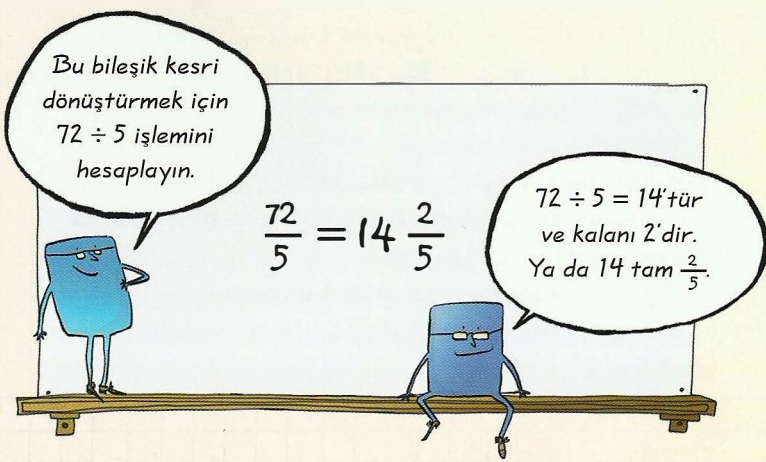
Kollar = Toplam uzunluğun $\frac{3}{8}$'i

Bacaklar = Toplam uzunluğun $\frac{4}{8}$'i

Görünmeyen kesirler



Tam sayılar da kesir olarak yazılabilir. Örneğin, 2 sayısı $\frac{2}{1}$ olarak yazılabilir ve 'ikideki birlikler' anlamına gelir. Alt taraftaki '1' genellikle yazılmadığından 'görünmeyen ya da gizli payda' olarak bilinir.



Yine aynı sayı

Aynı miktarı kesir olarak yazmanın birçok yolu vardır. Örneğin, $\frac{50}{100}$, $\frac{10}{20}$ ve $\frac{1}{2}$ yarımı ifade etmenin farklı yollarıdır.

Aritmetik yaparken öncelikle kesirleri sadeleştirmek genellikle işinizi kolaylaştırır. Ancak, eğer gerçek bir durumu anlatıyorsanız, örneğin bir orkestradaki solakların sayısından bahsediyorsanız, "30'da 5" ifadesini kullanmak, sadeleştirilmiş "6'da 1" ifadesini kullanmaktan daha anlamlıdır.

Eşit kesirler

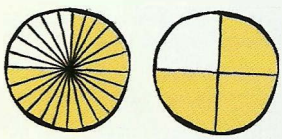
Bir kesri ele aldığınızda çizginin üstündeki ve altındaki sayının ortak bir çarpanı, yani payı ve paydayı aynı anda bölebilen bir sayı olup olmadığını kontrol edin. Eğer varsa, kesir sadeleştirilebilir.

Örneğin, $\frac{18}{24}$ kesrine bakın.

18 ve 24 sayılarının ikisi de 6 ile bölünebilir.

18'de 3 tane, 24'te ise 4 tane altı vardır.

Öyle ise, $\frac{18}{24}$ ifadesi $\frac{3}{4}$'ün aynısıdır.



En küçük kesir

Bir ekmeği sürekli daha küçük parçalara bölerseniz dilimler sonunda kırıntıya dönüşecektir. Antik Yunan filozofları, bir nesneyi yarıya bölme işlemine devam edildiğinde sonunda öyle küçük bir parça oluşur ki artık daha fazla yarıya bölünemez fikrini ortaya atmışlardır. Antik Yunan'da bu hayali şeye 'bölünemez' anlamına gelen 'atom' adını vermişlerdir.



Ancak, matematik dünyasında sınırlar yoktur. Ne kadar küçük olursa olsun istediğiniz bir sayıyı alabilir ve daha küçük bir sayı elde etmek için ikiye bölebilirsiniz. En büyük sayı diye bir şey olmadığı, sadece sonsuzluk ya da ∞ fikri olduğu gibi, en küçük sayı diye bir şey de yoktur; sadece $\frac{1}{\infty}$ kavramı vardır.

Küçülen kesirler

Paydanın değerinin artırılması kesri küçültür. Eğer pay aynı kalır ama payda büyürse kesir küçülür. Bu nedenle, $\frac{1}{3}$ kesri $\frac{1}{2}$'den daha küçüktür; $\frac{1}{6}$ daha küçük, $\frac{1}{10}$ ise en küçüktür.

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{10}$

Ondalık kesre çevirme

Bir kesri ondalık kesre çevirmek için kesir tarafından tanımlanan bölme işlemini yapın. Örneğin, $\frac{1}{2}$ ifadesi $1 \div 2$ şeklinde yazılır ve bu da 0,5'tir.

Mesajı anladınız mı?

Kesirlerin yanı sıra, sayıların bazı kısımları ondalık virgülü adı verilen bir işaret kullanılarak ondalık kesir olarak da yazılabilir. Örneğin, 0,1 sayısı onda birleri ya da $\frac{1}{10}$ kesrini ifade eder. Ondalık virgülünden sonraki her bir konum ondalık basamak (o.b.) olarak adlandırılır. Virgülden sonraki ilk konum onda birler basamağıdır; ikinci konum yüzde birler basamağını gösterir ve bu şekilde devam eder.



Hiç bitmeyen sayı

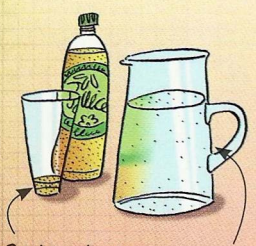
Bazı sayıların kesir hâli ondalık kesir hâline göre daha kullanışlıdır. $\frac{1}{3}$ basit bir kesirdir. Ancak, ondalık kesir olarak $\frac{1}{3}$ sizi 0,3333333333333... sayısıyla baş başa bırakır. Bu 3'ler sonsuza kadar devam eder. Bu sayı, tekrarlayan sayının üzerine bir çizgi çekilerek, yani $0,\overline{3}$ şeklinde gösterilebilir. 'Sıfır virgül üç devirli' şeklinde okunur.

Bir kesir olarak bu sayı $\frac{1489}{10000}$ şeklinde yazılır.

Bir ondalık kesri 10 ile çarpmak için her bir rakamı bir sütun sola kaydırın. Bu durumda 0,1489 ondalık kesri 10 ile çarpılınca 1,489 hâline gelir. 0,1489 ondalık kesrini 10 ile bölmek için her bir rakamı bir sütun sağa kaydırın ve ondalık kesrin başına bir sıfır getirin. Bu durumda 0,1489 ondalık kesri, 10 ile bölününce 0,01489 hâline gelir.

Bir tarif oranı

Oranlar, yiyecek ve içeceklerin etiketlerinde sıklıkla kullanılır:



Bir birim konsantre meyve suyunu 5 birim su ile karıştırın.

Bir şeyleri karşılaştırmak

Kesirler farklı miktarları ve nesneleri karşılaştırmak için kullanılabilir. Bu işi yapmanın başka bir yolu ise verilen iki sayıyı oranlamaktır. Örneğin, siz ve arkadaşınız birlikte bir iş yaptınız ama siz daha çok çalıştığınızı düşünüyorsunuz...

Eğer siz arkadaşınızdan üç kat daha fazla çalıştıysanız, bunu 3:1 oranı ile ifade edebilirsiniz. Bunun anlamı sizin yaptığınız her üç parça iş için arkadaşınızın bir parça iş yaptığıdır.



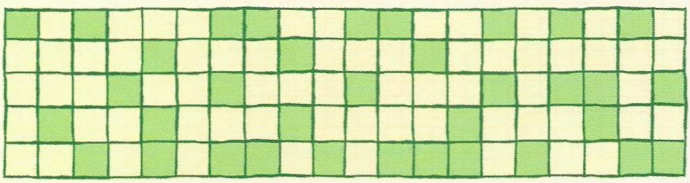
Bu durumu kesirlerle ifade etmek gerekirse, bir işin $\frac{1}{4}$'ünü arkadaşınız, $\frac{3}{4}$'ünü ise siz yapmışsınız.



% hakkında her şey

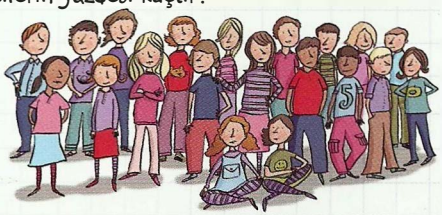
% sembolü ya da yüzde, "her bir 100'de" anlamına gelir. Yüzde, sınav sonuçları, indirimli fiyatlardaki oranlar ve ölçümler gibi birçok şey için kullanılan bir tür kesirdir.

Örneğin, 100 duvar fayansından 35'i yeşil ise fayansların $\frac{35}{100}$'ü ya da %35'i yeşildir diyebilirsiniz.



Yüzdeleri herhangi bir kesri tanımlamak için kullanabilirsiniz. Yapmanız gereken kesri, paydası 100 olacak şekilde dönüştürmektir.

20 kişilik bir sınıfta 4 öğrenci kızıl saçlıysa kızıl saçlı öğrencilerin yüzdesi kaçtır?



Sonuca ulaşmanın yollarından biri, sınıfta 100 öğrenci olsaydı kaç tanesinin kızıl saçlı olacağını hayal etmektir:

1. Eğer 20 öğrencilik 5 sınıf olsaydı, toplamda 100 tane öğrenci olurdu.

2. Her sınıfta 4'er tane kızıl saçlı öğrenci olsaydı, toplam kızıl saçlı öğrenci sayısı 4 x 5 yani 20 olurdu.

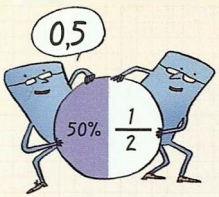
3. Öyleyse, soruda geçen sınıftaki kızıl saçlı öğrencilerin yüzdesi, 100'de 20 ya da %20'dir.



Hepsi aynı

Bazen iki sayı aslında aynı şeyi değişik yollarla tanımladıkları için farklı görünebilir.

Bu dairenin ne kadarı mavidir?



Bu gösterimlerin hepsi soruyu yanıtlamanın doğru yollarıdır.

Kesirlerden yüzdeye

Herhangi bir kesri yüzdeye çevirebilirsiniz: Sadece 100 ile çarpmanız yeterlidir.

$\frac{3}{10}$'u yüzde olarak yazmak için:

$\frac{3}{10} \times 100 = \frac{3}{10} \times \frac{100}{1}$

$= \frac{300}{10}$

$300 \div 10 = 30$, öyleyse $\frac{3}{10}$, %30'dur.

Roma vergisi

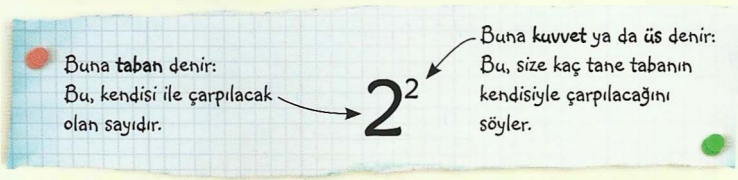
100'lü kesirleri kullanmak Roma dönemlerinden beri yaygındır. Roma İmparatoru Augustus, açık artırmayla satılan tüm ürünlerden centesima rerum venalium adı verilen ve $\frac{1}{100}$ ya da %1 oranında alınan bir vergiyi uygulamaya koymuştur.

Satan kişiyi sattığı her mal için %15'e varan miktarlarda vergi vermeyle sorumlu tutan günümüz modern açık artırma sistemlerinin yanında bu miktar oldukça düşüktür.

Süper kuvvetler

Küçük bir sayıyı çok büyük bir sayıya çevirmenin en hızlı yollarından birisi **kuvvetleri** kullanmaktır.

Örneğin, bir sayının 2. kuvvetinin almak sayıyı kendisi ile çarpmaktır. Buna aynı zamanda sayının **karesini almak** denir. Eğer 2 sayısının 2. kuvvetini alırsanız ikinin karesini almış olursunuz ve bunu 2^2 şeklinde ifade edebilirsiniz.



Sonuç 4'tür ve **tam kare sayı** olarak adlandırılır.

Eğer bir sayının 3. kuvvetini alırsanız, o sayıyı kendisiyle çarparsınız ve sonra tekrar kendisiyle çarparsınız. Buna **küpünü almak** denir ve ortaya bir **kübik sayı** çıkar. Örneğin, 2^3 ifadesi şu şekilde hesaplanır: 2 x 2 x 2 = 8.



Kuvvetli şeyler

Bir sayının istediğiniz kuvvetini alabilirsiniz. Bir taban ve kuvvet olarak yazılan sayılar **üslü sayılar** olarak bilinir. Bu, çok büyük sayıları yazmanın kısa bir yoludur. Örneğin, 8'in 6. kuvveti 8x8x8x8x8x8 = 262.144'tür. Fakat bu sayıyı 8^6 şeklinde yazmak daha kolaydır.

Büyüklük kertesi

Matematikçiler zaman zaman **büyüklük kertesi** kavramından bahseder. Bu, sayıların büyüklüklerini kıyaslamanın bir yoludur. Örneğin, 1.000 sayısı 100'den bir büyüklük kertesi oranında büyüktür. 10.000 ise 10 sayısından 3 büyüklük kertesi oranında büyüktür. İlave edilen her sıfır bir büyüklük kertesi anlamına gelir.



3,3 m = 330 cm (bkz. sayfa 51). 330 cm 33 cm'den bir büyüklük kertesi oranında büyüktür.

Küçük kuvvetler



Bir sayının 1. kuvvetini almak, 'o sayıdan sadece bir tane almak' anlamına gelir. Örneğin, 6^1 = 6'dır.

-1. kuvveti alınan herhangi bir sayı, kendisinin kesri hâline gelir ve bir sayının **çarpmaya göre tersi** olarak adlandırılır. Örneğin, $6^{-1} = \frac{1}{6}$.

Bir sayının sıfırıncı kuvvetini almak, 'o sayının bir tanesinin kendisine bölümü' anlamına gelir. Sonuç her zaman 1'dir. Örneğin, $6^0 = \frac{6}{6} = 1$.

10'un kuvvetleri

Çok büyük sayılar, genel olarak 10 sayısının taban olarak alındığı bilimsel gösterim formatında yazılır. Örneğin, 2.310.000 sayısını $2{,}31 \times 10^6$ şeklinde yazabilirsiniz. 10'un 10'un kuvveti her arttırıldığında rakamlar birer basamak sola doğru kayar.

Bilim insanları bilimsel gösterimi muazzam büyüklükteki sayılarla çalışırken kullanırlar. Örneğin, uzaydaki yıldızların sayısını tahmin ederken (yaklaşık 5×10^{22}) ya da bir çay kaşığı suda bulunan molekül sayısını hesaplarken (yaklaşık $1{,}65 \times 10^{23}$)...



Ufacık ve devasa

Bilim insanları sık sık çok küçük ve çok büyük sayıları kullanmaya ihtiyaç duyarlar. Bunları yazmak için bilimsel gösterimi kullanırlar.

Çok küçük sayıları yazmak için 10'un eksi kuvvetlerini kullanırlar. Örneğin,

0,002 sayısı 2×10^{-3} şeklinde yazılır.

0,00000000006 sayısı 6×10^{-11} hâline gelir. Eksi kuvvet, sayının ondalık basamaktaki konumunu belirler.

Büyük sayıları tanımlamak için bilimsel gösterimin yanı sıra belli adlandırmaları da kullanabilirsiniz. Örneğin:

Bir desilyon = 10^{33}

Bir vigintilyon = 10^{63}

Bir googol = 10^{100}

Bir googolpleks = $10^{10^{100}}$

Googolpleks sayısı o kadar çok yer kaplar ki en küçük yazıyla bile yazılsa dünyada bu sayıyı yazmaya yetecek kadar kâğıt yoktur.

Kökleri bulmak

Bir sayının karesini almanın tersi onun **karekökünü** almaktır. Karekök, kendisiyle çarpıldığında orijinal sayıyı veren sayıdır. Karekök şu sembolle gösterilir: $\sqrt{\ }$. Örneğin, 9'un karekökü 3'tür. Çünkü eğer 3'ü kendisiyle çarparsanız 9'a eşit olur.

Bunun dışında **küp kökleri** de hesaplayabilirsiniz, $\sqrt[3]{\ }$. Bir küp kök, orijinal sayıyı elde etmek için küpü alınan sayıdır. $\sqrt[3]{27} = 3$'tür. Çünkü: $3 \times 3 \times 3 = 27$. $\sqrt[4]{\ }$, $\sqrt[5]{\ }$, $\sqrt[100]{\ }$ ya da herhangi başka bir kökü de alabilirsiniz.

İki çözüm:

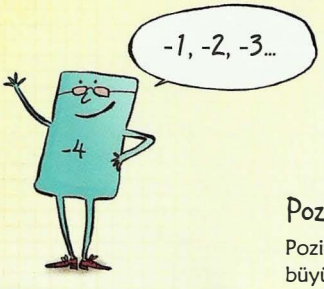


İki negatif sayıyı birbiriyle çarparsanız bir pozitif sayı elde edersiniz. Bu, bir sayının iki farklı karekökü olabileceği anlamına gelir.

Örneğin, $2^2 = 4$ ve $-2^2 = 4$'tür. Öyleyse, 'hangi sayının karesi 4'tür?' sorusunun yanıtı ± 2'dir.

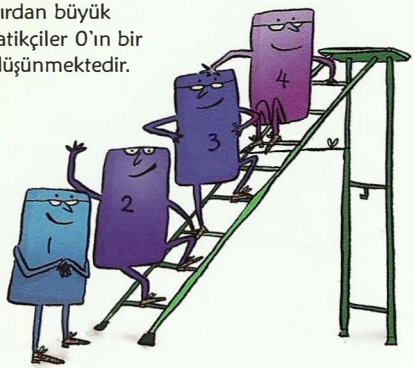
Her çeşit sayı

Bazı sayı çeşitleri dünyadaki bazı şeyleri tanımlamak için oldukça kullanışlıdır. Bazılarıysa matematik problemlerini çözmek için faydalıdır. Ve bazılarıysa matematikçilerin icat ettiği fikirlerdir. Burada bazı yaygın sayı çeşitleri hatırlatılmakta ve bazı garip sayı çeşitleri tanıtılmaktadır.



Doğal sayılar

Doğal sayılar sıfır ve sıfırdan büyük sayılardır. (Bazı matematikçiler 0'ın bir doğal sayı olmadığını düşünmektedir. Örneğin Cantor gibi...)



Pozitif sayılar

Pozitif sayılar sıfırdan büyük sayılardır.

Negatif sayılar

Negatif sayılar sıfırdan küçük sayılardır.



Kesirler

Kesirler tam sayıların parçalarıdır. Eğer bir sayı, bir tam sayı ve bir kesirden oluşuyorsa ona tam sayılı kesir denir.

Kesirler ve tam sayılı kesirler, ondalık virgülü kullanılarak ondalık kesirler olarak yazılabilir.



Rasyonel sayılar

Kesir olarak yazılabilen sayılar **rasyonel sayılar** olarak bilinir ve ayrıca bir oran olarak da ifade edilebilir. Tam sayılar da kesir ve oran olarak yazılabilir, bu nedenle onlar da rasyonel sayılara dâhildir.



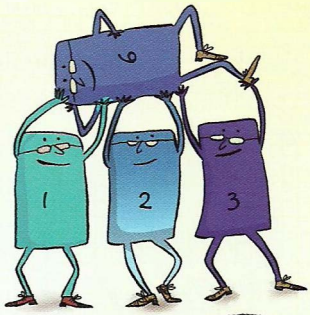
İrrasyonel sayılar

Bazı sayılar kesir ya da oran olarak yazılamazlar. Bunlar **irrasyonel sayılar** olarak adlandırılır. Tam olarak bir ondalık kesir şeklinde de yazılamazlar. Çünkü irrasyonel sayıları yazmak için sonsuz sayıda ondalık basamağa ihtiyaç vardır.



Mükemmel sayılar

Bazı sayıların ayrıcalıklı özellikleri vardır. Eğer bir sayının tüm çarpanlarını (sayının kendisi dışında) topladığınızda kendini veriyorsa bu bir **mükemmel sayıdır**. 6'nın çarpanları 1, 2, 3 ve 6'dır. 1 + 2 + 3 = 6. O hâlde 6 bir mükemmel sayıdır. Bir sonraki mükemmel sayı 28'dir. Bugüne kadar 47 mükemmel sayı bulunmuştur.



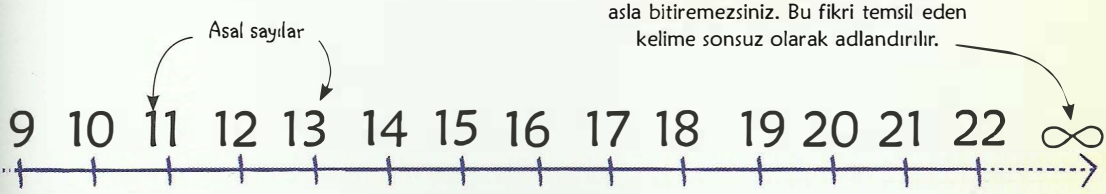
Çarpanlar ve asal sayılar

Çarpanlar, daha büyük bir sayıyı kalansız olarak bölen sayılardır. Bazı sayıların yalnızca iki çarpanı vardır, kendileri ve 1. Bunlar asal sayı olarak adlandırılır.



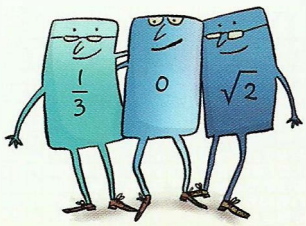
Sonsuz

Sonsuza kadar saymaya çalışırsanız saymayı asla bitiremezsiniz. Bu fikri temsil eden kelime sonsuz olarak adlandırılır.



Gerçek (reel) sayılar

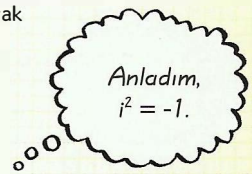
Gerçek sayılar, sayı doğrusu üzerindeki tüm noktalardır. Bir gerçek sayıyı temsil etmek için herhangi bir konumu işaret edebilirsiniz. Gerçek sayılar, negatif ya da pozitif, kesir ya da ondalık kesir, sıfır, rasyonel ve hatta irrasyonel olabilirler.

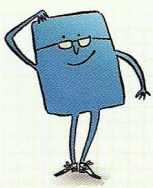


Karmaşık sayılar

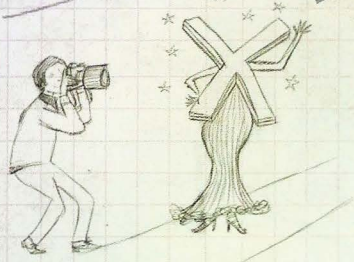
Eğer iki negatif sayıyı çarparsanız her zaman pozitif bir sayı elde edersiniz. Bu, hiçbir negatif sayının bir karekökü olmadığı anlamına gelir.

Fakat matematikçiler $\sqrt{-1}$ ifadesini temel alan yeni bir sayı çeşidini icat etmeye karar vermişlerdir. Bu sayı i sembolüyle temsil edilmektedir. Bu sayılar **karmaşık sayılar** olarak adlandırılır. Karmaşık sayıların gerçek sayılardan farkı, **karmaşık sayıları** bir sayı doğrusu üzerinde bulamayışınızdır.





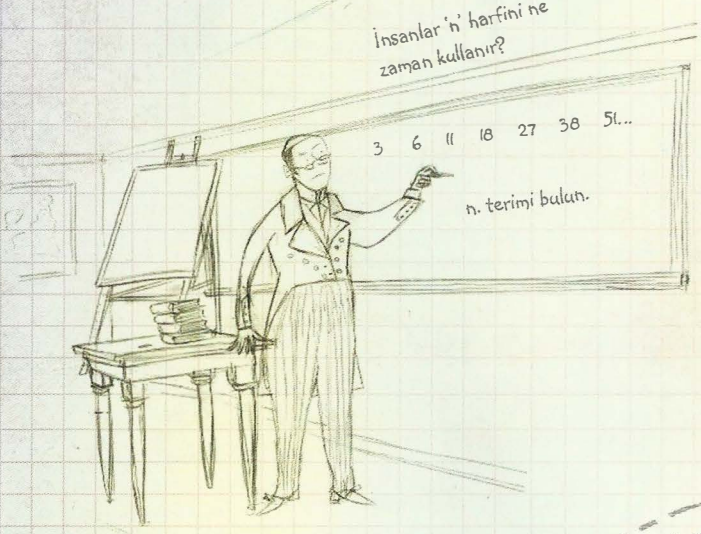
Cebirde neden "X" harfi kullanılır?



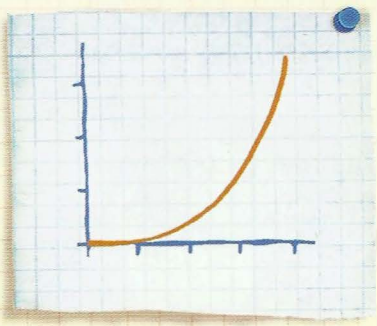


Cebiri kim icat etti?

İnsanlar 'n' harfini ne zaman kullanır?



Harf ve sayıları bir resme nasıl çevirirsiniz?



2. Bölüm

Bilinmeyeni bulmak



Bazı matematik problemleri bilinmeyen bir sayıyı bulmak üzerinedir. Sayı bilinmediği için rakamlarla tarif edilemez. Bu nedenle matematikçiler bu gibi durumlarda harf ve sembolleri kullanır. Kimi zaman problem, sembolün yerine değişik sayılar denenerek çözülebilir: Tıpkı bir spor karşılaşmasında bir teknik direktörün oyuncuları değiştirmesi gibi. Bu, bir tür matematik olan **cebire** basit bir örnektir.

Bilinmeyen bir sayıyı bulmanın ötesinde, cebir size sonucun kaç olduğunu izah edecek genel bir kural ya da formül bulmanızda yardımcı olur. Bir **formül**, sadece bir problemde değil tüm problemlerde kullanılabilir. Formüller, sonuçları anlaşılır ve görünür kılan ve **grafik** adı verilen resimleri çizmek için de iyi bir araçtır.

Kayıp sayı

$(\square \times 5) \div 3 = 10$ ya da $(? \times 5) \div 3 = 10$

Buradaki eksik sayı nedir?

Yukarıdaki soruda eksik sayı □ ya da ? sembolü ile gösterilmiştir.

Bu tür ifadelerde herhangi bir sembol kullanılabilir. Ancak, cebirde tercih edilen normalde bir harfin kullanılmasıdır: Genellikle de bir X.

Yukarıdaki problemi şu şekilde de yazabilirsiniz:

$(5 \times X) \div 3 = 10$



Bir matematik sınavında X'in ne olduğunu bulmanız istenebilir. Bu, "X'in yerine hangi sayıyı koyarsak bu hesaplama hâlâ doğru olur?" anlamına gelir.

İlk sembol

3. yüzyılda, bilinmeyen sayıları ifade edebilmek için semboller kullanan ilk matematikçilerden biri İskenderiyeli Diophantus'tur. Diophantus ς sembolünü kullanmıştır.





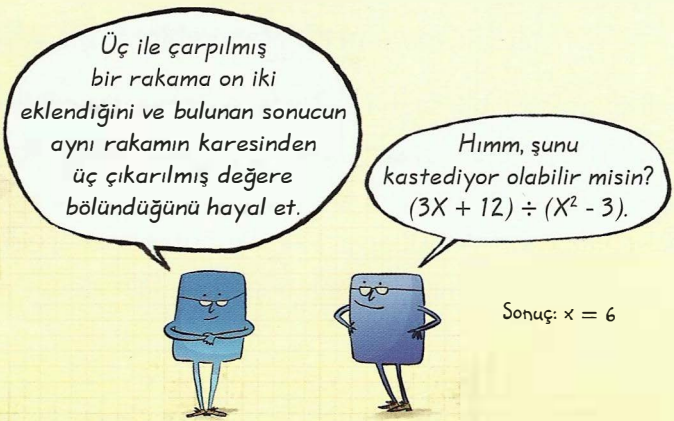
Ünlü sayı

Fransız matematikçi René Descartes, 1657 yılında içeriğinde cebir de olan bir aritmetik kitabı yazmıştır. Bilinmeyen miktarları ifade etmek için x, y ve z harflerini kullanmıştır.

