TRİGONOMETRİ

Kapak Tasarım : Apotemi Tasarım Ekibi

Dizgi : Apotemi Dizgi

Basım Yeri : Tuna Matbaacılık AŞ.

www.tunamatbaacilik.com.tr

Sertifika No: 49461

Bu kitabın tamamının ya da bir kısmının, kitabı yayınlayan şirketin önceden izni olmaksızın elektronik, mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılması, yayımlanması ve depolanması yasaktır.

apotemigrup@gmail.com

www.apotemi.com

İÇİNDEKİLER

TRİGONOMETRİ - 1

Bir Açının Esas Ölçüsü 10
Trigonometrik Fonksiyonlar 14
Dik Üçgende Trigonometrik Oranlar 21
Trigonometrik Fonksiyonların Bölgelere Göre İşaretleri 31
90° den Büyük Açıların Dönüştürülmesi 39
Trigonometrik Oranların Sıralanması 45

TRİGONOMETRİ - 2

Toplam Fark Formülleri 79
Toplam Fark Formüllerinin Şekil Sorularında Uygulanması 86
Yarım Açı Formülleri 89
Yarım Açı Formüllerinin Şekil Sorularında Uygulanması 97

TRİGONOMETRİ - 3

Kosinüs Teoremi 117
Sinüs Alan Formülü 121
Sinüs Teoremi 122
Heron Alan Formülü 125

TRİGONOMETRİ - 4

Trigonometrik Denklemler 139
Trigonometrik Lineer Denklemler 147
Homojen Trigonometrik Denklemler 150

TRİGONOMETRİ - 5

Trigonometrik Fonksiyonların Periyotları 167
Trigonometrik Fonksiyonların Grafikleri 169
Trigonometrik Grafiklerin Dönüşümü 171
Ters Trigonometrik Fonksiyonlar 182

MARATON TESTLERİ

Maraton Testleri 197

ÖN SÖZ

Sevgili Öğrenciler,

TRİGONOMETRİ; mühendislik, fizik, astronomi gibi bir çok bilim dalında kullanılan matematiğin temel konularından biridir. Bu temel konunun en iyi şekilde anlaşılabilmesi, detaylı bir konu anlatımı ve bol örnek çözülmesi ile mümkün olabilir. Bunun gerçekleşebilmesi adına **TRİGONOMETRİ** kitabımızı size ulaştırmanın sevincini yaşıyoruz. **APOTEMİ YAYINLARI** olarak **"tek konu tek kitap"** serimizde bu kitabımızı **TRİGONOMETRİ** konusuna ayırdık.

Bu önemli konunun daha iyi anlaşılabilmesi için kitabın anlatımında **Adımlama Tekniğini** uyguladık. İlk defa **APOTEMİ YAYINLARI** tarafından uygulanan bu konu anlatım tekniğinin özgün sorularla destekleyerek, sizleri **TRİGONOMETRİ** konusunda karşılaşabileceğiniz her türlü soruya hazırlamayı amaçladık.

Adımlama Tekniğinde trigonometri ile ilgili her konu alt başlıklara ayrıldı. Her alt başlıkla ilgili gerekli bilgiler **'Adım'** başlağıyla verilip **'ADIM PEKİŞTİRME'** testleriyle bilgiler sağlamlaştırıldı. İlgili konuların bitiminde **'ADIM GÜÇLENDİRME'** testleriyle takviye yapıldı. Kitabın sonuna **'MARATON TESTLERİ'** konularak birçok kaynakta yer almayan özgün sorularla son bir genel tekrar yapıldı.

Ciddi bir emek ve titiz bir çalışma sonucunda hazırlanan bu kitabın siz değerli öğrencilerimize faydalı olması dileğiyle...

Kitap Bölümleri Hakkında

Kitabı 11. sınıf öğrencileri için takip edecek değerli öğretmenlerimiz ve kitabı kullanacak 11. sınıf öğrencilerimiz, bölüm takibi olarak Trigonometri - 1, Trigonometri - 3, Trigonometri - 5 sırasını izleyebilir. Bu bölümler 11. sınıf müfredatına tam uyumludur.

12. sınıf öğrencilerimizin ve kitabı sınav için kullanacak öğrencilerimizin bölümleri sırayla bitirmeleri çok yararlı olacaktır. Kitabın mevcut sıralaması kullanan pek çok öğrencinin beğenisini kazanmıştır.

Bu kitabın baskıya olabildiğince hatasız biçimde ulaşması için değerli vakitlerini ayırıp kontrol aşamasında yardımlarını esirgemeyen değerli meslektaşlarımız Kadir AKPINAR, Önder ÖZDEMİR ve Oğuzhan DEMİREL'e bu vesileyle teşekkürü bir borç biliyoruz.

Kitabın Çözümleri

Kitap içindeki testlerin ayrıntılı **video** çözümlerine **APOTEMİ AÇIK KİTAP** telefon uygulamamızdan ve **apotemivideo.frns.in** sitemizden ulaşabilirsiniz.

Kitapla ve yayınlarımızla ilgili istek ve yorumlarınızı aşağıdaki mail adreslerine iletmeniz bizi çok memnun edecek ve çalışmalarımızı güzelleştirme yolunda çok yararlı olacaktır.

ÇÖZÜMLER

APOTEMİ AÇIK KİTAP

Google play

App Store

Fatih İHTİYAROĞLU
fatihihtiyaroglu@gmail.com
apotemigrup@gmail.com

Başarmak İçin
Durma
İlerle

Büyük Başarılar
Küçük Başarıların
Birleşiminden Oluşur



Başarı Yolunda Apotemi Hep Seninle

youtube.com/c/apotemiyayınlarıonline



TRİGONOMETRİ - 1

A) Bir açının esas ölçüsü

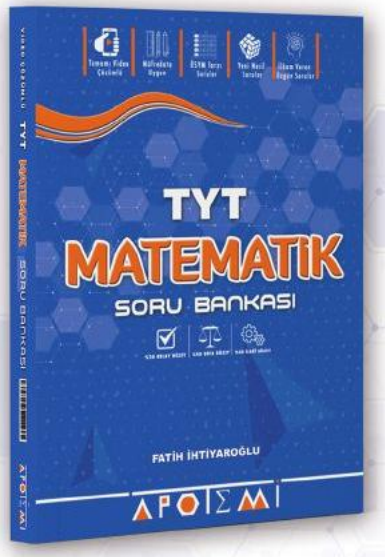
B) Trigonometrik fonksiyonlar

C) Dik üçgende trigonometrik oranlar

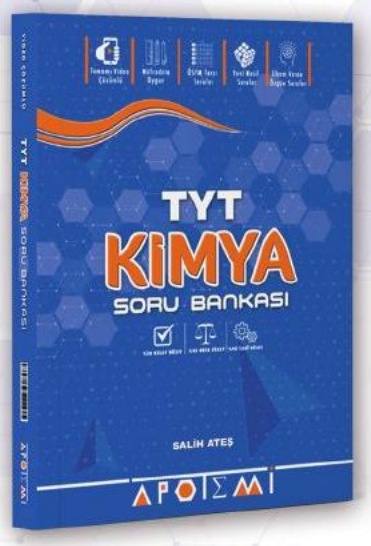
D) Trigonometrik fonksiyonların bölgelere göre işaretleri

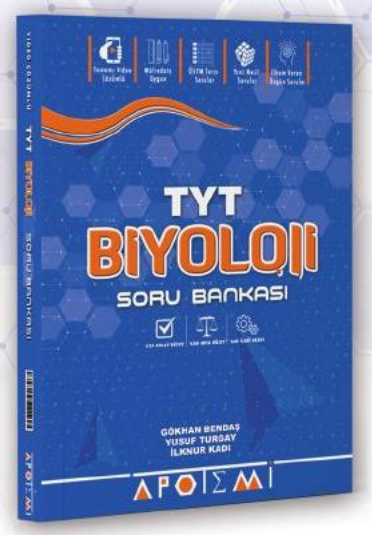
E) 90° den büyük açıların dönüştürülmesi

F) Trigonometrik oranların sıralanması

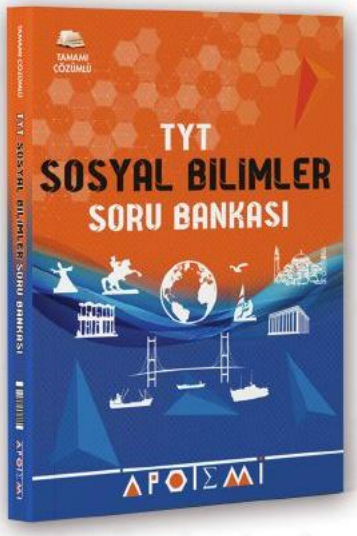














"Apotemi ile sınava hazırsın!"

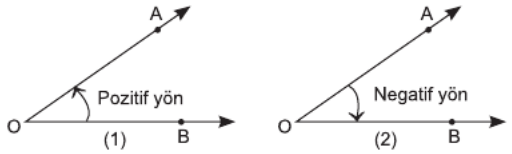
APOTEMİ

ADIM



YÖNLÜ AÇILAR

Başlangıç noktaları aynı olan iki ışının birleşim kümesine **açı** denir.



(1) BOA açısı pozitif yönde bir açı olup $\widehat{BOA}$ biçiminde gösterilir.

(2) AOB açısı negatif yönlü bir açı olup $\widehat{AOB}$ biçiminde gösterilir.

AÇI ÖLÇÜ BİRİMLERİ

Derece

Bir çember yayının 360 ta 1 ni gören merkez açının ölçüsü 1 derece olarak adlandırılır.

Derece (°) simgesi ile gösterilir.

1° nin (1 derecenin) 60 ta biri 1 dakikadır. (1')

1' nin (1 dakikanın) 60 ta biri 1 saniyedir. (1")

$60' = 1^\circ$

$60'' = 1'$

Örneğin 61 dakikayı şu şekilde gösterebiliriz.

$61' = 60' + 1' = 1^\circ\ 1'$

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

12005" lik açı kaç derece, kaç dakika, kaç saniyedir?

Çözüm

$$\begin{array}{r|l} 12005 & 3600 \\ \hline -\ 10800 & 3 \\ \hline 1205 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1205 & 60 \\ \hline -\ 1200 & 20 \\ \hline 5 & \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemlerine göre

$12005'' = 3^\circ\ 20'\ 5''$

ÖRNEK 2

$\alpha = 40^\circ\ 55'\ 24''$ ve $\beta = 10^\circ\ 20'\ 50''$ ise $\alpha + \beta$ değeri nedir?

Çözüm

$$\begin{array}{r} 40^\circ\ 55'\ 24'' \\ +\ 10^\circ\ 20'\ 50'' \\ \hline 50^\circ\ 75'\ 74'' \end{array} \longrightarrow (74'' = 60'' + 14'' = 1' + 14'')$$

$50^\circ\ 75'\ 74'' \longrightarrow (50^\circ\ 76'\ 14'')$

$(76' = 60' + 16'' = 1^\circ + 16'')$

$50^\circ\ 76'\ 14'' \longrightarrow 51^\circ\ 16'\ 14''$ olur.

O halde $\alpha + \beta = 51^\circ\ 16'\ 14''$ bulunur.

ÖRNEK 3

$\alpha = 40^\circ\ 20'\ 24''$

$\beta = 20^\circ\ 10'\ 36''$ olduğuna göre, $\alpha - \beta$ değeri nedir?

Çözüm

$$\begin{array}{r} \overset{60'}{\curvearrowright} \\ 40^\circ\ 20'\ 24'' \\ -\ 20^\circ\ 10'\ 36'' \\ \hline 40^\circ\ 19'\ 84'' \\ -\ 20^\circ\ 10'\ 36'' \\ \hline 20^\circ\ 9'\ 48'' \end{array}$$

$\alpha - \beta = 20^\circ\ 9'\ 48''$ bulunur.

ADIM



Radyan

Bir çember yayının tamamını gören merkez açının ölçüsü 2π radyandır.

Bir çemberde, yarıçap uzunluğunda bir yayı gören merkez açının ölçüsü 1 radyandır.

Açı Ölçü Birimlerinin Birbirine Dönüştürülmesi

Bir çember yayının ölçüsü 360 derece veya 2π radyan olduğundan

$$\frac{D}{360} = \frac{R}{2\pi} \quad \text{ve}$$

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \quad \text{olur.}$$

Bu eşitlik açı ölçü birimlerinin dönüştürülmesinde kullanılır.

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

Ölçüsü $\frac{9\pi}{4}$ radyan olan açı kaç derecedir?

Çözüm

$$\frac{\frac{9\pi}{4}}{\pi} = \frac{D}{180} \quad \text{ise} \quad \frac{9}{4} = \frac{D}{180}$$

$$\frac{9}{4} \cdot 180 = D$$

$$405^\circ = D$$

PRATİK !

$\pi \equiv 180^\circ$ olduğundan

$\frac{9\pi}{4} = \frac{9.180^\circ}{4} = 405^\circ$ bulunur.

ÖRNEK 2

40° kaç radyandır?

Çözüm

$$\frac{40}{180} = \frac{R}{\pi} \quad \text{ise} \quad \frac{40\pi}{180} = R$$

$$\frac{2\pi}{9} = R$$

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1. 4420" lik açı kaç derece, kaç dakika, kaç saniyedir?

A) 2° 40' 10" B) 1° 10' 13"

C) 1° 13' 40" D) 1° 40' 13"

E) 1° 40' 15"

2. $\alpha = 20^\circ$ 10' 25"

$\beta = 10^\circ$ 55' 36"

olduğuna göre, $\alpha + \beta$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 40° 5' 1" B) 40° 6' 1"

C) 31° 6' 1" D) 32° 1' 1"

E) 31° 1' 1"

3. $\frac{12\pi}{5}$ radyanlık açı kaç derecedir?

A) 324 B) 340 C) 402

D) 432 E) 440

4. Ölçüsü 400° olan açının ölçüsü kaç radyandır?

A) $\frac{10\pi}{9}$ B) $\frac{20\pi}{9}$ C) $\frac{15\pi}{8}$

D) 20π E) 40π

5. **a, b, c pozitif tamsayı olmak üzere 8120" lik bir açının eşiti a^o b' c" olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?**

A) 48 B) 47 C) 37 D) 35 E) 30

6. $\alpha = 10^o\ 25'\ 40"$ ve β açısı veriliyor.

$\alpha + \beta = 35^o\ 40'\ 50"$ olduğuna göre, β açısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $15^o\ 15'\ 10"$ B) $25^o\ 10'\ 10"$

C) $25^o\ 15'\ 10"$ D) $35^o\ 10'\ 15"$

E) $30^o\ 40'\ 40"$

7. **Bir ABC üçgeninde**

$m(\widehat{A}) = 20^o\ 50'\ 40"$, $m(\widehat{B}) = 60^o\ 40'\ 30"$ olduğuna göre, $m(\widehat{C})$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $98^o\ 38'\ 55"$ B) $98^o\ 28'\ 50"$

C) $98^o\ 18'\ 25"$ D) $97^o\ 38'\ 30"$

E) $97^o\ 8'\ 20"$

8. $\frac{15\pi}{4} + \frac{\pi}{3}$

radyanlık açı kaç derecedir?

A) 925 B) 905 C) 825

D) 735 E) 625

9. **22,5° lik bir açının ölçüsü kaç radyandır?**

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{6}$

D) $\frac{\pi}{8}$ E) $\frac{\pi}{12}$

10. **12° lik bir açı ile x° lik bir açının ölçülerinin toplamı $\frac{3\pi}{5}$ radyan olduğuna göre, x kaçtır?**

A) 15 B) 40 C) 96

D) 98 E) 102

ADIM



BİR AÇININ ESAS ÖLÇÜSÜ

α negatif olmamak şartıyla ölçüsü $\alpha + 360^\circ.k$ $(k \in Z)$ olan açının esas ölçüsü α derecedir.

Ölçüsü $\alpha + 2k\pi$ $(k \in Z)$ olan açının esas ölçüsü α radyandır.

Örneğin ölçüsü 365° olan bir açının esas ölçüsünü bulalım:

$365^\circ = 5^\circ + 360^\circ.1$ olduğundan açının esas ölçüsü 5° dir.

DİKKAT !

Bir açının esas ölçüsü

- Derece olarak $[0°, 360°)$ aralığında
- Radyan olarak $[0, 2\pi)$ aralığında

yer alır.

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

Ölçüsü 2400° olan bir açının esas ölçüsü kaç derecedir?

Çözüm

$$\begin{array}{r|l} 2400 & 360 \\ \hline 2160 & 6 \\ \hline 240 & \end{array}$$

$2400^\circ = 240^\circ + 360^\circ.6$

olduğundan açının esas ölçüsü 240° dır.

ÖRNEK 2

$\frac{12\pi}{5}$ radyanlık açının esas ölçüsü kaç radyandır?

Çözüm

Ölçüsü radyan türünden verilen kesirli biçimdeki açıların esas ölçüsü bulunurken pratik çözüm olması için pay, paydanın iki katına bölünür.

Yani

$$\begin{array}{r|l} 12 & 10 \\ \hline 10 & 1 \\ \hline 2 & \end{array}$$

$$\frac{12\pi}{5} = \frac{\boxed{2\pi} + 10\pi}{5} = \frac{2\pi}{5} + \frac{10\pi}{5}$$

$$= \frac{2\pi}{5} + 2\pi$$

olduğundan açının esas ölçüsü $\frac{2\pi}{5}$ radyandır.

ÖRNEK 3

Ölçüsü -750° olan bir açının esas ölçüsü kaç derecedir?

Çözüm

$$\begin{array}{r|l} 750 & 360 \\ \hline 720 & 2 \\ \hline 30 & \end{array}$$

$-(750^\circ) = -(30^\circ + 360^\circ.2)$

$= -30^\circ - 360^\circ.2$

Esas ölçüsü $[0^\circ, 360^\circ)$ aralığında olduğundan -30° esas ölçü olamaz. Bu nedenle -30° nin esas ölçü değerini bulmak için 360° ile toplayarak işlem sonlandırılır.

$-30^\circ + 360^\circ = 330^\circ$ açısının esas ölçüsüdür.

ÖRNEK 4

$\frac{-23\pi}{3}$ radyanlık açının esas ölçüsü kaç radyandır?

Çözüm

$$\begin{array}{r|l} 23 & 6 \\ \hline 18 & 3 \\ \hline \boxed{5} & \end{array}$$

$$-\left(\frac{20\pi}{3}\right) = -\left(\frac{\boxed{5}\pi + 18\pi}{3}\right)$$

$$= -\frac{5\pi}{3} - \frac{18\pi}{3}$$

$$= -\frac{5\pi}{3} - 6\pi$$

Esas ölçüsü radyan cinsinden $[0, 2\pi)$ aralığında olduğundan $-\frac{5\pi}{3}$ ün esas ölçüsünü bulmak için 2π ile toplayarak işlem sonlandırılır.

$-\frac{5\pi}{3} + 2\pi = \frac{\pi}{3}$ açının esas ölçüsüdür.

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1. **1250° lik bir açının esas ölçüsü kaç derecedir?**

A) 50 B) 60 C) 70

D) 170 E) 190

2. **2012° lik bir açının esas ölçüsü α , -2012° lik bir açının esas ölçüsü β olduğuna göre, $\alpha + \beta$ açısının esas ölçüsü kaç derecedir?**

A) 360 B) 180 C) 90

D) 10 E) 0

3. **-2500° lik açının esas ölçüsü α ise, $-\alpha$ nın esas ölçüsü kaç derecedir?**

A) 20 B) 30 C) 60

D) 300 E) 340

4. $-\frac{45\pi}{7}$ **radyanlık açının esas ölçüsü kaç radyandır?**

A) $\frac{\pi}{7}$ B) $\frac{2\pi}{7}$ C) $\frac{3\pi}{7}$

D) $\frac{11\pi}{7}$ E) $\frac{22\pi}{7}$

5. $\frac{23\pi}{5}+\frac{11\pi}{3}$

radyanlık açının esas ölçüsü kaç radyandır?

A) $\frac{\pi}{15}$ B) $\frac{4\pi}{15}$ C) $\frac{\pi}{5}$

D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{3}$

6. **α derecelik açının esas ölçüsü 20° olduğuna göre, α aşağıdakilerden hangisi olamaz?**

A) 1460° B) 740° C) -340°

D) -1060° E) -1200°

7. $\frac{56\pi}{3}$ **radyanlık açının esas ölçüsü kaç derecedir?**

A) 60 B) 90 C) 120

D) 240 E) 300

8. α, $240^\circ < \alpha < 2400^\circ$ eşitsizliğini sağlayan ve esas ölçüsü 40° olan bir açıdır.

Bu şartı sağlayan kaç farklı α açısı bulunabilir?

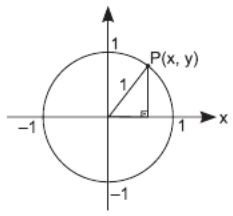
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

ADIM



BİRİM ÇEMBER

Merkezi başlangıç noktası, yarıçapı 1 birim uzunluğunda olan çembere **birim çember** denir.



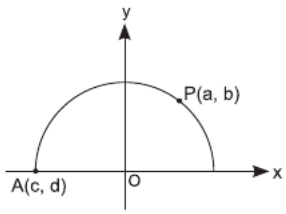
Birim çember üzerinde bir P(x, y) noktası seçelim.

$x^2 + y^2 = 1$ olur.

Bu denklem aynı zamanda birim çemberin denklemidir.

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1



Yanda O merkezli yarım birim çember üzerinde P(a, b) ve A(c, d) noktaları gösterilmiştir.

Buna göre

$a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ toplamı kaçtır?

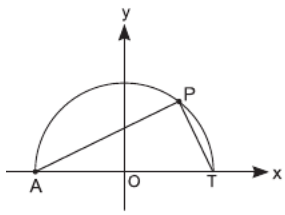
Çözüm

Birim çember üzerindeki herhangi bir noktanın koordinatlarının kareleri toplamı 1 dir. Buna göre

P(a, b) ve A(c, d) noktaları birim çember üzerinde olduğundan $a^2 + b^2 = 1$, $c^2 + d^2 = 1$ dir.

Buna göre $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 2$ olur.

ÖRNEK 2



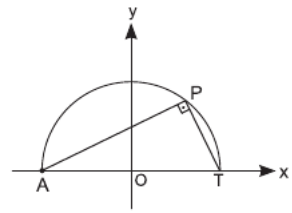
Yandaki O merkezli yarım birim çemberde $|AP|^2 + |PT|^2$ toplamı kaçtır?

Çözüm

Çemberde çapı gören çevre açının ölçüsü 90° dir.

[AT] çap

$|AT| = 2$

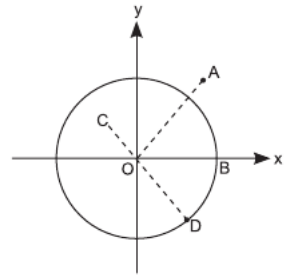


O halde dik üçgende pisagor bağıntısından

$|AP|^2 + |PT|^2 = |AT|^2$

$|AT|^2 = 2^2 = 4$ bulunur.

ÖRNEK 3



Yukarıdaki şekil O merkezli birim çemberdir.

Buna göre $|OD|$, $|OC|$, $|OA|$, $|OB|$ uzunluklarını sıralayınız?

Çözüm

B ve D noktaları birim çember üzerinde olduğundan $|OB| = |OD|$ dir.

C çemberin içinde olduğundan $|OC|$ en küçük, A çemberin dışında olduğundan $|OA|$ en büyüktür.

O halde $|OC| < |OB| = |OD| < |OA|$ olur.

ÖRNEK 4

Birim çember üzerinde ordinatı, apsisine eşit olan kaç nokta vardır?

Çözüm

Bu nokta A(x, x) noktası olsun. O halde birim çember üzerinde olduğundan

$$x^2 + x^2 = 1 \Rightarrow 2x^2 = 1$$

$$x^2 = \frac{1}{2}$$

$$x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ olur.}$$

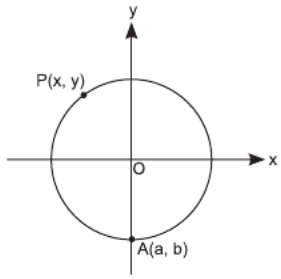
Bu şartı sağlayan iki nokta bulmuş oluruz. Çünkü

$x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ için $A\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ için $A\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ bulunur.

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1.

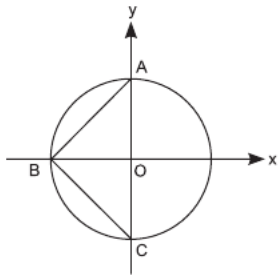


Yukarıda O merkezli birim çember üzerinde P(x, y) ve A(a, b) noktaları gösterilmiştir.

Buna göre, $x^2 + y^2 - a - b$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

2.



Yukarıdaki O merkezli birim çemberde $|AB|^2 + |BC|^2$ toplamı kaçtır?

A) 4 B) 2 C) $\sqrt{2}$ D) 1 E) $\frac{1}{2}$

3. Aşağıda koordinatları verilen noktalardan hangisi birim çember üzerinde bulunur?

A) (1, 1) B) (1, 2) C) (–1, 1)

D) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ E) $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{3}{\sqrt{5}}\right)$

4. Aşağıdaki noktalardan hangisi birim çember üzerinde olup ordinatı apsisinin iki katına eşit olan noktalardan biridir?

A) (1, 2) B) $(-\frac{1}{2}, 1)$ C) (2, 4)

D) $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ E) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{2}{\sqrt{2}}\right)$

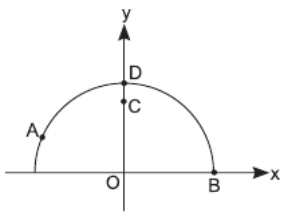
5. $M\left(\frac{1}{2}, \frac{a}{2}\right)$ noktası birim çember üzerinde olduğuna göre, a nın alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

A) – 4 B) – 3 C) $-\sqrt{2}$ D) 1 E) $\sqrt{3}$

6. $A\left(k, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ noktası birim çember üzerinde ve koordinat düzleminin 2. bölgesinde bulunduğuna göre, k kaçtır?

A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B) 0 C) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ D) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ E) –1

7.



Yukarıdaki yarım birim çemberde A ve B noktaları birim çember üzerinde ve C noktası O ile D noktaları arasındadır.

Buna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $|OA| = |OB| < |OC|$ B) $|OA| = |OB| = |OC|$

C) $|OA| < |OB| = |OC|$ D) $|OA| > |OB| > |OC|$

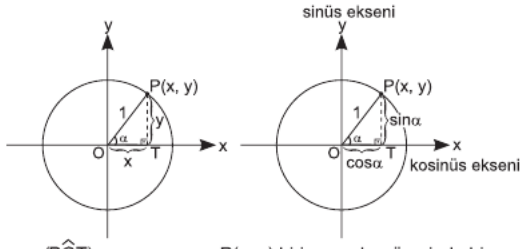
E) $|OA| = |OB| > |OC|$

ADIM



TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonları



P(x, y) noktasının apsisine α açısının kosinüsü denir ve $\cos\alpha$ biçiminde gösterilir. Burada x ekseni kosinüs ekseni olarak adlandırılır.

P(x, y) noktasının ordinatına α açısının sinüsü denir ve $\sin\alpha$ biçiminde gösterilir. Burada y ekseni sinüs ekseni olarak adlandırılır.

$$\cos\alpha = |OT| = x$$

$$\sin\alpha = |PT| = y$$

α gerçel sayısını ; $\cos\alpha$ ya dönüştüren fonksiyona **kosinüs fonksiyonu**, $\sin\alpha$ ya dönüştüren fonksiyona da **sinüs fonksiyonu** denir.

Birim çember üzerindeki herhangi bir noktanın apsis ve ordinatları [–1, 1] aralığındadır. Buna göre sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve değer aralıklarını gösterelim.

Tanım kümesi : R

Görüntü kümesi : [–1, 1]

Her α reel sayısı için

$-1 \le \cos\alpha \le 1$

$-1 \le \sin\alpha \le 1$

Kosinüs Fonksiyonu

$\cos : R \to [-1, 1]$, $f(x) = \cos x$

Sinüs Fonksiyonu

$\sin : R \to [-1, 1]$, $f(x) = \sin x$

biçiminde ifade edilir.

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

$\sin\alpha + \cos\alpha = 3$

eşitliğini sağlayan kaç farklı α açısı vardır?

Çözüm

Sinüs ve kosinüs fonksiyonları en fazla 1 olabildiğine göre, iki fonksiyonun toplamlarının 3 olması mümkün değildir. Dolayısıyla bu eşitliği sağlayan α açısı yoktur.

ÖRNEK 2

$3\sin\alpha - 1 = k$ olduğuna göre, bu şartı sağlayan k reel sayıları hangi aralıktadır?

Çözüm

$3\sin\alpha - 1 = k$ ise

$3\sin\alpha = k + 1$

$\sin\alpha = \dfrac{k+1}{3}$ olur.

$-1 \le \sin\alpha \le 1$ olduğuna göre,

$-1 \le \dfrac{k+1}{3} \le 1$

$-3 \le k + 1 \le 3$

$-4 \le k \le 2$ bulunur.

PRATİK !

$\sin\alpha$ en büyük 1 olduğundan $(3.1 - 1) = 2$ k nın en büyük değeridir.

$\sin\alpha$ en küçük – 1 olduğundan $(3.(-1) - 1) = -4$ k nın en küçük değeridir.

O halde $-4 \le k \le 2$ aralığındadır.

ÖRNEK 3

$\alpha \neq \theta$ olmak üzere

$A = (1 + \sin^2\alpha)(2 + \cos\theta)$

olduğuna göre, A nın alabileceği en büyük değer ile en küçük değerin toplamı kaçtır?

Çözüm

A nın en büyük değerini alması için $\sin^2\alpha$ ve $\cos\theta$ nın en büyük değeri kullanılmalıdır. O halde A en çok

$(1 + \sin^2\alpha)(2 + \cos\theta) = (1 + 1)(2 + 1)$

$= 2.3 = 6$ bulunur.

A nın en küçük değerini alması için $\sin^2\alpha$ ve $\cos\theta$ nın en küçük değeri kullanılmalıdır.

$-1 \le \sin\alpha \le 1$ olduğundan $\sin^2\alpha$ en az sıfır olabilir.

$-1 \le \cos\theta \le 1$ olduğundan $\cos\theta$ en az -1 olabilir.

O halde A nın en küçük değeri

$(1 + \sin^2\alpha)(2 + \cos\theta) = (1 + 0)(2 - 1)$

$= 1.1 = 1$ bulunur.

A nın en büyük ve en küçük değerleri toplamı

$6 + 1 = 7$ bulunur.

ÖRNEK 4

$K = 3\cos\alpha - 4\sin\beta$ ise K nın alabileceği en büyük ve en küçük değerin çarpımı kaçtır?

Çözüm

$K = 3\cos\alpha - 4\sin\beta$

K nın en büyük değerini alabilmesi için

$\cos\alpha = 1$ ve $\sin\beta = -1$ olmalıdır.

O halde K nin en büyük değeri

$K = 3.1 - 4.(-1) = 7$ bulunur.

K nin en küçük değerini alabilmesi için

$\cos\alpha = -1$ ve $\sin\beta = 1$ olmalıdır.

O halde K nın en küçük değeri

$K = 3.(-1) - 4.1 = -7$ bulunur.

En büyük ve en küçük değerlerin çarpımı $7.(-7) = -49$ bulunur.

ÖRNEK 5

$|1 + \sin x| + |\sin x + \cos y - 3|$

işleminin sonucu nedir?

Çözüm

sinx en küçük -1 olabileceğinden mutlak değer

$|1 + \sin x| = 1 + \sin x$ olur.

sinx + cosy en fazla 2 olabileceğinden

$|\sin x + \cos y - 3| = -\sin x - \cos y + 3$ olur.

O halde sonuç

$1 + \sin x - \sin x - \cos y + 3$

$= 4 - \cos y$ bulunur.

NOT !

ÖZEL DURUM

$f(x) = a.\sin x + b.\cos x$ fonksiyonunun

en büyük değeri: $\sqrt{a^2 + b^2}$

en küçük değeri: $-\sqrt{a^2 + b^2}$ olur.

ÖRNEK 6

$f(x) = 2\sin x - 3\cos x$ fonksiyonunun alabileceği en büyük değer kaçtır?

Çözüm

Bu soruda NOT ta verilen özel durumu kullanarak çözüme gidilir.

$f(x) = 2\sin x - 3\cos x$ fonksiyonunun alabileceği en büyük değer

$$\sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$$

bulunur.

DİKKAT !

sinx ve cosx fonksiyonları aynı açı değerlerinde biri 1 iken diğeri -1 veya 1 olamaz. Bunun nedeni birim çemberde incelenirse açıkça görülecektir. Bu nedenle bu tip sorularda NOT ta verilen özel durumdan yararlanılır.

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1. $\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)+\cos(\pi-\beta)$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşit olamaz?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) $\frac{5}{2}$

2. **$A = 8\sin\alpha - 3\sin\theta - 4\cos\beta$ olduğuna göre, A nın alabileceği en büyük değer kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 7 E) 15

3. $f(x) = \sqrt{2}\cos x - 4\sin x$

fonksiyonunun alabileceği en büyük değer en küçük değerden kaç fazladır?

A) 8 B) $6\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{2}$ D) 4 E) 2

4. $5\sin\left(\alpha-\frac{2\pi}{3}\right)=3a-7$

olduğuna göre, a kaç farklı tamsayı değeri alabilir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5. $\frac{9+\cos\alpha}{3}$

ifadesinin alabileceği kaç farklı tamsayı değeri vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $\frac{|3-\sin x|+|3\sin x+5|}{|1+\cos x|+|1-\cos x|}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 + sinx B) 2 + sinx C) 3 + sinx

D) 4 + sinx E) sinx + cosx

7. M = (3 – cosx) (4 + siny)

olduğuna göre, M nin alabileceği en büyük değer, en küçük değerden kaç fazladır?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

8. a = sinx.cosy

b = sinx + cosy

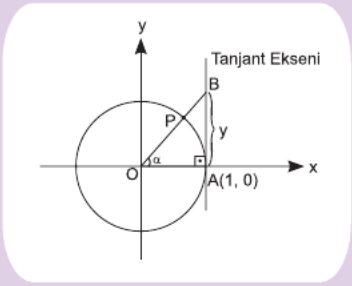
c = sinx.(1 – cosy)

a en küçük değerini aldığında b + c toplamı en çok kaç olur?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

ADIM

TANJANT VE KOTANJANT FONKSİYONLARI

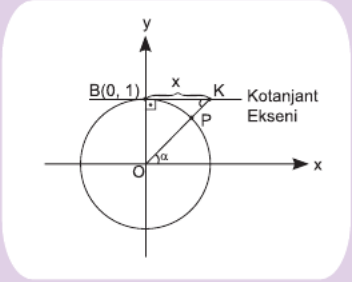


Yukarıdaki birim çembere A(1, 0) noktasından çizilen teğet [OP ışınını B noktasında kesmektedir.

B noktasının ordinatına α nın tanjantı denir ve $\tan\alpha$ ile gösterilir. Buna göre

$\tan\alpha = y$ dir.

A(1, 0) noktasından birim çembere çizilen teğet tanjant ekseni olarak adlandırılır.
Burada verilen α açısı 90^0 ye yaklaştırılırsa y büyüklüğü $+\infty$ a, α açısı -90^0 ye yaklaştırılırsa y değeri $-\infty$ a doğru gidecektir. O halde $\tan\alpha$ nın değer aralığı $-\infty < \tan\alpha < +\infty$ elde edilir.



Birim çembere B(0, 1) noktasından çizilen teğet [OP ışınını K noktasında kesmektedir.
K noktasının apsisine α nın kotanjantı denir ve $\cot\alpha$ ile gösterilir.

Buna göre $\cot\alpha = x$ dir.
B(0, 1) noktasından birim çembere çizilen teğet kotanjant ekseni olarak adlandırılır.

Burada verilen α açısı 0^o ye yaklaştıkça x değeri $+\infty$ a, 180^o ye yaklaştıkça x değeri $-\infty$ a doğru gidecektir.
O halde $\cot\alpha$ nın değer aralığı

$-\infty < \cot\alpha < +\infty$ elde edilir.

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

$$A = \sqrt{1 + \tan^2\alpha}$$

eşitliğini sağlayan A reel sayılarının değer aralığı nedir?

Çözüm

$-\infty < \tan\alpha < +\infty$ olduğundan

$0 \le \tan^2\alpha < +\infty$ şeklinde olmalıdır.

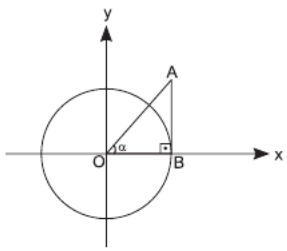
Buna göre eşitliği sağlayan A reel sayısı, $\tan^2\alpha$ en küçük sıfır olabileceğinden en az

$A = \sqrt{1 + 0} = 1$ bulunur.

Buna göre A reel sayısının alabileceği değerlerin aralığı

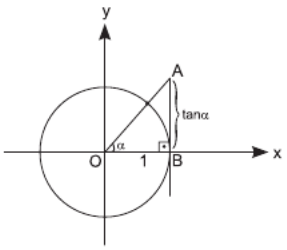
$1 \le A < +\infty$ olacaktır.

ÖRNEK 2



Yukarıdaki birim çemberde verilen AOB dik üçgeninin alanı α türünden neye eşittir?

Çözüm



$|AB| = \tan\alpha$ br
$|OB| = 1$ br

olduğundan $A(AOB) = \dfrac{1.\tan\alpha}{2}$

$= \dfrac{\tan\alpha}{2}$ br^2

bulunur.

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1. **Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisinin değer aralığı en geniştir?**

A) $\sin\alpha$ B) $\sin^2\alpha$ C) $2\cos\alpha$

D) $\cos^3\alpha$ E) $\tan\alpha$

2. $1 + \tan^2\alpha + \cot^2\alpha$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

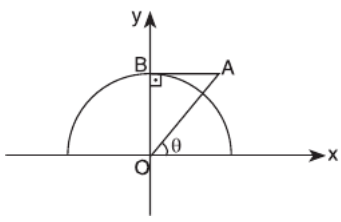
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{11}{3}$

3. $A = (2 + \cot^2 2x)^2$

olduğuna göre, A reel sayısının en küçük değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 8 E) 16

4.

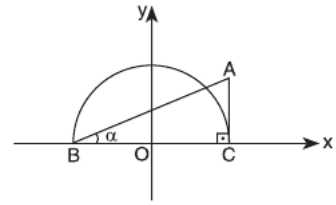


Yandaki yarım birim çemberde |AB| nin θ cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin\theta$ B) $\cos\theta$ C) $\cot\theta$

D) $\tan\theta$ E) $\frac{\cot\theta}{2}$

5.

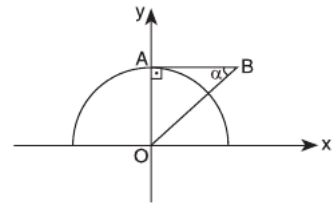


Yandaki yarım birim çemberde ABC dik üçgeninin alanının α türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin\alpha$ B) $\frac{\sin\alpha.\cos\alpha}{2}$ C) $\frac{\tan\alpha}{2}$

D) $2\tan\alpha$ E) $\frac{\cot\alpha}{2}$

6.

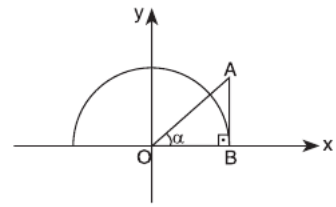


Yandaki çeyrek birim çemberde B noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) (0, 1) B) (1, 0) C) ($\tan\alpha$, 1)

D) ($\cot\alpha$, 1) E) (1, $\cot\alpha$)

7.



Yandaki çeyrek birim çemberde |OA| nın α türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\tan\alpha$ B) $\cot\alpha$ C) $\tan^2\alpha$

D) $1 + \tan^2\alpha$ E) $\sqrt{1 + \tan^2\alpha}$

ADIM



SEKANT VE KOSEKANT FONKSİYONLARI

Sekant fonksiyonu kosinüs fonksiyonunun çarpmaya göre tersi olan fonksiyondur ve sec şeklinde gösterilir. α açısının sekantı

$\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}$ şeklindedir.

Sekant fonksiyonunun değer aralığı bulunurken kosinüs fonksiyonundan yararlanılır. Cos α;

$-1 \le \cos\alpha \le 1$

aralığında olduğundan secα nın alabileceği değerlerin aralığı

$(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ şeklindedir.

Kosekant fonksiyonu sinüs fonksiyonunun çarpmaya göre tersi olan fonksiyondur ve cosec şeklinde gösterilir. α açısının kosekantı

$\operatorname{cosec}\alpha = \frac{1}{\sin\alpha}$ şeklindedir.

Kosekant fonksiyonunun değer aralığı bulunurken sinüs fonksiyonundan yararlanılır.

$\sin\alpha \quad -1 \le \sin\alpha \le 1$

aralığında olduğundan cosecα nın alabileceği değerlerin aralığı

$(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ şeklindedir.

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

$\operatorname{cosec}\alpha = \frac{1}{2}$

denkleminin kaç farklı kökü vardır?

Çözüm

Kosekant fonksiyonu $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ aralığında bulunduğundan $\operatorname{cosec}\alpha = \frac{1}{2}$ olması mümkün değildir.

Denklemin kökü yoktur.

ÖRNEK 2

$$\frac{\sin\alpha + \sec\alpha}{\cos\alpha + \operatorname{cosec}\alpha}$$

ifadesinin en sade halini bulunuz.

Çözüm

$\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}$ ve $\operatorname{cosec}\alpha = \frac{1}{\sin\alpha}$

eşitliklerini soruda kullanalım.

$$\frac{\sin\alpha + \frac{1}{\cos\alpha}}{\cos\alpha + \frac{1}{\sin\alpha}} = \frac{\frac{\sin\alpha.\cos\alpha + 1}{\cos\alpha}}{\frac{\cos\alpha.\sin\alpha + 1}{\sin\alpha}}$$

$$= \frac{\sin\alpha.\cos\alpha + 1}{\cos\alpha} \cdot \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha.\sin\alpha + 1} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

bulunur.

ÖRNEK 3

$$\left(\frac{1 - \sec^2 x}{1 + \cos x}\right) : (\cos^2 x)^{-1}$$

ifadesinin eşiti nedir?

Çözüm

$$\frac{1 - \frac{1}{\cos^2 x}}{1 + \cos x} : (\cos^2 x)^{-1} = \frac{\frac{\cos^2 x - 1}{\cos^2 x}}{1 + \cos x} : (\cos^2 x)^{-1}$$

$$\frac{\frac{(\cos x + 1)(\cos x - 1)}{\cos^2 x}}{1 + \cos x} : \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{\cos x - 1}{\cos^2 x} \cdot \cos^2 x$$

$$= \cos x - 1$$

bulunur.

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1. **sec α aşağıdakilerden hangisine eşit olamaz?**

A) -5 B) -1 C) $-\frac{3}{4}$ D) $\frac{5}{2}$ E) 3

2. $A = 1 + \text{cosec}^2\alpha$

olduğuna göre, A nın alabileceği en küçük değer aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 4

3. $\frac{1 + \text{cosec}\,\theta}{1 + \sin\theta}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin\theta$ B) $\cos\theta$ C) $\sec\theta$

D) $\text{cosec}\,\theta$ E) $\tan\theta$

4. $(1 - \cos^2\alpha) : (1 - \sec^2\alpha)$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) $-\cos\alpha$ C) $-\cos^2\alpha$

D) $\text{cosec}^2\alpha$ E) $\sec^2\alpha$

5. $\frac{1 - \sin^2 x}{1 + \text{cosec}\,x}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin^2 x$ B) $1 - \sin x$ C) $1 + \sin x$

D) $\sin x - \sin^2 x$ E) $\sin x - \cos x$

6. $\frac{1 + \cos x}{1 + \sec x}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

A) $-\frac{3}{2}$ B) $-\frac{4}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 2

ARŞİMİ

7. x pozitif bir sayı olmak üzere

$\sec\alpha = \frac{x + 1}{3}$

olduğuna göre, x in en geniş tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x \le 1$ B) $x < 0$ C) $x \ge 2$

D) $x > 2$ E) $x \ge 4$

8. **$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ olduğuna göre**

$\frac{\text{cosec}^2 x - \sec^2 x}{\cos^4 x - \sin^4 x}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

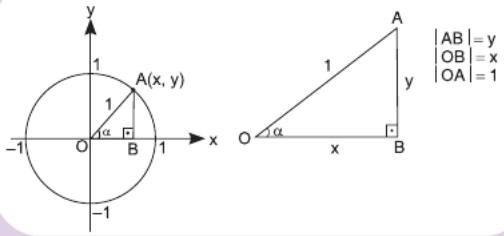
A) $\sin^2 x$ B) $\cos^2 x$ C) $\sin^2 x.\cos^2 x$

D) $\sec^2 x.\text{cosec}^2 x$ E) 1

ADIM



DİK ÜÇGENDE TRİGONOMETRİK ORANLAR



AOB üçgeni hipotenüsü 1 birim olan bir dik üçgendir. Bu üçgende α açısının kosinüsü

$$\cos\alpha = \frac{|OB|}{|OA|} = \frac{\text{Komşu dik kenar}}{\text{Hipotenüs}}$$

$\cos\alpha = \frac{x}{1} = x$ olarak elde edilir.

Aynı üçgende α açısının sinüsü

$$\sin\alpha = \frac{|AB|}{|OA|} = \frac{\text{Karşı dik kenar}}{\text{Hipotenüs}}$$

$\sin\alpha = \frac{y}{1} = y$

Aynı üçgende α açısının tanjantı

$$\tan\alpha = \frac{|AB|}{|OB|} = \frac{\text{Karşı dik kenar}}{\text{Komşu dik kenar}}$$

$\tan\alpha = \frac{y}{x}$ elde edilir.

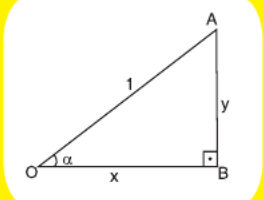
Aynı üçgende α açısının kotanjantı

$$\cot\alpha = \frac{|OB|}{|AB|} = \frac{\text{Komşu dik kenar}}{\text{Karşı dik kenar}}$$

$\cot\alpha = \frac{x}{y}$ elde edilir.

ELDE EDİLEN SONUÇLAR

Sonuç - 1



AOB üçgeninde pisagor bağıntısı uygulanırsa

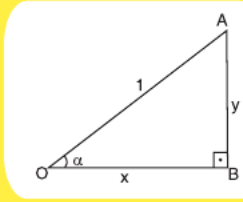
$x^2 + y^2 = 1$

bulunur.

$\cos\alpha = x$, $\sin\alpha = y$ olduğundan, yerine yazarsak

$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$ eşitliği elde edilir.

Sonuç - 2



AOB üçgeninde

$\cos\alpha = \frac{x}{1}$

$\cot\alpha = \frac{x}{y}$

olduğunu öğrendik.

$x = \cos\alpha$, $y = \sin\alpha$ olduğundan

$\tan\alpha = \frac{y}{x} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $\quad$ $\cot\alpha = \frac{x}{y} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

eşitlikleri elde edilir.

Sonuç - 3

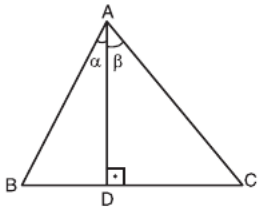
Burada $\tan\alpha$ ile $\cot\alpha$ oranlarının birbirinin çarpmaya göre tersi olduğuna dikkat ediniz. O halde buradan

$\tan\alpha.\cot\alpha = 1$ sonucu elde edilir.

APOTEMİ

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1



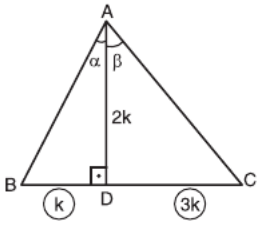
ABC üçgeninde

$[AD] \perp [BC]$

$|DC| = 3|BD|$

$\tan\alpha = \frac{1}{2}$ olduğuna göre, $\cot\beta$ kaçtır?

Çözüm



$\tan\alpha = \frac{1}{2}$ ise $|BD| = k$ ve $|AD| = 2k$ olur.

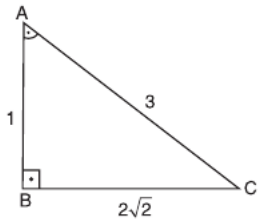
$|DC| = 3.|BD|$ ise $|DC| = 3k$ bulunur.

O halde $\cot\beta = \frac{|AD|}{|DC|} = \frac{2k}{3k} = \frac{2}{3}$ bulunur.

ÖRNEK 2

Bir ABC dik üçgeninde [AB] ⊥ [BC] ve $\cos A = \frac{1}{3}$ olduğuna göre, cot C kaçtır?

Çözüm



$\cos A = \frac{1}{3}$ (★)

Pisagor bağıntısından

$|BC| = 2\sqrt{2}$ bulunur.

O halde $\cot C = \frac{2\sqrt{2}}{1} = 2\sqrt{2}$ elde edilir.

(★) Bu tür sorularda verilen oranı üçgenin kenarlarında aynen kullanabiliriz.

ÖRNEK 3

$$\frac{\sin x + \cos x}{2\sin x - \cos x} = \frac{3}{4}$$

olduğuna göre, tanx kaçtır?

Çözüm

$4\sin x + 4\cos x = 6\sin x - 3\cos x$

$7\cos x = 2\sin x$

$$\frac{7}{2} = \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$$

O halde $\tan x = \frac{7}{2}$ bulunur.

ÖRNEK 4

2tanx – 1 = m olduğuna göre, cotx in m cinsinden eşiti nedir?

Çözüm

tanx, cotx in çarpmaya göre tersidir.

Çünkü $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$, $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$

O halde $2\tan x - 1 = m$ ise $2\tan x = m + 1$

$$\tan x = \frac{m+1}{2}$$

bulunur. Bu durumda $\cot x = \frac{2}{m+1}$ olur.

ÖRNEK 5

$$\frac{1 - \tan^2 x}{\cos^2 x - \sin^2 x} = 4$$

olduğuna göre, cosx in pozitif değeri kaçtır?

Çözüm

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ olduğundan

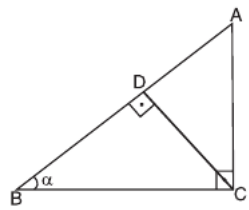
$$\frac{1 - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \frac{\frac{\cancel{\cos^2 x - \sin^2 x}}{\cos^2 x}}{\cancel{\cos^2 x - \sin^2 x}}$$

$\frac{1}{\cos^2 x} = 4$ ise $\cos^2 x = \frac{1}{4}$ olur.

cosx in pozitif değeri sorulduğundan

$\cos^2 x = \frac{1}{4}$ ise $\cos x = \frac{1}{2}$ bulunur.

ÖRNEK 6



ABC dik üçgeninde

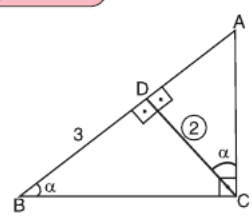
[AC] ⊥ [BC]

[CD] ⊥ [AB]

| BD | = 3 cm ve

$\tan\alpha = \frac{2}{3}$ olduğuna göre, | AD | kaç cm dir?

Çözüm



$\tan\alpha = \frac{|CD|}{|BD|} = \frac{2}{3}$

ise $|CD| = 2$ olur.

$m(\widehat{ABC}) = \alpha$ ise $m(\widehat{DCA}) = \alpha$ olur.

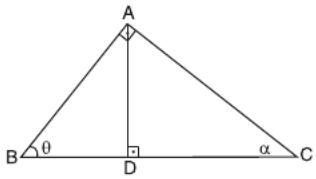
O halde ADC dik üçgeninde $\tan\alpha = \frac{|AD|}{|DC|} = \frac{|AD|}{2}$

$\tan\alpha = \frac{2}{3}$ verildiğinden

$\frac{|AD|}{2} = \frac{2}{3}$ ise $|AD| = \frac{4}{3}$ cm bulunur.

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1.



ABC dik üçgeninde [AB] ⊥ [AC] [AD] ⊥ [BC] ve $\tan\alpha = \frac{2}{3}$ **olduğuna göre, cotθ kaçtır?**

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{4}{3}$

2. $\sin x = 3\cos x$ **olduğuna göre, tanx + cotx toplamı kaçtır?**

A) 6 B) $\frac{10}{3}$ C) $\frac{10}{9}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{9}$

3. $\frac{5\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, cotx kaçtır?

A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$

4. $\frac{3\tan x - 1}{\tan x + 2} = m$

olduğuna göre, cotx in m cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) m + 1 B) $\frac{3}{2m+1}$ C) $\frac{3-m}{2m+1}$

D) $\frac{2m+1}{3-m}$ E) $\frac{m+3}{2m+1}$

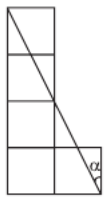
5. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{1 + \cot x} = \frac{1}{5} \cdot \sin x$$

olduğuna göre sinx – cosx kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{5}{2}$ E) 5

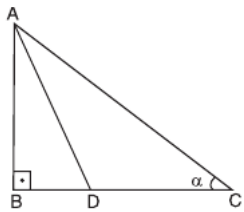
6.



Yandaki şekil beş özdeş kareden oluştuğuna göre, tanα kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) 2

7.

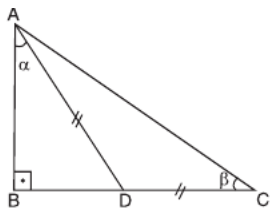


ABC bir dik üçgen,
[AB] ⊥ [BC]
|AD| = |DC|=3.|BD|
m(A$\hat{C}$B) = α

olduğuna göre, cosα kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{6}}{9}$ B) $\frac{\sqrt{6}}{6}$ C) $\frac{\sqrt{6}}{4}$ D) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

8.



ABC bir dik üçgen,
[AB] ⊥ [BC]
|AD| = |DC|
m(B$\hat{A}$D) = α
m(A$\hat{C}$B) = β

$\tan\alpha = \frac{4}{3}$ olduğuna göre, **sinβ kaçtır?**

A) $\frac{1}{\sqrt{10}}$ B) $\frac{2}{\sqrt{10}}$ C) $\frac{3}{\sqrt{10}}$ D) $\frac{4}{\sqrt{10}}$ E) $\frac{5}{\sqrt{10}}$

9. $\frac{1-\sin x}{\cos x}+\tan x$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 B) cosec x C) sec x

D) tan x E) cot x

10. $\frac{1}{1+\cot x}+\frac{1}{1+\tan x}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2 B) 1 C) 0 D) – 1 E) – 2

11. $\frac{\tan x-\tan y}{\cot x-\cot y}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

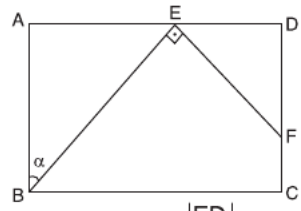
A) $\frac{\tan x}{\tan y}$ B) tan x.tan y C) $-\frac{\tan x}{\tan y}$

D) – tan x.tan y E) tan x + tan y

12. Bir ABC dik üçgeninde [AB] ⊥ [BC] ve $\sin A=\frac{1}{4}$ olduğuna göre, tan C kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{15}}{15}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{15}$

13.



ABCD bir dikdörtgen

[BE] ⊥ [EF]

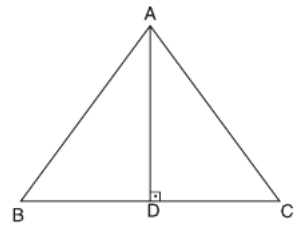
$m(\widehat{ABE})=\alpha$

$\tan\alpha=\frac{5}{12}$

olduğuna göre, $\frac{|ED|}{|DF|}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{13}{5}$ B) $\frac{12}{5}$ C) $\frac{13}{12}$ D) $\frac{5}{12}$ E) $\frac{1}{13}$

14.



ABC üçgeninde

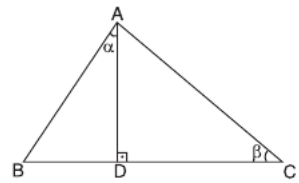
[AD] ⊥ [BC]

|BC| = 10 cm

olduğuna göre, |AB|.cosB + |AC|.cosC toplamı kaçtır?

A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{5}{3}$ C) 5 D) 8 E) 10

15.



ABC üçgeninde

[AD] ⊥ [BC]

$|AB|=3\sqrt{5}$ cm

|AC| = 10 cm

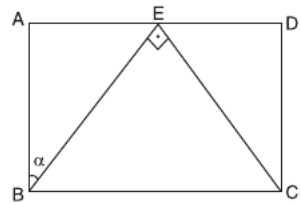
$m(\widehat{BAD})=\alpha$

$m(\widehat{ACB})=\beta$

$\tan\alpha=\frac{1}{2}$ olduğuna göre, tanβ kaçtır?

A) 3 B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

16.



ABCD bir dikdörtgen

|AD| = 10 cm

|AB| = 5 cm

$m(\widehat{ABE})=\alpha$

olduğuna göre tanα kaçtır?

A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 5

ADIM



$\sin^2x + \cos^2x = 1$

Bu eşitliğin bir önceki adımda nasıl elde edildiğini öğrendik. Bu adımda bu eşitliğin kullanıldığı sorular çözeceğiz.

Bu eşitlikten

$\sin^2x = 1 - \cos^2x = (1 - \cos x)(1 + \cos x)$

$\cos^2x = 1 - \sin^2x = (1 - \sin x)(1 + \sin x)$

ifadelerinin elde edilebileceğine dikkat ediniz.

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

$$\frac{1 + \cos^2x - \sin^2x}{\cos^2x}$$

ifadesinin en sade hali nedir?

Çözüm

$1 - \sin^2x = \cos^2x$ olduğuna göre

$$\frac{1 + \cos^2x - \sin^2x}{\cos^2x} = \frac{\cos^2x + \cos^2x}{\cos^2x}$$

$$= \frac{2\cos^2x}{\cos^2x} = 2$$

bulunur.

ÖRNEK 2

$$\frac{\cos^2x}{1 + \sin x} + \sin x$$

ifadesinin eşiti nedir?

Çözüm

Payda eşitlenirse

$$\frac{\cos^2x}{1 + \sin x} + \sin x = \frac{\overbrace{\cos^2x + \sin^2x}^{1} + \sin x}{1 + \sin x}$$

$$= \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x} = 1 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 3

$$\sin x + \cos x = \frac{1}{3}$$

olduğuna göre, sinx.cosx çarpımı kaçtır?

Çözüm

Bu tür sorularda eşitliğin her iki tarafının karesinin alınması çözüme yardımcı olur.

$$(\sin x + \cos x)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$\underbrace{\sin^2x + \cos^2x}_{1} + 2\sin x.\cos x = \frac{1}{9}$$

$$1 + 2\sin x.\cos x = \frac{1}{9}$$

$$2\sin x.\cos x = \frac{1}{9} - 1$$

$$2\sin x.\cos x = -\frac{8}{9}$$

$$\sin x.\cos x = -\frac{4}{9} \quad \text{bulunur.}$$

ÖRNEK 4

$$\frac{1 + 2\sin x.\cos x}{\sin x + \cos x} = \frac{1}{3}$$

olduğuna göre sinx + cosx toplamı kaçtır?

Çözüm

$\sin^2x + \cos^2x = 1$ olduğundan sorunun pay kısmında bulunan 1 sayısı yerine $\sin^2x + \cos^2x$ yazılabilir. O halde

$$\frac{\sin^2x + \cos^2x + 2\sin x.\cos x}{\sin x + \cos x} = \frac{1}{3}$$

Bu durumda sorunun payı tam kare ifadeye dönüşmüş olur. Yani

$$\frac{\sin^2x + \cos^2x + 2\sin x.\cos x}{\sin x + \cos x} = \frac{(\sin x + \cos x)^2}{\sin x + \cos x} = \frac{1}{3}$$

$$\sin x + \cos x = \frac{1}{3}$$

bulunur.

ÖRNEK 5

$\sin x > 0$ ve $\cos x > 0$ olmak üzere

$$\sqrt{1 + 2\sin x.\cos x} = 3\cos x$$

olduğuna göre, tan x kaçtır?

Çözüm

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ olduğundan

$$\sqrt{1 + 2\sin x.\cos x} = \sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x.\cos x}$$

$$\sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x.\cos x} = \sqrt{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$\sqrt{(\sin x + \cos x)^2} = 3\cos x$$

$$|\sin x + \cos x| = 3\cos x$$

$\sin x > 0$ ve $\cos x > 0$ olduğundan

$\sin x + \cos x = 3\cos x$

$\sin x = 2\cos x$ ise $\frac{\sin x}{\cos x} = \tan x = 2$

bulunur.

ÖRNEK 6

$m = \sin x$ ve $n = \cos x$ olduğuna göre

$m^6 + n^6 + 3m^2n^2$ toplamı kaçtır?

Çözüm

HATIRLATMA !

$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab\,(a + b)$

$m = \sin x$ ve $n = \cos x$ ise

$m^2 + n^2 = \sin^2 x + \cos^2 x = 1$ olur.

$m^6 + n^6 = (m^2)^3 + (n^2)^3 = (m^2 + n^2)^3 - 3m^2.n^2\,(m^2 + n^2)$

$$m^6 + n^6 = \underbrace{(m^2 + n^2)}_{1}^3 - 3m^2.n^2\underbrace{(m^2 + n^2)}_{1}$$

$m^6 + n^6 = 1 - 3m^2.n^2$ ve

$m^6 + n^6 + 3m^2.n^2 = 1$ bulunur.

ÖRNEK 7

$\sin\alpha > 0$ ve $\cos\alpha > 0$ olmak üzere

$$\sqrt{\frac{1 + \sin\alpha}{1 - \sin\alpha}}$$

ifadesi neye eşittir?