Hikayeye göre Descartes'ın basımcısının elinde birçok x vardır ve x harfini y ve z'den daha çok kullanmak için Descartes'tan izin istemiştir.

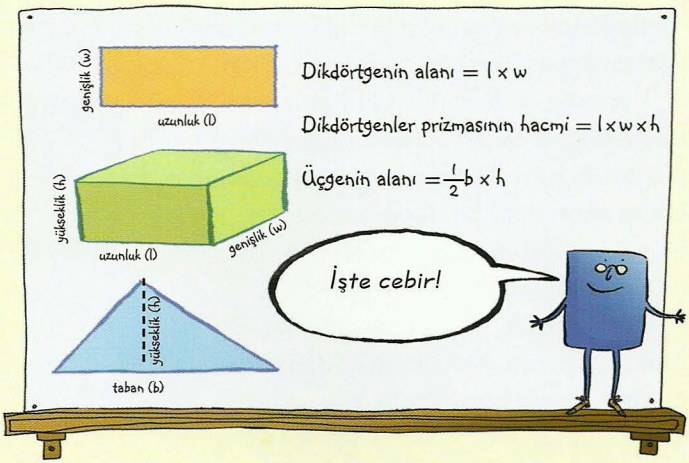
Hayatı kolaylaştırmak

Sayılarla birlikte harfleri de kullanarak matematik çalışmak ilk bakışta biraz garip gelebilir ama göründüğünden daha kolaydır. Çünkü cebir, kelime ve sayıların daha basit ve daha açık ifadelere dönüştürülmesi için karıştırılması ve yeniden düzenlenmesidir.



Cebiri ne zaman kullanırız?

Henüz fark etmemiş olsanız da cebiri matematikte her zaman kullanırsınız. Örneğin, bir şeklin alanını ya da hacmini bulmak için kullandığınız bir **formülde**.



Cebirin anlamı

1.200 yıl önce bugünkü Özbekistan'ın Karizmi şehrinde doğmuş olan bilim insanı Ebu Abdullah Muhammed bin Musa el-Harezmî, cebir hakkındaki ilk kitaplardan birini yazdı. Kitabın adı "*El'Kitab'ül-Muhtasar fi Hısab'il Cebri ve'l-Mukabele*", Cebir ve Denklem Hesabı Üzerine Özet Kitap anlamına gelir.

Arapçadan çevrildiğinde 'yerine koyma' anlamına gelen cebir kelimesi 'algebra' şeklinde Latinceye geçmiştir.



Ortalığı toplamak

Cebirde uzun cümleler çok fazla yer kaplayabilir. Ancak, ortalığa çeki düzen vermenin yolları vardır. Örneğin:

3 x n şu şekilde yazılabilir 3n

l x w x h şu şekilde yazılabilir lwh

Diğer bir kolaylık da aynı harfle gösterilen miktarların gruplandırılmasıdır.

Yan yana duran iki sembol, birbirleriyle çarpıldıkları anlamına gelir.

3a + 4a – 2a şu şekilde yazılabilir 5a

3 x a x 4 x b şu şekilde yazılabilir 12ab

'X'siz cebir



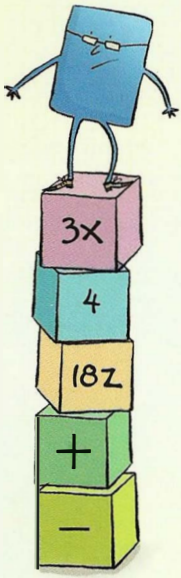
Cebir problemlerinde her zaman x sembolü bulunmaz. Gerçek şeyler hakkında yapılan hesaplamalarda diğer harfler de sık sık kullanılır.

Örneğin, bir araba hakkındaki problemde s aracın hızını, d aracın kat ettiği mesafeyi ve t de aracın hareket ettiği zamanı gösterebilir.

Bu harfler şu formülü oluşturmak için kullanılabilir:

$$s = \frac{d}{t}$$

Bu ifade 'hız, mesafenin zamana bölümüdür' anlamına gelir.



Cebirsel yazım

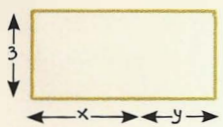
Cebirdeki anlatımlar, terimler ve ifadeler olarak adlandırılan daha küçük parçalara ayrılabilir.

Bir **terim** birbirleriyle çarpılmış sayı ve harflerden oluşur: 3x, 4y ya da 18z gibi.

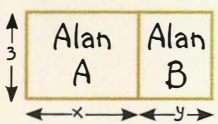
Terimlerin + ya da – ile birleştirilmesi ile **ifadeler** oluşur: 3x + 4y ya da 3x – 18z gibi.

Bazı ifadeler o kadar yalın ve sıkıştırılmıştır ki onları ayırmak ya da **açmak** gerekir. Burada sıkıştırılmış bir ifade verilmekte: 3(x +y). Açıldığında ifade şu şekilde görünür: 3x + 3y.

Her iki şekilde de bu ifade, genişliği 3, uzunluğu (x + y) olan bir dikdörtgensel bölgenin alanını tanımlamak için kullanılabilir.



Alan = 3(x + y)



Alan A = 3x
Alan B = 3y
Toplam alan = 3x + 3y

Gerçek bir dikdörtgensel bölgenin alanını bulmak için x ve y'nin yerine rakamlar koyabilirsiniz. Örneğin, x = 5 ve y = 6 ise:

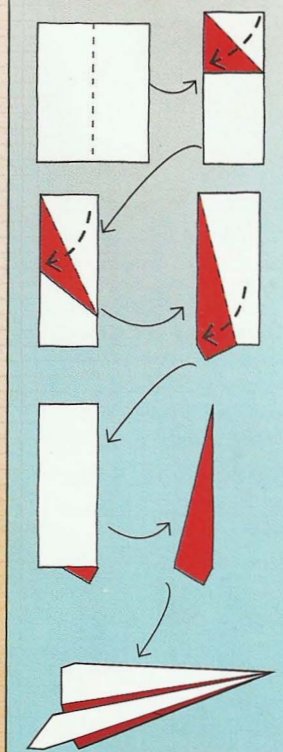
3(x + y) şu hâle gelir 3 x (5 + 6) = 3 x 11
ya da (3 x 5) + (3 x 6) = 15 + 18

Her iki durumda da yanıt 33'tür.

El-Harezmî'nin algoritması

Müslüman bilim insanı El-Harezmî'nin cebir konulu kitabı, ortaçağ Avrupa'sında önemli bir gelişmeydi. Öyle ki El-Harezmî adı bir matematik problemini çözmek için kullanılan kurallar kümesini adlandırmak için kullanılır oldu. Bugün kullandığımız **algoritma** kelimesi de buradan gelmektedir.

Algoritma, belirli bir sonucu veren talimatlar kümesidir. Bu terim genelde bilgisayar programcılığında kullanılır, fakat herhangi bir talimat kümesini tanımlamak için de kullanılabilir. Örneğin bir kâğıdı uçağa dönüştürmek için gereken adımlar gibi.



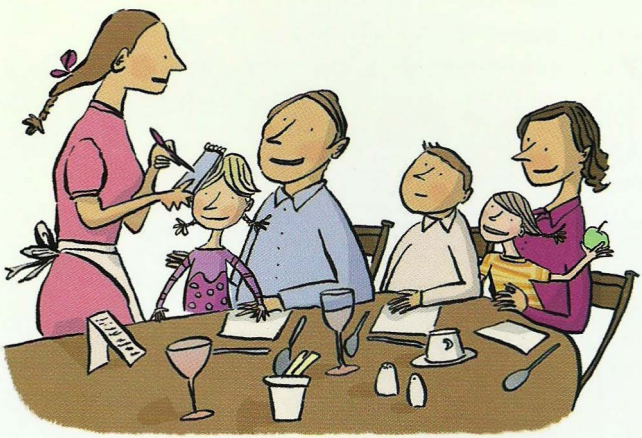
İfadeleri hangi durumlarda kullanırız?

Kısaltmalar kullanmak ve ifadeler oluşturmak, sayı içermeyen uzun toplamalar yaparken oldukça yararlıdır. İşte bir örnek:

Yılmaz ailesinin fertleri bir kafeye gider ve içecek siparişlerini şu sırayla verirler: Kahve, çay, sıcak çikolata, kahve, sıcak çikolata. Sonra, çocuklardan biri siparişini sıcak çikolatadan ıhlamura çevirir, bir başkası da çay yerine ıhlamuru tercih eder.

Garson not defterine şunları yazar:

K + Ç + S + K + S – S + I – Ç + I



Siparişlerden her birinin belirli bir fiyatı vardır. Ancak, garson tüm fiyatları faturaya yazmaktansa şunu yazmayı tercih eder:

2K + S + 2I

Garson benzer bütün kısaltmaları bir araya getirmiştir. Bayan Yılmaz hesabı ödemeye gittiğinde kasiyer her bir harfin yerine ilgili fiyatı yerleştirir.

Bu örnek, cebirin hangi amaçla kullanıldığını açıklar: İşleri basitleştirmek.

Altın kurallar



İfadelerin nasıl çarpılacağı ve basitleştirileceği hakkında birkaç altın kural bulunmaktadır. Bunlar birçok soruya yanıt bulmanıza yardımcı olacaktır.

$a \times a = a^2$ — 'a'nın karesi', 'iki tane a' değil

$3a \times 2 = 6a$

$a \times 2 \times b \times a = 2a^2b$

Önce sayı yerleştirilir, ardından harfler

$a^2 = a \times a$

$a^3 = a \times a \times a$

$a^2 \times a^3 = a \times a \times a \times a \times a$

$= a^5$

Kuvvetleri toplayın

x, y ve z

Cebirde 'x' bir problemdeki ilk bilinmeyen için kullanılır. Eğer bir problemde x halihazırda kullanılmışsa bir sonraki bilinmeyen için y, sonraki içinse z kullanılır.



Basitçe yerine koymak



Birçok matematik problemi bir formül yardımıyla çözülebilir. Hızı belirlemek için kullanılan formülü hatırlayın (bkz. sayfa 31):

hız = **mesafenin zamana bölümü** ya da $s = \frac{d}{t}$

Eğer mesafe ve zamanı biliyorsanız, hızı hesaplayabilirsiniz. İşte bir örnek:

Eğer Erkan 16 saniyede 100 metre koşuyorsa, ne kadar hızla koşuyordur?

$s = \frac{d}{t}$ formülünde **d**'nin yerine 100 ve **t**'nin yerine 16 koyun ve hesaplayın: $s = \frac{100}{6} = 6{,}25$ metre/saniye

Mate-sihir



Hangi sayıyı tutarsanız tutun sonuç *her zaman* 2'dir. Peki, bu nasıl mümkün oluyor? Yanıt cebirde saklı. İşte talimatları takip ettiğinizde aslında olan şu:



1. Aklından bir sayı tut:	n
2. İkiyle çarp:	$2n$
3. 6 ekle:	$2n + 6$
4. İlk tuttuğun sayıyı ekle (n):	$3n + 6$
5. 3'e böl:	$(3n + 6) \div 3 = n + 2$
6. İlk tuttuğun sayıyı çıkar (n):	$n + 2 - n = 2$

n kaç olursa olsun, sonuç daima 2'dir.

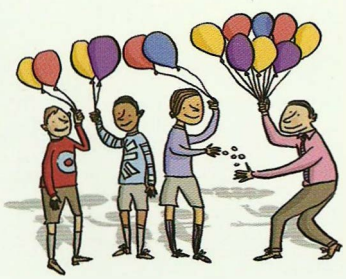
Denklemler

Cebiri kullanmak genelde problemleri **denklemlere** çevirmek anlamına gelir. Bir denklem, iki ifadenin aynı değere sahip olduğunu anlatan matematiksel bir cümledir. Örneğin, $5x = 3x + 6$

Yanıtı bulmak için bu denklemi çözmeniz, yani bilinmeyen x değerini bulmanız gerekir. Bazen x yerine farklı rakamlar denemek daha hızlı sonuç verebilir. Kimi zamansa denklemi yeniden düzenlemek daha hızlı olabilir. (Bunun nasıl yapılacağını sayfa 36'ya giderek öğrenebilir ve bu sorunun yanıtını bulabilirsiniz.)

Kelimeleri matematiğe dönüştürmek

Bir problemi bir denkleme dönüştürmenin en iyi yolu basit matematiksel ifadeler hakkındaki bildiklerinizi ortaya koymaktır. Örneğin, Bora, Burak ve Emrah bir festivalde ikişer tane balon alırlar. Böylece balon satıcısında sekiz tane balon kalır. Baloncunun başta kaç tane balonu vardır?



Bir resim çizebilir ve balonları sayabilirsiniz. Ancak, cebir kullanmak sizi sonuca çok daha hızlı ulaştırabilir.

Baloncunun başta sahip olduğu balon sayısı yerine x harfini kullanalım. Şunları biliyoruz:

a) her çocuğun 2 balonu var, bu da toplamda 6 balon yapar;

b) x eksi 6 bize 8'i verir.

Tüm bunları cebire uygularsak: $x - 6 = 8$,

bundan dolayı $x = 14$

Kelime problemlerinin çözümleri her zaman kelimelerle ifade edilmelidir Bundan dolayı nihai yanıt şudur:

Baloncunun en başta on dört balonu vardır.

Dünyadaki en eski cebir problemleri

Antik Mısırlılar, 'öbek' adını verdikleri bilinmeyen değerler hakkındaki problemlerin nasıl çözüleceğini yaklaşık 3500 yıl önce gösterdiler.

Bu problemler bilinen en eski matematik kitabı olan ve Rhind Papirüsleri adı verilen bir parşömen tomarında saklı kaldı. İşte o kitaptan bir soru:

Rhind Papirüsleri: problem 24

Bir **öbeğin** ve o **öbeğin** yedide birinin toplamı 19 ise o **öbeğin** değeri nedir?



Çözüm şöyledir:

$1\frac{1}{7}$ öbek $= 19$

öbek $= 19 \div 1\frac{1}{7}$

$= 19 \div \frac{8}{7}$

$= 19 \times \frac{7}{8}$

$= \frac{133}{8}$

1 öbek $= 16\frac{5}{8}$

Dengeleme sanatı

Cebirin mucidi El-Harezmi, cebiri 'yerine koyma ve dengeleme' ile hesaplama olarak tanımlamıştır.

El-Harezmi için yerine koyma, bir denklemi artırma ya da azaltma ile dengede tutmak anlamına geliyordu. Bu durumda, her iki tarafa C eklendiğinde $A = B - C$ ifadesi $A + C = B$ şekline dönüşür.

Azaltma ise bir denklemdeki dengeyi, her iki taraftan aynı değeri azaltarak ya da çıkararak korumak anlamına geliyordu. Bu durumda, $A = B + C$ ifadesinin her iki tarafından C çıkarılarak $A - C = B$ ifadesi elde edilir.



Denklemlerin yeniden düzenlenmesi

Bazı denklemler **yeniden düzenlenerek** kolayca çözülebilir. Bunun için denklemin bir tarafında bir harf bırakılır ve geri kalan her şey denklemin diğer tarafına alınır.

İşte bir örnek:

$5x = 3x + 6$

Her iki taraftan 3x çıkarın: ↓

$2x = 6$

Her iki tarafı 2 ile bölün: ↓

$x = 3$

Bir denklemi yeniden düzenleyeceğiniz zaman şu altın kuralı uygulayın: **Denklemin bir tarafında ne yapıyorsanız diğer tarafta da aynısını yapmalısınız.**

Sonucu kontrol et



Eğer bir denklemi çözdüyseniz ve sonucunuzu kontrol etmek istiyorsanız, bulduğunuz sonucu ilk denklemde yerine koyabilirsiniz.

Diyelim ki $2x + 6 = 16$ denkleminin çözümünü $x = 5$ olarak buldunuz. Bu sonuç doğru mudur? $(2 \times 5) + 6 = 16$'dır, o zaman sonuç doğrudur.

Tohum problemi

Defne'nin elinde içinde fasulye, ıspanak ve havuç tohumlarının karışık olarak bulunduğu 100 tohumluk bir paket vardır. Paketin üzerinde ıspanak tohumlarının fasulye tohumlarından 20 fazla olduğu ve havuç tohumlarının da fasulye tohumlarının sayısının iki katı olduğu yazmaktadır. O zaman her bir tohumdan kaç adet vardır?

Aşağıda cebir kullanılarak sonucun nasıl bulunacağı gösterilmektedir.

Eğer fasulye tohumlarının sayısı = f ise
ıspanak tohumlarının sayısı = f + 20,
ve havuç tohumlarının sayısı = 2f'dir.

Hepsini toplarsak 100 elde edeceğimize göre, $f + f + 20 + 2f = 100$
İlk olarak benzer terimleri toplayın: $4f + 20 = 100$
Şimdi denklemi yeniden düzenleyin: $4f = 80$
Tekrar düzenleyin: $f = 20$

Sonucu bulmak için yerine koyma metodunu kullanın: Fasulye tohumlarının sayısı 20, ıspanak tohumlarının sayısı 40 ve havuç tohumlarının sayısı 40'tır.



İki bilinmeyen

Bazı denklemlerin birden fazla bilinmeyeni vardır. Hatta bazı denklemlerin olası sonuçlar kümesi birden fazla olabilir.

Örneğin, $2x + 3y = 6$.

Olası bir sonuç şöyledir: $x = 0$ ve $y = 2$.

Başka bir tanesi ise şöyle olabilir: $x = 3$ ve $y = 0$.



Denklem sistemleri

Bilinmeyen değerleri ortak olan iki ayrı denklem, **denklem sistemi** olarak adlandırılır. İki denklemin de aynı anda çözülmesi gerekir. Aşağıda kuşlar hakkında bir örnek veriliyor.

Kuş bilmecesi

Bir kuş gözlemcisi size iki farklı ağaçta kaç kuş saydığını söylemekte:

(1) Eğer bir kuş B ağacından A ağacına uçarsa, A ağacındaki kuşların sayısı B ağacındakilerin iki katı olur.

(2) Eğer bir kuş A ağacından B ağacına uçarsa her iki ağaçtaki kuşların sayısı eşit olur.

Ancak, gözlemci size ilk başta ağaçlarda kaç tane kuş olduğunu söylemiyor.



A ağacı



B ağacı

Bu problemi iki ayrı denklem oluşturarak çözebilirsiniz:
A ağacında x tane, B ağacında y tane kuş olduğunu farz edelim.

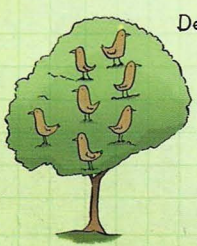
(1)'den $x + 1 = 2(y - 1)$ olur.
Parantezleri kaldıralım: $x + 1 = 2y - 2$
Denklemi basitleştirelim: $x = 2y - 3$

(2)'den $x - 1 = y + 1$ olur.
Denklemi basitleştirelim: $x = y + 2$

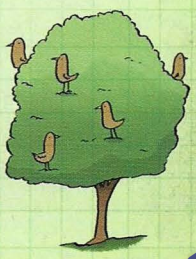
Denklemleri birleştirerek y'nin ve sonra da x'in değerini bulabiliriz.

$x = 2y - 3$ ve $x = y + 2$
öyleyse $2y - 3 = y + 2$
$y - 3 = 2$
$y = 5$

Şimdi $y = 5$'i, $x = y + 2$ denkleminde yerine koyabiliriz:
$x = 5 + 2 = 7$


A ağacı

Sonuç: En başta A ağacında 7 kuş, B ağacında 5 kuş vardır.

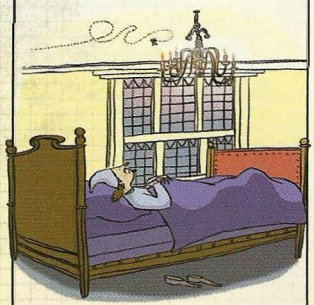

B ağacı

Denklem grafiklerinin çizimi

Denklemleri değerlendirmenin bir yolu da onların resimlerini çizmektir. Bu resme grafik denir. Bazı denklemler düzgün doğrular, bazıları da eğriler oluşturur.

Tavandaki sinek

Grafikler Fransız matematikçi René Descartes tarafından ortaya konmuş bir fikri temel almaktadır. Hikayeye göre Descartes bir gün yataktayken tavanda yürüyen bir sinek görür.

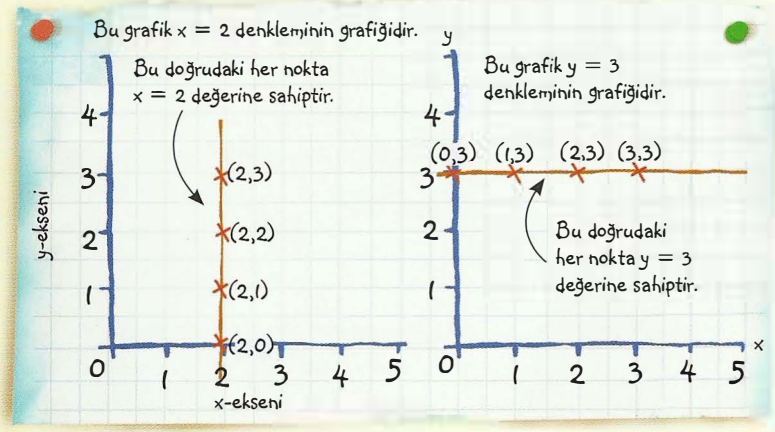


Descartes sineğin kesin konumunu başka birine nasıl anlatacağını düşünür. Bu konumu, sabit şekilde duran yatay ve dikey doğrulara olan uzaklığına göre tarif etme fikri aklına gelir.

Yatay doğruya x-ekseni, dikey doğruyaysa y-ekseni adını verir. Bu nedenle grafiklerde x-ekseni ve y-ekseni bulunur.

Değişmeyen doğrular

Bir denklemde x ya da y'nin değeri sabit bir sayı olduğunda bu denklemin grafiği yatay ya da dikey bir düzgün doğru oluşturur. Örneğin, grafiklere bakın:

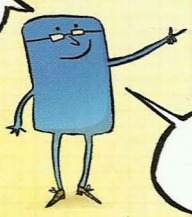


Doğrusal denklemler

x ve y arasında basit bir ilişki barındıran bir denklem, düz ama eğimli bir doğru oluşturur. Örneğin, $y = 2x + 1$.

Bu tür denklemlerin grafiklerini çizebilmek için işe bir tablo oluşturmakla başlayın, x'in yerine farklı değerler koyarak x'e karşılık gelen y değerlerini bulun.

Bu işleme yerine koyma denir: x için bir değer seçin, toplamayı yapın ve y'nin kaç olduğunu bulun.

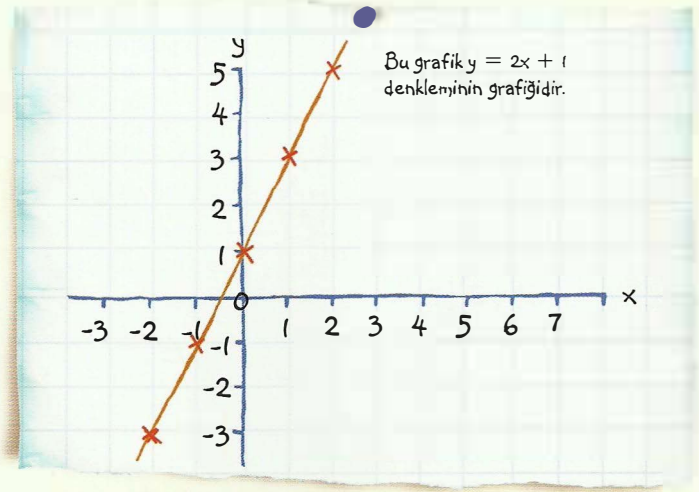


Birkaç negatif sayı da denemeyi unutmayın.

$y = 2x + 1$ denklemi için çözümler tablosu.

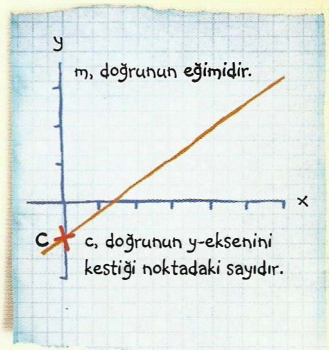
x	-2	-1	0	1	2
y=2x+1	-3	-1	1	3	5

Sonra, x-ekseni ve y-eksenini çizin ve eksenlere sayıları yerleştirin. Tablodaki her bir değer çiftini koordinat olarak kullanın. Ardından, tüm çarpı işaretlerinin üzerinden geçecek şekilde bir doğru çizin.



Herhangi bir doğru

Herhangi bir düzgün doğrunun denklemi harfler kullanılarak şu şekilde yazılabilir: y = mx + c.

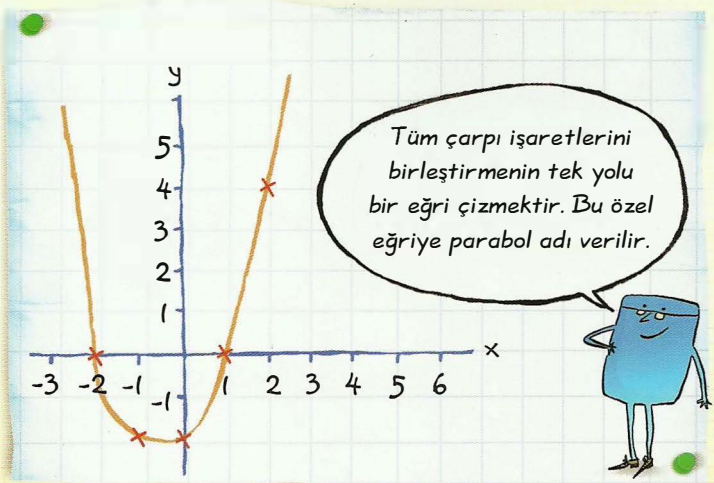


Basit bir eğri

İçerisinde x^2 terimi içeren denklemlerin grafikleri bir eğri oluşturur. Örneğin, aşağıda $y = x^2 + x - 2$ denkleminin grafiği çizildiğinde ne olduğu gösterilmekte.

$y = x^2 + x - 2$ denklemi için çözümler tablosu.

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2 + x - 2$	0	-2	-2	0	4



Alan denklemleri

İçerisinde x^2 terimini içeren ve x'in daha büyük bir kuvvetini içermeyen denkleme **ikinci dereceden denklem** denir. Bu denklemleri tanımlayan ilk insanlar Antik Babil'deki vergi toplayıcılarıydı. Bir arazinin belirli bir oranını hesaplamak için bu denklemleri kullanıyor ve çiftçilerin ödemesi gereken vergi miktarını belirliyorlardı.

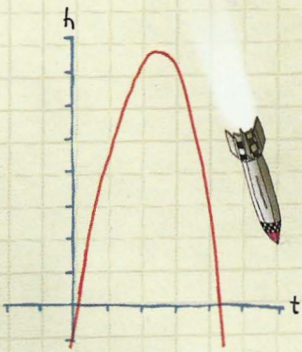


Gerçek eğriler

Bilim insanları, bir roketin uçuş rotasını ya da bir ışık huzmesinin oluşturduğu şekil gibi gerçek şeyleri modellemek için denklemleri ve grafikleri kullanırlar.

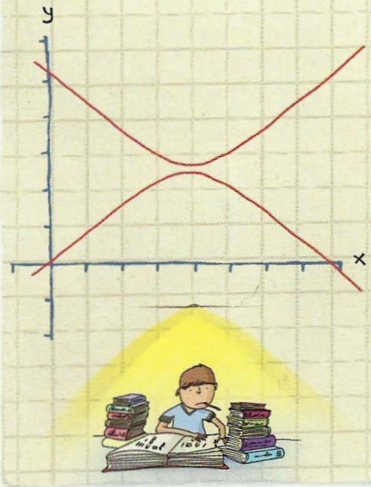
Roket rotası

$h = -t^2 + 10t + 16$ denklemi bir parabol oluşturur. Bu tür bir denklem bir roketin rotasını modeller. Bu denklemde t, roketin fırlatılmasından itibaren geçen süreyi, h ise bu sürede roketin ulaştığı yüksekliği gösterir.



Işık huzmeleri

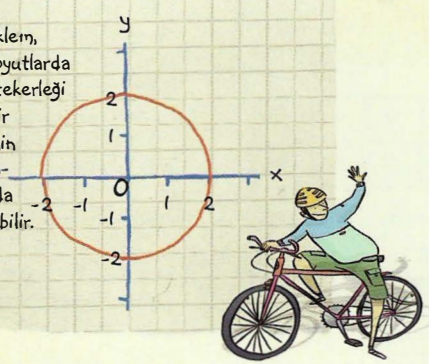
$x^2 - y^2 = 1$ denklemi hiperbol adı verilen bir kırık eğri çifti oluşturur. Bu tür grafikler bir tepe lambasından çıkan ışığın oluşturduğu şekle benzer.



Bir çemberde hareket etmek

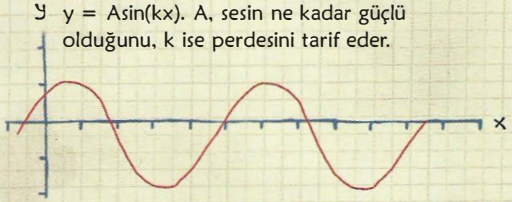
$x^2 + y^2 = 4$ denklemi bir çember oluşturur.

Bu denklem, belirli boyutlarda bisiklet tekerleği yapan bir makinenin programlamasında kullanılabilir.



Ses dalgaları

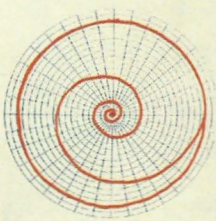
Ses havada, sinüs dalgası olarak da bilinen bir basınç dalgası şeklinde hareket eder. Sinüs dalgası oluşturan bir denklem örneği: $y = A\sin(kx)$. A, sesin ne kadar güçlü olduğunu, k ise perdesini tarif eder.



Bu ses, kıvrımlı bir doğru grafiği oluşturur.

Spiraller

17. yüzyıl matematikçisi Jakob Bernoulli, bir salyangozun kabuğundaki deseni oluşturan spirali yaratan denklemi ortaya çıkarmıştır: $r = ae^{b\theta}$.



Sonucu bir grafik yardımıyla bulmak

Denklem sistemlerini çözmek için grafikleri kullanabilirsiniz. Eğer iki denklemin grafiğini aynı Kartezyen koordinat sistemi üzerine çizerseniz, kesiştikleri yer size çözümü verir.

Aytuğ Tuğçe'ye iki kek yapmak için toplamda altı tane yumurtaya, keklerden birini yapmak için ise diğerinden iki fazla yumurtaya ihtiyaç olduğunu söyler. Her bir kek için kaç tane yumurtaya ihtiyaç vardır?

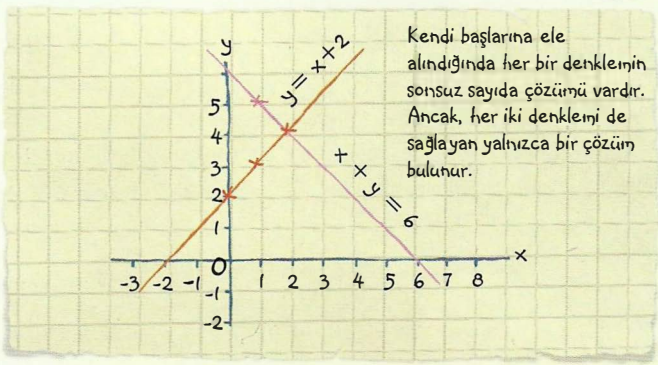


Diyelim ki x bir kekteki, y ise diğer kekteki yumurtaların sayısı olsun. İki kek için toplam 6 tane yumurtaya ihtiyaç olduğuna göre $x + y = 6$'dır.

Bir kek için diğerinden iki fazla yumurtaya ihtiyaç duyulduğuna göre $y = x + 2$'dir.



Bir grafiğe çizildiğinde:



Kendi başlarına ele alındığında her bir denklemin sonsuz sayıda çözümü vardır. Ancak, her iki denklemi de sağlayan yalnızca bir çözüm bulunur.

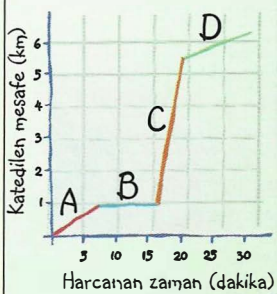
İki doğru $x = 2$ ve $y = 4$ olduğunda kesişir. Bu nedenle keklerden biri için 2 yumurtaya, diğeri içinse 4 yumurtaya ihtiyaç vardır.

Grafikleri kullanmak

Grafikler, ölçü birimlerinin birbirine dönüştürülmesinden bir yolculuğun hızını göstermeye kadar birçok şey için faydalı olabilir. Bir marketteki meyve-sebze satışlarının ne kadar iyi olduğunu dahi grafiklerle inceleyebilirsiniz. Bu kitabın dördüncü bölümünde bu konuda daha fazla bilgiye ulaşabilirsiniz.

Okul yolculuğu

Ayça okula gitmek için otobüs kullanıyor. Bu grafik Ayça'nın tipik bir yolculuğunu göstermekte.



A Yürüme
B Otobüsü bekleme
C Otobüste
D Yürüme

Doğrunun **eğimi** Ayça'nın her bir aşamada sahip olduğu hızı göstermektedir.

Doğrunun yatay olduğu yerlerde Ayça hareketsiz durmaktadır.

Eğimin en yüksek olduğu yerler yolculuğun en hızlı olduğu anlardır: Yani Ayça o anlarda otobüstedir.

Örüntüleri görmek

Cebir, örüntüleri ve ilişkileri tarif etmek için harika bir araçtır. Bir örüntü oluşturan sayılar grubu **dizi** olarak adlandırılır.



Bazı örüntüler diğerlerine göre daha kolay fark edilir. Şu diziye bakın:

2 7 12 17 22 27 32...

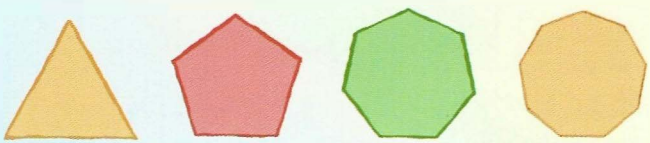
Buradaki örüntü, bir sonraki sayıyı elde etmek için bir öncekine 5 eklemektir. Aşağıda daha zor bir dizi verilmekte:

3 6 11 18 27 38 51

Burada örüntüyü keşfetmenin bir yolu terimler *arasında* hangi sayıların eklendiğine bakmaktır. Bu örnekte her bir terim, bir sonraki tek sayının önceki sayıya eklenmesiyle oluşmaktadır.

3 →(+3) 6 →(+5) 11 →(+7) 18 →(+9) 27 →(+11) 38 →(+13) 51...

Diziler sadece sayılardan oluşmak zorunda değildir. Bu dizide bir sonraki şeklin ne olacağını tahmin edebilir misiniz?*



*Çözüm 93. sayfada.

Bir dizinin çizimi

1, 3, 6, 10 sayıları **üçgensel sayılar** olarak adlandırılan bir dizideki ilk terimlerdir. Bu diziye neden üçgensel sayılar dizisi dendiğini anlamak için aşağıda olduğu gibi noktaları kullanabilirsiniz:



Bir sonraki üçgeni oluşturmak için bir nokta satırı daha eklemeniz gerekir. En alttaki satır bir üsttekinden her zaman bir fazla nokta içerir.

İlk üçgensel sayı 1'dir.

İkincisi 1 + 2 = 3'tür.

Üçüncüsü 1 + 2 + 3 = 6'dır.

Dördüncüsü 1 + 2 + 3 + 4 = 10'dur.

Beşinci üçgensel sayıyı bulmak için dördüncü üçgensel sayıya 5 eklemeniz gerekir. Bu 1'den 5'e kadar tüm sayıları toplamakla aynıdır.

1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 sayısı 5. üçgensel sayıdır.

50. üçgensel sayıyı bulmak için 1'den 50'ye kadar olan tüm sayıları toplamanız gerekir. Daha kısa bir yolu bulmak için 45. sayfaya bakabilirsiniz...

Kural bulma



Şu diziye bir göz atın:

1 4 7 10 13 16 19...

Bu dizi 1 ile başlar ve her seferinde bir önceki sayıya 3 ekler. Dizideki bir sonraki sayı 19 + 3 = 22 olmalıdır. Fakat bir sonraki terimi veya 24. terimi ya da herhangi bir terimi (**n. terim** olarak adlandırılır) nasıl buluruz?

Bu sorunun yanıtı, diziyi tanımlayacak bir ifade ya da bir **kural** bulmaktır. Bu dizideki örüntünün kuralı, ilgili terimin üç katının 2 eksiğidir.

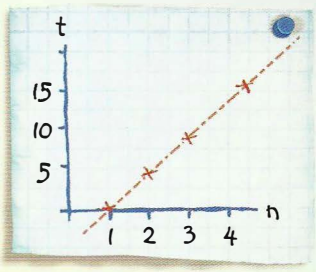
Bu dizideki kural şöyledir: n. terim = 3n – 2. Örneğin, 24. terimi bulmak için n yerine 24 sayısı koyulur.
Sonuç şöyle hesaplanır: (3 x 24) – 2
= 72 – 2 = 70

Dizilerin çizimi

Bir dizideki terimleri bir grafik olarak çizebilirsiniz.

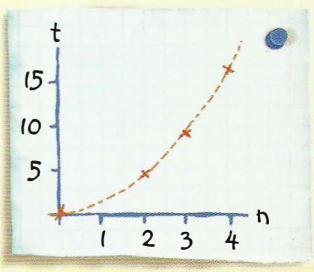
Eğer iki terim arasındaki fark aynıysa, noktalar bir düzgün doğru üzerinde yer alır.

t = 3n – 2 dizisinin grafiği



Eğer terimler arasındaki fark her seferinde artıyorsa noktalar gittikçe daha da dikleşen bir eğri üzerinde yer alır.

t = n² dizisinin grafiği



Tam kare sayı dizileri

Bazı dizilerin daha karmaşık kuralları vardır.

Örneğin: 1 (+3) 4 (+5) 9 (+7) 16 (+9) 25...

Her bir terim arasındaki *fark* her seferinde 2 artmakta. Öyleyse, bir sonraki terim şöyle bulunabilir:
25 + (9+2) = 36.
Buradaki kuralı bulmak için her bir terimi dizideki yeriyle karşılaştırmanız gerekir.

Dizideki yeri	1.	2.	3.	4.	...n.
Terim	1	4	9	16	...n^2



Bu dizinin kuralı:
n. terim = n^2

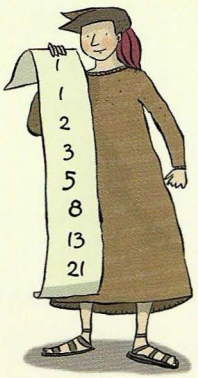
Toplamanın kolay yolu

Fibonacci, Avrupa'da Hint-Arap sayı sembollerini kullanarak matematik kitabı yazan ilk insandı. Bu rakamları Romen rakamlarına göre daha kullanışlı bulmuştu.

"Hesaplamalar Kitabı" *(Book of Calculations)* adlı eseri 1202 yılında yayımlanmış ve Avrupa'daki diğer matematikçileri de bu sayı sembollerini kullanmaya teşvik etmiştir. Bu sayı sembolleri insanların günümüzde kullandığı formattır.

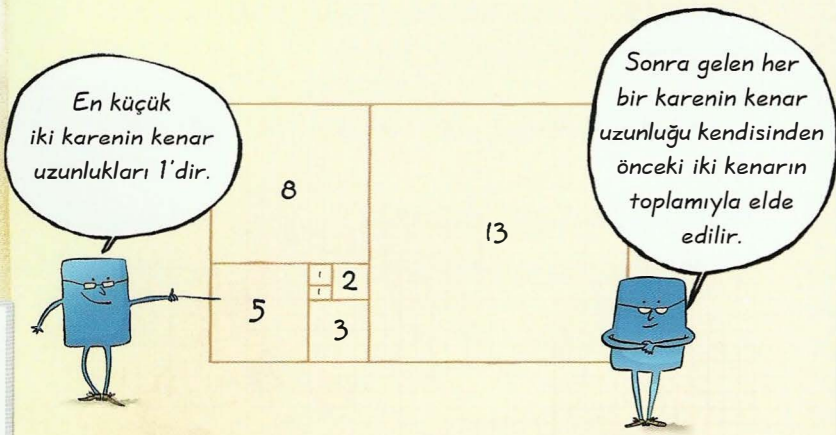
Fantastik Fibonacci

En meşhur dizilerden bir tanesi İtalyan matematikçi Leonardo Fibonacci'nin adıyla anılmaktadır ve kendisi bu diziyi 800 yıl önce kaleme almıştır. İlk iki terimi 1 ve 1'dir. Dizinin kuralı şöyledir: Önceki iki terimi toplayarak yeni terimi oluşturun. Bu şekilde sayılar hızlıca artar.



Fibonacci kareleri

Fibonacci dizisi bazı belirli şekilleri de açıklar. Şu kare kümesine yakından bakın.



Her bir karenin içinden geçen eğri bir çizgi çizerseniz ilginç bir şekil elde edersiniz: Bir spiral.

Fibonacci her yerde

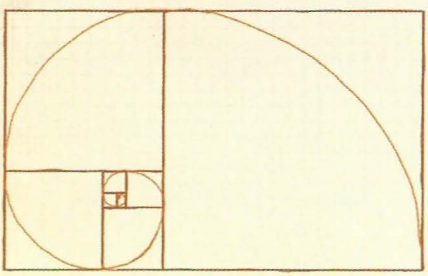


Fibonacci dizisinin şaşırtıcı bir özelliği de doğada yaygın olarak görülmesidir. Örneğin, bir çam kozalağındaki pullar, spiral şeklinde yayılarak bir Fibonacci örüntüsü oluşturur.



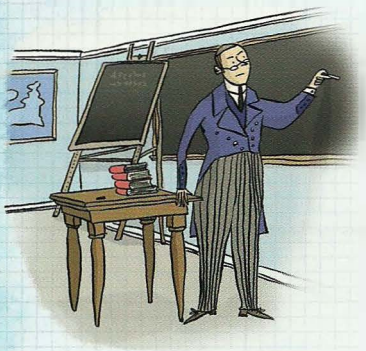
Kozalakta bir yöne doğru giden 8 spiral (sarı ile işaretli) ve diğer tarafa giden 13 spiral (mavi ile işaretli) vardır. 8 ve 13 Fibonacci serisinde birbirini takip eden sayılardır.

Salyangozlar gibi birçok canlının kabuğu Fibonacci dizisindeki örüntülere benzer şekilde büyür ve bir spiral oluşturur.



Şaşırtıcı cebir

Carl Gauss, 18 ve 19. yüzyılın en büyük matematikçilerinden biriydi. Daha 10 yaşındayken bir matematik problemine dahice bir yanıt bularak öğretmenini ve sınıf arkadaşlarını şok eder.



Öğretmen sınıftaki öğrencilere birden yüze kadar tüm sayıları toplamalarını söyler. Bu çalışmanın öğrencileri en azından yarım saat oyalayacağını düşünür.

Fakat Gauss birkaç dakika içerisinde sonucu bulmuştur.



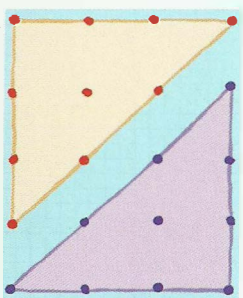
Bunu nasıl yaptığına bakalım:

1. İlk olarak, Gauss üçgensel sayılara bakmıştır.



10 sayısı, kenarları 4 nokta uzunluğundaki üçgende bulunan noktaların sayısıdır. Ayrıca şu toplama işleminin de sonucudur:
$1 + 2 + 3 + 4$

2. Gauss, kenarı 4 birimden oluşan bir üçgeni varsa, iki eş üçgeni yan yana koyarak bir kenarı 4 diğeri $4 + 1$ nokta uzunluğunda bir dikdörtgen elde edeceğini görmüştür.



3. Dikdörtgendeki noktaların sayısı $4 \times (4 + 1)$'dir.
Her bir üçgendeki noktaların sayısı
$1 + 2 + 3 + 4$'tür.
Bir dikdörtgende iki üçgen bulunur,
böylece $2 \times (1 + 2 + 3 + 4) = 4 \times (4 + 1)$
sonucu bulunur.
Ya da denklem yeniden düzenlenerek
şu sonuç elde edilir:

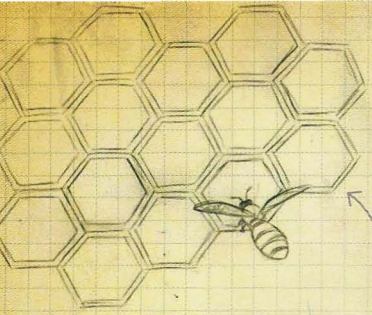
$$(1 + 2 + 3 + 4) = \frac{4 \times (4 + 1)}{2}$$

4. Gauss ardından bu bulguyu n. terime kadar olan tüm sayıları toplamak için bir kurala dönüştürmüştür:

$$1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n \times (n + 1)}{2}$$

5. Öğretmenin verdiği problemi çözmek için n'nin yerine 100 sayısını koymuştur:

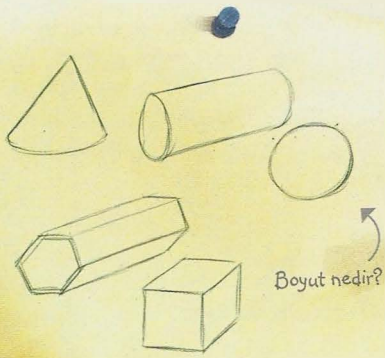
$$1 + 2 + \ldots + 100 = \frac{100 \times 101}{2} = 5050$$



Petekler neden altıgenlerden oluşur?

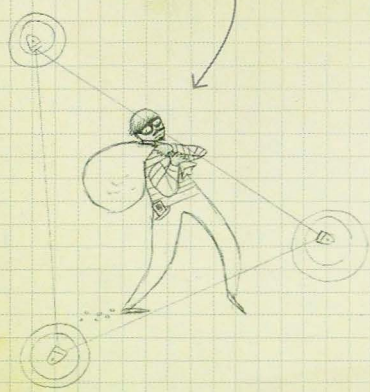
Fraktal nedir?





Boyut nedir?

Üçgenleri kullanarak bir telefon hırsızını yakalayabilir misiniz?

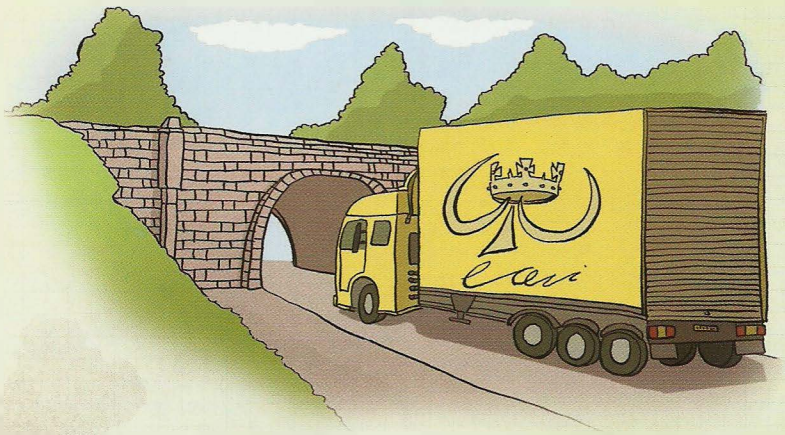


Bir Antik Yunan âlimi, üzerine tırmanmadan bir Mısır piramidini nasıl ölçmüştür?



3. Bölüm

Şekil, ebat ve ölçümler



Günlük hayatımızda bazı şeylerin ebat ve şekillerini incelemek oldukça önemlidir. Örneğin, bir kamyon sürücüsü kamyonunun yükseklik ve genişliğinin ne kadar olduğunu bilirse, alçak bir köprünün altından geçip geçemeyeceğini de bilir.

Gösterişli bir spor arabadan devasa bir mavi balinaya kadar birçok nesne eğri büğrü, yani **düzgün olmayan** şekillere sahiptir. Bu nedenle doğru şekilde ölçülmeleri de oldukça çetrefillidir. Fakat düzgün olmayan şekilli nesneler dahi **düzgün** şekillere indirgenebilir ve matematik kuralları kullanılarak analiz edilebilir.

Geometri

Şekilleri inceleyen matematik dalı **geometri** olarak adlandırılır. Bu kelime Yunancada 'dünya ölçümü' anlamına gelir. Antik Yunanlılar 'Dünya ne kadar büyüktür?' gibi sorulara yanıt bulmak için şekillere dayanan bir matematiği kullandıkları için bu matematik dalına geometri ismini vermişlerdir.



Sayfa 63'te bir adamın Dünya'nın çevre uzunluğunun ölçüsünü nasıl hesapladığını inceleyebilirsiniz.

Euclid'in Elementleri

Antik Yunan bilgini Euclid (Öklid) geometrinin babası olarak bilinir.

2.300 yıl önce "Elementler" *(Elements)* adlı meşhur geometri çalışmasını kaleme almıştır. Bu çalışmada çemberleri, üçgenleri, konileri ve piramitleri incelemiş, oran ve orantı konularına değinmiştir. Bu yapıt 2.000 yıl boyunca ders kitabı olarak kullanılmıştır.



Şekillendir

Tüm nesnelerin ebat ve şekilleri vardır: Gezegenler kadar büyük ya da atomlar kadar küçük; kutular gibi düzgün ya da bir el gibi düzgün olmayan...

Her şey, aynı zamanda uzayda da bir yer kaplar. Şekilleri ifade etmek için kelimeleri, nesnelerin ebatlarını ve uzayda ne kadar yer kapladıklarını tanımlamak için sayıları ve ölçümleri kullanabilirsiniz.

Yassı şekiller

Bir şeklin yassı çizimine iki boyutlu yani 2D denir. Çünkü bu tür şekillerin iki boyutu vardır: Uzunluk ve genişlik.

Üç ya da daha fazla kenara sahip olan şekiller **poligon** olarak adlandırılır.

Tüm kenarları eşit uzunlukta olan şekiller **düzgün** olarak adlandırılır ve tüm iç açılarının ölçüleri bu karede olduğu gibi eşittir.

Dokuzgen

Düzgün ya da düzgün olmayan tüm dört-kenarlı şekiller **dörtgen** olarak adlandırılır.

Üçgen

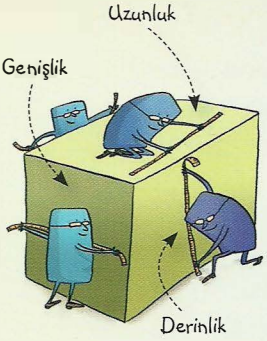
Bunlar düzgün olmayan dörtgenlerdir.

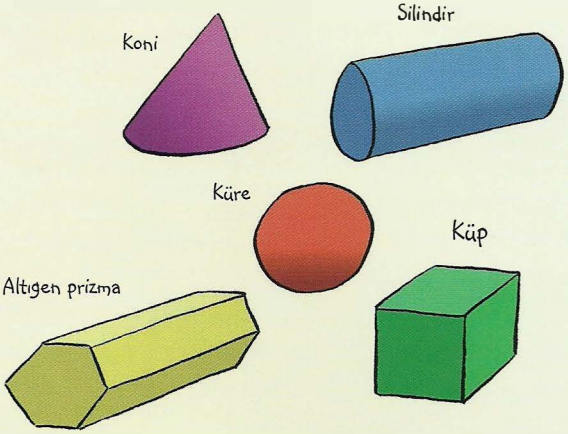
Çemberler ve ovaller sürekli eğik çizgilerden oluşmaktadır. Bunları tek-kenarlı şekiller olarak düşünebilirsiniz. Bazı matematikçiler onları, bir araya geldiklerinde eğri gibi görünen ve sonsuz sayıda kenardan oluşmuş poligonlar olarak düşünürler.

İki boyutlu şekilleri incelerken çevre uzunluklarını ve alanlarını hesaplamak faydalı olabilir.

Katı cisimler

Top ya da kutu gibi katı cisimler üç boyutlu yani 3D olarak tanımlanır. İki boyutlu şekiller gibi uzunluk ve genişlikleri vardır, fakat ayrıca üçüncü bir boyutları daha bulunur: Derinlik. Yaygın örneklerden bazıları:





Gerçek nesneler

Birçok cismin bir kalınlığı olduğundan iki boyutlu nesneler gerçek dünyada oldukça nadirdir. Fakat üç boyutlu şekiller her yerdedir.

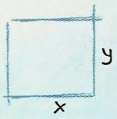


Diğer boyutlar

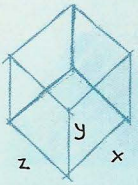
Bu doğrunun yalnızca bir boyutu vardır ve genelde x olarak yazılır.



Bu karenin iki boyutu vardır, genelde x ve y olarak yazılır.



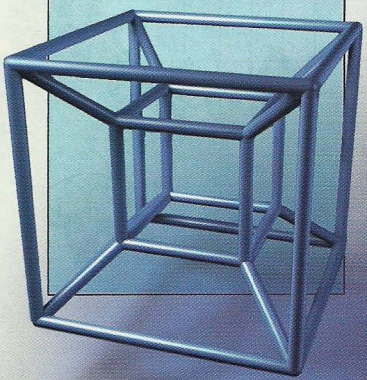
Bu küpün üç boyutu vardır: x, y ve z.



Evrenimiz üç boyutlu olmakla birlikte bazı insanlar bundan daha fazla boyut olmasının nasıl bir şey olacağını hayal etmeye çalışmıştır.

19. yüzyılda Britanyalı matematikçi Charles Hinton, bir küpe dördüncü bir boyut eklemeyi hayal etmiş ve "tesseract" adını verdiği şekli oluşturmuştur.

Üç boyutlu bir dünyada dört boyutlu bir nesneyi göz önüne getirmek oldukça zordur. Hiperküp olarak da bilinen bu bilgisayar çizimi, "tesseract"ı bir küp içine yerleştirilmiş başka bir küp olarak göstermektedir.



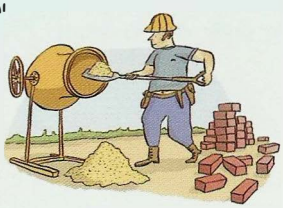
Şekilleri ölçmek

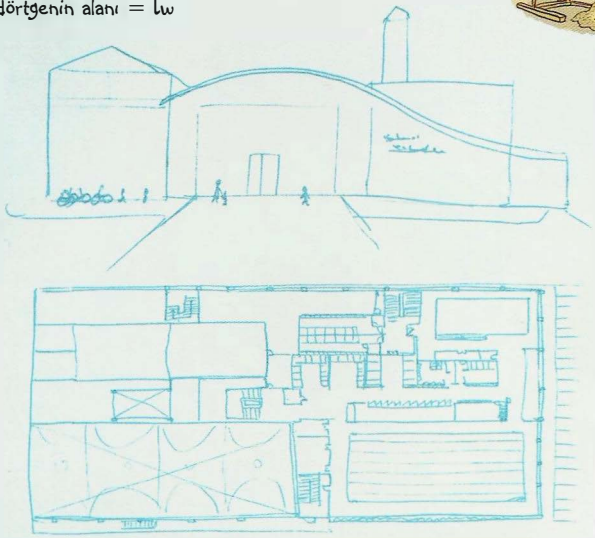
Yassı ve katı cisimleri ölçmek, boyutlarını, kütlelerini ve hacimlerini bulmak açısından oldukça faydalı olabilir. Yeni bir spor merkezi inşa ettiğinizi hayal edin...