Çözüm

Kök içindeki ifadenin pay ve paydasını $(1 + \sin\alpha)$ ile çarpalım.

$$\sqrt{\frac{1 + \sin\alpha}{1 - \sin\alpha}.\frac{1 + \sin\alpha}{1 + \sin\alpha}} = \sqrt{\frac{(1 + \sin\alpha)^2}{1 - \sin^2\alpha}}$$

$1 - \sin^2\alpha = \cos^2\alpha$ olduğundan

$$\sqrt{\frac{(1 + \sin\alpha)^2}{\cos^2\alpha}} = \frac{|1 + \sin\alpha|}{|\cos\alpha|}$$

$\sin\alpha > 0$ ve $\cos\alpha > 0$ olduğundan

$\frac{|1 + \sin\alpha|}{\cos\alpha} = \frac{1 + \sin\alpha}{\cos\alpha}$ bulunur.

ÖRNEK 8

$$3\sin x + 3 - \cos^2 x = 0$$

olduğuna göre, sin x kaçtır?

Çözüm

$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ olduğuna göre

$3\sin x + 3 - (1 - \sin^2 x) = 0$

$3\sin x + 3 - 1 + \sin^2 x = 0$

$\sin^2 x + 3\sin x + 2 = 0$

$(\sin x + 2).(\sin x + 1) = 0$

$\sin x + 2 \neq 0$; çünkü $-1 \leq \sin x \leq 1$ dir.

O halde $1 + \sin x = 0$ olmalıdır.

$1 + \sin x = 0$ ise $\sin x = -1$ bulunur.

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1. $\frac{1-\cos^2 x}{\sin x}$

ifadesinin eşiti aşağidakilerden hangisidir?

A) 1 B) $\cos x$ C) $\sin x$

D) 2 E) $\frac{2}{\cos x}$

2. $\frac{\sin^2 \alpha - 1}{\cos^2 \alpha}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) –1 B) 0 C) $\sin\alpha$ D) $\cos\alpha$ E) 1

3. $\frac{\sin^2 \alpha}{1+\cos\alpha} + \cos\alpha$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0 B) $\sin\alpha$ C) $\cos\alpha$ D) 1 E) 2

4. $\frac{\cos^2 x}{1-\sin x} + \frac{\cos^2 x}{1+\sin x}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) 2 C) $\frac{1}{\cos x}$

D) $\frac{2}{\cos^2 x}$ E) $\sin x + \cos x$

5. $\frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha} + \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin\alpha$ B) $\frac{1}{\sin\alpha}$ C) $\frac{2}{\sin\alpha}$

D) $\frac{2}{\cos\alpha}$ E) 1

6. $\frac{1}{1+\sin\alpha} + \frac{1}{1-\sin\alpha}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{\sin^2 \alpha}$ B) $\frac{1}{\cos^2 \alpha}$ C) $\sin\alpha$

D) $\cos\alpha$ E) $\frac{2}{\cos^2 \alpha}$

7. $(\sin\alpha - \cos\alpha)^2 + (\sin\alpha + \cos\alpha)^2$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) 2 C) $2\sin\alpha.\cos\alpha$

D) $2\sin\alpha$ E) $2\cos\alpha$

8. $a = \cos\alpha$, $b = \sin\alpha$ olduğuna göre,

$a^4 + b^4 + 3a^2b^2 - 1$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin\alpha$ B) $\cos\alpha$ C) $\sin^2\alpha$

D) $\sin^2\alpha \,.\, \cos^2\alpha$ E) $\sin\alpha \,.\, \cos\alpha$

9. $\dfrac{\cos^4 x + \cos^2 x.\sin^2 x}{1-\sin^2 x}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –1 B) 0 C) 1 D) sinx E) cosx

10. $\sin x - \cos x = \dfrac{1}{2}$

olduğuna göre, 1 + sinx.cosx toplamı kaçtır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{11}{8}$ E) 2

11. $\dfrac{1-2\sin x.\cos x}{\sin x - \cos x}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) –1 B) 0 C) 1

D) sin x – cos x E) sin x + cos x

12. m = cos α , n = sin α olduğuna göre,

$m^4 - n^4 - 6m^2 - 4n^2 + 5$

ifadesi şağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –1 B) 0 C) 1

D) sin α – cos α E) sin α + cos α

13. $\dfrac{\sin^3 x - \cos^3 x}{\sin x - \cos x} + \dfrac{\sin^3 x + \cos^3 x}{\sin x + \cos x}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) sin x+cos x

14. $\sqrt{\dfrac{1+\cos x}{1-\cos x}}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

A) $\frac{1+\cos x}{\sin x}$ B) $\frac{1+\sin x}{\cos x}$ C) $\frac{1-\cos x}{\sin x}$

D) $\frac{1-\cos x}{\cos x}$ E) $\frac{1-\cos x}{1+\sin x}$

15. $\dfrac{1+\sin x - \cos^2 x}{\sin^2 x - 2\sin x - 3}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\sin x}{1+\sin x}$ B) $\frac{\sin x}{-3+\sin x}$ C) $\frac{1+\sin x}{-3+\sin x}$

D) $\frac{-3+\sin x}{1+\sin x}$ E) $\frac{\sin x}{1+\cos x}$

16. $2\sin^2 x + \cos^2 x = 4 - 2\sin x$

olduğuna göre, sinx kaçtır?

A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

ADIM



$\tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1$

Çünkü;

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}, \quad \cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

olduğuna göre,

$$\tan\alpha.\cot\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cdot\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = 1 \quad \text{bulunur.}$$

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

$$\frac{\tan x - 1}{1 - \cot x}$$

ifadesinin eşiti nedir?

Çözüm

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad \text{ve} \quad \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

eşitliklerini soruda kullanalım.

$$\frac{\frac{\sin x}{\cos x} - 1}{1 - \frac{\cos x}{\sin x}} = \frac{\frac{\sin x - \cos x}{\cos x}}{\frac{\sin x - \cos x}{\sin x}}$$

$$= \frac{\cancel{\sin x - \cos x}}{\cos x}\cdot\frac{\sin x}{\cancel{\sin x - \cos x}}$$

$$= \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$$

bulunur.

ÖRNEK 2

$$(1+\tan x).(1 - \cot x) = 2$$

olduğuna göre, tanx + cotx toplamının pozitif değeri kaçtır?

Çözüm

$$(1+\tan x)(1-\cot x) = 1 - \cot x + \tan x - \overbrace{\tan x.\cot x}^{1} = 2$$

$$\tan x - \cot x = 2$$

HATIRLATMA !

$$(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$$

Hatırlatma yardımıyla

$$(\tan x + \cot x)^2 = (\tan x - \cot x)^2 + 4\overbrace{\tan x.\cot x}^{1}$$

$$(\tan x + \cot x)^2 = (2)^2 + 4.1$$

$$(\tan x + \cot x)^2 = 8$$

pozitif değer sorulduğundan

$\tan x + \cot x = 2\sqrt{2}$ bulunur.

ÖRNEK 3

$\tan\alpha + \cot\alpha = 3$

olduğuna göre, $\tan^3\alpha + \cot^3\alpha$ kaçtır?

Çözüm

HATIRLATMA !

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$\tan^3\alpha + \cot^3\alpha = \overbrace{(\tan\alpha + \cot\alpha)}^{3}\cdot(\tan^2\alpha - \overbrace{\tan\alpha\cdot\cot\alpha}^{1} + \cot^2\alpha)$$

Bu eşitlikteki $\tan^2\alpha + \cot^2\alpha$ değerini bulalım:

$\tan\alpha + \cot\alpha = 3$ olduğuna göre

$$(\tan\alpha + \cot\alpha)^2 = 3^2$$

$$\tan^2\alpha + 2\underbrace{\tan\alpha.\cot\alpha}_{1} + \cot^2\alpha = 9$$

$$\tan^2\alpha + \cot^2\alpha + 2 = 9$$

$$\tan^2\alpha + \cot^2\alpha = 7 \quad \text{bulunur.}$$

O halde

$$\tan^3\alpha + \cot^3\alpha = 3.(7 - 1)$$

$$= 3.6$$

$$= 18$$

bulunur.

ÖRNEK 4

$$\frac{\sin x + \cos x}{\sin x} = \frac{3}{2}$$

olduğuna göre, tan x + cot x toplamı kaçtır?

Çözüm

$$\frac{\sin x + \cos x}{\sin x} = \frac{3}{2}$$

$$2\sin x + 2\cos x = 3\sin x$$

$$2\cos x = 3\sin x - 2\sin x$$

$$2\cos x = \sin x \text{ ise } 2 = \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$$

O halde $\tan x + \cot x = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ bulunur.

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1. $\frac{\sin x.\cot x}{\cos x.\tan x}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\tan x$ B) $\cot x$ C) $\frac{1}{\sin x}$ D) $\frac{1}{\cos x}$ E) 1

2. $\frac{1-\sin x}{\cos x}+\tan x$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 B) $\frac{1}{\sin x}$ C) $\frac{1}{\cos x}$ D) $\tan x$ E) $\cot x$

3. $\sin x.\cos x.(\tan x + \cot x)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $1 - \cos x$ B) 1 C) $1 + \cos x$ D) $1 + \sin x$ E) $1 - \sin x$

4. $\frac{1}{1-\tan x}+\frac{1}{1-\cot x}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

5. $\frac{\tan^2 x}{1+\cos x}-\frac{\tan^2 x}{1-\cos x}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{2}{\cos x}$ B) $\frac{1}{\cos x}$ C) $-\frac{1}{\cos x}$ D) $-\frac{2}{\cos x}$ E) $\frac{1}{\sin x}$

6. $\tan x - \cot x = 1$

olduğuna göre, $\tan^3 x - \cot^3 x$ kaçtır?

A) 9 B) 8 C) 6 D) 5 E) 4

7. $\frac{\cot y-\cot x}{\tan x-\tan y}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\tan x}{\tan y}$ B) $\tan x.\tan y$ C) $-\frac{\tan x}{\tan y}$ D) $\cot x.\cot y$ E) $\tan x+\tan y$

8. $\tan x - \cot x = \sqrt{5}$

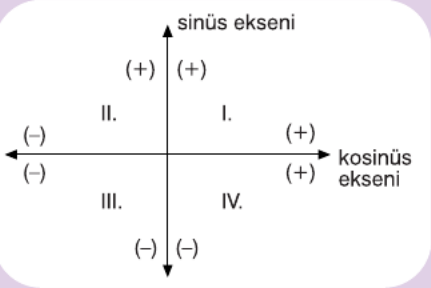
olduğuna göre, $\tan^2 x - \cot^2 x$ ifadesinin pozitif değeri kaçtır?

A) $2\sqrt{5}$ B) $3\sqrt{5}$ C) $4\sqrt{5}$ D) $5\sqrt{5}$ E) $6\sqrt{5}$

ADIM



Trigonometrik Fonksiyonların Bölgelere Göre İşaretleri



Yukarıda, koordinat düzleminde bölgeler ve o bölgelerde sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının işaretleri belirtilmiştir. Koordinat düzlemi incelenerek işaretler tespit edilebilir. Örneğin sinüs ve kosinüs fonksiyonları I. bölgede (+) işaretlidir.

Tanjant ve kotanjant fonksiyonlarının da aldıkları işaretler sinüs ve kosinüs fonksiyonlarına bakılarak belirlenir.

İşaretlerin belirlenmesine birkaç örnek gösterelim.

sin110° : Açı ikinci bölgede olduğundan pozitif işaretlidir.

tan195° : sinüs ve kosinüs üçüncü bölgede negatif olduğundan tan195° pozitiftir.

cot320° : Dördüncü bölgede kosinüs pozitif, sinüs negatif olduğundan cot320° negatif değerlidir.

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

a = sin190°, b = cos120°, c = cot110°

olduğuna göre, işaretleri belirleyiniz.

Çözüm

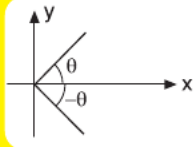
a = sin190° : sinüs üçüncü bölgede negatiftir.

b = cos120° : kosinüs ikinci bölgede negatiftir.

c = cot110° : İkinci bölgede kosinüs negatif, sinüs pozitif olduğundan cot110° negatif işaretlidir.

O halde a, b, c nin işaretleri sırasıyla –, –, – dir.

NOT !



Yukarıda koordinat düzleminde gösterilen –θ açısı 4. bölgede yer aldığından kosinüs bu bölgede pozitif, sinüs, tanjant, kotanjant negatif işaretlidir.

O halde

cos(–θ) = cosθ

sin(–θ) = –sinθ

tan(–θ) = –tanθ

cot(–θ) = –cotθ olacaktır.

ÖRNEK 2

$\frac{\pi}{2} < x < \pi$ olmak üzere,

a = sin(–x), b = cosx, c = tan(–x)

olduğuna göre, a, b, c nin işaretlerini bulunuz.

Çözüm

⇒ a = sin(–x) = –sinx dir. x ikinci bölgede bir açı olduğundan sinx pozitif değerlidir.
O halde a = sin(–x) = –sinx negatiftir.

⇒ x ikinci bölgede bir açı olduğundan b = cosx negatiftir.

⇒ c = tan(–x) = –tanx dir. x ikinci bölgede olduğundan tanx negatiftir. Buna göre c = tan(–x) pozitif olur.

O halde a, b, c işaretleri sırasıyla –, –, + bulunur.

ÖRNEK 3

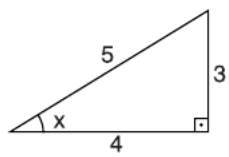
$\pi < x < 2\pi$ olmak üzere,

$\tan x = \frac{3}{4}$ olduğuna göre, sinx kaçtır?

Çözüm

x açısı 180° ile 360° arasında ve $\tan x = \frac{3}{4}$ pozitif değerli olduğundan x açısı III. bölgede olmak zorundadır. Yani x açısı 180° ile 270° arasındadır.

Şimdi dik üçgende $\tan x = \frac{3}{4}$ yardımıyla sinx i bulalım.



$\sin x = \frac{3}{5}$ ve III. bölgede sin x negatif olduğundan

$\sin x = -\frac{3}{5}$ olur.

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1. a = sin 78°
b = cos 47°
c = tan 35°

ifadelerinin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A) –, –, – B) –, –, + C) –, +, –
D) +, –, + E) +, +, +

2. a = sin 130°
b = cos 120°
c = tan 195°

ifadelerinin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A) +, +, + B) +, +, – C) +, –, –
D) +, –, + E) –, –, +

3. a = sec (–120°)
b = cot (215°)
c = sin (–280°)

ifadelerinin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A) –, –, – B) –, –, + C) –, +, +
D) –, +, – E) +, +, –

4. a = sin (–120°) . cos240°

ifadesi aşağıdakilerden hangisi ile çarpılırsa sonuç pozitif olur?

A) cos120° B) cos240° C) tan50°
D) cot91° E) sin300°

5. a = cot 1200°
b = sec 2310°
c = sin 1760°

ifadelerinin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A) +, +, + B) +, –, + C) –, –, +
D) –, +, – E) –, –, –

6. $a = \sin\frac{15\pi}{4}$

$b = \sec\frac{37\pi}{6}$

$c = \tan\frac{43\pi}{3}$

ifadelerinin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A) –, –, + B) –, +, + C) +, –, +
D) +, +, – E) +, +, +

7. $\pi < x < 2\pi$

olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi kesinlikle pozitiftir?

A) $\tan x$ B) $\cot(-x)$ C) $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$
D) $\cos(\pi + x)$ E) $\text{cosec}(-x)$

8. $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ olmak üzere,

$\tan x = \frac{1}{2}$ **olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi pozitiftir?**

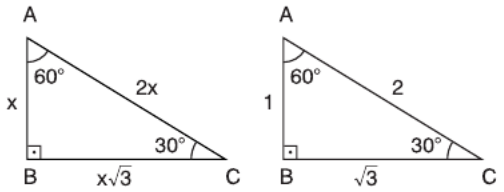
A) cosx B) cot(–x) C) sinx + cosx
D) sinx . cosx E) secx

ADIM



Özel Üçgenlerde Trigonometrik Oranlar

30°-60°-90° üçgeninde

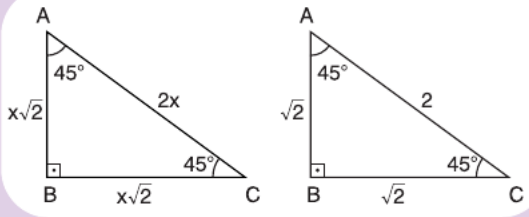


Bu özel üçgendeki açıların trigonometrik oranlarını ezberlemeye gerek yoktur.
Özel üçgeni oluşturduktan sonra sadece yapmamız gereken açının trigonometrik oranını yazmaktır. Örneğin,

$\tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ olduğu kolayca görülür.

45°-45°-90° üçgeninde



Bu özel üçgende de trigonometrik oranları üçgen çizerek bulabiliriz.

$\cot 45° = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$, $\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

$$\frac{\sin 30° + \tan 45°}{\sin 60° . \cot 30°}$$

işleminin sonucu nedir?

Çözüm

Özel üçgenler çizilerek trigonometrik oranlar bulunur işlemde yerine yazılır.

$$\frac{\sin 30° + \tan 45°}{\sin 60° . \cot 30°} = \frac{\frac{1}{2} + 1}{\frac{\sqrt{3}}{2} . \sqrt{3}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}} = 1$$

ÖRNEK 2

x dar açı olmak üzere,

$\sin(-60°) + \cos 30° + \tan x = 1$

olduğuna göre, x kaç derecedir?

Çözüm

$\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ise

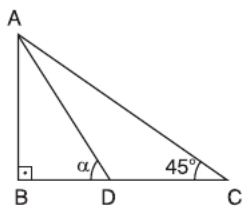
$\sin(-60°) = -\sin 60° = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ dir.

$-\sin(60°) + \cos 30° + \tan x = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \tan x = 1$

tanx = 1 olduğuna göre bu eşitliği sağlayan x dar açısı 45° dir.

İYİ ÖĞRENİM

ÖRNEK 3

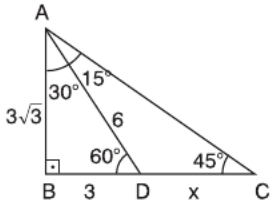


ABC bir dik üçgen
[AB] ⊥ [BC]
m(AD̂B) = α
|AD| = 6 cm

$\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **olduğuna göre, |DC| kaçtır?**

Çözüm

α dar açı olduğuna göre $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ise, α = 60° olmalıdır.



O halde bulduğumuz açı değerini üçgende yazarsak;

|AB| = |BC| olduğundan

$3\sqrt{3} = 3 + x$ ise, x = |DC| = $3\sqrt{3} - 3$ cm bulunur.

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1. $\dfrac{\sin 45°.\cos 30°}{\cos 45°.\tan 45°}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) 1

2. x dar açı olmak üzere,

$\sin x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ **olduğuna göre, x kaç derecedir?**

A) 15° B) 30° C) 45° D) 60° E) 75°

3. x dar açı olmak üzere,

$\sin x.\cot x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ **olduğuna göre, x kaç derecedir?**

A) 15° B) 30° C) 45° D) 60° E) 75°

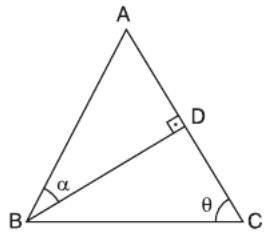
4. x dar açı olmak üzere,

$\sin(-x) + \tan 45° = \dfrac{1}{2}$

olduğuna göre, x kaç derecedir?

A) 15° B) 30° C) 45° D) 60° E) 75°

5.

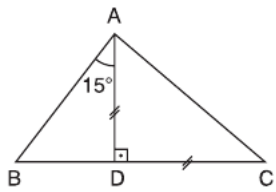


ABC eşkenar üçgen
[BD] ⊥ [AC]
$m(\widehat{ABD}) = \alpha$
$m(\widehat{BCD}) = \theta$

olduğuna göre, tanα . cotθ çarpımı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

6.



ABC üçgeninde
[AD] ⊥ [BC]
|AD| = |DC|
$m(\widehat{BAC}) = \alpha$
$m(\widehat{ACD}) = \beta$
$m(\widehat{BAD}) = 15°$

olduğuna göre, cosα + tanβ toplamı kaçtır?

A) $\sqrt{3}+1$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

7. $\dfrac{\sin 45°.\cos x + \cos 45°.\sin x}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

olduğuna göre, cosx – sinx kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ E) $\frac{1}{3}$

8. $\dfrac{\sin x + \tan 60°.\cos x}{\sin x.\cos 60° + \cos x.\sin 60°}$

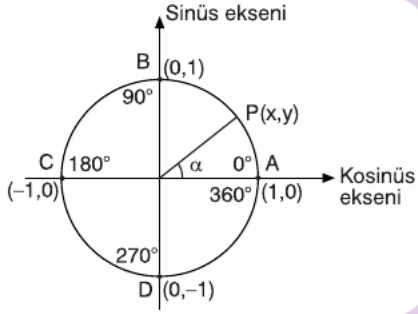
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2 B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ E) $\frac{1}{4}$

ADIM

Özel Açıların Trigonometrik Oranları

(0°, 90°, 180°, 270°, 360°)



Yukarıdaki birim çemberi inceleyelim.

Açı 0° olduğunda açının gösterdiği (x,y) koordinatları A(1,0) dir. O halde

$\cos\alpha = x$, $\sin\alpha = y$ olduğundan

$\cos 0° = 1$, $\sin 0° = 0$ olacaktır.

$\tan\alpha = \frac{y}{x}$, $\cot\alpha = \frac{x}{y}$ olduğundan

$\tan 0° = \frac{0}{1} = 0$, $\cot 0° = \frac{1}{0} =$ tanımsız olacaktır.

İşte bu şekilde devam ederek birim çemberdeki koordinatlar dikkate alınarak 0°, 90°, 180°, 270°, 360° lik açıların tüm trigonometrik oranları çıkartılır.

Birim çember çizilerek bulunabileceğinden bu açıların trigonometrik oranlarını ezberlemeye kesinlikle gerek yoktur.

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

$0 \le \alpha \le 2\pi$ olmak üzere

$\sin\alpha + \cos\alpha = 1$

olduğuna göre, bu eşitliği sağlayan α açılarının toplamı nedir?

Çözüm

$\sin\alpha + \cos\alpha = 1$ denklemini sağlayan açılar 0°, 90°, 360° dir. O halde istenilen açılarının toplamı 450° dir.

ÖRNEK 2

$$\frac{\sin 180° + \cos 360°}{\tan 180° + \cos 90° + \sin 270°}$$

işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$\frac{\sin 180° + \cos 360°}{\tan 180° + \cos 90° + \sin 270°} = \frac{0+1}{0+0-1} = -1$$

bulunur.

ÖRNEK 3

$\cot\alpha = 0$ olduğuna göre,

bu eşitliği sağlayan en küçük iki pozitif açının toplamı kaçtır?

Çözüm

$\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = 0$ olduğuna göre,

bu eşitliğin gerçekleşmesi için $\cos\alpha = 0$ olmalıdır.

Bu şartı sağlayan en küçük pozitif iki açı 90° ve 270° dir.

O halde bu açıların toplamı 360° bulunur.

ÖRNEK 4

$0° < x < 360°$ ve $0° < y < 360°$ olmak üzere,

$\cos x - \sin y = -2$

olduğuna göre, x + y nin değeri nedir?

Çözüm

$\cos x - \sin y = -2$ eşitliğinin var olabilmesi için $\cos x = -1$ olurken $\sin y = 1$ olmalıdır.

Buna göre,

$\cos x = -1$ eşitliğini $0 < x < 360°$ aralığında $x = 180°$,

$\sin y = 1$ eşitliğini $0 < y < 360°$ aralığında $y = 90°$ sağlar.

O halde $x + y = 180° + 90° = 270°$ bulunur.

ÖRNEK 5

$\sin x - \sin x.\cos x = 0$

denklemini $[0,2\pi]$ aralığında sağlayan kaç farklı değer vardır?

Çözüm

$\sin x.(1-\cos x) = 0$ olduğuna göre

$\sin x = 0$ veya $1 - \cos x = 0$ olmalıdır.

$\sin x = 0$ eşitliğini sağlayan x değerleri $0, \pi, 2\pi$ dir.

$1 - \cos x = 0$ eşitliğini sağlayan x değerleri $0, 2\pi$ dir.

O halde denklemi sağlayan x değerleri 3 tanedir.

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1. $\sin\pi + \cos\frac{\pi}{2} + \tan 2\pi$

işleminin sonucu kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

2. $\sin(-\pi) + \tan(2\pi) = \cos x$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) π E) 2π

3. $\sin\alpha + \cos\beta = 1$

olduğuna göre, bu eşitliği sağlayan (α,β) ikilisi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $\left(-\frac{\pi}{2},\pi\right)$ B) $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ C) $\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$

D) $\left(\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{4}\right)$ E) $(\pi,2\pi)$

4. $0 < \alpha < 2\pi$ olmak üzere,

$\sin\alpha + \cos\alpha = 1$

eşitliğini sağlayan α açılarının toplamı kaçtır?

A) 3π B) $\frac{5\pi}{2}$ C) $\frac{3\pi}{2}$ D) π E) $\frac{\pi}{2}$

5. $0° \le x \le 360°$, $0° \le \alpha \le 360°$

olmak üzere,

$\cos\alpha - 2\sin x = 3$

eşitliğini sağlayan α ve x açıları için, $\alpha + x$ toplamı en çok kaçtır?

A) 720° B) 630° C) 360° D) 270° E) 180°

6. $A = \frac{1+\sin x}{\cot x}$

ifadesi, x in aşağıdaki hangi değeri için tanımsızdır?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{3\pi}{4}$ E) $\frac{7\pi}{4}$

7. $a = \sin(-\pi)$

$b = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

$c = \cos(2\pi)$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) a > b > c B) c > b > a C) b > c > a

D) c > a > b E) b > a > c

8. $(1 + \sin\alpha) \cdot \cos\alpha = 0$

eşitliğini sağlayan en küçük iki pozitif açının toplamı kaç derecedir?

A) 360° B) 270° C) 180° D) 150° E) 90°

ADIM



TÜMLER AÇILARIN TRİGONOMETRİK ORANLARI

★ $\alpha+\beta = 90°$ olsun.

Buna göre

$\sin\alpha = \cos\beta$, $\cos\alpha = \sin\beta$
$\tan\alpha = \cot\beta$, $\tan\beta = \cot\alpha$
$\sec\alpha = \operatorname{cosec}\beta$, $\sec\beta = \operatorname{cosec}\alpha$

Açılar birbirini 90° ye tamamlıyorsa bu eşitlikler her zaman geçerlidir.

Örneğin;

$\sin 30° = \cos 60°$, $\tan 20° = \cot 70°$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \cos\alpha$, $\sec(\pi-\alpha) = \operatorname{cosec}\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)$

$\tan\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right) = \cot\left(\frac{3\pi}{4}-\alpha\right)$

gibi...

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

$$\frac{\sin 20°.\tan(\pi-\alpha)}{\cot\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right).\cos 70°}$$

işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$\sin 20° = \cos 70°$

$\tan(\pi-\alpha) = \cot\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)$

olduğuna göre

$$\frac{\sin 20°.\tan(\pi-\alpha)}{\cot\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right).\cos 70°} = 1$$

ÖRNEK 2

$12x = \pi$ olmak üzere,

$\sin 5x - \cos x + \tan 4x.\tan 2x$

işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$12x = \pi$ ise $6x = \frac{\pi}{2}$ dir.

Buna göre

$\sin 5x = \cos x$ ve

$\tan 2x = \cot 4x$ dir.

O halde

$\sin 5x - \cos x + \tan 4x.\cot 4x = 0+1 = 1$ bulunur.

ÖRNEK 3

$$\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right) = a$$

olduğuna göre, $\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)$ **nın a türünden eşiti nedir?**

Çözüm

$$\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)+\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right) = \frac{\pi}{2}$$

olduğuna göre,

$$\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right) = a$$

bulunur.

ÖRNEK 4

$\sin 5x = \cos x$

şartını sağlayan en küçük pozitif x açısı kaç derecedir?

Çözüm

Açının en küçük olması istendiğinden dar açı olarak düşünmeliyiz.

$\sin 5x = \cos x$ eşitliğinin sağlanması için

$5x+x=90°$ olarak düşünebiliriz.

$6x = 90°$ ise $x = 15°$ olarak bulunur.

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1. $\frac{\sin 40^\circ + \cos 50^\circ}{\sin 40^\circ}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) -1 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

2. $\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)-\cos\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) -1 B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) 0 E) $\frac{3}{2}$

3. $\tan\frac{\pi}{8} = a+1$, $\cos\frac{3\pi}{8} = b-1$ olduğuna göre,

$\cot\frac{3\pi}{8} - \sin\frac{\pi}{8}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) a–b B) a+b C) b–a

D) b–a–2 E) a–b+2

4. $14x = \pi$ olduğuna göre,

$\frac{\sin^2 3x + \sin^2 4x}{\tan 5x.\tan 2x - 2}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

5. $3x = \frac{\pi}{4}$ olduğuna göre,

$\tan 2x - \cot 4x + \sin^2 x + \cos^2 5x$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -1 B) $-\sin^2 x$ C) 0

D) 1 E) $2\sin^2 x$

6. $\tan 3x = \cot 7x$

denklemini sağlayan en küçük pozitif x açısı kaç derecedir?

A) 8 B) 9 C) 12 D) 23 E) 30

7. Geniş açısı olmayan bir ABC üçgeninde

$\sin^2 A + \sin^2 B = 1$

olduğuna göre, cosC kaçtır?

A) 0 B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) 1

8. α dar açı olmak üzere,

$\cos\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)-2\sin\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

olduğuna göre, α açısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{8}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{3}$

ADIM



90°DEN BÜYÜK AÇILARIN 180° VE 360° YARDIMIYLA DÖNÜŞTÜRÜLMESİ

Trigonometride 90° den büyük açıları daha küçük açı türünden yazmak soruların çözümünde kolaylık sağlar.

DİKKAT !

90° den büyük açıları 180° ve 360° yardımıyla dönüştürürken trigonometrik fonksiyonun ismi değişmez, işareti incelenir.

Örneğin;

sin(105°) yi dar açı türünden yazalım. Bunun için 105° yi 180° ye daha yakın olduğu için 180°–75° şeklinde yazalım. Bu durumda

$\sin(105°) = \sin(180°-75°) = \sin 75°$

burada sin105° pozitif olduğundan dönüştürülen açı da pozitif işaretlidir.

Bir örnek daha verelim;

sin(315°)yi dönüştürelim

315° yi 360° daha yakın olduğu için

360°– 45° şeklinde alalım. Bu durumda

$\sin 315° = \sin(360°-45°) = -\sin 45°$

Burada sin315° negatif değerli olduğundan dönüştürülen dar açının önüne eksi işareti getirilmelidir.

Aynı durum diğer trigonometrik fonksiyonlar (cos, tan, cot, sec, cosec) içinde geçerlidir. Yani 180° ve 360° dönüşüm için kullanılırken isim değişmez, işarete bakılır.

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

$\cos 210° = a$ olduğuna göre $\cos 30°$ un a türünden eşiti nedir?

Çözüm

cos210° yi 180° ye yakın olduğundan 180°+30° biçiminde alalım.

cos210° nun 3. bölgede olmasından dolayı negatif değerli olduğuna dikkat edelim O halde

$\cos 210° = \cos(180°+30°) = -\cos 30°$ olur.

$\cos 210° = a = -\cos 30°$ olduğuna göre

$\cos 30° = -a$ bulunur.

ÖRNEK 2

$$\frac{\sin 240°}{\tan 315°} + \cos 300°$$

ifadesinin eşiti nedir?

Çözüm

Sorularda dar açılarla çalışmak kolaylık sağlayacağından soruda verilen tüm açıların dar açı türünden eşitlerini bulalım.

$\underbrace{\sin(240°)}_{\text{3.Bölgede(–)}} = \sin(180°+60°) = -\sin 60°$

$\underbrace{\tan(315°)}_{\text{4.Bölgede(–)}} = \tan(360°-45°) = -\tan 45°$

$\underbrace{\cos 300°}_{\text{4.Bölgede(+)}} = \cos(360°-60°) = \cos 60°$

O halde

$$\frac{-\sin 60°}{-\tan 45°} + \cos 60° = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}+1}{2} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 3

$\tan 10° = x$ olduğuna göre,

$$\frac{\tan 170°.\tan 190°}{\cot 350°}$$

ifadesinin x türünden eşiti nedir?

Çözüm

Soruda tan10° bilindiğinden tüm açıları 10° türünden yazmaya çalışalım.

$\underbrace{\tan 170°}_{\text{2.Bölgede(–)}} = \tan(180°-10°) = -\tan 10°$

$\underbrace{\tan 190°}_{\text{3.Bölgede(+)}} = \tan(180°+10°) = \tan 10°$

$\underbrace{\cot 350°}_{\text{4.Bölgede(–)}} = \cot(360°-10°) = -\cot 10°$

O halde

$$\frac{-\tan 10°.\tan 10°}{-\cot 10°} = \frac{-x.x}{-\frac{1}{x}} = x^3 \text{ bulunur.}$$

$$\left(\text{Dikkat : } \tan 10° = \frac{1}{\cot 10°}\right)$$

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1. $\sin 350° = m$ olduğuna göre

olduğuna göre sin10° nun m cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $m-1$ B) $1-m$ C) $\frac{1}{m}$ D) $-m$ E) m

2. $\frac{\tan 300°.\cot 240°}{\sin 210°}$

işleminin sonucu nedir?

A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\sqrt{3}$ E) 2

3. $\tan 20° = a$ olduğuna göre,

$$\frac{\tan 200° + \cot 160°}{\cot 340°}$$

ifadesinin a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-a^2$ B) $1-a^2$ C) a^2-1

D) $a-1$ E) $1-a$

4. $\sin(\pi-\alpha) - \sin(\pi+\alpha)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -2 B) $-2\sin\alpha$ C) 0

D) $\sin\alpha$ E) $2\sin\alpha$

5. $\sin 45° = x$

olduğuna göre aşağıdakilerden hangisinin sonucu x dir?

A) $\sin(-45°)$ B) $\sin 225°$ C) $\sin 315°$

D) $\sin 135°$ E) $-\sin 135°$

6. $x + y = \frac{\pi}{2}$ olduğuna göre,

tan(2x+3y) aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) tanx B) – tanx C) tany

D) – tany E) tan(x+2y)

7. $\cos\frac{35\pi}{18} = m$ olduğuna göre,

$$\cos\frac{\pi}{18} - \cos\frac{19\pi}{18}$$

ifadesinin m türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-2m$ B) $-m$ C) 0 D) m E) $2m$

8. $\frac{\sin(2\pi-\alpha).\cos(2\pi+\alpha)}{\tan(\pi-\alpha).\tan(\pi+\alpha)}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\cos^2\alpha}{\sin\alpha}$ B) $-\frac{\cos\alpha}{\sin^2\alpha}$ C) $-\frac{\cos^3\alpha}{\sin\alpha}$

D) $\frac{\cos^3\alpha}{\sin\alpha}$ E) $\frac{\cos^3\alpha}{\sin^2\alpha}$

ADIM



90° DEN BÜYÜK AÇILARIN 90° VE 270° YARDIMIYLA DÖNÜŞTÜRÜLMESİ

DİKKAT !

90° den büyük bir açıyı 90° ve 270° yardımıyla dönüştürürken trigonometrik fonksiyonun ismi değişir ve işareti incelenir.

Yani sinüs , kosinüse kosinüs , sinüse
tanjant , kotanjanta kotanjant , tanjanta
dönüşür.

Örneğin;

cos 100° yi sinüs türünden yazmak istersek dönüşüm için 90° kullanılır. Çünkü 90°, 100° ye daha yakındır. O halde

$\underbrace{\cos 100^\circ}_{\text{2.Bölgede(–)}} = \cos(90^\circ + 10^\circ) = -\sin 10^\circ$ bulunur.

Bir örnek daha verelim;

tan240°, kotanjant türünden bir dar açıya dönüştürmek istersek 270° daha yakın olduğundan, 270° kullanılır.

$\underbrace{\tan 240^\circ}_{\text{3.Bölgede(+)}} = \cot(270^\circ - 30^\circ) = \cot 30^\circ$ elde edilir.

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

$$\frac{\tan 91^\circ}{\cot 1^\circ} + \frac{\sin 271^\circ}{\cos 1^\circ}$$

ifadesi neye eşittir?

Çözüm

$\underbrace{\tan 91^\circ}_{\text{2.Bölgede(–)}} = \tan(90^\circ + 1^\circ) = -\cot 1^\circ$

$\underbrace{\sin 271^\circ}_{\text{4.Bölgede(–)}} = \sin(270^\circ + 1^\circ) = -\cos 1^\circ$

Ohalde

$$\frac{\tan 91^\circ}{\cot 1^\circ} + \frac{\sin 271^\circ}{\cos 1^\circ} = \frac{-\cot 1^\circ}{\cot 1^\circ} + \frac{-\cos 1^\circ}{\cos 1^\circ}$$

$$= -1 - 1$$

$$= -2 \text{ bulunur.}$$

APOTEMİ

ÖRNEK 2

$$x + y = \frac{\pi}{2}$$

olduğuna göre, sin(4x+3y) neye eşittir?

Çözüm

$x + y = \frac{\pi}{2}$ ile $3x + 3y = \frac{3\pi}{2}$ olur. O halde

$$\sin((3x + 3y) + x) = \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$$

$$\underbrace{\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)}_{\text{4.Bölgede(–)}} = -\cos x \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 3

$\sin\theta = m$ olduğuna göre,

$$\sin(\pi + \theta) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right)$$

ifadesinin m türünden eşiti nedir?

Çözüm

$\underbrace{\sin(\pi + \theta)}_{\text{3.Bölgede(–)}} = -\sin\theta$ (π kullandık isim değişmez.)

$\underbrace{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right)}_{\text{3.Bölgede(–)}} = -\sin\theta$ ($\frac{3\pi}{2}$ kullandık isim değişir.)

O halde

$$\sin(\pi + \theta) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) = -\sin\theta - \sin\theta = -m - m$$

$$= -2m \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 4

$\tan 10^\circ = x$ olmak üzere,

cot 100° + tan280°

ifadesinin x türünden eşiti nedir?

Çözüm

$\underbrace{\cot 100^\circ}_{\text{2.Bölgede(–)}} = \cot(90^\circ + 10^\circ) = -\tan 10^\circ$

$\underbrace{\tan 280^\circ}_{\text{4.Bölgede(–)}} = \tan(270^\circ + 10^\circ) = -\cot 10^\circ$

O halde

$$\cot 100^\circ + \tan 280^\circ = -\tan 10^\circ - \cot 10^\circ$$

$$= -x - \frac{1}{x} \text{ bulunur.}$$

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1. $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right).\cot\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right)$

ifadesinin eşiti aşağıdakiler hangisidir?

A) $-\cos\theta$ B) $-\sin\theta$ C) $\sin\theta$

D) $\cos\theta$ E) 1

2. $\frac{\sin 95^\circ}{\cos 5^\circ}+\frac{\tan 265^\circ}{\cot 5^\circ}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $x-y=\frac{\pi}{2}$ olduğuna göre,

sin(3x – 4y) aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –sin y B) –cos y C) sin y

D) cos y E) sin(2y)

4. **Aşağıdakilerden hangisi** $\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right)$ **ya eşit değildir?**

A) $\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\theta\right)$ B) $\cos(\pi+\theta)$

C) $\sin(2\pi-\theta)$ D) $-\cos(2\pi-\theta)$

E) $-\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)$

5. **tan 40° = a olduğuna göre,**

$$\frac{\cot 50^\circ.\tan 230^\circ}{\cot 130^\circ}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-a^2$ B) $-a$ C) $-\frac{1}{a}$ D) $-\frac{1}{a^3}$ E) a

6. $\sin 250^\circ.\cos 110^\circ = m$ olduğuna göre,

$$(\cos 20^\circ+\cos 70^\circ)^2$$

ifadesinin m cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4m^2$ B) m^2 C) 2m+1

D) 2m E) m

7. $\tan 10^\circ = a+\frac{1}{\cot 100^\circ}$

$\cot 10^\circ = b-\frac{1}{\tan 100^\circ}$

olduğuna göre, $(1-\tan^2 10^\circ):(1-\cot^2 10^\circ)$ **ifadesinin a ve b cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{a}{b}$ B) $\frac{b}{a}$ C) 2a + b

D) $-\frac{(a-b)^2}{4}$ E) $-\frac{a}{b}$

8. $\cos^2\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)+\sin^2\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) –1 B) 0 C) 1

D) $2\sin^2\theta$ E) $2\cos^2\theta$

ADIM



TRİGONOMETRİK ORANLARIN BİRİ VERİLDİĞİNDE DİĞERİNİ BULMA

Bu adımda değeri bilinen bir trigonometrik orandan dik üçgen yardımıyla istenen trigonometrik oranları bulmaya çalışacağız.

Örneğin;

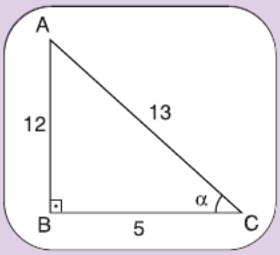
$0 < \alpha < \pi$ olmak üzere,

$\cos\alpha = -\frac{5}{13}$ olduğu biliniyorsa

$\tan\alpha$ nın değerini bulalım.

Burada $\cos\alpha$ negatif değerli olduğundan α açısının 2. bölgede yer aldığı anlaşılır.

Şimdi dik üçgenden yararlanarak $\tan\alpha$ oranını bulalım.



$\tan\alpha = -\frac{12}{5}$ olur.

Çünkü α açısı 2. bölgede yer aldığından $\tan\alpha$ negatif değerlidir.

ADIM PEKİŞTİRME

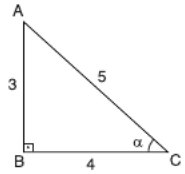
ÖRNEK 1

$\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ olmak üzere,

$\tan\alpha = \frac{3}{4}$ **olduğuna göre, $\sin\alpha$ kaçtır?**

Çözüm

Verilen aralıkta $\tan\alpha$ pozitif değerli olduğundan dolayı α açısının 3. bölgede olduğu anlaşılmaktadır.



Yandaki dik üçgen yardımıyla $\sin\alpha$ yı bulalım

$\sin\alpha = -\frac{3}{5}$ olur.

Çünkü $\sin\alpha$ açısı 3. bölgede negatif değerlidir.

ÖRNEK 2

$0 < \alpha < 2\pi$ olmak üzere,

$\tan\alpha = -\frac{3}{4}$

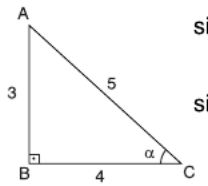
olduğuna göre, $\sin\alpha+\cos\alpha$ ifadesinin alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

Çözüm

$\tan\alpha < 0$ olduğundan α açısı ya 2. bölgededir,

ya da 4. bölgededir.

α, 2. bölgede olsa;



$\sin\alpha = \frac{3}{5}$ ve $\cos\alpha = -\frac{4}{5}$ dir.

$\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{3}{5} - \frac{4}{5} = -\frac{1}{5}$ olur.

α, 4. bölgede olsa;

$\sin\alpha = -\frac{3}{5}$, $\cos\alpha = \frac{4}{5}$ olur.

$\sin\alpha + \cos\alpha = -\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$ bulunur.

O halde

$\sin\alpha + \cos\alpha$ nın alabileceği değerler çarpımı

$\left(-\frac{1}{5}\right)\cdot\left(\frac{1}{5}\right) = -\frac{1}{25}$ bulunur.

ÖRNEK 3

$\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ olmak üzere,

$\tan\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right) = \frac{7}{24}$

olduğuna göre, $\sin\alpha$ kaçtır?

Çözüm

$\tan\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right) = -\cot\alpha = \frac{7}{24}$

$\cot\alpha = -\frac{7}{24}$

olduğundan α açısı 2. bölgedir.

7–24–25 dik üçgeni yardımıyla

$\sin\alpha = \frac{24}{25}$ bulunur.

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1. $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ve $\tan\alpha = \frac{3}{4}$

olduğuna göre, $\sec\alpha$ kaçtır?

A) $\frac{5}{4}$ B) $\frac{5}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{3}{5}$

2. $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ve $\tan\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = 3$

olduğuna göre, $\sin\alpha$ kaçtır?

A) $\frac{5}{\sqrt{10}}$ B) $\frac{4}{\sqrt{10}}$ C) $\frac{3}{\sqrt{10}}$ D) $\frac{2}{\sqrt{10}}$ E) $\frac{1}{\sqrt{10}}$

3. $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ve $\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right) = \frac{-5}{13}$

olduğuna göre, $\tan(\pi+\alpha)$ kaçtır?

A) $\frac{5}{12}$ B) $\frac{12}{5}$ C) $-\frac{5}{12}$ D) $-\frac{12}{5}$ E) $\frac{5}{13}$

4. $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ve $\cot(2\pi-\alpha) = -\frac{1}{2}$ olmak üzere,

$\sec(\pi+\alpha).\cot\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-2\sqrt{5}$ B) $-\frac{\sqrt{5}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D) $2\sqrt{5}$ E) $3\sqrt{5}$

5. $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ve $\sin\alpha = \frac{3}{5}$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) = -\frac{3}{5}$ B) $\tan\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \frac{4}{3}$

C) $\sec(\pi-\alpha) = \frac{5}{4}$ D) $\cot(\pi-\alpha) = -\frac{4}{3}$

E) $\tan(-\alpha) = -\frac{3}{4}$

6. $\alpha + \theta = \pi$ olmak üzere,

$\tan\alpha = -\frac{3}{4}$

olduğuna göre, $\tan\theta$ kaçtır?

A) $-\frac{4}{3}$ B) $-\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{3}$

7. $0 < \alpha < 2\pi$ olmak üzere,

$-\frac{1}{3} \le \tan\alpha < 0$

eşitsizliğini sağlayan en küçük α açısı için $\cos\alpha$ kaçtır?

A) -3 B) $-\frac{3}{\sqrt{10}}$ C) $-\frac{1}{\sqrt{10}}$ D) $\frac{1}{\sqrt{10}}$ E) $\frac{3}{\sqrt{10}}$

8. **Bir ABC dik üçgeninde**

$\tan A = \frac{5}{12}$

olduğuna göre, $\cos(A+B+C).\text{cosec}A$ kaçtır?

A) $-\frac{13}{5}$ B) $-\frac{13}{12}$ C) $\frac{12}{13}$ D) $\frac{13}{12}$ E) $\frac{13}{5}$

ADIM



AÇILARIN TRİGONOMETRİK ORANLARININ SIRALAMASI

★ **α dar açı olmak üzere**

$\tan\alpha > \sin\alpha$

$\cot\alpha > \cos\alpha$

★ **α , 45° den küçük bir dar açı olmak üzere**

$\cos\alpha > \sin\alpha$

$\cot\alpha > \tan\alpha$

★ **α , 45° den büyük bir dar açı olmak üzere**

$\sin\alpha > \cos\alpha$

$\tan\alpha > \cot\alpha$

★ **α, 90° den büyük bir açı ise** bu açının trigonometrik oranının dar açı türünden eşiti bulunup daha sonra sıralama yapılır.

★ Sinüs ve tanjant fonksiyonu 90° ye yaklaştıkça, kosinüs ve cotanjant fonksiyonu 0° ye yaklaştıkça büyür.

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

a = sin 50° b = tan 50°

c = tan 70° d = sin 40°

olduğuna göre, a, b, c, d yi sıralayınız.

Çözüm

50°, 90° ye daha yakın olduğundan

sin 50° > sin 40° olmalıdır.

Bir dar açının tanjantı, daima aynı açının sinüsünden daha büyüktür.

Yani tan 50° > sin 50° > sin 40° elde edilir.

70°, 90° ye daha yakın olduğundan

tan 70° > tan 50° olur. O halde

sıralama şöyledir;

c > b > a > d

ÖRNEK 2

a = cos 25° , b = cos 10°

c = cot 5° , d = cot 1°

olduğuna göre, a, b, c, d yi sıralayınız.

Çözüm

10°, 0° ye daha yakın olduğundan

cos 10° > cos 25° olmalıdır.

Bir dar açının kotanjantı daima aynı açının kosinüsünden büyüktür. Aynı zamanda kotanjant, 0° ye yaklaştıkça büyür.

Buna göre

cot1° > cot 5° > cot 10° > cos 10° > cos 25°

elde edilir. O halde sıralama şöyledir;

d > c > b > a

ÖRNEK 3

x = cos 70° , y = sin 70° , z = tan 80°

m = cot 20°, n = tan 110°

olduğuna göre, x, y, z, m, n yi sıralayınız.

Çözüm

tan 110°, 2. bölgede diğer fonksiyonlar I. bölgede yer aldığından en küçük tan 110° dir. Sorunun çözümünde diğer trigonometrik fonksiyonları kolayca sıralamak için düzenleme yapalım.

x = cos 70° = sin 20°

z = tan 80°

m = cot 20° = tan70°

Buna göre

tan 80° > tan 70° > sin 70° > sin 20° > tan 110°

olur. O halde sıralama şöyledir.

z > m > y > x >n

ÖRNEK 4

a = sin 240°

b = cos 320°

c = tan 230°

olduğuna göre, a, b, c yi sıralayınız.

Çözüm

Soruda verilen ifadelerin dar açı türünden eşitlerini yazalım

a = sin 240° = sin (180°+60°) = – sin 60°

b = cos 320° =cos (270°+50°) = sin 50°

c = tan 230° = tan (180°+50°) = tan 50°

O halde sıralama şöyledir.

tan 50° > sin 50° > – sin 60°

Yani c > b > a elde edilir.

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ - 1

1. $a = \sin 50°$, $b = \sin 70°$

$c = \sin 80°$, $d = \sin 190°$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) a>b>c>d B) b>a>c>d

C) d>c>b>a D) c>a>b>d

E) c>b>a>d

2. $x = \cos 50°$

$y = \cos 10°$

$z = \cot 10°$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) x>y>z B) x>z>y C) x>y=z

D) z>y>x E) z>x>y

3. $m = \tan 50°$

$n = \sin 50°$

$k = \cot 20°$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) m>n>k B) m>k>n C) k>m>n

D) k>n>m E) n>m>k

4. α dar açı olmak üzere

$a = \sin(2\pi - \alpha)$

$b = \sin(\pi + \alpha)$

$c = \sin(\pi - \alpha)$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) a>b>c B) a=b>c C) a=b=c

D) c>a=b E) a>c>b

5. $a = \cos 1°$

$b = \sec 1°$

$c = \sin 40°$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) a=b>c B) a>b>c C) b>a>c

D) b>c>a E) c>a=b

6. α ve θ dar açı olmak üzere

$\cos\alpha > \cos\theta$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

A) $\cot\theta > \cot\alpha$ B) $\sin\alpha > \sin\theta$

C) $\tan\alpha > \cot\theta$ D) $\sin\alpha > \cot\theta$

E) $\cot\alpha > \cot\theta$

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ - 2

1. $a = \cos 170°$, $b = \sin 250°$
$c = \cos 140°$, $d = \sin 240°$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) b>a>c>d B) c>b>a>d

C) c>a>b>d D) c>d>b>a

E) b>c>d>a

2. $10° < \alpha < 45°$ olmak üzere

$a = \cos\alpha$

$b = \sin\alpha$

$c = \cos(\alpha - 10°)$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) a>b>c B) a>c>b C) c>a>b

D) c>b>a E) b>a>c

3. $a \in \left(\frac{\pi}{16}, \frac{\pi}{8}\right)$ olduğuna göre,

$x = \tan 4a$

$y = \cot 8a$

$z = \sin 2a$

sayıları ile ilgili aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) x > y > z B) x > z > y C) z > y > x

D) z > x > y E) y > x > z

4. Dar açılı bir ABC üçgeninin iç açılarının ölçüleri derece türünden x, y ve z olmak üzere; x > y > z olduğu bilinmektedir.

Buna göre,

$a = \tan(x - y)$

$b = \tan(x - z)$

$c = \sin(x - y)$

sayıları ile ilgili aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) a > b > c B) a > c > b C) b > a > c

D) b > c > a E) c > a > b

5. $x \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$ olduğuna göre,

I. $\tan^2 x < \tan x$

II. $\cos^2 x < \cos x$

III. $\tan x < 1 + \cot x$

ifadelerinden hangileri <u>her zaman</u> doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) I, II ve III

6. x ve y dar açı olmak üzere,

$\tan x < \cot y$

eşitsizliği veriliyor.

Buna göre,

I. $\sin x < \sin y$

II. $\cos x < \cos y$

III. $\sin x < \cos y$

eşitsizliklerinden hangileri <u>her zaman</u> doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) II ve III

7. $x \in (\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$ olmak üzere,

$\cos x = \frac{\sqrt{6}}{3}$

olduğuna göre,

$a = \sin x$

$b = \tan x$

$c = \cot x$

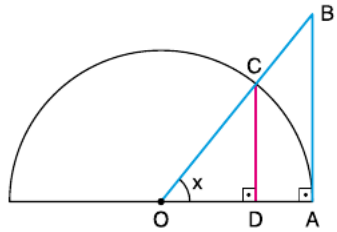
sayıları ile ilgili aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) $b > a > c$ B) $b > c > a$ C) $a > b > c$

D) $c > b > a$ E) $c > a > b$

8. Aşağıda O merkezli yarıçapı 1 birim olan yarım çember ile OAB ve ODC dik üçgenleri gösterilmiştir.

A ve C noktaları hem OAB üçgeninin hem de yarım çemberin üzerindedir.



Buna göre,

I. $|AB| < \cot x$

II. $|DA| < \sin x$

III. $|BC| < \sec x$

ifadelerinden hangileri <u>kesinlikle</u> doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) II ve III E) I, II ve III

9. $a = \sin 2° + \cos 2°$

$b = \tan 2° + \cot 2°$

$c = \sin 1° + \cos 3°$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) $a > b > c$ B) $a > b > c$ C) $c > b > a$

D) $b > a > c$ E) $b > c > a$

ADIM

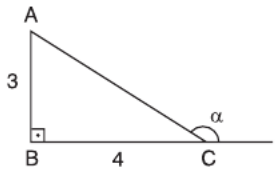


Geometrik Şekillerde Trigonometrik Oranları Bulma

Bu adımda buraya kadar öğrendiğimiz trigonometri bilgilerimizi ve geometri bilgilerimizi kullanarak istenen trigonometrik oranları bulmaya çalışacağız.

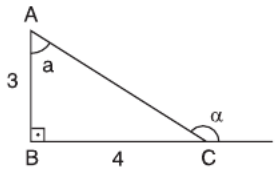
ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1



Yandaki ABC üçgeninde verilenlere göre tanα kaçtır?

Çözüm

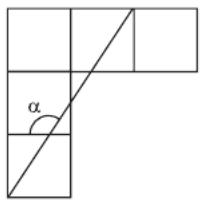


$m(\widehat{BAC}) = a$
$m(\widehat{ABC}) = 90°$
olduğuna göre
$\alpha = a + 90°$ dır.

$\tan\alpha = \tan(a+90°) = -\cot a$

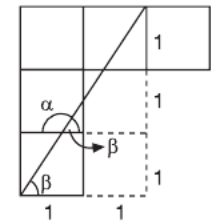
$= -\frac{3}{4}$ bulunur.

ÖRNEK 2



Yandaki şekil 6 özdeş kareden oluşmaktadır.
Buna göre tanα kaçtır?

Çözüm



Şekil 6 özdeş kareden oluştuğuna göre, bir karenin bir kenarını 1 birim alalım.

$\alpha + \beta = 180°$ olduğuna göre,

$\alpha = 180 - \beta$ olur.

O halde

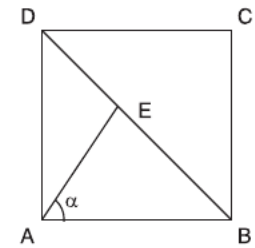
$\tan\alpha = \tan(180° - \beta)$ dır.

$\tan(180° - \beta) = -\tan\beta = -\frac{3}{2}$ olur.

Buna göre

$\tan\alpha = -\frac{3}{2}$ bulunur.

ÖRNEK 3

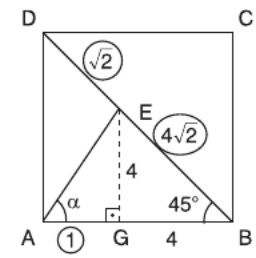


ABCD bir kare

$\frac{|DE|}{|EB|} = \frac{1}{4}$

$m(\widehat{EAB}) = \alpha$ olduğuna göre, tanα kaçtır?

Çözüm



$|DB|$ karenin köşegeni

$\frac{|DE|}{|EB|} = \frac{1}{4}$ ise

$|DE| = \sqrt{2}$ br

$|EB| = 4\sqrt{2}$ br

olarak seçelim.

$|DB|$ köşegeni $5\sqrt{2}$ br ise $|AB| = 5$ olur.

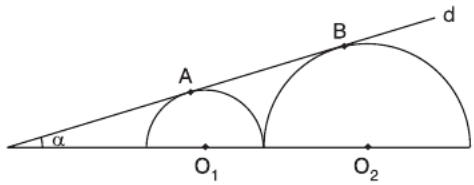
O halde $|AG| = 1$ br olur.

Buna göre

$\tan\alpha = \frac{4}{1} = 4$

bulunur.

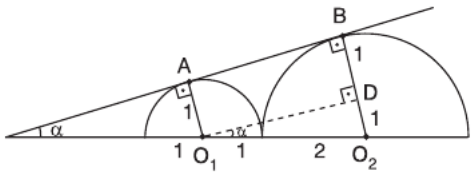
ÖRNEK 4



Yukarıdaki şekilde d doğrusu O_1 merkezli çembere A noktasında O_2 merkezli çembere B noktasında teğettir.

O_2 merkezli çemberin yarıçapı O_1 merkezli çemberin yarıçapının iki katı olduğuna göre sinα kaçtır?

Çözüm



O_2 merkezli çemberin yarıçapını 2 birim seçersek, O_1 merkezli çemberin yarıçapı 1 olur.

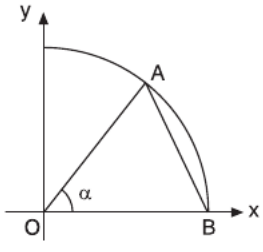
$[AB] // [O_1D]$ olduğundan $m(\widehat{DO_1O_2}) = \alpha$ olur.

O halde DO_1O_2 üçgeninde

$$\sin\alpha = \frac{1}{3}$$

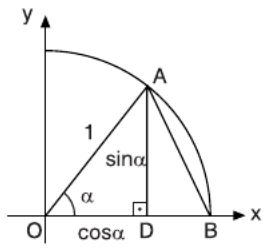
bulunur.

ÖRNEK 5



Yandaki O merkezli çeyrek birim çemberde $|AB| = \sqrt{\cos\alpha}$ br olduğuna göre, cosα kaçtır?

Çözüm

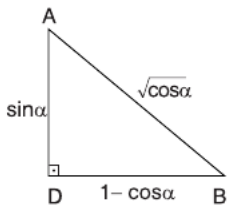


$$\cos\alpha = \frac{|OD|}{1} \Rightarrow \cos\alpha = |OD|$$

$$\sin\alpha = \frac{|AD|}{1} \Rightarrow \sin\alpha = |AD|$$

$|OD| = \cos\alpha$ ise $|DB| = 1 - \cos\alpha$ olur.

O halde ADB dik üçgeninde pisagor uygulanırsa



$$(1-\cos\alpha)^2 + (\sin\alpha)^2 = (\sqrt{\cos\alpha})^2$$

$$1 - 2\cos\alpha + \underbrace{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}_{1} = \cos\alpha$$

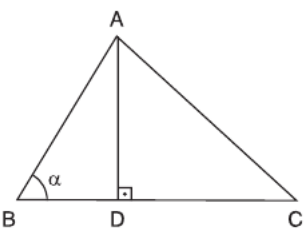
Buradan

$$2 - 2\cos\alpha = \cos\alpha$$

$$2 = 3\cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{2}{3} \text{ bulunur.}$$

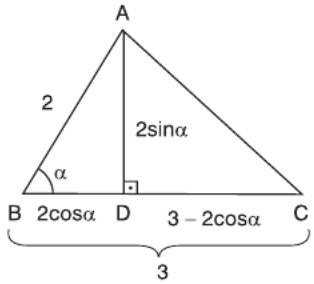
ÖRNEK 6



Yandaki ABC üçgeninde $[AD] \perp [BC]$, $m(\widehat{ABD}) = \alpha$ $|AB| = 2$ cm $|BC| = 3$ cm olduğuna göre,

ADC üçgeninin alanının α türünden eşiti nedir?

Çözüm



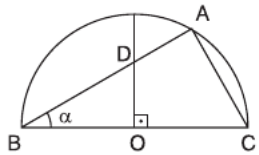
$$\cos\alpha = \frac{|BD|}{2} \Rightarrow 2\cos\alpha = |BD|$$

$$\sin\alpha = \frac{|AD|}{2} \Rightarrow 2\sin\alpha = |AD|$$

$$A(\widehat{ADC}) = \frac{(2\sin\alpha).(3-2\cos\alpha)}{2}$$

$$= \sin\alpha.(3-2\cos\alpha)$$

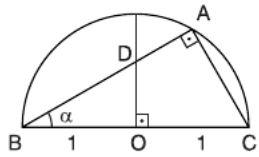
ÖRNEK 7



O merkezli birim yarım çemberde $m(\widehat{ABC}) = \alpha$ olduğuna göre,

$|AD|$ uzunluğunun α türünden eşiti nedir?

Çözüm



Çapı gören çevre açının ölçüsü 90° olduğuna göre,

$m(\widehat{BAC}) = 90°$ olur.