Duvarlar için ne kadar boyaya ihtiyacınız olacak? Duvarın alanını hesaplamanız gerekli. Dikdörtgenin alanı = lw

Dış duvarı örmek için kaç tane tuğlaya ihtiyacınız olacak? Her bir duvarın alanını hesaplamalısınız. Eğer bu eğik bir duvarsa onu daha küçük kısımlara ayırmak işinizi kolaylaştırabilir.





Kaç tane egzersiz aletine ihtiyacınız var? Hangi alete daha çok talep olacağını araştırmanız ve jimnastik salonuna kaç tanesinin sığacağını hesaplamanız gerekecek.



Otoparka kaç tane araba sığdırabilirsiniz? Otoparkın toplam alanını hesaplamalı, ardından her bir araba için gerekli alan miktarına bölmelisiniz. Araçların ulaşım için kullanacakları boşlukları da hesaba eklemeyi unutmayın.



Havuzu doldurmak için ne kadar suya ihtiyacınız olacak? Havuzun hacmini ya da içindeki boşluğun miktarını hesaplamanız gerekecek. Hacim = l w d



Suyun miktarını hesapladıktan sonra oranları kullanarak ne kadar klor eklemeniz gerektiğini hesaplamalısınız.

Faydalı birimler

Farklı şeyler farklı **birimler** kullanılarak ölçülür. Örneğin, uzunluk metre (m) ve santimetre (cm) ile, kütle ise kilogram (kg) ve gram (g) ile ölçülebilir. Her bir birim belirli bir ölçüm çeşidine aittir. Bu sayede onu gördüğünüzde neyin ölçüldüğünü anlayabilirsiniz.



Büyük ve küçük

Aynı ölçümü farklı yollardan tanımlayabilirsiniz. 150 cm uzunluğundaki bir kalasın aynı zamanda 1,5 m veya 0,0015 km ya da 1500 mm olduğu da söylenebilir. Bu sayılar aynı uzunluğu tanımlamakla birlikte son iki tanesi oldukça kullanışsızdır ve büyük ihtimalle onları hiçbir zaman kullanmayacaksınız. Farklı büyüklük oranları (bkz. sayfa 24) farklı birimlere uygundur. Bazı şeyler o kadar büyük ya da küçüktür ki onları tanımlamak için özel birimler icat edilmiştir.



Karma ölçümler

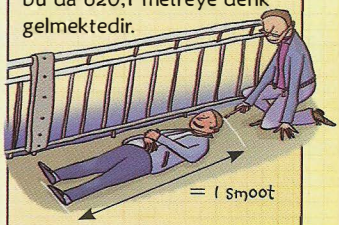
Metrik ölçüm sistemi 1799 yılından bu yana kullanılmakta ve g, km, cm ve m gibi birimleri içermektedir.

Bazı ülkeler **İngiliz ölçü sistemi** adı verilen farklı bir ölçüm sistemini kullanmaktadır. Bu ölçüm, ismini Britanya İmparatorluğu'ndan almış ve İmparatorluğun farklı bölgelerinde kullanılan ölçüm sistemlerini standardize etmek için oluşturulmuştur. Fakat bu ölçüm sisteminde, farklı ölçüm çeşitleri arasında bir standart bulunmamaktadır.

Bir librede (pound) 16 ons,
bir stonede 14 libre,
ve bir adımda (foot) 12 inç vardır.

Kendine has birim

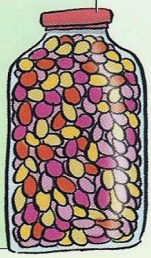
Smoot, Oliver R. Smoot'un adına oluşturulmuş bir uzunluk ölçü birimidir. '1 smoot' Oliver'in vücut uzunluğudur ve bu birim üniversite arkadaşları tarafından Harvard Köprüsü'nün uzunluğunu ölçmek için kullanılmıştır. Köprünün uzunluğu 364,4 smoot uzunluğundadır ve bu da 620,1 metreye denk gelmektedir.



Tesadüfe bakın ki, Smoot daha sonra birimler ve ölçümler konusunda kararlar veren Amerika Ulusal Standartlar Enstitüsü'nün başkanı olmuştur.

Fuar tahmini

Fuarlar ve festivaller zaman zaman ölçüm tahminine dayanan yarışmalara ev sahipliği yapar. Örneğin, bu kavanozda kaç tane şeker var? İşte size bir ipucu: En üst katmandaki şekerleri sayın. Sonra da katmanları sayın. Bu rakamları birbirleriyle çarpmak size gerçek sayıya yakın bir tahmin verecektir; tabi eğer kavanozun içinde görünmeyen büyük akide şekerleri yoksa.



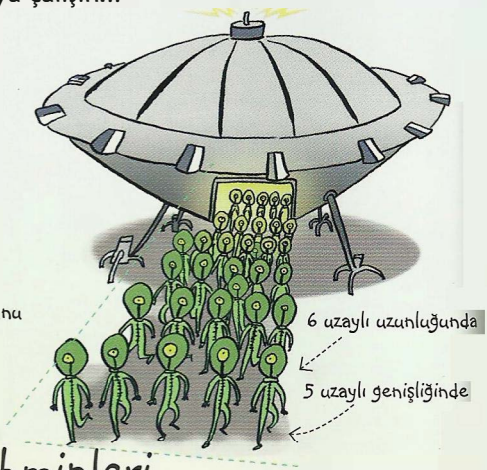
Ölçümlerin tahmini

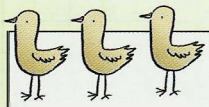
Şekiller hakkında temel matematik bilgisine sahip olmak, kalabalıklar hakkında hızlı hesaplamalar yapmanıza yardımcı olabilir. Örneğin, bir uzay aracından dışarı doğru akın eden bir uzaylı bölüğü hayal edin. Kaç tane uzaylı asker olduğunu hesaplamaya çalışın...

Eğer uzaylılar kabaca dikdörtgen şeklinde bir grup olarak dizilmişlerse, dikdörtgensel bölgenin alanını hesaplayabilirsiniz.

Alan = genişlik x uzunluk

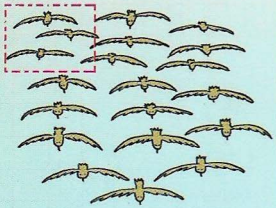
5 uzaylı genişliği ve 6 uzaylı derinliği tahmini 30 uzaylı olduğunu gösterir. Bununla birlikte araya sıkışmış iki tane daha uzaylı olduğundan toplam sayı 32'dir.





Sürüleri saymak

Kuş gözlemcileri sık sık bir sürüdeki kuşları saymak ister. Bu hiç de kolay değildir; hele de kuşlar sürekli hareket ediyorsa. Bunun en iyi yolu hayali bir kare içinde kalan kuşları saymak, sonra da tüm sürüde bu kareden kaç tane olduğunu hesaplamaktır.

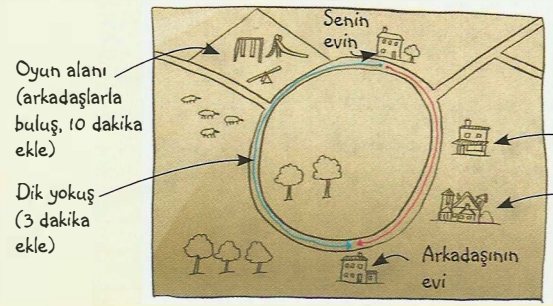


Daha doğru bir sonuca ulaşmak için aynı hesaplamayı iki ya da üç defa yapabilir, ardından ortalamayı bulabilirsiniz.

Günlük hayat tahminleri

Eğer sıradan bir yolculuğun, diyelim ki kendi evinizden arkadaşınızın evine, ne kadar sürdüğünü biliyorsanız, bu bilgiyi kullanarak başka bir yolculuğun ne kadar süreceğini tahmin edebilirsiniz.

Gerçek hayatta herhangi iki yürüyüşün tam olarak aynı olamayacağını unutmayın. Bu nedenle tahmininize başka değişkenler de eklemeniz gerekecektir. Örneğin, başka bir yolculukta dik bir yokuş çıkmanız gerekebilir ya da o gün kendinizi yorgun hissediyor olabilirsiniz. Fakat bir tahmin yine de yararlı bir yol gösterici olabilir.



Mavi ve kırmızı güzergahların her biri = 1km

Mavi güzergahı yürüme zamanı = 23 dakika Kırmızı güzergahı yürüme zamanı = 11 dakika

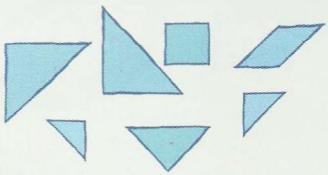
Paketleme bulmacası

Şekilleri bir kutuya düzgün şekilde yerleştirmek, bir tür matematik problemidir. Yüzyıllar önce Çin'de insanlar bu tür şekil problemlerini tangram adı verilen bir bulmacaya dönüştürmüşlerdir.

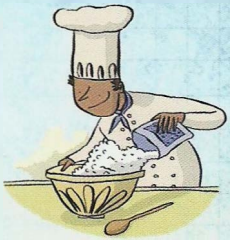
Tangramlar, tan adı verilen ve bir kare oluşturan yedi şeklin birleşimidir.



Buradaki yedi tane tan'ı kullanarak büyük bir üçgen oluşturabilir misin.



(Çözüm 93. sayfada verilmektedir.)



Mutfak tahminleri

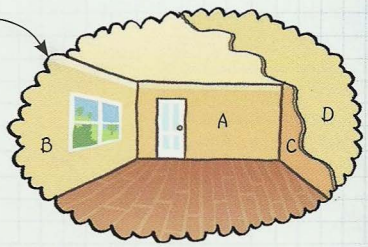
Yemek tariflerinde malzeme miktarları çok hassas bir şekilde verilir ve genellikle ağırlık birimi cinsinden ifade edilir. Fakat deneyimli aşçılar belirli miktarlardaki un ya da tereyağının ne kadar yer kaplayacağını bilir ve bu nedenle bir terazi kullanmadan miktarları tahmin edebilir.

Boya problemi

Eğer bir kova boya 60 m²'lik bir alanı kaplayabiliyorsa bu odayı boyamak için kaç kova boyaya ihtiyacınız vardır? Yeri, tavanı, kapıyı ve pencereyi boyamanıza gerek yok.

A duvarı = 10 m x 3 m = 30 m²
B duvarı = 15 m x 3 m = 45 m²
C duvarı = 10 m x 3 m = 30 m²
D duvarı = 15 m x 3 m = 45 m²
Kapı = 1m x 2 m = 2 m²
Pencere = 2 m x 2 m = 4 m²

Boyanacak oda



Kesin hesaplama

Duvarlar A + C = 2(10 m x 3 m) = 60 m²
Duvarlar B + D = 2(15 m x 3 m) = 90 m²
Toplam duvar alanı = 150 m²
150 m² – (kapı + pencere)
150 m² – (2m² + 4 m²) = 144 m²
144 m² ÷ 60 m² = 2,4

2,4 kova boyaya ihtiyacınız var, bu nedenle 3 kova boya satın almanız gerekiyor. (Ve oluşacak hataları düzeltmek için size 0,6 kova boya kalacak.)

Tahmin:

Alternatif olarak, kaba bir tahmin için en büyük duvarın alanını hesaplayabilir ve elde ettiğiniz değeri 4 ile çarpabilirsiniz.

4 x (3 m x 15 m) = 180 m²
180 – (kapı + pencere)
180 – (2 m² + 4 m²) = 174m²
174 m² ÷ 60 m² = 2,9

Bu yönteme göre 2,9 kova boyaya ihtiyaç var, bu nedenle 3 kova boya almanız gerekir ki bu da doğrudur.



Çiftçiler için matematik

Çemberleri inceleyen ilk insanlar Antik Mısır ve Babil'deki çiftçilerdi.

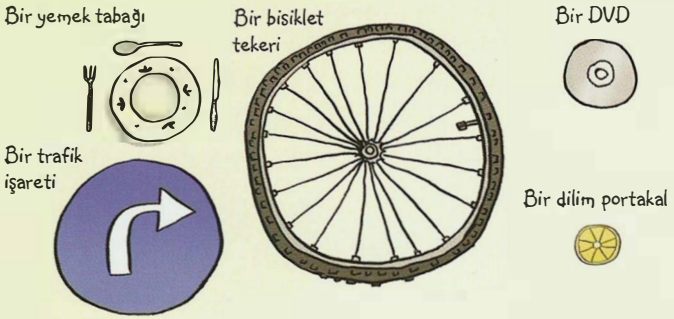
Çemberin çevre uzunluğu ve çapı arasında bir ilişki bulmuş ve bu değeri $\frac{256}{81}$(3,16) ya da $\frac{25}{8}$(3,125) olarak hesaplamışlardır.

Bu değeri kullanarak daire şeklindeki tarlalarında ne kadar ürün yetiştirebileceklerini belirlemişlerdir.

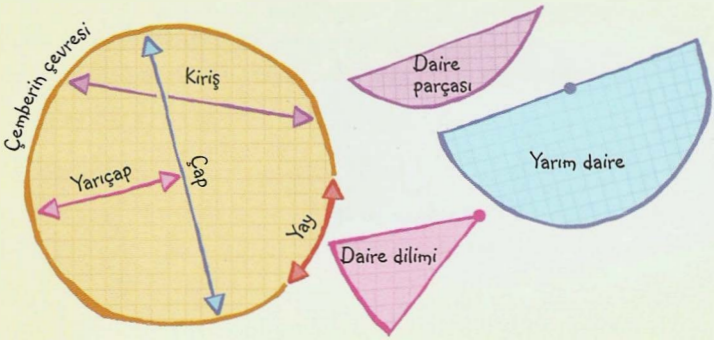


Daireler çizmek

Çember ve daireler her yerdedir.



Çemberler oldukça yaygın olduklarından matematikçiler binlerce yıldır çemberler üzerinde çalışmışlardır. Çemberleri parçalara bölmüş, elde edilen doğrulara ve parçalara farklı isimler vermişlerdir.

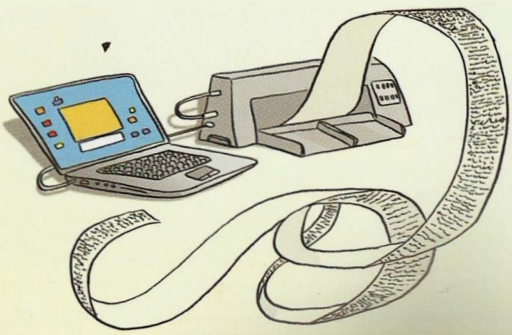


π ya da τ

π, bir çemberin çevre uzunluğu ve *çapı* arasındaki ilişkiyi temsil eden sayıdır. Tau (τ) olarak adlandırılan sayıysa çevre uzunluğu ve *yarıçap* arasındaki ilişkiyi tanımlar. τ, 2 x π ya da 6,28 değerindedir.

τ zaman zaman π'den daha kullanışlı olabilir. Örneğin, bir çemberin çevre uzunluğu 2 x π x yarıçap formülüyle tanımlanır. Fakat şu şekilde ifade etmek daha kolaydır: çevre uzunluğu = τ x yarıçap.

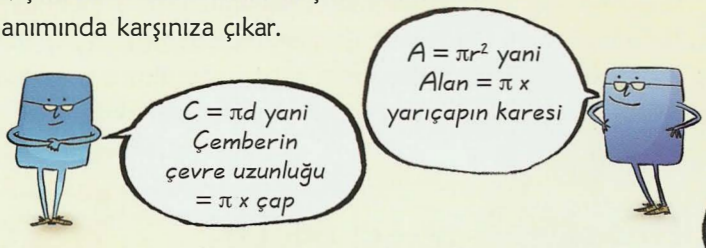
Bir çember ne kadar küçük ya da büyük olursa olsun eğer çevre uzunluğunu çapına bölerseniz her zaman aynı sayıyı elde edersiniz. Bu sayı pi olarak bilinir ve π sembolü ile gösterilir. Bu isim antik Yunanlılar tarafından verilmiştir. π, irrasyonel bir sayıdır ve genelde 3,14 değerine yuvarlanır.



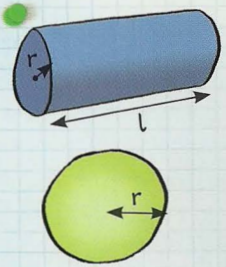
2011 yılında, Tokyo'da bir süper-bilgisayar π sayısını bir milyarıncı ondalık basamağa kadar hesaplamıştır.

Ünlü sayı: π

π, çemberler hakkındaki birçok matematik tanımında karşınıza çıkar.



Antik Yunan matematikçisi Archimedes (Arşimet), π'yi silindir ve kürelerin özelliklerini araştırmak için kullanmıştır.



Bir silindirin yüzey alanı $= 2\pi r^2 + 2\pi rl$

Bir silindirin hacmi $= \pi r^2 l$

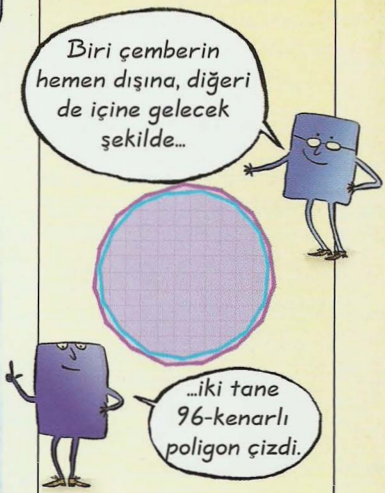
Bir kürenin yüzey alanı $= 4\pi r^2$

Bir kürenin hacmi $= \frac{4}{3}\pi r^3$

Fakat π'nin aslında irrasyonel olduğunu ve kesin bir sayı olarak yazılamayacağını unutmayın. Bu nedenle π sayısını kullanan herhangi bir matematik çalışması yalnızca gerçeğe yakın bir değer verecektir.

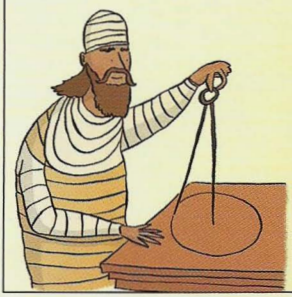
Archimedes (Arşimet) ve π

Uzun süreler boyunca π, Antik Yunan dâhisi Archimedes'e ithafen Archimedes sabiti olarak bilindi. Archimedes, 2.200 yıl önce π'nin doğru bir tahminini yapmanın bir yolunu bulmuştu.



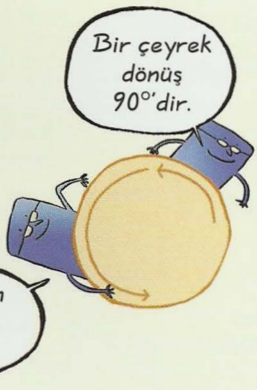
Her iki poligonun da alanlarını hesapladı ve bunları dairenin alanını hesaplamak için kullandı. Sonra da $\pi = \frac{A}{r^2}$ formülünün kullanarak π'nin değerini hesapladı.

Archimedes π sayısını 3,14185 olarak hesapladı. Günümüz hesap makineleri bu sayıyı 3,141592653 değerine yuvarlamaktadır; yani Archimedes gerçek değere çok yaklaşmıştır.

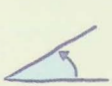


Etrafında dönmek

Çemberler, şekillerin içerisindeki dönüşleri ya da **açıları** tanımlamaya yardımcı olur. Dönüşün miktarı derece olarak ölçülür. Tam bir çemberi dönmek 360 derece ya da 360° olarak tanımlanır.



Bir dönüşü ya da açıyı bir tam çemberin kesri olarak tanımlayabilirsiniz. Bazı açıların belirli isimleri vardır:



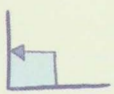
90°'den küçük: dar açı



90°'den büyük, 180°'den küçük: geniş açı



180°'den büyük: doğru açıdan büyük açı



Tam olarak 90 derece: dik açı

Üçgenlerin püf noktaları

Üçgenler üç-kenarlı şekillerdir ve adlarını bu özelliklerinden alırlar. Açılar ve üçgenlerle ilgilenen matematik dalı trigonometri olarak adlandırılır. **Trigonometri** aynı zamanda çemberler ve dalgalar gibi eğri şekilleri incelemek için de kullanılır.

Thales ve piramitler

Thales yaklaşık 2.600 yıl önce yaşamış bir Antik Yunan filozofuydu. Bir piramidin ne kadar yüksek olduğunu bilmek istiyordu ama piramit ölçüm yapabilmek için oldukça yüksekti.

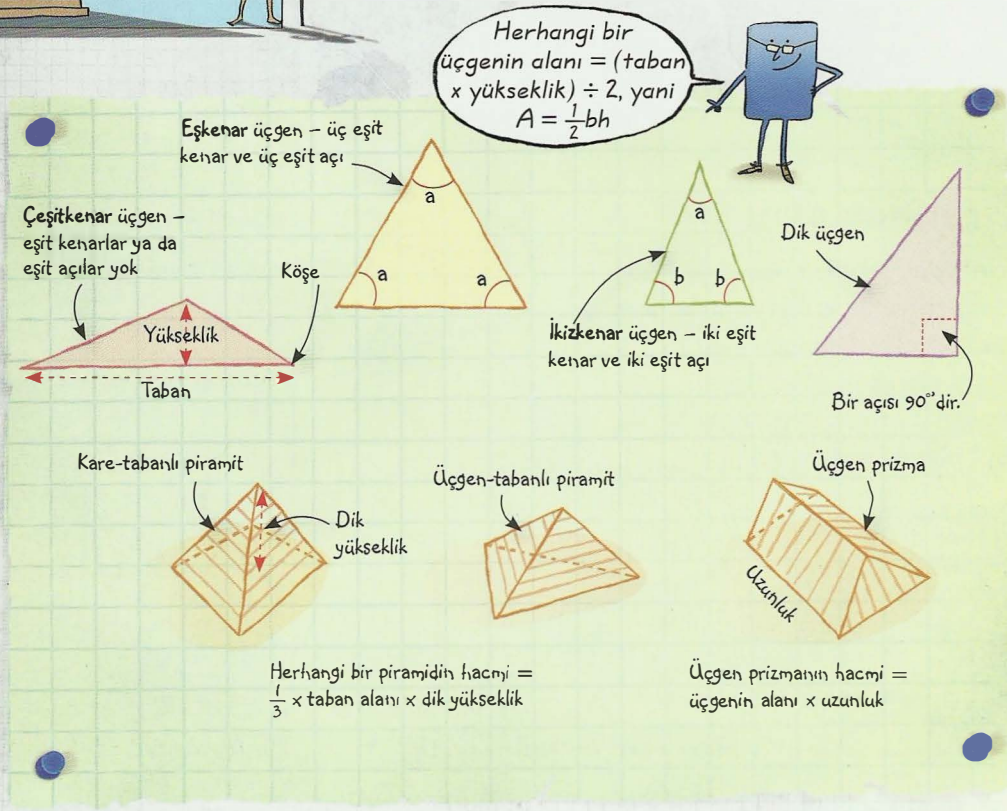
Thales, günün belirli bir zamanında kendi gölgesinin boyuna eşit olduğunu gördü. Bu nedenle piramidin yüksekliğini ölçmek için günün aynı saatinde gölgesinin uzunluğunu ölçtü.



Üçgenlerin temel öğeleri

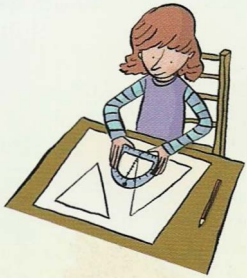
Dört temel üçgen türü vardır: Eşkenar, ikizkenar, çeşitkenar ve dik üçgen. Üçgenin türü ne olursa olsun açılarının toplamı her zaman 180°'dir.

Üçgenler, üçgen tabanlı piramitler, kare tabanlı piramitler ve üçgen prizmalar gibi farklı çeşitlerde üç boyutlu katı cisimler oluşturabilir.



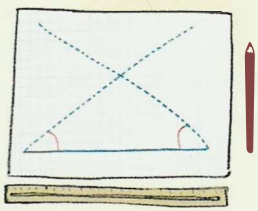
Bir üçgenin çizimi

Eğer üç kenarın uzunluğunu da biliyorsanız üçgen çizmek kolaydır. Üçgenin iki kenarının uzunluğunu ve aralarındaki açıyı biliyorsanız da üçgeni oluşturabilirsiniz.



1. Bilinen kenarlardan birini çizin
2. Bir açıölçer kullanarak bilinen açıyı çizilen kenarın bir ucuna işaretleyin.
3. Diğer bilinen kenarı bu açının doğrultusunda çizin.
4. İki doğruyu birleştirerek son kenarı oluşturun.

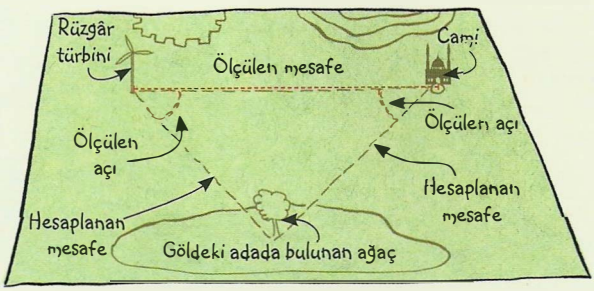
Ya da eğer bir kenarı ve iki açıyı biliyorsanız:



1. Bilinen kenarı çizin.
2. Bir açıölçer yardımıyla çizilen kenarın iki ucuna bilinen açıları işaretleyin.
3. İki açının gösterdiği doğrultular boyunca uzun çizgiler çizin.
4. Çizgiler son köşenin olduğu yerde kesişecektir.

Bir konumun nirengi teşkiliyle haritalanması

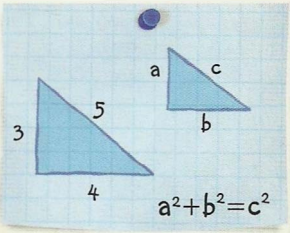
Harita kadastrocular daha doğru haritalar çizebilmek için üçgenlerin uzunluk ve açılarını hesaplar. Bu işleme **nirengi teşkili** denir. İşte bir örnek:



Kadastrocular üç tane sınır işareti seçerler. Bir mesafe ve iki açıyı ölçtükten sonra bir üçgen çizerek geri kalan mesafeleri hesaplarlar. Ardından yeni bir sınır işareti daha seçerler ve aynı yöntemle yeni bir üçgen oluştururlar; ta ki tüm alanı haritalayana kadar.

Üçgen teoremi

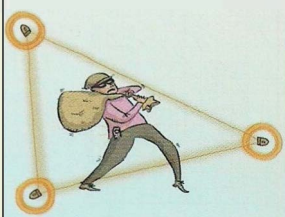
Bilinen en meşhur üçgen olgularından biri dik üçgenler hakkındadır. Üç kenarın uzunluklarının birbirleriyle nasıl ilintili olduklarını göstermektedir.



Avrupa'da bu teori Antik Yunan matematikçisi Pythagoras'ın (Pisagor'un) adıyla anılmaktadır. Pythagoras (Pisagor) bu teoremi 2.500 yıl önce ispatlamıştır. Çin'de ise matematikçi Shang Gao'nun adıyla anılır ve bağımsız olarak 2.200 yıl önce ortaya atılmıştır.

Dolandırıcıların yakalanması

Polisler bazen suçluların yerlerini cep telefonlarından yayılan sinyalleri kullanarak nirengi teşkiliyle belirler. İlk olarak telefon şirketi telefonun kendine özgü sinyalini izlemeye alır. Ardından, bu sinyale en yakın üç baz istasyonunu belirler.



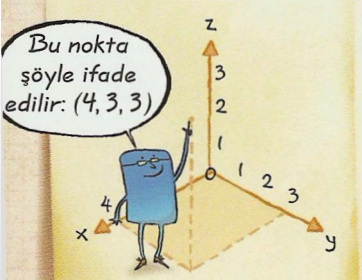
Her bir baz istasyonu ile telefon arasındaki sinyalin gücü, telefonun kesin yerini belirleyebilir.

Şekillerin temsili

Şekillerin nasıl doğru şekilde çizileceğini bilmek, arabalardan saraylara kadar üç boyutlu nesnelerin görüntülerini oluşturmada mimarlara, sanatçılara ve bilgisayar programcılarına yardımcı olur.

Üç boyutta koordinatlar

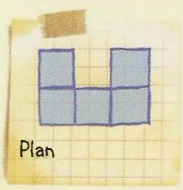
Bir ızgara üzerine üç boyutlu bir şekil çizmek için 3 eksen kullanmanız gerekir: x, y ve z. Ve şekildeki her bir noktanın konumunu belirlemek için bir x, y ve z koordinatına ihtiyacınız olacaktır.





Bir tasarımcı, bir aracın basit görüntüsünü oluşturmak için bilgisayar tarafından yapılmış şekilleri kullanmış. Bu, tasarımsal değişiklikleri yapmayı ve şekillerin nasıl göründüklerini anlamayı kolaylaştırır.

Mimarlar bir bina tasarlarken işe bir plan ve çeşitli görünümler çizerek başlarlar. Plan, bir binanın yukardan görünüşüdür. Görünüm ise binanın önden ya da yandan görünüşüdür.







Süper ölçek

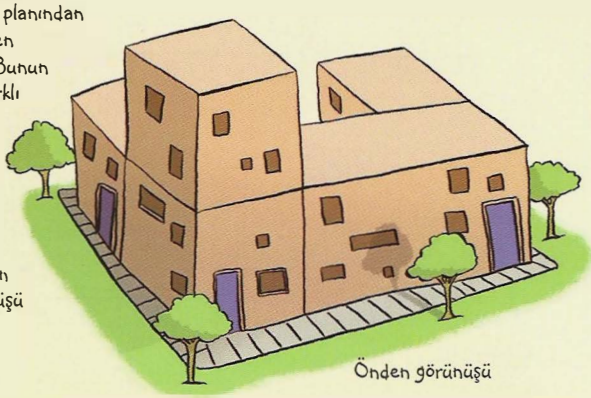
Büyük bir şeyin çizimini bir kâğıda sığdırabilmek için tüm boyutları aynı oranda küçültmeniz gerekir. Buna **ölçekli çizim** denir.

Bu, doğru haritalar üretmek için önemlidir. Haritaların, oranları kullanarak ölçeği açıklayan küçük anahtarları vardır. Böylece haritadaki bir mesafenin gerçek hayatta ne kadar olacağını belirleyebilirsiniz.



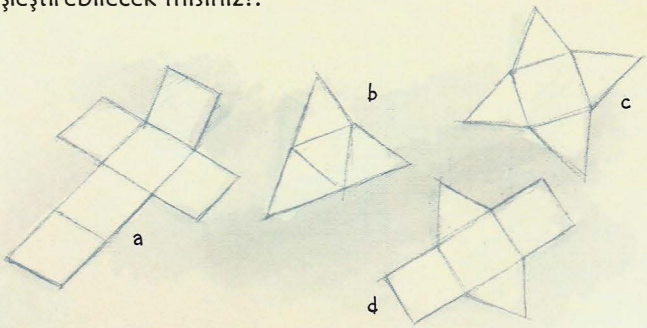
Bu haritadaki 1cm gerçek hayatta 1km'dir.

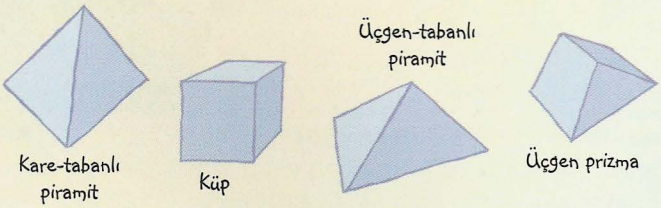
Gerçek bir bina ya da üç boyutlu bir model, planından ve görünümlerinden oldukça farklıdır. Bunun nedeni binanın farklı parçalarını farklı bakış açılarından görüyor olmanızdır.



Şekillerin açınımları

Eğer kutu gibi üç boyutlu bir şeklin kenarlarını keser ve açarak yassı bir hâle getirirseniz bir **açınım** elde edersiniz. Bakalım bu açınımları aşağıdaki üç boyutlu şekillerle eşleştirebilecek misiniz?:*





Model matematiği

Bir şeklin üç boyutlu temsili, **model** olarak adlandırılır. Bu bir uçağın motoru, bir bina, bir heykel ya da bir sanal gerçeklik oyunundan bir sahne olabilir.

Bilgisayar oyunu tasarımcıları görünümleri, planları ve açınımları analiz etmek için matematik programları kullanır. Bu bilgi daha sonra nesneleri ekrandaki görüntüler olarak yeniden yaratmak için kullanılır.

Matematiksel modeller kusursuz olabilir, fakat gerçek hayattaki şeylerin yalnızca yaklaşık bir temsilini oluşturabilirler. Örneğin, bir tuğla duvarın modeli kusursuz pürüzsüzlükte olabilir, fakat gerçek hayatta hiçbir tuğla duvar kusursuz pürüzsüzlükte değildir. Bundan dolayı bazı sanal gerçeklik görüntüleri oldukça aldatıcı görünür.

* Yanıt 93. sayfadadır.

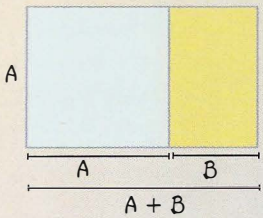
Ünlü sayı



Eski âlimler en güzel dikdörtgenin, kısa ve uzun kenarları arasında belli bir oran olan dikdörtgen olduğunu düşünürlerdi.

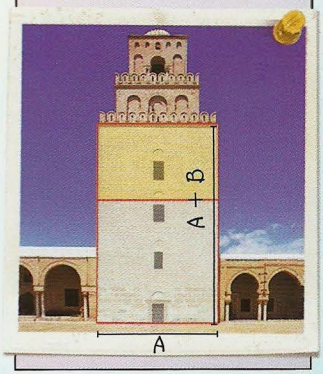
Buna **altın oran** ismini vermişler ve fi olarak adlandırılan Yunan harfi ϕ ile göstermişlerdir.

Altın oran, sanatçılar ve mimarlar arasında oldukça popüler olmuştur. π gibi ϕ de bir irrasyonel sayıdır. Değeri yaklaşık olarak 1,618'dir.



A:B oranı A+B:A oranı ile aynıdır.

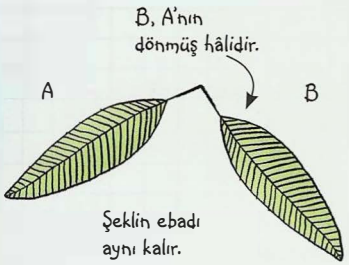
Altın oran, Kuzey Afrika'daki Uqba Camisi'nin belli bölümleri inşa edilirken kullanılmıştır. Örneğin, burada gösterilen minare.



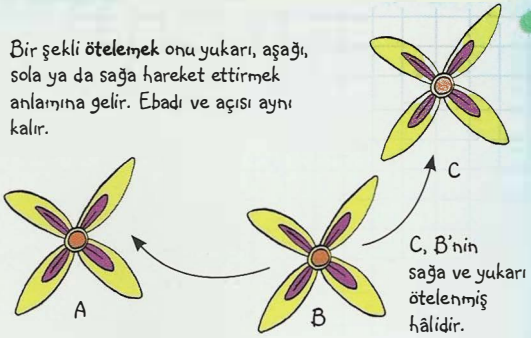
Şekillerle oynamak

Bir şeklin görünümü değiştirildiğinde bu işleme taşıma denir. Matematiksel **taşımalar;** döndürme, öteleme, genişletme ve yansıtma gibi hareketleri içerir.

Döndürme, bir şekli, bir nokta etrafında çevirmek anlamına gelir; örneğin bir köşesinin etrafında.



Bir şekli **ötelemek** onu yukarı, aşağı, sola ya da sağa hareket ettirmek anlamına gelir. Ebadı ve açısı aynı kalır.

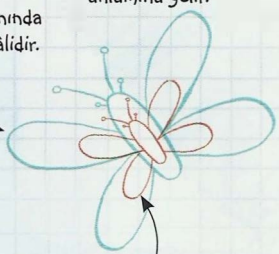


Bir şeyi **genişletmek** o şeklin ebadının sabit bir orana göre değiştirilmesi anlamına gelir. Tüm kenarların uzunluğu aynı oranda artar, fakat açıların ölçüleri aynı kalır.

Artış oranına ölçek katsayısı ismi verilir. **Ölçek katsayısı** 2 ise, kenarların uzunluklarının iki katına çıkacağı anlaşılır.

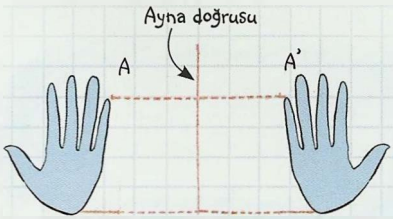
Bir şekli kesirli bir sayı oranında 'genişletmek' mümkündür. Bu, şeklin ebadının küçüleceği anlamına gelir.

Mavi kelebek, kırmızı kelebeğin ölçek katsayısı 2 oranında genişletilmiş hâlidir.



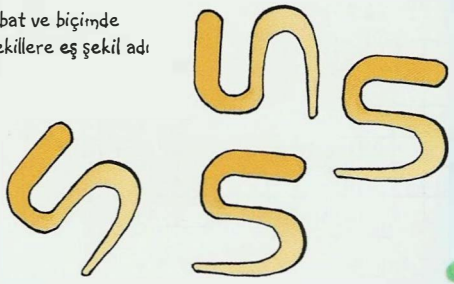
Kırmızı kelebek, mavi kelebeğin kesirli sayı oranında genişletilmiş hâlidir. Kenarları mavi kelebeğinkinin $\frac{1}{2}$ 'si kadardır.

Yansıtma, bir şeklin bir doğruya göre ters çevrilmesini içeren bir taşımadır. Aynaya bakmak gibidir.



A noktasının yansıması A' olarak adlandırılır. Şekil ve yansıması ayna doğrusundan aynı uzaklıktadır.

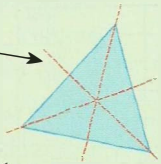
Aynı ebat ve biçimde olan şekillere **eş şekil** adı verilir.



Simetri

Bazı şekillerin kendi içlerinde ayna doğrusu bulunur. Bu şekiller **simetrik** olarak tanımlanır. Ayna doğrusu ise simetri doğrusu olarak adlandırılır. Bir şekli kusursuzca üst üste örtüşecek yarımlar şeklinde katlamaya çalışın. Sonra şekli tekrar açın. Ardından bu işlemi kaç farklı şekilde yapabileceğinize bakın. Bu yöntemle şeklin bütün simetri doğrularını bulabilirsiniz.

Bu üçgenin 3 tane simetri doğrusu bulunur. Üç farklı şekilde yarıya katlanabilir.



Üçgenin dönme simetrisi çakışma sayısı da 3'tür.

Bazı şekiller kendi etraflarında çevrildiklerinde kendi üzerlerine oturur. Buna **dönme simetrisi** denir.



Bu z'nin dönme simetri çakışma sayısı 2'dir. 360° dönüş esnasında tam iki kere kendiyle aynı şekle gelir: Bir kez 180°'de, bir kez de 360°'de.

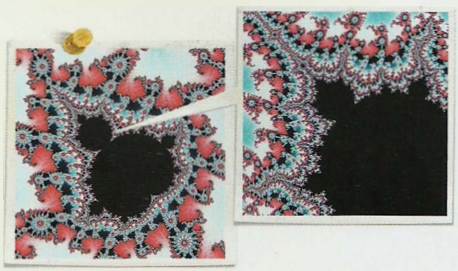
Fraktalları bulmak

Geometrinin bir dalı, bir şekil oluşturmak için grafikler üzerine çizilebilen denklemleri bulmayı içerir. 19. yüzyılda Alman matematikçi Karl Weierstrass alışılmadık bir şekil oluşturan bir algoritma ortaya atmıştır: Sonsuza kadar devam eden ve ölçek küçüldükçe kendini tekrar eden bir şekil.

1960'larda Fransız matematikçi Benoit Mandelbrot bu desenleri incelemiş ve onlara bir isim bulmuştur: **Fraktal**. Fraktallar kendine-benzerlik adı verilen özelliği gösteren şekillerdir. Bu özellikte, aynı desen farklı ölçeklerde tekrar edilir; bu nedenle şekli büyüttüğünüz sürece aynı deseni tekrar tekrar görürsünüz.

Burada Mandelbrot'un bir bilgisayar tarafından çizilmiş fraktallarından birini görüyorsunuz.

Ne kadar büyütürseniz büyütün, aynı deseni görürsünüz.



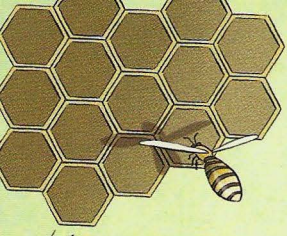
Doğal fraktallar

Bazı nesnelere yakından baktığınızda şekillerinin bazı parçalarının kendini defalarca tekrar ettiğini görebilirsiniz. Bunlara fraktal nesneler denir.

Fraktallar yüzyıllar önce İtalyan matematikçi Fibonacci tarafından doğada gözlense de kendisi bunlara bir isim vermemiştir. Bu özellik kar tanelerinde, çiçeklerde ve hatta bulutlarda görülebilir.



Mikroskop altında görünen bir kar tanesi



Süslemeler

Süsleme, aralarında boşluk ya da örtüşme olmayan şekillerin oluşturduğu, kendini tekrar eden simetrik bir desendir. Şekillerin birbirinin aynısı olması gerekmez. Örneğin, bir topun yüzeyi süslemeler oluşturan altıgen ve beşgenlerin birleşiminden oluşabilir.

İki boyutlu süslemeler, yerleri ve duvarları dekore etmek için sıkça kullanılır. Süslemeler üç boyut seviyesinde de karşımıza çıkar; örneğin, bir peteğin sık yapısında.

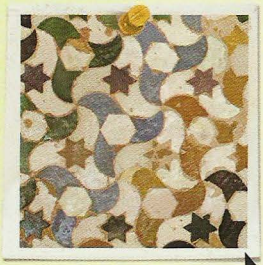


Düzgün süslemeler

Süslemede sadece üç düzgün şekil kullanılır: Eşkenar üçgen, kare ve altıgen.

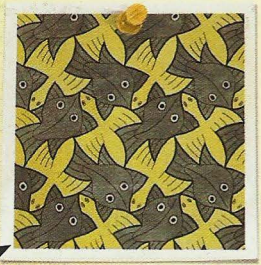
Sanatta süslemeler

Yüzlerce yıl önce İslam sanatçıları süslemeler oluşturan çiniler tasarlamak için birçok şekil kullanmıştır (yıldızlar, üçgenler ve hilaller). Bunları sarayları dekore etmek için kullanmışlardır.



İspanya Granada'da bulunan Elhamra Sarayı'nın duvarından bir görünüm.

20. yüzyılın başlarında M.C. Escher adlı Hollandalı bir sanatçı, Elhamra'dan ilham alarak kendi süslemelerini oluşturmuştur. Sanatçı iç içe geçmiş hayvanlardan oluşan şekiller tasarlamıştır.

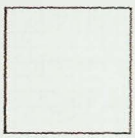


Kuş ve balıklardan oluşan bir Escher deseni.

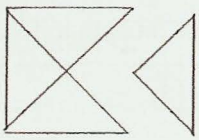
Kendi-kendine-yap: Süsleyen desenler

Basit bir şekil ile oynayarak daha karmaşık ve güzel bir süsleme deseni oluşturalım:

1. İlk önce, bir kare çizin.



2. Karenin bir tarafından bir bölümü kesip çıkarın. Şeklin nasıl olduğunun önemi yoktur.

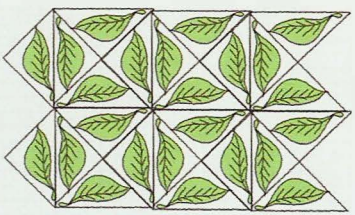


3. Bu bölümü karenin diğer tarafına ekleyin. İsterseniz bir resim çizerek şeklin içini doldurabilirsiniz.

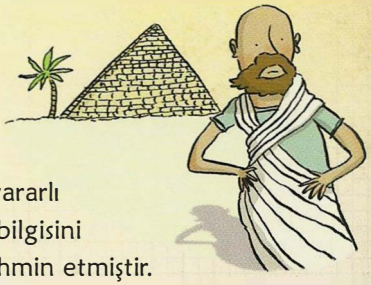


Bu şekil de bir süsleme oluşturur.

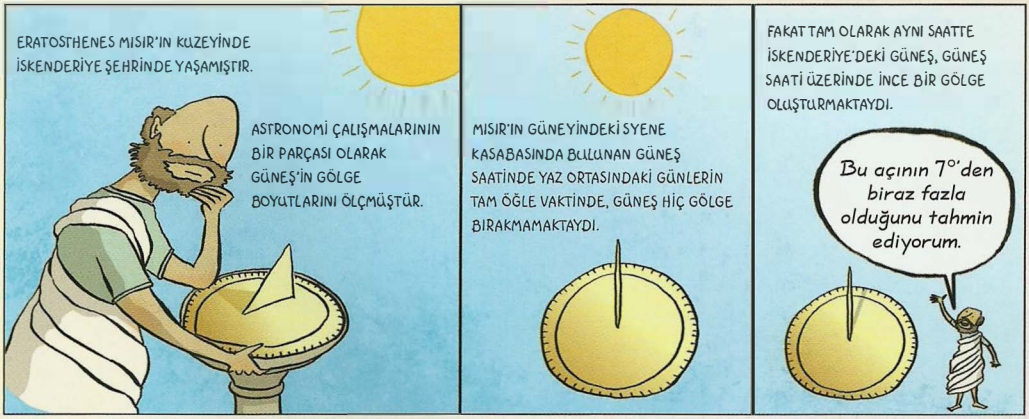
4. Şekli defalarca kopyalayarak süslemenizi oluşturun.

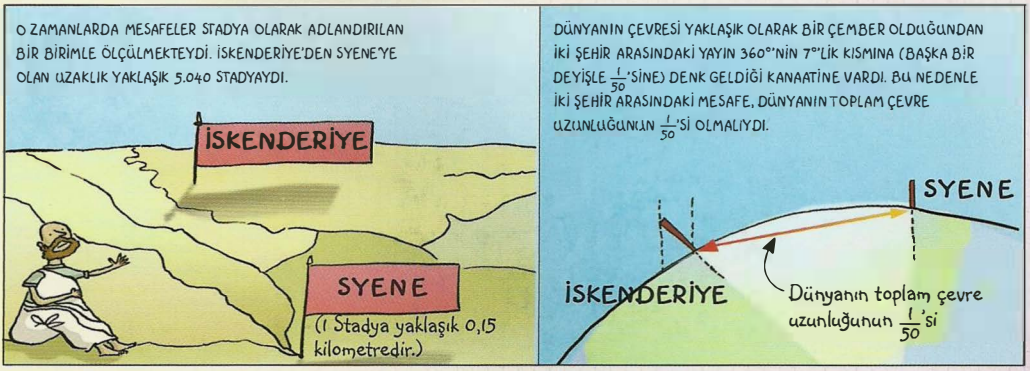


Dünyayı ölçmek



Antik Yunan matematikçisi Eratosthenes'in de keşfettiği gibi, şekillerin nasıl işlediğini anlamak oldukça yararlı olabilir. Kendisi çemberler, üçgenler ve açılar hakkındaki bilgisini kullanarak 2.200 yıl önce dünyanın çevre uzunluğunu tahmin etmiştir. Bakın bunu nasıl yapmış.

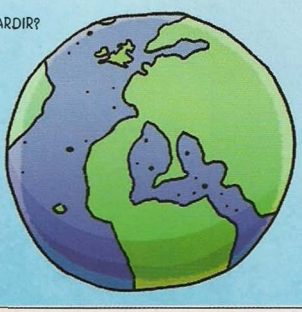




ÖYLEYSE, DÜNYANIN ÇEVRESİ NE KADARDIR?

EĞER DÜNYANIN $\frac{1}{50}$'Sİ 5.040 STADYA İSE TÜM ÇEVRE UZUNLUĞU ŞU KADARDIR: 5.040 X 50.

BU DA 252.000 STADYA EDER VE 37.800 KM'YE DENKTİR.



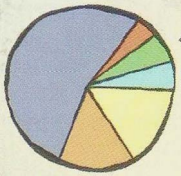
GÜNÜMÜZDE YAPILAN ÖLÇÜMLER DÜNYANIN ÇEVRE UZUNLUĞUNU 40.075KM OLDUĞUNU SÖYLEMEKTEDİR. ÖYLEYSE ERATOSTHENES'İN TAHMİNİ GERÇEK DEĞERE OLDUKÇA YAKINDIR.

ERATOSTHENES BİRAZ YANILMIŞTIR. BUNUN NEDENİ İSKENDERİYE'NİN TAM OLARAK SYENE'NİN KUZEYİNDE YER ALMAMASI VE DÜNYANIN TAM OLARAK DÜZGÜN BİR KÜRE OLMAMASIDIR. DÜNYA KUZEY VE GÜNEY KUTUPLARINDAN BİRAZ BASIKTIR.

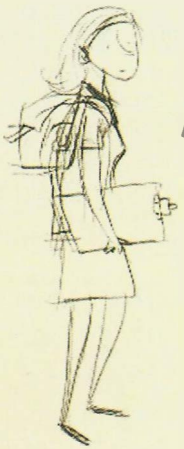
Ortalama
ne demektir?



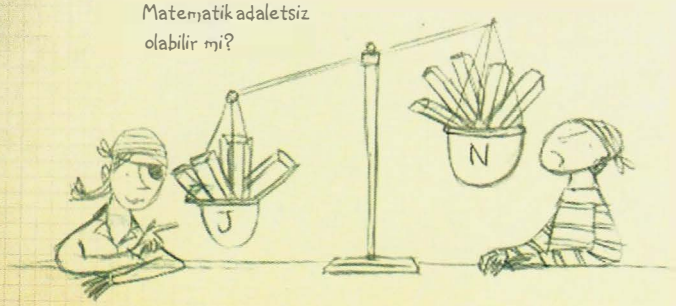
Daire grafikleri
ne içindir?



İnsanlar neden
araştırma yapar?

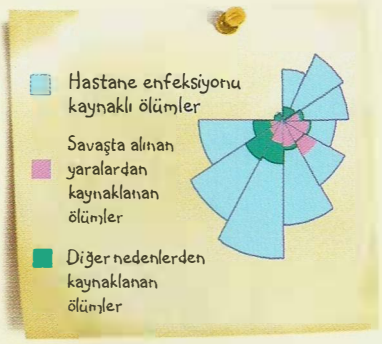


Matematik adaletsiz
olabilir mi?



4. Bölüm

Olgular ve bulgular





1850'li yıllarda Doğu Avrupa'da savaş baş gösterdi ve binlerce yaralı asker geçici hastanelere gönderildi. Bu hastanelerden birinde çalışan hemşirelerden birinin adı Florence Nightingale'di. Kendisi bugün, hastanelerdeki şartları büyük ölçüde iyileştirmesiyle bilinir. Fakat onun başarısının sırrı matematiktir, özellikle de **istatistik**.

İstatistik, bilginin toplanması ve analiz edilmesiyle ilgilidir. Nightingale, yetersiz hijyen koşulları nedeniyle, hastanede ölen askerlerin sayısının savaşta ölenlerden çok daha fazla olduğunu tespit etmiştir. Bu bulguları bir grafiğe dönüştürmüş ve hastaneleri temiz tutma konusunda politikacı ve generalleri ikna etmek için kullanmıştır.

İyi araştırılmış ve iyi sunulmuş istatistiğin ne kadar güçlü bir araç olabileceğini öğrenmek için okumaya devam edin.

İstatistik ve veri

Matematikte, bilgi parçaları **veri** olarak tanımlanır. Veri, sayılar (sınav sonuçlarının bir listesi gibi) ya da kelimeler (anket sorularına verilen yanıtlar gibi) olabilir. Her tür verinin toplanması ve analiz edilmesi istatistiğin ta kendisidir.

Ne bilmek istiyorsunuz?

İstatistiğin önemli bir amacı sorulara yanıt bulmaktır. Sorular, 'Bir erkek penguen ne kadar büyük olur?' gibi bilimsel konulardan 'İnsanlar hangi partiye oy verecek?' gibi siyasi konulara kadar değişiklik gösterebilir.

Örnek almak

Bu tür sorulara yanıt bulabilmek için çok fazla veri toplamanız gerekir. Fakat her bir pengueni ölçmek ya da her bir kişiye kime oy vereceklerini sormak oldukça fazla vakit alacaktır. Bunun yerine bir **örneği,** yani bütünü temsil etmek için seçilen küçük bir grubu inceleyebilirsiniz.

Yıldız matematiği

İlk büyük istatistikçilerden biri Fransız astronom Pierre-Simon Laplace idi.



Yıldız ve gezegenleri izlemek için yıllarını harcadı ve zaman içerisinde yörüngelerinin gökyüzünde nasıl değiştiğini ölçtü. Her yıl daha fazla veri elde etti ve analizlerini daha doğru hâle getirdi.

En büyük örnek



Tarihin en büyük araştırmalarından biri 1749 yılında İsveç'te gerçekleştirildi. Hükümet ülkede kaç kişinin yaşadığını tespit etmek istiyordu.

Sonucun 20 milyon insana yakın olmasını bekliyorlardı. Ancak, gerçek sayı 13 milyonun sadece biraz üzerindeydi.

Günümüzde birçok hükümet on yılda bir ya da benzeri aralıklarla nüfus sayımı olarak adlandırılan ve tüm ülkeyi kapsayan araştırmalar gerçekleştiriyor. Bu tür veriler okul ya da karayolu gibi altyapı hizmetlerine ihtiyaç olup olmadığı konusunda kararlar vermelerine de yardımcı oluyor.



Örneği seçmek

'İyi' bir örnek seçmek son derece önemlidir. Aynı popülasyondan seçilmiş iki 'kötü' örnek oldukça farklı sonuçlar verebilir.

Örneğin, 'Spora ne kadar vakit ayırıyorsunuz?' diye soran bir okul anketi, örnek, satranç kulübü içerisinden alınmışsa 'çok az', örnek, futbol takımından alınmışsa 'çok fazla' yanıtlarını alabilir? Belli bir sonucu almanıza neden olacak belirli bir örneğin seçilmesine **yanlı hata** adı verilir.



Rastgele örnekler

Bir araştırmada yanlı hatayı engellemenin yollarından biri örneğin **rastgele** seçilmesidir. Rastgele örnek, bir popülasyondaki her bir kişinin eşit seçilme şansına sahip olması anlamına gelir.

Örneğin, sinema bileti almak için bekleyen insanlar arasından örnek seçmek için gözlerinizi bağlayabilir ve aralarından birkaç tanesini işaret edebilirsiniz.



Kimi zaman *tamamen* rastgele seçilen örnekler de yanıltıcı olabilir. Eğer sinema araştırmanız *sinemaya giden tüm insanlara* yönelikse, örneğinizi sadece bilet alan insanlar arasından seçmeniz, biletleri ebeveynleri tarafından alınan çocukları kapsamaz.

İyi bir örnek, tüm popülasyonun adil bir temsilini içermeli ve aynı zamanda rastgele olmalıdır.

Yanlış sonuç

1936 yılında bir dergi, ABD'de başkanlık seçimini o yıl kimin kazanacağını tespit etmek için 10 milyon kişi arasından rastgele seçilmiş insanlarla bir telefon araştırması gerçekleştirmiştir.

Araştırma Landon'un, rakibi Roosevelt'i 171'e karşı 370 oyla yeneceğini göstermiştir.



Ancak, gerçek seçimde Roosevelt 8'e karşı 523 oyla seçimi kazanmıştır.

Sonuç neden bu kadar farklı çıkmıştır? Bu fark, 1936 yılında sadece zengin insanların telefon sahibi olmasından kaynaklanıyordu. Ve onların çoğu Landon'un kazanmasını istiyordu. Araştırma her ne kadar rastgele görünse de aslında yanlı hatalıydı.