BOD dik üçgeninde

$$\cos\alpha = \frac{|BO|}{|BD|} = \frac{1}{|BD|} \text{ ise}$$

$$|BD| = \frac{1}{\cos\alpha} \text{ olur.}$$

ABC dik üçgeninde $\cos\alpha = \frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|AB|}{2}$ ise,

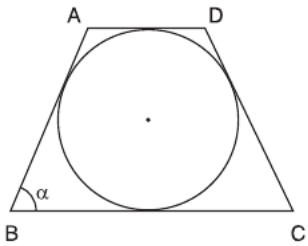
$|AB| = 2\cos\alpha$

$|AD| = |AB| - |BD|$ olduğuna göre,

$$|AD| = 2\cos\alpha - \frac{1}{\cos\alpha} = 2\cos\alpha - \sec\alpha$$

bulunur.

ÖRNEK 8



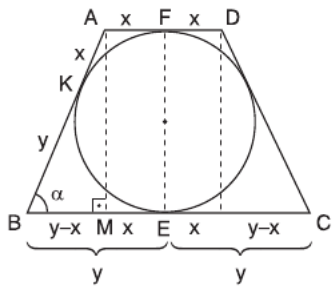
ABCD ikizkenar yamuğu, teğetler dörtgenidir.
$|AD| = 2x$ br
$|BC| = 2y$ br
olduğuna göre,

$\cos\alpha$ nın x ve y türünden eşiti nedir?

Çözüm

HATIRLATMA !

Bir çembere dışındaki bir noktadan çizilen teğetler birbirine eşittir.

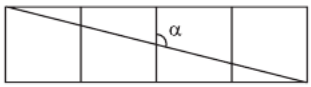


ABCD ikizkenar yamuğu, teğetler dörtgeninde,
$|AF| = |AK| = x$ dir.
$|BE| = |BK| = y$ dir.

$$\cos\alpha = \frac{|BM|}{|BA|} = \frac{y-x}{y+x} \text{ bulunur.}$$

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ - 1

1.

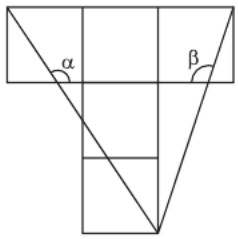


Yandaki şekil 4 özdeş kareden oluşmaktadır.

Buna göre tanα kaçtır?

A) –4 B) –3 C) –2 D) 1 E) 3

2.

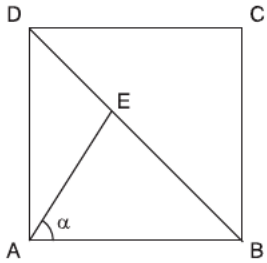


Yandaki şekil 5 özdeş kareden oluştuğuna göre,

tanα.cotβ kaçtır?

A) $-\frac{9}{2}$ B) $-\frac{3}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{9}{2}$

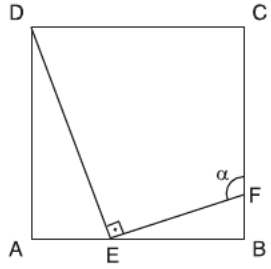
3.



ABCD bir kare
$4|DE| = 3|EB|$
$m(\widehat{EAB}) = \alpha$
olduğuna göre,
sinα kaçtır?

A) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ B) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ C) $\frac{3}{\sqrt{5}}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

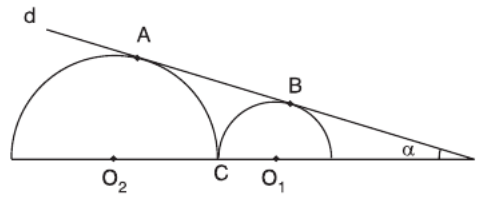
4.



ABCD bir kare
$[DE] \perp [EF]$
$3|AE| = 2|EB|$
$m(\widehat{EFC}) = \alpha$
olduğuna göre,
cotα kaçtır?

A) $-\frac{5}{2}$ B) -2 C) $-\frac{3}{5}$ D) $-\frac{2}{5}$ E) 1

5.

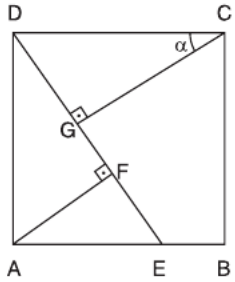


Yukarıdaki şekilde O_1 ve O_2 merkezli yarım çemberler C noktasında teğettir.
d doğrusu bu iki çembere A ve B noktalarında teğettir.

$|O_2C| = 3|O_1C|$ olduğuna göre, tanα kaçtır?

A) 4 B) $2\sqrt{3}$ C) 2 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

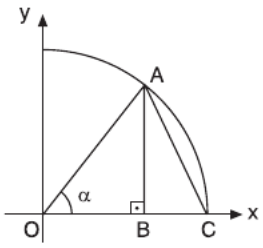
6.



ABCD bir kare
$[CG] \perp [DE]$
$[AF] \perp [ED]$
$|DG| = |GF|$
$m(\widehat{DCG}) = \alpha$
olduğuna göre,
cotα kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) $\frac{1}{2}$

7.



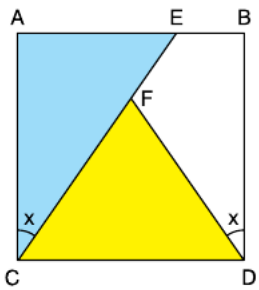
Yandaki O merkezli çeyrek birim çemberde
$[AB] \perp [OC]$
$m(\widehat{AOC}) = \alpha$
olduğuna göre,

ABC üçgeninin alanının α türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sin\alpha.\cos\alpha}{2}$ B) $\frac{1-\cos\alpha}{2}$ C) $\frac{\tan\alpha}{2}$

D) $\frac{(\sin\alpha)(1-\cos\alpha)}{2}$ E) $\frac{\sin\alpha-\cos\alpha}{2}$

8.



ABCD bir kare, E noktası AB kenarında olmak üzere,

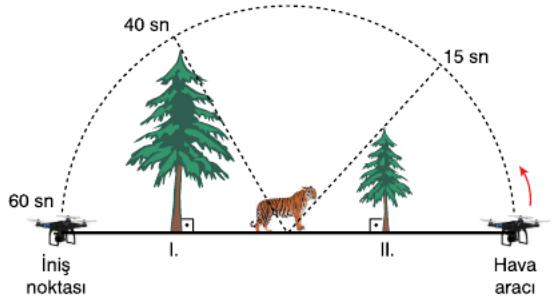
$m(\widehat{ACE}) = m(\widehat{BDF}) = x$

olduğuna göre, mavi bölgenin alanının sarı bölgenin alanına oranının x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin x$ B) $\cot^2 x$ C) $2\cos^2 x$

D) $2\sec^2 x$ E) $2\tan^2 x$

9.



Belgesel çekimi yapan bir yayın ekibi nadir görülen bir kaplan türünü görüntülemek için bir hava aracı kullanmıştır. Kaplanın orman içinde yukarıdaki gibi boyları 18 metre ve 6 metre olan iki ağacın arasında durduğunu tespit eden ekip, hava aracını şeklide bulunduğu konumdan sabit hızla ok yönünde hareket ettirerek yönlendirmiş, bir çember yayı çizen araç iniş noktasına kadar 1 dakika görüntü almıştır.

Aracın hareketinin 15. saniyesinden 40. saniyesine kadar kaplanın net görüntüsü alınabilmiştir.

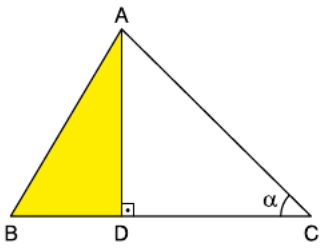
Çekim boyunca sabit duran kaplanın şekilde gösterilen konumu yarım çemberin merkezidir.

Buna göre, kaplanın iki ağaca olan uzaklıkları toplamı kaç metredir?

A) 12 B) 9 C) $6\sqrt{3}$

D) $6(\sqrt{3}+1)$ E) $3(\sqrt{3}+1)$

10.



ABC üçgeninde
$[AD] \perp [BC]$
$|DC| = 3|BD| = 3$
olduğuna göre,

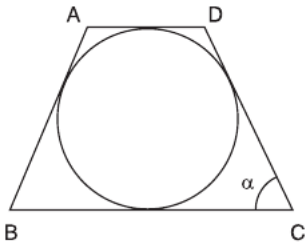
Alan $(\widehat{ABD})$ nın α türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\tan\alpha$ B) $\frac{3\tan\alpha}{2}$ C) $\frac{\tan\alpha}{3}$

D) $\cot\alpha$ E) $\frac{\cot\alpha}{2}$

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ - 2

1.

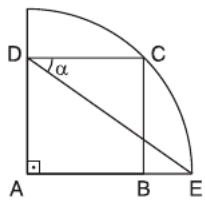


Yandaki ikizkenar ABCD yamuğu teğetler dörtgenidir.
$|BC| = 4|AD|$
ve $m(\widehat{BCD}) = \alpha$

olduğuna göre, tanα kaçtır?

A) 4 B) $\frac{4}{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

2.

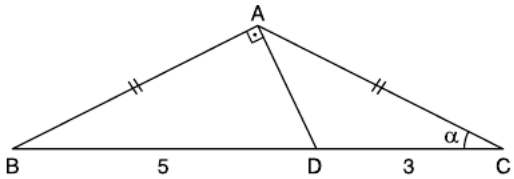


Yandaki şekilde A merkezli çeyrek çember ve ABCD karesi verilmiştir.
$m(\widehat{CDE}) = \alpha$

olduğuna göre, tanα kaçtır?

A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ E) $\frac{1}{\sqrt{6}}$

3.



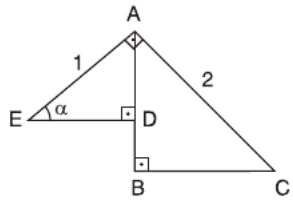
ABC ikizkenar üçgen, [AB] ⊥ [AD]

$|BD| = 5$ cm, $|DC| = 3$ cm, $m(\widehat{ACB}) = \alpha$

olduğuna göre, tanα kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) $\frac{1}{2}$

4.



AED ve ABC birer dik üçgen
[AB] ⊥ [ED]
[AB] ⊥ [BC]
[AE] ⊥ [AC]
$|AE| = 1$ cm
$|AC| = 2$ cm

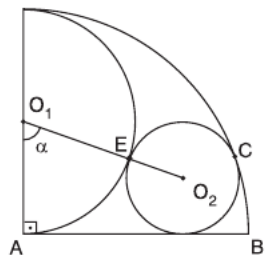
olduğuna göre, |BD| nin α türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) sinα + cosα B) sinα – cosα

C) 2sinα – cosα D) 2cosα – sinα

E) 2sinα + cosα

5.

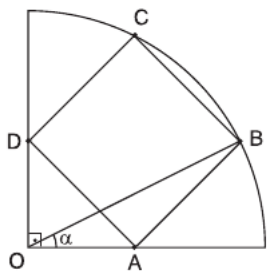


Yandaki O_1 merkezli yarım çember ile O_2 merkezli çember E noktasında, A merkezli çeyrek çember O_2 merkezli çembere C noktasında teğettir.

Buna göre, cosα kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

6.



Yandaki şekilde O merkezli çeyrek çember ve ABCD karesi verilmiştir.
$m(\widehat{BOA}) = \alpha$

olduğuna göre, tanα kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ E) $\sqrt{2}$

ADIM GÜÇLENDİRME TESTİ - 1

1. $\alpha = 35^\circ\ 27'\ 45''$
$\beta = 43^\circ\ 35'\ 39''$

olduğuna göre, $\alpha+\beta$ toplamı kaç derece, kaç dakika, kaç saniyedir?

A) $78^\circ\ 13'\ 34''$ B) $78^\circ\ 23'\ 24''$
C) $79^\circ\ 1'\ 14''$ D) $79^\circ\ 3'\ 24''$
E) $79^\circ\ 13'\ 24''$

2. $\dfrac{11-\sin\alpha}{5}$

ifadesi kaç farklı tamsayı değeri alabilir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $a=\cos\dfrac{7\pi}{6}$, $b=\operatorname{cosec}\dfrac{2\pi}{3}$, $c=\tan\dfrac{5\pi}{3}$

olduğuna göre, a, b, c nin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-,+,+$ B) $-,+,-$ C) $-,-,+$
D) $+,+,-$ E) $+,-,+$

4. $\tan x - \cot x = \dfrac{1}{2}$

olduğuna göre, $\tan^2 x+\cot^2 x$ kaçtır?

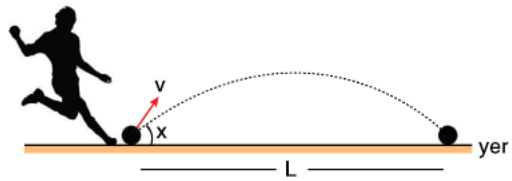
A) $\dfrac{11}{4}$ B) $\dfrac{9}{4}$ C) $\dfrac{7}{4}$ D) $\dfrac{5}{4}$ E) $\dfrac{3}{4}$

5. Yerden v hızı, x eğik açısıyla atılan bir cismin yatayda aldığı yol L ise L değeri;

$$L=\frac{v^2.a}{\operatorname{cosec}(180^\circ-2x)}$$

formülü ile hesaplanmaktadır. (a sabit)

Bir futbolcu v hızıyla ve 30° lik eğik açıyla futbol topuna vurduğunda top L metre uzağa düşmektir.



Buna göre, futbolcu topa 60° lik açıyla vursaydı top kaç metre uzağa düşerdi?

A) 2L B) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$L C) L D) $\dfrac{L}{2}$ E) $\dfrac{L}{4}$

6. $\dfrac{\sin^3 x+\cos^3 x}{(\sin x+\cos x)(1-\sin x.\cos x)}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) $1+\sin x\cos x$

7. $(1+\tan^2\alpha).(1+\cot^2\alpha)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sec^2\alpha$ B) $\sec\alpha.\operatorname{cosec}\alpha$ C) $\sin^2\alpha$
D) $\sec^2\alpha.\operatorname{cosec}^2\alpha$ E) $\cos^2\alpha$

8. $\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)+\cos(\beta-\pi)$

toplamı aşağıdaki değerlerden hangisi olamaz?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) $\frac{5}{2}$

9. $\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}+\frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{\cos\alpha}$ B) $\frac{1}{\sin\alpha}$ C) $\frac{2}{\cos\alpha}$ D) $\frac{2}{\sin\alpha}$ E) 1

10. $x+y=\frac{\pi}{2}$

olduğuna göre, sin(x+2y) ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

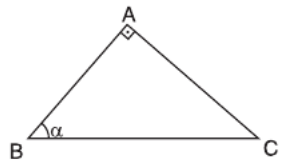
A) $-\cos x$ B) $-\cos y$ C) $\cos x$ D) $\cos y$ E) $\sin y$

11. $\frac{\sin(\pi-\theta)-\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right)}{\sin(\frac{\pi}{2}+\theta)+\cos(2\pi-\theta)}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\cos\theta$ B) $-\tan\theta$ C) $\cot\theta$ D) $\tan\theta$ E) $\sec\theta$

12.



ABC bir dik üçgen
$[AB] \perp [AC]$
$|AB| = 12$ cm
$m(\widehat{ABC}) = \alpha$
$\sec\alpha = \frac{5}{3}$

Yukarıdaki verilenlere göre, |AC| kaç cm dir?

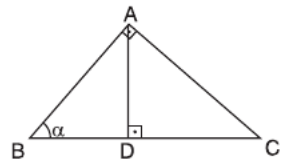
A) 20 B) 16 C) 9 D) 6 E) 5

13. $0 < \alpha < \pi$ olmak üzere,

$\tan\alpha = -3$ olduğuna göre, $\cos\alpha$ kaçtır?

A) $\frac{3}{\sqrt{10}}$ B) $\frac{1}{\sqrt{10}}$ C) $-\frac{3}{\sqrt{10}}$ D) $-\frac{1}{\sqrt{10}}$ E) -1

14.



ABC bir dik üçgen
$[AB] \perp [AC]$
$[AD] \perp [BC]$
$m(\widehat{ABC}) = \alpha$
$|BD| = 1$ br

Yukarıdaki verilenlere göre, |DC| aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\cot\alpha$ B) $\tan\alpha$ C) $\sec\alpha$ D) $\cot^2\alpha$ E) $\tan^2\alpha$

ADIM GÜÇLENDİRME TESTİ - 2

1. $\dfrac{\cos^2 x}{\sin^2 x + \sin x - 2}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\dfrac{1+\sin x}{\sin x}$ B) $\dfrac{\sin x}{2+\sin x}$ C) $\dfrac{1+\sin x}{2+\sin x}$

D) $\dfrac{1+\sin x}{\cos x}$ E) $-\dfrac{1+\sin x}{2+\sin x}$

2. $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$(1 + \sec x)\cdot\cot^2 x = \dfrac{1}{2}$

olduğuna göre, csc x kaçtır?

A) $2\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{3}$ C) 3

D) $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ E) $\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$

3. **Ölçüsü $17°43'56''$ olan bir açının tümleyeninin ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $72°16'4''$ B) $72°6'4''$ C) $71°36'4''$

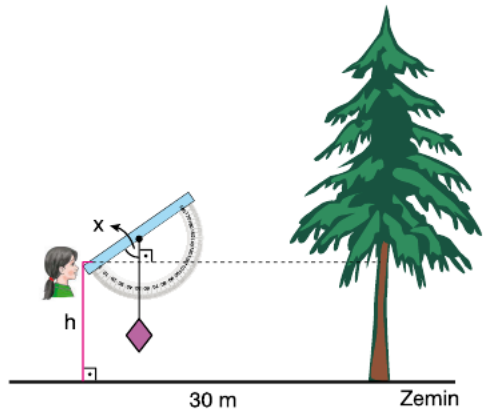
D) $71°6'24''$ E) $69°24'57''$

4. $f(x) = 3\sin x - 4\cos x$

fonksiyonunun alabileceği en büyük değer, en küçük değerden kaç fazladır?

A) 12 B) 10 C) 5 D) 2 E) 1

5.



Derya elindeki eğim ölçer yardımıyla bahçelerinde bulunan çam ağacının boyunu hesaplayacaktır.

- Ağaçtan 30 m uzakta durup ölçüm yaptığında eğim ölçerde oluşan x açısı 30 derecedir.
- Göz seviyesi ile zemin arasındaki h uzunluğu 1,5 metredir.

Derya hesaplamada karşılaştığı $\sqrt{3}$ değerini 1,7 olarak kullandığına göre, ağacın boyunu kaç metre olarak hesaplar?

A) 16,5 B) 17,5 C) 18,5 D) 35,5 E) 52,5

6. $\tan x + \cot x = \sqrt{6}$

olduğuna göre, $\tan^2 x - \cot^2 x$ ifadesinin alabileceği pozitif değer kaçtır?

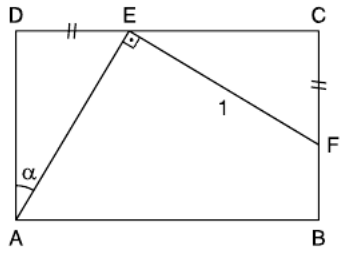
A) $\sqrt{6}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{6}$ E) $3\sqrt{3}$

7. $A = \dfrac{5}{3}\sin x - 2$

olduğuna göre, A nın alabileceği en küçük ve en büyük tamsayı değerleri toplamı kaçtır?

A) –4 B) –2 C) 3 D) 6 E) 7

8.



ABCD dikdörtgen
[AE] ⊥ [EF]
|DE| = |CF|
|EF| = 1 cm
$m(\widehat{DAE}) = \alpha$

olduğuna göre, |AD| aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin\alpha$ B) $\cos\alpha$ C) $1-\cos\alpha$

D) $1-\sin\alpha$ E) $\sec\alpha$

9. $\sin x = a$ olduğuna göre,

$$\cos\left(\frac{15\pi}{2}+x\right)+\sin(10\pi+x)$$

ifadesinin a türünden eşiti nedir?

A) 2a B) a C) $\frac{a}{2}$ D) $-\frac{a}{2}$ E) $-2a$

10. A, B, C bir üçgeninin iç açılarının ölçüleri olduğuna göre,

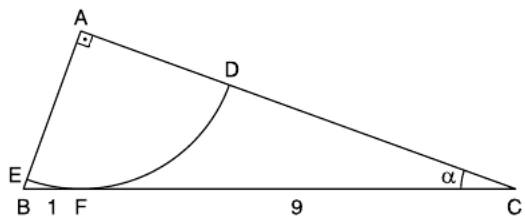
$$\sin\left(\frac{B+C}{2}\right)$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin A$ B) $\sin\frac{A}{2}$ C) $\cos A$

D) $\cos\frac{A}{2}$ E) $\tan\frac{A}{2}$

11.



[AB] ⊥ [AC], $m(\widehat{ACB}) = \alpha$

|BF| = 1 cm, |FC| = 9 cm

A merkezli çember ABC dik üçgeninin [BC] kenarına F noktasında teğet olduğu göre, $\tan\alpha$ kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

12. $\sec(\pi+\theta).\left(\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\theta\right)+\cos(\pi-\theta)\right)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2\sec\theta$ B) $2\operatorname{cosec}\theta$ C) $2\sin\theta$

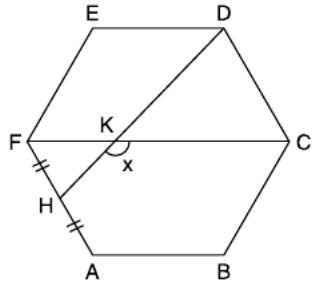
D) $2\cos\theta$ E) 2

13. $$\frac{|1+\sin\alpha|-|1-\cos\alpha|}{|-1+\sin\alpha|-|1+\cos\alpha|}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) $\sin x+\cos\alpha$

14.



ABCDEF düzgün altıgen, $[DH] \cap [FC] = \{K\}$

$|FH| = |HA|$, $m(\widehat{HKC}) = x$

olduğuna göre, tanx değeri kaçtır?

A) $-3\sqrt{3}$ B) $-2\sqrt{3}$ C) $-\sqrt{3}$

D) $-\frac{\sqrt{3}}{5}$ E) $-\frac{3\sqrt{3}}{5}$

15. $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ ve $\sin\alpha = -\frac{1}{3}$

olduğuna göre, $\sec\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right).\cot(\pi+\alpha)$ **kaçtır?**

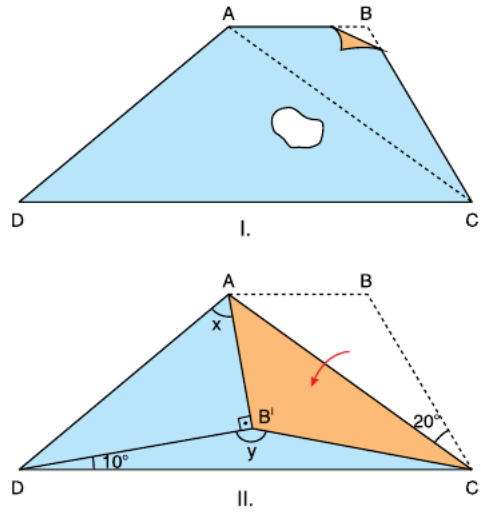
A) –3 B) –2 C) –1 D) $3\sqrt{2}$ E) $6\sqrt{2}$

16. sec40°. cosec55°.cos35°.sin50°

işleminin sonucu kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

17.



ABCD bir yamuk, [AC] köşegen

$[AB'] \perp [DB']$, $m(\widehat{B'DC}) = 10°$, $m(\widehat{ACB}) = 20°$

I. şekilde verilen yamuk biçiminde kartonun üzerinde oluşan yırtık kapatılmak için karton köşegen boyunca katlanarak II. şekilde olduğu gibi yırtık bölüm kapatılıyor.

$\tan x = \sqrt{3}$

olduğuna göre, tany kaçtır?

A) 3 B) $-\frac{1}{2}$ C) –1 D) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $-\sqrt{3}$

18. $a \in \left(\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{6}\right)$ olmak üzere,

$x = \cos 6a$

$y = \sin 6a$

$z = \tan 2a$

sayılarının doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) x > y > z B) y > z > x C) y > x > z

D) z > x > y E) z > y > x

ADIM GÜÇLENDİRME TESTİ - 3

1. I. $\tan\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right) = -\cot\theta$

II. $\cos(\pi-\theta) = \sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)$

III. $\sec\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right) = \frac{\cot(2\pi-\theta)}{\text{cosec}\theta}$

IV. $\sin(\pi+\theta) = -\cos\theta$

V. $\cot\left(\frac{3\pi}{2}+\theta\right) = -\tan(\pi+\theta)$

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

A) I ve II B) I ve III C) I ve V D) I, IV ve V E) III ve IV

2. $5\sin\left(\alpha-\frac{2\pi}{3}\right) = 3a-7$

olduğuna göre, a kaç farklı tamsayı değeri alabilir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. $a = \cot1200°$, $b = \sec2310°$, $c = \sin1760°$

olduğuna göre, a, b, c ifadelerinin işaretleri aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) +, +, + B) +, –, + C) +, +, – D) –, +, – E) –, –, –

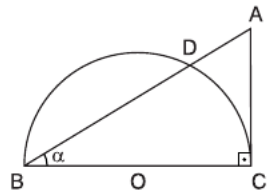
4. $\tan20° = m$ olduğuna göre,

$$\frac{\tan200°+\cot70°}{1-\tan290°}$$

ifadesinin m türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{m+1}{2}$ B) $\frac{m+1}{m}$ C) $\frac{m+1}{2m}$ D) $\frac{2m^2}{m+1}$ E) $\frac{2m^2}{1-m}$

5.



Yandaki O merkezli yarım çemberde

$[AC] \perp [BC]$

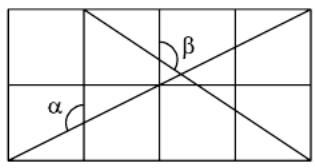
$m(\widehat{ABC}) = \alpha$

$|BD| = 2.|AD|$

olduğuna göre, $\tan\alpha$ kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) 2

6.

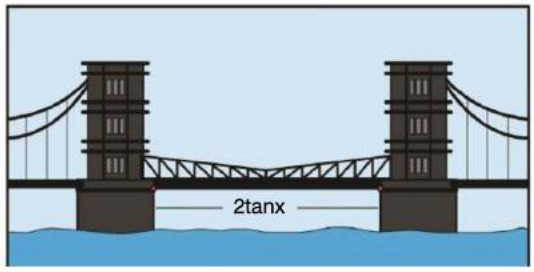


Yukarıdaki şekil 8 özdeş kareden oluşmaktadır.

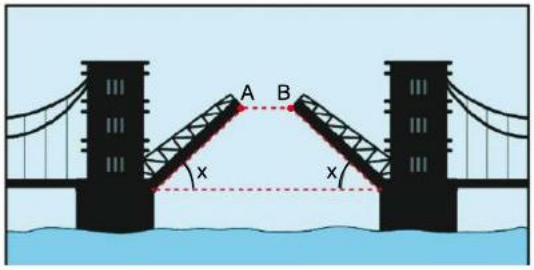
Buna göre, $\tan\alpha \cdot \tan\beta$ çarpımı kaçtır?

A) 6 B) 3 C) $\frac{3}{2}$ D) $-\frac{3}{2}$ E) –3

7. Aşağıda bir köprünün iki eş parçadan oluşan açılır kapanır bölümü gösterilmiştir.



Köprünün bu bölümünün parçaları yatayla x derecelik açı yaparak açıldığında, parçalar arasında şekildeki gibi yamuk biçiminde bir alan oluşmaktadır.



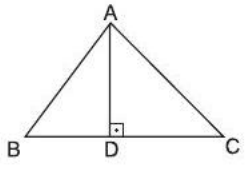
Köprünün açılır kapanır bölümünün toplam uzunluğu 2tanx birim olduğuna göre, A ile B noktaları arasındaki uzaklığın x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2 \cdot \sin x$ B) $2 \cdot \sin x \cdot (-1 + \cos x)$

C) $2 \cdot \tan x$ D) $2 \cdot \sin x \cdot (-1 + \sec x)$

E) $\tan x - \sin x$

8.

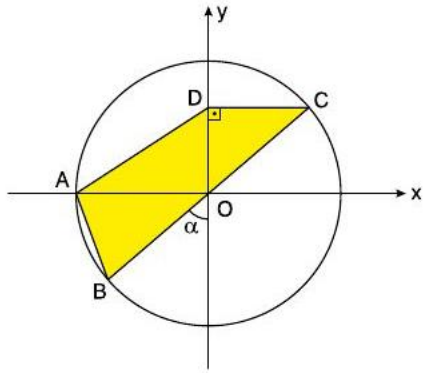


ABC bir üçgen
$[AD] \perp [BC]$
$|AD| = 4$ cm

$\cot(\widehat{ABC}) + \cot(\widehat{ACB}) = 6$ olduğuna göre, $|BC|$ kaç cm dir?

A) 6 B) 24 C) 30 D) 36 E) 40

9. Şekilde, O merkezli birim çember ile A, B ve C köşeleri çember üzerinde olan ABCD dörtgeni verilmiştir.



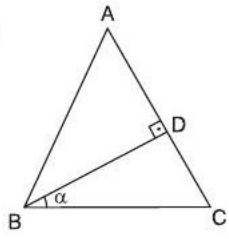
[DC] doğru parçası y eksenine dik olduğuna göre, boyalı alanın α türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin\alpha \cdot \cos\alpha$ B) $2\sin\alpha + \cos\alpha$

C) $2\sin\alpha + 2\cos\alpha$ D) $\dfrac{\sin\alpha \cdot (2 + \cos\alpha)}{2}$

E) $\dfrac{\cos\alpha \cdot (2 + \sin\alpha)}{2}$

10.



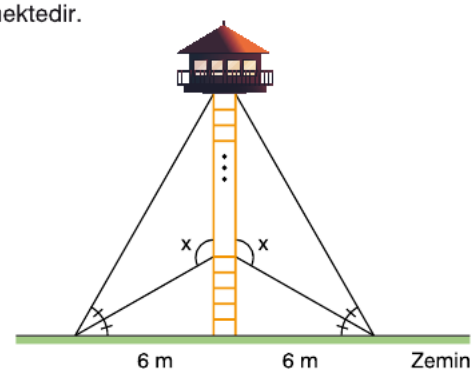
ABC ikizkenar üçgen
$[BD] \perp [AC]$
$m(\widehat{DBC}) = \alpha$
$|BC| = 8$ cm

$|AB| = |AC| = 12$ cm olduğuna göre, $\sin\alpha$ kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

ADIM GÜÇLENDİRME TESTİ - 4

1. Bir yangın kulesi şekildeki gibi zemine dik biçimde yerleştirilmiştir. Kuleye, başından sonuna eşit aralıklı basamakları olan bir merdivenle çıkılabilmektedir.



Yangın kulesi merdivene 6 metre uzaklıkta bir noktada zemine şekildeki gibi sabitlenen doğrusal ikişer çelik hatla sağlamlaştırılmıştır. Boyu kısa olan halatlar merdivenin 5. basamağına bağlıdır.

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

olduğuna göre, merdiven toplamda kaç basamaklıdır?

A) 10 B) 12 C) 15 D) 20 E) 30

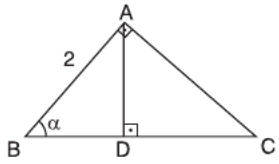
2. $\pi < \alpha < 2\pi$ olmak üzere

$$\tan\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) = -\frac{4}{3}$$

olduğuna göre, $\sin(\pi+\alpha)$ kaçtır?

A) $-\frac{4}{3}$ B) $-\frac{3}{5}$ C) $-\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{3}{5}$

3.



ABC bir diküçgen
$[AB] \perp [AC]$
$[AD] \perp [BC]$
$m(\widehat{ABC}) = \alpha$
$|AB| = 2$ br

olduğuna göre, ADC üçgeninin alanı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha}$ B) $\frac{\sin^2\alpha}{2\cos\alpha}$ C) $\frac{2\sin^3\alpha}{\cos\alpha}$ D) $\frac{2\sin^3\alpha}{\cos^2\alpha}$ E) $\frac{\sin^3\alpha}{\cos\alpha}$

4. $\cos 20° = m$ olmak üzere,

$$\sin 650° + \cos 1280° + \sin(1890° - 20°)$$

ifadesinin m cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

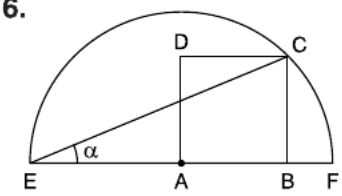
A) – 3m B) – 2m C) – m D) m E) 2m

5. $a = \sin 195°$
$b = \cos 120°$
$c = \sin 220°$

olduğuna göre, a, b, c ile ilgili aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) a > b > c B) a > c > b C) b > a > c D) b > c > a E) c > b > a

6.



Yandaki şekilde A merkezli [EF] çaplı yarım çember ve ABCD karesi verilmiştir.

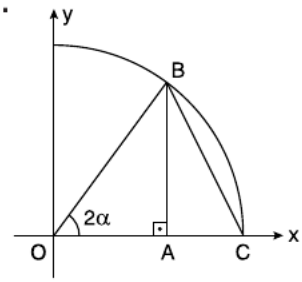
$m(\widehat{CEF}) = \alpha$

olduğuna göre, cotα kaçtır?

A) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}-1$ C) $\sqrt{2}-1$

D) $\sqrt{2}+1$ E) $\sqrt{3}+1$

7.



Yandaki şekilde O merkezli çeyrek birim çemberde

[BA] ⊥ [OC]

$m(\widehat{BOC}) = 2\alpha$

$\cos2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$ olduğuna göre, |BC| aşağıdakilerden hangisine eşittir?

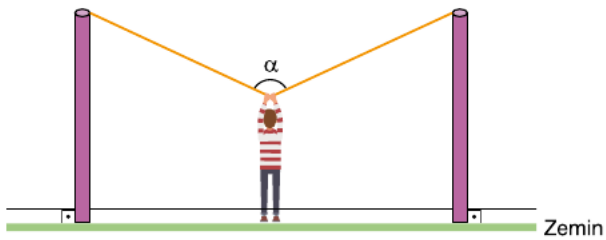
A) sinα B) cosα C) secα

D) 2sinα E) 2cosα

8. Uzunluğu 2 metre olan özdeş iki direğin arasına şekildeki gibi doğrusal duran esnek bir ip bağlanmıştır.



Ege, zıplayıp bu ipi tam ortasından tutarak aşağıdaki şekilde olduğu gibi kendine doğru çekmiştir.



İpte oluşan açı α, ipin orta noktasının yerden yüksekliği 1 metre olduğuna göre, ipin son durumdaki uzunluğunun α türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 4sinα B) 2cosα C) 2tanα

D) $2\text{cosec}\frac{\alpha}{2}$ E) $2\sec\frac{\alpha}{2}$

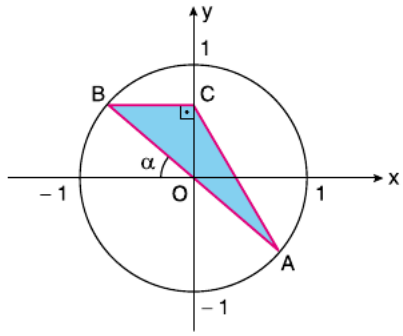
9. $\sin x.\cos\frac{3\pi}{4} + \cos x.\sin\frac{3\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

olduğuna göre, sinx.cosx çarpımı kaçtır?

A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{1}{2}$

ADIM GÜÇLENDİRME TESTİ - 5

1.



A ve B köşeleri şekildeki O merkezli birim çember üzerinde olan ABC üçgeninin, BC kenarı y eksenine diktir.

Buna göre, ABC üçgeninin alanının α türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin^2\alpha$ B) $\cos^2\alpha$ C) $\sin\alpha + \cos\alpha$

D) $\sin\alpha \cdot \cos\alpha$ E) $2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha$

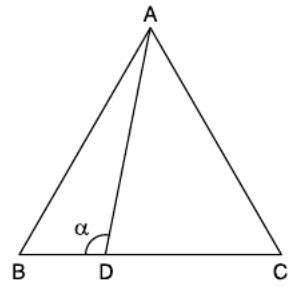
2. $a = \cos\alpha$, $b = \sin\alpha$ olmak üzere,

$$\frac{a^6 + b^6 - 1}{a^2b^2}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -3 B) -1 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 3

3.



ABC eşkenar üçgen

$|DC| = 2|BD|$

$m(\widehat{BDA}) = \alpha$

olduğuna göre, tanα kaçtır?

A) $-4\sqrt{3}$ B) $-3\sqrt{3}$ C) $-2\sqrt{3}$

D) $-\sqrt{3}$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. $$\frac{\operatorname{cosec}^2 x - \sec^2 x}{\cot^2 x - \tan^2 x}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin^2 x$ B) $\cos^2 x$ C) $\sec^2 x$

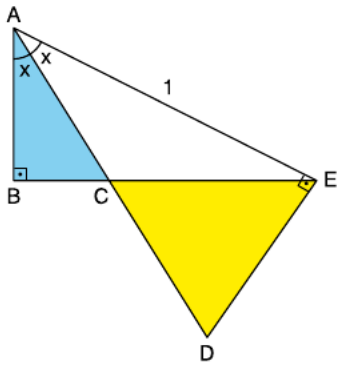
D) $\tan^2 x$ E) 1

5. $$\frac{\tan\frac{5\pi}{8} \cdot \tan\frac{\pi}{8}}{\sin^2\frac{5\pi}{4} + \sin^2\frac{3\pi}{4}}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sqrt{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) -1 E) $-\sqrt{2}$

6. ABE ve AED birer dik üçgen; [AC] açıortay olmak üzere, ABC ve CDE üçgenleri şekildeki gibi mavi ve sarı renge boyanmıştır.

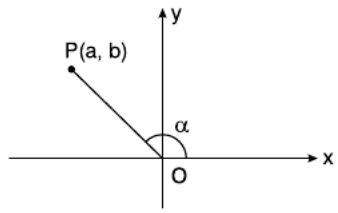


$m(\widehat{BAC}) = x$ olduğuna göre, mavi bölgenin alanının sarı bölgenin alanına oranının x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sin^2 x}{\cos x}$ B) $\frac{\sin 2x}{\sin x}$ C) $\frac{\sin 2x}{\cos^2 x}$

D) $\frac{\cos^2 2x}{2\tan^2 x}$ E) $\frac{\cos^2 2x}{2\sin^2 x}$

7.



Yukarıdaki koordinat düzleminde |OP| = 1 br olduğuna göre, P(a,b) noktası aşağıdakilerden hangisine eşittir?

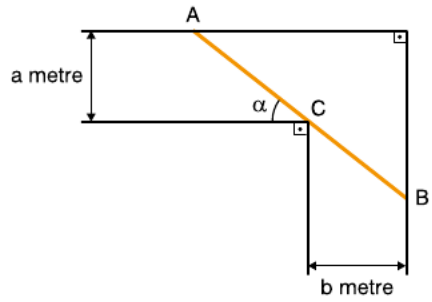
A) P(sinα, cosα) B) P(–sinα, –cosα)

C) P(sinα, –cosα) D) P(cosα, sinα)

E) P(–cosα, sinα)

8. Aydın, belli bir uzunluktaki demir çubuğu evindeki koridordan geçirmek istiyor.

Koridorun üstten görünümü ve çubuğun koridordaki konumu aşağıda gösterilmiştir.



Demir çubuk şekildeki gibi α açısıyla dururken koridora A, B, C noktalarında temas etmektedir.

Demir çubuğun uzunluğu α türünden L(α) olmak üzere,

$$\frac{L(\alpha)}{\sec\alpha \cdot \operatorname{cosec}\alpha}$$

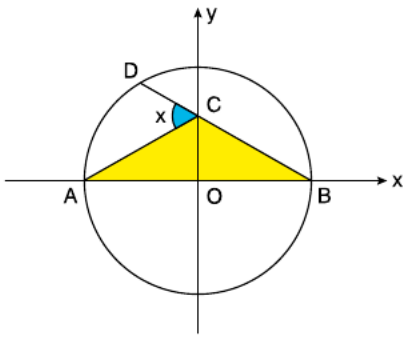
oranı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) a + b B) (a + b)·sinα C) (a + b)·cosα

D) a·cosα + b·sinα E) a·sinα + b·cosα

ADIM GÜÇLENDİRME TESTİ - 6

1. Şekilde, O merkezli birim çember ile A ve B köşeleri çember üzerinde, C köşesi y ekseni üzerinde olan ABC üçgeni gösterilmiştir.



$m(\widehat{ACD}) = x$ olduğuna göre, ABC üçgeninin alanının x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) sinx B) tanx C) sinx·cosx

D) $\tan\frac{x}{2}$ E) $\sin\frac{x}{2}$

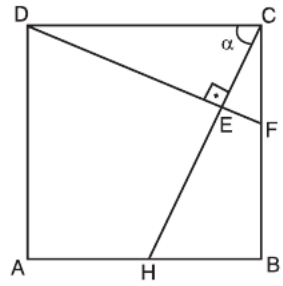
2. $(1 - \cos x)\cdot(\csc x + \cot x)$

ifadesinin değer aralığı aşağıdaki trigonometrik fonksiyonların hangisi ile aynıdır?

A) tanx B) cotx C) secx

D) sinx E) – tanx

3.



ABCD kare

$[DF] \perp [CH]$

$|BF| = 3|FC|$

$m(\widehat{DCH}) = \alpha$

olduğuna göre, tanα kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) 2 E) 4

4. $A = \sqrt{\tan^2 x + \cot^2 y + 4}$

olduğuna göre, A nın alabileceği en küçük değer kaçtır?

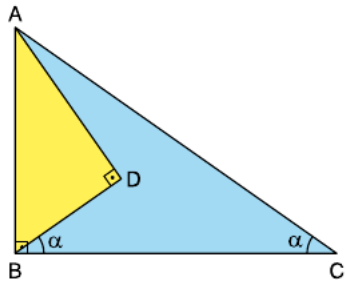
A) $\sqrt{6}$ B) $\sqrt{5}$ C) $2\sqrt{2}$ D) 2 E) 1

5. $\tan x - \cot x = 2\sqrt{3}$

olduğuna göre, $\tan^3 x + \cot^3 x$ toplamının pozitif değeri kaçtır?

A) 52 B) 56 C) 64 D) 68 E) 76

6. Şekildeki gibi ABC ve ABD dik üçgenleri çizildikten sonra oluşan bölgelerden biri sarıya diğeri maviye boyanmıştır.



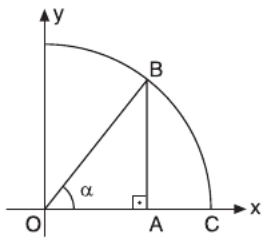
$m(\widehat{DBC}) = m(\widehat{ACB}) = \alpha$ olmak üzere,

mavi bölgenin alanı, sarı bölgenin alanının iki katıdır.

Buna göre, $\cos\alpha$ kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{6}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{6}}{6}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{8}$

7.



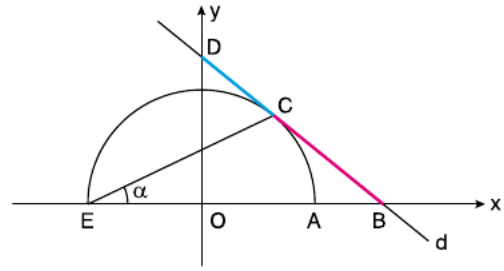
Şekildeki O merkezli çeyrek birim çemberde $m(\widehat{BOC}) = \alpha$

olduğuna göre, $\frac{|AC|}{|BA|}$ oranı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\tan\alpha$ B) $\cot\alpha$ C) $\tan\alpha - \sin\alpha$

D) $\operatorname{cosec}\alpha - \cot\alpha$ E) $\sin\alpha + \cos\alpha$

8. Şekilde, O merkezli yarım birim çember ile bu çembere C noktasında teğet olan d doğrusu gösterilmiştir.



EC doğru parçasının x-ekseniyle yaptığı pozitif yönlü α açısı kullanılarak tanımlanan trigonometrik fonksiyonlar

$\text{es}\alpha = |DC|$

$\text{se}\alpha = |CB|$

biçiminde veriliyor.

Buna göre,

$$\frac{(\text{es}\alpha)\cdot(\text{se}\alpha)}{(\text{es}\alpha) + (\text{se}\alpha)}$$

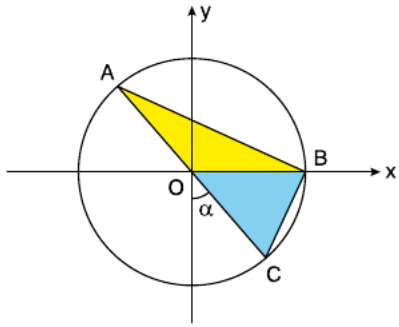
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\tan\alpha$ B) $\cot\alpha$ C) $\sin2\alpha\cdot\cos2\alpha$

D) $\sin2\alpha + \cos2\alpha$ E) $\sec2\alpha + \operatorname{cosec}2\alpha$

ADIM GÜÇLENDİRME TESTİ - 7

1. Şekildeki O merkezli birim çember ile köşeleri bu çember üzerinde olan ABC üçgeni gösterilmiştir.



ABC üçgeninde sarı ve mavi renkler kullanılarak iki bölge elde ediliyor.

Pozitif yönlü α açısı kullanılarak sarı bölgenin alanı α türünden S(α) ile, mavi bölgenin alanı α türünden M(α) ile ifade edildiğine göre,

$M(\alpha)\cdot S(\alpha)$

çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2\sin\alpha$ B) $2\cos\alpha$ C) $\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha$

D) $\frac{\sin^2\alpha}{4}$ E) $\frac{\cos^2\alpha}{4}$

2. $\cos^2x.\sin^2y + \cos^2y - \sin^2x.\cos^2y$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –1 B) 0 C) 1 D) $\cos^2x$ E) $\sin^2x$

3. $a = \cos(-251°).\tan(200°)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisi ile çarpılırsa sonuç pozitif değerli olur?

A) cot190° B) cos350° C) sin150°

D) sin(–170°) E) cos(–300°)

4. $\frac{1-\sec^2 x}{\sin^2 x}$

ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) –1 E) –2

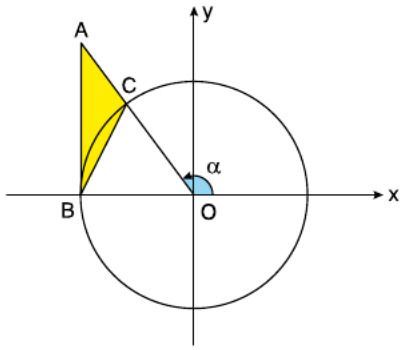
5. $8x = \pi$ olmak üzere,

$\frac{\tan 3x}{\cot x} + \cos^2 3x + \cos^2 x$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

6.



Şekildeki birim çembere B köşesinde teğet olan ABC üçgeninin C köşesi çember üzerindedir.

ABC üçgeninin alanının α türünden eşiti S(α) olarak gösterildiğine göre,

$$\frac{S(\alpha)}{\tan(\pi-\alpha)}$$

oranı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin\alpha$ B) $\tan\alpha$ C) $2\sec\alpha$

D) $\frac{1-\cos\alpha}{2}$ E) $\frac{1+\cos\alpha}{2}$

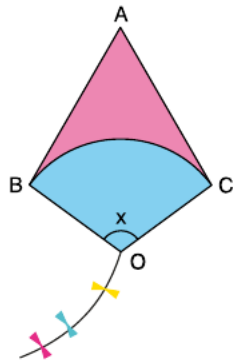
7.

$$\frac{5-7\sin^2\alpha-5\cos^2\alpha}{1+3\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

8. Bir uçurtma şekildeki gibi kırmızı ve mavi renkli olmak üzere iki bölümden oluşmaktadır.



Mavi bölüm, yarıçapı 1 birim olan O merkezli daire dilimidir. Kırmızı bölümde AB ve AC doğru parçaları sırasıyla B ve C noktalarında daire dilimine teğettir.

- Mavi bölümün çevresinin x türünden eşiti M(x)
- Kırmızı bölümün çevresinin x türünden eşiti K(x)

olduğuna göre, M(x) – K(x) aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $1-2\tan x$ B) $1-2\sin x$ C) $2-2\tan x$

D) $2-2\sin\frac{x}{2}$ E) $2-2\tan\frac{x}{2}$

9.

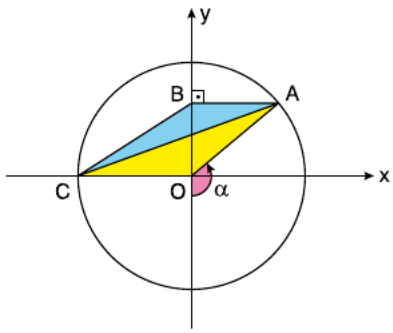
$$A=\frac{\sin x+\cos x+1}{\tan x+\cot x+2}$$

ifadesi aşağıdaki x değerlerinden hangisi için reel sayı belirtmez?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) $\frac{5\pi}{4}$ D) $\frac{5\pi}{3}$ E) $\frac{7\pi}{4}$

ADIM GÜÇLENDİRME TESTİ - 8

1. Şekilde, O merkezli birim çember ile B ve C köşeleri çember üzerinde olan ABC ve BCO üçgenleri gösterilmiştir.



[AB] doğru parçası y eksenine dik olduğuna göre, mavi boyalı üçgenin alanının sarı boyalı üçgenin alanına oranı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin\alpha - \cos\alpha$ B) $-\sin\alpha\cdot\cos\alpha$ C) $\sin\alpha$

D) $\dfrac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}$ E) $\dfrac{\sin\alpha}{1+\sin\alpha}$

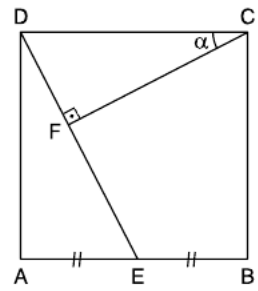
2. $0 < x < 2\pi$, $0 < y < 2\pi$ olmak üzere,

$$(2\cos^2 x - 1)^2 + (2\sin y + 1)^2 = 0$$

olduğuna göre, x+y toplamı en az kaçtır?

A) $\dfrac{\pi}{12}$ B) $\dfrac{\pi}{6}$ C) $\dfrac{7\pi}{6}$ D) $\dfrac{5\pi}{3}$ E) $\dfrac{17\pi}{12}$

3.



ABCD bir kare

$[CF] \perp [DE]$

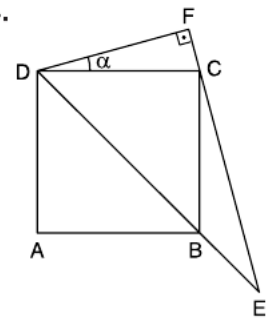
$|AE| = |EB|$

$m(\widehat{DCF}) = \alpha$

olduğuna göre, $\sin\alpha\cdot\tan\alpha$ kaçtır?

A) $\dfrac{\sqrt{5}}{10}$ B) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ C) $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ D) 2 E) $\dfrac{5}{2}$

4.



ABC bir kare

D, B, E noktaları doğrusal

$[DF] \perp [EF]$

$|DF| = 3$ cm

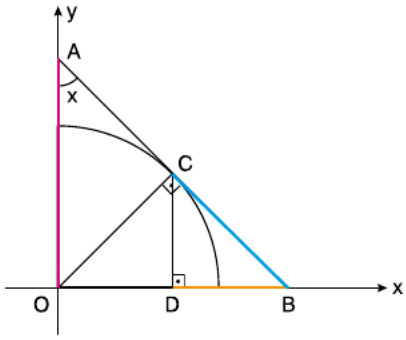
$|EF| = 9$ cm

$m(\widehat{FDC}) = \alpha$

olduğuna göre, $\tan\alpha$ kaçtır?

A) $\dfrac{1}{2}$ B) $\dfrac{2}{3}$ C) $\dfrac{3}{4}$ D) $\dfrac{4}{5}$ E) $\dfrac{5}{4}$

5. Aşağıdaki dik koordinat düzleminde O merkezli yarıçapı 1 birim olan çeyrek çember verilmiştir. AB doğru parçası C noktasında çembere teğettir.



Buna göre,

I. $\sin x < |BC|$

II. $\sec x < |BD|$

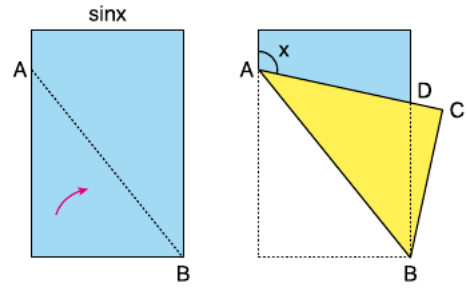
III. $\cos x < |OA|$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II

D) I ve III E) II ve III

6.



Kısa kenarının uzunluğu $\sin x$ birim olan dikdörtgen biçimindeki bir kağıt AB boyunca şekildeki gibi katlanınca yandaki görüntü oluşmuştur.

Buna göre, DC uzunluğunun x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin x$ B) $\sin\frac{x}{2}$ C) $\cos\frac{x}{2}$

D) $-\tan x$ E) $-\cos x$

7. $0 < x < \frac{\pi}{4}$ olmak üzere,

$a = \sin x \cdot (1 + \cot^2 x)$

$b = \sin^2 x \cdot (1 - \cos x)$

$c = \sec x \cdot \cot x \cdot (1 + \sin x)$

sayıları veriliyor.

Buna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) $a > b > c$ B) $a > c > b$ C) $c > a > b$

D) $c > b > a$ E) $b > c > a$

ADIM GÜÇLENDİRME TESTİ - 9 (ÇÖZÜMLÜ)

1. $A = \frac{2}{5}\cos(3\alpha - \pi) + 3$

olduğuna göre, A nın alabileceği kaç farklı tamsayı değeri vardır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

2. $x + y = \frac{\pi}{3}$

olduğuna göre, cot(4x+3y) ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\tan y$ B) $\tan\left(y + \frac{\pi}{6}\right)$ C) $\cot\left(y + \frac{\pi}{6}\right)$

D) $-\cot\left(y + \frac{\pi}{6}\right)$ E) $-\tan\left(y + \frac{\pi}{6}\right)$

3. $a = \tan 217°$
$b = \cot 35°$
$c = \cos 65°$
$d = \cos 53°$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) a > b > c > d B) b > a > d > c

C) b > a > c > d D) a > c > b > d

E) d > a > c > d

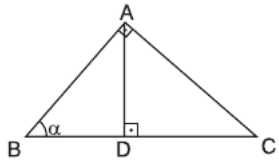
4. **Tepe açısının ölçüsü $69° 7' 30''$ olan bir ikizkenar üçgenin taban açılarından birinin ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $110° 51' 30''$ B) $55° 35' 35''$

C) $55° 26' 15''$ D) $50° 26' 40''$

E) $50° 20' 30''$

5.



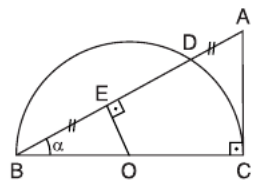
ABC dik üçgen
[AB] ⊥ [AC]
[AD] ⊥ [BC]
$m(\widehat{ABC}) = \alpha$
|BC| = 1 br

Yukarıdaki verilere göre, |AD| aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\tan\alpha$ B) $\cot\alpha$ C) $\sin\alpha$

D) $\cos\alpha$ E) $\sin\alpha.\cos\alpha$

6.



O merkezli yarım birim çember
[AC] ⊥ [BC]
|BE| = |AD|
$m(\widehat{ABC}) = \alpha$

olduğuna göre, $\sin^2\alpha$ kaçtır?

A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{6}$

7. $14x = \pi$ olmak üzere,

$$\cot 2x.\sin 4x + \cot\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right).\cos(\pi + 3x)$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 0 B) 2tan2x C) 1

D) 2cot2x E) tanx

8. $\frac{\cos^4 x - \sin^4 x - 1}{2\sin x}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –sinx B) sinx C) –cosx

D) cosx E) sinx–cosx

9. $\tan x - \cot x = 3$

olduğuna göre, $\tan^3 x - \cot^3 x$ kaçtır?

A) 18 B) 24 C) 36 D) 45 E) 48

10. $\dfrac{a\cos x + b\sin x}{a\sin x + b\cos x} = \dfrac{3}{2}$

ve tanx = 2 olduğuna göre $\dfrac{a}{b}$ kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $-\frac{2}{3}$ E) $-\frac{7}{8}$

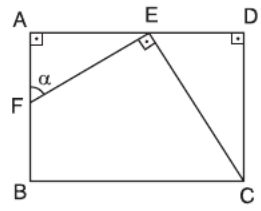
11. $\dfrac{6}{\sin x} - \dfrac{3}{\cos y} = 4$

$\dfrac{1}{\sin x} + \dfrac{2}{\cos y} = 3$

olduğuna göre, tanx kaçtır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{8}{15}$ D) $\frac{15}{8}$ E) $\frac{21}{22}$

12.



ABCD bir dikdörtgen
$|AD| = 7$ cm
$|AF| = 3$ cm
$|DC| = 4$ cm

ve $m(\widehat{EFA}) = \alpha$ olduğuna göre, $\tan\alpha$ nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

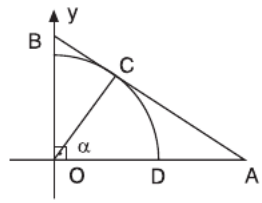
A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{4}{3}$ C) 1 D) $\frac{7}{4}$ E) $\frac{7}{3}$

13. $\dfrac{\sin x}{\tan(x-180°)} = -\dfrac{1}{2}$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 20° B) 30° C) 60° D) 120° E) 160°

14.



Yandaki şekilde [AB], O merkezli çeyrek birim çembere C noktasında teğettir.
$m(\widehat{COA}) = \alpha$

Yukarıdaki verilere göre, BOA üçgeninin alanı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\tan\alpha + \cot\alpha}{2}$ B) $\frac{\sin\alpha + \cos\alpha}{2}$ C) $\frac{\tan\alpha}{2}$ D) $\frac{\cos\alpha}{2}$ E) $\frac{1}{2\sin\alpha}$

ADIM GÜÇLENDİRME TESTİ - 9 (ÇÖZÜMLER)

1. $A = \frac{2}{5}\cos(3\alpha - \pi) + 3$

ifadesinde $\cos(3\alpha - \pi)$ fonksiyonu $[-1,1]$ aralığında değerler alabileceğinden

$\cos(3\alpha - \pi) = -1$ için

$A = \frac{2}{5}\cdot(-1)+3 = \frac{13}{5}$

$\cos(3\alpha - \pi) = 1$ için

$A = \frac{2}{5}\cdot(1)+3 = \frac{17}{5}$ bulunur. O halde

$\frac{13}{5} \le A \le \frac{17}{5}$ olacağından A nın alabileceği tek tamsayı değeri vardır.

Cevap D

2. $\cot(4x+3y) = \cot(x+3x+3y)$
$= \cot(x+3(x+y))$

$x+y = \frac{\pi}{3}$ olduğundan

$\cot(x+3\cdot\frac{\pi}{3}) = \cot(\pi+x)$
$= \cot x$ bulunur.

$\cot x = \cot(\frac{\pi}{3} - y) \overset{\bigstar}{=} \tan(\frac{\pi}{6}+y)$

(★) Birbirlerinin tümler açıları olmalarından dolayı eşitlik geçerlidir.

Cevap B

3. Sıralama sorularında açıları dar açı türünden yazmak kolaylık sağlar. Ayrıca cot ve cos fonksiyonlarını sıralaması daha kolay olduğundan $\tan 217°$ yi kotanjat türünden yazalım.

$\tan 217° = \tan(270° - 53°) = \cot 53°$

α dar açı ise

$\cot\alpha > \cos\alpha$ olduğunu öğrendik.

$a = \tan 217° = \cot 53°$
$b = \cot 35°$
$c = \cos 65°$
$d = \cos 53°$

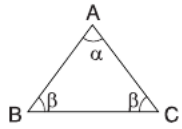
$\cos 65° < \cos 53° < \cot 53° < \cot 35°$

$c < d < a < b$

bulunur.

Cevap B

4. Tepe açısı $69° 7' 30'' = \alpha$ olsun. Üçgenin açılarını gösterirsek;



ABC ikizkenar üçgen

$\alpha + 2\beta = 180°$

$2\beta = 180° - \alpha = 180° - (69° 7' 30'')$

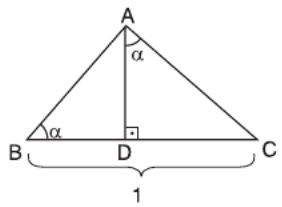
$2\beta = 110° 52' 30''$

$\beta = 55° 26' 15''$

bir taban açısının ölçüsü bulunur.

Cevap C

5.



ABC üçgeninde; $\cos\alpha = \frac{|AB|}{1}$ ise

$\cos\alpha = |AB|$ olur.

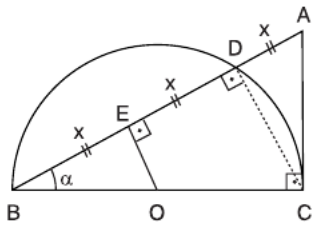
ABD üçgeninde;

$\sin\alpha = \frac{|AD|}{|AB|} = \frac{|AD|}{\cos\alpha}$

Buradan $|AD| = \sin\alpha \cdot \cos\alpha$ bulunur.

Cevap E

6.



ABC üçgeninde Öklit'ten

$|DC| = \sqrt{2}x$

$|AC| = \sqrt{3}x$ ve

$\sin^2\alpha = \frac{1}{3}$ olur.

Cevap C

7. $14x = \pi$ ve $7x = \frac{\pi}{2}$ olur.