Veri zorlukları

Nurdan ve Emrah adında iki korsanın, kimin daha fazla altına sahip olduğu konusunda tartıştıklarını hayal edin. Tartışmayı çözmek oldukça basit olmalı, değil mi?



Tüm külçeler aynı görünüyor. Fakat külçeleri bir teraziye koyduklarında Nurdan'ınkilerin Emrah'ınkilerden daha ağır geldiğini gördüler.



Emrah bu durumdan şikayet etmeye başladı ve bu sefer farklı bir terazi kullanarak altınları tekrar tarttılar. Bu kez terazide diğer taraf ağır bastı: Görünüşe göre Emrah'ın altınları daha ağırdı.

Bu nasıl mümkün olabilir? Gerçekte olan şudur: Hiçbir altın külçesi boyut, hatta saflık anlamında tam olarak aynı değildir ve hiçbir teraziye tam olarak güvenilemez. (Aslında, Emrah ikinci ölçümde kendi tarafına daha ağır bir terazi kefesi koyarak hile yapmaya çalışmıştır.) Fakat aynı nesneyi tartmak için iki modern dijital tartı kullansanız dahi farklı sonuçlar alabilirsiniz.

Adil olmanın en iyi yolu külçeleri farklı tartılarda defalarca tartmaktır. Sonra aralarından birinin diğerlerinden daha fazla ön plana çıkıp çıkmadığını görmek için *tüm* sonuçları karşılaştırabilirsiniz.



Sahte bagetler

19. yüzyıl Fransız matematikçisi Henri Poincare, bir yıl boyunca mahalle fırınından satın aldığı baget ekmekleri tarttı.

Reklamlara göre bagetler 1000 g geliyordu. Fakat Poincare, birçoğunun aslında daha hafif olduğunu buldu. Ortalama ağırlık 980 g'dı.

Poincare polise başvurdu ve fırıncı cezalandırıldı.



Sürekli değişen kilogram

Fransa Uluslararası Ağırlıklar ve Ölçümler Bürosu, tam olarak bir kilogram ağırlığındaki bir metal silindire sahiptir. Geleneksel olarak, en doğru ağırlık ölçekleri bu silindir kullanılarak kalibre edilmekteydi.



Fakat bir problem vardı: Metal yavaşça bozunmakta, zaman içerisinde küçük ağırlıklar kaybetmekteydi. Bu nedenle silindir kullanılarak kalibre edilen yeni ölçekler eskilere göre farklılık göstermekteydi.

Ortalamanın anlamı

Günlük kullanımda 'ortalama' kelimesi 'olağan' ya da 'ortada' anlamlarına gelir. Fakat matematikte üç farklı ortalama türü vardır.

Bu tohum paketinde 'ortalama' 23 tane tohum bulunur. Fakat bu gerçekte ne anlama gelir?

Kutu sayıları

Bir mısır gevreği kutusu 500 g olabilir. Fakat eğer tüm kutuyu ya da sadece içindeki mısır gevreklerini tartarsanız muhtemelen sonuç biraz daha çok ya da az olacaktır. '500 g', kutunun içindeki gevreklerin yaklaşık ağırlığıdır. Eğer birçok kutuyu örneklerseniz, ortalamaları 500 grama yakın olmalıdır.



Bunu bulmanın bir yolu bir çok paket almak ve her birindeki tohumları saymaktır.

Sonra sonuçları aşağıdaki gibi bir tabloya yerleştirebilirsiniz:

Ortalama tohum sayısını tanımlamanın üç yolu bulunmaktadır: **Mod, medyan** ve **aritmetik ortalama.**

10 pakette sayılan tohumların sayısı						
Paketteki tohum sayısı	18	19	20	22	28	30
Bu sayıda tohum içeren paketlerin sayısı	1	2	1	3	1	2

Tohumların mod sayısı 22'dir.

Tohumların medyan sayısı 22'dir.

Mod

Bir sayı kümesinde en sık görünen sayı **mod** olarak adlandırılır. Bu bir tür 'ortalamadır'.

Medyan

Alınan örneğin ortasında bulunan değer **medyan** olarak adlandırılır. Bu sayıyı bulmak için veriler sayısal olarak sıralanır ve ortadaki değer ya da değerler bulunur.

30 30 28 22 22 22 20 19 19 18

Aritmetik ortalama

İnsanlar bir 'ortalamadan' bahsettiklerinde genelde **aritmetik ortalamayı** kastederler. Bu, veri eşit şekilde paylaşıldığında elde edilen değerdir.

Bu değeri hesaplamak için tüm sonuçlar toplanır, örneklerin toplam sayısına bölünür (burada, toplam tohum sayısı toplam paket sayısına bölünür).

Tohumların aritmetik ortalaması 23'tür. Aslında, hiçbir pakette tam olarak 23 tohum bulunmasa da bu değer bir ortalamadır.

Verinin grafikleştirilmesi

Bazen veriyi anlamanın en kolay yolu bir grafik çizmektir. Bunu yapmanın farklı yolları vardır.

Doğru grafiği

Doğru grafikleri bir şeyin zaman içerisinde nasıl değiştiğini göstermek için iyi araçlardır.

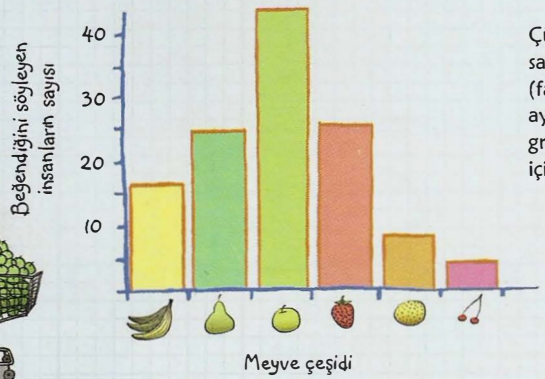




Çubuk grafiği

Çubuk grafikleri farklı şeylerin miktarlarını karşılaştırmak için faydalı araçlardır.



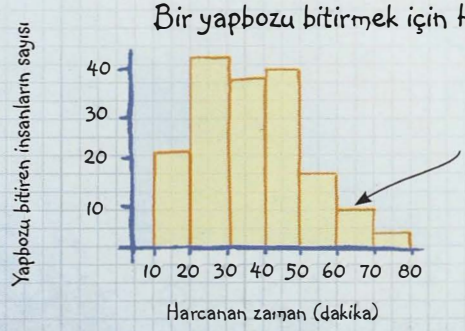


Çubuk grafikleri sadece **kesintili veri** (farklı meyveler gibi ayrı parçalar şeklinde gruplandırılabilen veri) için uygundur.

Bir çubuk grafiğindeki çubuklar eşit genişliktedir ve aralarında boşluklar bulunabilir.

Histogram

Histogramlar bir **sürekli** veri kümesinden farklı örnekleri karşılaştırmak için çubukları kullanır. (Sürekli veri, belirli bir değişim aralığında bulunan herhangi bir değer olarak tanımlanabilir.)



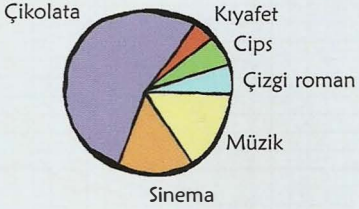
Histogramdaki bu çubuk, yapbozu 60 dakika ile 70 dakika arasında bitiren insan sayısını göstermektedir.



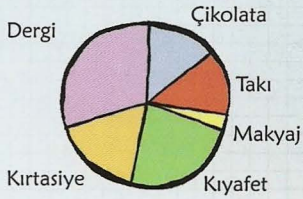
Daire grafiği

Daire grafikleri örneğin tamamını göstermek için bir daire kullanır. Alınan örneğin hangi parçalarının nasıl paylaştırıldığını göstermek için kullanışlıdırlar.

Bora cep harçlığını nasıl harcamış



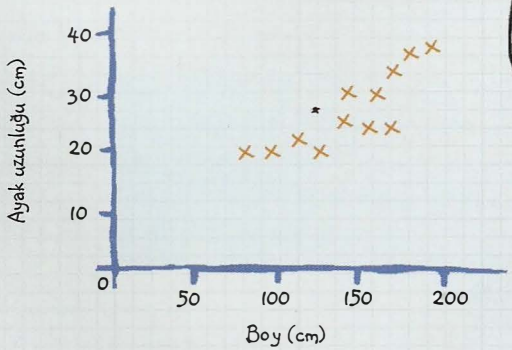
Ayşen cep harçlığını nasıl harcamış

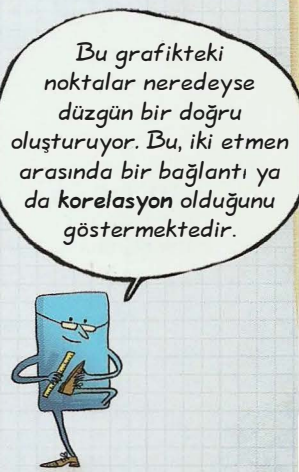


2B sınıfının analizi: Uzun boylu öğrencilerin ayak uzunluklarına göre karşılaştırılması

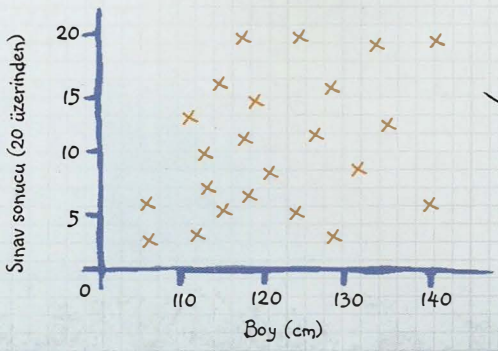
Dağılma diyagramı (dağılma grafiği)

Dağılma diyagramları iki farklı şeyin birbirleriyle ilgili olup olmadıklarını gösterir.





2B sınıfı analizi: Öğrencilerin boyları ve matematik sınavında ne kadar iyi sonuç aldıkları





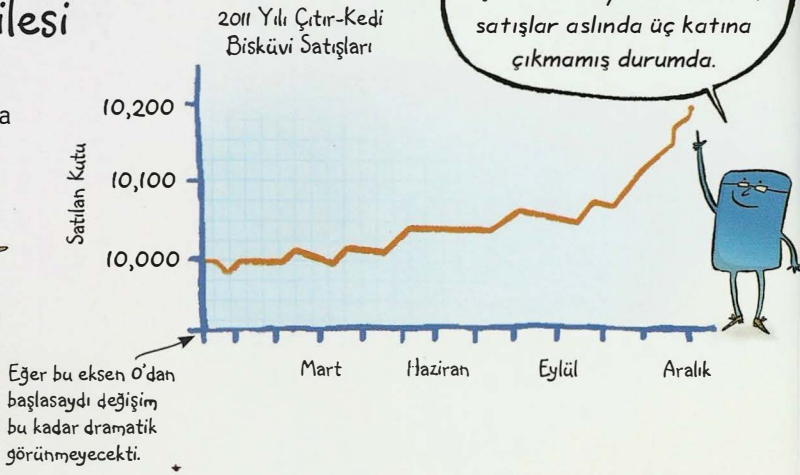
Grafiklerle aldatmak

Kimi zaman bazı insanlar okuyucuları yanlış yönlendirmek amacıyla bir grafik tasarlayabilirler.

Doğru grafiği hilesi

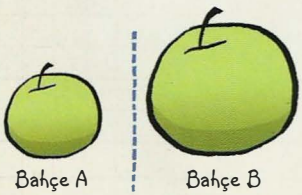
Bu doğru grafiği oldukça dramatik görünmekte ama veri aksini söylemekte. Sayılara dikkatlice bakın...





Resim hilesi

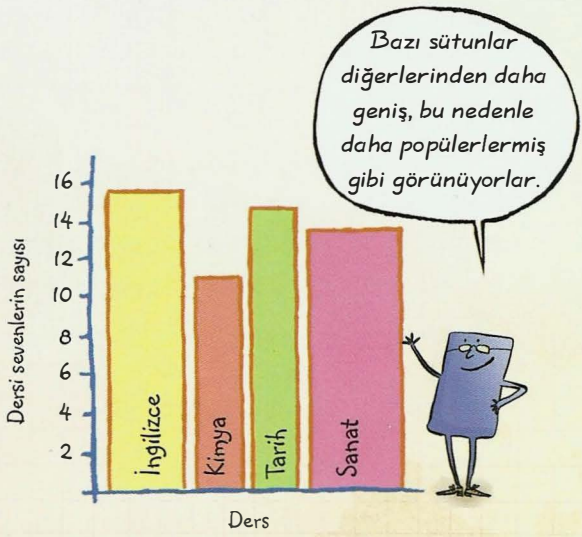
Bu resim iki farklı bahçeden gelen elmaların miktarını karşılaştırmakta. Bahçe B'de üretilen elma sayısı diğer bahçedekilerin $1\frac{1}{2}$ katıdır.





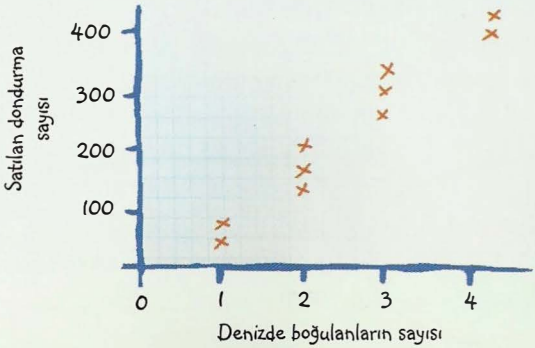
Sütun grafiği hilesi

Bu sütun grafiği bir okuldaki çocukların sevdiği dersleri karşılaştırıyor.



Yanlış korelasyon

Bazen bir grafik iki etken arasındaki korelasyonu gösteriyormuş gibi görünür. Fakat aralarında bir bağlantı olması her zaman birinin diğerine neden olduğu anlamına gelmez. Ortada başka gizli bir etken olabilir. Aşağıdaki dağılma diyagramına bakın:





Havanın sıcak olduğu durumlarda daha fazla insan dondurma yer ve yüzmeye gider (ve boğulma riskiyle karşılaşır). Hava durumu gizli etkendir.

Dikkat!

Bir grafik, bir etkenin bir diğerinin doğrudan sebebi olduğunu ispatlamak için yeterli değildir.

İyi oyun, kötü oyun

Veri tabloları, bir zaman aralığında gerçekleşen farklı sonuçları kaydetmekte kullanılabilir. Sonuçlar neredeyse hep aynı eğilimi gösterir: Zaman içerisinde ortalama bir değere evrilme eğilimindedirler. Örneğin, bu grafik bir futbolcunun bir sezonda her maçta kaç gol attığını göstermektedir.

Maç	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Gol sayısı	1	2	1	0	4	3	1	0	2

Gollerin aritmetik ortalaması yaklaşık olarak 1,5'dir. Eğer sonuçlara sırayla bakarsanız bir örüntü ortaya çıktığını görebilirsiniz: Çok gollü bir maçın ardından az gollü bir maç, az gollü bir maçın ardından genellikle çok gollü başka bir maç gelmiştir.

Bu örüntü **ortalamaya dönüş** olarak adlandırılır. Sonuçların zaman içerisinde daha iyiye ya da daha kötüye doğru gitmeyeceğini, bunun yerine bir ortalama değere yaklaşacağını gösterir.

Ödül mü ceza mı?

Bir havacılık okulundaki öğretmenler, sınavda kötü performans gösteren bir pilotu cezalandırdıklarında bir sonraki seferde daha iyi sonuç aldıklarını tespit etmiştir.

İyi performans gösteren bir pilotu ödüllendirdiklerindeyse o pilotun bir sonraki seferde daha kötü sonuç aldığını görmüşlerdir.

Bu nedenle öğretmenler tüm pilotları her zaman cezalandırmaya başlamış ve tüm öğrencilerin sınav sonuçlarının iyileşeceğini umut etmişlerdir. Fakat bu işe yaramamıştır.

Peki ya neden? Çünkü *ceza ya da ödülden bağımsız olarak*, bir sınavda kötü sonuç alan pilotlar bir sonrakinde iyi sonuç alma, iyi sonuç alanlarsa bir sonrakinde kötü sonuç alma eğilimindedir.

Gerçekte, zaman içerisinde, bir pilotun sınav sonucu her daim iyileşemez (ya da kötüleşemez). Sonuç adım adım bir ortalama değere yaklaşacaktır.

Ortalama adam

Belçikalı istatistikçi Adolphe Quetelet, insanlar hakkında bilgi toplayan ilk bilim insanlarından biriydi. Ortalama bir 19. yüzyıl insanının boyunu, ağırlığını ve diğer karakteristik özelliklerini tanımlamak için verilerden yararlandığı "İnsan Üzerine Bilimsel Bir İnceleme" (*Treatise on Man*) isimli kitabı kaleme aldı.



Ortalama suçlu

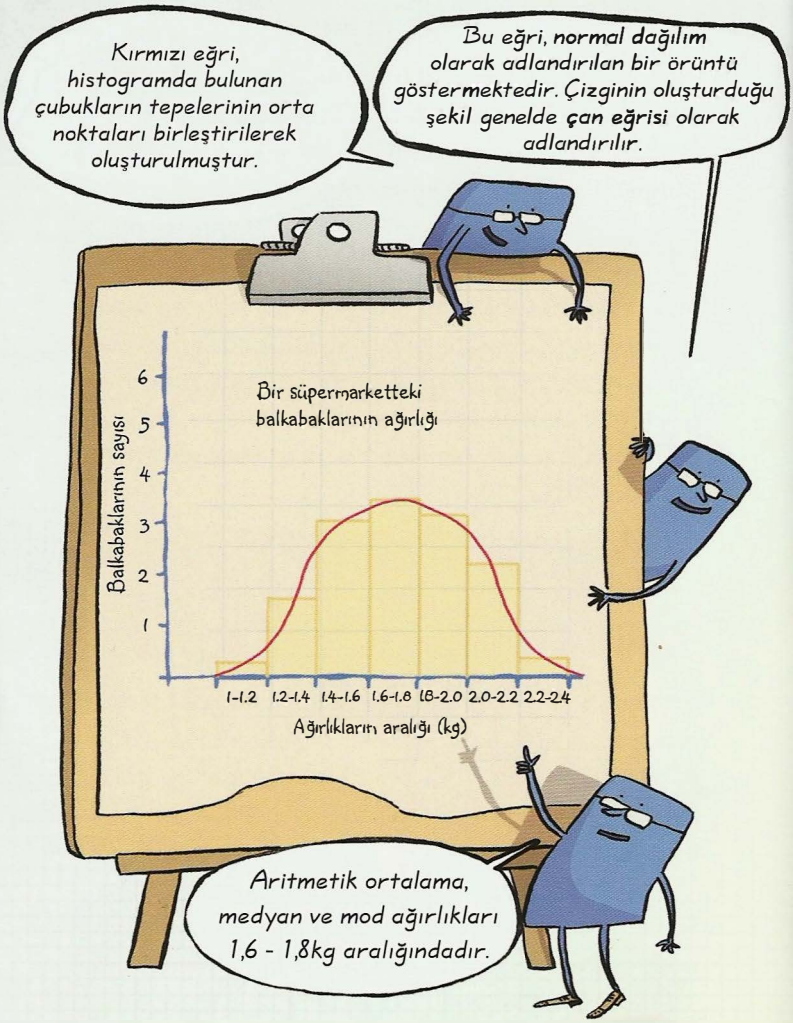
Quetelet ayrıca suçlar ve onları işleyen insanlar hakkında da bilgi topladı. Elde ettiği veriler suçluların genellikle fakir evlerden geldiğini, yetersiz eğitim aldığını ve suç işlediklerinde sarhoş olduklarını gösterdi.



Normal nedir?

İnsanların verileri değerlendirmesinin nedenlerinden birisi, neyin tipik olduğunu bulmaktır. Örneğin, tipik bir balkabağı ne kadar büyüktür?

Bu tür sorulara yanıt vermek için kullanılan verileri gösteren grafik, bir sonuçlar **aralığının** nasıl dağıldığını gösterdiğinden **dağılım grafiği** olarak adlandırılır. Dağılım grafikleri genelde simetrik bir örüntü gösterir ve merkezinde bir tepe noktası bulunur. Bu nokta ise aritmetik ortalama, medyan ve moda denk gelir.

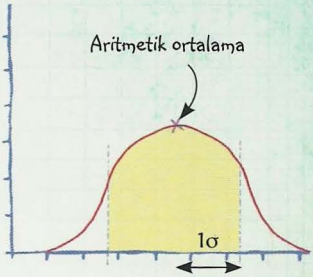


Standart sapma

Normal bir dağılım grafiğinde aritmetik ortalamayı görmek kolaydır. Fakat grafikler bunun yanında bir 'balkabağı ağırlık aralığının' aritmetik ortalamadan ne kadar *farklı* olduğunu da gösterir.

Tepe noktasının her iki tarafında, eğrinin üzerinde yer alan ve eğrinin dikleşmesinin durduğu birer nokta bulunur. Verinin yaklaşık üçte ikisi bu iki nokta arasında bulunur. İstatistikçiler bu noktaların her birini aritmetik ortalamadan **standart sapma** olarak tanımlar.

Bu belli bir balkabağının ne kadar tipik olduğunu ya da olmadığını matematiksel olarak tanımlamanın yoludur. Balkabaklarının çoğu birbirlerinden 'bir standart sapmadan' daha az farklıdır. Ancak, bir kaç adet çok küçük ya da çok büyük balkabağı standart sapmadan daha fazla fark gösterebilir.



Bu grafikteki gölgelenmiş alan, aritmetik ortalamadan iki standart sapmayı kapsamaktadır. σ sembolü, yani sigma, "standart sapma"nın kısaltmasıdır.

İş standardı

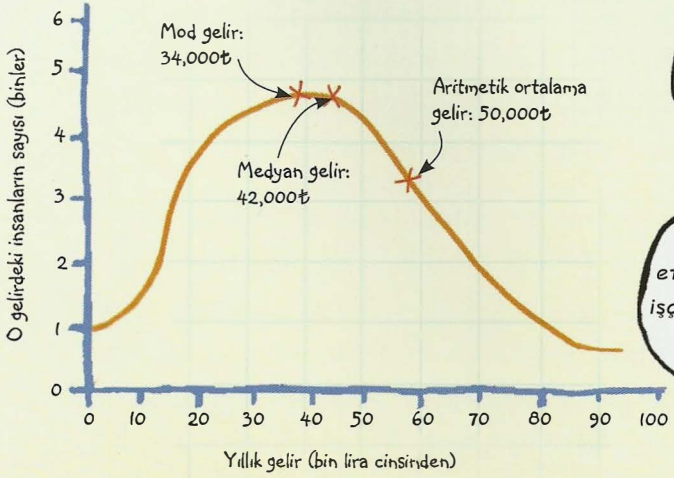
İmalatçılar, bankalar ve hatta hükümetler performanslarını geliştirmek için 6σ ya da 'altı sigma' olarak bilinen bir ölçüyü kullanırlar.

Örneğin bir şirket, ürettiği ve ortalama kalite seviyesinin altı standart sapma altına düşen herhangi bir ürünü dikkatlice inceler. Bu, kalitesiz ürünlerin yapımındaki hataların tekrarlanmamasını sağlayacaktır.

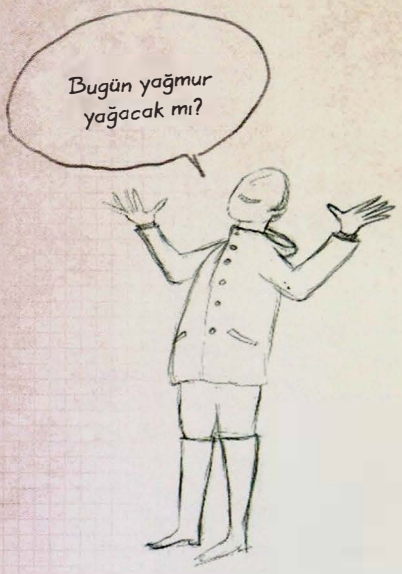
Düzgün olmayan dağılım

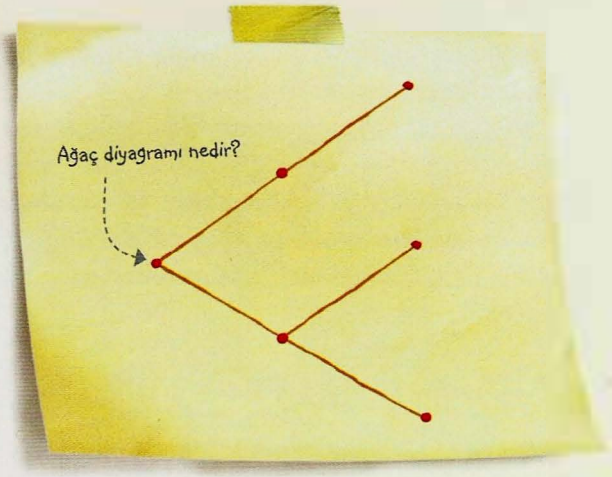
Fakat normal dağılım göstermeyen birçok grafik vardır. Örneğin, insanların ne kadar para kazandığını gösteren bu grafiğe bakın:

Serbest Pazar Adası'ndaki insanların kazançları






Bugün yağmur yağacak mı?

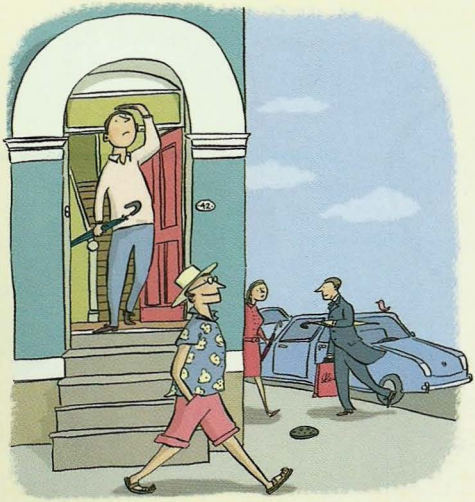

Ağaç diyagramı nedir?


Tura mı...
...yazı mı?


Bu oyunu kim kazanacak?

5. Bölüm

Şansını dene



Olasılık, bir şeyin olma ihtimalini analiz etmek için mantık ve aritmetiği kullanan bir matematik dalıdır. Bir labirentte hangi yöne dönmek gerektiğini tahmin etmekten bir yürüyüşe giderken şemsiye alıp almamaya karar vermeye kadar her şeye uygulanabilir.

İnsanların çoğu, arkasındaki matematiği düşünmeden olasılık hakkında konuşur. Fakat sigorta uzmanları gibi bazı insanlar olasılık üzerinde çok daha dikkatlice düşünür. Örneğin, bir sigorta uzmanı, hayat sigortası masraflarını hesaplamak için bir insanın ne kadar yaşama ihtimali olduğunu belirlemelidir. Bu, o kişinin yaşı, sağlığı ve yaptığı iş gibi faktörlere dayanmaktadır.

Bugün hava nasıl?

Hava tahmini, gelecek bir kaç günde havanın nasıl olacağına dair bir öngörüdür.

Hava gözlem istasyonları sıcaklık, hava basıncı ve diğer faktörlere dayanarak hesaplama yapmak için bilgisayarları kullanır ve sonra, elde ettiği bulguları on yıllar önceye kadar uzanan verilerle karşılaştırır.



Bu mümkün mü?

Gelecekte neler olacağını kesin olarak bilmek imkansızdır ama matematik iyi tahminler yapmamıza yardımcı olabilir. Öte yandan, bazı olaylarda hesaba katılması gereken çok fazla faktör vardır ve bu nedenle iyi bir tahmin yapmanın yolu yoktur. Örneğin, bir yolculuk otobüsle mi yoksa yaya olarak mı daha hızlıdır?



Olasılık skalası

Matematikte olasılık, 0 ile 1 arasında yer alan ve bir şeyin olma ihtimalinin ne kadar olduğunu gösteren bir sayıdır (genellikle kesir ya da ondalık kesir olarak yazılır). *Kesinlikle* olacak bir şeyin olasılığı 1'dir. *Asla* olmayacak bir şeyin olasılığıysa 0'dır.



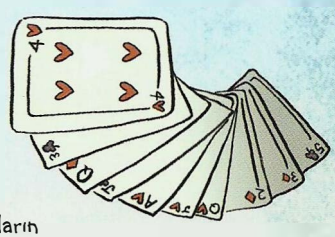
0 — Bir sineğe dönüşeceksin.

$\frac{1}{2}$ — Bir parayı havaya atarsan tura gelecektir.

1 — Er ya da geç bu kitabı okumayı bırakacaksın.

Olasılıkların hesaplanması

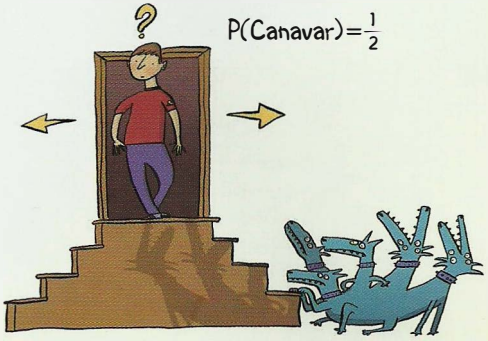
Bir olayın olasılığını hesaplamak için o olayın olası çıktılar arasında kaç farklı yolla gerçekleşebileceğini belirlemeniz gerekir.



Belirli bir olayın olasılığı ya da P(Olay) = olayın kaç farklı yolla gerçekleşebileceğinin sayısı (her yolun eşit şansa sahip olduğunu kabul ederek) ÷ olası çıktıların toplam sayısı

Canavar mı değil mi?

Deniz hangi tarafa döneceğini seçmek zorunda. Burada olası iki çıktı bulunuyor: Bir canavarla karşılaşmak ya da karşılaşmamak. Deniz sadece sağa ya da sola dönebilir, geri gidemez, bu nedenle canavarla karşılaşma olasılığı 1÷2'dir.

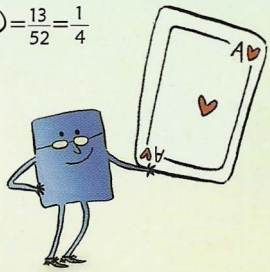


Bir kupa

Eda bir desteden bir kâğıt seçiyor. Bir kupa seçme olasılığı nedir?

Toplamda 13 kupa ve 52 kart vardır. Bu nedenle bir kupa seçme olasılığı 13 ÷ 52'dir. Yani:

$$P(Kupa)=\frac{13}{52}=\frac{1}{4}$$



Altı atma

Güneş zar kullanarak bir oyun oynuyor ve altı atmak istiyor. Zarın 6 tane yüzü var ve her biri farklı bir sayı göstermekte. Onun hilesiz bir zar olduğunu kabul edecek olursak ortada altı olası çıktı vardır: 1, 2, 3, 4, 5 ve 6. Bu nedenle, altı atma olasılığı 1 ÷ 6'dır.

$$P(Altı)=\frac{1}{6}$$

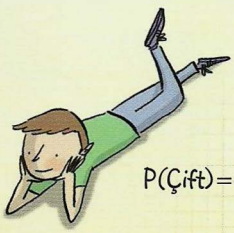
Bir zarda altı atmak zardaki diğer rakamları atmaktan daha zor değildir. Altı atma olasılığı diğer sayıların olasılıklarıyla tamamen aynıdır.



Tek mi çift mi?

Bu kez sıra Ayhan'da. Çift sayı atma olasılığı nedir?

Çift sayı atmanın tam üç yolu vardır: 2, 4 ve 6. Olası çıktıların sayısıysa altıdır: 1, 2, 3, 4, 5 ve 6. Bu nedenle, bir çift sayı atma olasılığı 3 ÷ 6'dır.



Başarının anahtarı

Birçok kart oyunu olasılığa dayanan kararlar içermektedir. Bu tür oyunları çok oynayan kişiler olasılıkları zihinlerinden hesaplama konusunda oldukça iyidir.

Örneğin, kart oyunlarını kazanmanın anahtarı, bir sonraki turda belli bir kartın gelme olasılığını bilmeye bağlıdır.



Farklı olasılıkları toplamak

Olasılıkla ilgili hesaplamalar yaparken şu kuralı hatırlamak önemlidir:

> Tüm olası çıktıların olasılıklarının toplamı = 1

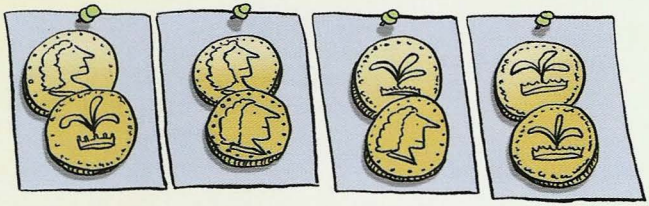
Örneğin, bir para havaya atıldığında, tura gelme olasılığı = $\frac{1}{2}$ ve yazı gelme olasılığı = $\frac{1}{2}$'dir.

$P(T) + P(Y) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$



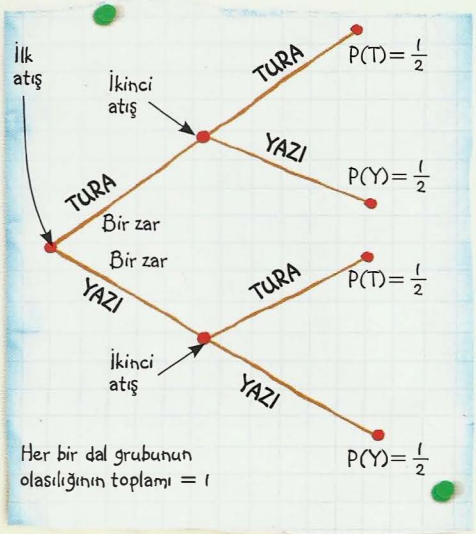
Olasılık ağaçları

İki ya da daha fazla olayın olasılığını bulurken durum biraz daha karışık hâle gelir. Örneğin, bir parayı iki kere havaya atarsanız olası çıktıların sayısı dört olur.



1) tura yazı 2) tura tura 3) yazı tura 4) yazı yazı

Bu durumu dal adı verilen çizgilerden oluşan bir ağaç diyagramıyla gösterebilirsiniz. Her olası çıktıyı göstermek için yeni bir dal çizilir.



Her bir atışta tura gelmesi olasılığı bir önceki atışta ne geldiğinden bağımsız olarak $\frac{1}{2}$'dir.

Daha fazla olay

Üç kere üst üste tura atsanız da bir sonraki seferde tura atma olasılığınız yine $\frac{1}{2}$'dir. Fakat *üst üste* 4 kere tura atma olasılığınız $\frac{1}{2}$ *değildir.* Bu olasılığı belirlemek için her bir atışın olasılığını birbiriyle çarpmanız gerekir.

$P(TTTT) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

Eğer dört atış için bir olasılık ağacı oluşturursanız, sonuçta 16 tane dal elde edersiniz.

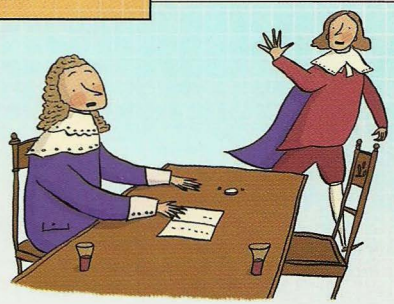
Puanlar problemi

17. yüzyılda, iki Fransız matematikçi Blaise Pascal ve Pierre de Fermat olasılık konusundan çok etkilendiler. Birbirlerine 'puanlar problemi' adını verdikleri bir soru hakkında mektuplar yazıp durdular.

PASCAL VE FERMAT BİR KAFEDE HAVAYA PARA ATMA OYUNU OYNADIKLARINI HAYAL EDERLER...

EĞER TURA GELİRSE PASCAL BİR PUAN ALIR. YAZI GELİRSE FERMAT BİR PUAN ALIR. OYUNCULAR HER TURDA BİR KUTUYA DÖRT ADET MADENİ PARA EKLERLER. 4 PUAN ALAN İLK OYUNCU KUTUDAKİ PARALARI KAZANIR.



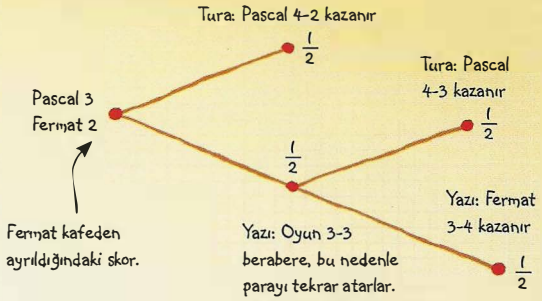


...OYUN BİTMEDEN FERMAT GİTMEK ZORUNDA KALIR. KUTUDAKİ PARALARI NASIL PAYLAŞMALILAR?

PASCAL VE FERMAT PASCAL'IN DAHA BÜYÜK BİR PAY ALMASI KONUSUNDA HEMFİKİRDİR; FAKAT BU FARKIN NE KADAR BÜYÜK OLACAĞI KONUSUNDA KARAR VERMELİDİRLER.



BİR AĞAÇ DİYAGRAMI KULLANARAK OYUNUN TÜM OLASI SONUÇLARINI HESAPLARLAR.



PASCAL VE FERMAT TARTIŞMAYI SONLANDIRMAK İÇİN İKİ FARKLI YOL BELİRLERLER:

A) Olasılık ağacı, oyun için üç olası çıktı olduğunu göstermekte.
Bunların ikisinde Pascal kazanır.
Birinde Fermat kazanır.
Öyleyse kazanma durumlarını 2:1 şeklinde ayırabilirler.

B) Her bir çıktının gerçek olasılıklarını hesaplayarak, Pascal'ın kazanma şansının $\frac{3}{4}$, Fermat'ın kazanma şansının $\frac{1}{4}$ olduğunu buldular.



SONUÇTA, B SEÇENEĞİNİN EN DOĞRUSU OLDUĞUNA VE BU NEDENLE KAZANIMLARINI 3:1 ORANINDA BÖLÜŞMEYE KARAR VERDİLER.



OLASILIK KONUSU, MATEMATİĞİN YENİ BİR DALI OLARAK, BU HAYALİ OYUN HAKKINDAKİ TARTIŞMALARDAN ESİNLENMİŞTİR.

Şans oyunu

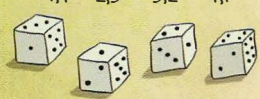
Bir arkadaşınızın sizi bir şans oyununa davet ettiğini hayal edin. Arkadaşınız şöyle der:

İki zarla, sen 3 atmadan benim 5 atacağıma iddiaya girerim.

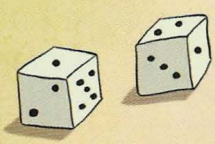


Bu meydan okumayı kabul etmeli misiniz? Kesin kararı vermeden önce iki zarla toplam 5 atmanın olasılığını ve toplam 3 atmanın olasılığını hesaplayın ve hangisinin daha büyük olduğunu görün.

Toplamda 5 elde etmenin dört farklı yolu vardır:
1,4 2,3 3,2 4,1



Toplamda 3 elde etmenin 2 farklı yolu vardır:
1,2 2,1



1,1'den 6,6'ya toplamda 36 farklı çıktı vardır. Öyleyse

$$P(5) = \frac{4}{36}$$

$$P(3) = \frac{2}{36}$$

Bu, toplamda 5 elde etme şansının 3 elde etmekten iki kat daha fazla olduğu anlamına gelir, bu nedenle eğer arkadaşınızın teklifini kabul ederseniz büyük ihtimalle kaybedersiniz.

Araştırmalar ve tahminler

Bazı olasılıklar kesindir. Örneğin, içinde 8 kırmızı ve iki yeşil top bulunan bir çantadan kırmızı top seçme olasılığı $= \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$'dir.

Fakat *tüm* olasılıklar kesin değildir. Bazıları sadece bir deney ya da araştırmaya dayanan tahminlerdir. Bir araştırmada, tahmin edilen olasılık aynı zamanda **deneysel olasılık** olarak da adlandırılır. Bu, bir olayın kaç kere olduğunun deneme ya da gözlem sayısına bölümünden elde edilen sayıdır.

Araba sayımı

İşte bir örnek: Leyla yol kenarından durmuş, içinde sadece bir kişi bulunan arabaları sayıyor.



Her on arabadan yedisinde sadece bir kişi bulunmakta. Leyla araştırmasını 100 arabaya çıkarttığında tek kişili araba sayısı 63 oluyor. Ve 1000 arabaya çıkarttığında da 602.

İlk durumda sadece bir kişi taşıyan arabaların deneysel olasılığı $\frac{7}{10}$ ya da %70'tir. İkinci araştırmada $\frac{63}{100}$ ya da %63, üçüncüde $\frac{602}{1000}$ ya da %60,2'dir.



Frekans grafikleri

Bazen bir araştırmayı anlamanın en iyi yolu onu bir diyagramda göstermektir. Örneğin, bir **frekans grafiği**.



Bu grafiği kullanarak çilek reçelinin en popüler yiyecek olduğunu görebilirsiniz. Bir çocuğun çilek reçelini seçmesinin deneysel olasılığı 650/1000'dir, bu da %65 ile aynı değerdedir.

Plan yapmak

Eğer bir olayın deneysel olasılığını biliyorsanız, bu gelecek için planlar yapmanıza yardımcı olabilir. Örneğin, Nihal'e 1 Haziran'daki doğum günü için yeni sandaletler alınmış. Fakat Nihal onları ancak güneşli günlerde giyebilecektir. Haziran ayında sandaletlerini kaç defa giymesini bekleyebiliriz?

1. Takvime göre Haziran'da 30 gün vardır.



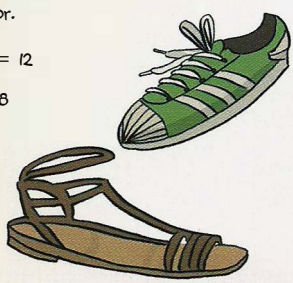
2. Hava durumunu gösteren bir internet sitesi Nihal'in bulunduğu şehirde Haziran ayındaki yağmurlu günlerin deneysel olasılığını 0,4 olarak veriyor.



Beklenen yağmurlu günlerin sayısı = 0,4 x 30 = 12

Beklenen güneşli günlerin sayısı = 30 – 12 = 18

Öyleyse, Nihal'in yeni sandaletlerini haziran ayında 18 gün giymesi beklenebilir.



Şaşırtıcı sonuçlar

Hande ve Erdem'in iki çocuğu vardır. Bunlardan en az bir tanesi erkektir. Diğer çocuğun kız olma olasılığı nedir?



Nedenini öğrenmek için olası tüm çocuk çiftlerinin listesini yapalım:

EE, EK, KE, ~~KK~~

Bir çocuğun erkek olduğunu bildiğiniz için sonuncuyu eleyebilirsiniz. Geri kalan üç çıktıdan ikisi kızdır ve bu nedenle diğer çocuğun kız olma olasılığı $\frac{2}{3}$'tür. Daha çok bilgi edindikçe, yanıtınızı daha doğru şekilde tahmin edebilirsiniz.



Akıl okuma

Bir arkadaşınızdan 1 ila 10 arasında bir sayı düşünmesini isteyin. Ne söyleyeceğini %10'dan daha yüksek doğrulukta tahmin etmek imkansızdır. Fakat eğer tahmininiz 7 ise %30 olasılıkla doğru yanıtı bulmuşsunuzdur. Bunun nedenini kimse bilmemektedir. Fakat dünya genelinde yapılan bir araştırma, böyle bir soru karşısında insanların üçte birinin 7 sayısını düşündüklerini göstermiştir.

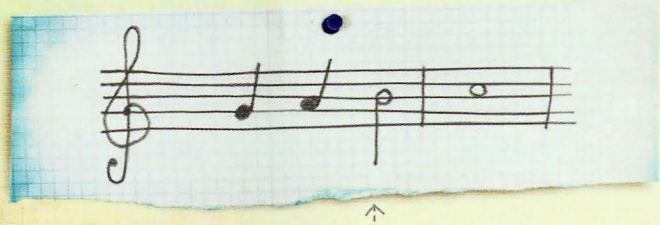




Sıfırı kim buldu?

Bilim insanları matematiği kullanmaya neden ihtiyaç duyar?



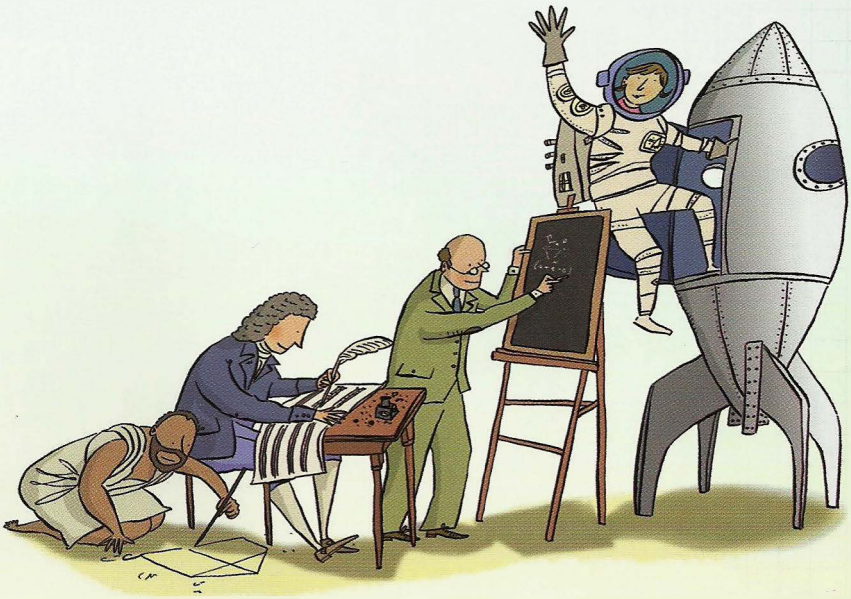


Matematiğin müzikle nasıl bir alakası vardır?



6. Bölüm

Matematik hakkında daha fazlası



Bu bölümde, matematiğin insanlık tarihi boyunca nasıl geliştiğini öğrenecek, iş hayatında ve özellikle müzikte matematiğin nasıl bir rol oynadığını keşfedeceksiniz.

Çağlar boyunca matematik

Kemikler üzerinde bulunan antik çentikler, insanların sayıları en az 35.000 yıldır kullandığını göstermektedir. O günden bugüne, matematik insanlara günlük problemleri çözmede yardımcı olmuş ve âlimler birçok yeni matematiksel buluş yapmıştır.

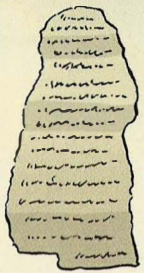
yaklaşık 4.500 yıl önce

Antik Babillilerin kil tabletlere yazdığı aritmetik soruları matematiğin bilinen en eski örneklerindendir.



yaklaşık 3.500 yıl önce

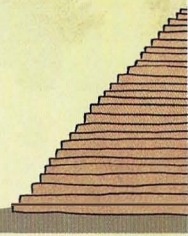
Rhind Papirüsü olarak bilinen antik bir Mısır metni; kesirler, asal sayılar, geometri ve cebir hakkında problemler ortaya koymakta ve okuyucuya bunların nasıl çözüleceğini anlatmaktadır.



yaklaşık 2.500 yıl önce

Thales, tırmanmaya gerek kalmadan bir piramidin yüksekliğinin nasıl ölçülebileceğini bulmaya çalıştı; Pythagoras (Pisagor) üçgenleri ve irrasyonel sayıları inceledi.





yaklaşık 2.300 yıl önce

Euclid (Öklid), "*Elementler*" (Elements) adlı kitabında geometrinin kurallarını yazdı; Archimedes (Arşimet) Pi sayısı üzerinde çalıştı ve Eratosthenes, Dünya'nın çevre uzunluğunu tahmin etti.

π

3. yüzyıl

Diophantus, problemleri yazarken kelimeler yerine semboller kullanan ilk matematikçilerden biri oldu.

4. yüzyıl

Mısır'da yaşayan Yunan bilgin Hypatia; Euclid (Öklid) ve Diophantus'un bulguları üzerinde çalıştı ve hassas yıldız çizelgeleri oluşturdu.



6. yüzyıl

Çinli matematikçi Zu Chongzhi bir yılın uzunluğunu belirledi; Pi sayısını 7 ondalık basamağa kadar hesapladı: Sonraki bin yıl içerisinde bulunan en doğru sonuç.



7. yüzyıl

0

Hindistan'da, büyük sayıları yazmak için sıfırı kullanan ve negatif sayıların nasıl kullanılacağını gösteren ilk kişi Brahmagupta oldu.



9. yüzyıl

El-Harezmi cebir hakkında bir kitap yazdı. Aynı zamanda, hocası El-Kindi, Hint-Arap sayı sembolleri konusunda dört kitap yazdı.



El-Kindi'nin sayı sembolleri

9 8 7 6 5 4 3 2 1

Bugünkü sayı sembolleri

1489

+ ve – işaretleri ilk defa Alman matematikçi Johannes Widmann tarafından kullanıldı ve bunlara "Ticarette Hızlı ve Muntazam Hesaplamalar" (*Nimble and Neat Calculation in All Trades*) adlı kitapta yer verildi.

1557

Eşittir işareti ilk defa Galli matematikçi Robert Recorde tarafından kullanıldı.

1596-1650

René Descartes bilinmeyen değerleri göstermek için x, y ve z harflerini kullandı. Aynı zamanda sayıların karesinin ve diğer kuvvetlerinin yazılış biçiminin öncüsü oldu.

1630'lar-1670'ler

Pierre de Fermat cebir ve olasılık üzerinde çalıştı. Birçok ispat yaptığını söyledi ama bunları her zaman bir yere yazmadı. Onu takip eden matematikçiler çözümleri bulmak için hayatları boyunca çalıştı...



1659

Obelus olarak da bilinen bölme işareti ilk kez İsviçreli matematikçi Johann Rahn tarafından kullanıldı.



1860'lar

Britanyalı istatistikçi Francis Galton birçok araştırma yürüttü ve ortalamaya dönüş kavramını açıkladı.

1840'lar

George Boole ikilik sayı sistemini kullanarak zaman içerisinde bilgisayar programlamanın temelini oluşturacak Boolean mantığını geliştirdi.

1840'lar

Britanyalı matematikçi Ada Lovelace eski bir mekanik bilgisayar olan 'analitik motor' için kod geliştirdi. Bu, tarihteki ilk bilgisayar programı oldu.



18. yüzyıl

İsviçreli dahi matematikçi Leonhard Euler geometri, trigonometri ve grafik teorisinde ilerlemeler sağladı ve karmaşık sayıların kullanılmasının öncüsü oldu.



1982

Benoit Mandlebrot "Doğanın Fraktal Geometrisi" (The Fractal Geometry of Nature) kitabını yayımladı. Sahil şeritlerinden, değişen borsa fiyatlarına kadar her şeyin fraktallarla incelenebileceğini ortaya koydu.

1994

Fermat'ın çözülemeyen teoremlerinden sonuncusu 40 yıllık çalışmanın ardından Britanyalı matematikçi Andrew Wiles tarafından çözüldü.



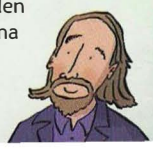
2000

Clay Matematik Enstitüsü yedi tane çözülmemiş matematik problemini belirledi ve bunları çözecek kişilere verilmek üzere 1.000.000 dolar ödül koydu.



2010

Rus matematikçi Grigori Perelman, Clay problemlerinden birini çözdü ama ödül parasını reddetti.



İş'te matematik

Hemen hemen her iş, temel aritmetik gibi bazı matematik becerileri gerektirir. Fakat bazı işler çok daha karmaşık matematik becerileri gerektirmektedir.

Girişimciler

Yeni bir iş kuran kişiler genelde yatırımcılardan nakit desteği alır. İnsanları kendilerine borç vermeye ikna edebilmek için grafikler ve yüzdeler içeren iş planları oluştururlar. Bunlar, kurulan işte ne kadar paraya ihtiyaç olduğunu anlatır ve yatırımcıların ne kadar kâr elde edeceğini gösterir.

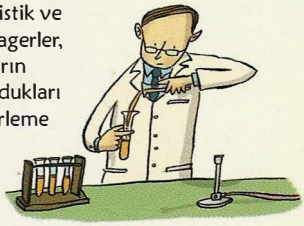




Bilim insanları

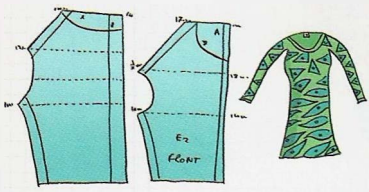
Tüm bilim insanları deneylerini planlamak ve sonuçları değerlendirmek için matematiği kullanır. Birçok bilim insanı başka şeyler için de matematiğe ihtiyaç duyar.

Doktorlar ilaç dozlarını belirlemek için oranları kullanır. Ekologlar ve deniz biyologları hayvan popülasyonlarını analiz etmek için istatistik ve grafikleri kullanır. Kimyagerler, kimyasal reaksiyonların oluşması için ihtiyaç duydukları bileşiklerin miktarını belirleme çalışmalarında cebire ihtiyaç duyar.



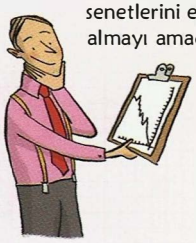
Moda tasarımcıları

Moda tasarımcıları genelde bir çizimle işe başlar. Fakat bunu bir elbiseye çevirebilmek için istedikleri şekli bir patron olarak nasıl çizeceklerini bilmeleri gerekir. Bunu takiben ölçüm ve ölçekleri kullanarak patronu gerçek boyutlarda bir kalıba çevirmelidirler. Böylece kumaş, kesildiğinde mükemmel boyut ve şekilde olabilir.



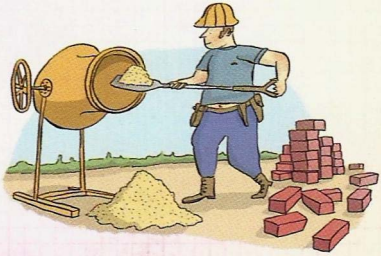
Borsacılar

Borsacılar hisse senetlerinin fiyatlarıyla ilgili veri ve grafikleri analiz eder. Hisse senetlerini en düşük fiyattayken satın almayı amaçlar ve fiyatların artacağını ümit ederler. Böylece hisseleri yüksek fiyatlara satarak müşterilerine kâr ettirebilirler.
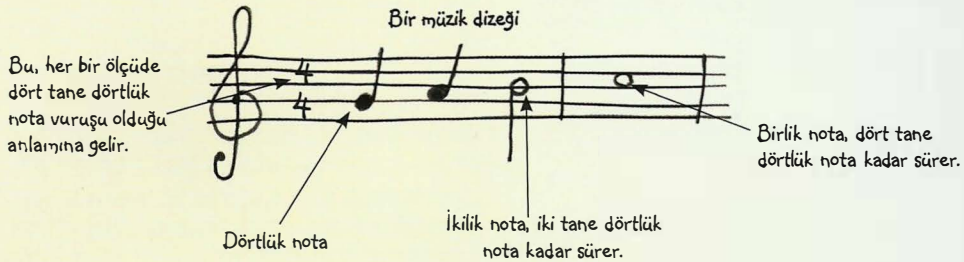


Müteahhitler

Müteahhitler bir planı gerçek bir binaya dönüştürebilmek için geometride yetkin olmalıdırlar. Bunun yanında, hangi inşaat malzemesinden ne kadar kullanacaklarını, işin bitmesi için ne kadar zaman gerektiğini ve kaç işçiye ihtiyaçları olduğunu belirlemek için hacim ve alanlar konusunda birçok tahmin yaparlar.



Müzikte matematik

Müzisyenler beste yaparken farklı bir dil kullanır. Bu, kelimelere değil matematiğe dayalı bir dildir. Müzik, nota adı verilen seslerden oluşur. Notalar, dizek adı verilen bir grup çizginin üzerine semboller şeklinde yazılır. Her bir sembolün konumu, onun hangi nota olduğunu ifade eder. Her nota için kullanılan sembolün çeşidi notanın ne kadar uzun çalınacağını belirler.