$\cot 2x \cdot \sin 4x + \cot\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right) \cdot \cos(\pi + 3x)$

$= \cot 2x.\sin 4x + \tan 5x.(-\cos 3x)$

Tümler açıların trigonometrik oran özelliğinden

$7x = \frac{\pi}{2}$ ise $\cot 2x = \tan 5x$

$\sin 4x = \cos 3x$ olur.

Bu durumda

$= \tan 5x.\cos 3x - \tan 5x.\cos 3x = 0$ bulunur.

Cevap A

8. $\frac{\cos^4 x - \sin^4 x - 1}{2\sin x}$

$= \frac{(\cos^2 x - \sin^2 x)\overbrace{(\cos^2 x + \sin^2 x)}^{1} - (1)}{2\sin x}$

$= \frac{\cos^2 x - \sin^2 x - (\cos^2 x + \sin^2 x)}{2\sin x}$

$= \frac{\cancel{\cos^2 x} - \sin^2 x - \cancel{\cos^2 x} - \sin^2 x}{2\sin x}$

$= \frac{-2\sin^2 x}{2\sin x} = -\sin x$ bulunur.

Cevap A

9. $\tan x - \cot x = 3$

$\tan^3 x - \cot^3 x = \overbrace{(\tan x - \cot x)}^{3}(\tan^2 x + \overbrace{\tan x \cot x}^{1} + \cot^2 x)$

$\tan^2 x + \cot^2 x$ i bulmak için

$\tan x - \cot x = 3$ eşitliğinin her iki tarafının karesini alalım.

$\tan^2 x - \underbrace{2\tan x \cot x}_{2} + \cot^2 x = 9$

$\tan^2 x + \cot^2 x = 11$ bulunur.

O halde

$\tan^3 x - \cot^3 x = 3.(11+1) = 3.12 = 36$ bulunur.

Cevap C

10. $\frac{a\cos x + b\sin x}{a\sin x + b\cos x} \neq \frac{3}{2}$

$2a\cos x + 2b\sin x = 3a\sin x + 3b\cos x$

$2b\sin x - 3a\sin x = 3b\cos x - 2a\cos x$

$\sin x(2b - 3a) = \cos x(3b - 2a)$

$\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{3b - 2a}{2b - 3a} = \tan x$

$\tan x = 2 = \frac{3b - 2a}{2b - 3a}$ ise

$4b - 6a = 3b - 2a$

$b = 4a$ ise $\frac{a}{b} = \frac{1}{4}$

Cevap B

11.

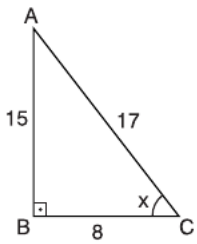
$$\frac{6}{\sin x}-\frac{3}{\cos y}=4 \quad (\times 2)$$

$$+\quad \frac{1}{\sin x}+\frac{2}{\cos y}=3 \quad (\times 3)$$

$$\frac{15}{\sin x}=8+9=17 \text{ ise}$$

$$\sin x=\frac{15}{17} \text{ bulunur.}$$

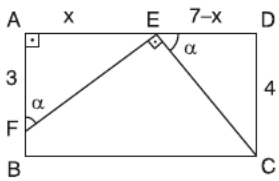
Dik üçgen yardımıyla



$\tan x=\frac{15}{8}$ olur.

Cevap D

12.



Şekilde verilenler yazıldıktan sonra $\tan\alpha$ yı bulalım.

AFE üçgeninde; $\tan\alpha=\frac{x}{3}$

EDC üçgeninde; $\tan\alpha=\frac{4}{7-x}$ dır.

O halde,

$$\frac{x}{3}=\frac{4}{7-x} \text{ ise}$$

$$7x-x^2=12$$

$$x^2-7x+12=0$$

$$(x-4)(x-3)=0$$

$x=3$ için $\tan\alpha=\frac{3}{3}=1$

$x=4$ için $\tan\alpha=\frac{4}{3}$ bulunur.

$\tan\alpha$ nın alabileceği değerler toplamı

$\frac{4}{3}+1=\frac{7}{3}$ olur.

Cevap E

13. $\tan(x-180°)=-\tan(180°-x)$

$=-(-\tan x)$

$=\tan x$

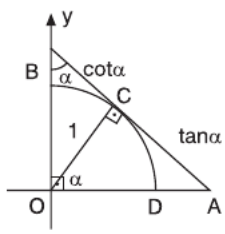
$$\frac{\sin x}{\tan(x-180°)}=\frac{\sin x}{\tan x}=-\frac{1}{2}$$

$$\frac{\sin x}{\frac{\sin x}{\cos x}}=-\frac{1}{2} \text{ ise } \cos x=-\frac{1}{2}$$

bulunur. O halde $\cos x=-\frac{1}{2}$ eşitliğini şıklarda sağlayan açı 120° olduğu görülür.

Cevap D

14.



[AB] çembere teğet olduğundan [OC] ⊥ [AB] olur.

COA üçgeninde; $\tan\alpha=\frac{|AC|}{|OC|}=\frac{|AC|}{1}$

olduğuna göre, $\tan\alpha=|AC|$

BOC üçgeninde; $\tan\alpha=\frac{|OC|}{|BC|}=\frac{1}{|BC|}$

olduğuna göre, $|BC|=\frac{1}{\tan\alpha}=\cot\alpha$

BOA üçgeninin alanı;

$$\frac{|OC|.|AB|}{2}=\frac{1.(\tan\alpha+\cot\alpha)}{2}$$

$$=\frac{\tan\alpha+\cot\alpha}{2} \text{ bulunur.}$$

Cevap A



TRİGONOMETRİ - 2

A) Toplam fark formülleri

B) Toplam fark formüllerinin şekil sorularında uygulanması

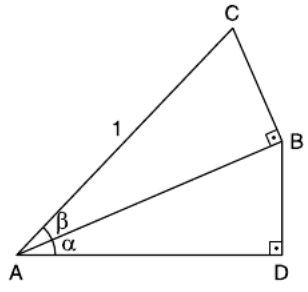
C) Yarım açı formülleri

D) Yarım açı formüllerinin şekil sorularında uygulanması

BÖLÜME BAŞLARKEN...

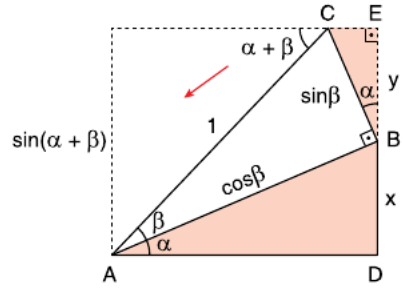
Bu bölümde iki açının toplamının (ya da farkının) trigonometrik oranlarını bulmayı öğreneceğiz. Sonraki adımlarda toplam formülü yardımıyla elde edilen ve yarım açı formülleri olarak adlandırılan formülleri göreceğiz.

Burada sinüs toplam formülünün ispatlarından benim hoşuma giden bir tanesini inceleyelim.



Yukarıdaki gibi bir ABC dik üçgeni ile ADB dik üçgenini çizelim. ABC üçgeninde hipotenüsü 1 olarak kabul edelim.(İspat işlemi kolay olsun diye.)

Şimdi bu iki üçgen yardımıyla aşağıdaki dikdörtgeni oluşturup bu dikdörtgenin kenarlarını α ve β açıları yardımıyla yazalım.



• BEC üçgeninde; $\cos\alpha = \dfrac{y}{\sin\beta} \Rightarrow y = \cos\alpha.\sin\beta$

• ADB üçgeninde; $\sin\alpha = \dfrac{x}{\cos\beta} \Rightarrow x = \sin\alpha.\cos\beta$

Dikdörtgenin karşılıklı kenarları birbirine eşit olduğuna göre,

$$\sin(\alpha + \beta) = x + y = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$$

eşitliği elde edilir.

β yerine $-\beta$ yazarsak $\sin(\alpha - \beta)$ değeri bulunur.

$$\sin(90° - (\alpha + \beta)) = \cos(\alpha + \beta)$$

eşitliği yardımıyla da kosinüs toplam formülü elde edilir.

Şimdi bölümdeki adımlara geçelim.

ADIM



TOPLAM - FARK FORMÜLLERİ

Sinüs Toplam ve Fark Formülü

$\sin(a+b) = \sin a.\cos b + \cos a.\sin b$

$\sin(a-b) = \sin a.\cos b - \cos a.\sin b$

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

$\sin 20°.\cos 40° + \cos 50°.\sin 110°$

işleminin sonucu nedir?

Çözüm

Soruda verilen toplamı sinüs toplam formülüne benzetmek için açıları düzenleyelim.

$\sin 20°.\cos 40° + \cos 50°.\sin 110°$

$= \sin 20°.\cos 40° + \cos(90°-50°).\sin(90°+20°)$

$= \sin 20°.\cos 40° + \sin 40°.\cos 20°$

$= \sin(20°+40°) = \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ bulunur.

ÖRNEK 2

$\sin x.\cos(60°-x) + \cos x.\sin(x-60°)$

işleminin sonucu nedir?

Çözüm

Bu soruyu da sinüs toplam - fark formülüne benzeterek çözelim.

Önce açıları düzenleyelim.

HATIRLATMA !

$\sin(-x) = -\sin x$

$\sin x \,.\, \cos(60-x) + \cos x \,.\, \sin(x-60)$

$= \sin x \,.\, \cos(60-x) + \cos x \,.\, \sin(-(60-x))$

$= \sin x \,.\, \cos(60-x) - \cos x \,.\, \sin(60-x)$

$= \sin(x-(60-x)) = \sin(2x-60)$ bulunur.

ÖRNEK 3

$\sin(a+b) = \frac{1}{3} \quad \sin(a) = \frac{3}{5}$

olduğuna göre, sin(2a+b) kaçtır?

Çözüm

sin(2a+b) yi elde edebilmek için soruda verilen diğer açılardan yararlanmalıyız. O halde,

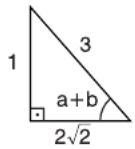
$\sin(a+b+a) = \sin(2a+b)$ olduğuna göre $\sin(2a+b)$ nin değerini sinüs toplam formülüyle bulabiliriz.

$\sin(2a+b) = \sin((a+b)+a)$

$\overset{\bigstar}{=} \sin(a+b) \,.\, \cos a + \cos(a+b) \,.\, \sin a$

$\sin(a+b) = \frac{1}{3}$ olduğundan

dik üçgenden yararlanarak $\cos(a+b)$ yi bulalım.



$\cos(a+b) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\sin a = \frac{3}{5}$ ise dik üçgenden $\cos a = \frac{4}{5}$ bulunur.

Bulduklarımızı (★) eşitliğinde yerine yazalım.

$\sin(2a+b) = \sin(a+b) \,.\, \cos a - \cos(a+b) \,.\, \sin a$

$= \frac{1}{3}.\frac{4}{5} + \frac{2\sqrt{2}}{3}.\frac{3}{5}$

$= \frac{4+6\sqrt{2}}{15}$ bulunur.

ÖRNEK 4

$\sin x + \cos y = \frac{1}{2}$ ve $\cos x + \sin y = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, sin(x+y) kaçtır?

Çözüm

İstenen ifadeyi elde edebilmek için eşitliklerin her iki tarafının karesini alalım.

$(\sin x + \cos y)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ ... (1)

$(\cos x + \sin y)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2$ ... (2)

$\sin^2 x + \cos^2 y + 2\sin x.\cos y = \frac{1}{4}$ ... (1)

$\cos^2 x + \sin^2 y + 2\cos x.\sin y = \frac{1}{9}$ ... (2)

Son elde ettiğimiz eşitlikleri taraf tarafa toplayalım.

$\overbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}^{1} + \overbrace{\cos^2 y + \sin^2 y}^{1} + 2\overbrace{(\sin x.\cos y + \cos x.\sin y)}^{\sin(x+y)} = \frac{1}{4} + \frac{1}{9}$

$2 + \sin(x+y) = \frac{1}{4} + \frac{1}{9}$

$2 + 2\sin(x+y) = \frac{13}{36}$

$\sin(x+y) = -\frac{59}{72}$ bulunur.

ÖRNEK 5

$0 < x < \frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2} < y < \pi$ olmak üzere,

$\tan x = \frac{3}{4}$

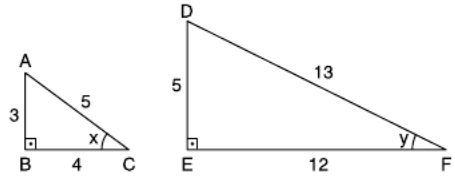
$\sin y = \frac{5}{13}$

olduğuna göre, sin(x + y) kaçtır?

Çözüm

$\sin(x+y) \overset{\star}{=} \sin x.\cos y + \sin y.\cos x$

x ve y nin trigonometrik oranlarını bulmak için ilgili dik üçgenleri çizelim.



$\sin x = \frac{3}{5}$, $\cos y = -\frac{12}{13}$ (II. bölgede kosinüs negatiftir.)

$\cos x = \frac{4}{5}$, $\sin y = \frac{5}{13}$

Bulduklarımızı (★) eşitliğinde yerine yazalım.

$\sin(x + y) = \frac{3}{5}\cdot\frac{-12}{13} + \frac{5}{13}\cdot\frac{4}{5} = -\frac{16}{65}$ bulunur.

ÖRNEK 6

$$\frac{\sin5^\circ + \sqrt{3}\cdot\cos5^\circ}{\cos25^\circ}$$

işleminin sonucu nedir?

Çözüm

NOT !

Trigonometrik sorularda $\sqrt{3}$ yerine $\tan 60^\circ$, $\frac{\sqrt{3}}{3}$ yerine $\tan 30^\circ$ yazmak genelikle kolaylık sağlar.

Biz de bu soruda $\tan60^\circ = \sqrt{3}$ yazalım,

$$= \frac{\sin5^\circ + \tan60^\circ\cdot\cos5^\circ}{\cos25^\circ} = \frac{\sin5^\circ + \frac{\sin60^\circ}{\cos60^\circ}\cdot\cos5^\circ}{\cos25^\circ}$$

$$= \frac{\sin5^\circ\cdot\cos60^\circ + \sin60^\circ\cdot\cos5^\circ}{\cos60^\circ\cdot\cos25^\circ}$$

$$= \frac{\sin(5^\circ + 60^\circ)}{\cos60^\circ\cdot\cos25^\circ}$$

$$= \frac{\sin65^\circ}{\cos60^\circ\cdot\cos25^\circ}$$

$$= \frac{\cancel{\cos25^\circ}}{\cos60^\circ\cdot\cancel{\cos25^\circ}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1. $\sin(\alpha + 45^\circ) + \sin(45^\circ - \alpha)$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\cos\alpha$ B) $\sin\alpha$ C) $\sqrt{2}.\cos\alpha$ D) $\sqrt{2}.\sin\alpha$ E) $\sin2\alpha$

2. $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, $\pi < y < \frac{3\pi}{2}$ olmak üzere,

$\sin x = \frac{8}{17}$ ve $\tan y = \frac{4}{3}$ olduğuna göre,

$\sin(y - x)$ kaçtır?

A) $-\frac{13}{85}$ B) $\frac{11}{85}$ C) $\frac{32}{85}$ D) $\frac{77}{85}$ E) $\frac{84}{85}$

3. $\sin40^\circ = m$ olduğuna göre,

$\sin70^\circ - \frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\cos70^\circ$

ifadesinin m cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{3}m$ B) $\frac{2}{\sqrt{3}}m$ C) m D) $\frac{\sqrt{3}}{2}m$ E) $\frac{\sqrt{3}}{3}m$

4. $\frac{\sin10^\circ - \sqrt{3}.\cos10^\circ}{\cos40^\circ}$ **işleminin sonucu nedir?**

A) –2 B) –1 C) 1 D) $\sqrt{3}$ E) 2

5. $\sin50°.\cos(-60°) + \cos(-50°).\sin(-60°)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin110°$ B) $\sin20°$ C) $\sin10°$

D) $-\sin10°$ E) $-\sin110°$

6. $\sin(y-x).\cos(x+y) = \frac{1}{2}$

$\sin(x+y).\cos(x-y) = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, sin(2x) kaçtır?

A) $-\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{5}{6}$

7. $\sin(2a) = \frac{3}{5}$ ve $\sin(a-b) = \frac{1}{2}$

olduğuna göre, sin(a+b) kaçtır?

A) $\frac{3\sqrt{3}+4}{10}$ B) $\frac{3\sqrt{3}-4}{10}$ C) $\frac{3\sqrt{3}-2}{10}$

D) $\frac{3\sqrt{3}}{10}$ E) $-\frac{1}{10}$

8. $\sin(180°+a).\sin(90°+b)+\sin(90°-a).\sin b$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin(a-b)$ B) $\cos(a+b)$ C) $\sin(a+b)$

D) $\sin(b-a)$ E) $\cos(b-a)$

9. $\sin(a+b) = \frac{1}{3}$

$\sin(a-b) = \frac{1}{2}$

olduğuna göre, sina.cosb kaçtır?

A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{5}{12}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{12}$ E) $-\frac{1}{6}$

10. $x + y < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$\sin x.\cos y - \cos^2 x = -\frac{1}{2}$

$\sin^2 x - \sin y.\cos x = \frac{1}{4}$

olduğuna göre, cos(x+y) kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{15}}{2}$

D) $\frac{\sqrt{15}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

11. $\frac{\sin a.\cos b + \cos^2 a}{\sin b.\cos a - \sin^2 a} = 1$

olduğuna göre, cos(a – b) kaçtır?

A) 0 B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

12. $14x = \pi$ olmak üzere

cos13x . tan 3x + cos13x . tanx

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2 B) $\sqrt{3}$ C) 1 D) 0 E) –1

ADIM



Kosinüs Toplam ve Fark Formülü

$\cos(a+b) = \cos a.\cos b - \sin a.\sin b$

$\cos(a-b) = \cos a.\cos b + \sin a.\sin b$

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

$\cos 200°.\cos 350° + \sin 10°.\sin 20°$

işleminin sonucu nedir?

Çözüm

Soruda verilen toplamı kosinüs fark formülüne benzetmek için açıları düzenleyelim.

$\cos(180°+20°).\cos(360°-10°)+\sin 10°.\sin 20°$

$=(-\cos 20°).\cos 10°+\sin 10°.\sin 20°$

$= -(\cos 20°.\cos 10° - \sin 10°.\sin 20°)$

$= -(\cos(20°+10°)) = -\cos 30° = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

bulunur.

ÖRNEK 2

$\cos 105°$

ifadesinin eşiti nedir?

Çözüm

105° yi kosinüsünü bildiğimiz açıların toplamı biçiminde yazalım.

$\cos(105°) = \cos(60°+45°)$

$=\cos 60°.\cos 45° - \sin 60°.\sin 45°$

$=\frac{1}{2}.\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=\frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ bulunur.

ÖRNEK 3

Bir ABC üçgeninde

$\cos A = \frac{4}{5}$ ve $\cos = \frac{5}{13}$

olduğuna göre, cosC kaçtır?

Çözüm

ABC üçgeninde A + B + C = 180° olduğuna göre

C= 180° – (A+B) dir.

O halde

$\cos C = \cos(180° - (A+B))$

$= -\cos(A+B)$

$= -(\cos A.\cos B - \sin A.\sin B)$ ... (★)

$\cos A = \frac{4}{5}$ olduğuna göre dik üçgen yardımıyla

$\sin A = \frac{3}{5}$ bulunur.

$\cos B = \frac{5}{13}$ olduğuna göre $\sin B = \frac{12}{13}$ olur. Şimdi bulduklarımızı (★) eşitliğinde yerine yazalım.

$\cos C = -\frac{4}{5}.\frac{5}{13} + \frac{3}{5}.\frac{12}{13} = \frac{16}{65}$ olur.

ÖRNEK 4

$\sin a.\sin b = \frac{1}{2}$ ve $\cos a.\cos b = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, $\cos^2(a+b) - \cos^2(a-b)$ kaçtır?

Çözüm

$\cos^2(a+b) - \cos^2(a-b)$

$= \underbrace{(\cos(a+b) - \cos(a-b))}_{(★)} \underbrace{(\cos(a+b) + \cos(a-b))}_{(★★)}$

$\cos(a+b) = \cos a.\cos b - \sin a.\sin b$ ... (1)

$\cos(a-b) = \cos a.\cos b + \sin a.\sin b$ ... (2)

olduğuna göre,

(1) – (2) işleminden –2.sina.sinb ... (★) elde edilir.

(1) + (2) işleminden 2.cosa.cosb ... (★★) elde edilir.

Bulduklarımızı soruda yerine yazalım.

$\cos^2(a+b)-\cos^2(a-b) = (-2\sin a.\sin b)(2\cos a.\cos b)$

$= -2.\frac{1}{2}.2.\frac{1}{3}$

$= -\frac{2}{3}$ bulunur.

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1. $\sin50°.\sin10° - \cos50°.\cos10°$

işleminin sonucu nedir?

A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. $\cos(45° - x) = -\frac{1}{4}$

olduğuna göre, cosx+sinx toplamı kaçtır?

A) 1 B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$

3. $\frac{\cos x}{\sin y} = \frac{\sin x}{\cos y}$

olduğuna göre, sin(x+y) kaç olabilir?

A) –1 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. $\cos a.\cos b = \sin a.\sin b + \sin30°$

olduğuna göre, cos (2a+2b) kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) 0 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

5. $\cos(x - y) = \frac{1}{4}$

$\tan x + \cot y = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, cosx . siny kaçtır?

A) 2 B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) –1 E) $-\frac{3}{2}$

6. **x ve y geniş açı olmak üzere**

$\cot x . \cot y = 1$

olduğuna göre, sin(x+y) kaçtır?

A) 1 B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) –1

7. $\sin x = \cos x = a$

$\cos(x + y) = \frac{2a}{3}$

olduğuna göre, cosy.siny kaçtır?

A) $-\frac{1}{5}$ B) $\frac{5}{18}$ C) $\frac{5}{9}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{9}{4}$

8. $\tan(45°+x) = \cot y$

olduğuna göre, cot(x + y) kaçtır?

A) $2\sqrt{2}$ B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

ADIM



Tanjant ve Kotanjant Toplam - Fark Formülleri

$$\tan(a+b)=\frac{\tan a+\tan b}{1-\tan a.\tan b}$$

$$\tan(a-b)=\frac{\tan a-\tan b}{1+\tan a.\tan b}$$

$$\cot(a+b)=\frac{\cot a.\cot b-1}{\cot a+\cot b}$$

$$\cot(a-b)=\frac{\cot a.\cot b+1}{\cot b-\cot a}$$

$$\tan(a+b)=\frac{1}{\cot(a+b)}$$

$$\tan(a-b)=\frac{1}{\cot(a-b)}$$

olduğundan kotanjant formülü uygulanması gereken sorularda soruyu tanjant formülü yardımıyla çözüp sonra sonucun çarpmaya göre tersi bulunarak kotanjant değeri elde edilmiş olur. Burada amaç daha az formül ezberlemektir.

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

cot75° ifadesinin eşiti nedir?

Çözüm

$\cot 75°=\frac{1}{\tan 75°}$ olduğundan soruyu tanjant formülü ile çözelim.

$\tan 75°=\tan(45°+30°)$

$$=\frac{\tan 45°+\tan 30°}{1-\tan 45°.\tan 30°}$$

$$\tan 75°=\frac{1+\frac{\sqrt{3}}{3}}{1-1.\frac{\sqrt{3}}{3}}$$

$$\tan 75°=\frac{\frac{3+\sqrt{3}}{3}}{\frac{3-\sqrt{3}}{3}}=\frac{3+\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}$$

olduğuna göre,

$\cot 75°=\frac{3-\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}$ olur.

ÖRNEK 2

$\tan x=\frac{1}{2}$, $\tan(x-y)=4$

olduğuna göre, coty kaçtır?

Çözüm

$$\tan(x-y)=\frac{\tan x-\tan y}{1+\tan x.\tan y}$$

$$4=\frac{\frac{1}{2}-\tan y}{1+\frac{\tan y}{2}}$$

içler dışlar çarpımı yapılırsa

$4+2\tan y=\frac{1}{2}-\tan y$

$4-\frac{1}{2}=-2\tan y-\tan y$ ise $\tan y=-\frac{7}{6}$ olur.

$\cot y=\frac{1}{\tan y}$ olduğundan $\cot y=-\frac{6}{7}$ bulunur.

ÖRNEK 3

$$\frac{\tan^2 50°-\tan^2 10°}{1-\tan^2 50°.\tan^2 10°}$$

işleminin sonucu nedir?

Çözüm

Pay ve paydadaki iki kare farklarını düzenleyelim.

$$\frac{\tan^2 50°-\tan^2 10°}{1-\tan^2 50°.\tan^2 10°}=\frac{(\tan 50°-\tan 10°)(\tan 50°+\tan 10°)}{(1-\tan 50°.\tan 10°)(1+\tan 50°.\tan 10°)}$$

Düzenleme sonucunda ifadede hem tanjant toplam formülü hem de tanjant fark formülü olduğu görülür.

O halde

$$=\frac{(\tan 50°-\tan 10°)}{(1+\tan 50°.\tan 10°)}.\frac{(\tan 50°+\tan 10°)}{(1-\tan 50°.\tan 10°)}$$

$=\tan(50°-10°).\tan(50°+10°)$

$=\tan 40°.\tan 60°=\sqrt{3}.\tan 40°$

bulunur.

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1. $x, y \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ olmak üzere,

$\tan x = \frac{1}{2}$, $\cot y = \frac{3}{4}$

olduğuna göre, tan(x+y) kaçtır?

A) 1 B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{11}{2}$

2. $\frac{\tan 40^\circ . \tan 20^\circ - 1}{\tan 40^\circ + \tan 20^\circ}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $-\sqrt{3}$ B) -1 C) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) 1 E) $\sqrt{3}$

3. $\tan(x+y) = \frac{1}{2}$, $\cot x = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, coty kaçtır?

A) -2 B) -1 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

4. Bir ABC üçgeninde

$\tan A = \frac{1}{4}$, $\tan B = \frac{4}{3}$

olduğuna göre, cotC kaçtır?

A) $\frac{8}{3}$ B) $\frac{4}{19}$ C) $\frac{7}{12}$ D) $-\frac{8}{19}$ E) $-\frac{3}{8}$

5. $\frac{\tan^2 35^\circ - \tan^2 10^\circ}{1 - \tan 35^\circ . \tan 10^\circ} + \tan 10^\circ$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 B) tan 35° C) tan 25°

D) tan 10° E) -1

6. $\frac{1 - \tan x}{1 + \tan x}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) tan(x–1°) B) tan 2x C) cot x

D) tan(45°–x) E) cot(45°–x)

7. Bir ABC üçgeninde

cot C = 3, tan(2A+B) = 2

olduğuna göre, tanA kaçtır?

A) -3 B) $-\frac{1}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) 7

8. $\frac{\tan(x + 45^\circ)}{\cot(x - 45^\circ)}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –1 B) tan x C) cot x

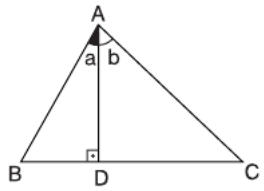
D) $\tan^2 x$ E) 1

ADIM

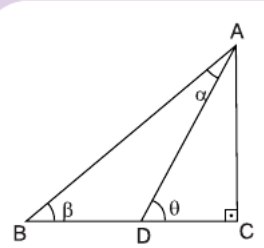


Toplam – Fark Formüllerinin Şekil Sorularına Uygulanması

Bir şekildeki herhangi bir açının sin, cos, tan, cot değerlerini bulmak için açıyı, iki açının toplamı veya farkı şeklinde yazarak toplam fark formüllerinden yararlanabiliriz.



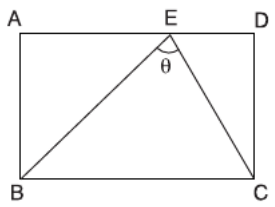
tan(BÂC) = tan(a+b) gibi ...



tan α = tan(θ–β) gibi ...

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

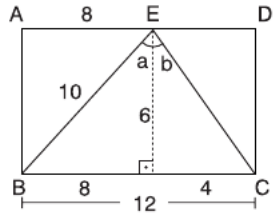


ABCD bir dikdörtgen
|AE| = 2|ED|
|BC| = 12 cm,
|BE| = 10 cm
m(BÊC) = θ

olduğuna göre, tan θ kaçtır?

Çözüm

tanθ yı bulmak için θ açısını iki açının toplamı biçiminde yazalım.

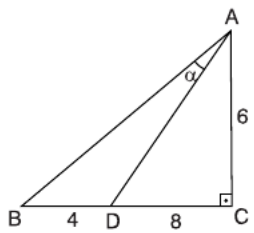


$$\tan\theta = \tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a.\tan b}$$

$$\tan\theta = \frac{\frac{8}{6} + \frac{4}{6}}{1 - \frac{8}{6}\cdot\frac{4}{6}}$$

$$\tan\theta = \frac{\frac{12}{6}}{\frac{1}{9}} = 18 \text{ bulunur.}$$

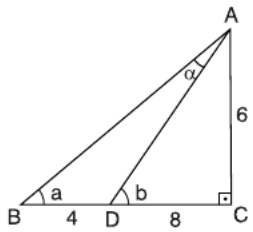
ÖRNEK 2



ABC bir üçgen
[AC] ⊥ [BC]
m(BÂD) = α

olduğuna göre, cot α kaçtır?

Çözüm



$$\cot\alpha = \cot(b-a)$$

$$\cot(b-a) = \frac{1}{\tan(b-a)}$$

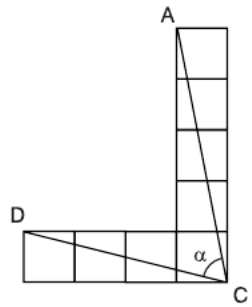
$$\tan(b-a) = \frac{\tan b - \tan a}{1 + \tan b.\tan a}$$

$$= \frac{\frac{6}{8} - \frac{6}{12}}{1 + \frac{6}{8}\cdot\frac{6}{12}} = \frac{2}{11}$$

$$\tan(b-a) = \frac{2}{11} \text{ ise } \cot(b-a) = \frac{11}{2}$$

$$\cot\alpha = \cot(b-a) = \frac{11}{2} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 3

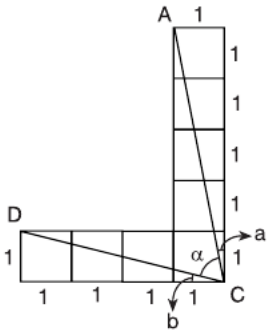


Şekil özdeş karelerden oluşmuştur.

$m(\widehat{ACB}) = \alpha$

Buna göre, $\cot\alpha$ kaçtır?

Çözüm



Şekildeki karelerin her bir kenarını 1 birim kabul edelim.

$\alpha = 90 - (a+b)$ olduğundan

$\cot\alpha = \cot(90-(a+b))$

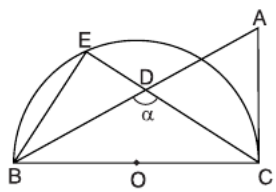
$\cot\alpha = \tan(a+b)$ olur.

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a . \tan b}$$

$$= \frac{\frac{1}{5}+\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{5}.\frac{1}{4}} = \frac{\frac{9}{20}}{\frac{19}{20}}$$

$$\cot\alpha = \frac{9}{19} \text{ olur.}$$

ÖRNEK 4



Yukarıdaki şekildeki O merkezli yarım çemberin çapı 5 br dir.

[AC] çembere teğettir.

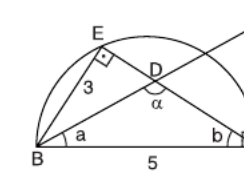
$m(\widehat{BDC}) = \alpha$ ve $|AC| = |BE| = 3$ cm olduğuna göre $\tan\alpha$ kaçtır?

Çözüm

HATIRLATMA !

Çapı gören çevre açısının ölçüsü 90° dir.

Hatırlatma yardımıyla $m(\widehat{BEC}) = 90°$ dir. Ayrıca [AC] çembere teğet olduğundan $m(\widehat{BCA}) = 90°$ dir.



$\alpha = 180° - (a+b)$ olduğundan

$\tan\alpha = \tan(180° - (a+b))$

$\tan\alpha = -\tan(a+b)$ olur.

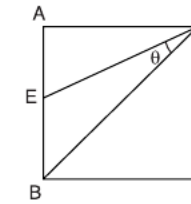
$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a . \tan b}$$

$$= \frac{\frac{3}{5}+\frac{3}{4}}{1-\frac{3}{5}.\frac{3}{4}} = \frac{\frac{27}{20}}{\frac{11}{20}} = \frac{27}{11}$$

O halde $\tan\alpha = -\tan(a+b)$

$$\tan\alpha = -\frac{27}{11} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 5



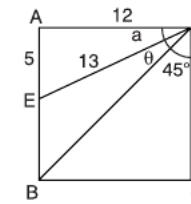
ABCD kare

$12|AE| = 5|AD|$

$m(\widehat{BDE}) = \theta$

olduğuna göre, $\sin\theta$ kaçtır?

Çözüm



$$\frac{|AE|}{|AD|} = \frac{5}{12} \text{ dir.}$$

$a + \theta = 45°$ ise $\theta = 45° - a$ dir.

O halde $\sin\theta = \sin(45°-a)$ olur.

$\sin(45° - a) = \sin 45°.\cos a - \cos 45°.\sin a$

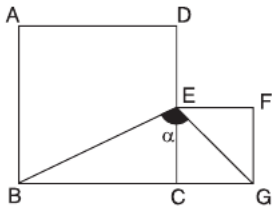
$$\sin\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}.\frac{12}{13} - \frac{\sqrt{2}}{2}.\frac{5}{13}$$

$$\sin\theta = \frac{12\sqrt{2}}{26} - \frac{5\sqrt{2}}{26}$$

$$\sin\theta = \frac{7\sqrt{2}}{26} \text{ bulunur.}$$

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1.

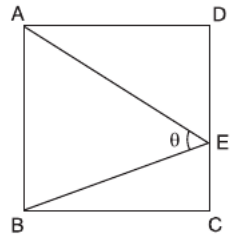


ABCD ve ECGF kare
B, C, G noktaları doğrusal
$|DC| = 2|EC|$
$m(\widehat{BEG}) = \alpha$

olduğuna göre, tan α kaçtır?

A) -3 B) -2 C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 3

2.

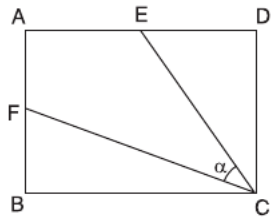


ABCD kare
$|AB| = 3|EC|$
$m(\widehat{AEB}) = \theta$

olduğuna göre, cot θ kaçtır?

A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{7}{9}$ D) $\frac{9}{7}$ E) 2

3.

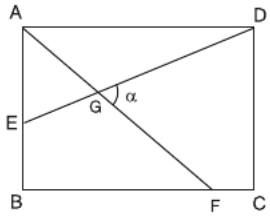


ABCD dikdörtgen
$|AE| = |ED| = 12$ cm
$|DC| = 4|FB| = 8$ cm
$m(\widehat{ECF}) = \alpha$

olduğuna göre, tan α kaçtır?

A) $\frac{11}{2}$ B) $\frac{7}{3}$ C) $\frac{11}{7}$ D) $\frac{21}{38}$ E) $\frac{1}{7}$

4.

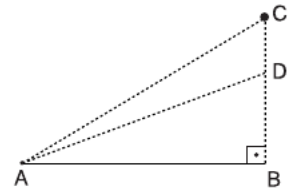


ABCD dikdörtgen
$|AE| = 4$ cm
$|EB| = |FC| = 2$ cm
$|BF| = 6$ cm
$m(\widehat{DGF}) = \alpha$

olduğuna göre, tan α kaçtır?

A) -3 B) -1 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 3

5.

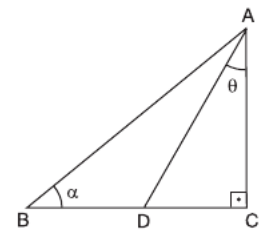


$[AB] \perp [CB]$
$|AB| = 12$ m
$|DB| = 3$ m

A noktasında bulunan bir kişi C noktasından bırakılan topun serbest düşmesini gözlemlemektedir.
Saniyede 3 metre hızla düşen top 5 saniye yol aldıktan sonra D noktasına geldiği anda gözlemcinin C noktasından D noktasına kadar takip ettiği açının tanjant değeri kaç olur?

A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{10}{11}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{11}$

6.

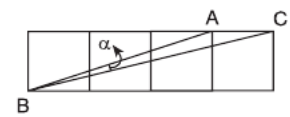


ABC dik üçgen
$[AC] \perp [BC]$
$m(\widehat{DAC}) = \theta$
$m(\widehat{ABC}) = \alpha$
$|AC| = 3$ cm
$|DC| = 2$ cm

$\tan(\alpha+\theta) = 2$ olduğuna göre, $|BD|$ kaç cm dir?

A) 4 B) $\frac{13}{4}$ C) $\frac{9}{4}$ D) $\frac{5}{4}$ E) $\frac{3}{4}$

7.

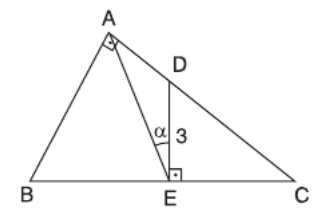


Yandaki şekilde 4 özdeş kare verilmiştir.

$m(\widehat{ABC}) = \alpha$ olduğuna göre, tan α kaçtır?

A) $\frac{1}{13}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{11}{13}$ E) $\frac{12}{11}$

8.



ABC bir dik üçgen
$[AB] \perp [AC]$
$[ED] \perp [BC]$
$|BE| = |EC| = 4$
$|ED| = 3$
$m(\widehat{AED}) = \alpha$

olduğuna göre, sin α kaçtır?

A) $\frac{16}{25}$ B) $\frac{13}{25}$ C) $\frac{9}{25}$ D) $\frac{8}{25}$ E) $\frac{7}{25}$

ADIM



YARIM AÇI FORMÜLLERİ

Sinüs Yarım Açı Formülü

Yarım açı formülleri toplam formüllerden elde edilmiştir. Sinüs yarım açı formülünü sinüs toplam formülü yardımıyla bulalım.

$\sin(a+b) = \sin a.\cos b + \cos a.\sin b$

$a=b$ olursa

$\sin(a+a) = \sin a.\cos a + \cos a.\sin a$ buradan

$\sin 2a = 2\sin a \cdot \cos a$ bulunur.

Bu formül yardımıyla örneğin;

$\sin 50 = 2.\sin 25 . \cos 25$

$\sin 8x = 2 \sin 4x . \cos 4x$

$\sin a = 2\sin\frac{a}{2}\cdot\cos\frac{a}{2}$

eşitlikleri elde edilir.

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

$\sin a . \cos a . \cos 2a = \frac{1}{5}$

olduğuna göre, sin 4a kaçtır?

Çözüm

$\sin 2a = 2 \sin a . \cos a$

olduğuna göre, bu eşitlikten yararlanmak için eşitliğin her iki tarafını 2 ile çarpalım

$\underbrace{2.\sin a . \cos a}\ . \cos 2a = 2.\frac{1}{5}$

$\sin 2a . \cos 2a = \frac{2}{5}$

$\sin 4a = 2 \sin 2a . \cos 2a$ olduğuna göre

$\sin 4a = 2.\frac{2}{5} = \frac{4}{5}$ bulunur.

ÖRNEK 2

$\sin x + \cos x = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, sin 2x kaçtır?

Çözüm

Eşitliğin her iki tarafının karesini alarak sin2x i bulmaya çalışalım.

$(\sin x + \cos x)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2$

$\underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_{1} + \underbrace{2.\sin x.\cos x}_{\sin 2x} = \frac{1}{9}$

$1 + \sin 2x = \frac{1}{9}$ ise $\sin 2x = -\frac{8}{9}$ bulunur.

ÖRNEK 3

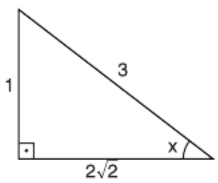
$\sin x = \frac{1}{3}$, $\cos 2y = \frac{3}{5}$

olduğuna göre sin 2x . sin 4y kaçtır?

Çözüm

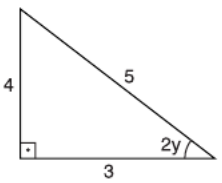
$\sin 2x . \sin 4y = 2.\sin x . \cos x . 2 \sin 2y . \cos 2y$

$\sin x = \frac{1}{3}$ ise dik üçgen yardımıyla



$\cos x = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\cos 2y = \frac{3}{5}$ ise dik üçgen yardımıyla



$\sin 2y = \frac{4}{5}$

bulunur. Bulduklarımızı yerine yazalım.

$\sin 2x.\sin 4y = 2\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2\sqrt{2}}{3}\cdot 2\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{5} = \frac{32\sqrt{2}}{75}$

bulunur.

ÖRNEK 4

a dar açı olmak üzere

$\frac{\sqrt{1+\sin 2a}}{\sin^2 a - \cos^2 a} = 2$

olduğuna göre, sina–cosa kaçtır?

Çözüm

$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$ olduğuna göre

$1+\sin 2a = \sin^2 a + \cos^2 a + \sin 2a$

$= \sin^2 a + \cos^2 a + 2.\sin a.\cos a$

son elde edilen eşitlik tam kare ifadedir. Yani

$1+\sin 2a = (\sin a + \cos a)^2$

$$\frac{\sqrt{1+\sin 2a}}{\sin^2 a-\cos^2 a}=\frac{\sqrt{(\sin a+\cos a)^2}}{(\sin a-\cos a)(\sin a+\cos a)}$$

$$2=\frac{|\overset{(\star)}{\sin a+\cos a}|}{(\sin a-\cos a)(\sin a+\cos a)}$$

a, dar açı olduğundan (★) (sin a + cos a) pozitiftir.
O halde mutlak değeri kaldırırsak

$$2=\frac{\cancel{\sin a+\cos a}}{(\sin a-\cos a)(\cancel{\sin a+\cos a})}$$

sadeleşme sonucunda içler dışlar çarpımı yapılırsa

$\sin a-\cos a=\frac{1}{2}$ olur.

ÖRNEK 5

$\cos 48^\circ = x$ olduğuna göre,

sin 84° ün x türünden eşiti nedir?

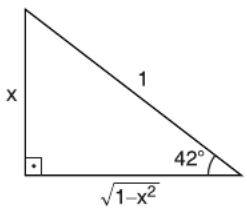
Çözüm

Bu tür sorularda verilen açıyı değiştirerek istenen değer bulunmaya çalışılır.

$\cos 48^\circ = \sin 42^\circ = x$ dir.

$\sin 84^\circ = 2.\sin 42^\circ.\cos 42^\circ$

olduğuna göre, dik üçgen yardımıyla cos 42° nin değerini bulalım.



$\sin 42^\circ = x$ ise

$\cos 42^\circ = \frac{\sqrt{1-x^2}}{1}$

O halde

$\sin 84^\circ = 2.\sin 42^\circ.\cos 42^\circ = 2.x.\sqrt{1-x^2}$ bulunur.

ÖRNEK 6

$\cos 20^\circ . \cos 40^\circ . \cos 80^\circ$

ifadesinin eşiti nedir?

Çözüm

Soruda sinüs yarım açı formülünden yararlanmak için pay ve paydayı sin 20° ile genişletelim. Yani

$$\frac{\sin 20^\circ}{\sin 20^\circ}\cdot\cos 20^\circ.\cos 40^\circ.\cos 80^\circ$$

$$=\frac{\overset{\frac{\sin 40^\circ}{2}}{\sin 20^\circ.\cos 20^\circ}.\cos 40^\circ.\cos 80^\circ}{\sin 20^\circ}$$

$$=\frac{\sin 40^\circ.\cos 40^\circ.\cos 80^\circ}{2.\sin 20^\circ}$$

$\sin 40^\circ.\cos 40^\circ=\frac{\sin 80^\circ}{2}$ olduğundan

$$=\frac{\sin 80^\circ.\cos 80^\circ}{4.\sin 20^\circ}$$

$\sin 80^\circ.\cos 80^\circ=\frac{\sin 160^\circ}{2}$ olduğundan

$$=\frac{\sin 160^\circ}{4.2.\sin 20^\circ}=\frac{\sin 160^\circ}{8.\sin 20^\circ}$$

$\sin 160^\circ = \sin 20^\circ$ olduğundan sonuç

$=\frac{\sin 20^\circ}{8.\sin 20^\circ}=\frac{1}{8}$ bulunur.

ÖRNEK 7

$\sin 2x=\frac{1}{3}$

$\sin^3 x-\cos^3 x=\frac{1}{6}$

olduğuna göre, sinx – cosx kaçtır?

Çözüm

HATIRLATMA !

$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

$\sin^3 x-\cos^3 x=\frac{1}{6}$

$$\frac{1}{6}=(\sin x-\cos x).(\sin^2 x+\overbrace{\sin x.\cos x}^{\frac{\sin 2x}{2}}+\cos^2 x)$$

$$\frac{1}{6}=(\sin x-\cos x)\cdot\left(1+\frac{1}{6}\right)$$

$$\frac{1}{6}=(\sin x-\cos x)\cdot\left(\frac{7}{6}\right)$$

$\sin x-\cos x=\frac{1}{7}$ bulunur.

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1. $a < \frac{\pi}{8}$ olmak üzere,

$\sin 2a.\cos 2a = \frac{1}{4}$

olduğuna göre, cos4a kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{8}$

2. $x < \frac{\pi}{4}$ olmak üzere,

$\sin x - \cos x = \frac{1}{2}$

olduğuna göre, cot2x kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{7}}{3}$ E) 2

3. $a < \frac{\pi}{8}$ olmak üzere,

$\sin a = \frac{1}{\sqrt{3}}$

olduğuna göre, sin4a kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{2}}{9}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ D) $\frac{2\sqrt{7}}{3}$ E) $\frac{4\sqrt{2}}{9}$

4. $(\sin x.\cos y - \cos x.\sin y)(\cos x.\cos y + \sin x.\sin y) = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, sin(2x-2y) kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{6}$

5. $\frac{\sin^2 20° - \cos^2 20°}{1 - \sin 40°} = x$

olduğuna göre, tan20° nin x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{x}$ B) $\frac{x}{2}$ C) $\frac{x-1}{x}$ D) $\frac{x+1}{x-1}$ E) $\frac{x-1}{x+1}$

6. $\frac{\sin 21°}{\sin 7°} - \frac{\cos 21°}{\cos 7°}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) tan14° B) cot14° C) sin14° D) $\frac{1}{2}$ E) 2

7. $0 < a < \frac{\pi}{8}$ olmak üzere

$\sin 8a = 2\sin a$

olduğuna göre, cosa . cos2a . cos4a işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

8. $(\cos(x+y))^2 + (\sin(x-y))^2$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) sinx.cosy B) 2sin(x–y)cos(x+y)

C) 1 – sinx.cosy D) 1 – sin2x.cos2y

E) 1 – sin2x.sin2y

ADIM



Kosinüs Yarım Açı Formülleri

Kosinüs yarım açı formüllerini bulmak için kosinüs toplam formülü kullanılır.

Yani

$\cos(a+b) = \cos a.\cos b - \sin a.\sin b$

$a = b$ olursa

$\cos(a+a) = \cos a.\cos a - \sin a.\sin a$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

bulunur.

Bu eşitliği $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$ özdeşliğini kullanarak değiştirebiliriz. Böylece

$$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$$

$$\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$$

eşitlikleri elde edilmiş olur. Bu üç formül kosinüs yarım açı formülleridir.

Bu eşitlikler yardımıyla örneğin,

$$\cos 50^\circ = \cos^2 25^\circ - \sin^2 25^\circ$$

$$= 2\cos^2 25^\circ - 1$$

$$= 1 - 2\sin^2 25^\circ$$

$$\cos x = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}$$

$$= 2\cos^2 \frac{x}{2} - 1 = 1 - 2\sin^2 \frac{x}{2}$$

eşitlikleri elde edilebilir.

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

$$\frac{\sin^2 20^\circ - \cos^2 20^\circ}{(1 - 2\sin^2 10^\circ)\sin 20^\circ}$$

işleminin sonucu nedir?

Çözüm

$$\sin^2 20^\circ - \cos^2 20^\circ = -(\cos^2 20^\circ - \sin^2 20^\circ)$$

$$= -(\cos 40^\circ)$$

$$1 - 2\sin^2 10^\circ = \cos 20^\circ$$

olduğundan

$$\frac{\sin^2 20^\circ - \cos^2 20^\circ}{(1 - \sin^2 10^\circ)(\sin 20^\circ)} = \frac{-\cos 40^\circ}{\cos 20^\circ.\sin 20^\circ}$$ olur.

$\sin 40^\circ = 2\sin 20^\circ.\cos 20^\circ$ olduğundan sonuç olarak,

$$\frac{-\cos 40^\circ}{\cos 20^\circ.\sin 20^\circ} = \frac{-\cos 40^\circ}{\frac{\sin 40^\circ}{2}}$$

$$= -\frac{2\cos 40^\circ}{\sin 40^\circ}$$

$$= -2\cot 40^\circ$$ elde edilir.

ÖRNEK 2

$\cos 40^\circ = x$ ise, **$\cos 20^\circ$ nin x türünden eşiti nedir?**

Çözüm

$$\cos 40^\circ = 2\cos^2 20^\circ - 1$$ dir.

$$x = 2\cos^2 20^\circ - 1$$

$$x + 1 = 2\cos^2 20^\circ$$

$$\frac{x+1}{2} = \cos^2 20^\circ$$ ise $\cos 20^\circ = \sqrt{\frac{x+1}{2}}$ bulunur.

ÖRNEK 3

$$\cos^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{\pi}{12}$$

işleminin sonucu nedir?

Çözüm

$\cos \frac{\pi}{4} = 2\cos^2 \frac{\pi}{8} - 1$ olduğundan

$$\cos^2 \frac{\pi}{8} = \left(\cos \frac{\pi}{4} + 1\right).\frac{1}{2}$$

$$\cos^2 \frac{\pi}{8} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right).\frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{2}+2}{4}$$ bulunur.

$\cos \frac{\pi}{6} = 1 - 2\sin^2 \frac{\pi}{12}$ olduğundan

$$\sin^2 \frac{\pi}{12} = \left(1 - \cos \frac{\pi}{6}\right).\frac{1}{2}$$

$$\sin^2 \frac{\pi}{12} = \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right).\frac{1}{2}$$

$$= \frac{2-\sqrt{3}}{4}$$ bulunur.

O hade sonuç;

$$\cos^2\frac{\pi}{8}+\sin^2\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{2}+2}{4}+\frac{2-\sqrt{3}}{4}$$

$$=\frac{4-\sqrt{3}+\sqrt{2}}{4}\text{ olur.}$$

ÖRNEK 4

$$\frac{1+\cos x}{\sin x}$$

ifadesinin sadeleşmiş hali nedir?

Çözüm

Sadeleşme gerçekleşmesi için pay kısmında bulunan 1 i kosinüs yarım açı formülü yardımıyla yok edelim.

$$\cos x=2\cos^2\frac{x}{2}-1,\quad \sin x=2.\sin\frac{x}{2}.\cos\frac{x}{2}$$

olduğundan bu ifadeleri yerine yazarsak

$$\frac{1+2\cos^2\frac{x}{2}-1}{2\sin\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{2}}=\frac{2\cos^2\frac{x}{2}}{2\sin\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{2}}$$

$$=\frac{\cos\frac{x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}=\cot\frac{x}{2}$$

elde edilir.

ÖRNEK 5

$$\frac{\cos^4 x-\sin^4 x}{\sin x.\cos x}=8$$

olduğuna göre, cos4x kaçtır?

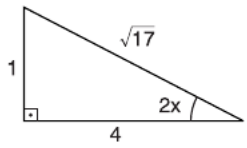
Çözüm

$$\frac{\cos^4 x-\sin^4 x}{\sin x.\cos x}=\frac{(\cos^2 x-\sin^2 x)\overbrace{(\cos^2 x+\sin^2 x)}^{1}}{\sin x.\cos x}$$

$$=\frac{\cos^2 x-\sin^2 x}{\sin x.\cos x}=\frac{\cos 2x}{\frac{\sin 2x}{2}}=8$$

$$\cot 2x=4\text{ olur.}$$

Buradan dik üçgen yardımıyla cos2x i bulalım.



$\cos 2x=\frac{4}{\sqrt{17}}$ olur.

Şimdi cos2x yardımıyla yarım açı formülünden cos4x i bulalım.

$$\cos 4x=2\cos^2 2x-1$$

$$=2.\left(\frac{4}{\sqrt{17}}\right)^2-1=\frac{2.16}{17}-1$$

$$=\frac{32}{17}-1$$

$$=\frac{15}{17}\text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 6

x dar açı olmak üzere,

$$\frac{\sqrt{1-\cos x}}{\sin x}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

olduğuna göre, cosx kaçtır?

Çözüm

$$\cos x=1-2\sin^2\frac{x}{2}$$

$$\sin x=2.\sin\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{2}$$

eşitliklerini sorunun çözümü için kullanalım.

$$\frac{\sqrt{1-\left(1-2\sin^2\frac{x}{2}\right)}}{2\sin\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{2}}=\frac{\sqrt{2\sin^2\frac{x}{2}}}{2\sin\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{2}}$$

$$\frac{\sqrt{2}\left|\sin\frac{x}{2}\right|}{2\sin\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

x dar açı olduğundan mutlak değer içi pozitiftir.

$$\frac{\sqrt{2}.\sin\frac{x}{2}}{2\sin\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\quad\text{ise}\quad\cos\frac{x}{2}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\text{ olur.}$$

Ohalde

$$\cos x=2\cos^2\frac{x}{2}-1=2\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2-1=\frac{4}{3}-1=\frac{1}{3}\text{ bulunur.}$$

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1. $\cos^4 10° - \sin^4 10° = x$

olduğuna göre, cos40° ın x türünden eşiti nedir?

A) x^2 B) $2x$ C) $2x^2 - 1$ D) $2x+1$ E) $1 - 2x^2$

2. $\cos 12° = a$

olduğuna göre, cos48° in a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $a^4 - 2a^2$ B) $3a^4 - 1$ C) $8a^4 - 8a^2 + 1$ D) $8a^4 - 8a^2 + 2$ E) $a^4 - 2a^2 + 2$

3. $\sin x . \cos x = \frac{1}{\sqrt{6}}$

olduğuna göre, cos8x kaçtır?

A) $\frac{17}{18}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $-\frac{7}{9}$ E) $-\frac{8}{9}$

4. $\frac{\sin 2a}{1+\cos 2a} = \frac{3}{4}$

olduğuna göre, cos2a kaçtır?

A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{9}{25}$ D) $\frac{7}{25}$ E) $-\frac{3}{5}$

5. x dar açı olmak üzere,

$$\sqrt{\frac{1-\cos 2x}{1-\sin^2 x}}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) tanx B) 2.tanx C) $\sqrt{2}$. tanx D) cotx E) $\sqrt{2}$. sinx

6. $x < \frac{\pi}{4}$ olmak üzere,

$$\sec\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

olduğuna göre, cos2x kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

7. $\left(1 - 2\left(1 - 2\sin^2 a\right)^2\right)^2 = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, cos8a kaçtır?

A) -1 B) $-\frac{2}{3}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

8. $(1+\cos x).\cos^2\left(\frac{\pi - x}{2}\right) = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, cos2x kaçtır?

A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

ADIM



Tanjant, Kotanjant Yarım Açı Formülleri

$$\tan 2a = \frac{2\tan a}{1-\tan^2 a}$$

$$\cot 2a = \frac{\cot^2 a - 1}{2\cot a}$$

$$\tan 2a = \frac{1}{\cot 2a}$$

olduğundan tanjant formülünü kullanarak da kotanjant yarım açı değeri bulunabilir.

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

$$\frac{1-\tan^2 5°}{2\tan 5°} = x$$

olduğuna göre, tan20° nin x türünden eşiti nedir?

Çözüm

Soruda verilen ifadeyi, tanjant yarım açı formülüne benzetmek için ters çevirelim.

$$\frac{2\tan 5°}{1-\tan^2 5°} = \frac{1}{x} = \tan 10° \text{ bulunur.}$$

$$\tan 20° = \frac{2\tan 10°}{1-\tan^2 10°} = \frac{2\left(\frac{1}{x}\right)}{1-\left(\frac{1}{x}\right)^2}$$

$$\tan 20° = \frac{\frac{2}{x}}{1-\frac{1}{x^2}} = \frac{\frac{2}{x}}{\frac{x^2-1}{x^2}} = \frac{2x}{x^2-1} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 2

$$\tan\left(x-\frac{\pi}{4}\right) = 3$$

olduğuna göre, cot2x kaçtır?

Çözüm

Yarım açı formülünden yararlanarak cot2x i bulalım.

$$\tan\left(2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\right) = \frac{2\tan\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}{1-\tan^2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)} = \frac{2.3}{1-3^2} = -\frac{6}{8}$$

$$\tan\left(2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\right) = \tan\left(2x-\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{3}{4}$$

$$\tan\left(-\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)\right) = -\tan\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)$$

olduğundan

$$-\tan\left(\frac{\pi}{2}-2x\right) = -\cot 2x = -\frac{3}{4}$$

$\cot 2x = \frac{3}{4}$ bulunur.

ÖRNEK 3

$$\frac{1-2.\cos^2 x}{\sin x.\cos x} = \frac{4}{3}$$

olduğuna göre, tan4x kaçtır?

Çözüm

$1-2\cos^2 x = -(2\cos^2 x - 1) = -\cos 2x$

$\sin x.\cos x = \frac{\sin 2x}{2}$

olduğuna göre,

$$\frac{1-2\cos^2 x}{\sin x.\cos x} = \frac{-\cos 2x}{\frac{\sin 2x}{2}} = \frac{4}{3}$$

$$= -\frac{2\cos 2x}{\sin 2x} = \frac{4}{3}$$

$\cot 2x = -\frac{2}{3}$ olur.

$$\tan 2x = \frac{1}{\cot 2x} = \frac{1}{-\frac{2}{3}} = -\frac{3}{2}$$

olduğuna göre, tan4x i bulalım.

$$\tan 4x = \frac{2\tan 2x}{1-\tan^2 2x} = \frac{2.\left(-\frac{3}{2}\right)}{1-\left(-\frac{3}{2}\right)^2}$$

$$\tan 4x = \frac{-3}{1-\frac{9}{4}} = \frac{12}{5} \text{ bulunur.}$$

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1. $\dfrac{\tan 20^\circ . \tan 40^\circ}{1-\tan^2 20^\circ}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\tan 40^\circ$ B) $\tan^2 40^\circ$ C) $\dfrac{\tan^2 40^\circ}{2}$

D) $2\tan^2 40^\circ$ E) $\dfrac{\tan 80^\circ}{2}$

2. $\tan 2a = 3$ **olduğuna göre, cot4a kaçtır?**

A) $\dfrac{4}{3}$ B) $\dfrac{3}{4}$ C) $\dfrac{1}{3}$ D) $-\dfrac{3}{4}$ E) $-\dfrac{4}{3}$

3. $\dfrac{\sin 20^\circ . \cos 20^\circ}{2\cos^2 20^\circ - 1} = x$

olduğuna göre, tan80° nin x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{x^2}{1-x^2}$ B) $\dfrac{4x^2}{1-x^2}$ C) $\dfrac{4x}{1-4x^2}$

D) $\dfrac{2x^2}{1-x^2}$ E) $\dfrac{2x^2}{1+x^2}$

4. $\dfrac{1}{(1-\tan x).(1+\tan x)} = \cot x$

olduğuna göre, tan2x kaçtır?

A) -1 B) $-\dfrac{1}{2}$ C) $\dfrac{1}{4}$ D) $\dfrac{1}{2}$ E) 2

5. $\tan 65^\circ = a$

olduğuna göre, tan320° nin a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{2a^2-1}{a}$ B) $\dfrac{1-2a^2}{a}$ C) $\dfrac{a^2-1}{2a}$

D) $\dfrac{1-a^2}{2a}$ E) $\dfrac{1-a^2}{a}$

6. $\dfrac{1+\cos x}{\sin x} = \dfrac{1}{3}$

olduğuna göre, tanx kaçtır?

A) $-\dfrac{4}{3}$ B) $-\dfrac{3}{4}$ C) $-\dfrac{1}{4}$ D) $\dfrac{1}{3}$ E) $\dfrac{4}{3}$

7. $\tan\left(\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{x}{2}\right) = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

olduğuna göre, cotx kaçtır?

A) $2\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

D) $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ E) $\dfrac{\sqrt{2}}{8}$

8. $0 < x < \dfrac{\pi}{4}$ olmak üzere,

$\cos^2 x - \sin^2 x = \dfrac{1}{3}$

olduğuna göre, tan4x kaçtır?

A) $2\sqrt{2}$ B) $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ C) $-\dfrac{\sqrt{2}}{8}$

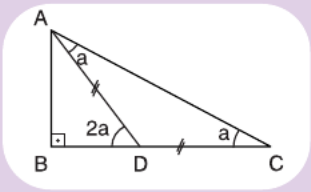
D) $-\dfrac{4\sqrt{2}}{7}$ E) -4

ADIM



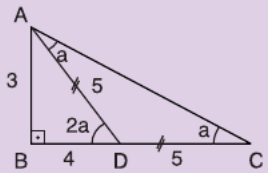
Yarım Açı Formüllerinin Şekil Sorularında Kullanılması

Bir açının iki katının trigonometrik oranı biliniyorsa bu açının yarısının trigonometrik oranı özel üçgen yardımıyla bulunur. Bunun için aşağıda çizilen ikizkenar üçgenden yararlanılır.



Örneğin şekilde $\tan 2a = \frac{3}{4}$ olarak biliniyor olsun.

O halde tana yı bulabiliriz.



$\tan a = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ bulunur.

DİKKAT !

Bu çözüm şekli 2a açısı dar açı iken geçerlidir.

ADIM PEKİŞTİRME

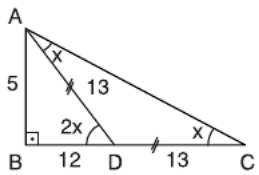
ÖRNEK 1

$0 < x < \frac{\pi}{4}$ olmak üzere,

$\sin 2x = \frac{5}{13}$ olduğuna göre, **tanx kaçtır?**

Çözüm

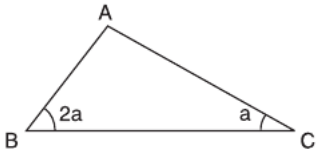
Adımda anlatılan ikizkenar üçgeni çizerek soruyu çözelim.



$\sin 2x = \frac{5}{13}$ oranını üçgende yerine yazınca

$\tan x = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$ bulunur.

ÖRNEK 2



ABC bir üçgen

$m(\widehat{ACB}) = a$

$m(\widehat{ABC}) = 2a$

$|AB| = 5$ cm,

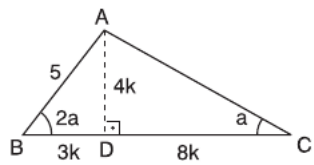
$\tan a = \frac{1}{2}$

olduğuna göre, |BC| kaç cm dir?

Çözüm

$$\tan 2a = \frac{2\tan a}{1-\tan^2 a} = \frac{2.\frac{1}{2}}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2}$$

$$\tan 2a = \frac{1}{1-\frac{1}{4}} = \frac{4}{3}$$



ABD üçgeninde pisagor teoremini uygulayalım.

$5^2 = (4k)^2 + (3k)^2$ ise

$25 = 25k^2$

$1 = k^2$ ise $k = 1$ olur.

Buradan

$|BC| = 3k + 8k = 11k = 11$ cm bulunur.

ÖRNEK 3

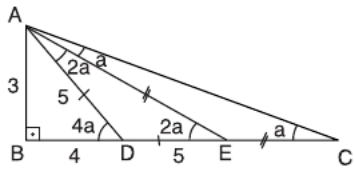
$0 < a < \frac{\pi}{8}$ olmak üzere,

$\tan 4a = \frac{3}{4}$

olduğuna göre, tana kaçtır?

Çözüm

Bu sorunun çözümünde de adımda anlattığımız ikizkenar üçgenden yararlanacağız.



$|AD| = |DE|$
$|AE| = |EC|$

ABE üçgeninde pisagor uygulayarak $|AE|$ uzunluğunu bulalım.

$$|AE|^2 = |AB|^2 + |BE|^2$$

$$|AE|^2 = 3^2 + 9^2 = 9 + 81 = 90$$

$$|AE| = \sqrt{90} = 3\sqrt{10} = |EC|$$

O halde tana yı bulalım.

$$\tan a = \frac{|AB|}{|BC|} = \frac{3}{9+3\sqrt{10}} = \frac{1}{3+\sqrt{10}}$$

bulunur.

ÖRNEK 4

$\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ olmak üzere,

$\cos\alpha = -\frac{15}{17}$ olduğuna göre, **$\tan\frac{\alpha}{2}$ kaçtır?**

Çözüm

α açısı dar açı olmadığından şekille çözüm yapabilmek için $\alpha = \pi + \theta$ biçiminde yazılır.

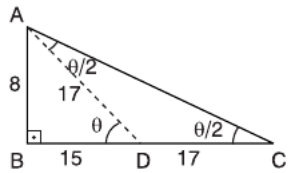
$$\cos\alpha = \cos(\pi+\theta) = -\cos\theta = -\frac{15}{17}$$

$$\cos\theta = \frac{15}{17} \text{ olur.}$$

$$\tan\frac{\alpha}{2} = \tan\left(\frac{\pi+\theta}{2}\right)$$

$$= \tan\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\theta}{2}\right) = -\cot\frac{\theta}{2}$$

Şimdi şekille çözüme gidelim.



$$\tan\frac{\alpha}{2} = -\cot\frac{\theta}{2} = -\frac{32}{8} = -4 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 5

$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ olmak üzere,

$\tan\alpha = -\frac{3}{4}$ olduğuna göre, **$\sin\frac{\alpha}{2}$ kaçtır?**

Çözüm

1.YOL

α dar açı olmadığından şekille çözüm yapabilmek için $\alpha = \pi - \theta$ biçiminde yazılır.

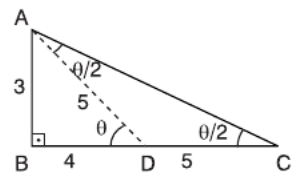
$$\tan\alpha = \tan(\pi-\theta) = -\tan\theta = -\frac{3}{4}$$

$\tan\theta = \frac{3}{4}$ olur.

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \sin\left(\frac{\pi-\theta}{2}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\theta}{2}\right)$$

$\sin\frac{\alpha}{2} = \cos\frac{\theta}{2}$ olur.

Şimdi şekille çözüme gidelim.



Pisagor uygulanırsa

$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$

$|AC|^2 = 9+81 = 90$

$|AC| = 3\sqrt{10}$ bulunur.

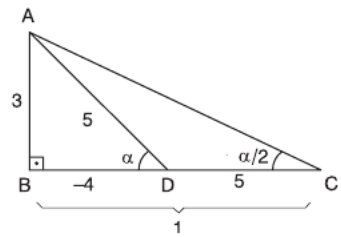
O halde

$\sin\frac{\alpha}{2} = \cos\frac{\theta}{2} = \frac{9}{3\sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$ bulunur.

2.YOL

(Meraklısına farklı bir yöntem)

Verilen açı 2. Bölgede olduğundan sinüs pozitif , kosinüs negatiftir. (ABD dik üçgeninin dikey kenarı pozitif, yatay kenarı negatif olur.)



ABC dik üçgeninde pisagor uygularsak,

$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$

$= 3^2 + 1^2$

$= 10$

$|AC| = \sqrt{10}$

$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{3}{\sqrt{10}}$ bulunur.

NOT !

Örnek 4 ve Örnek 5 çözümlerine dikkat edilirse önceki yapılan üç örnekten farklı çözüldü. Çünkü Örnek 4 ve Örnek 5 te verilen açı aralıkları geniş açı olduğundan önce bu açıların dar açı türünden yazılması gerekmektedir. Aksi halde sonuç hatalı bulunacaktır.

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1. α dar açı olmak üzere

$\tan\alpha = \frac{5}{12}$

olduğuna göre, $\tan\frac{\alpha}{2}$ kaçtır?

A) $\frac{5}{16}$ B) $\frac{5}{13}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{12}{5}$ E) 5

2. x dar açı olmak üzere

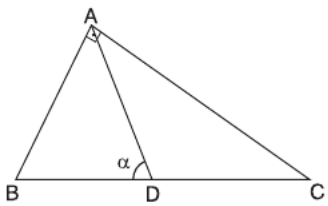
$\cos\frac{3x}{4} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

olduğuna göre, $\cot\frac{3x}{8}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

D) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{6}+2}{2}$

3.



ABC bir dik üçgen
[AB] ⊥ [AC]
|AD| = |DC|
|AC| = 3|AB|

$m(\widehat{ADB}) = \alpha$ olduğuna göre, $\tan\alpha$ kaçtır?

A) $-\frac{4}{3}$ B) -1 C) $-\frac{3}{4}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{3}{4}$

4. $\cot 20° = \sqrt{x-1}$

olduğuna göre, cot10° nun x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x+1$ B) $\sqrt{x}-1$ C) $\sqrt{x-1}$

D) $\sqrt{x-1}+\sqrt{x}$ E) $\sqrt{x-1}-\sqrt{x}$

5. $0 < \theta < \frac{\pi}{8}$ olmak üzere,

$\cos 4\theta = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, $\cot\theta$ kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{6}+1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$

D) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ E) $\sqrt{6}+\sqrt{2}$

6. $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ olmak üzere,

$1 - \frac{\tan x}{\cot x} = \frac{1}{4}$

olduğuna göre, tan2x kaçtır?

A) $4\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{8}$

7. $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ olmak üzere,

$\tan\alpha = \frac{4}{3}$

olduğuna göre, $\cos\frac{\alpha}{2}$ kaçtır?

A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{1}{\sqrt{5}}$ C) $-\frac{1}{2\sqrt{5}}$ D) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ E) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

8. $\frac{\pi}{8} < \alpha < \frac{\pi}{4}$ olmak üzere,

$\tan 4\alpha = -\frac{3}{4}$

olduğuna göre, $\tan 2\alpha$ kaçtır?

A) 3 B) 1 C) $\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) -3

ADIM GÜÇLENDİRME TESTİ - 1

1. $\sin65°.\sin35° + \sin55°.\cos65°$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) 1

2. $\sin x.\sin(60°-x) - \cos x.\cos(60°-x)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) -1 B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. $\cos(180°+x).\cos(90°+y)+\sin x.\cos y = \frac{\sqrt{3}}{2}$

olduğuna göre, x+y aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 30° B) 45° C) 120° D) 240° E) 300°

4. $\sin a = \frac{1}{3}$ ve $\sin(a-b) = \frac{1}{2}$

olduğuna göre, sinb kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{6}$ C) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{6}$ E) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

5. Bir ABC üçgeninde

$\sin A = \frac{3}{5}$, $\cos B = \frac{5}{13}$

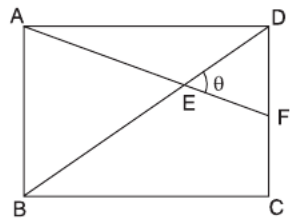
olduğuna göre, sinC kaçtır?

A) $\frac{63}{65}$ B) $\frac{23}{65}$ C) $\frac{13}{25}$ D) $\frac{1}{13}$ E) $\frac{23}{63}$

6. $\sin(75°)+\cos(105°)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D) $\frac{\sqrt{2}+1}{4}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

7. 

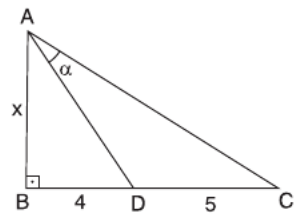
ABCD dikdörtgen

$|AD| = 3|DF| = 2|FC|$

$m(\widehat{DEF}) = \theta$

olduğuna göre, tanθ kaçtır?

A) $\frac{11}{12}$ B) $\frac{13}{12}$ C) $\frac{12}{11}$ D) $\frac{21}{13}$ E) $\frac{7}{2}$

8. 

ABC üçgen

$[AB] \perp [BC]$

$|BD| = 4$ cm

$|DC| = 5$ cm

$\tan\alpha = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, |AB| = x kaç cm olabilir?

A) 15 B) 12 C) 10 D) 8 E)6

9. **sin10° = m olduğuna göre, sin110° nin m cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 1 B) $4m^2 - 4$ C) $2m^2 - 1$

D) $1 - 2m^2$ E) $2m^2$

10. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere

$\sin x + \cos x = \sqrt{2}\cos x$

olduğuna göre, tan2x kaçtır?

A) 2 B) 1 C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

11. $\frac{(\sin^2 a - \cos^2 a)^2}{\sin^2 a \cos^2 a}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) tan2a B) $\tan^2 2a$ C) $4\tan^2 2a$

D) $2\cot^2 2a$ E) $4\cot^2 2a$

12. $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$

olduğuna göre, cos4x kaçtır?

A) $-\frac{1}{8}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) 2

13. $\dfrac{\sin 18^\circ}{\cos 12^\circ} - \dfrac{\cos 18^\circ}{\sin 12^\circ}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\dfrac{\sin 12^\circ}{2}$ B) $-\dfrac{\sin 24^\circ}{2}$ C) $\dfrac{-\sqrt{3}}{\sin 24^\circ}$

D) $\dfrac{4}{\sin 24^\circ}$ E) $\dfrac{2}{\sin 12^\circ}$

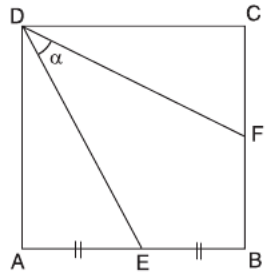
14. $\tan x = \dfrac{m}{2}$

olduğuna göre, cot2x in m türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{1-m^2}{2}$ B) $\dfrac{4-m^2}{2}$ C) $\dfrac{4-4m^2}{m}$

D) $\dfrac{4-m^2}{4m}$ E) $\dfrac{4-m^2}{2m}$

15.



ABCD bir kare

$|AE| = |EB|$

$|FB| = 2|CF|$

$m(\widehat{FDE}) = \alpha$

olduğuna göre, tanα kaçtır?

A) $\dfrac{1}{2}$ B) $\dfrac{3}{4}$ C) $\dfrac{5}{6}$ D) 1 E) $\dfrac{3}{2}$

16. $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{4}$ olmak üzere

$\tan 2\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

olduğuna göre, tanα kaçtır?

A) $\sqrt{3}$ B) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$

D) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ E) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

ADIM GÜÇLENDİRME TESTİ - 2

1. $\sin(\alpha+45°)+\cos(\alpha+45°)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2\cos2\alpha$ B) $2\sin\alpha$ C) $\sqrt{2}\cos\alpha$

D) $\sqrt{2}\sin\alpha$ E) $\sin\alpha+\cos\alpha$

2. $(\alpha,\beta)\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ olmak üzere,

$\tan\alpha=\frac{3}{4}$ ve $\cot\beta=2$

olduğuna göre, $\sin(\alpha+\beta)$ kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ D) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ E) $\sqrt{5}$

3. $a+b=\frac{5\pi}{6}$ olmak üzere

$(\sin a-\cos b)^2+(\cos a-\sin b)^2$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) 3 E) 4

4. $\alpha+\beta<\frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$\tan\alpha+\tan\beta=1$

$\cos\alpha\cdot\cos\beta=\frac{3}{5}$

olduğuna göre, $\cot(\alpha+\beta)$ kaçtır?

A) 2 B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{1}{2}$

5. $\cos40°+\sin40°.\tan20°$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 2 B) 1 C) $\sin20°$

D) $\cos20°$ E) $\sec20°$

6. $\cos(\alpha+\beta)=\frac{1}{6}$

$\cos(\alpha-\beta)=\frac{2}{3}$

olduğuna göre, $\tan\alpha\cdot\tan\beta$ kaçtır?

A) 6 B) 5 C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{3}{5}$

7. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere

$$\frac{\sqrt{1+\cos x}}{\sin x}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\sin x}{2}$ B) $\frac{2}{\sin x}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}\sec\left(\frac{x}{2}\right)$

D) $\frac{\sqrt{2}}{2}\text{cosec}\left(\frac{x}{2}\right)$ E) $1-\sin\left(\frac{x}{2}\right)$

8. $$\left(\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}\right)^2 \cdot \left(\cos\frac{x}{2}-\sin\frac{x}{2}\right)^2$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\tan x$ B) $\tan^2 x$ C) $\cos^2 x$

D) $1+\sin^2 x$ E) $1+\cos^2 x$

9. $7x=\pi$ olmak üzere

$\cot 4x.\sin 3x + \tan 2x.\sin 3x$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin 4x$ B) $\tan 4x$ C) 1

D) $\cos 2x.\tan x$ E) $\frac{\sin 2x}{\cos 3x}$

10. $\cos 20° = m$ olmak üzere

$\sin 10° + \sqrt{3}\cos 10°$

ifadesinin m cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) m B) $\sqrt{1-m^2}$ C) $2\sqrt{1-m^2}$

D) 2m E) $\frac{2m}{\sqrt{1-m^2}}$

11. $6x^2 - 5x + 1 = 0$

denkleminin kökleri $\tan\alpha$ ve $\tan\beta$ olduğuna göre, **$\alpha+\beta$ toplamının en küçük pozitif değeri kaç derecedir?**

A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

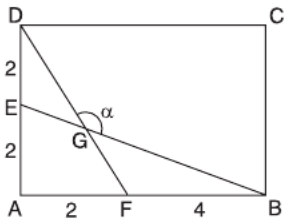
12. $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere

$x^2 - (\sin\alpha + \cos\alpha)x + \frac{\sin 2\alpha}{2} = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $x_1^2+x_2^2$ kaçtır?

A) $\sqrt{2}$ B) 1 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

13. 

ABCD bir dikdörtgen

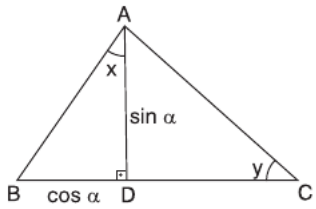
$[EB] \cap [DF] = \{G\}$

$|FB| = 2|AF| = 4$

$|AE| = |ED| = 2$

$m(\widehat{DGB}) = \alpha$ olduğuna göre, $\cot\alpha$ kaçtır?

A) 1 B) $-\frac{1}{2}$ C) -1 D) $-\frac{3}{2}$ E) -2

15. 

ABC üçgeninde

$[AD] \perp [BC]$

$|AD| = \sin\alpha$

$|BD| = \cos\alpha$

$\tan y = |AB|$

$\tan(x+y)=3$ olduğuna göre, $\tan\alpha$ kaçtır?

A) 2 B) 1 C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

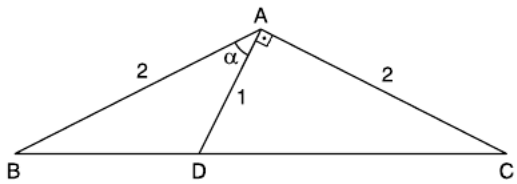
14. $0 < x < \frac{\pi}{8}$ olmak üzere

$\tan 4x = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, $\cot 2x - \tan 2x$ kaçtır?

A) $2\sqrt{6} + 10$ B) $2\sqrt{10} + 6$ C) $2\sqrt{10}$

D) $\sqrt{10} - 3$ E) 6

16. 

ABC ikizkenar üçgen, $[AD] \perp [AC]$,

$|AB| = |AC| = 2$ cm, $|AD| = 1$ cm, $m(\widehat{BAD}) = \alpha$

olduğuna göre, $\tan\alpha$ kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{4}{3}$

ADIM GÜÇLENDİRME TESTİ - 3

1. $\sin140°.\cos50°+\cos140°.\sin310°$

işleminin sonucu kaçtır?

A) -1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) 1

2. $\sin80°-\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\sin10°+\frac{1}{\sqrt{3}}.\sin50°$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sqrt{3}\cos40°$ B) $2\cos40°$ C) $\sqrt{3}\tan40°$

D) $2\tan40°$ E) $2\sec40°$

3. Bir ABC üçgeninde

$\cos A=2.\sin B.\sin C$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

A) $m(\hat{A}) = m(\hat{B})$ B) $m(\hat{A}) = m(\hat{C})$

C) $m(\hat{B}) = m(\hat{C})$ D) $m(\hat{A}) < 90°$

E) $m(\hat{B}) - m(\hat{C}) = 90°$

4. $\cos\alpha+\cos\beta=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin\alpha+\sin\beta=\frac{1}{2}$

olduğuna göre, $\cos(\alpha-\beta)$ kaçtır?

A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

5. $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ olmak üzere

Reel sayılarda tanımlı Δ işlemi

$a\Delta b = a^2+b^2+4ab$

biçiminde veriliyor.

$(\sin\alpha)\Delta(\cos\alpha) = 2$

olduğuna göre, $\cos4\alpha$ kaçtır?

A) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) 1

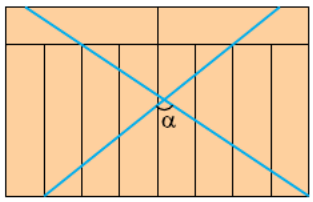
6. $\sin10° = a$

olduğuna göre, $\cos140°$ nin a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\sqrt{\frac{a}{2}}$ B) $-\sqrt{\frac{a+1}{2}}$ C) $\frac{\sqrt{a}+1}{2}$

D) $1-2a^2$ E) $2a^2-1$

7.



Dikdörtgen biçimindeki 10 tane eş tahta parçası ile oluşturulan bir çit, yukarıdaki gibi doğrusal halatlar yardımı ile sağlamlaştırılmıştır.

Halatlar arasında oluşan α açısının tanjantı kaçtır?

A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{7}{15}$ C) $-\frac{4}{5}$ D) $-\frac{22}{7}$ E) $-\frac{13}{5}$

8. $\cos10°.\cos20°.\cos140°$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{1}{4}\cdot\cot10°$ B) $-\frac{1}{8}\cdot\cot10°$ C) $\frac{1}{4}\cdot\cot10°$

D) $\frac{1}{8}\cdot\cot10°$ E) $\frac{1}{2}\cdot\tan10°$

9. $\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sqrt{2}\sin x$ B) 0 C) $\frac{\sqrt{2}}{2}\sin x$

D) $\frac{\sqrt{2}}{2}\cos x$ E) $\tan x$

10. P(x) bir polinom, $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ olmak üzere

$P(x) = x^2 + 3x + \cos^2\alpha$

polinomu veriliyor.

P(x) polinomunun x – sinα ile bölümünden kalan 2 olduğuna göre, cos2α kaçtır?

A) $-\frac{7}{8}$ B) $-\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{7}{9}$ E) $\frac{8}{9}$

11. $\alpha+\beta=120°$ ve $\sin\beta=\frac{3}{5}$ olmak üzere

4cosα – 3sinα ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{5}{2}$ B) -2 C) $-\frac{3}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{2}$

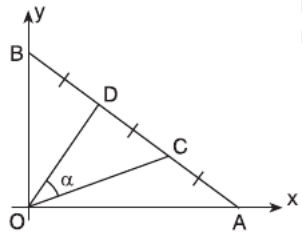
12. $\cos\frac{\pi}{12}$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\sqrt{3}}{8}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

13.



Dik koordinat sisteminde

$|OA| = |OB|$

$|BD| = |DC| = |AC|$

ve $m(\widehat{DOC}) = \alpha$ olduğuna göre, $\tan\alpha$ kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 2

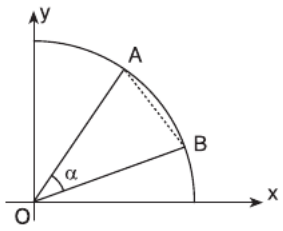
14. $\dfrac{1+\cos 80°}{\cos 65°.\cos 25°}$

ifadesi aşağıdakilerinden hangisine eşittir?

A) 2sin20° B) 4cos20° C) 4sin50°

D) tan40° E) 2tan40°

15.



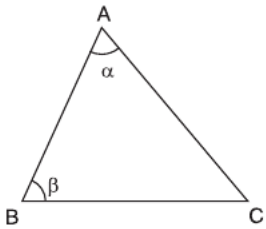
Yandaki şekilde O merkezli çeyrek birim çember ve AOB üçgeni verilmiştir.

$m(\widehat{AOB}) = \alpha$ olduğuna göre, $|AB|$ nin α türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin\alpha$ B) $\frac{\sin\alpha}{2}$ C) $\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

D) $2\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ E) $2\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

16.



ABC ikizkenar üçgen

$|AB| = |AC|$

$m(\widehat{BAC}) = \alpha$

$m(\widehat{ABC}) = \beta$

$\tan\beta = 4$ olduğuna göre, $\tan\alpha$ kaçtır?

A) $\frac{8}{15}$ B) $\frac{15}{8}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{12}{5}$ E) $\frac{7}{13}$

ADIM GÜÇLENDİRME TESTİ - 4 (ÇÖZÜMLÜ)

1. $\alpha + \beta < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere

$\sin(\alpha+\beta) = \frac{8}{17}$

$\cos(\alpha-\beta) = \frac{3}{5}$

olduğuna göre, sin2β kaçtır?

A) $-\frac{36}{85}$ B) $\frac{11}{85}$ C) $\frac{2}{17}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{2}{3}$

2. $\sin\alpha + \cos\beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$(\sin\beta - \cos\alpha)^2 = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, sin(α–β) kaçtır?

A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{1}{6}$ C) $-\frac{7}{12}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

3. $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere

$\sqrt{1-\cos 2\alpha} = \tan\alpha$

olduğuna göre, cos2α kaçtır?

A) 0 B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{7}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. $\sin\frac{\pi}{8}$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{2}-1}{4}$ B) $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{4}$

D) $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{\sqrt{3}-1}}{4}$

5. $2.\sin70°.\sin50°.\sin10°$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 8 B) 2 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

6. $\sin10° = m$ olduğuna göre,

$\cos 20° - \sqrt{3}.\sin20°$

ifadesinin m türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2m B) m C) $\frac{m}{2}$

D) $\sqrt{1-m^2}$ E) $2\sqrt{1-m^2}$

7. $\sin^2 15° + 4\sin 15°.\cos 15° - \cos^2 15°$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ B) $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

8. $\sin 50° = a$ olmak üzere

$$\frac{\sin 60°}{\sin 20°} + \frac{\cos 60°}{\cos 20°}$$

ifadesinin a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{1-a^2}$ B) $2a^2$ C) $4a$ D) $\frac{a}{2}$ E) $\frac{a}{4}$

9. $$\frac{\tan^2 20°}{1-\tan^2 20°} : \frac{1}{\cot 20°} = x$$

olduğuna göre, cos40° ın x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x}{2}$ B) $\frac{2}{x}$ C) $\sqrt{x^2+1}$ D) $\frac{1}{\sqrt{4x^2+1}}$ E) $\frac{x}{\sqrt{4x^2+1}}$

10. $$\frac{\sin\frac{\pi}{12}}{1-\cos\frac{\pi}{6}}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\tan\frac{\pi}{6}$ B) $\tan\frac{\pi}{12}$ C) $2\sin\frac{\pi}{12}$ D) $\frac{1}{2}\cdot\sec\frac{\pi}{12}$ E) $\frac{1}{2}\cdot\operatorname{cosec}\frac{\pi}{12}$

11. Bir ABC üçgeninde

$\cot A = 3$, $\cot B = 2$

olduğuna göre, cotC kaçtır?

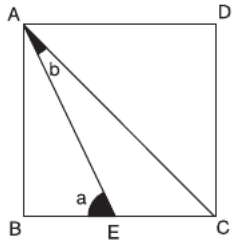
A) – 2 B) – 1 C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) $2\sqrt{2}$

12. $$\frac{\sin 18° - a\cdot\cos 54°}{1 - 4a^2\cdot\cos^2 18°} = \frac{1}{2a}$$

olduğuna göre, sin36° nın a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{4a}$ B) $\frac{1}{4a^2}$ C) $\frac{1-2a}{4a}$ D) $\frac{1-4a^2}{a}$ E) $\frac{4a^2-1}{4a^2}$

13.



ABCD bir kare

$2|BE| = |BC|$

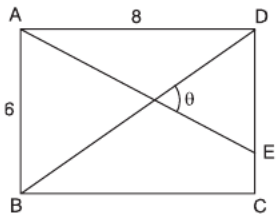
$m(\widehat{AEB}) = a$

$m(\widehat{CAE}) = b$

olduğuna göre, tan(b–2a) kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

14.



ABCD bir dikdörtgen

$|AD| = 8$ cm

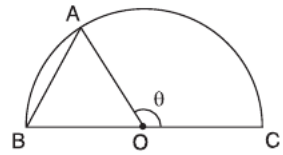
$|AB| = 6$ cm

$|DE| = 2.|EC|$

olduğuna göre, tanθ kaçtır?

A) 3 B) 2 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

15.



Yandaki O merkezli yarım çemberde,

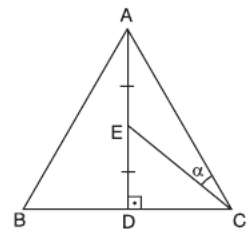
$|AB| = 3$ cm

$|AO| = 4$ cm

$m(\widehat{AOC}) = \theta$ olduğuna göre, cosθ kaçtır?

A) $\frac{7}{8}$ B) $\frac{15}{23}$ C) $\frac{7}{24}$ D) $-\frac{23}{32}$ E) $-\frac{3}{4}$

16.



ABC eşkenar üçgendir

$|AE| = |ED| = 2$ cm

$[AD] \perp [BC]$

$m(\widehat{ACE}) = \alpha$ olduğuna göre, $\sin^2\alpha$ kaçtır?

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{2}{25}$ C) $\frac{3}{28}$ D) $\frac{5}{12}$ E) $\frac{5}{9}$

ADIM GÜÇLENDİRME TESTİ - 4 (ÇÖZÜMLER)

1. $(\alpha+\beta)-(\alpha-\beta)=2\beta$ olduğuna göre

$\sin 2\beta = \sin((\alpha+\beta)-(\alpha-\beta))$ olur.

$\sin((\alpha+\beta)-(\alpha-\beta)) \overset{\bigstar}{=} \sin(\alpha+\beta).\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta).\cos(\alpha-\beta)$

$\sin(\alpha+\beta)=\frac{8}{17}$ olduğuna göre dik üçgenden yararlanarak

$\cos(\alpha+\beta)=\frac{15}{17}$ bulunur.

$\cos(\alpha-\beta)=\frac{3}{5}$ olduğuna göre dik üçgenden yararlanarak

$\sin(\alpha-\beta)=\frac{4}{5}$ bulunur.

Şimdi bulduklarımızı (★) da yerine yazalım

$\sin 2\beta=\frac{8}{17}\cdot\frac{3}{5}-\frac{15}{17}\cdot\frac{4}{5}=-\frac{36}{85}$

bulunur.

Cevap A

2. $\sin\alpha+\cos\beta=\frac{1}{\sqrt{2}}$ ise

$(\sin\alpha+\cos\beta)^2=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$

$\sin^2\alpha+\cos^2\beta+2\sin\alpha.\cos\beta=\frac{1}{2}\cdots$ (★)

$(\sin\beta-\cos\alpha)^2=\frac{1}{3}$ ise

$\sin^2\beta+\cos^2\alpha-2\sin\beta.\cos\alpha=\frac{1}{3}\cdots$ (★★)

bulunur.

(★) ve (★★) taraf tarafa toplanırsa

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+\sin^2\beta+\cos^2\beta+2\sin\alpha\cos\beta$

$-2\sin\beta.\cos\alpha=\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$

$2+2(\underbrace{\sin\alpha.\cos\beta-\sin\beta.\cos\alpha}_{\sin(\alpha-\beta)})=\frac{5}{6}$

$2+2\sin(\alpha-\beta)=\frac{5}{6}$

$2\sin(\alpha-\beta)=\frac{5}{6}-2$

$2\sin(\alpha-\beta)=-\frac{7}{6}$

$\sin(\alpha-\beta)=\frac{-7}{12}$ bulunur.

Cevap C

3. $\sqrt{1-\cos 2\alpha}=\tan\alpha$

eşitliğin her iki tarafının karesini alalım.

$\left(\sqrt{1-\cos 2\alpha}\right)^2=(\tan\alpha)^2$

$1-\underbrace{\cos 2\alpha}_{1-2\sin^2\alpha}=\underbrace{\tan^2\alpha}_{\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}}$

$1-(1-2\sin^2\alpha)=\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}$

$2\sin^2\alpha=\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}$

$2\cos^2\alpha=1$

$\cos^2\alpha=\frac{1}{2}$ olur.

$\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1$

$\cos 2\alpha=2\cdot\frac{1}{2}-1=0$ bulunur.

Cevap A

4. $\frac{\pi}{4}=2.\frac{\pi}{8}$ olduğuna göre

Sorunun çözümünde yarım açı formüllerinden yaralanalım.

$\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)=\cos\left(2\cdot\frac{\pi}{8}\right)=1-2\sin^2\frac{\pi}{8}$ olur.

$\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ olduğuna göre

$\frac{\sqrt{2}}{2}=1-2\sin^2\frac{\pi}{8}$

$2\sin^2\frac{\pi}{8}=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$2\sin^2\frac{\pi}{8}=\frac{2-\sqrt{2}}{2}$

$\sin^2\frac{\pi}{8}=\frac{2-\sqrt{2}}{4}$ olduğuna göre

$\sin\frac{\pi}{8}=\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{4}}=\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ bulunur.

Cevap D

5. $2.\sin70°.\sin50°.\sin10°$

sorunun çözümünde yarım açıdan yararlanalım. Bunun için önce tüm açıları cos türünden yazalım.

$2\cos20°.\cos40°.\cos80°$

Yarım açı formüllerinden yararlanabilmek için pay ve paydayı sin20° ile genişletelim.

$$=\frac{\overbrace{\sin20°}^{\sin40°}}{\sin20°}\cdot 2\cos20°.\cos40°.\cos80°$$

$$=\frac{\overbrace{\sin40°.\cos40°}^{\frac{\sin80°}{2}}.\cos80°}{\sin20°}$$

$$=\frac{\overbrace{\sin60°.\cos80°}^{\frac{\sin160°}{2}}}{2\sin20°}=\frac{\sin160°}{4\sin20°}$$

$\sin160°=\sin(180°-20°)=\sin20°$ olduğundan

$\frac{\sin160°}{4\sin20°}=\frac{1}{4}$ bulunur.

Cevap D

6. Sorunun çözümünde $\sqrt{3}$ yerine eşiti olan tan60° ı yazalım.

$\cos20°-\sqrt{3}.\sin20°=\cos20°-\tan60°.\sin20°$

$\cos20°-\frac{\sin60°}{\cos60°}.\sin20°$

$$=\frac{\overbrace{\cos20°.\cos60°-\sin60°.\sin20°}^{\cos(20°+60°)}}{\cos60°}$$

$=\frac{\cos80°}{\cos60°}$ olur.

$\cos80°=\sin10°$ olduğundan

$\frac{\cos80°}{\cos60°}=\frac{\sin10°}{\cos60°}$ olur.

$\sin10°=m$, $\cos60°=\frac{1}{2}$ olduğuna göre,

$\frac{\sin10°}{\cos60°}=\frac{m}{\frac{1}{2}}=2m$ bulunur.

Cevap A

7. $\sin^215°-\cos^215°=-(\cos^215°-\sin^215°)$

$=-\cos30°$

$4\sin15°.\cos15°=2.2\sin15°.\cos15°$

$=2.\sin30°$

olduğuna göre

$\sin^215°+4\sin15°.\cos15°-\cos^215°=-\cos30°+2\sin30°$

$=-\frac{\sqrt{3}}{2}+2\cdot\frac{1}{2}$

$=\frac{-\sqrt{3}+2}{2}$

bulunur.

Cevap B

8. $\frac{\sin60°}{\sin20°}+\frac{\cos60°}{\cos20°}=\frac{\overbrace{\sin60°.\cos20°+\cos60°.\sin20°}^{\sin(60°+20°)}}{\underbrace{\sin20°.\cos20°}_{\frac{\sin40°}{2}}}$

$=\frac{\sin80°}{\frac{\sin40°}{2}}=\frac{2\sin80°}{\sin40°}$

$\sin80°=2\cos40°.\sin40°$ olduğuna göre

$\frac{4.\cancel{\sin40°}.\cos40°}{\cancel{\sin40°}}=4.\cos40°$

$\sin50°=a=\cos40°$ olduğundan

$4\cos40°=4a$ bulunur.

Cevap C

9. **HATIRLATMA !**

$$\tan2a=\frac{2\tan a}{1-\tan^2a}$$

$\frac{\tan^220°}{1-\tan^220°}:\frac{1}{\cot20°}=x$

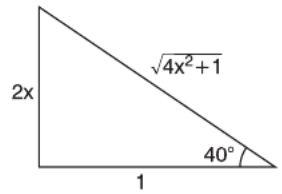
$\frac{\tan20°.\overbrace{\tan20°}^{\tan40°}}{1-\tan^220°}.\cot20°=x$

$\frac{\tan40°}{2}$

$$\underbrace{\tan 20^\circ.\cot 20^\circ}_{1}\cdot\frac{\tan 40^\circ}{2}=x$$

$\tan 40^\circ = 2x$ olur.

Dik üçgenden yararlanarak $\cos 40^\circ$ ı bulalım.



$\cos 40^\circ = \dfrac{1}{\sqrt{4x^2+1}}$ bulunur.

Cevap D

10. $\dfrac{\pi}{6}=2\cdot\dfrac{\pi}{12}$ olduğundan

$\cos\dfrac{\pi}{6}=1-2\sin^2\dfrac{\pi}{12}$ olur.

$$\frac{\sin\frac{\pi}{12}}{1-\cos\frac{\pi}{6}}=\frac{\sin\frac{\pi}{12}}{1-\left(1-2\sin^2\frac{\pi}{12}\right)}$$

$$=\frac{\sin\frac{\pi}{12}}{2\sin^2\frac{\pi}{12}}=\frac{1}{2\sin\frac{\pi}{12}}$$

$=\dfrac{1}{2}\operatorname{cosec}\dfrac{\pi}{12}$ bulunur.

Cevap E

11. Bir $\widehat{ABC}$ üçgeninde

$m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = 180^\circ$

olduğuna göre,

$m(\hat{C}) = 180^\circ - (m(\hat{A}) + m(\hat{B}))$

cotC yi bulmak için tanC yi bulalım.

$\tan C = \tan(180^\circ - (A + B))$

$$\tan C=-\tan(A+B)=-\frac{(\tan A+\tan B)}{1-\tan A+\tan B}$$

$\cot A = 3$ ise $\tan A = \dfrac{1}{3}$

$\cot B = 2$ ise $\tan B = \dfrac{1}{2}$

olduğuna göre

$$\tan C=-\frac{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}}$$

$$\tan C=-\frac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}}=-1$$

$$\tan C=\frac{1}{\cot C}$$

olduğundan $\cot C = -1$ bulunur.

Cevap B

12. $\cos 54^\circ = \sin 36^\circ$ olduğuna göre

$$\frac{\sin 18^\circ-a\cos 54^\circ}{1-4a^2\cdot\cos^2 18^\circ}=\frac{\sin 18^\circ-a\sin 36^\circ}{1-4a^2\cdot\cos^2 18^\circ}=\frac{1}{2a}$$

$$\frac{\sin 18^\circ-2a\sin 18^\circ\cos 18^\circ}{(1-2a\cos 18^\circ)(1+2a\cos 18^\circ)}=\frac{1}{2a}$$

$$\frac{\sin 18^\circ\cancel{(1-2a\cos 18^\circ)}}{\cancel{(1-2a\cos 18^\circ)}(1+2a\cos 18^\circ)}=\frac{1}{2a}$$

$$\frac{\sin 18^\circ}{1+2a\cos 18^\circ}\neq\frac{1}{2a}$$

$2a\sin 18^\circ = 1+2a\cos 18^\circ$

$2a\sin 18^\circ - 2a\cos 18^\circ = 1$

$2a(\sin 18^\circ - \cos 18^\circ) = 1$

$\sin 18 - \cos 18^\circ = \dfrac{1}{2a}$

eşitliğinin her iki tarafının karesini alalım

$$(\sin 18^\circ-\cos 18^\circ)^2=\left(\frac{1}{2a}\right)^2$$

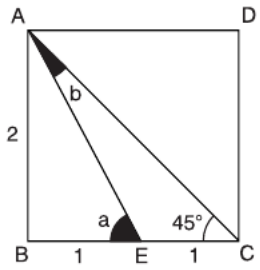
$$\underbrace{\sin^2 18^\circ+\cos^2 18^\circ}_{1}-\underbrace{2\sin 18^\circ.\cos 18^\circ}_{\sin 36^\circ}=\frac{1}{4a^2}$$

$$1-\sin 36^\circ=\frac{1}{4a^2}$$

$\sin 36^\circ = 1-\dfrac{1}{4a^2}=\dfrac{4a^2-1}{4a^2}$ bulunur.

Cevap E

13.



$2|BE| = |BC|$

$|BE| = 1$ birim alınsın

$|BC| = 2$ birim olur.

$\tan a = \frac{2}{1} = 2$

[AC] köşegen olduğundan

$a = b + 45°$

$b = a - 45°$ olur.

$\tan(b-2a) = \tan(a - 45° - 2a)$

$= \tan(-a - 45°)$

$= -\tan(a + 45°)$ elde edilir.

Tanjant toplam formülünü kullanalım.

$$-\tan(a+45°) = -\frac{\tan a + \tan 45°}{1 - \tan a.\tan 45°}$$

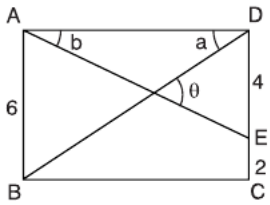
$$= -\frac{2+1}{1-2.1}$$

$$= -\frac{3}{-1}$$

$= 3$ bulunur.

Cevap A

14.



$|DE| = 2|EC|$ olduğundan

$|DE| = 4$ cm

$|EC| = 2$ cm dir.

$m(\widehat{ADB}) = a$ ve $m(\widehat{EAD}) = b$ olsun

$\theta = a + b$ olur.

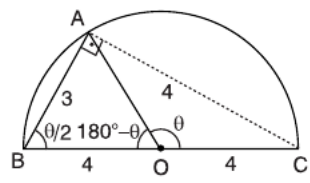
$$\tan\theta = \tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a.\cot b}$$

$$\tan\theta = \frac{\frac{6}{8} + \frac{4}{8}}{1 - \frac{6}{8}\cdot\frac{4}{8}}$$

$$= \frac{\frac{10}{8}}{\frac{40}{64}} = 2 \text{ bulunur.}$$

Cevap B

15.



$|AB| = 3$ cm

$|AO| = 4$ cm

O merkezdir.

$m(\widehat{AOB}) = 180° - \theta$ ise $m(\widehat{ABO}) = \frac{\theta}{2}$ olur.

$m(\widehat{BAC}) = 90°$ dir. (Çapı gören çevre açı)

O halde BAC üçgeninde

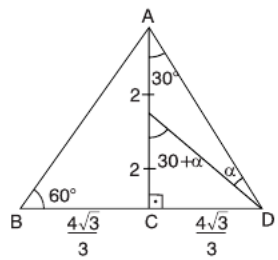
$\cos\frac{\theta}{2} = \frac{3}{8}$ olur.

$$\cos\theta = 2\cos^2\frac{\theta}{2} - 1 = 2\cdot\frac{9}{64} - 1$$

$$= \frac{-46}{64} = -\frac{23}{32} \text{ bulunur}$$

Cevap D

16.



$$\tan(30° + \alpha) = \frac{\frac{4\sqrt{3}}{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{\tan 30° + \tan\alpha}{1 - \tan 30°.\tan\alpha} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

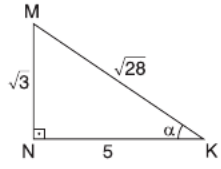
$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{3} + \tan\alpha}{1 - \tan\alpha.\frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\sqrt{3} + 3\tan\alpha = 2\sqrt{3} - 2\tan\alpha$$

$$5\tan\alpha = \sqrt{3}$$

$$\tan\alpha = \frac{\sqrt{3}}{5}$$

Dik üçgenden yararlanarak $\sin\alpha$ bulalım.



$\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{28}}$ ise

$\sin^2\alpha = \frac{3}{28}$ bulunur.

Cevap C



TRİGONOMETRİ - 3

A) Kosinüs teoremi

B) Sinüs alan formülü

C) Sinüs teoremi

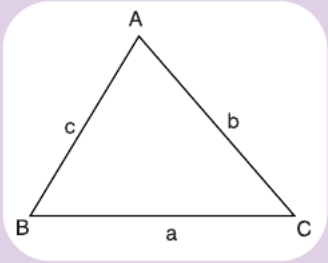
D) Heron alan formülü

ADIM



ÜÇGENDE BAZI TRİGONOMETRİK TEOREMLER

KOSİNÜS TEOREMİ

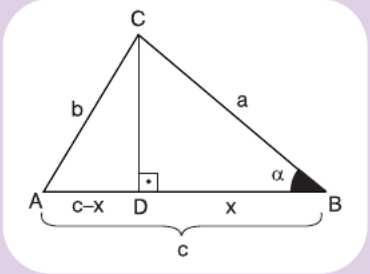


ABC üçgeninde
$|BC| = a$
$|AC| = b$
$|BA| = c$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos\hat{A}$
$b^2 = c^2 + a^2 - 2.c.a.\cos\hat{B}$
$c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b.\cos\hat{C}$

Kosinüs Teoremi; genelikle bir soruda üç kenar- bir açı bilgisi varsa kullanılır.

TEOREMİN İSPATI:



Yukarıdaki ABC üçgeninde kenar uzunlukları a, b, c dir.

$\cos\alpha = \cos\hat{B} = \frac{x}{a}$ dır.

$x = a.\cos\hat{B}$ .... (★)

$|CD|^2 = b^2 - (c-x)^2 = a^2 - x^2$

$b^2 - c^2 + 2cx - x^2 = a^2 - x^2$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2cx$

(★) da bulduğumuz sonucu x de yerine yazarsak;

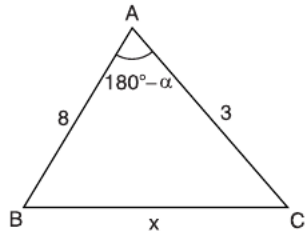
$b^2 = a^2 + c^2 - 2.c.a.\cos\hat{B}$ bulunur.

Aynı biçimde diğer kenarlar için de kosinüs teoremi ispatlanabilir.

APOTEMİ

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1



Yandaki ABC üçgeninde
$|AB| = 8$ birim
$|AC| = 3$ birim
$m(\hat{BAC}) = 180° - \alpha$ dir.

$\cos\alpha = \frac{3}{4}$ olduğuna göre, x kaç birimdir?

Çözüm

Kosinüs teoremini uygulayalım.

$x^2 = 8^2 + 3^2 - 2.8.3.\overbrace{\cos(180° - \alpha)}^{-\cos\alpha}$

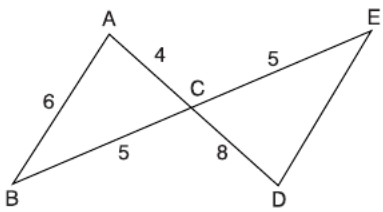
$x^2 = 64 + 9 - 2.8.3.(-\cos\alpha)$

$x^2 = 64 + 9 + 2.8.3.\cos\alpha$

$x^2 = 64 + 9 + 2.8.3.\frac{3}{4}$

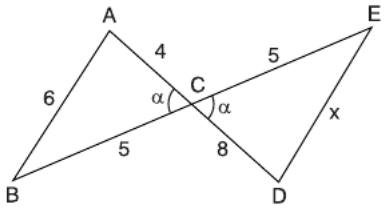
$x^2 = 109$ ise $x = \sqrt{109}$ birim bulunur.

ÖRNEK 2



Yukarıdaki üçgenlerde $|BC| = |CE| = 5$ br
$|AC| = 4$ br
$|AB| = 6$ br ve $|CD| = 8$ br
olduğuna göre, $|DE|$ kaç br dir?

Çözüm



ABC üçgeninde kosinüs teoremi uygularsak

$6^2 = 4^2 + 5^2 - 2.4.5.\cos\alpha$

$36 = 16 + 25 - 40.\cos\alpha$

$-5 = -40\cos\alpha$ ise $\cos\alpha = \frac{1}{8}$ bulunur.

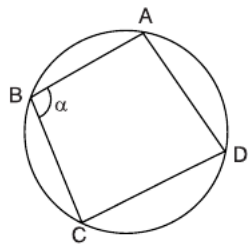
Şimdi CDE üçgeninde kosinüs teoremi uygulayarak $|DE| = x$ uzunluğunu bulalım.

$x^2 = 5^2 + 8^2 - 2.5.8.\cos\alpha$

$x^2 = 25 + 64 - 2.5.8.\frac{1}{8}$

$x^2 = 79$ ise $x = \sqrt{79}$ bulunur.

ÖRNEK 3

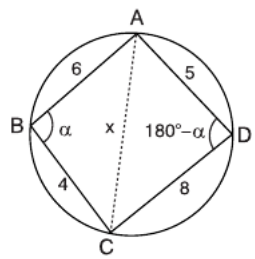


ABCD kirişler dörtgenidir.
$|AB| = 6$ br
$|BC| = 4$ br
$|AD| = 5$ br
$|CD| = 8$ br
$m(\widehat{ABC}) = \alpha$

olduğuna göre, $\cos\alpha$ kaçtır?

Çözüm

Kirişler dörtgeninde karşılıklı açılar birbirini 180° ye tamamlar. Buna göre



Yukarıdaki ABC üçgeninde ve ADC üçgeninde kosinüs teoremi uygulayalım.

$x^2 = 6^2 + 4^2 - 2\cdot6\cdot4\cdot\cos\alpha$... (★)

$x^2 = 5^2 + 8^2 - 2\cdot5\cdot8\cdot\cos(180° - \alpha)$... (★★)

(★) ve (★★) dan

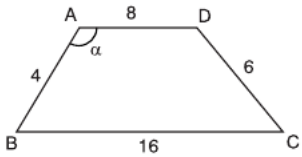
$36 + 16 - 48\cos\alpha = 25 + 64 + 80.\cos\alpha$

$52 - 89 = 128\cos\alpha$

$-37 = 128\cos\alpha$ ise $\cos\alpha = -\frac{37}{128}$

bulunur.

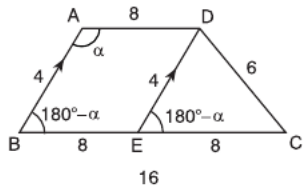
ÖRNEK 4



ABCD bir yamuk
[AD] //[BC]

$|AD| = 8$ cm, $|AB| = 4$ cm, $|BC| = 16$ cm, $|DC| = 6$ cm ve $m(\widehat{BAD}) = \alpha$ olduğuna göre, $\cos\alpha$ kaçtır?

Çözüm



[ED] // [AB] çizilirse ABED paralelkenar olur ve [DE] = 4 cm olur.

[AD] // [BC] olduğundan $m(\widehat{BAD}) = \alpha$ ise $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{DEC}) = 180° - \alpha$ olur.

O halde DEC üçgeninden yararlanarak kosinüs teoremi uygulayıp $\cos\alpha$ yı bulalım.

$6^2 = 4^2 + 8^2 - 2\cdot4\cdot8\cdot\underbrace{\cos(180° - \alpha)}_{-\cos\alpha}$

$36 = 16 + 64 - 64(-\cos\alpha)$

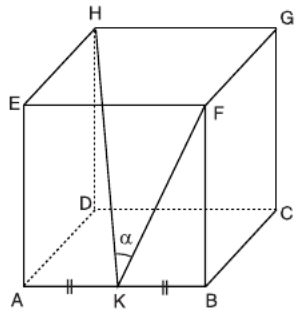
$36 = 80 + 64\cos\alpha$

$-44 = 64\cos\alpha$

$\cos\alpha = -\frac{44}{64}$

$\cos\alpha = -\frac{11}{16}$ bulunur.

ÖRNEK 5



Yandaki şekilde ABCDEFGH küptür.

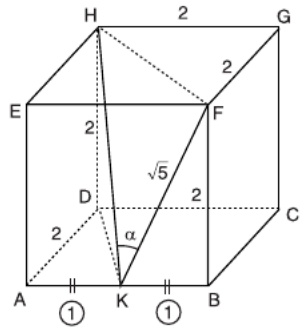
$|AK| = |KB|$

$m(\widehat{HKF}) = \alpha$

olduğuna göre, cosα kaçtır?

Çözüm

Üç boyutlu cisimlerde kosinüs değeri sorulursa genellikle soruda kosinüs teoremi uygulanarak çözüme gidilir.



ABCDEFGH küpünün bir kenarını 2 birim kabul edelim.

$\widehat{KBF}$ dik üçgen olduğundan

$|KF| = \sqrt{5}$ bulunur

$\widehat{GHF}$ dik üçgeninde $|HF| = 2\sqrt{2}$ bulunur.

$\widehat{HDK}$ üçgeni temel diklik teoremi gereğince dik üçgendir. Yani

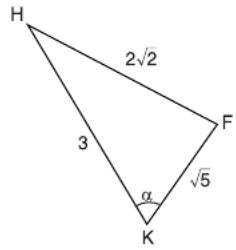
$[HD] \perp [DK]$

O halde [HK] pisagor bağıntısından

$2^2 + (\sqrt{5})^2 = (|HK|)^2$ ise $(|HK|)^2 = 9$

$|HK| = 3$ bulunur.

Bu durumda $\widehat{HKF}$ üçgeninin tüm kenarları bilindiğinden kosinüs teoremi yardımıyla cosα yı bulalım.



$(2\sqrt{2})^2 = 3^2 + (\sqrt{5})^2 - 2.3\sqrt{5}.\cos\alpha$

$8 = 9 + 5 - 6\sqrt{5}\cos\alpha$

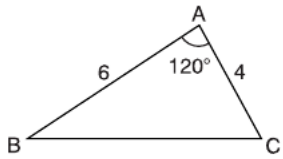
$-6 = -6\sqrt{5}\cos$

$\frac{1}{\sqrt{5}} = \cos\alpha$

bulunur.

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

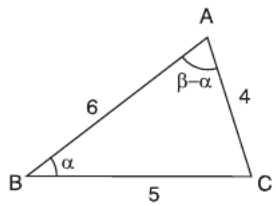
1.



Yukarıdaki $\widehat{ABC}$ üçgeninde $m(\widehat{BAC}) = 120°$, $|AB| = 6$ cm ve $|AC| = 4$ cm olduğuna göre, **$|BC|$ kaç cm dir?**

A) 5 B) 6 C) $\sqrt{15}$ D) $2\sqrt{19}$ E) $2\sqrt{21}$

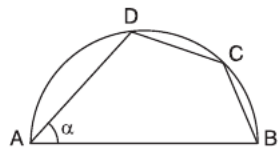
2.



Yukarıdaki ABC üçgeninde $m(\widehat{BAC}) = \beta - \alpha$ ve $m(\widehat{ABC}) = \alpha$ olduğuna göre, **cosβ kaçtır?**

A) $-\frac{1}{8}$ B) $-\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{3}{5}$

3.



Yandaki şekilde [AB] çaplı yarım çember verilmiştir.

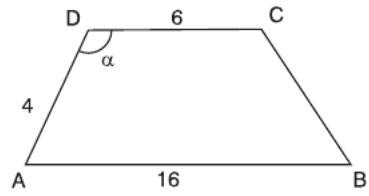
$|AD| = 7$ cm

$|AB| = 10$ cm

$m(\widehat{BAD}) = \alpha$ olduğuna göre cosα kaçtır?

A) $\frac{7}{8}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{7}{10}$ D) $\frac{7}{15}$ E) $\frac{1}{20}$

4.



Yukarıdaki ABCD yamuğunda [AB] // [DC], $|AB| = 16$ cm, $|AD| = 4$ cm, $|DC| = 6$ cm, $m(\widehat{CDA}) = \alpha$ dır.

$\cos\alpha = \frac{3}{5}$ olduğuna göre, $|BC|$ kaç cm dir?

A) $\sqrt{13}$ B) $\sqrt{15}$ C) $2\sqrt{41}$ D) $2\sqrt{70}$ E) $4\sqrt{5}$

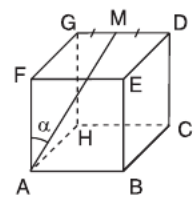
5. Bir ABC üçgeninde a, b, c üçgeninin kenarlarıdır.

$$(a+b+c)(a+b-c) = \frac{a.b}{2}$$

olduğuna göre $\cos\hat{C}$ kaçtır?

A) $-\frac{5}{6}$ B) $-\frac{3}{4}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

6.



Yandaki şekilde ABCHFEDG küptür.

$m(\widehat{FAM}) = \alpha$

$|GM| = |MD|$

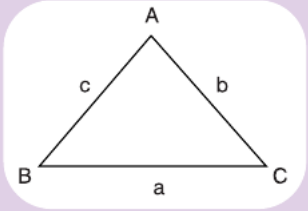
olduğuna göre, cosα kaçtır?

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

ADIM



SİNÜS ALAN FORMÜLÜ



Yukarıdaki ABC üçgeninde a, b, c kenarları yardımıyla üçgenin alanını veren formül şöyledir;

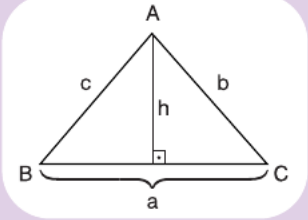
$$A(ABC) = \frac{1}{2}a.b.\sin C$$

$$= \frac{1}{2}a.c.\sin B$$

$$= \frac{1}{2}b.c.\sin A$$

Formül yardımıyla alan bulunurken iki kenar ve bu iki kenarın arasındaki açının sinüsünden yararlanılır.

TEOREMİN İSPATI



$$A(ABC) = \frac{1}{2}a.h.....\ \star$$

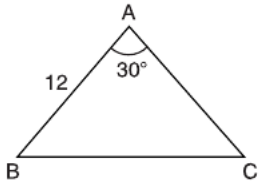
$\sin C = \frac{h}{b}$ ise $h = b.\sin C$ olduğundan bu eşitliği ($\star$) da yerine yazalım.

$$A(ABC) = \frac{1}{2}a.b.\sin C$$

bu şekilde sinüs alan formülü bulunmuş olur.

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1



Yandaki şekilde ABC üçgeninde

$|AB| = 12$ br

$A(ABC) = 30\sqrt{3}$ br^2

olduğuna göre,

tanC kaçtır?

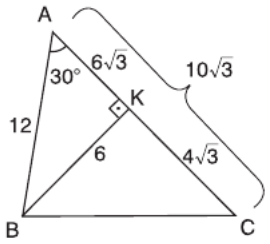
Çözüm

$|AC| = x$ olsun. O halde

$$\frac{1}{2}\cdot 12\cdot x\cdot \sin 30° = A(ABC)$$

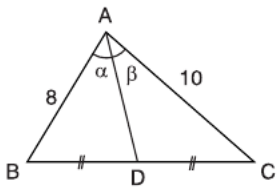
$$\frac{1}{2}\cdot 12\cdot x\cdot \frac{1}{2} = 30\sqrt{3}$$

$$x = 10\sqrt{3}$$



Buna göre $\tan C = \frac{6}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ bulunur.

ÖRNEK 2



Yandaki ABC üçgeninde

$|AB| = 8$ br

$|AC| = 10$ br dir.

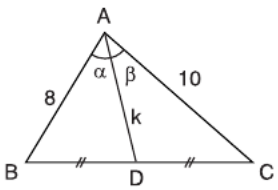
$|BD| = |DC|$

$m(\widehat{BAD}) = \alpha$

$m(\widehat{DAC}) = \beta$

olduğuna göre, $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$ kaçtır?

Çözüm



A(ABD) = A(ADC) dir. Çünkü tabanları ve yükseklikleri eşittir. O halde sinüs alan formülünü her iki üçgende de uygulayalım.

$$\frac{1}{2}\cdot 8\cdot k\cdot \sin\alpha = \frac{1}{2}\cdot 10\cdot k\cdot \sin\beta$$

$$8\sin\alpha = 10\sin\beta$$

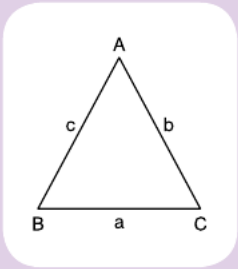
$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{10}{8}$ ise

$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{5}{4}$ bulunur.

ADIM



SİNÜS TEOREMİ



Şekildeki ABC üçgeninin alanını bir önceki adımda sinüs yardımıyla bulmayı öğrenmiştik.

Şimdi sinüs alan formülü yardımıyla aşağıdaki eşitlikleri yazalım.

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{b.c.\sin\hat{A}}{2} = \frac{a.c.\sin\hat{B}}{2} = \frac{a.b.\sin\hat{C}}{2}$$

Şimdi bu eşitlikleri düzenleyelim.

$$b.c.\sin\hat{A} = a.c.\sin\hat{B} = a.b.\sin\hat{C}$$

Eşitliği a.b.c çarpımına bölersek,

$$\frac{\sin\hat{A}}{a} = \frac{\sin\hat{B}}{b} = \frac{\sin\hat{C}}{c}$$

elde edilir.

Son elde ettiğimiz eşitlikte pay ve paydalar ters çevrilirse;

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

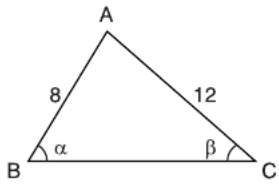
elde edilir.

DİKKAT !

Sinüs teoremi genellikle iki açı - iki kenar bilgisi varsa kullanılır.

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1



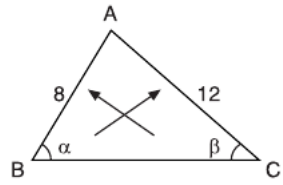
Yandaki ABC üçgeninde

$|AB| = 8$ cm

$|AC| = 12$ cm

olduğuna göre, $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$ **kaçtır?**

Çözüm

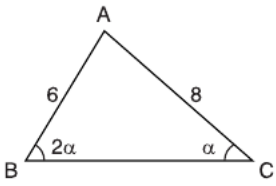


Sinüs teoremini uygulayalım.

$$\frac{8}{\sin\beta} = \frac{12}{\sin\alpha}$$

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{12}{8} \text{ ise } \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{3}{2} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 2



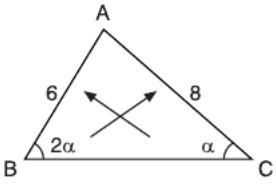
Yandaki ABC üçgeninde

$|AB| = 6$ cm

$|AC| = 8$ cm

olduğuna göre, **tanα kaçtır?**

Çözüm



Sinüs teoremini uygulayalım.

$$\frac{6}{\sin\alpha} = \frac{8}{\sin 2\alpha}$$

HATIRLATMA !

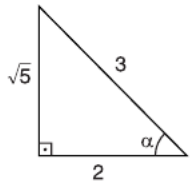
$\sin 2a = 2\sin a.\cos a$

O halde

$$\frac{6}{\sin\alpha} = \frac{8}{2\sin\alpha.\cos\alpha}$$

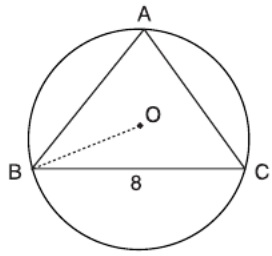
$12\cos\alpha = 8$ ise $\cos\alpha = \frac{2}{3}$ olur.