Bir telin uzunluğu ne kadardır?

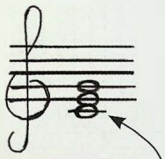
Antik Yunanlı matematikçi Pythagoras (Pisagor), bundan 2.500 yıl önce göz kamaştırıcı bir keşif yaptı: Bir arada kulağa hoş gelen notaların, yani bir armoni oluşturanların matematiksel olarak birbirleriyle ilintili olduğunu buldu.



Pythagoras ayrıca bir telin çekilmesiyle oluşan notanın sesinin, telin uzunluğuna ve gerginliğine bağlı olduğunu buldu. Bir ses elde etmek için bir teli çekti. Daha sonra telin uzunluğunu yarıya indirip tekrar çekti ve sesin neredeyse aynı ama daha yüksek bir perdeden olduğunu gördü. Bu, notalar arasındaki fark oktav olarak bilinir.

Bach ve armoni

Bir **akor**, iki veya daha fazla notanın bir armoni yaratmak üzere aynı anda çalınmasıdır. 300 yıl önce, Alman bestekar Johann Sebastian Bach çok sayıda akor denemiştir. Piyano eserlerinin bir çoğunu majör üçlü adı verilen belirli üç notalı akorlarla bitirmiştir.





Bir majör üçlü, notaların arasındaki mesafeye bağlı olarak matematiksel şekilde tanımlanabilir. İki komşu nota birbirinden tam olarak yarım ton uzaklıktadır. Bir majör üçlüde; ikinci nota birinciden tam olarak dört yarım ton, üçüncü nota ise ikinciden tam olarak üç yarım ton yukarıdadır.

Sözlük

açınım Katlanmamış üç boyutlu şekil. Katlandığında üç boyutlu bir şekli oluşturacak, kesilmiş, yassı şekil.

araştırma *Veri* toplamak amacıyla yapılan matematiksel çalışma

aritmetik ortalama Bir *örnekte* bulunan tüm sayıların toplanması ve toplam sayı adedine bölünmesiyle elde edilen bir çeşit ortalama.

aritmetik Toplama, çıkarma, çarpma ve bölmeyi kullanarak matematik problemlerini çözme.

asal sayı Sadece iki *çarpanı* olan sayı; kendisi ve bir.

basit kesir *Payın paydadan* daha küçük olduğu *kesir*. Örn. $\frac{4}{5}$.

bileşik kesir *Payın paydadan* daha büyük olduğu *kesir*. Örn. $\frac{5}{4}$.

birimler (i) Ölçümlerle ilgili olarak birimler, uzunluk, kütle, hacim ve benzerlerinin tanımlandığı standart miktarlardır.

boyutlar Bir nesnenin yayıldığı yönler. Bir doğrunun tek, karenin iki ve küpün üç boyutu vardır.

büyüklük kertesi Başka bir nesneden 10 kat daha büyük olan bir nesne diğerine göre bir büyüklük kertesi oranında büyüktür.

cebir Bilinmeyenleri temsil etmek ve genel kurallar oluşturmak için sembollerin kullanıldığı matematik dalı.

çarpanlar Bir sayının çarpanları, o sayıyı kalan olmadan bölen tam sayılardır.

çarpmaya göre tersi Bir sayının çarpmaya göre tersi, 1'in o sayıya bölünmesiyle bulunur. Örneğin, 5'in çarpmaya göre tersi $\frac{1}{5}$'dir.

çemberin çevresi Çemberin çevre uzunluğu.

çentik Miktarların hesabını tutmak için bir odun ya da kemik üzerine çizgiler çizilerek gerçekleştirilen eski bir sayım yöntemi.

çevre uzunluğu Bir şeklin kenarlarının toplam mesafesi.

değişken Bir *denklemde* bulunan bilinmeyenler ya da bir *formülde* yer alan miktarlar için kullanılan başka bir isimdir.

deneysel olasılık Bir *örnekte*, belirli bir olayın gerçekleşme sayısının aynı örnekteki toplam olay sayısına bölümü.

denklem İki *ifadenin* aynı değere sahip olduğunu belirten matematiksel tabir.

denklem sistemleri Aynı değişkenleri tanımlayan iki ayrı *denklem*.

dizi Bir matematiksel örüntüye bağlı olarak sıralanmış sayılar listesi.

doğal sayılar Sıfırdan başlayıp yukarı doğru devam eden tam sayılar.

doğrusal denklem Bir *grafik* üzerinde, düzgün bir doğru kullanılarak tarif edilebilen *denklem*.

düzgün Geometride eşit uzunluklarda kenarları olan ve eşit ölçülerde açıları olan şekil.

düzgün olmayan *Geometride* eşit olmayan kenar ve açılara sahip olan şekil.

eğim Bir doğru *grafiğinin* ne kadar yükseldiğinin ne kadar uzadığına göre kıyaslanması.

eksen (bir grafikte) *Koordinat* adı verilen noktaların konumunu belirlemeye yardımcı yatay ya da dikey doğru.

eş şekiller Tam olarak aynı olan şekiller.

formül *Cebirde*, bir *dizinin* nasıl oluştuğunu açıklayan veya iki ya da daha fazla *değişkenin* birbirleriyle nasıl ilişkili olduğunu tanımlayan kural.

fraktal Kendini sonsuza kadar tekrar eden şekil ya da desen. Kendine-benzerlik özelliğini gösterir ve büyütüldüğünde aynı görünür.

geometri Şekil ve ölçümler matematiği.

gerçek sayı *Rasyonel* ve *irrasyonel* sayıları içeren ama sonsuzu ya da *karmaşık sayıları* içermeyen tüm pozitif, negatif sayılar ve sıfır.

görünüm Bir binanın şeklinin önden, yandan ya da arkadan nasıl göründüğünü gösteren çizim.

grafik Matematiksel *verinin* görsel betimlemesi. Ayrıca, iki ya da daha fazla sayı kümesi ya da bir cebirsel *denklemdeki* iki değer arasındaki ilişkiyi gösteren çizim.

ifade Zaman zaman *rakamları* içeren, cebirde bir sayıyı temsil eden semboller grubu.

ikilik sayı sistemi 1'leri ve 0'ları kullanan sayma sistemi. Bilgiyi depolamak için

bilgisayarlar tarafından kullanılır.

ikinci dereceden denklem İçerisinde x^2 içeren ve x'in daha büyük bir kuvvetini barındırmayan denklem.

irrasyonel sayı Bir *kesir* olarak yazılamayacak sayı. Ondalık kesir formunda yazıldığında *sonsuz* sayıda *ondalık basamağı* bulunur.

istatistik *Verinin* toplanması, analizi ve sunumuyla ilgilenen matematik dalı.

karekök Bir sayının *karesini almanın* tersi. Karekök, karesi alındığında başlangıçtaki sayıyı veren sayıdır.

karesini alma Bir sayının 2. kuvvetinin alınması, diğer bir deyişle kendisiyle çarpılması.

karmaşık sayı Bir *gerçek sayı* doğrusunda görünmeyen sayı; i, $\sqrt{-1}$ gibi.

kesir Genelde $\frac{a}{b}$ formunda yazılan ve bir nesnenin bir parçasını tamamıyla kıyaslayan sayı. Kesirler ayrıca tam sayıları da içerebilir. Örn. $\frac{3}{1}$.

koordinatlar Bir harita ya da *grafikteki* noktaları *eksen* adı verilen temel doğruya göre tanımlayan sayılar.

korelasyon İki şey arasındaki bağlantı. Bir şey bir diğerinin nedeni olabilir ya da olmayabilir.

kuvvet Bir *üslü sayıda* yer alan ve küçükçe yazılan sayı. Tabandaki sayının kendisiyle kaç kere çarpılacağını belirtir.

küp kök Bir sayının *küpünü almanın* tersi. Bir küp kök, küpü alındığında başlangıçtaki sayıyı veren sayıdır.

küpünü alma Bir sayının üçüncü kuvvetinin alınması; yani o sayıyı kendiyle üç kez çarpma.

medyan Bir kümedeki değerler sırayla listelendiğinde listenin ortasında yer alan değer ya da değerler.

mod Bir *örnekte* en sık tekrar eden değer ya da obje.

model Büyük ya da kompleks nesnelerin ya da durumların daha küçültülmüş ya da basitleştirilmiş temsilleri.

mükemmel sayı Tüm *çarpanları* (kendisi dışında) toplandığında kendini veren sayı. Örn. 6 mükemmel bir sayıdır çünkü 1 + 2 + 3 = 6.

negatif sayılar Sıfırdan küçük sayılar.

nirengi teşkili Bir bölgeyi haritalamak ya da bir bölgedeki bir şeyin konumunu daraltmak için bir üçgenler ağının oluşturulması.

olasılık Bir olayın gerçekleşme ihtimali. Matematikte 0'dan 1'e kadar bir ölçekte tanımlanır.

ondalık basamak Bir *rakamın ondalık virgülünden* sonraki konumu.

ondalık virgülü *Ondalık sistemde* kullanılan virgül. Ondalık virgülünden sonra gelen her rakam onda birlik, yüzde birlik, binde birlik vb. adlandırılır.

onluk sistem On tabanını kullanan bir sayma sistemi.

oran Sayılar arasında bulunan ve çarpmayı esas alan ilişki. Genelde miktarları karşılaştırmak için kullanılır.

ortalama Matematikte, bir değerler kümesinin ortalama değeri onun *aritmetik ortalaması*, *medyanı* ya da *modudur*.

ortalamaya dönüş Bir *araştırmada* elde edilen sonuçların keskin bir şekilde yukarı ya da aşağı yönlenmek yerine tüm araştırmanın *aritmetik ortalamasına* doğru eğilim göstermesinin zaman içerisindeki istatistiksel gözlemi.

örnek Bir *popülasyonun* belirli bir bölümünde bulunan matematiksel *veri* kümesi.

paradoks Hepsi doğru olan fakat aynı zamanda birbiriyle çelişen beyanlar grubu.

paralel Paralel doğrular aynı doğrultuda yan yana uzanırlar ama asla buluşmazlar.

pay Bir *kesirde* çizginin üstünde yer alan sayı.

payda Bir kesirde çizginin altında bulunan sayı.

plan Bir şeklin ya da binanın üstten nasıl göründüğünü gösteren çizim.

popülasyon Bir *araştırmada* analiz edilen grubun tamamı. Örneğin, Türkiye'de yaşayan tüm insanlar.

rakam 0-9 arasında yer alan Hint-Arap *sayı sembollerinden* herhangi biri.

rastgele Bir dizi ya da sıra olmadan.

rasyonel sayı Bir *kesir* olarak yazılabilecek herhangi bir sayı.

sayı sembolü Bir sayıyı temsilen kullanılan sembol.

sezgiye dayalı tahmin Tahmini bazı sayılar kullanılarak yapılan kaba hesaplama.

sonsuz İmkansız derecede büyük sayı. Saymaya ne kadar devam ederseniz edin her zaman daha büyük sayılar elde edersiniz. Bu nedenle asla sonsuza ulaşamazsınız.

standart sapma Bir *örnekte*, *aritmetik ortalamaya* göre ne kadar değişim olduğunun ölçümü.

süsleme Tekrar eden şekillerin boşluk bırakmayacak ya da çakışmayacak ve bir yüzeyi kaplayacak şekilde düzenlenmesi.

taban sayısı Bir *üslü sayıda* büyükçe gösterilen sayı. Hangi sayının *kuvvetinin* alınacağını belirtir.

tahmin Genelde sayıların yuvarlanmasıyla bulunan, bir matematik probleminin yaklaşık yanıtı.

tam sayılı kesir Bir tam sayı ve *basit kesrin* bir araya gelerek oluşturduğu sayı.

taşıma Bir şeklin ebadı, görünümü, yönü ya da konumunun değiştirilmesi.

terim *Cebirde*, bir *ifadenin* genelde sayılar ve harflerin birlikte çarpılmasıyla elde edilen bölümü. Örn. 3x.

tesseract Bir küpün bir *boyut* daha eklendiğinde alacağı şekil. Hiperküp olarak da adlandırılır.

trigonometri Açılar ve üçgenler matematiği. Ayrıca dalga ve çemberlerle de ilgilidir.

üslü sayı Büyük sayıları yazmak için bir *taban sayısının kuvvetinin* alınması yöntemi.

veri Bilgiler, örneğin bir *araştırmanın* sonuçları.

yanlı hata Bir *araştırmanın* tüm bir *popülasyonu* doğru şekilde temsil etmesini engelleyen etki.

yarıçap Bir çemberin merkezinden kenarındaki herhangi bir noktaya olan mesafe.

yerine koyma *Denklemlerdeki* bilinmeyenlerin yerine sayılar koyulması yoluyla *cebir* problemlerinin çözülmesi.

yüzde Bir çeşit *kesir*. Tamamı %100'dür.

Burada, bu kitapta kullanılan sembollerin anlamlarını bulabilirsiniz.

$+$ **toplama işareti**

$-$ **çıkarma işareti**

$\times$ **çarpma işareti**

$\div$ **bölme işareti**

$=$ **eşittir işareti**

n^2 **karesi alınmış sayı** Kendisiyle çarpılmış sayı. Örneğin, $22 = 2 \times 2 = 4$

n^3 **küpü alınmış sayı** Kendisiyle iki defa çarpılmış sayı. Örneğin, $23 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

$\sqrt{\ }$ **karekök işareti** Karekökü bulmak, kendisiyle çarpıldığında orijinal sayıyı veren sayıyı bulmak anlamına gelir. Örneğin, $\sqrt{64} = 8$

$\sqrt[3]{\ }$ **küp kök işareti** Küp kökü bulmak kendisiyle iki kere çarpıldığında orijinal sayıyı veren sayıyı bulmak anlamına gelir. Örneğin, $\sqrt[3]{125} = 5$.

$\%$ **yüzde** '100 üzerinden' demenin başka bir yolu. Örneğin, %17 ifadesi $\frac{17}{100}$ kesri ile aynıdır.

x **Ucu kıvrımlı x**, bilinmeyen bir değeri ya da bir grafikteki yatay ekseni temsil eder.

y **y**, ikinci bilinmeyen değeri ya da bir grafikteki dikey ekseni temsil eder.

z **z**, üçüncü bilinmeyen değeri ya da üç boyutlu bir grafikteki üçüncü ekseni temsil eder.

n **n**, bir değişkeni değil, herhangi belirli bir tam sayıyı temsil eder.

$0,\bar{3}$ Bir rakamın üzerinde yer alan çizgi o rakamın sonsuza kadar tekrar ettiğini belirtir. Bu rakam her zaman ondalık virgülün sağ tarafında yer alır.

π **pi** Bir çemberin çapı ve çevre uzunluğu arasındaki ilişkiyi tanımlayan sayı. Yaklaşık değer: 3,14.

φ **phi** Bir altın dikdörtgenin bir kenarının uzunluğunu tanımlatan sayı (bkz. sayfa 59). Yaklaşık değer: 1,62.

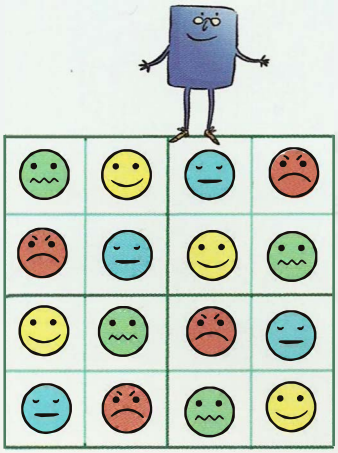
∞ **sonsuz** Sonsuza kadar devam etme fikrini temsil eden sembol.

Çözümler

Burada, kitap içerisinde sorulan bazı problemlerin çözümleri verilmekte.

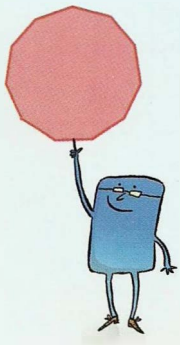
1. Resim sudoku, sayfa 4

Tamamlanmış sudoku tablosunun görünümü:



2. Şekil dizisi, sayfa 42

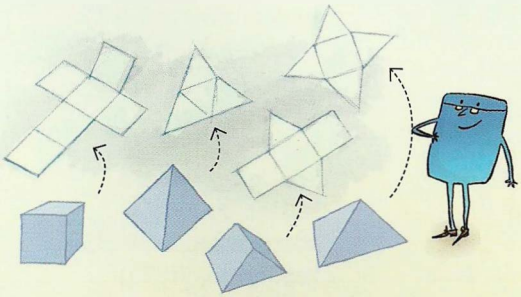
Dizide yer alacak bir sonraki şekil:



Bu dizide iki kural bulunmakta:
1. Her yeni şekle iki kenar daha eklenir.
2. Dizideki şekiller ayrıca renk değiştirir; turuncudan kırmızıya, kırmızıdan yeşile.

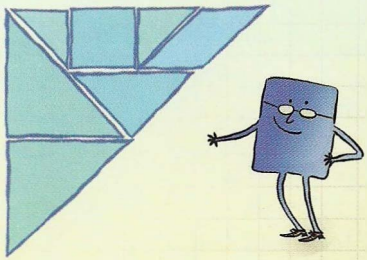
3. Açınımlar, sayfa 59

Üç boyutlu şekillerin ve açınımlarının eşleşmesi:



4. Tangram, sayfa 53

Bütün tangram şekillerinin büyük bir üçgen oluşturmak için nasıl bir araya getirileceğinin çözümü:



Dizin

abaküs, 15
açılar, 55, 56, 57
açınımlar, 59, 93
açma (cebir), 32
alan, 31, 32, 48, 50, 53, 55, 56
algoritma, 32
altın oran, 59
araştırmalar, 66-67, 82
Archimedes (Arşimet), 55, 86
aritmetik ortalama, 69, 73, 74, 75
aritmetik, 16
armoni, 89
asal sayılar, 19

Babil, Antik, 15, 39, 54, 86
Bach, Johann Sebastian, 89
bağdaşık sayılar, 18
basit kesirler, 20
basitleştirme (cebir), 33, 37
Benford, Frank, 19
Bernoulli, Jakob, 40
bileşik kesirler, 20
bilgisayar bilimi, 7
bilimsel gösterim (üslü sayılar), 25
birimler
  ölçümler için, 57
  sayı sistemlerinde, 12, 13, 15
Boole, George, 6, 87
boyutlar, 48-49
Brahmagupta, 12, 86
Brin, Sergey, 7
Brunelleschi, 6
büyüklük kertesi, 24, 51

Cantor, Georg, 14
cebir, 29-45, 88
Clay Matematik Ödülü, 87

çan eğrisi, 74, 75
çarpan çiftleri, 18
çarpanlar, 18, 19, 27
çarpmaya göre tersi (bir sayının), 24
çemberin çevresi, 54, 55, 63
çemberler, 40, 54-55
çentikler, 12
çevre uzunluğu, 48
çubuk grafikleri, 70, 72

dağılım grafiği, 74-75
dağılma diyagramı, 71, 73
daire grafikleri, 71
deneysel olasılık, 82
denklem sistemleri, 37, 41
denklemler, 35-41
denklemlerin yeniden düzenlenmesi, 36
Descartes, René 7, 30, 38, 87
devirli sayı, 22
Diophantus, 30, 86
diziler, 42-45, 93
doğal sayılar, 12, 26
doğru grafikleri, 70
döndürme, 60, 61
dört boyutlu, 49
dörtgen, 48
Drake, Frank, 17
düzgün olmayan şekiller, 47, 48
düzgün şekiller, 47, 48, 49

eğim, 39, 41
eksen, 7, 38, 39, 70, 72
El-Harezmi, 31, 32, 36, 86
El-Kindi, 86
Eratosthenes, 63, 86
Escher, M.C., 62
eş şekiller, 60
Euclid (Öklid), 48, 86
Euler, Leonhard, 87

Fermat, Pierre de, 81, 87
Fibonacci, Leonardo, 44, 61
formül, 29, 31, 34
fraktallar, 61
frekans grafikleri, 83

Galton, Francis, 87
Gauss, Carl, 45
genişletme, 60
geometri, 48, 88
gerçek sayılar, 27
googol, 25
googolpleks, 25
görünüm, 58, 59
grafikler, 29, 38-41, 43, 70-72, 73, 74, 75, 83, 88

hacim, 31, 49, 50, 55
hesap makineleri, 16
Hint-Arap sayı sembolleri, 12, 44, 86
hiperbol, 40
hiperküp, bkz. tesseract
histogramlar, 70, 74
Hypatia, 86

ifadeler (cebir), 32, 33, 35
iki boyutlu, 48, 49, 62
ikilik sayı sistemi, 13, 87
ikinci dereceden denklemler, 39, 40
İngiliz ölçü sistemi, 51
irrasyonel sayılar, 26
istatistik, 65-75, 88

karesini alma, 24
  kare kökler, 25
  tam kare sayılar, 24
karmaşık sayı, 27, 87
kemer,7
Kepler, Johannes, 6
kesirler, 20-23, 26
koordinatlar, 7, 38, 39, 58
korelasyon, 71, 73
kural (cebir), 43, 45
kuramsal matematik, 5

kuvvetler, 24-25, 87
küpünü alma, 24
  kübik sayılar, 24
  küp kökler, 25
küreler, 55

Laplace, Pierre-Simon, 66
Lovelace, Ada, 87

Majör üçlü, 89
Mandelbrot, Benoit, 61
mantık, 4, 6, 8, 86
Maya, Antik, 15
medyan, 69, 74, 75
Mısır, Antik, 15, 35, 54, 86
mod, 69, 74, 75
modeller, 4, 40, 59, 88
mükemmel sayılar, 27
müzik, 89

n. terim, 43, 45
negatif sayılar, 14, 26, 38
Newton, Isaac, 7
Nightingale, Florence, 65
nirengi teşkili, 57
normal dağılım, 74, 75

olasılık ağaçları, 80, 81
olasılık, 77-83
ondalık kesirler, 22
  ondalık basamaklar (o.b.), 22
  ondalık virgülü, 22
onluk sistem, 13
onluk taban, 13
oranlar, 22, 50, 58, 59
ortalama, 69, 74, 75
ortalamaya dönüş, 73, 87

ölçekli çizim, 58, 88
ölçme, 50-52, 88
örnek, 66-67
Örüntüler, 4, 5, 11, 42, 43, 88
öteleme, 60

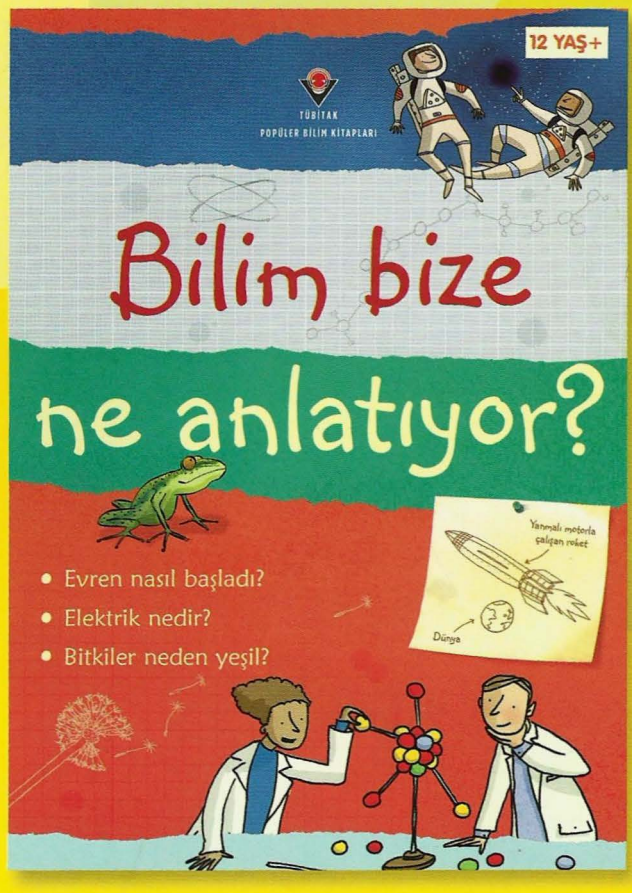
Page, Larry, 7
parabol, 39, 40
paradoks, 14
paralel doğrular, 6
parantezler, 16, 32
Pascal, Blaise, 81
pay, 20
payda, 20, 23
Perelman, Grigori, 87
phi, 59
pi, 54-55, 86
piramitler, 56, 59, 86
planlar, 58, 59
Poincaré, Henri, 68
poligonlar, 48, 55
popülasyon, 66, 67
pozitif sayılar, 26
prizmalar, 56, 59
puanlar problemi, 81
Pythagoras (Pisagor), 18, 57, 86, 89
Quetelet, Adolphe, 74
rakamlar, 12, 13
rastgele, 67
rasyonel sayılar, 26
reel sayılar, bkz. gerçek sayılar
Rhind Papirüsleri, 35, 86
roketler, 7, 40
Roma, Antik, 7, 13, 23
Romen rakamları, 13
RSA, 19
sayı boncuğu, bkz. abaküs
sayı sembolleri, 12, 13, 15
sezgiye dayalı tahminler, 17
Shang Gao, 57
sıfır, keşfi, 12
sigma, 75
  altı sigma, 75
sigorta uzmanları, 77
silindirler, 55
simetri, 61
sinüs dalgası, 40
Smoot, Oliver, 51
sonsuz, 14, 21, 27
standart sapma, 75
süsleme, 62
şekiller, 4, 47-63
tahminler, 9, 17, 52, 53, 82, 88
tam sayılı kesirler, 20
tangramlar, 53, 93
taşımalar, 60,
terimler (cebir), 32
teserract, 49
Thales, 56, 86
trigonometri, 56
üç boyutlu, 49, 62
üçgenler, 56-57
üçgensel sayılar, 42, 45
üslü sayılar, 24
veri, 66, 67, 68, 70-71, 73, 88
  kesintili, 70
  sürekli, 70
Wallis, John, 14
Weierstrass, Karl, 61
Wiles, Andrew, 87
X, keşfi, 30
yanlı hata, 67
yansıtma, 60
yarıçap, 54, 55
yerine koyma (cebir), 29, 34, 35, 37, 38
Yunan, Antik, 4, 18, 21, 48, 55, 56, 63, 86
yüzdeler, 23, 88
yüzey alanı, 49, 55
zihinden aritmetik, 16
Zu Chongzhi, 86

Teşekkür

Bu kitapta kullanılan tüm materyallerin telif hakkı sahipleriyle iletişime geçmek için her türlü gayret gösterilmiştir. Bu konudaki herhangi bir ihmal, yayımcı kuruluşun bilgilendirilmesi durumunda sonraki basımlarda telafi edilecektir. Kitabın yayımcıları aşağıda ismi geçen şahıs ve kurumlara şu sayfalardaki materyallerin kullanım izni için teşekkür eder: (ü=üst, a=alt, sol, sağ)

s 44 © Nikreates / Alamy; **s 49** © Jon Heras / photolibrary.com; **s 58** © Maximilian Stock Ltd / Science Photo Library (SPL); **s 59** © Perry Mastrovito / Corbis; **s 61** (l) © Pasieka / SPL; (sağ) © ScienceSource / SPL; **s 62** (ü) © B.A.E. Inc. / Alamy, (a) © MC Escher's "Smmmetry Drawing E110" © 2011 The M.C. Escher Company-Holland. Tüm hakları saklıdır. www.mcescher.com; **s 68** National Physical Laboratory © Crown Copyright / SPL.

Sanat yönetmeni: Mary Cartwright
Ek tasarımlar: Steve Wood
Diğer resimler: Steve Wood ve Anna Gould



TÜBİTAK
POPÜLER BİLİM KİTAPLARI

Matematik bize ne anlatıyor?

Sayıların ne işe yaradıklarını ve etrafımızdaki dünyayı nasıl tanımladıklarını keşfet.

Zeki matematikçilerin dünyayı nasıl değiştirdiklerini öğren.



ISBN 978-975-403-810-1

Fiyatı: ₺7 (KDV dahil)

Basılı fiyatından farklı satılamaz.