Dik üçgen yardımıyla tanα yı bulalım.



$\tan\alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$ bulunur.

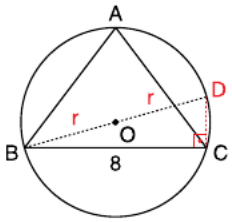
ÖRNEK 3



Yandaki şekilde O merkezli çevrel çemberin yarıçapı 6 birimdir.
ABC üçgeninde
$|BC| = 8$ birim olduğuna göre, **$\sin\hat{A}$ kaçtır?**

Çözüm

Çevrel çemberin yarıçapı 6 olduğu bilindiğine göre,



ABC çevrel çemberinin merkezi O ise [BD] çaptır.
Çapı gören çevre açı,
$m(\hat{BCD}) = 90°$ dir.
$\hat{A} = \hat{D}$

$$\sin\hat{A} = \sin\hat{D} = \frac{8}{2.r} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$ bulunur.

ÖRNEK 4

Bir ABC üçgeninde a,b,c sırasıyla üçgenin kenarlarıdır. $\sin A + \sin B = 8.\sin C$ ve üçgenin çevresi 27 cm olduğuna göre, **c kaç cm dir?**

Çözüm

HATIRLATMA !

Orantının Temel Teoremi

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ ise $\frac{a+c}{b+d} = \frac{e}{f}$

Sorunun çözümünde sinüs teoremini kullanalım.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Hatırlatma yardımıyla bu eşitliği şu şekilde yazabiliriz;

$$\frac{a+b}{\sin A + \sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$\sin A + \sin B = 8\sin C$ olduğuna göre

$$\frac{a+b}{8\cancel{\sin C}} = \frac{c}{\cancel{\sin C}}$$

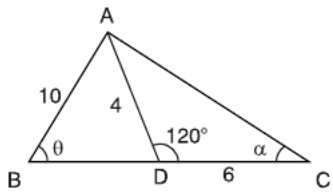
$a + b = 8c$ bulunur.

Üçgenin çevresi 27 cm olduğuna göre,

$\underbrace{a+b}_{8c} + c = 27$

$9c = 27$ ise $c = 3$ cm bulunur.

ÖRNEK 5



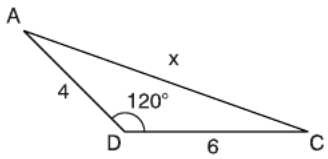
Yandaki şekilde ABC üçgeni verilmiştir.
$|AB| = 10$ cm
$|DC| = 6$ cm
$|AD| = 4$ cm
$m(\hat{ADC}) = 120°$

$m(\hat{ABD}) = \theta$, $m(\hat{ACD}) = \alpha$ olduğuna göre,

$\frac{\sin\theta}{\sin\alpha}$ **kaçtır?**

Çözüm

Sorunun çözümü için öncelikle $|AC|$ uzunluğunu kosinüs teoremi yardımıyla bulalım. Sonra ABC üçgeninde α ve θ açılarıyla sinüs teoreminden yararlanalım.



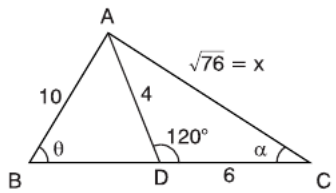
$$x^2 = 4^2 + 6^2 - 2.4.6.\cos 120°$$

$$x^2 = 52 - 2.4.6.\left(-\frac{1}{2}\right) = 52 + 24$$

$$x^2 = 76$$

$x = \sqrt{76}$ bulunur.

Şimdi ABC üçgeninde sinüs teoremini uygulayalım.

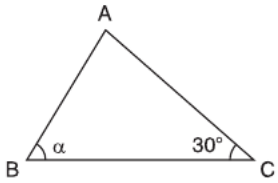


$$\frac{|AB|}{\sin\alpha} = \frac{|AC|}{\sin\theta}$$

$\frac{10}{\sin\alpha} = \frac{\sqrt{76}}{\sin\theta}$ ise $\frac{\sin\theta}{\sin\alpha} = \frac{\sqrt{76}}{10}$ bulunur.

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1.

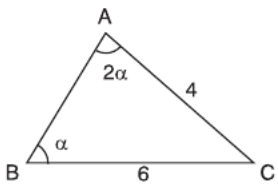


ABC üçgeninde
$2|AC| = 3|AB|$
$m(\widehat{ABC}) = \alpha$

$m(\widehat{ACB}) = 30°$ olduğuna göre, $\sin\alpha$ kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

2.

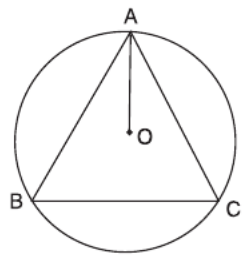


ABC üçgeninde
$|AC| = 4$ cm
$|BC| = 6$ cm

$\sin2\alpha = 2\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha$
$\cos2\alpha = 2\cdot\cos^2\alpha - 1$
olduğuna göre, $\cos2\alpha$ kaçtır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

3.

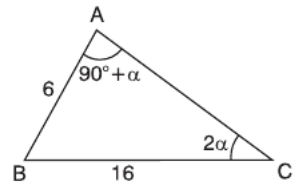


Yandaki şekilde O merkezli çevrel çemberin yarıçapı 10 birimdir.
$m(\widehat{B}) < 90°$
$|AC| = 12$ cm

olduğuna göre, $\tan\widehat{B}$ kaçtır?

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{4}$

4.

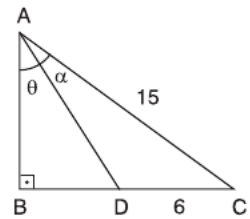


ABC üçgeninde
$|BC| = 16$ cm
$|BA| = 6$ cm
$m(\widehat{ACB}) = 2\alpha$

$\sin2\alpha = 2\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha$ olduğuna göre, $\sin\alpha$ kaçtır?

A) $\frac{3}{16}$ B) $\frac{5}{12}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

5.



ABC üçgeninde
$[AB] \perp [BC]$
$|DC| = 6$ cm
$|AC| = 15$ cm
$\sin\alpha = \frac{1}{5}$
$m(\widehat{BAD}) = \theta$

olduğuna göre, $\cos\theta$ kaçtır?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{2}{5}$

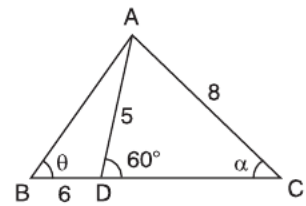
6. Bir ABC üçgeninde a, b, c sırasıyla üçgenin kenarlarıdır.

$\sin B + \sin C = 4\sin A$
$b + c = 2a + 10$

olduğuna göre, a kaç birimdir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

7.



ABC üçgeninde
$|AC| = 8$ cm
$|BD| = 6$ cm
$|AD| = 5$ cm
$m(\widehat{ADC}) = 60°$
$m(\widehat{ACD}) = \alpha$
$m(\widehat{ABD}) = \theta$

olduğuna göre, $\frac{\sin\alpha}{\sin\theta}$ kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{101}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{91}}{8}$ C) $\frac{\sqrt{70}}{8}$ D) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

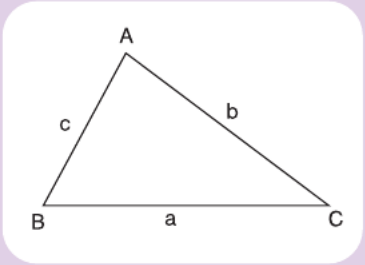
APOTEMİ

ADIM



HERON FORMÜLÜ

Kenar uzunlukları verilen bir üçgenin alanı;



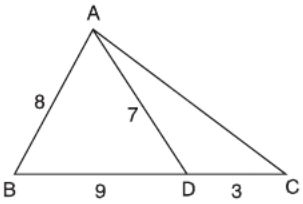
a+b+c = 2u olmak üzere

$A(\widehat{ABC}) = \sqrt{u(u-a)(u-b)(u-c)}$ dir.

Bu formüle Heron Formülü denir.

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1



ABC bir üçgen
|AB| = 8 cm
|AD| = 7 cm
|BD| = 9 cm ve
|DC| = 3 cm

olduğuna göre Alan($\widehat{ADC}$) kaç cm² dir?

Çözüm

ABD üçgeninin kenar uzunlukları bilindiğinden Heron Formülüyle ABD üçgeninin alanını bulalım.

$u = \frac{7+8+9}{2} = 12$

$Alan(\widehat{ABD}) = \sqrt{12.(12-7)\cdot(12-8)\cdot(12-9)} = 12\sqrt{5}$ cm²

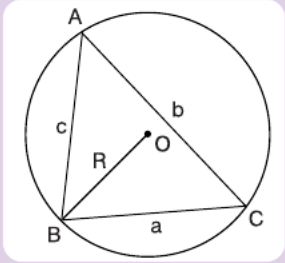
$Alan(\widehat{ADC}) = \frac{Alan(ABD)}{3} = \frac{12\sqrt{5}}{3} = 4\sqrt{5}$ cm²

bulunur. (ABD ve ADC üçgenlerinin yükseklikleri eşit olduğundan alanları tabanları ile orantılıdır.)

Not:

Kenar uzunlukları a,b,c ve çevrel çemberin yarıçapı R olan ABC üçgeninin alanı

$Alan(\widehat{ABC}) = \frac{a.b.c}{4.R}$ dir.



ÖRNEK 2

Kenar uzunlukları 5 cm, 6 cm ve 7 cm olan ABC üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapını bulunuz.

Çözüm

$Alan(ABC) = \frac{a.b.c}{4.R}$

eşitliğinde R yi bulmak için önce Heron Formülüyle, üçgenin alanını bulalım.

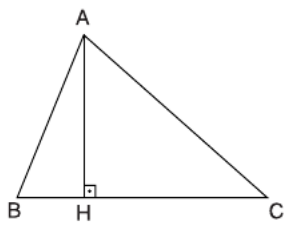
$u = \frac{5+6+7}{2} = 9$

$Alan(\widehat{ABC}) = \sqrt{9.(9-5)(9-6)(9-7)} = 6\sqrt{6}$ cm²

$Alan(\widehat{ABC}) = \frac{a.b.c}{4.R}$

$6\sqrt{6} = \frac{5.6.7}{4.R}$ ve $R = \frac{35\sqrt{6}}{24}$ cm bulunur.

ÖRNEK 3



ABC bir üçgen
[AH] ⊥ [BC]
|AB| = 8 cm
|AC| = 15 cm ve
|AH| = 6 cm

olduğuna göre ABC üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı kaç cm dir?

Çözüm

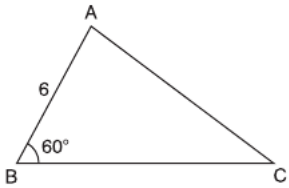
$Alan(\widehat{ABC}) = \frac{|BC|.|AH|}{2} = \frac{|AB|.|AC|.|BC|}{4.R}$

$\frac{6}{2} = \frac{8.15}{4.R}$

R = 10 cm bulunur.

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1.

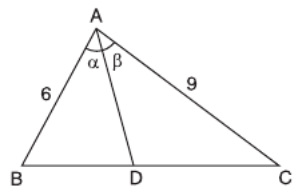


ABC bir üçgen
$m(\widehat{ABC}) = 60°$
$|AB| = 6$ cm
$Alan(\widehat{ABC}) = 27\sqrt{3}$ cm²

olduğuna göre, $\tan(\widehat{BCA})$ kaçtır?

A) $\sqrt{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{5}$

2.

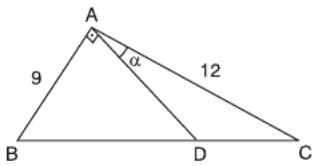


ABC bir üçgen
$m(\widehat{BAD}) = \alpha$
$m(\widehat{DAC}) = \beta$
$3.|BD| = 2.|DC|$
$|AB| = 6$ cm
$|AC| = 9$ cm

olduğuna göre, $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$ kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{4}{3}$

3.

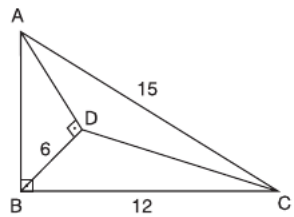


ABC bir üçgen
$[AB] \perp [AD]$
$m(\widehat{DAC}) = \alpha$
$|BD| = 2.|DC|$

$|AB| = 9$ cm ve $|AC| = 12$ cm olduğuna göre sin α kaçtır?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{1}{3}$

4.

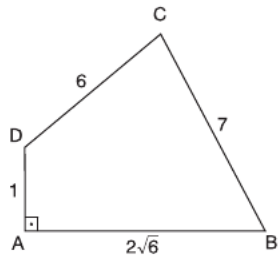


ABC ve ABD birer dik üçgen
$[AB] \perp [BC]$
$[AD] \perp [BD]$
$|AC| = 15$ cm
$|BD| = 6$ cm
$|BC| = 12$ cm

olduğuna göre, $Alan(\widehat{DBC})$ kaç cm² dir?

A) 12 B) 18 C) 24 D) 32 E) 48

5.

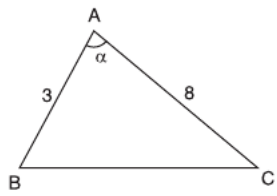


ABCD bir konveks dörtgen
$[AD] \perp [AB]$
$|AD| = 1$ cm
$|AB| = 2\sqrt{6}$ cm
$|BC| = 7$ cm
$|DC| = 6$ cm

olduğuna göre, ABCD dörtgeninin alanı kaç cm² dir?

A) $9\sqrt{6}$ B) $8\sqrt{6}$ C) $7\sqrt{6}$ D) $6\sqrt{6}$ E) $5\sqrt{6}$

6.

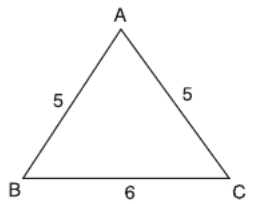


ABC bir üçgen
$m(\widehat{BAC}) = \alpha$
$|AB| = 3$ cm
$|AC| = 8$ cm
$Alan(\widehat{ABC}) = 6\sqrt{3}$ cm²

olduğuna göre, sinα kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{10}}{8}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

7.

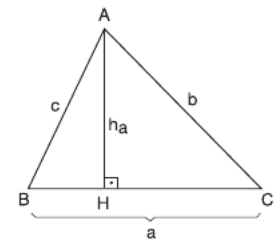


ABC bir üçgen
$|AB| = |AC| = 5$ cm
$|BC| = 6$ cm

olduğuna göre ABC üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı kaç cm dir?

A) $\frac{25}{8}$ B) $\frac{25}{7}$ C) $\frac{25}{6}$ D) 5 E) $\frac{25}{4}$

8.



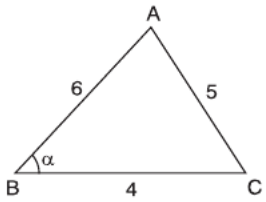
ABC bir üçgen
$[AH] \perp [BC]$
$|AB| = c$,
$|AC| = b$,
$|BC| = a$
$|AH| = h_a$

olduğuna göre ABC üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{b.c}{4.h_a}$ B) $\frac{b.c}{2.h_a}$ C) $\frac{a.c}{2.h_a}$ D) $\frac{a.b.c}{4.h_a}$ E) $\frac{a.b}{2.h_a}$

ADIM GÜÇLENDİRME TESTİ - 1

1.

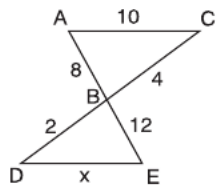


ABC üçgeninde
$|AB| = 6$ cm
$|AC| = 5$ cm
$|BC| = 4$ cm

$m(\widehat{ABC}) = \alpha$ olduğuna göre, $\cos\alpha$ kaçtır?

A) $-\frac{1}{8}$ B) $\frac{3}{16}$ C) $\frac{9}{16}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{8}{9}$

2.

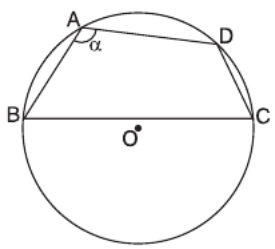


ABC ve BDE birer üçgen
$[AE] \cap [DC] = \{B\}$
$|AB| = 8$ cm
$|BC| = 4$ cm
$|AC| = 10$ cm
$|DB| = 2$ cm
$|BE| = 12$ cm

olduğuna göre, $|DE| = x$ kaç cm dir?

A) $\sqrt{35}$ B) 7 C) $7\sqrt{2}$ D) $\sqrt{142}$ E) $\sqrt{163}$

3.



O merkezli çemberde
$|AB| = 6$ cm
$|AD| = 7$ cm
$|DC| = 5$ cm
$|BC| = 10$ cm

$m(\widehat{ABD}) = \alpha$ olduğuna göre, $\cos\alpha$ kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{5}{23}$ C) $-\frac{1}{10}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{17}$

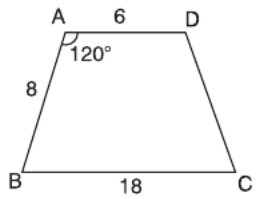
4. Kenar uzunlukları a, b, c olan bir ABC üçgeninde

$a^2 - b^2 = c^2 + bc$

olduğuna göre, sin2A kaçtır?

A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) 1

5.

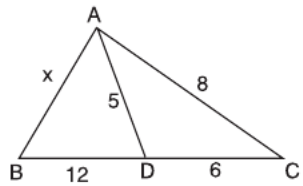


ABCD bir yamuk
$[AD] // [BC]$
$|AD| = 6$ cm
$|AB| = 8$ cm
$|BC| = 18$ cm

$m(\widehat{DAB}) = 120°$ olduğuna göre, $|DC|$ kaç cm dir?

A) $4\sqrt{7}$ B) $4\sqrt{19}$ C) 9 D) 12 E) $12\sqrt{13}$

6.

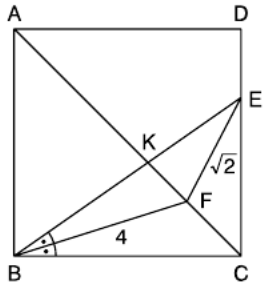


ABC bir üçgen
$|AD| = 5$ cm
$|DC| = 6$ cm
$|AC| = 8$ cm
$|BD| = 12$ cm

olduğuna göre, $|AB| = x$ kaç cm dir?

A) $5\sqrt{2}$ B) $6\sqrt{3}$ C) $\sqrt{163}$ D) 14 E) $\sqrt{201}$

7.



ABCD bir kare
[BF] açıortay
[AC] köşegen
$|BF| = 4$ cm
$|FE| = \sqrt{2}$ cm

olduğuna göre, $|BE|$ kaç cm dir?

A) $4\sqrt{7}$ B) $\sqrt{11}$ C) $\sqrt{26}$ D) 6 E) $8\sqrt{2}$

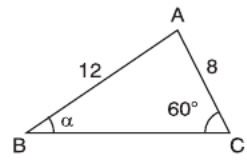
8. Kenar uzunlukları a, b, c olan bir ABC üçgeninde $m(\hat{C}) = 120°$ dir.

$$a+b = 3\sqrt{ab}$$

olduğuna göre, $\frac{c^2}{ab}$ oranı kaçtır?

A) 8 B) 6 C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

9.



ABC üçgeninde
$|AB| = 12$ cm
$|AC| = 8$ cm

$\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos 2\alpha$ **olduğuna göre, $\cos 2\alpha$ kaçtır?**

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{4}{5}$

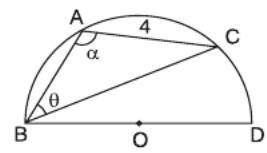
10. Bir ABC üçgeninin çevrel çemberinin çevresi 8π br dir.

$$\sin A = \frac{3}{4}$$

olduğuna göre, A açısının karşısındaki kenarın uzunluğu kaç br dir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

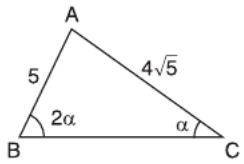
11.



O merkezli yarım çemberde
$|BC| = 8$ cm
$|BD| = 10$ cm
$|AC| = 4$ cm
$m(\hat{BAC}) = \alpha$

$m(\hat{ABC}) = \theta$ olduğuna göre, $\sin\theta$ kaçtır?

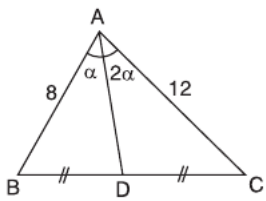
A) $-\frac{4}{5}$ B) $-\frac{2}{5}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

12. 

ABC üçgeninde
$|AB| = 5$ cm
$|AC| = 4\sqrt{5}$ cm
$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

olduğuna göre, $\tan\alpha$ kaçtır?

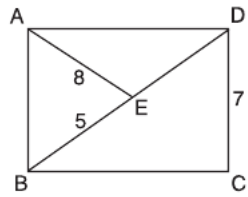
A) 2 B) $\sqrt{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{5}$

13. 

ABC bir üçgen
$|BD| = |DC|$
$|AB| = 8$ cm
$|AC| = 12$ cm

$\sin 2\alpha = 2\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha$ olduğuna göre, $\cos\alpha$ kaçtır?

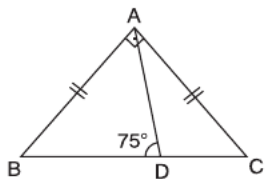
A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{3}{4}$

14. 

ABCD dikdörtgen
[BD] köşegen
$|AE| = 8$ cm
$|BE| = 5$ cm
$|CD| = 7$ cm

olduğuna göre, Alan $(\widehat{ABE})$ kaç cm² dir?

A) 4 B) $4\sqrt{3}$ C) 8 D) 10 E) $10\sqrt{3}$

15. 

ABC bir ikizkenar dik üçgen
$[AB] \perp [AC]$
$|AB| = |AC|$

$m(\widehat{BDA}) = 75°$ olduğuna göre, $\frac{|BD|}{|DC|}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B) 2 C) $\sqrt{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\sqrt{2}$

16. Kenar uzunlukları a, b, c olan bir ABC üçgeninin çevresi 24 cm dir.

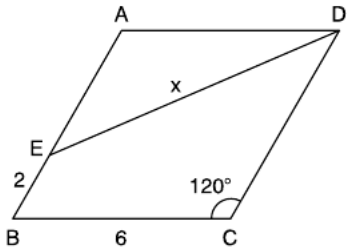
$$\sin A + \sin B = 3\sin C$$

olduğuna göre, c kenarının uzunluğu kaç cm dir?

A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

ADIM GÜÇLENDİRME TESTİ - 2

1.

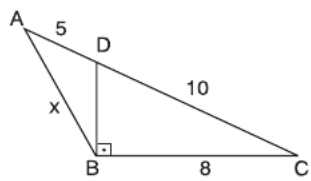


ABCD eşkenar dörtgen
$|BC| = 6$ cm
$|BE| = 2$ cm
$m(\widehat{BCD}) = 120°$

olduğuna göre, $|ED| = x$ kaç cm dir?

A) 5 B) 6 C) $4\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{19}$ E) $3\sqrt{10}$

2.

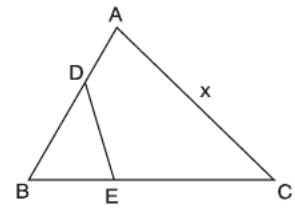


ABC üçgeninde
$[DB] \perp [BC]$
$|AD| = 5$ cm
$|DC| = 10$ cm
$|BC| = 8$ cm

olduğuna göre, $|AB| = x$ kaç cm dir?

A) 5 B) 6 C) $\sqrt{41}$ D) $\sqrt{97}$ E) $6\sqrt{3}$

3.



ABC üçgen,
DBE eşkenar üçgen
$|DE| = 2$ cm
$|EC| = 6$ cm
$|AD| = 4$ cm

olduğuna göre, $|AC| = x$ kaç cm dir?

A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{6}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{7}$ E) $2\sqrt{13}$

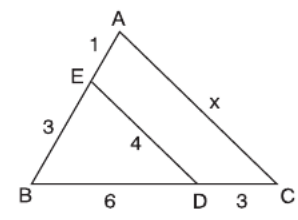
4. Kenar uzunlukları a, b, c olan bir ABC üçgeninde
$\text{Alan}(\widehat{ABC}) = 6\sqrt{3}$ br² ve

$(a+b)^2 - c^2 = ab$

olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

A) 36 B) 24 C) 20 D) 18 E) 16

5.

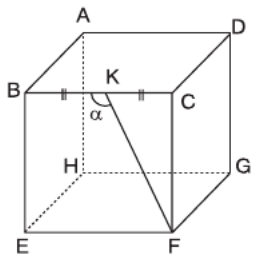


ABC üçgeninde
$|BD| = 6$ cm
$|DC| = 3$ cm
$|EB| = 3$ cm
$|AE| = 1$ cm
$|ED| = 4$ cm

olduğuna göre, $|AC| = x$ kaç cm dir?

A) $\sqrt{7}$ B) $\sqrt{21}$ C) $\sqrt{39}$ D) $5\sqrt{2}$ E) 8

6.



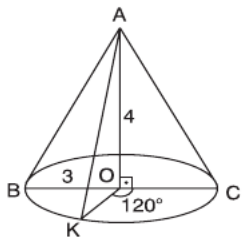
ABCDEFGH bir küptür.

$|BK| = |KC|$

$m(\widehat{BKF}) = \alpha$ olduğuna göre, cos α kaçtır?

A) $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

8.



Yandaki dik koninin taban çemberinin merkezi O dur.

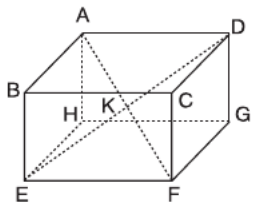
$|BO| = 3$ cm

$|AO| = 4$ cm

$m(\widehat{KOC}) = 120°$ olduğuna göre, $\cos(\widehat{BAK})$ kaçtır?

A) $\frac{17}{37}$ B) $\frac{41}{50}$ C) $\frac{19}{21}$ D) $\frac{17}{18}$ E) $\frac{21}{22}$

7.



ABCDEFGH dikdörtgenler prizmasıdır.

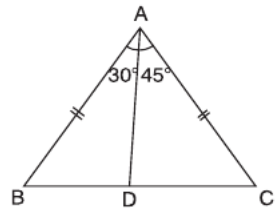
$|EF| = 2|FG| = 4|DG|$

[AF] ve [DE] cisim köşegenidir.

$m(\widehat{AKD}) = \alpha$ olduğuna göre, cos α kaçtır?

A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $-\frac{11}{21}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{17}{18}$

9.



ABC bir ikizkenar üçgen

$|AB| = |AC|$

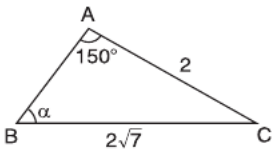
$m(\widehat{BAD}) = 30°$

$m(\widehat{DAC}) = 45°$

olduğuna göre, $\frac{|DC|}{|BD|}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B) 2 C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{2}$ E) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

10.



ABC bir üçgen
$m(\widehat{BAC}) = 150°$
$|AC| = 2$ cm
$|BC| = 2\sqrt{7}$ cm

$m(\widehat{BAC}) = \alpha$ olduğuna göre, $\cot\alpha$ kaçtır?

A) $3\sqrt{7}$ B) $2\sqrt{7}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $\sqrt{3}$

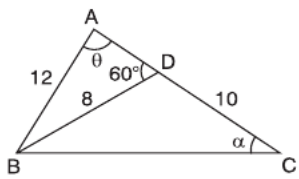
11. Kenar uzunlukları a, b, c olan bir ABC üçgeninde

$\sin A = 2.\sin B + \sin C$

olduğuna göre, $\frac{a-b}{b+c}$ oranı kaçtır?

A) 2 B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) -1

12.



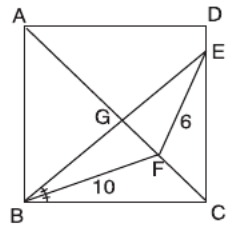
ABC üçgeninde
$|AB| = 12$ cm
$|DC| = 10$ cm
$|BD| = 8$ cm
$m(\widehat{ADB}) = 60°$

$m(\widehat{BAC}) = \theta$ ve $m(\widehat{BCD}) = \alpha$

olduğuna göre, $\frac{\sin\theta}{\sin\alpha}$ kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{13}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{17}}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{37}}{7}$ E) $\frac{\sqrt{61}}{6}$

13.

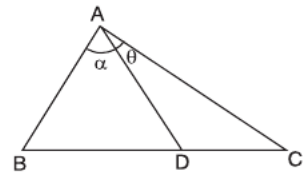


ABCD bir kare
[AC] köşegen
[BF] açıortay
$|BF| = 10$ cm
$|EF| = 6$ cm

olduğuna göre, Alan($\widehat{EBF}$) kaç cm² dir?

A) 18 B) $15\sqrt{2}$ C) $10\sqrt{2}$ D) $5\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{3}$

14.



ABC üçgeninde
$|BD| = 2|DC|$
$|AC| = 3|AB|$

$m(\widehat{BAD}) = \alpha$ ve $m(\widehat{DAC}) = \theta$

olduğuna göre, $\frac{\sin\theta + \sin\alpha}{2\sin\alpha}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{5}{9}$ C) $\frac{7}{12}$ D) $\frac{6}{5}$ E) $\frac{11}{9}$

15.



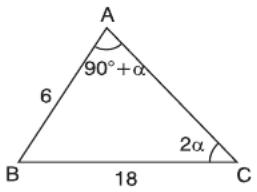
Şekildeki yarıçapı r br olan çemberin $|KL|$ kirişinin uzunluğu $r.\sqrt{2-\sqrt{3}}$ br

olduğuna göre, KL yayının ölçüsü kaç derecedir?

A) 15° B) 30° C) 60° D) 90° E) 120°

ADIM GÜÇLENDİRME TESTİ - 3 (ÇÖZÜMLÜ)

1.

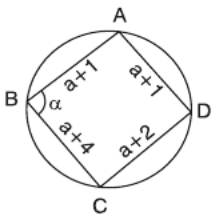


ABC üçgeninde
$|AB| = 6$ cm
$|BC| = 18$ cm
$m(B\hat{A}C) = 90°+\alpha$
$m(A\hat{C}B) = 2\alpha$

olduğuna göre, $\sin\alpha$ kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{3}{4}$

2.

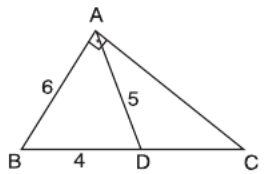


ABCD kirişler dörtgeninde
$|AB| = |AD| = (a+1)$ br
$|BC| = (a+4)$ br
$|CD| = (a+2)$ br
$m(A\hat{B}C) = \alpha$ ve

$\cos\alpha = \frac{1}{4}$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

3.

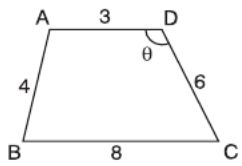


ABC üçgeninde
$[AB] \perp [AC]$
$|AB| = 6$ cm
$|AD| = 5$ cm
$|BD| = 4$ cm

olduğuna göre, $|BC|$ kaç cm dir?

A) 12 B) $\frac{32}{3}$ C) $\frac{15}{4}$ D) $\frac{7}{2}$ E) $\frac{1}{5}$

4.



ABCD yamuğunda
$[AD] // [BC]$
$|BC| = 2|AB| = 8$ cm
$|DC| = 2|AD| = 6$ cm

$m(A\hat{D}C) = \theta$ olduğuna göre, $\cos\theta$ kaçtır?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{3}{4}$

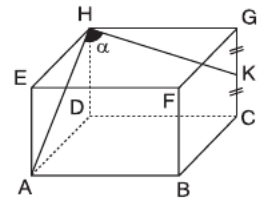
5. Kenar uzunlukları birbirinden farklı olan bir ABC üçgeninde

$$\frac{b^3 - c^3 + a^3}{a^2} = b - c + a$$

olduğuna göre, $\sin A$ kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) 1

6.

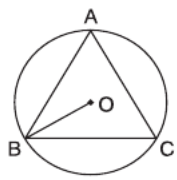


ABCDEFGH dikdörtgenler prizmasında
$|GK| = |KC| = 2$ cm
$|BC| = 2$ cm
$|AB| = 4$ cm

$m(A\hat{H}K) = \alpha$ olduğuna göre, $\cos\alpha$ kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

7.

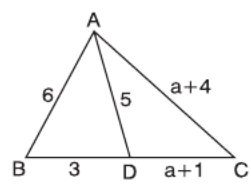


ABC üçgeninin çevrel çemberinin merkezi O olmak üzere
$\sin A = \frac{1}{3}$, $|BC| = 6$ cm

olduğuna göre, $\cos(C\hat{B}O)$ kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

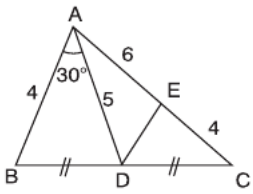
8.



ABC üçgeninde
$|AB| = 6$ cm
$|AD| = 5$ cm
$|BD| = 3$ cm
$|AC| = (a+4)$ cm
$|DC| = (a+1)$ cm

olduğuna göre, a kaçtır?

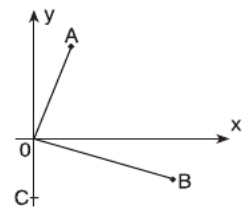
A) 3 B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{8}{5}$ D) $\frac{7}{5}$ E) $\frac{3}{4}$

9. 

ABC üçgeninde
$|BD| = |DC|$
$|AB| = |EC| = 4$ cm
$|AE| = 6$ cm,
$|AD| = 5$ cm

$m(\widehat{BAD}) = 30°$ olduğuna göre, Alan($\widehat{ADE}$) kaç cm² dir?

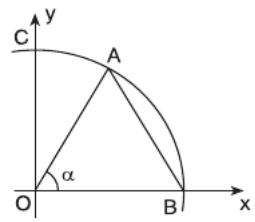
A) 10 B) 8 C) 6 D) 3 E) 2

10. 

Yandaki koordinat sisteminde
$m(\widehat{AOB}) = 120°$
$|OA| = 10$ br
$|OB| = 5$ br

olduğuna göre, A noktasının B noktasına uzaklığı kaç br dir?

A) $5\sqrt{7}$ B) $9\sqrt{5}$ C) $2\sqrt{5}$ D) $\sqrt{7}$ E) $\sqrt{5}$

11. 

Yandaki koordinat sisteminde O merkezli çeyrek çember verilmiştir.
$|OC| = 2$ br
$|AB| = 3\sqrt{\cos\alpha}$ br

$m(\widehat{AOB}) = \alpha$ olduğuna göre, cosα kaçtır?

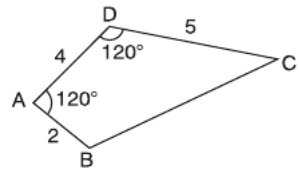
A) $\frac{1}{11}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{8}{17}$ D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{13}{14}$

12. Bir ABC üçgeninde

$\sin^2A + \sin^2B = \sin^2C$

olduğuna göre, cotC kaçtır?

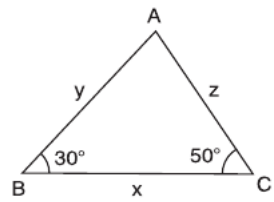
A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\sqrt{3}$ E) 2

13. 

Yandaki ABCD konveks dörtgeninde
$|AB| = 2$ cm
$|AD| = 4$ cm
$|DC| = 5$ cm

$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{ADC}) = 120°$ olduğuna göre, $|BC|$ kaç cm dir?

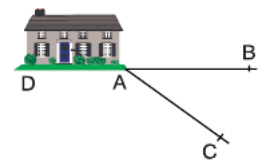
A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{5}$ C) $3\sqrt{7}$ D) $4\sqrt{2}$ E) 9

14. 

Yandaki ABC üçgeninde
$|AC| = z$ br
$|BC| = x$ br
$|AB| = y$ br

$m(\widehat{ABC}) = 30°$ ve $m(\widehat{ACB}) = 50°$ olduğuna göre, $\frac{\cos 140°}{\cos 10°}$ aşağıdakilerden hangisine eşitir?

A) $-\frac{x}{y}$ B) $-\frac{y}{x}$ C) $-\frac{z}{y}$ D) $\frac{x}{y}$ E) $\frac{y}{z}$

15. 

$m(\widehat{DAC}) = 135°$
$|AB| = 12$ m

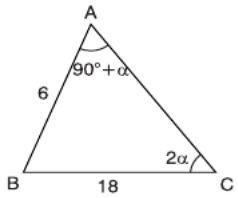
Yukarıdaki şekildeki gibi bir evi olan bir çiftçi evinin önüne alanı 30 m² olan üçgen biçiminde bir bahçe yapmak istiyor. Bahçenin $|AB|$ ve $|AC|$ kenarları duvar örülüdür.

Bahçenin diğer kenarına da duvar örerek bahçeyi tamamlayacak olan çiftçinin kaç metre duvar örmesi gerekmektedir?

A) 6 B) $3\sqrt{5}$ C) $\sqrt{62}$ D) $\sqrt{74}$ E) 9

ADIM GÜÇLENDİRME TESTİ - 3 (ÇÖZÜMLER)

1.



İki kenar, iki açı bulunduğundan sinüs teoremini uygulayalım.

$$\frac{18}{\sin(90°+\alpha)} = \frac{6}{\sin 2\alpha}$$

$$\frac{18}{\cos\alpha} = \frac{6}{\sin 2\alpha}$$

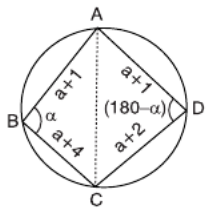
$$\frac{18}{\cancel{\cos\alpha}} = \frac{6}{2\sin\alpha.\cancel{\cos\alpha}}$$

$36\sin\alpha = 6$ ise $\sin\alpha = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

bulunur.

Cevap A

2.



ABCD kirişler dörtgeni olduğundan karşılıklı açılar biribirinin 180° ye tamamlar.

Buna göre $m(\widehat{ABC}) = \alpha$ ise $m(\widehat{ADC}) = 180°-\alpha$ dır.

Şimdi ABC ve ADC üçgenlerine $|AC|$ kenarını kullanarak kosinüs toremi uygulayalım.

ABC üçgeninde kosinüs teoremi;

$|AC|^2 = (a+1)^2 + (a+4)^2 - 2(a+1)\cdot(a+4)\cos\alpha$ ... (★)

ADC üzerinde kosinüs teoremi:

$|AC|^2 = (a+1)^2 + (a+2)^2 - 2(a+1).(a+2)\underbrace{\cos(180-\alpha)}_{-\cos\alpha}$

$|AC|^2 = (a+1)^2 + (a+2)^2 + 2(a+1).(a+2)\cos\alpha$ ... (★★)

(★) ve (★★) eşitlikleri taraf tarafa çıkartılırsa

$O = (a+4)^2 - (a+2)^2 - 2(a+1)(2a+6)\cos\alpha$

$O = 2(2a+6) - 2(a+1)(2a+6)\cos\alpha$

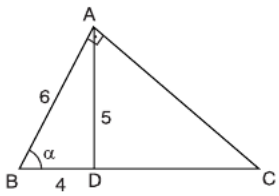
$2(2a+6) = 2(a+1)(2a+6)\cos\alpha$

$\frac{1}{a+1} = \cos\alpha$ ise $\frac{1}{a+1} = \frac{1}{4}$

olduğundan $a = 3$ bulunur.

Cevap C

3.



$m(\widehat{ABD}) = \alpha$ olsun ABC üçgeninde kosinüs teoremi uygulayalım

$5^2 = 6^2 + 4^2 - 2.6.4.\cos\alpha$

$25 = 52 - 48\cos\alpha$ ise $48\cos\alpha = 27$

$\cos\alpha = \frac{9}{16}$ bulunur.

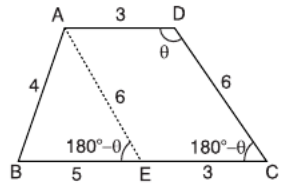
ABC dik üçgenide cosα yı bulalım.

$\cos\alpha = \frac{|AB|}{|BC|} = \frac{9}{16}$

$\frac{6}{|BC|} = \frac{9}{16}$ ise $|BC| = \frac{32}{3}$ cm bulunur.

Cevap B

4.



[DC] doğrusuna paralel [AE] doğrusu alınırsa $|AE| = 6$ olur

ABE üçgeninde kosinüs teoremi uygulanırsa

$4^2 = 6^2 + 5^2 - 2.6.5.\cos(180°-\theta)$

$16 = 36 + 25 - 60.(-\cos\theta)$

$16 = 61 + 60\cos\theta$ ise $60\cos\theta = -45$

$\cos\theta = -\frac{45}{60} = \frac{-3}{4}$

bulunur.

Cevap E

5.

$\frac{b^3 - c^3 + a^3}{a^2} = b - c + a$

$b^3 - c^3 + a^3 = a^2b - a^2c + a^3$

$b^3 - c^3 = a^2(b-c)$

$(b-c)(b^2 + bc + c^2) = a^2(b-c)$

$b^2 + bc + c^2 = a^2$ ... (★)

ABC üçgeninde a kenarına göre kosinüs teoremi yazalım.

$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos A$ ... (★★)

(★) ve (★★) eşitliklerinde a^2 eşitlenirse

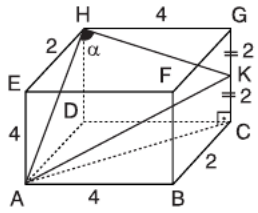
$b^2 + bc + c^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$-\frac{1}{2} = \cos A$ olur.

$A = 120°$ olduğundan $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ bulunur.

Cevap D

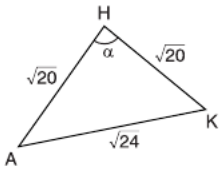
6.



ACK üçgeninde pisagordan $|AK| = \sqrt{24}$ cm

HEA üçgeninde pisagordan $|HA| = \sqrt{20}$ cm

HGK üçgeninde pisagordan $|HK| = \sqrt{20}$ cm



HAK üçgeninde kosinüs teoremini uygulayarak $\cos\alpha$ yı bulalım.

$$\left(\sqrt{24}\right)^2 = \left(\sqrt{20}\right)^2 + \left(\sqrt{20}\right)^2 - 2.\sqrt{20}.\sqrt{20}.\cos\alpha$$

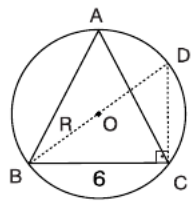
$$24 = 20 + 20 \quad 2.20.\cos\alpha$$

$$-16 = -40\cos\alpha \text{ ise } \cos\alpha = \frac{2}{5}$$

bulunur.

Cevap B

7.



BO uzunluğu D noktasına uzatılırsa $|BD|$ cap $m(\widehat{BCD}) = 90°$ olur.

$\widehat{A} = \widehat{D}$

$\sin A = \frac{1}{3} = \sin\widehat{D}$ olduğuna göre

$$\frac{|BC|}{2.R} = \sin\widehat{D} \text{ ise } 18 = 2R$$

$9 = R$ olur.

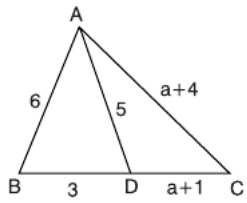
Buna göre $\cos(C\widehat{B}O) = \frac{|BC|}{|BD|}$

$$\cos(C\widehat{B}O) = \frac{6}{2R} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

bulunur.

Cevap C

8.



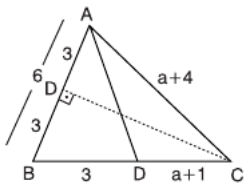
ABD üçgeninde kosinüs teoremini ABD açısına uygulayalım

$5^2 = 6^2 + 3^2 - 2.6.3.\cos(ABD)$

$25 = 45 - 36\cos(ABD)$

$20 = 36\cos(ABD)$

$\frac{20}{36} = \cos(\widehat{ABD})$ ise $\cos(\widehat{ABD}) = \frac{5}{9}$ olur.



$|AC| = |BC|$ olduğundan $|CD|$ dikliği $|AB|$ yi iki eşit parçaya böler.

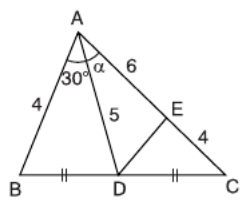
$$\cos(C\widehat{B}A) = \frac{|BD|}{|BC|} = \frac{3}{a+4} = \frac{5}{9}$$

$$27 = 5a + 20$$

$7 = 5a$ ise $a = \frac{7}{5}$ bulunur.

Cevap D

9.



$|BD| = |DC|$ olduğundan $A(ABD) = A(ADC)$ dir.

DAC açısı α olsun.

ABD ve ADC üçgeninde sinüs alan teoremi uygulayalım.

$$\frac{1}{2}.4.5.\sin 30° = \frac{1}{2}.10.5.\sin\alpha$$

$$20.\sin 30° = 50.\sin\alpha$$

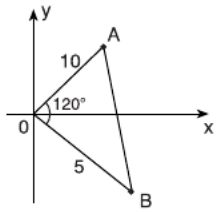
$20.\frac{1}{2} = 50.\sin\alpha$ ise $\sin\alpha = \frac{1}{5}$ olur.

O halde $A(ADE) = \frac{1}{2}.5.6.\sin\alpha$

$$A(ADE) = \frac{1}{2}.5.6.\frac{1}{5} = 3 \text{ bulunur.}$$

Cevap D

10.



AOB üçgeninde kosinüs teoremi uygulayarak $|AB|$ yi bulalım.

$|OA| = 10$ br

$|OB| = 5$ br ise

$|AB|^2 = 10^2 + 5^2 - 2.10.5.\cos 120°$

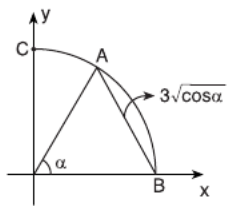
$|AB|^2 = 100 + 25 - 100.\left(-\frac{1}{2}\right)$

$|AB|^2 = 125 + 50 = 175$

$|AB| = \sqrt{175} = 5\sqrt{7}$ br bulunur.

Cevap A

11.



$|OC| = 2$ br olduğundan çeyrek çemberin yarıçapı 2 br olur. O halde $|OA| = |OB| = 2$ dir.

AOB üçgeninde kosinüs teoremi uygulayarak $\cos\alpha$ yı bulalım.

$|AB|^2 = |AO|^2 + |OB|^2 - 2.|AO|.|OB|.\cos\alpha$

$9.\cos\alpha = 4 + 4 - 2.2.2.\cos\alpha$

$9\cos\alpha = 8 - 8\cos\alpha$ ise $\cos\alpha = \frac{8}{17}$ bulunur.

Cevap C

12. Bir ABC üçgeninde

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \text{ dir.}$$

$$\frac{a^2}{\sin^2 A} = \frac{b^2}{\sin^2 B} = \frac{c^2}{\sin^2 C}$$

Orantının temel teoremi gereğince

$$\frac{a^2 + b^2}{\sin^2 A + \sin^2 B} = \frac{c^2}{\sin^2 C}$$ yazılabilir.

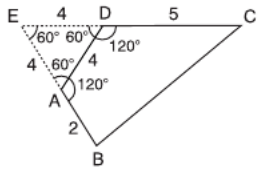
$\sin^2A + \sin^2B = \sin^2C$ olduğundan

$a^2+b^2=c^2$ olur. ABC üçgeninin kenarları arasında bu iki ilişki varsa C açısı 90° olur.

O halde $\cot C = \cot 90° = 0$ bulunur.

Cevap A

13.



EBC üçgeninde kosinüs teoremi uygulayarak $|BC|$ yi bulalım.

$|BC|^2 = |EB|^2 + |EC|^2 - 2.|EC|.|EB|.\cos 60°$

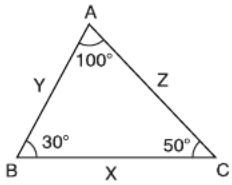
$|BC|^2 = 36 + 81 - 2.9.6.\frac{1}{2}$

$|BC|^2 = 117 - 54 = 63$

$|BC| = 3\sqrt{7}$ cm bulunur.

Cevap C

14.



$$\frac{\cos 140°}{\cos 10°} = \frac{-\sin 50°}{\sin 100°} \text{ dir.}$$

ABC üçgeninde sinüs teoremini uygulayalım.

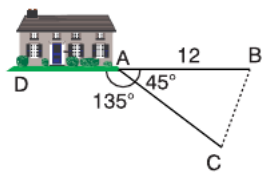
$$\frac{x}{\sin 100°} = \frac{z}{\sin 30°} = \frac{y}{\sin 50°}$$ olduğuna göre

$$\frac{\sin 50°}{\sin 100°} = \frac{y}{x}$$

$$\frac{\cos 140°}{\cos 10°} = \frac{-\sin 50°}{\sin 100°} = -\frac{y}{x}$$ bulunur.

Cevap B

15.



Alan(ABC) = 30 br²

$\frac{1}{2}.12.|AC|.\sin 45° = 30$

$|AC| = \frac{5}{\sin 45°} = \frac{10}{\sqrt{2}}$ olur.

Şimdi ABC üçgeninde kosinüs teoremi uygulayarak $|BC|$ kenarına kaç m duvar örülmesi gerektiğini bulalım.

$|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2 - 2.|AB|.|AC|.\cos 45°$

$|BC|^2 = 12^2 + \left(\frac{10}{\sqrt{2}}\right)^2 - 2.12.\frac{10}{\sqrt{2}}.\frac{\sqrt{2}}{2}$

$|BC|^2 = 144 + 50 - 120$ ise $|BC|^2 = 74$

$|BC| = \sqrt{74}$ m bulunur.

Cevap D



TRİGONOMETRİ - 4

A) Trigonometrik denklemler

B) Trigonometrik lineer denklemler

C) Homojen trigonometrik denklemler

ADIM



TRİGONOMETRİK DENKLEMLER

$\sin\alpha = \sin\theta$ Denkleminin Çözüm Kümesini Bulma

$\sin\alpha = \sin\theta$ denkleminde ölçüsü α nın esas ölçüsüne eşit tüm açılar denklemi sağlar.

$\sin\alpha = \sin(\pi - \alpha)$ olduğundan denklemin çözüm kümesi şu şekilde ifade edilir;

$\sin\alpha = \sin\theta$ ise

$\alpha = \theta + 2k\pi$ veya

$\alpha = (\pi - \theta) + 2k\pi \quad (k \in z)$

biçimindedir.

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

$$\sin 2x = \sin\frac{\pi}{3}$$

denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

Çözüm

1.YOL

$$2x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \ ...(\star)$$

$$2x = \left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) + 2k\pi \ ...(\star\star)$$

$(\star)$ eşitliğinde

$$2x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$$

$$x = \frac{\pi}{6} + k\pi \quad \text{elde edilir.}$$

Bu aşamada verilecek k değerleri x in $[0, 2\pi]$ aralığında yer almasını sağlayacak şekilde seçilmelidir. Yani

$$k = 0 \ \text{için} \ x = \frac{\pi}{6}$$

$$k = 1 \ \text{için} \ x = \frac{\pi}{6} + \pi = \frac{7\pi}{6}$$

k=2 ve daha büyük k değerleri için x değerleri $[0, 2\pi]$ aralığında yer almaz.

$(\star\star)$ eşitliğinde

$$2x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$$

$$x = \frac{\pi}{3} + k\pi \quad \text{elde edilir.}$$

$$k = 0 \ \text{için} \ x = \frac{\pi}{3}$$

$$k = 1 \ \text{için} \ x = \frac{\pi}{3} + \pi = \frac{4\pi}{3}$$

k=2 ve daha büyük değerleri için x değeri $[0, 2\pi]$ aralığında yer almaz.

O halde sorudaki denklemin çözüm kümesi $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{7\pi}{6}, \frac{4\pi}{3}\right\}$ bulunur.

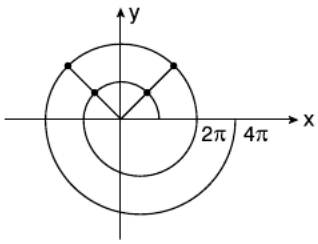
2.YOL (PRATİK)

Çözümü grafik metoduyla pratik olarak yapalım.

$0 \le x \le 2\pi$ soruda verilen aralık

$0 \le 2x \le 4\pi$ olur.

O halde grafikte 0 dan başlayıp 4π ye kadar dönüş yapalım. Yani



$\sin 2x$, $\sin\frac{\pi}{3}$ ün pozitif değerine eşit olduğundan 1. ve 2. bölgeye bakılır. $\sin 2x$ in $\sin\frac{\pi}{3}$ e eşit olan 4 farklı kökü olduğu görülür.

ÖRNEK 2

$$\sin x = 2\cos^2 20° - 1$$

denklemini sağlayan en küçük iki pozitif açının toplamı kaçtır?

Çözüm

$2\cos^2 20° - 1 = \cos 40°$ olduğuna göre

$\sin x = \cos 40°$

Denklemi sinüs denklemi haline getirmek için $\cos 40°$ yerine eşiti olan $\sin 50°$ değerini kullanalım.

$\sin x = \sin 50°$ olur.

Denklemin çözüm kümesi

$x = 50° + 360°k$

$x = (180° - 50°) + 360°k$ olduğundan

$k = 0$ için $x = 50°$ ve $x = 130°$

eşitliği sağlayan en küçük iki pozitif açıdır. Bu iki açının toplamı $50° + 130° = 180°$ olur.

ÖRNEK 3

$(1+\sin x)(3-\sin x) = 0$

denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

Çözüm

$(1+\sin x)(3-\sin x) = 0$ denkleminin sağlanması için

$1+\sin x = 0$ veya $3-\sin x = 0$ olmalıdır.

$1+\sin x = 0$

▸▸ $\sin x = -1$ denklemi $[0, 2\pi]$ aralığında

sadece $x = \frac{3\pi}{2}$ için sağlanır.

▸▸ $3-\sin x = 0$ olursa

$\sin x = 3$ denkleminin çözümü yoktur.

Çünkü $\sin x$ en fazla 1 değerini alabilir. Buna göre denklemin $[0, 2\pi]$ aralığında sadece bir kökü bulunur.

ÖRNEK 4

$\cos^2 x+3\sin x+3 = 0$

denkleminin $[-2\pi, 2\pi]$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

Çözüm

HATIRLATMA !

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Hatırlatma yardımıyla $\cos^2 x = 1-\sin^2 x$ dir.

O halde

$(1-\sin^2 x)+3\sin x+3 = 0$

$-\sin^2 x+3\sin x+4 = 0$

$\sin^2 x-3\sin x-4 = 0$

$(\sin x-4)(\sin x+1) = 0$ elde edilir.

$\sin x-4 = 0$ veya $\sin x+1 = 0$ olur.

▸▸ $\sin x-4 = 0$ olursa

$\sin x = 4$ denkleminin bir çözümü yoktur.

Çünkü $\sin x$ en fazla 1 olabilir.

▸▸ $\sin x + 1 = 0$ olursa

$\sin x = -1$ denkleminin $[-2\pi, 2\pi]$ aralığındaki kökleri $x = \frac{3\pi}{2}$ ve $x = -\frac{\pi}{2}$ olur.

Buna göre soruda verilen denklemin istenen aralıkta 2 farklı kökü vardır.

ÖRNEK 5

$2\sin 3x \cdot \cos x = \cos x$

denkleminin $[0, \pi]$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

Çözüm

$2\sin 3x.\cos x = \cos x$

DİKKAT!
Bu aşamada sadeleştirme yapılmaz. Sadeleştirme bu tip sorularda kök kaybına sebep olur.

Tüm ifadeyi eşitliğin bir tarafına toplayalım.

$2\sin 3x \cdot \cos x - \cos x = 0$

$\cos x.(2\sin 3x-1) = 0$

O halde

$\cos x = 0$ veya

$2.\sin 3x-1 = 0$ olur.

(1) $\cos x = 0$ denklemi

$[0, \pi]$ aralığında sadece

$x = \frac{\pi}{2}$ için sağlanır.

(2) $2\sin 3x - 1 = 0$

$\sin 3x = \frac{1}{2}$

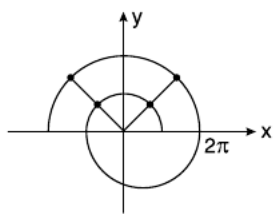
denkleminin çözüm kümesini bulalım.

Çözümü grafik metodla pratik yapalım.

$0 \le x \le \pi$ soruda istenen aralıktı.

$0 \le 3x \le 3\pi$, $\sin 3x = \frac{1}{2}$ denkleminin çözüm aralığı olur.

O halde grafikte 0 dan başlayıp 3π kadar dönüş yapalım. Yani



$\sin 3x$, $\frac{1}{2}$ pozitif değerine eşit olduğundan 1.

2. bölgeye bakılır ve 4 farklı kök olduğu görülür.

O halde soruda verilen deklemin (1) ve (2) den dolayı toplam 5 farklı kökü vardır.

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1. $\sin\alpha = \cos 70°$

denklemini sağlayan en küçük iki pozitif α değerinin toplamı kaç derecedir?

A) 80° B) 100° C)120° D) 160° E) 180°

2. $\sin x.\cos x.\cos 2x = \frac{1}{8}$

denkleminin [0,2π] aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 8

3. $(1-\sin x) = (1-\sin^2 x)$

denkleminin [0,2π] aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 6

4. $\sin 3x + \cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right) = 0$

denkleminin [0,2π] aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 7 B) 6 C) 4 D) 2 E) 1

5. $\sin(6x) = \frac{1}{2}$

denkleminin [0,3π] aralığında sağlayan kaç farklı kök vardır?

A) 4 B) 8 C) 12 D) 18 E) 20

6. $2+\sin x = \sin^2 x$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi bu denkleminin bir köküdür?

A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{2\pi}{3}$ D) $\frac{3\pi}{2}$ E) $\frac{7\pi}{4}$

7. $2.\sin 2x.\cos x = \frac{\cos x}{3}$

denkleminin [0,2π] aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

8. $\sin(2m-30°) = \cos m$

denklemini sağlayan [0°,180°] aralığındaki m değerlerinin toplamı kaç derecedir?

A) 360° B) 320° C) 280° D) 200° E) 120°

ADIM



cosα = cosθ Denkleminin Çözüm Kümesini Bulma

cosα = cosθ denkleminde ölçüsü α nın esas ölçüsüne eşit tüm açılar denklemi sağlar.
cosα = cos(–α) olduğundan denklemin çözüm kümesi şu şekilde ifade edilir;

$\cos\alpha = \cos\theta$

$\alpha = \theta + 2k\pi$ veya

$\alpha = -\theta + 2k\pi \quad (k \in z)$

biçimindedir.

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

$\cos 4x = \frac{1}{2}$

denkleminin [0, 2π] aralığında kaç kökü vardır?

Çözüm

1.YOL

Denklemi önce adımda verdiğimiz denklem biçimine dönüştürelim. Bunun için $\frac{1}{2}$ yerine $\cos\frac{\pi}{3}$ yazılabilir.

$\cos 4x = \cos\frac{\pi}{3}$

denklemin çözüm kümesi şu şekildedir;

$4x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ ....(★)

$4x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$ ....(★★)

(★) eşitliğinde

$4x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$

$x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}$ bulunur.

$k = 0$ için $x = \frac{\pi}{12}$

$k = 1$ için $x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2} = \frac{7\pi}{12}$

$k = 2$ için $x = \frac{\pi}{12} + \pi = \frac{13\pi}{12}$

$k = 3$ için $x = \frac{\pi}{12} + \frac{3\pi}{2} = \frac{19\pi}{12}$ olur.

(★★) eşitliğinde

$4x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$

$x = -\frac{\pi}{12} + \frac{6k\pi}{12}$ bulunur.

$k = 1$ için $x = \frac{5\pi}{12}$

$k = 2$ için $x = \frac{11\pi}{12}$

$k = 3$ için $x = \frac{17\pi}{12}$

$k = 4$ için $x = \frac{23\pi}{12}$ olur.

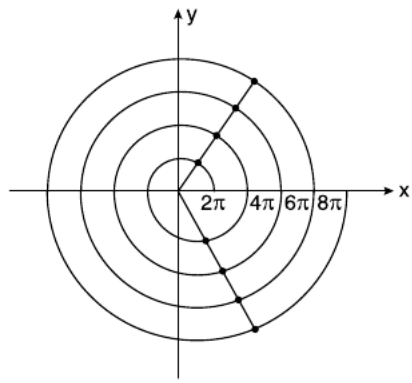
O halde denklemi [0, 2π] aralığında sağlayan açılar

$\left\{\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}, \frac{13\pi}{12}, \frac{17\pi}{12}, \frac{19\pi}{12}, \frac{23\pi}{12}\right\}$

olduğundan denklemin 8 tane kökü vardır.

2.YOL (PRATİK)

$0<x<2\pi$ ise $0<4x<8\pi$ dir. O halde



0 ile 8π arasındaki açılar çakışık olmayacak şekilde gösterildiğinde kosinüsü $\frac{1}{2}$ ye eşit, esas ölçüsü

1. bölgede olan 4, esas ölçüsü 4. bölgede olan dört farklı açı vardır. Bundan dolayı çözüm kümesi 8 elemanlıdır.

1. bölge ve 4. bölgenin alınmasının sebebi kosinüsün pozitif olduğu bölgeler olmasından dolayıdır.

ÖRNEK 2

$\cos 2x = \sin 3x$

denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığında kaç kökü vardır?

Çözüm

Denklemi kosinüs denklemi haline getirmek için sin 3x yerine eşiti olan $\cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$ ifadesini yazalım. Yani $\cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$ olur.

Denklemin Çözüm Kümesi;

$2x = \frac{\pi}{2} - 3x + 2k\pi \ldots (\star)$

$2x = -\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) + 2k\pi \ldots (\star\star)$ olur.

$(\star)$ eşitliğinde

$2x = \frac{\pi}{2} - 3x + 2k\pi$

$5x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ ise $x = \frac{\pi}{10} + \frac{2k\pi}{5}$ olur.

$k = 0,\ k = 1,\ k = 2,\ k = 3,\ k = 4$ için

$x = \frac{\pi}{10},\ x = \frac{\pi}{2},\ x = \frac{9\pi}{10},\ x = \frac{13\pi}{10},\ x = \frac{17\pi}{10}$ bulunur.

$(\star\star)$ eşitliğinde

$2x = -\frac{\pi}{2} + 3x + 2k\pi$

$-x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$

$x = \frac{\pi}{2} - 2k\pi$

$k = 0$ için $x = \frac{\pi}{2}$ bulunur.

Buna göre denklemin

$\left\{\frac{\pi}{10}, \frac{\pi}{2}, \frac{9\pi}{10}, \frac{13\pi}{10}, \frac{17\pi}{10}\right\}$

biçiminde 5 farklı kökü vardır.

ÖRNEK 3

$2\cos 2x + \cos x = 1$

denkleminin $[0, \pi]$ aralığında kaç kökü vardır?

Çözüm

$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ o duğuna göre

$2(2\cos^2 x - 1) + \cos x = 1$

$4\cos^2 x - 2 + \cos x - 1 = 0$

$4\cos^2 x + \cos x - 3 = 0$

$(4\cos x - 3)(\cos x + 1) = 0$

Buna göre

$\cos x = \frac{3}{4}$ veya $\cos x = -1$ olabilir.

$[0, \pi]$ aralığında $\cos x = \frac{3}{4}$

eşitliğini sağlayan 1. bölgede bir kök vardır.

$[0, \pi]$ aralığında $\cos x = -1$ eşitliğini sağlayan $x = \pi$ değeridir. Buna göre soruda verilen denklemin iki farklı kökü vardır.

ÖRNEK 4

$2\cos^2 x = \sin 2x$

denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığındaki en küçük iki kökünün toplamı kaçtır?

Çözüm

$\sin 2x = 2\sin x.\cos x$

olduğuna göre

$2\cos^2 x = 2\sin x.\cos x$

$2\cos^2 x - 2\sin x.\cos x = 0$

$2\cos x(\cos x - \sin x) = 0$

Buna göre

$\cos x = 0$ veya $\cos x - \sin x = 0$ olabilir.

$[0, 2\pi]$ aralığında $\cos x = 0$ denklemini sağlayan kökler $x = \frac{\pi}{2}$ ve $x = \frac{3\pi}{2}$ dir.

$[0, 2\pi]$ aralığında $\cos x - \sin x = 0$

$\cos x = \sin x$

denklemini sağlayan kökler

$x = \frac{\pi}{4}$ ve $x = \frac{5\pi}{4}$ tür.

Buna göre soruda verilen denklemi sağlayan en küçük iki kökün toplamı

$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{4}$ bulunur.

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1. $\cos 2x = \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$

denkleminin $(0,2\pi)$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 1 B) 2 C)3 D) 4 E) 5

2. $\cos x + \cos 2x = \frac{7}{2}$

denkleminin $[0, 4\pi]$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 0 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

3. $\sin^2 x = 1 + \cos x$

denkleminin $[-2\pi, 2\pi]$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

4. $0 < x < \pi$ olmak üzere,

$\cos^6 x - \sin^6 x = 0$

eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 2π B) $\frac{13\pi}{2}$ C) π D) $\frac{11\pi}{2}$ E) $\frac{8\pi}{2}$

5. $\frac{\cos 4a}{\cos 2a} = \frac{\cos 3a}{\cos a}$

denklemini aşağıdakilerden hangisi sağlar?

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{3\pi}{4}$ D) $\frac{5\pi}{6}$ E) 3π

6. $x^2 - (\cos a)\cdot x + \frac{-1+\cos 2a}{8} = 0$

denkleminin bir kökü $\frac{2}{3}$ tür.

Buna göre, cosa kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

7. $a^2 - a + \cos x = 0$

denkleminin kökleri eşit olduğuna göre, x değeri aşağıdaki aralıklardan hangisinde olabilir?

A) $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$ B) $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right]$ C) $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$

D) $\left[\pi, \frac{4\pi}{3}\right]$ E) $\left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$

8. $\cos^2 x = \sin 4x$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{3\pi}{5}$ D) $\frac{7\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{2}$

ADIM



$\tan\alpha = \tan\theta$ veya $\cot\alpha = \cot\theta$

Denklemlerinin Çözüm Kümesini Bulma

$\tan\alpha = \tan\theta$ veya $\cot\alpha = \cot\theta$ denklemlerinin çözüm kümesi şu şekildedir.

$$\alpha = \theta + k\pi \quad (k \in Z)$$

Denklem $\tan\alpha = \cot\theta$ şeklinde ise

$$\tan\alpha = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

biçimine getirilip çözülebilir.

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

$$\tan 2x = \frac{\tan 135^\circ}{\sqrt{3}}$$

denkleminin $[0,180^\circ]$ aralığındaki köklerinin toplamı kaçtır?

Çözüm

$\tan 135^\circ = -1$ ve $\tan 2x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ olur.

$-\frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 150^\circ$ olduğundan denklem

$\tan 2x = \tan 150^\circ$ haline gelir.

Denklemin çözüm kümesini bulalım

$2x = 150^\circ + k.180^\circ$

$x = 75^\circ + 90^\circ k$

O halde

$k = 0$ için $x = 75^\circ$

$k = 1$ için $x = 75^\circ + 90^\circ = 165^\circ$

elde edilir. O halde denklemin $[0,180^\circ]$ aralığındaki kökler toplamı $75^\circ + 165^\circ = 240^\circ$ olur.

ÖRNEK 2

$$\cot 3x + \tan 2x = 0$$

denkleminin $[0,2\pi]$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

Çözüm

$\cot 3x + \tan 2x = 0$

$\tan 2x = -\cot 3x$

$\tan 2x = \cot(-3x)$

$\tan 2x = \tan\left(\frac{\pi}{2} + 3x\right)$ olur.

Buna göre denklemin çözüm kümesini bulalım

$2x = \frac{\pi}{2} + 3x + k\pi$

$-x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

$x = -\frac{\pi}{2} - k\pi$

$k = -1$ için $x = \frac{\pi}{2}$, $k = -2$ için $x = \frac{3\pi}{2}$

olduğundan denklemin $[0,2\pi]$ aralığında iki farklı kökü vardır.

ÖRNEK 3

$$\tan x . \tan 2x = 1$$

denkleminin $[0,2\pi]$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

Çözüm

$\tan x . \tan 2x = 1$

$\tan x = \frac{1}{\tan 2x}$

$\tan x = \cot 2x$

$\tan x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$

Buna göre denklemin çözüm kümesi

$x = \frac{\pi}{2} - 2x + k\pi$

$3x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ise $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}$ olur.

$k = 0$ için $x = \frac{\pi}{6}$

$k = 1$ için $x = \frac{\pi}{2}$

$k = 2$ için $x = \frac{5\pi}{6}$

$k = 3$ için $x = \frac{7\pi}{6}$

$k = 4$ için $x = \frac{9\pi}{6}$

$k = 5$ için $x = \frac{11\pi}{6}$

sonuçları elde edilir. Ancak bu tip sorularda tanjant veya kotanjant fonksiyonlarının tanımsız değerleri gelebileceğinden bulunan x değerlerinden bazıları sağlamayabilir. O halde bu soruda verilen denklemi $x = \frac{\pi}{2}$, $x = \frac{9\pi}{6}$ değerleri sağlamaz.

Buna göre. denklemi sağlayan x kökleri

$\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$ olur.

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1. $\tan 3x = -1$

denkleminin $[0,2\pi]$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 6

2. $\tan\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\tan\left(\frac{2\pi}{3}-x\right)$

denkleminin $[0,\pi]$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 5

3. $\tan 2x = \cot 30^\circ . \cot 135^\circ$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 10° B) 120° C) 210° D) 350° E) 510°

4. $\sin x = \cos x . \tan 2x$

denkleminin $[0,2\pi]$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

5. $\tan^2 x - \tan x = 2$

denkleminin $[0,2\pi]$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

6. $\tan 3x + \tan 2x = 0$

denkleminin bir kökü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{4\pi}{5}$ E) $\frac{5\pi}{3}$

7. $\tan 4x . \tan 2x = 1$

denkleminin $[0,\pi]$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

8. $\tan^2\left(2x+\frac{3\pi}{4}\right)=\tan^3 x.\cot x$

denkleminin $[0,2\pi]$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 4 E) 2

ADIM



a.sinx + b.cosx = c
Biçimdeki Denklemlerinin Çözüm Kümesini Bulma

$a.\sin x+b.\cos x = c \quad (a,b,c \in R-\{0\})$

denklemine sinüs ve kosinüse bağlı lineer denklem denir. Bu tür denklemlerde çözüme geçmeden önce pratik olarak katsayılar yardımıyla çözüm kümesinin durumu belirlenebilir.

★ $a^2+b^2 < c^2$ ise denklemin çözümü yoktur.

★ $a^2+b^2 > c^2$ ise denklemin iki çözümü vardır.

★ $a^2+b^2 = c^2$ ise denklemin tek çözümü vardır.

Denklemin çözüm kümesi varsa bulmak için aşağıdaki adımlar izlenir.

$$a\sin x+b\cos x = c$$

$$\sin x+\underbrace{\frac{b}{a}}_{\tan\alpha}\cos x=\frac{c}{a}$$

$\frac{b}{a}=\tan\alpha$ olarak alınır.

$$\sin x+\tan\alpha.\cos x=\frac{c}{a}$$

$$\sin x+\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}.\cos x=\frac{c}{a}$$

$$\frac{\sin x.\cos\alpha+\sin\alpha.\cos x}{\cos\alpha}=\frac{c}{a}$$

$$\sin(x+\alpha)=\frac{c}{a}\cdot\cos\alpha$$

elde edilir. Bu aşamadan sonra denkıemin çözümü önceki adımlarda öğrendiğimiz sinüs veya kosinüs denklemlerinin çözümü gibidir.

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

$\sqrt{3}\sin x+\cos x = 1$

denkleminin [0°,360°] aralığında kökleri nelerdir?

Çözüm

$(\sqrt{3})^2+1^2>1^2$

olduğundan denklemin iki farklı çözümü vardır.

$$\sqrt{3}\sin x+\cos x=1$$

$$\sin x+\underbrace{\frac{1}{\sqrt{3}}}_{\tan 30^\circ}\cos x=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\sin x+\tan 30^\circ\cdot\cos x=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\sin x+\frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ}\cdot\cos x=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{\sin x.\cos 30^\circ+\sin 30^\circ.\cos x}{\cos 30^\circ}=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\sin(x+30^\circ)=\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\cos 30^\circ$$

$$\sin(x+30^\circ)=\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\underbrace{\frac{1}{2}}_{\sin 30^\circ}$$

$\sin(x+30^\circ)=\sin 30^\circ$ elde edilir.

Denklemin çözüm kümesi

(1) $x+30^\circ = 30^\circ+360^\circ.k$

$x = 360^\circ.k$

$k=0$ için $x = 0^\circ$

$k=1$ için $x = 360^\circ$ bulunur.

(2) $x+30^\circ = 180^\circ-30^\circ+360^\circ.k$

$x+30^\circ = 150^\circ+360^\circ.k$

$x = 120^\circ+360^\circ.k$

$k=0$ için $x = 120^\circ$ bulunur.

O halde denklemin [0°,360°] aralığında kökleri 0°, 120°, 360° olarak bulunur.

ÖRNEK 2

$$\sin x-\cos x=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

denkleminin [0,2π] aralığındaki kökler toplamı kaçtır?

Çözüm

1.YOL

Katsayıları inceleyelim.

$$(1)^2+(-1)^2>\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$$

olduğundan denklemin iki farklı çözümü vardır.

$$\sin x-\cos x=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin x+\underbrace{(-1)}_{\tan\frac{3\pi}{4}}.\cos x=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin x + \tan\frac{3\pi}{4}.\cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin x + \frac{\sin\frac{3\pi}{4}}{\cos\frac{3\pi}{4}}.\cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sin x\cdot\cos\frac{3\pi}{4} + \sin\frac{3\pi}{4}.\cos x}{\cos\frac{3\pi}{4}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin\left(x+\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}.\cos\frac{3\pi}{4}$$

$$\sin\left(x+\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}.\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\sin\left(x+\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2} = -\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\sin\left(x+\frac{3\pi}{4}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

Denklemin çözüm kümesi

$x+\frac{3\pi}{4} = -\frac{\pi}{6}+2k\pi$...(1) veya $x+\frac{3\pi}{4} = \pi+\frac{\pi}{6}+2k\pi$...(2)

(1) $x = -\frac{3\pi}{4}-\frac{\pi}{6}+2k\pi$ ise

$x = \frac{-11\pi}{12}+2k\pi$ olur.

$k=1$ için $x = \frac{13\pi}{12}$

(2) $x = \frac{7\pi}{6}-\frac{3\pi}{4}+2k\pi$

$x = \frac{5\pi}{12}+2k\pi$

$k=0$ için $x = \frac{5\pi}{12}$ olur.

kökler toplamı $\frac{13\pi}{12}+\frac{5\pi}{12} = \frac{18\pi}{12} = \frac{3\pi}{2}$ bulunur.

2.YOL

Bu tip sorularda denklemin her iki tarafının karesi alınarak da çözüm yapılır. Ancak kare alınacak denklemlerde genişleme yapıldığından elde edilen kök değerlerinden sağlamayanlar olabilir. Bu duruma dikkat edilmelidir

O halde

$$(\sin x-\cos x)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$$

$$\underbrace{\sin^2 x+\cos^2 x}_{1} - \underbrace{2\sin x.\cos x}_{\sin 2x} = \frac{1}{2}$$

$$1-\sin 2x = \frac{1}{2}$$

$$\sin 2x = \frac{1}{2} = \sin\frac{\pi}{6}$$

olduğundan denklemin çözüm kümesi

(1) $x = \frac{\pi}{12}+k\pi$ ise

$k=0$ için $x = \frac{\pi}{12}$ sağlamaz.

$k=1$ için $x = \frac{13\pi}{12}$ sağlar.

$k=2$ için $x = \frac{25\pi}{12}$ sağlamaz.

(2) $2x = \pi-\frac{\pi}{6}+2k\pi$ ise $x = \frac{5\pi}{12}+k\pi$

$k=0$ için $x = \frac{5\pi}{12}$ sağlar.

kökler toplamı $\frac{13\pi}{12}+\frac{5\pi}{12} = \frac{18\pi}{12} = \frac{3\pi}{2}$ bulunur.

İki yoldan ikinci yol daha kısadır. Ancak ikinci yolda bulunan kökler kontrol edilmelidir.

ÖRNEK 3

$0<x<2\pi$

$3\sin x+4\cos x = 5$

olduğuna göre, sinx kaçtır?

Çözüm

Katsayıları kontrol edelim.

$3^2+4^2 = 5^2$

olduğundan denklemin tek çözümü vardır.

$3\sin x+4\cos x = 5$

$$\sin x + \underbrace{\frac{4}{3}}_{\tan\alpha}\cos x = \frac{5}{3}$$

$\frac{4}{3} = \tan\alpha$ olarak adlandıralım.

$$\sin x + \tan\alpha\cdot\cos x = \frac{5}{3}$$

$$\sin x + \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cdot\cos x = \frac{5}{3}$$

$$\frac{\sin x\cdot\cos\alpha + \sin\alpha\cdot\cos x}{\cos\alpha} = \frac{5}{3}$$

$$\sin(x+\alpha) = \frac{5}{3}\cos\alpha$$

$\tan\alpha = \frac{4}{3}$ olduğundan dik üçgenden

$\cos\alpha = \frac{3}{5}$ bulunur.

O halde

$\sin(x+\alpha) = \frac{5}{3}\cdot\frac{3}{5} = 1$ olur.

$x+\alpha = 90^\circ$ olmalıdır.

Dik üçgen yardımıyla $\sin x = \frac{3}{5}$ bulunur.

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1. $2\sqrt{3}\sin x + \sqrt{2}\cos x = 4$

denkleminin $[0,2\pi]$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 5

2. a reel sayı ve $0 \le x < 2\pi$ olmak üzere,

$a\sin x - 3\sin x + (a-2)\cos x = 1$

denkleminin çözüm kümesi bir elemanlı olduğuna göre, a nın alacağı değerler toplamı kaçtır?

A) –6 B) 0 C) 3 D) 5 E) 10

3. $\sin x - \cos x = 1$

denkleminin $[0,2\pi]$ aralığındaki köklerinin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) π D) $\frac{5\pi}{4}$ E) $\frac{3\pi}{2}$

4. $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 1$

denkleminin $[0,2\pi]$ aralığındaki köklerinin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{3\pi}{4}$ D) π E) $\frac{5\pi}{3}$

5. $5\sin x + 12\cos x = 13$

olduğuna göre, sinx+cosx toplamı kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{12}{5}$ E) $\frac{17}{13}$

6. $x, y \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ olmak üzere

$\sqrt{2}\sin x + \sqrt{3}\cos x = \sqrt{5}$

$\tan y = \frac{1}{2}$

olduğuna göre, sin(x+y) kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$ B) $\frac{\sqrt{2}+1}{3}$ C) $\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{3}}{5}$

D) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{5}$

7. $\sin x + 3\cos x = 1$

denklemini sağlayan x değeri aşağıdaki aralıklardan hangisinde yer alabilir?

A) $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ B) $\left[\pi, \frac{4\pi}{3}\right]$ C) $\left[\pi, \frac{7\pi}{6}\right]$

D) $\left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$ E) $\left[\frac{4\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}\right]$

8. $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ olmak üzere

$\tan x = \frac{3}{\cos x} + 1$

denkleminin kaç farklı kökü vardır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

ADIM



a.sinx + b.cosx = 0 Biçimdeki Trigonometrik Denklemlerin Çözüm Kümesini Bulma

$a.\sin x + b.\cos x = 0 \ (a,b \in R - \{0\})$

denklemine birinci dereceden homojen trigonometrik denklem denir. Bu tür denklemlerin çözüm kümesini bulmak için denklem

$$a\sin x = -b\cos x$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} = -\frac{b}{a} \quad (\cos x \neq 0)$$

$$\tan x = -\frac{b}{a}$$

biçimine dönüştürülür. bu aşamadan sonra tanjant denkleminin çözüm aşamaları uygulanır.

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

$3\sin x + \sqrt{3}\cos x = 0$

denkleminin [0,2π] aralığındaki köklerini bulunuz?

Çözüm

$$3\sin x = -\sqrt{3}\cos x$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan x = -\frac{\sqrt{3}}{3} = -\tan\frac{\pi}{6}$$

$$\tan x = \tan\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

denkleminin çözüm kümesi

$$x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$$

$k = 1$ için $x = \frac{5\pi}{6}$ olur.

$k = 2$ için $x = \frac{11\pi}{6}$ olur

Denklemin kökleri $\left\{\frac{5\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$ bulunur.

ÖRNEK 2

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

denkleminin [0,2π] aralığındaki köklerinin toplamı kaçtır?

Çözüm

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\frac{\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)}{\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)} = -1$$

$$\tan\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -1$$

$$\tan\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)$$

denkleminin çözüm kümesi

$$2x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + k\pi$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$$

$k = 1$ için $x = \frac{\pi}{4}$

$k = 2$ için $x = \frac{3\pi}{4}$

$k = 3$ için $x = \frac{5\pi}{4}$

$k = 4$ için $x = \frac{7\pi}{4}$ elde edilir.

$\frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} + \frac{7\pi}{4} = 4\pi$ bulunur.

ÖRNEK 3

$\sin x + 2\cos x = 0$

denkleminin [0,2π] aralığında kaç farklı kökü vardır?

Çözüm

$$\sin x = -2\cos x$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} = -2$$

$$\tan x = -2$$

Denklemin [0,2π] aralığında iki farklı kökü vardır. Çünkü tanx=–2 denklemi 2. ve 4. bölgelerde sağlanır. Bu denklemi sağlayan iki kök vardır.

ADIM



İkinci Dereceden Trigonometrik Denklemlerin Çözümü

a,b,c en az ikisi sıfırdan farklı reel sayılar olmak üzere,

$a\cdot\cos^2x + b\cdot\sin x\cdot\cos x + c\cdot\sin^2x = 0$

biçimindeki bir denklemin çözüm kümesini bulmak için denklemin her iki yanı $\cos^2x$ e bölünür.

$$a+\frac{b\cdot\sin x}{\cos x}+\frac{c\cdot\sin^2 x}{\cos^2 x}=0$$

$$c\tan^2 x+b\tan x+a=0$$

Elde edilen dönüşüm çarpanlara ayrılıp sonrasında tanx denklemlerinin çözüm aşamaları uygulanır.

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

$4\cos^2x + 3\cos x.\sin x - \sin^2x = 0$

denkleminin $[0,2\pi]$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

Çözüm

Denkleminin her iki yanını $\cos^2x$ e bölelim

$$4+\frac{3.\sin x}{\cos x}-\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}=0$$

$$4+3\tan x-\tan^2 x=0$$

denkleminin her iki yanını (–1) ile çarpalım

$\tan^2x - 3\tan x - 4 = 0$

$(\tan x-4)(1+\tan x) = 0$ olduğundan

$\tan x-4 = 0$ veya $1+\tan x = 0$ olur.

$\tan x = 4$ denkleminin $[0,2\pi]$ aralığında 1. ve 3. bölgede iki kökü vardır.

$1+\tan x = 0$ ise $\tan x = -1$ dir.

$\tan x = -1$ denkleminin $[0,2\pi]$ aralığında iki farklı kökü vardır.

Buna göre soruda verilen denklemin dört farklı kökü vardır.

ÖRNEK 2

$3\cos^2x + \sin x.\cos x - 1 = 0$

olduğuna göre, tanx in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

Çözüm

Denklemi adımda verilen biçime dönüştürmek için soruda 1 yerine $\sin^2x + \cos^2x$ yazalım. Yani

$3\cos^2x + \sin x.\cos x - (\sin^2x + \cos^2x) = 0$

$3\cos^2x + \sin x.\cos x - \sin^2x - \cos^2x = 0$

$2\cos^2x + \sin x.\cos x - \sin^2x = 0$

denkleminin her iki yanını $\cos^2x$ e bölelim

$$2+\frac{\sin x}{\cos x}-\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}=0$$

$$2+\tan x-\tan^2 x=0$$

$$(1+\tan x)(2-\tan x)=0$$

$1+\tan x = 0$ veya $2-\tan x = 0$

$\tan x = -1$ veya $\tan x = 2$

elde edilir.

O halde tanx in alabileceği değerler toplamı $(-1+2) = 1$ elde edilir.

ÖRNEK 3

$2\cos 2x - 3\sin x.\cos x = 0$

olduğuna göre, tanx in alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

Çözüm

$\cos 2x = \cos^2x - \sin^2x$ olduğuna göre

$2(\cos^2x - \sin^2x) - 3\sin x.\cos x = 0$

$2\cos^2x - 2\sin^2x - 3\sin x.\cos x = 0$

denklemin her iki tarfı $\cos^2x$ e bölünürse

$$2-\frac{2\sin^2 x}{\cos^2 x}-\frac{3\sin x.\cos x}{\cos^2 x}=0$$

$2 - 2\tan^2x - 3\tan x = 0$

denklemin her iki tarafını (–1) ile çarpalım

$2\tan^2x + 3\tan x - 2 = 0$

denklemin kökler çarpımı

$$\frac{-2}{2} = -1$$

O halde tanx in alabileceği değerler çarpımı –1 dir.

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1. $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0$

denkleminin $[0,2\pi]$ aralığındaki köklerinin toplamı kaçtır?

A) $\frac{2\pi}{3}$ B) π C) $\frac{3\pi}{2}$ D) $\frac{5\pi}{3}$ E) 2π

2. $\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=0$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{15}$ B) $\frac{\pi}{9}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{13\pi}{12}$

3. $5\sin x - 3\cos x = 0$

denkleminin $[0,3\pi]$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 6

4. $\sin x \cdot \cos x \neq 0$ olmak üzere

$$\frac{\sqrt{3}}{\sin x}-\frac{1}{\cos x}=\tan x+\cot x$$

denkleminin $[0,2\pi]$ aralığındaki kökler toplamı kaçtır?

A) π B) $\frac{5\pi}{3}$ C) 2π D) $\frac{5\pi}{2}$ E) $\frac{\pi}{6}$

5. $\sin^2 x - \sqrt{3}\cos^2 x = 0$

denkleminin $[0,2\pi]$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 6

6. $5+\sin^2 x - 8\cos^2 x = 0$

denklemini sağlayan x değerlerinden biri için tanx kaç olabilir?

A) $2\sqrt{3}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) 0

7. $\sin^2 x - 8\cos^2 x + 2\sin x.\cos x = 0$

denkleminin $[0,\pi]$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 6

8. $\tan x + \cot x + 2 = 0$

denkleminin $[0,2\pi]$ aralığındaki kökler toplamı kaçtır?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) π C) $\frac{3\pi}{2}$ D) $\frac{5\pi}{2}$ E) $\frac{8\pi}{3}$

ADIM GÜÇLENDİRME TESTİ - 1

1. $\sin x.\cos x = \frac{1}{4}$

denkleminin [0,2π] aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 8

2. $\cos^3 x - \sin^2 x.\cos x = 0$

denkleminin [0,2π] aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 8 B) 6 C) 4 D) 3 E) 2

3. $1+\sin x = 2\cos^2\frac{\pi}{8}$

denkleminin [0,2π] aralığındaki köklerinin toplamı kaçtır?

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) π D) $\frac{4\pi}{3}$ E) 2π

4. $\sin x = 2\sin\frac{\pi}{6}\cos\frac{\pi}{18}$

denkleminin [0,2π] aralığındaki en büyük kökü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{4\pi}{9}$ C) $\frac{5\pi}{9}$ D) $\frac{11\pi}{18}$ E) $\frac{2\pi}{3}$

5. $(1-\sin^2\alpha).(1+\cos\alpha) = 0$

denkleminin (0,2π) aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6. **$x \in [0, 2\pi)$ olmak üzere,**

$\cos 3x = (2\cos^2 x - 1).\cos x$

denklemini sağlayan kaç farklı x değeri vardır?

A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

7. $0 \le x \le 2\pi$ olmak üzere,

$$\frac{\sin(-x).\tan x}{3} = 1+\cos x$$

denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 4π B) 3π C) $\frac{8\pi}{3}$ D) $\frac{5\pi}{3}$ E) $\frac{2\pi}{3}$

8. $\tan\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1$

denkleminin [0,2π] aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

9. $0 \le x \le \pi$ olmak üzere,

$\sin2x + \cos x = \cot x$

denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

A) $\frac{2\pi}{3}$ B) $\frac{5\pi}{3}$ C) π D) $\frac{3\pi}{2}$ E) 2π

10. $\cos x = \sin2x$

denkleminin [0,2π] aralığındaki en küçük iki kökünün toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3\pi}{2}$ B) $\frac{4\pi}{3}$ C) π D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{2}$

11. **$0 \le x \le 2\pi$ olduğuna göre,**

$$\frac{1}{\sin2x}+\frac{1}{\tan2x}=1$$

denklemini sağlayan kaç farklı x değeri vardır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

12. $2\sin3x.\cos x = \sin4x$

denkleminin bir kökü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{7}$ B) $\frac{\pi}{5}$ C) $\frac{3\pi}{4}$ D) $\frac{5\pi}{4}$ E) $\frac{7\pi}{2}$

13. $(1-2\cos^2\alpha)^2 - \sin^2 2\alpha = 1$

denkleminin [0,π] aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 8 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

14. $\cos\alpha + \sin 2\alpha + \sin\alpha = 3$

denkleminin $[-2\pi, 2\pi]$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 8 B) 5 C) 4 D) 2 E) 0

15. $\sin x - \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{5\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{\pi}{8}$ E) $\frac{\pi}{12}$

16. $\frac{2^{\sin x}}{\sqrt{2}} = 2^{\cos\frac{5\pi}{2}}$

denkleminin en küçük iki pozitif kökünün toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{5\pi}{12}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) π E) $\frac{5\pi}{3}$

17. $x \in [0, 2\pi]$ olmak üzere,

$\sin 2x = \sin x$

denklemini çözen Tarık aşağıdaki adımları takip etmiştir.

$\sin 2x = \sin x$ ise

1. adım: $2 \cdot \sin x \cdot \cos x = \sin x$

2. adım: $\frac{2 \cdot \sin x \cdot \cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{\sin x}$

3. adım: $2 \cdot \cos x = 1$

4. adım: $\cos x = \frac{1}{2}$ ise $x_1 = \frac{\pi}{3}$, $x_2 = \frac{2\pi}{3}$

5. adım: $ÇK = \left\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right\}$

Buna göre, ilk olarak hangi adımda hata yapmıştır?

A) 1. B) 2. C) 3. D) 4. E) 5.

18. $\cos^2 x + \cos x.\sin x - 2\sin^2 x = 0$

denkleminin en küçük pozitif kökü aşağıdaki denklemlerden hangisinin de bir köküdür?

A) $\sin 2x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ B) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

C) $\cos 3x = \frac{1}{2}$ D) $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$

E) $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{2}$

ADIM GÜÇLENDİRME TESTİ - 2

1. $\cos 2x = \cos x$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{x \mid x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ x = \frac{k\pi}{2},\ k \in z\right\}$

B) $\left\{x \mid x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi,\ x = \frac{k\pi}{3},\ k \in z\right\}$

C) $\left\{x \mid x = \frac{2k\pi}{3},\ k \in z\right\}$

D) $\left\{x \mid x = \frac{k\pi}{3},\ k \in z\right\}$

E) $\left\{x \mid x = k\pi,\ x = \frac{2k\pi}{3},\ k \in z\right\}$

2. $\sin x + \cos x = 0$

olduğuna göre, $\sin^2 x - \cos^2 x$ kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

3. $\frac{\sin x + \cos x}{\sin x} = 3$

olduğuna göre, $\frac{\cos x}{\sin x + \cos x}$ kaçtır?

A) 0 B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

4. $\cot x.(\sin x + \tan x) = \frac{1}{2}$

olduğuna göre, cos2x kaçtır?

A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

5. $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ olmak üzere

$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{1}{\cot x} - 6 = 0$

olduğuna göre, $\frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$ kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $-\frac{2}{3}$ E) -3

6. $2\cos^2 x + \sin x + 1 = 0$

denkleminin $[-2\pi, 2\pi]$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

7. $x \in (0,2\pi)$ olmak üzere

$$\cot(2x+\pi).\cot\left(x-\frac{\pi}{2}\right)=1$$

denkleminin en büyük kökü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) π D) $\frac{5\pi}{3}$ E) $\frac{11\pi}{6}$

8. $2.\cos x + m.\sin x = \sqrt{5}$

denkleminin $[0,2\pi]$ aralığında tek kökü olduğuna göre, m pozitif sayısı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\sqrt{2}$ D) 2 E) 4

9. $0 < x < 2\pi$ olmak üzere

$$\frac{7}{5}\sin x+\frac{24}{5}\cos x = 5$$

olduğuna göre, sinx kaçtır?

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{7}{25}$ C) $\frac{7}{24}$ D) $\frac{5}{12}$ E) $\frac{24}{25}$

10. $\frac{3}{\sqrt{3}}\sin x - \cos x = 1$

denkleminin $[0,2\pi]$ aralığındaki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right\}$ B) $\left\{\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}\right\}$ C) $\left\{\frac{\pi}{3},\pi\right\}$

D) $\left\{\pi,\frac{4\pi}{3}\right\}$ E) $\left\{\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{3}\right\}$

11. $\sin x \cdot \cos 2x = \frac{1}{4}$

denklemini sağlayan <u>en küçük</u> dar açı kaç radyandır?

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{\pi}{8}$ E) $\frac{\pi}{10}$

12. $\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=0$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{8}$ B) $\frac{3\pi}{4}$ C) $\frac{2\pi}{3}$ D) $\frac{7\pi}{2}$ E) $\frac{4\pi}{3}$

13. $\tan x - 2\cot x = 1$

olduğuna göre, cosx + sinx toplamı en çok kaç olabilir?

A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

14. $\cos^2 x - \sin x.\cos x - \sin^2 x = 0$

olduğuna göre, $\tan^2 x + \frac{1}{\tan^2 x}$ **toplamı kaçtır?**

A) 6 B) $\frac{9}{2}$ C) 4 D) $\frac{7}{2}$ E) 3

15. $1 - \tan^2 x - \cos^2 x = 0$

olduğuna göre, tan2x kaçtır?

A) –2 B) $-\sqrt{3}$ C) –1 D) 0 E) $\sqrt{3}$

16. $x \in (0, 2\pi)$ olmak üzere,

$$\sqrt{4 \cdot \sin x + 1} = 2\cos x$$

denklemini çözen Eymen aşağıdaki adımları takip ederek çözümü bitirmiştir.

1. adım: $4 \cdot \sin x + 1 = 4 \cdot \cos^2 x$

2. adım: $4 \cdot \sin x + 1 = 4 \cdot (1 - \sin^2 x)$

3. adım: $4 \cdot \sin^2 x + 4 \cdot \sin x - 3 = 0$

4. adım: $(2 \cdot \sin x - 1)(2 \cdot \sin x + 3) = 0$

5. adım: $\sin x = \frac{1}{2}$ veya ~~$\sin x = -\frac{3}{2}$~~

6. adım: $x = \frac{\pi}{6}$ ve $x = \frac{5\pi}{6}$ dır.

$$ÇK = \left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$$

Buna göre, Eymen hangi adımda hata yapmıştır?

A) 3. B) 4. C) 5. D) 6. E) Hiçbiri

17. $2\sin^2 x + 2.\sin 2x + 1 = 0$

olduğuna göre, tanx in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) $-\frac{4}{3}$ B) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ C) 0 D) 1 E) $\sqrt{3}$

ADIM GÜÇLENDİRME TESTİ - 3 (ÇÖZÜMLÜ)

1. $\cos^3x - 3\cos^2x.\sin x = 1$

$\sin^3x - 3.\sin^2x.\cos x = \frac{1}{9}$

olduğuna göre, cosx – sinx kaçtır?

A) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ B) $-\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$ C) $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$ D) $\frac{2}{\sqrt[3]{9}}$ E) $\frac{4}{\sqrt[3]{9}}$

2. $0 < y < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere

$\sin x - \sqrt{2}.\cos x = 1$

$\tan y = \frac{1}{\sqrt{2}}$

olduğuna göre, cos(x+y) kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ C) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. $2\sin x = \tan x.(\cos x + \cot x)$

denkleminin [0,2π] aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4. $\cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2} = \sin(\pi - y)$

olduğuna göre, x+y aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) π D) 2π E) $\frac{5\pi}{2}$

5. $1 + \sin 2x = 2.\cos^2 20°$

denkleminin [0,360°] aralığındaki en küçük kökü kaç derecedir?

A) 10° B) 15° C) 25° D) 36° E) 45°

6. $0 \le \alpha \le \frac{\pi}{2}$ olmak üzere

$4x^2 + x - \cos\alpha = 0$

denkleminin kökler toplamı, kökler çarpımına eşit olduğuna göre, sinα kaçtır?

A) 0 B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{15}}{4}$

7. $\frac{2\tan^2 x}{1-\cos^2 x} = 4$

olduğuna göre, $\tan^2x + \cot^2x$ toplamı kaçtır?

A) $\frac{10}{3}$ B) 2 C) $\sqrt{3}$ D) $\frac{5}{4}$ E) $\frac{4}{5}$

8. $1 + 2\sin x.\cos x = \sin x + \cos x$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{8}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{3\pi}{4}$ E) $\frac{2\pi}{3}$

9. $\sin^2x - \sin x.\cos x = 1$

denkleminin $[-\pi,\pi]$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8

10. $\left|\sin x - \frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}$

denkleminin $[0,2\pi]$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

11. $\sin x - \cos x = \cos^2x - \sin^2x$

denkleminin $[0,2\pi]$ aralığındaki en büyük ve en küçük köklerinin toplamı kaçtır?

A) $\frac{9\pi}{4}$ B) 2π C) $\frac{3\pi}{2}$ D) $\frac{5\pi}{4}$ E) $\frac{7\pi}{4}$

12. $\frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\sin x} = -2\sqrt{3}$

denkleminin $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 8 B) 4 C) 3 D) 2 E) 0

13. $1+\tan x = m$

$1+\cot x = n$

olduğuna göre, $\frac{\sin x}{\sin x+\cos x}$ ifadesi

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{m}{n}$ B) mn C) $m+n$

D) $\frac{m+n}{m-n}$ E) $\frac{m}{m+n}$

14. m pozitif tamsayı olmak üzere,

$\sin(mx) = \sin\frac{\pi}{3}$

denkleminin $[0,2\pi]$ aralığında 8 tane kökünün var olabilmesi için m kaç olmalıdır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 8 E) 16

15. $\sqrt{1-\cos x} = \sin x$

denkleminin $[0,2\pi]$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 6 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

16. $\tan 2x \,.\, \cot x = 1$

denkleminin $[0,2\pi]$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

ADIM GÜÇLENDİRME TESTİ - 3 (ÇÖZÜMLER)

1. **HATIRLATMA** $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3=(a-b)^3$

$\cos^3 x - 3\cos^2 x.\sin x = 1$ .... (1)

$\sin^3 x - 3\sin^2 x.\cos x = \frac{1}{9}$ .... (2)

Eşitlikler taraf tarafa çıkarılırsa;

$((1)-(2))$

$\cos^3 x - 3\cos^2 x.\sin x + 3\sin^2 x\cos x - \sin^3 x = 1-\frac{1}{9}$

$(\cos x - \sin x)^3 = \frac{8}{9}$

$\cos x - \sin x = \sqrt[3]{\frac{8}{9}}$

$\cos x - \sin x = \frac{2}{\sqrt[3]{9}}$ bulunur.

Cevap D

2. $\tan y = \frac{1}{\sqrt{2}}$ olduğuna göre,

$\sin x - \frac{1}{\tan y}.\cos x = 1$

$\sin x - \frac{\cos y}{\sin y}.\cos x = 1$

$\frac{\sin x.\sin y - \cos y.\cos x}{\sin y} = 1$

$\frac{-(\cos y.\cos x - \sin x.\sin y)}{\sin y} = 1$

$\frac{-\cos(y+x)}{\sin y} = 1$

$\cos(y+x) = -\sin y$

$\tan y = \frac{1}{\sqrt{2}}$ olduğundan dik üçgen yardımıyla $\sin y = \frac{1}{\sqrt{3}}$ bulunur.

O halde $\cos(x+y) = -\sin y = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ bulunur.

Cevap C

3. $2.\sin x = \tan x(\cos x + \cot x)$

$2.\sin x = \underbrace{\tan x.\cos x}_{\sin x} + \underbrace{\tan x.\cot x}_{1}$

$2.\sin x = \sin x + 1$

$\sin x = 1$

olduğuna göre, $[0,2\pi]$ aralığında denklemin kökü $x = \frac{\pi}{2}$ dir. Ancak $x = \frac{\pi}{2}$ denkleminin ilk halinde tanx i tanımsız yaptığından denklemin hiç kökü yoktur.

Cevap A

4. **HATIRLATMA** $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$

$\cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2} = \cos x$ olur. O halde

$\cos x = \sin(\pi - y)$

$\cos x = \sin y$

$\cos x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - y\right)$ denkleminin çözüm kümesini bulalım.

$x = \frac{\pi}{2} - y + 2k\pi$ veya $x = -\left(\frac{\pi}{2} - y\right) + 2k\pi$

Buradan

$x + y = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ veya $x - y = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$

$k = 1$ için $x + y = \frac{5\pi}{2}$

O halde $x + y = \frac{5\pi}{2}$ olabilir.

Cevap E

5. $1 + \sin 2x = 2.\cos^2 20°$

$\sin 2x = 2.\cos^2 20° - 1$

$\sin 2x = \cos 40°$

$\sin 2x = \sin 50°$

denklemini sağlayan en küçük pozitif açı x=25° dir.

Cevap C

6.

HATIRLATMA !

$ax^2+bx+c=0$ denkleminin

kökleri x_1 ve x_2 ise

Kökler toplamı : $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$

Kökler toplamı : $x_1.x_2=\frac{c}{a}$

$4x^2+x-\cos\alpha=0$ ise

denkleminin

Kökler toplamı $=-\frac{1}{4}$

Kökler çarpımı $=-\frac{\cos\alpha}{4}$

O halde $-\frac{1}{4}=-\frac{\cos\alpha}{4}$

$1=\cos\alpha$ bulunur.

Buna göre, $\sin\alpha=0$ olmalıdır.

Cevap A

7.

$$\frac{2\tan^2 x}{1-\cos^2 x}=4$$

$$\frac{2\cdot\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}{\sin^2 x}=4$$

$\frac{2}{\cos^2 x}=4$ ise $\cos^2 x=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

$\cos x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$ dir.

Soruda $\tan^2x+\cot^2x$ sorulduğundan

$\cos x=\frac{1}{\sqrt{2}}$ alınabilir. Dik üçgen yardımıyla

$\tan x=1$ ve $\cot x=1$ bulunur.

O halde $\tan^2x+\cot^2x=2$ dir.

Cevap B

8.

HATIRLATMA !

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$

$1+2\sin x.\cos x=\sin x+\cos x$

$\sin^2x+\cos^2x+2\sin x.\cos x=\sin x+\cos x$

$(\sin x+\cos x)^2=\sin x+\cos x$

Denklem bir tarafa toplanırsa

$(\sin x+\cos x)^2-(\sin x+\cos x)=0$

$(\sin x+\cos x).(\sin x+\cos x-1)=0$

O halde son elde edilen denklem

$x=\frac{3\pi}{4}$ için sağlanır. Çünkü

$\sin\frac{3\pi}{4}+\cos\frac{3\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}=0$ dır.

Cevap D

9.

$\sin^2x-\sin x.\cos x=1$

$\sin^2x-\sin x.\cos x=\sin^2x+\cos^2x$

$-\sin x.\cos x=\cos^2x$

$\cos^2x+\sin x.\cos x=0$

$\cos x\cdot(\cos x+\sin x)=0$

denkleminde

$\cos x=0$ veya $\cos x+\sin x=0$ olabilir.

(1) $\cos x=0$ denklemini $[-\pi,\pi]$ aralığında

sağlayan kökler : $x=-\frac{\pi}{2}$, $x=\frac{\pi}{2}$ dir.

(2) $\cos x+\sin x=0$ denklemini $[-\pi,\pi]$ aralığında

sağlayan kökler : $x=-\frac{\pi}{4}$ ve $x=\frac{3\pi}{4}$ tür.

O halde soruda verilen denklemin dört farklı kökü vardır.

Cevap D

10. $\left|\sin x-\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{2}$ ise

$\sin x-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ veya (2) $\sin x-\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$ olur.

(1) $\sin x-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ olursa,

$\sin x=1$

denkleminin $[0,2\pi]$ aralığındaki kökü $x=\frac{\pi}{2}$ dir.

(2) $\sin x-\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$ olursa,

$\sin x=0$

denkleminin $[0,2\pi]$ aralığındaki kökleri

$x=0$, $x=\pi$ ve $x=2\pi$ dir.

O halde soruda verilen denklemin dört farklı kökü vardır.

Cevap C

11. $\sin x - \cos x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$\sin x - \cos x = (\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)$

denklem bir tarafta toplanırsa

$(\sin x - \cos x) - (\cos x - \sin x).(\cos x + \sin x) = 0$

$(\sin x - \cos x).(1 + \cos x + \sin x) = 0$

$\sin x - \cos x = 0$ veya $1 + \cos x + \sin x = 0$

olabilir.

(1) $\sin x - \cos x = 0$

$\sin x = \cos x$

denkleminin $[0,2\pi]$ aralığında kökleri

$x = \frac{\pi}{4}$, $x = \frac{5\pi}{4}$ tür.

(2) $1 + \cos x + \sin x = 0$

$\cos x + \sin x = -1$

denkleminin $[0,2\pi]$ aralığında kökleri

$x = \pi$, $x = \frac{3\pi}{2}$ dir.

O halde soruda verilen denklemi sağlayan

en büyük kök $x = \frac{3\pi}{2}$; en küçük kök $x = \frac{\pi}{4}$ tür.

Toplamı

$\frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{2} = \frac{7\pi}{4}$ bulunur.

Cevap E

12. $\frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\sin x} = -2\sqrt{3}$

payda eşitlenirse:

$\frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin x.\cos x} = -2\sqrt{3}$

$\frac{-(\cos^2 x - \sin^2 x)}{\sin x.\cos x} = -2\sqrt{3}$

$\frac{\cos 2x}{\frac{\sin 2x}{2}} = 2\sqrt{3}$

$\frac{2\cos 2x}{\sin 2x} = 2\sqrt{3}$ ise $\cot 2x = \sqrt{3}$ olur.

$\cot 2x = \sqrt{3}$ denkleminin $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

aralığındaki köklerini bulalım.

$\cot 2x = \cot \frac{\pi}{6} = \sqrt{3}$

$2x = \frac{\pi}{6} + k\pi$

$x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}$

$k = 0$ için $x = \frac{\pi}{12}$ ve $k = -1$ için $x = \frac{-5\pi}{12}$

bulunur. O halde soruda verilen denklemin

$\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ aralığında farklı iki kökü vardır.

Cevap D

13. $1 + \tan x = m$

$1 + \frac{\sin x}{\cos x} = m$ ise $\frac{\sin x + \cos x}{\cos x} = m$

$1 + \cot x = n$

$1 + \frac{\cos x}{\sin x} = n$ ise $\frac{\sin x + \cos x}{\sin x} = n$ olur.

O halde $\sin x + \cos x = m\cos x = n\sin x$

olduğuna göre,

$m\cos x = n.\sin x$

$\frac{\cos x}{\sin x} = \frac{n}{m}$ olur.

Buna göre $\frac{\sin x}{\sin x + \cos x} = k$ olarak adlandırılırsa

$\frac{\sin x + \cos x}{\sin x} = \frac{1}{k}$

$1 + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1}{k}$

$1 + \frac{n}{m} = \frac{1}{k}$

$\frac{m+n}{m} = \frac{1}{k}$ ise $k = \frac{m}{m+n}$

bulunur.

Cevap E

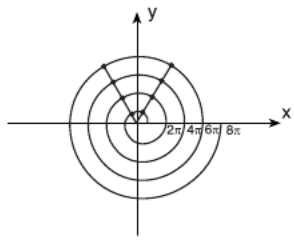
14. $0 \le x \le 2\pi$ ise

$0 \le mx \le 2m\pi$ olmalıdır.

O halde grafik metodu ile

$\sin(mx) = \sin\frac{\pi}{3}$

denkleminin sekiz farklı kökü olacak şekilde bir çizim yapalım. Yani



$\sin\frac{\pi}{3}$ e eşit sonuçlar 1. ve 2. bölgede yer aldığında 8 farklı kökün bulunabilmesi için 4 kez 2π birimlik tur yapmak gerekmektedir. O halde

$0 \le mx \le 2m\pi$ aralığının

$0 \le mx \le 8\pi$ biçiminde olması gerektiğinden $m=4$ bulunur.

Cevap C

15. $\sqrt{1-\cos x} = \sin x$

her iki tarafın karesini alalım

$\left(\sqrt{1-\cos x}\right)^2 = (\sin x)^2$

$1-\cos x = \underbrace{\sin^2 x}_{1-\cos^2 x}$

$1-\cos x = 1-\cos^2 x$

$1-\cos x = (1-\cos x)(1+\cos x)$

denklem bir tarafta toplanırsa

$(1-\cos x)-(1-\cos x)(1+\cos x) = 0$

$(1-\cos x).(1-(1+\cos x)) = 0$

$(1-\cos x).(-\cos x) = 0$

O halde

$1-\cos x = 0$ veya $\cos x = 0$ olmalıdır.

(1) $1-\cos x = 0$

$\cos x = 1$

denklemini sağlayan $[0,2\pi]$ aralığındaki kökler

$x = 0$, $x = 2\pi$ dir.

(2) $\cos x = 0$

denklemini sağlayan $[0,2\pi]$ aralığındaki kökler

$x = \frac{\pi}{2}$ ve $x = \frac{3\pi}{2}$ dir.

Ancak $x = \frac{3\pi}{2}$ köklü ifade tanımından dolayı denklemin ilk halini sağlamaz. O halde üç farklı kök vardır.

Cevap C

16. $\tan 2x.\cot x = 1$

$\tan 2x = \frac{1}{\cot x} = \tan x$

denkleminin çözüm kümesini bulalım.

$2x = x + k\pi$

$x = k\pi$ dir.

$x \in [0,2\pi]$ olduğuna göre,

$k = 0$ için $x = 0$

$k = 1$ için $x = \pi$

$k = 2$ için $x = 2\pi$ bulunur.

Ancak bu bulunan kökler denklemin ilk halini tanımsız yaptığından soruda verilen denklemi sağlayan hiçbir kök yoktur.

Cevap A

NOT !

Sadeleştirme, kare alma, bölme yapılması gibi hamlelerle trigonometrik denklemleri çözerken bulunan köklerin, denklemin ilk halini sağlayıp sağlamadığı kontrol edilmelidir.



TRİGONOMETRİ - 5

A) Trigonometrik fonksiyonların periyotları

B) Trigonometrik fonksiyonların grafikleri

C) Trigonometrik grafiklerin dönüşümleri

D) Ters trigonometrik fonksiyonlar

PROBLEMLER İÇİN EN İYİSİ
APOTEMİ İLE SINAVI YAKALA!

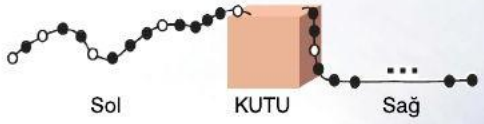
APOTEMİ

ÖSYM

Apotemi ile zirvedesin!

PROBLEMLER KİTABI SAYFA 100

7.



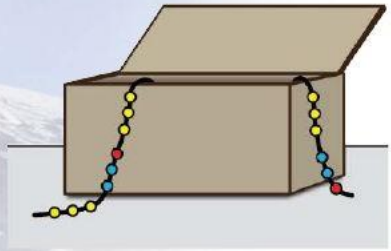
Yukarıdaki şekilde bir ipe belli bir kurala göre dizilmiş beyaz ve siyah boncuklar ile bu ipin bir kısmının içinde kaldığı kutu gösterilmiştir.

Kutunun solunda ipin üzerindeki toplam boncuk sayısı, kutunun sa ında kalan parça üzerindeki boncuk sayısından 3 fazla oldu una göre, ipin kutu içinde kalan görünmeyen kısmında toplam kaç boncuk bulunmaktadır?

A) 27 B) 24 C) 22 D) 20 E) 18

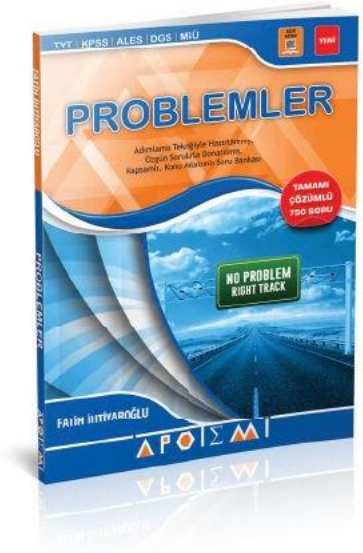
TYT 2019

25. Elinde yeterli sayıda sarı, mavi ve kırmızı renkte taş bulunan Aylin; sırasıyla 3 sarı, 2 mavi ve 1 kırmızı taşı bir ipe dizmiş, sonra taşların bu renk dizilimi korunacak şekilde aynı işlemi belirli sayıda tekrarlayarak bir bileklik yapmıştır. Aylin, bu bilekliği boş bir takı kutusunun içine yerleştirdiğinde bileklikteki bazı taşların kutunun iç kısmında, diğerlerinin ise şekildeki gibi kutunun dış kısmında kaldığını görmüştür.



Kutunun içindeki sarı ta ların sayısı, kutunun içindeki mavi ta ların sayısından 2 fazla oldu una göre, bileklikte kullanılan toplam ta sayısı kaçtır?

A) 30 B) 36 C) 42 D) 48 E) 54

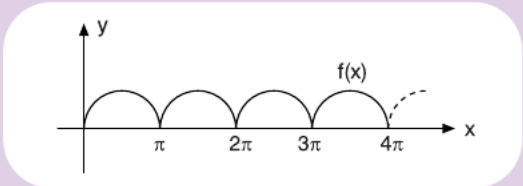


ADIM



TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN PERİYOTLARININ BELİRLENMESİ

Bir fonksiyon belli aralıklarla aynı değerleri tekrar alıyorsa bu tür fonksiyonlara periyodik fonksiyon denir. Periyot kavramını grafik üzerinde gösterelim.



Yukarıdaki grafikte f(x) fonksiyonun esas periyodu π olarak gözükmektedir. Çünkü grafik π birim aralıklarla tekrarlanmaktadır.

f(x) fonksiyonunun tanım kümesindeki her x elemanı için f(x) = f(x + T) eşitliğini sağlayan pozitif T gerçel sayısı varsa f fonksiyonuna **periyodik fonksiyon**, en küçük T sayısına bu **fonksiyonun esas periyodu** denir.

f(x) in periyodu $T = \pi + k\pi$ $(k \in N)$ biçiminde gösterilirse π esas periyot 2π, 3π, 4π, ... değerleri de fonksiyonun periyodu olur.

Aşağıda trigonometrik fonksiyonların periyotları verilmiştir.

★ $f(x) = a + b.\sin^n(cx+d)$ $(n \in Z^+)$

$= a + b.\cos^n(cx+d)$

$= a + b.\sec^n(cx+d)$

$= a + b.\text{cosec}^n(cx+d)$

biçimindeki fonksiyonların esas periyodu T ile gösterilirse

n tekse $T = \dfrac{2\pi}{|c|}$

n çiftse $T = \dfrac{\pi}{|c|}$

şeklindedir.

★ $f(x) = a + b.\tan^n(cx+d)$ $(n \in Z^+)$

$= a + b.\cot^n(cx+d)$

biçimindeki fonksiyonların esas periyodu

$T = \dfrac{\pi}{|c|}$ biçimindedir.

APOTEMİ

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

$f(x) = 2\sin^2\left(\dfrac{x}{2}+1\right)$

$g(x) = 3 - \cos 3x$

$h(x) = 2\tan^3(2-x)+1$

olduğuna göre, fonksiyonların esas periyotlarını bulunuz.

Çözüm

$f(x) = 2\sin^2\left(\dfrac{x}{2}+1\right)$ fonksiyonunun periyodu

$T_1 = \dfrac{\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|} = 2\pi$ olur.

$g(x) = 3 - \cos 3x$ fonksiyonunun periyodu

$T_2 = \dfrac{2\pi}{|3|} = \dfrac{2\pi}{3}$ olur.

$h(x) = 2\tan^3(2-x)+1$ fonksiyonunun periyodu

$T_3 = \dfrac{\pi}{|-1|} = \pi$ olur.

ÖRNEK 2

$f(x) = 2\sin^2 x - k$ olmak üzere,

$f(x) = -\dfrac{3}{2}$

denkleminin bir kökü m ise, f(m + π) kaçtır?

Çözüm

$f(x) = 2\sin^2 x - k$

fonksiyonunun periyodu $\dfrac{\pi}{|1|} = \pi$ dir.

Denklemin kökü m ise m nin periyot kadar fazlası ya da eksiği de denklemin kökü olur.

O halde $m + \pi$ de denklemin bir köküdür.

$f(m + \pi) = -\dfrac{3}{2}$ bulunur.

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1. $f(x) = 2\sin 2x + 1$

fonksiyonunun esas periyodu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) π D) $\frac{3\pi}{2}$ E) 2π

2. $f(x) = \cot 3x \cdot \sin 3x + 2$

fonksiyonunun esas periyodu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) $\frac{4\pi}{3}$ D) $\frac{3\pi}{2}$ E) 2π

3. $\sin 2x = 2.\sin x \cdot \cos x$ olduğuna göre,

$f(x) = \sin x \cdot \cos x \cdot \cos 2x$

fonksiyonunun esas periyodu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3\pi}{2}$ B) π C) $\frac{2\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{\pi}{4}$

4. **Aşağıdakilerden hangisi periyodik fonksiyon değildir?**

A) $f(x) = -1$ B) $f(x) = \sin(-x)$ C) $f(x) = x$

D) $f(x) = \cos(2x)$ E) $f(x) = \tan x.\cot x$

5. $\sin 2x = 2.\sin x \cdot \cos x$ olduğuna göre,

$f(x) = \cos x \cdot \sin x$

fonksiyonunun esas periyodu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) π D) 2π E) $\frac{5\pi}{2}$

6. $\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a$ olduğuna göre,

$f(x) = (\sin 3x \cdot \cos x + \cos 3x \cdot \sin x)^3$

fonksiyonunun esas periyodu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{2\pi}{3}$ D) π E) 2π

7. **m pozitif bir sayıdır.**

$f(x) = 3\sin^2(mx) - 1$ olmak üzere

f(x) = 0 denkleminin bir kökü 1 radyan olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi bu denklemin bir köküdür?

A) $\pi + m$ B) $\pi - m$ C) $\pi - 2m$

D) $\frac{\pi + m}{m}$ E) $\frac{\pi}{m}$

8. $f(x) = \sin^2 x \cdot \cos x$ ve $g(x) = \tan x$ olduğuna göre,

$h(x) = f(x).g(x)$

fonksiyonunun esas periyodu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2π B) π C) $\frac{2\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{\pi}{4}$

ADIM



TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİ

Trigonometrik fonksiyonlar çizilirken,

1. Fonksiyonun esas periyodu bulunur.
2. Periyot uzunluğunda bir aralık seçilir.
3. Seçilen aralıkta fonksiyonun değerinin bulunabileceği açı değerleri (0°, 30°, 45°, 60°, 90°, ... gibi) kullanılarak değişim tablosu oluşturulur.
4. Değişim tablosuna bakılarak grafik çizilir. Grafik periyot uzunluğundaki aralıklarda aynen tekrarlanarak çizilir.

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

$f(x) = 2\sin x + 1$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Çözüm

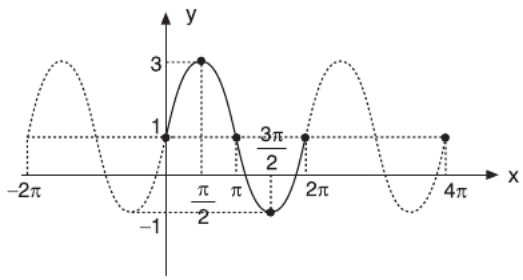
1. Fonksiyonun periyodu,

$$\frac{2\pi}{|1|} = 2\pi \text{ dir.}$$

2. Periyot 2π olduğundan, grafiği 2π uzunluğuna sahip $[0,2\pi]$ aralığında çizelim.
3. Değişim tablosunu oluşturalım.

Fonksiyonun $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi$ gibi açılarda değerleri tabloya yerleştirelim.

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
sinx	0	1	0	–1	0
2sinx	0	2	0	–2	0
2sinx + 1	1	3	1	–1	1



ÖRNEK 2

$f(x) = 3\cos 2x$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Çözüm

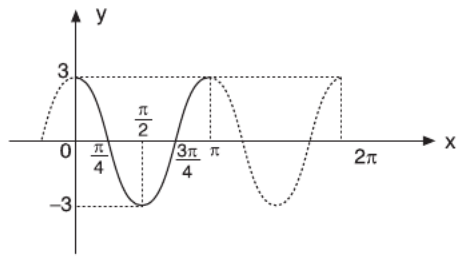
1. Fonksiyonun periyodunu bulalım.

$$\frac{2\pi}{|2|} = \pi \text{ dir.}$$

2. Fonksiyonun periyodu π olduğundan grafiği π uzunluğuna sahip $[0,\pi]$ aralığında çizelim.
3. Değişim tablosunu oluşturalım.

Fonksiyonun $0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi$ gibi açılarda değerleri tabloya yerleştirelim.

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
cos2x	1	0	–1	0	1
3cos2x	3	0	–3	0	3



ÖRNEK 3

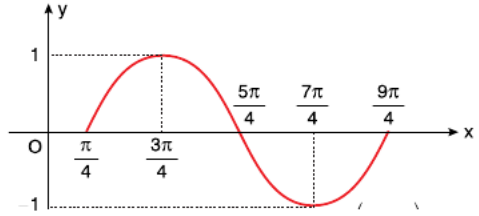
$f(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

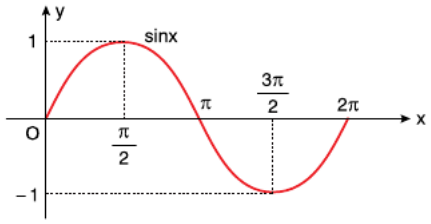
fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Çözüm

1. $f(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ fonksiyonunun esas periyodu 2π dir.
2. $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{9\pi}{4}\right]$ aralığında değişim tablosunu düzenleyerek grafiğini çizelim.
3. Değişim tablosunu oluşturalım.

x	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{9\pi}{4}$
$\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$	0 ↗	1 ↘	0 ↘	–1 ↗	0



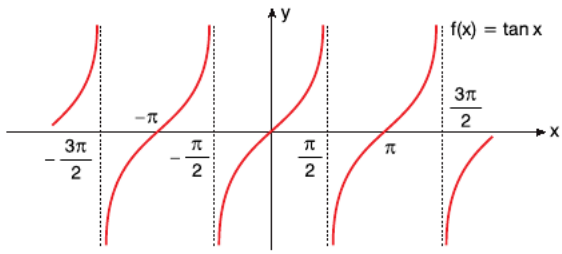


$y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ fonksiyonunun grafiği, $y = \sin x$ fonksiyonunun grafiğinin Ox ekseninin pozitif yönünde $\frac{\pi}{4}$ birim ötelenmiş şeklidir.

Sonraki adımda bu tür fonksiyonların çizimi daha ayrıntılı ele alınacaktır.

Şimdi $\tan x$ ve $\cot x$ fonksiyonlarının grafiklerini inceleyelim.

- **$f(x) = \tan x$ fonksiyonunun grafiğini inceleyelim.**



Şekle dikkat edilirse fonksiyonun grafiği orijine göre simetriktir. Grafiği orijine göre simetrik olan fonksiyonların tek fonksiyon olarak adlandırıldığını hatırlayalım.

Yani $f(x) = \tan x$ fonksiyonu tanım kümesindeki her x için $f(x) = -f(-x)$ eşitliğini sağlar.

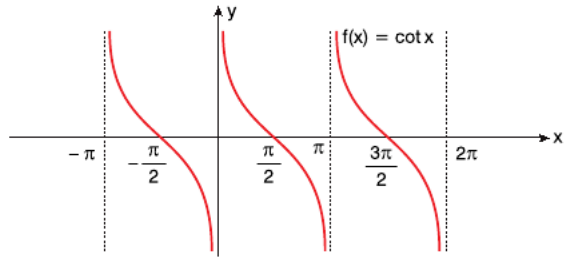
Ayrıca grafiğe bakıldığında f in esas periyodunun π olduğu görülmektedir.

Grafikte f in tanımsız olduğu noktalar kolayca görülmektedir.

$$\ldots \underset{\pi}{-\frac{3\pi}{2}} \underset{\pi}{-\frac{\pi}{2}} \underset{\pi}{\frac{\pi}{2}} \underset{\pi}{\frac{3\pi}{2}} \ldots$$

noktalarında f tanımsızdır.

- **$f(x) = \cot x$ fonksiyonunun grafiğini inceleyelim.**



Şekle dikkat edilirse fonksiyonun grafiği orijine göre simetriktir.

Dolayısıyla $\cot x$ fonksiyonu da tek fonksiyondur.

Ayrıca grafiğe bakıldığında f in esas periyodunun π olduğu görülmektedir.

Grafikte f in tanımsız olduğu noktalar kolayca görülmektedir.

$$\ldots \underset{\pi}{-2\pi} \underset{\pi}{-\pi} \underset{\pi}{0} \pi \ldots$$

noktalarında f tanımsızdır.

NOT !

Bu adımda klasik bir sınavda trigonometrik fonksiyonların grafik çizimi ile karşılaşılırsa çözüm aşamaları anlatılmaktadır. Test sınavlarında zaman önemli olduğundan grafik soruları şıklardan çözülmelidir.

ADIM



TRİGONOMETRİK GRAFİKLERİN DÖNÜŞÜMLERİ

Bir fonksiyonun grafiğinin kaydırılması, uzatılması veya sıkıştırılması gibi işlemler için fonksiyonun denklemindeki katsayılar ve sabitlere dikkat edilir.

$$y = a.f(bx + c) + k$$

biçimindeki bir fonksiyonda

a: Düşeyde uzatma ya da sıkıştırma, eğer negatifse x eksenine göre yansıtma sağlar.

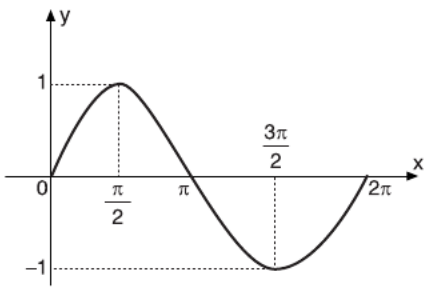
b: Yatayda uzatma ya da sıkıştırma, eğer negatifse y eksenine göre yansıtma sağlar.

c: Grafiğin yatayda kaydırılmasını sağlar. Pozitifse sola, negatifse sağa kaydırma yapılır.

k: Grafiğin düşeyde kaydırılmasını sağlar. Pozitifse grafik yukarı, negatifse grafik aşağı kaydırılır.

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1



Yukarıda f(x) = sinx fonksiyonunun [0, 2π] aralığındaki grafiği verilmiştir.

Buna göre, aynı aralıkta

a) f(x) = –sinx + 2

b) f(x) = 2sin(x – π)

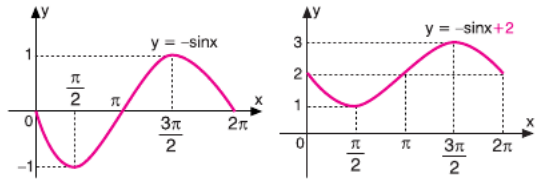
c) f(x) = sin(–2x) – 1

fonksiyonlarının grafiklerini çiziniz.

Çözüm

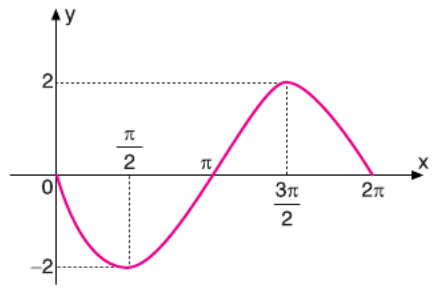
f(x) = sinx grafiği yardımıyla katsayılara dikkat ederek istenen grafikleri çizelim.

a)



"–" katsayı nedeniyle x eksenine göre yansıtma; "+2" nedeniyle düşeyde 2 birim yukarı kaydırma gerçekleşir.

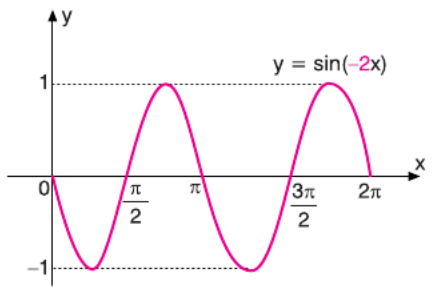
b) f(x) = 2sin(x – π) = –2sin(π – x) = –2sinx olduğuna göre, fonksiyonun grafiği şu şekildedir.



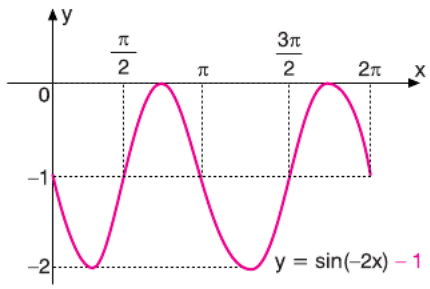
"–2" nedeniyle x eksenine göre yansıtma ve düşeyde uzatma gerçekleşir.

c) f(x) = sin(–2x) – 1

Öncelikle sin(–2x) in grafiğini çizelim.



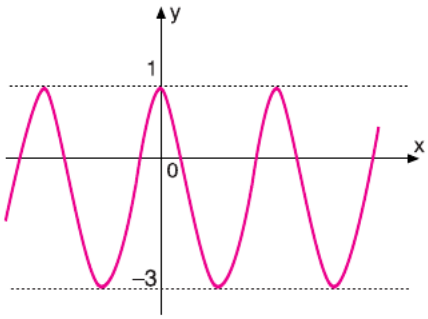
"–2" nedeniyle x eksenine göre yansıtma ve yatayda sıkışma gerçekleşir. Şimdi sin(–2x) – 1 i çizelim.



"–1" nedeniyle önceki sin(–2x) grafiği "–1" birim düşeyde aşağı kayar.

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1.

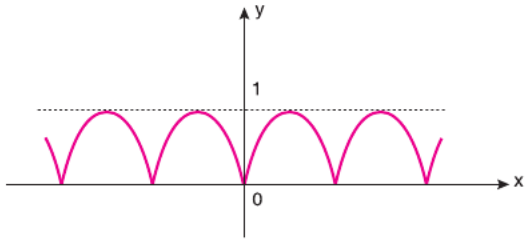


Yukarıda f(x) = acosx + b fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, (a, b) tam sayı ikilisi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) (–1, 0) B) (1, –1) C) (–1, 1)
D) (1,–2) E) (2, –1)

2. a > b > 0 olmak üzere, f(x) =|sin(bx)| fonksiyonunun grafiği aşağıdaki gibidir.



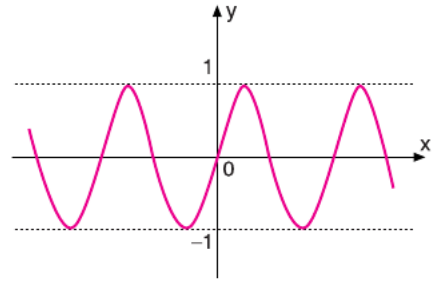
Buna göre, g(x) = sin(ax) in grafiği için,

I. f ve g fonksiyonlarının grafikleri x eksenini aynı noktalarda keser.
II. g fonksiyonunun grafiği yatayda f in grafiğine göre daha dardır.
III. f ve g nin grafikleri x ekseni üzerinde sadece orijinde kesişir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve III E) II ve III

3.



Yukarıda f(x) = cos(ax – πb) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, a ve b gerçel sayıları ile ilgili olarak,

I. a pozitiftir.
II. b tam sayıdır.
III. a.b tam sayıdır.

ifadelerinden hangileri <u>kesinlikle</u> <u>yanlıştır</u>?

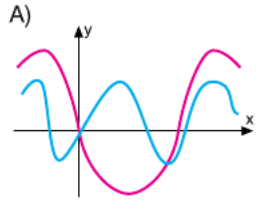
A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) II ve III E) I, II ve III

4. **Aşağıdakilerden hangisinde**

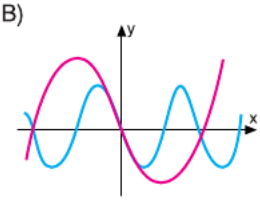
f(x) = sin2x ve g(x) = 2.sin(x – π)

fonksiyonlarının grafikleri birlikte doğru çizilmiştir?

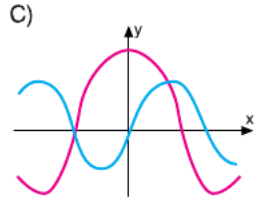
A)



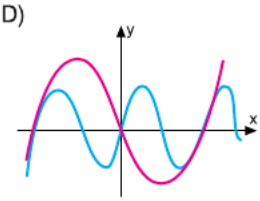
B)



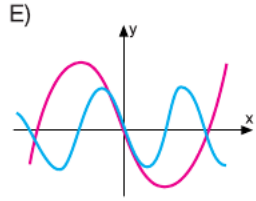
C)



D)



E)



ADIM GÜÇLENDİRME TESTİ - 1

1. $f(x) = 2\sin^5\left(\frac{x}{3} - 4\right).\cos(4\pi)$

fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) 2π B) 3π C) 4π D) 6π E) 12π

2. $f(x) = \frac{3}{\cot^2(2x - \pi)}$

fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) π E) $\frac{3\pi}{2}$

3. $\sin2a = 2.\sin a.\cos a$ olduğuna göre,

$f(x) = 4.\sin3x.\cos3x$

fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) π E) $\frac{3\pi}{2}$

4. $f(x) = \cot(y + 2) + \tan(\pi + x)$

fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) π D) 2π E) 3π

5. $\sin2a = 2.\sin a.\cos a$ olduğuna göre,

$f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right).\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + 1$

fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

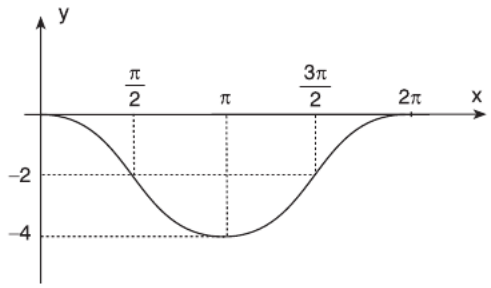
A) π B) $\frac{2\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{4}$

6. $f(x) = \sec^3(3k+1) + \cot(2x - 1)$

fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) π D) $\frac{3\pi}{2}$ E) 2π

7.



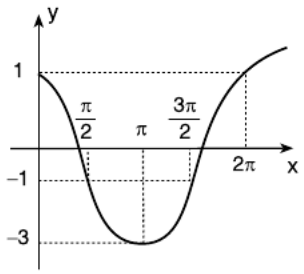
Yukarıda [0,2π] aralığında grafiği verilen fonksiyonun denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $y = 1 - \cos x$ B) $y = 2\cos x - 2$

C) $y = 1 + \sin x$ D) $y = 2\sin x - 2$

E) $y = -4\sin x$

8.



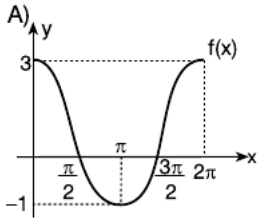
Yukarıdaki grafik, $y = a + b\cos x$ fonksiyonuna aittir.

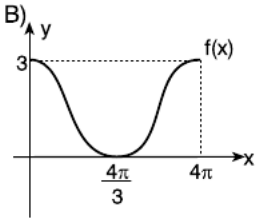
Buna göre, a + b toplamı kaçtır?

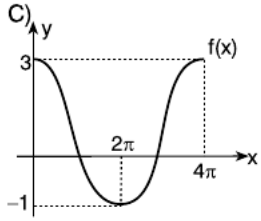
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

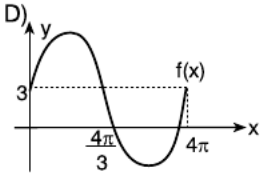
9. $f(x) = 1 + 2.\cos\left(\frac{x}{2}\right)$

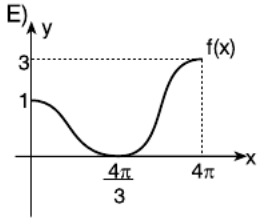
fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A)


B)


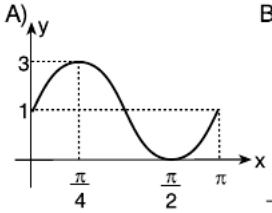
C)


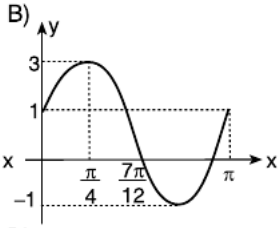
D)


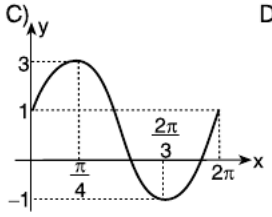
E)


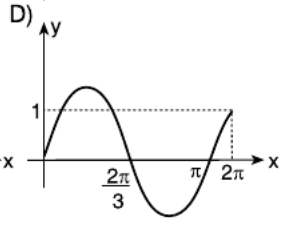
10. $f(x) = 1 + 2.\sin 2x$

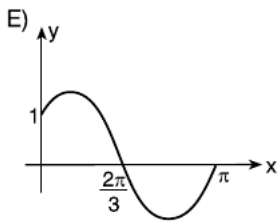
fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?

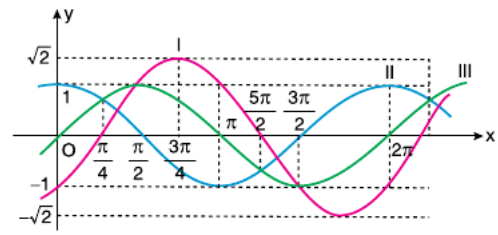
A)


B)


C)


D)


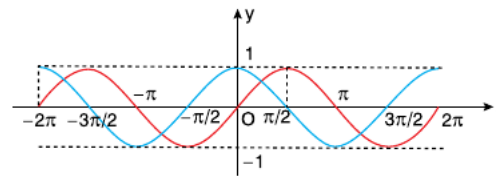
E)


11.


Yukarıda I, II ve III şeklinde numaralandırılmış üç grafik verilmiştir.

Buna göre, aşağıdaki eşleştirmelerden hangisi doğrudur?

	I	II	III
A)	sin2x	cos2x	sinx
B)	cos2x	sinx	cosx
C)	1 – sinx	cosx	sinx
D)	cosx	sinx	sinx – cosx
E)	sinx – cosx	cosx	sinx

12.


Yukarıdaki grafikler f(x) ve g(x) fonksiyonlarına aittir.

f(x) = cosx olduğuna göre, g(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

A) $\cos(-x)$ B) $-\sin x$ C) $\cos\left(\frac{x}{2}\right)$

D) $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ E) $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

ADIM GÜÇLENDİRME TESTİ - 2

1. $f(x) = \tan^3\left(\frac{x}{2}+\frac{x}{3}\right)$

fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{6\pi}{5}$ E) 2π

2. $f(x) = \sin^2 x.\cot^2 x + \sin\frac{\pi}{2}$

fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) 2π B) π C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{8}$

3. $\sin2\alpha = 2.\sin\alpha.\cos\alpha$ olduğuna göre,

$f(x) = 1+\sin4x.\cos4x.\cos8x$

fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) $\frac{\pi}{16}$ B) $\frac{\pi}{8}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

4. m bir reel sayı olmak üzere

$\tan\left(x+\frac{\pi}{3}\right) = m$

denkleminin en küçük pozitif kökü $\frac{\pi}{8}$ ise denklemin diğer köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{5\pi}{8}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{9\pi}{8}$ E) 2π

5. $f(x) = 2 + (1-\cos^2x)^2$

fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) π B) $\frac{3\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{8}$

6. $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha.\cos\beta+\cos\alpha.\sin\beta$ olduğuna göre,

$f(x) = \sin x.\cos5x+\cos x.\sin5x$

fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) π B) $\frac{2\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{5}$

7. $f(x) = \tan x.(\cos x+\cot x+\tan\pi)$

fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) π E) 2π

8. $f(x) = \left(\sin2x+\frac{1}{\sin2x}\right)^2 + \cos^2 2x$

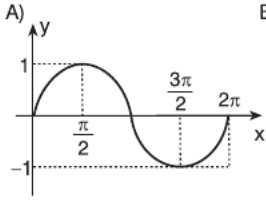
fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) $\frac{\pi}{8}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) π E) 2π

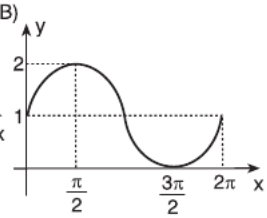
9. $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

fonksiyonunun [0,2π] aralığındaki grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

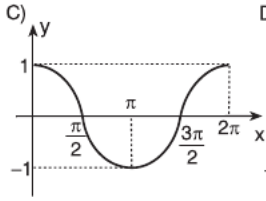
A)



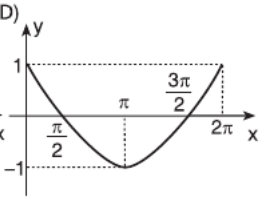
B)



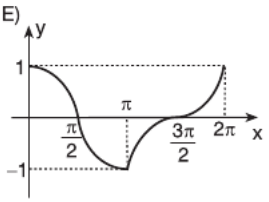
C)



D)



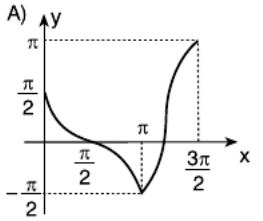
E)



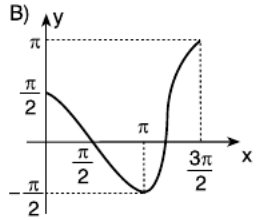
10. $f(x) = \left(\frac{\pi}{2} - x\right).\cos(2x)$

fonksiyonunun $\left[0, \frac{3\pi}{2}\right]$ **aralığındaki grafiği aşağıdakilerden hangisidir?**

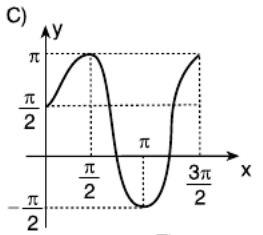
A)



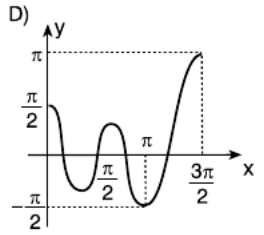
B)



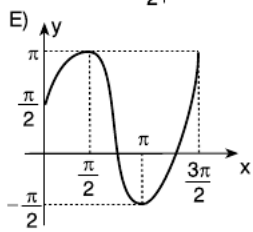
C)



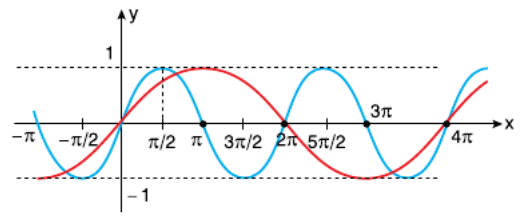
D)



E)



11.



Yukarıdaki grafikler f(x) ve g(x) fonksiyonlarına aittir.

f(x) = sinx olduğuna göre, g(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

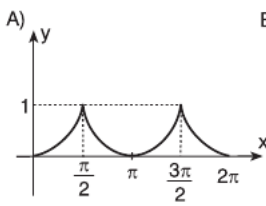
A) 1 – cosx B) sinx.cosx C) $\sin\left(\frac{x}{2}\right)$

D) sin2x E) 2sinx

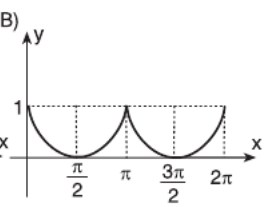
12. $f(x) = \left|\cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right)\right|$

fonksiyonunun [0,2π] aralığındaki grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

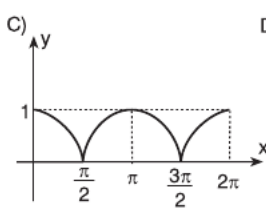
A)



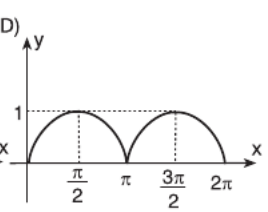
B)



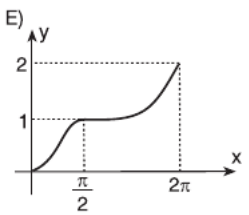
C)



D)



E)



ADIM GÜÇLENDİRME TESTİ - 3 (ÇÖZÜMLÜ)

1. $f(x) = \sin(\pi - x) \cdot \cot(2\pi - x)$

fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{2\pi}{3}$ D) π E) 2π

2. $f(x) = \tan^3 3x \cdot \cot 3x + \pi$

fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{2\pi}{3}$ D) π E) $\frac{3\pi}{2}$

3. $\cos(a+b) = \cos a.\cos b - \sin a.\sin b$ olduğuna göre

$f(x) = (\cos 4x.\cos x - \sin x.\sin 4x)^2 + 1$

fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{5}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{2}$

4. $f(x) = \left(1 + \tan^2 x.\left(\sin^2 x - 1\right)\right)^{\frac{3}{2}}$

fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) 2π B) $\frac{3\pi}{2}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{6}$

5. $\sin 2a = 2.\sin a.\cos a$ olduğuna göre

$f(x) = 4\sin^4 x - 4\sin^2 x$

fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) 2π B) $\frac{3\pi}{2}$ C) π D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{\pi}{3}$

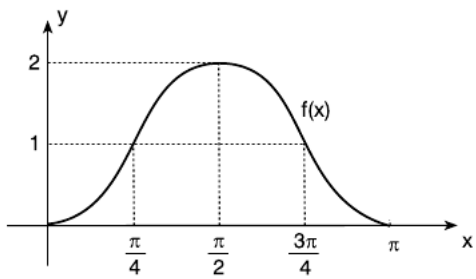
6. f ve g fonksiyonlarının esas periyotları sırasıyla $\frac{\pi}{4}$ ve $\frac{\pi}{3}$ tür.

- $g(\pi) = \frac{\pi}{2}$
- $(fog)\left(\frac{4\pi}{3}\right) = \pi$

olduğuna göre, $f\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ kaçtır?

A) 2π B) π C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{4}$

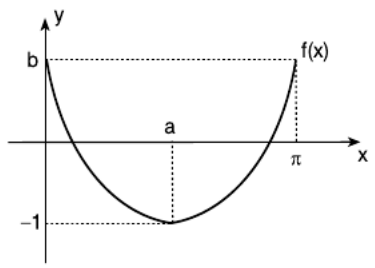
7.



Yukarıdaki grafik $f(x) = a + b.\cos 2x$ fonksiyonuna ait olduğuna göre, a.b kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) –1 E) –2

8.

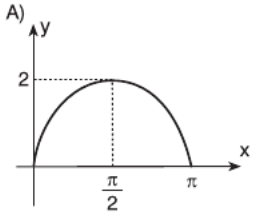


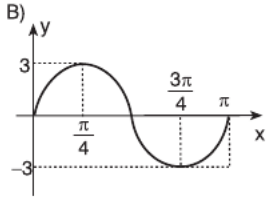
Yukarıdaki grafik $f(x) = 1 - 2.\sin x$ fonksiyonuna ait olduğuna göre, a+b kaçtır?

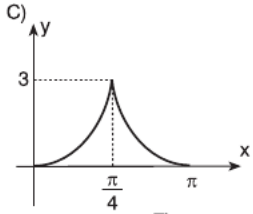
A) $\pi + 1$ B) $\pi - 1$ C) $\frac{\pi}{4} + 1$ D) $\frac{3\pi}{2} - 1$ E) $\frac{\pi}{2} + 1$

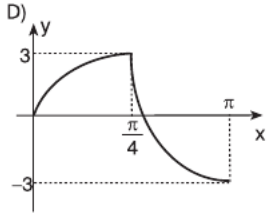
9. $f(x) = 3.\sin 2x$

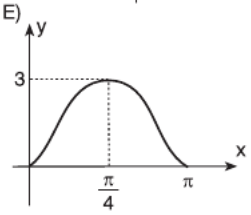
fonksiyonunun $[0,\pi]$ aralığındaki grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

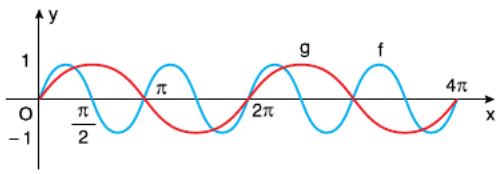
A)


B)


C)


D)


E)


10.


Şekilde $[0, 4\pi]$ aralığında tanımlanmış f ve g fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre,

	f	g
I.	sinx	1 – cosx
II.	sin2x	sinx
III.	2sinx	$\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$

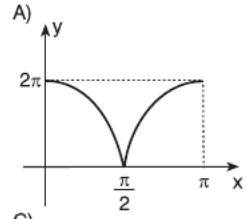
verilen grafikler yukarıdaki fonksiyon çiftlerinden hangilerine ait olabilir?

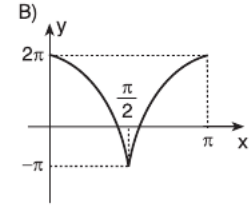
A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

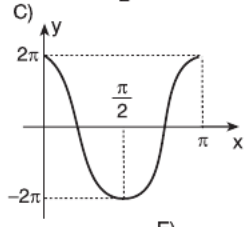
D) I ve II E) II ve III

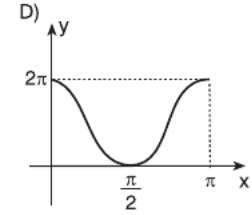
11. $f(x) = \pi.(\cos 2\pi + \cos 2x)$

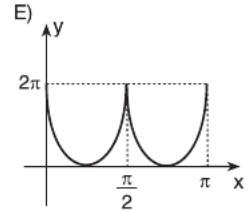
fonksiyonunun $[0,\pi]$ aralığındaki grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

A)


B)


C)


D)


E)


12. I. $f(x) = \sin(x - 2\pi)$

II. $g(x) = x^3$

III. $h(x) = \sin x - \cos x$

fonksiyonlarından hangileri periyodik bir tek fonksiyondur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve III E) I, II ve III

ADIM GÜÇLENDİRME TESTİ - 3 (ÇÖZÜMLER)

1. $f(x) = \sin(\pi - x).\cot(2\pi - x)$

fonksiyonunda

$\sin(\pi - x) = \sin x$

$\cot(2\pi - x) = -\cot x$

olduğuna göre,

$f(x) = \sin x.(-\cot x)$

$f(x) = -\sin x.\dfrac{\cos x}{\sin x}$

$f(x) = -\cos x$ olur.

$f(x)$ fonksiyonunun esas periyodu; $\dfrac{2\pi}{|1|} = 2\pi$

bulunur.

Cevap E

2. $f(x) = \tan^3 3x.\cot 3x + \pi$

$f(x) = \tan^2 3x.\underbrace{\tan 3x.\cot 3x}_{1} + \pi$

$f(x) = \tan^2 3x + \pi$

fonksiyonunda

$\tan^2 3x$ in esas periyodu; $\dfrac{\pi}{|3|} = \dfrac{\pi}{3}$

olduğuna göre,

$f(x)$ in esas periyodu; $\dfrac{\pi}{3}$

bulunur.

Cevap A

3. $\cos(a+b) = \cos a.\cos b - \sin a.\sin b$ ise

$f(x) = (\cos 4x.\cos x - \sin x.\sin 4x)^2$

$f(x) = (\cos(4x + x))^2$

$f(x) = (\cos 5x)^2 = \cos^2 5x$

fonksiyonunun esas periyodu; $\dfrac{\pi}{|5|} = \dfrac{\pi}{5}$

bulunur.

Cevap B

4. $f(x) = \left(1 + \tan^2 x.\underbrace{(\sin^2 x - 1)}_{-\cos^2 x}\right)^{\frac{3}{2}}$

$f(x) = \left(1 - \tan^2 x.\cos^2 x\right)^{\frac{3}{2}}$

$f(x) = \left(1 - \dfrac{\sin^2 x}{\cos^2 x}.\cos^2 x\right)^{\frac{3}{2}}$

$f(x) = \left(\underbrace{1 - \sin^2 x}_{\cos^2 x}\right)^{\frac{3}{2}}$

$f(x) = \left(\cos^2 x\right)^{\frac{3}{2}} = \cos^3 x$

fonksiyonunun esas periyodu; $\dfrac{2\pi}{|1|} = 2\pi$

bulunur.

Cevap A

5. $f(x) = \sin^2 x.(4.\sin^2 x - 4)$

$f(x) = 4\sin^2 x.\underbrace{(\sin^2 x - 1)}_{-\cos^2 x}$

$f(x) = -4\sin^2 x.\cos^2 x$

$f(x) = -(2.\sin x.\cos x)^2$

$\sin 2a = 2\sin a.\cos a$ olduğuna göre

$f(x) = -(\sin 2x)^2 = -\sin^2 2x$ dir.

$f(x)$ in esas periyodu; $\dfrac{\pi}{|2|} = \dfrac{\pi}{2}$

bulunur.

Cevap D

6. Bir F(x) fonksiyonunun periyodu T ise

$F(x) = F(x + T) = F(x + 2T) = ...$

g nin periyodu $\frac{\pi}{3}$ olduğuna göre,

$$g\left(\frac{\pi}{3}\right) = g\left(\frac{\pi}{3} + 3\cdot\frac{\pi}{3}\right) = g\left(\frac{4\pi}{3}\right) = \pi$$

$$f\underbrace{\left(g\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right)}_{\pi} = f(\pi) = \pi$$

f in periyodu $\frac{\pi}{4}$ olduğuna göre,

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = f\left(\frac{\pi}{4} + 3\cdot\frac{\pi}{3}\right) = f(\pi) = \pi$$

Cevap B

7. Grafik incelenirse

$x = \frac{\pi}{4}$ için $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ dir.

$x = \frac{\pi}{2}$ için $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$ dir.

Buna göre

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = a + b.\cos\left(2.\frac{\pi}{4}\right) = 1$$

$$a + b.\underbrace{\cos\frac{\pi}{2}}_{0} = 1$$

$a = 1$ bulunur.

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = a + b\cos\left(2.\frac{\pi}{2}\right) = 2$$

$$a + b.\underbrace{\cos\pi}_{-1} = 2$$

$a - b = 2$ bulunur.

$a = 1$ olduğuna göre,

$1 - b = 2$ ise $b = -1$ bulunur.

O halde $a.b = 1.(-1) = -1$ elde edilir.

Cevap D

8. Grafik incelenirse

$f(a) = -1$ ve $f(\pi) = b$ dir.

Buna göre,

$f(a) = 1 - 2\sin a = -1$

$2\sin a = 2$

$\sin a = 1$

olduğuna göre, $a = \frac{\pi}{2}$ bulunur.

$$f(\pi) = 1 - 2\underbrace{\sin\pi}_{0} = b$$

$1 = b$

Buna göre, $a + b = \frac{\pi}{2} + 1$ elde edilir.

Cevap E

9.

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
sin 2x	0	1	0	–1	0
3sin 2x	0	3	0	–3	0

Değişim tablosu incelenirse, doğru cevap B şıkkıdır.

Cevap B

10. Verilen grafikler incelenirse

f fonksiyonunun periyodu; π

g fonksiyonunun periyodu; 2π dir.

I. olamaz.

Çünkü

$f(x) = \sin x$ olursa periyodu 2π olur.

Dolayısıyla şartlardan biri sağlanmıyor.

II. olabilir.

$f(x) = \sin 2x$ ise periyodu $\frac{2\pi}{2} = \pi$ dir.

$g(x) = \sin x$ ise periyodu $\frac{2\pi}{1} = 2\pi$ dir.

f(x) fonksiyonu 2 katsayısı nedeniyle g(x) in yatayda sıkışmış halidir.

Dolayısıyla f in grafiği mavi çizgi, g nin grafiği kırmızı çizgi olur.

İki fonksiyonun $[0, 4\pi]$ aralığında x eksenini kestiği noktalar grafik üzerinde görülmektedir.

III. olamaz.

$[0, 4\pi]$ aralığında $f(x) = 2\sin x$ fonksiyonunun alabileceği en küçük değer – 2, en büyük değer 2 dir. Ancak grafikte verilen fonksiyonlar $[-1, 1]$ aralığında değerler almaktadır.

Cevap B

11. $f(x) = \pi.(\underbrace{\cos 2\pi}_{1} + \cos 2x)$

$f(x) = \pi.(1 + \cos 2x)$

fonksiyonunun $[0,\pi]$ aralığında değişim tablosunu incelenirse,

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$\cos 2x$	1	0	–1	0	1
$1+\cos 2x$	2	1	0	1	2
$\pi.(1+\cos 2x)$	2π	π	0	π	2π

sağlayan cevap D şıkkındadır.

Cevap D

12. ★ Bir fonksiyonun periyodik olması için

$f(x) = f(x + T)$ şartını sağlayan en az bir T pozitif sayısı olmalıdır.

★★ Bir fonksiyonunun tek fonksiyon olması için tanım kümesindeki her x için

$f(x) = -f(-x)$

eşitliği sağlanmalıdır.

I. $f(x) = \sin(x - 2\pi) = -\sin(2\pi - x)$

$f(x) = \sin x$

sinx fonksiyonu hem periyodik hem de tek fonksiyon şartlarını sağlar.

II. $g(x) = x^3$ fonksiyonu tanım kümesindeki her x için

$g(x) = -g(-x)$

eşitliğini sağlar yani tek fonksiyondur.

Ancak periyodik değildir.

$g(x) = x^3 \stackrel{?}{=} g(x + T) = (x + T)^3$

$x^3 \stackrel{?}{=} (x + T)^3$

eşitliği $T = 0$ dışında sağlayan gerçel sayı yoktur. Fonksiyon periyodik olması için $T > 0$ olmalıdır. Dolayısıyla g(x) periyodik değildir.

III. $h(x) = \sin x - \cos x$ peridodik fonksiyondur.

Ancak tek fonksiyon şartını sağlamamaktadır.

$h(x) = \sin x - \cos x$

$h(-x) = \sin(-x) - \cos(-x) = -\sin x - \cos x$

$h(x) \neq -h(-x)$

Buna göre, sadece I. de verilen fonksiyon istenen şartı sağlar.

Cevap A

ADIM



Ters Trigonometrik Fonksiyonlar

Sinüs Fonksiyonunun Tersi

Bir fonksiyonun tanımlı olduğu bir aralıkta birebir ve örten olması durumunda tersi de bir fonksiyondur.

Sinüs fonksiyonunun belirlenen bir aralıkta birebir ve örten olması durumunda tersi vardır ve bu fonksiyon **arcsin** olarak adlandırılır.

Buna göre,

$$\sin:\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]\to[-1,1]$$

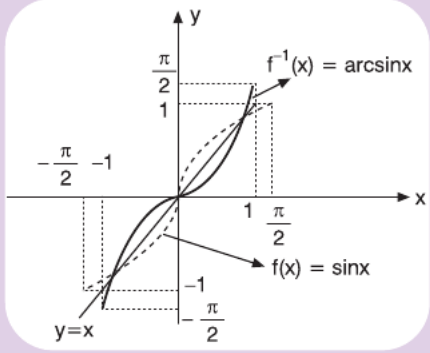
biçiminde tanımlanırsa tersi olan arcsin fonksiyonu şu şekildedir.

$$\arcsin:[-1,1]\to\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$$

İki fonksiyon arasındaki ilişkiyi şu şekilde de gösterebiliriz:

$$f(x)=\sin x \Leftrightarrow f^{-1}(x)=\arcsin x=\sin^{-1}x$$

Bu iki fonksiyonu grafik üzerinde gösterelim.



HATIRLATMA !

Bir fonksiyon ile tersinin grafikleri y=x doğrusuna göre simetriktir.

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

$$\arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)+\arcsin(-1)$$

ifadesinin değeri kaçtır?

Çözüm

$$\arcsin:[-1,1]\to\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$$

aralıklarında tanımlı olduğundan

$$\arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{\pi}{3}$$

$$\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{\pi}{6},\quad \arcsin(-1)=-\frac{\pi}{2}$$

olur. O halde sonuç

$$\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{2}=-\frac{2\pi}{6}=-\frac{\pi}{3}$$ olur.

ÖRNEK 2

$\sin(\arcsin x)=\frac{1}{2}$ olduğuna göre,

arcsin(–2x) ifadesinin değeri kaçtır?

Çözüm

HATIRLATMA !

$$(fof^{-1})(x)=x$$

O halde

$\sin(\arcsin x)=x=\frac{1}{2}$ olur.

$$\arcsin(-2x)=\arcsin\left(-2\cdot\frac{1}{2}\right)$$

$$=\arcsin(-1)=-\frac{\pi}{2}$$ bulunur.

ÖRNEK 3

$\cos2a = 1 - 2\cos^2 a$ olmak üzere

$\cos(2.\arcsin x)$

ifadesi neye eşittir?

Çözüm

$\arcsin x = \alpha$ ise $\sin\alpha = x$ dir.

O halde

$\cos(2\arcsin x) = \cos(2\alpha)$ olur.

$\cos2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$ olduğundan

$\cos2\alpha = 1 - 2.x^2$ bulunur.

ADIM



Kosinüs Fonksiyonunun Tersi

Kosinüs fonksiyonunun belirlenen bir aralıkta birebir ve örten olması durumunda tersi vardır ve bu fonksiyon arccos olarak adlandırılır.

Buna göre,

$\cos: [0,\pi] \to [-1,1]$

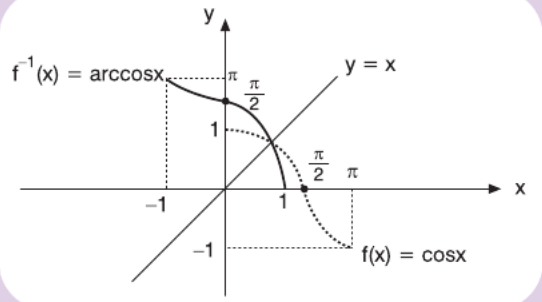
biçiminde tanımlanırsa tersi olan arccos fonksiyonu şu şekildedir;

$\arccos: [-1,1] \to [0,\pi]$

İki fonksiyon arasındaki ilişkiyi şu şekilde de gösterebiliriz.

$f(x) = \cos x \Leftrightarrow f^{-1}(x) = \arccos x = \cos^{-1} x$

Bu iki fonksiyonu grafik üzerinde gösterirsek;



HATIRLATMA !

Bir fonksiyon ile tersinin grafikleri y = x doğrusuna göre simetriktir.

ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

$$\arccos\left(\frac{1}{2}\right) + \arccos(-1) + \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

ifadesinin değeri kaçtır?

Çözüm

$\arccos: [-1,1] \to [0,\pi]$

aralıklarında tanımlı olduğundan

$$\arccos\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{3}$$

$$\arccos(-1) = \pi \,, \quad \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{5\pi}{6}$$

olur. O halde sonuç

$\frac{\pi}{3} + \pi + \frac{5\pi}{6} = \frac{13\pi}{6}$ bulunur.

ÖRNEK 2

$\cos(a+b) = \cos a.\cos b - \sin a.\sin b$ olmak üzere

$$\cos\left(\arccos\frac{1}{2} + \arcsin\frac{3}{5}\right)$$

ifadesinin değeri kaçtır?

Çözüm

$\arccos\frac{1}{2} = \alpha$ ise $\cos\alpha = \frac{1}{2}$

$\arcsin\frac{3}{5} = \beta$ ise $\sin\beta = \frac{3}{5}$ dir.

Buna göre

$$\cos\left(\arccos\frac{1}{2} + \arcsin\frac{3}{5}\right) = \cos(\alpha+\beta) \text{ olur.}$$

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$

$\cos\alpha = \frac{1}{2}$ ise, dik üçgen yardımıyla $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin\beta = \frac{3}{5}$ ise, dik üçgen yardımıyla $\cos\beta = \frac{4}{5}$ dir.

$$\cos(\alpha+\beta) = \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{5} - \frac{3}{5}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4-3\sqrt{3}}{10}$$

bulunur.

ÖRNEK 3

$$y = \arccos\left(\frac{2-x}{3}\right)$$

olduğuna göre, x kaç farklı tamsayı değeri alabilir?

Çözüm

$\arccos: [-1,1] \to [0,\pi]$ olduğundan

$$-1 \le \frac{2-x}{3} \le 1$$

$-3 \le 2 - x \le 3$

$-5 \le -x \le 1$ ise $-1 \le x \le 5$ olur.

Buna göre x, 7 farklı tamsayı değeri alabilir.

ADIM PEKİŞTİRME TESTİ

1. $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)+\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) 2π B) $\frac{2\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $-\frac{\pi}{3}$ E) $-\frac{\pi}{2}$

2. $\cos\left(4\cdot\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

3. $\sin\left(\left(\arccos\frac{3}{5}\right)+\frac{3\pi}{2}\right)$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) 1 B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $-\frac{3}{5}$ E) $-\frac{4}{5}$

4. $\cos(\arccos x)=-\frac{1}{2}$

olduğuna göre, arcsin(–x) ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{12}$ D) $-\frac{\pi}{6}$ E) $-\frac{\pi}{3}$

5. $\cos(\arcsin 2x)=\frac{1}{3}$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ D) $\sqrt{3}$ E) 6

6. sin(a – b) = sina.cosb – cosa.sinb olduğuna göre,

$\sin\left(\arcsin\left(\frac{3}{5}\right)-\arccos\left(\frac{5}{13}\right)\right)$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{13}{5}$ B) $-\frac{12}{5}$ C) $-\frac{33}{65}$ D) $\frac{48}{65}$ E) $\frac{3}{4}$

7. sin2a = 2.sina.cosa olduğuna göre

$\sin\left(2\cdot\arccos\left(\frac{1}{x}\right)\right)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{2}{x^2}$ B) $\frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$ C) $\frac{\sqrt{x^2-1}}{x^2}$ D) $\frac{2\sqrt{x^2-1}}{x^2}$ E) $\frac{\sqrt{x^2-1}}{2x^2}$

8. $f(x)=\arcsin\left(\frac{x-1}{2}+\arccos(1)\right)$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisi <u>olamaz</u>?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 3

ADIM



Tanjant Fonksiyonunun Tersi

Tanjant fonksiyonun belirlenen bir aralıkta birebir ve örten olması durumunda tersi vardır ve bu fonksiyon **arctan** olarak adlandırılır.

Buna göre,

$\tan : \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \to R$

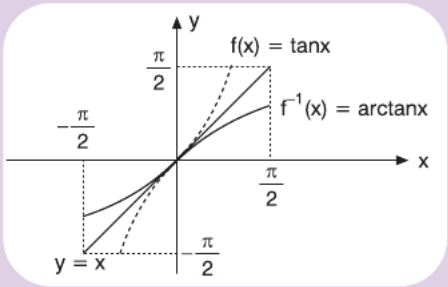
biçiminde tanımlanırsa tersi olan arctan fonksiyonu şu şekildedir;

$\arctan : R \to \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

İki fonksiyonu birlikte gösterirsek

$f(x) = \tan x \Leftrightarrow f^{-1}(x) = \arctan x = \tan^{-1} x$

İki fonksiyonu grafikte gösterelim;



Kotanjant Fonksiyonun Tersi

Kotanjant fonksiyonun belirlenen bir aralıkta birebir ve örten olması durumunda tersi vardır ve **arccot** olarak adlandırılır.

$\cot: (0,\pi) \to R$

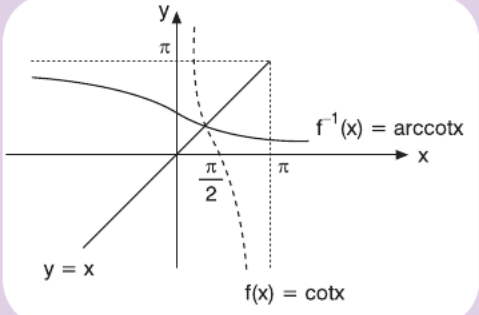
biçiminde tanımlanırsa

$\text{arccot}: R \to (0,\pi)$

olur.

$f(x) = \cot x \Leftrightarrow f^{-1}(x) = \text{arc}\cot x = \cot^{-1} x$

Bu iki fonksiyonu grafikte gösterelim.



ADIM PEKİŞTİRME

ÖRNEK 1

$\arctan(-\sqrt{3}) + \text{arccot}(-\sqrt{3})$

ifadesinin değeri kaçtır?

Çözüm

$\arctan : R \to \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

olduğundan $\arctan(-\sqrt{3}) = -\frac{\pi}{3}$ dür.

$\text{arccot}: R \to (0,\pi)$

olduğundan $\text{arccot}(-\sqrt{3}) = \frac{5\pi}{6}$ dür.

O halde sonuç $-\frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$ bulunur.

ÖRNEK 2

$\arctan 3x = \text{arccot} 2x$

olduğuna göre, x in pozitif değeri kaçtır?

Çözüm

$\arctan 3x = \alpha = \text{arccot} 2x$

$\tan\alpha = 3x$ ve $\cot\alpha = 2x$ olur.

$\tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1$ olduğuna göre,

$3x.2x = 1$

$x^2 = \frac{1}{6}$ ise $x = \frac{1}{\sqrt{6}}$ olur.

ÖRNEK 3

$\cos(\arctan x + \text{arccot} x)$

ifadesinin değeri kaçtır?

Çözüm

$\arctan x = \alpha$ ve $\text{arccot} x = \beta$ olsun.

$\tan\alpha = x$ ve $\cot\beta = x$ olur.

$\tan\alpha = \cot\beta = x$

olduğundan $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ olur.... (Çünkü arctanx ve arccotx 1. bölgede aynı işaretllidir.)

O halde

$\cos(\underbrace{\arctan x}_{\alpha} + \underbrace{\text{arc}\cot x}_{\beta}) = \cos\frac{\pi}{2} = 0$

bulunur.

ADIM GÜÇLENDİRME TESTİ - 1

1. $\arcsin(-1)+\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{2\pi}{3}$ D) π E) $\frac{13\pi}{6}$

2. $\cos\left(2.\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) 1

3. $\cos^2\left(\arcsin\frac{3}{5}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 0 B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{9}{25}$ D) $\frac{16}{25}$ E) 1

4. $m-\frac{1}{n}=2$ ve $n-\frac{1}{m}=\frac{3}{2}$

olduğuna göre,

$\cos\left(\arctan\frac{m}{n}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 1 B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{7}{9}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{1}{2}$

5. $\sin(\arcsin(a+b)) = 1$

olduğuna göre, $\arccos(-a-b)$ kaçtır?

A) $-\pi$ B) $-\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

6. $\arccos\left(\sin\frac{\pi}{3}+\cos\frac{5\pi}{2}\right)$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{2\pi}{3}$

7. $\sin 2x = 2.\sin x.\cos x$ olmak üzere

$\sin\left(2.\arccos\left(\frac{4}{5}\right)\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{8}{25}$ E) $\frac{24}{25}$

8. $\arctan(3x) = \operatorname{arccot}(12x)$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{3}$ D) 4 E) 6

9. $\sin(\arccos x)$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{\sqrt{x}}$ B) $1-\sqrt{x}$ C) $\sqrt{1-x^2}$

D) $\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$ E) $1-x^2$

10. $\arccos\left(\frac{1}{2}\right)+\arctan\left(-\sqrt{3}\right)=\alpha$

olduğuna göre, $\sin\alpha - \cos\alpha$ kaçtır?

A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

11. $f(x)=\arcsin\left(\frac{x-1}{2}\right)-1$

fonksiyonunun ters fonksiyonu $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2\sin x + 2$ B) $2\sin x + 1$

C) $2\sin(x + 1)$ D) $2\sin(x + 1) - 1$

E) $2\sin(x + 1) + 1$

12. $\arctan\left(\frac{x-y}{y}\right)=\frac{\pi}{4}$

olduğuna göre, $\operatorname{arccot}\left(\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}\right)$ **kaçtır?**

A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{6}$

13. $f(x)=\arcsin\left(\frac{x-1}{4}\right)$

fonksiyonunda x in alabileceği kaç farklı tamsayı değeri vardır?

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

14. $\arctan\left(\frac{1}{x^2-1}\right)=\frac{\pi}{2}$

olduğuna göre, x in alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

A) $-\sqrt{2}$ B) -1 C) 0 D) 1 E) $\sqrt{3}$

15. $\operatorname{arccot}\left(\frac{4}{3}\right)=\arccos x$

olduğuna göre, $\arcsin(5.(1-x))$ kaçtır?

A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{2}$

16. $\arctan x + \operatorname{arccot} x$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{\pi}{8}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) π E) 2π

ADIM GÜÇLENDİRME TESTİ - 2

1. $\tan\left(\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $-\sqrt{3}$ B) $-\frac{\sqrt{2}}{3}$ C) 1 D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\sqrt{3}$

2. $\arctan 2 = x$

olduğuna göre, $\tan^2 x + \cot^2 x$ toplamının değeri kaçtır?

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) 1 D) $\frac{9}{2}$ E) $\frac{17}{4}$

3. $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\arcsin\frac{4}{5}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $-\frac{4}{5}$ B) $-\frac{3}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 1

4. $\arctan\left(x^2-3x-3\right)=\frac{\pi}{4}$

denklemini sağlayan, x değerlerinin çarpımı kaçtır?

A) 4 B) 3 C) –3 D) –4 E) –5

5. $\arccos(x) = \arcsin(x)$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) $-\frac{\pi}{4}$ B) 0 C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) 1

6. $x = \arccos\frac{5}{13}+\arccos\frac{12}{13}$

olduğuna göre, cotx kaçtır?

A) $\frac{17}{13}$ B) $\frac{7}{12}$ C) $\frac{7}{13}$ D) $\frac{5}{12}$ E) 0

7. $\tan 2a = \frac{2\tan a}{1-\tan^2 a}$ olmak üzere,

$\tan\left(4.\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)\right)$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) –4 B) $-\frac{24}{7}$ C) $-\frac{4}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) 24

8. $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$ olduğuna göre,

$\arcsin(\cos 2x)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

A) $\pi - 2x$ B) $\pi + 2x$ C) $\frac{\pi}{2} - 2x$

D) $2\pi - x$ E) $\frac{\pi}{4} - x$

9. $\cos(\arcsin x) = 0$

olduğuna göre, x in alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

10. $\arcsin(1-x) + \arccos\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{2}$

denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{8}{9}$

11. $\cos2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$ olduğuna göre,

$$\cos^2\left(\frac{1}{2}\arctan\frac{3}{4}\right)$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{9}{10}$ B) $\frac{3}{10}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{10}$

12. $\arcsin\left(x - \frac{1}{2}\right) = -\frac{\pi}{6}$

olduğuna göre, cos2x kaçtır?

A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

13. $\arctan\left(\frac{3}{4}\right) = \alpha$

$\operatorname{arccot}\left(\frac{1}{2}\right) = \beta$

olduğuna göre, $\frac{\sin\alpha}{\cos\beta}$ **kaçtır?**

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{4}$ C) $\frac{4}{\sqrt{5}}$ D) $\frac{3}{\sqrt{5}}$ E) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

14. $\tan(\arctan(-1) + \arcsin(1)) = m$

olduğuna göre, arccot(m – 1) kaçtır?

A) $-\frac{\pi}{4}$ B) 0 C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

15. $\tan(3\pi + \arccos(m-1)) = 0$

olduğuna göre, m kaç olabilir?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 3

16. $\cos(a+b) = \cos a.\cos b - \sin a.\sin b$ olmak üzere,

$\cos(\arctan2 + \arctan1)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $-\frac{3}{\sqrt{10}}$ B) $-\frac{1}{\sqrt{10}}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{8}{\sqrt{10}}$ E) $\frac{3}{5}$

ADIM GÜÇLENDİRME TESTİ - 3 (ÇÖZÜMLÜ)

1. $\tan(\arctan 1+\alpha) = -1$

olduğuna göre, α aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{\pi}{2}$ B) $-\frac{\pi}{4}$ C) $-\frac{\pi}{8}$ D) $\frac{\pi}{8}$ E) $\frac{\pi}{4}$

2. $\arccos\left(\frac{m-10}{2}\right)=\alpha$

olduğuna göre, m nin alabileceği kaç farklı tamsayı değeri vardır?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

3. $\cos\left(\arcsin\left(\frac{-1}{2}\right)+\text{arc cot}(1)\right)=m$

olduğuna göre, $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ **aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $1-m^2$ B) $2m$ C) m D) $-m$ E) $-2m$

4. $\cos^2(\arcsin x)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $1-x^2$ B) x^2-1 C) x^2

D) $\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$ E) $\sqrt{1-x^2}$

5. $\tan 2a = \frac{2\tan a}{1-\tan^2 a}$ olmak üzere,

$\tan\left(2.\arccos\frac{4}{5}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{24}{7}$ B) $\frac{12}{7}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $-\frac{4}{3}$ E) -4

6. $\arctan\left(\frac{x-1}{2}\right)+\text{arc cot}(2)=\frac{\pi}{2}$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) –3 B) –2 C) 2 D) 4 E) 5

7. $\alpha = \arcsin\frac{3}{5}+\arccos\frac{3}{5}$

olduğuna göre, cosα kaçtır?

A) –1 B) 0 C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 1

8. x, y, z bir ABC üçgeninin iç açıları olmak üzere,

$\text{arccot}(-3) = x+y$

olduğuna göre, cotz kaçtır?

A) –3 B) $-\frac{1}{3}$ C) 0 D) $\frac{1}{3}$ E) 3

9. $\sin(a+b) = \sin a.\cos b + \cos a.\sin b$ olmak üzere,

$$\sin\left(\arctan\frac{3}{4} + \arccos\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{3\sqrt{2}}{10}$ C) $\frac{4\sqrt{2}}{10}$ D) $\frac{7\sqrt{2}}{10}$ E) $\frac{4\sqrt{2}}{5}$

10. $\arctan(x^2 - x - 1) = \frac{\pi}{4}$

denklemini sağlayan, x değerlerinin çarpımı kaçtır?

A) -2 B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) 0 E) 2

11. $\arcsin\left(x^2 + y^2\right) = \frac{\pi}{6}$

$\arccos(x.y) = \frac{\pi}{3}$

olduğuna göre, x+y nin pozitif değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ D) $\sqrt{3}$ E) $\frac{3}{2}$

12. $\cos 2\alpha = 2.\cos^2\alpha - 1$ olmak üzere,

$$\cos\left(2.\arctan\frac{3}{4}\right)$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $-\frac{3}{5}$ B) 0 C) $\frac{2}{25}$ D) $\frac{7}{25}$ E) $\frac{16}{25}$

13. $\sin(\arctan x + \operatorname{arccot} x)$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) 1 C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 0

14. $\arctan(x-1) = \operatorname{arccot}(x+1)$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{2}$ B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

15. $\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a.\tan b}$ olmak üzere,

$$\arctan\frac{1}{2} + \arctan\frac{1}{3}$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\pi}{8}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

16. $\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{2}$ olmak üzere,

$$\sin\left(\frac{1}{2}\arctan\frac{3}{4}\right)$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{\sqrt{10}}$ B) $\frac{2}{\sqrt{10}}$ C) $\frac{3}{\sqrt{10}}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{4}$

ADIM GÜÇLENDİRME TESTİ - 3 (ÇÖZÜMLÜ)

1. $\arctan 1 = \frac{\pi}{4}$ olduğuna göre

$\tan(\arctan 1 + \alpha) = -1$ ise

$\tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = -1$ olur.

$\tan : \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \to R$ ve $\arctan : R \to \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

olduğuna göre, bu tanım aralıkları nedeniyle

$\tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = -1$

denkleminde $\frac{\pi}{4} + \alpha = -\frac{\pi}{4}$ olmalıdır.

O halde, $\alpha = -\frac{\pi}{2}$ bulunur.

Cevap A

2. $\arccos\left(\frac{m-10}{2}\right) = \alpha$

denkleminde arccos fonksiyonunun tanım aralığı $[-1,1]$ olduğundan $\frac{m-10}{2}$ bu aralıkta yer almalıdır.

O halde

$$-1 \le \frac{m-10}{2} \le 1$$
$$-2 \le m-10 \le 2$$
$$8 \le m \le 12$$

olduğundan m nin alabileceği 5 farklı tam sayı değeri vardır.

Cevap D

3. $\cos\left(\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) + \operatorname{arccot}(1)\right) = m$

denkleminde

$\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\pi}{6}$ ve $\operatorname{arc\,cot}(1) = \frac{\pi}{4}$

olduğundan

$\cos\left(-\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4}\right) = m$ olur.

$\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = m$ ise

$\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) = m$ olur. Çünkü

$\frac{\pi}{12} + \frac{5\pi}{12} = \frac{6\pi}{12} = \frac{\pi}{2}$ olduğundan

$\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) = m$ dir.

Cevap C

4. $\cos^2(\arcsin x)$

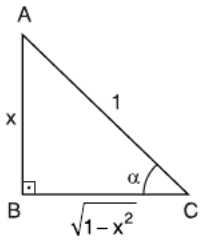
ifadesinde $\arcsin x = \alpha$ olsun.

Bu durumda $\sin\alpha = x$ olur.

O halde

$\cos^2(\underbrace{\arcsin x}_{\alpha}) = \cos^2\alpha$ dır.

$\sin\alpha = x$ olduğundan dik üçgenden yararlanarak $\cos\alpha$ yı bulalım.



$\cos\alpha = \frac{\sqrt{1-x^2}}{1} = \sqrt{1-x^2}$ olur.

Buna göre $\cos^2\alpha = \left(\sqrt{1-x^2}\right)^2 = 1-x^2$

Cevap A

5. $\tan\left(2\left(\arccos\frac{4}{5}\right)\right)$

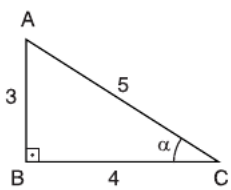
ifadesinde $\arccos\frac{4}{5} = \alpha$ olursa

$\cos\alpha = \frac{4}{5}$ bulunur.

Buna göre

$\tan\left(\underbrace{2\arccos\frac{4}{5}}_{\alpha}\right) = \tan 2\alpha$ yı bulalım.

$\cos\alpha = \frac{4}{5}$ ise dik üçgen yardımıyla $\tan\alpha$ yı elde edelim.



$\tan\alpha = \frac{3}{4}$ tür.

$\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$ olduğu bilindiğine göre

$\tan 2\alpha = \dfrac{2\cdot\frac{3}{4}}{1-\left(\frac{3}{4}\right)^2} = \dfrac{\frac{6}{4}}{\frac{7}{16}} = \dfrac{24}{7}$ bulunur.

Cevap A

6. $\arctan\left(\dfrac{x-1}{2}\right) + \operatorname{arccot}(2) = \dfrac{\pi}{2}$ denkleminde

$\arctan\left(\dfrac{x-1}{2}\right) = \alpha$

$\operatorname{arccot}(2) = \beta$ alınırsa

$\alpha + \beta = \dfrac{\pi}{2}$ olur.

$\arctan\left(\dfrac{x-1}{2}\right) = \alpha$ ise $\tan\alpha = \dfrac{x-1}{2}$

$\operatorname{arccot}(2) = \beta$ ise $\cot\beta = 2$ dir.

$\alpha + \beta = \dfrac{\pi}{2}$ olduğundan

$\tan\alpha = \cot\beta$ olmalıdır.

O halde

$\dfrac{x-1}{2} = 2$ ise $x - 1 = 4$

$x = 5$ bulunur.

Cevap E

7. $\arcsin\dfrac{3}{5} + \arccos\dfrac{3}{5} = \alpha$ denkleminde

$\arcsin\dfrac{3}{5} = x$ ve $\arccos\dfrac{3}{5} = y$ alınırsa

$x + y = \alpha$ olur.

$\dfrac{3}{5}$ pozitif olduğundan x ve y değerleri koordinat düzleminin 1. bölgesinde yer alır.

$\arcsin\dfrac{3}{5} = x$ ise $\sin x = \dfrac{3}{5}$

$\arccos\dfrac{3}{5} = y$ ise $\cos y = \dfrac{3}{5}$

Buna göre sinx = cosy olduğundan

$x + y = \dfrac{\pi}{2}$ olur.

O halde $x + y = \alpha = \dfrac{\pi}{2}$ dir.

Buna göre $\cos\alpha = \cos\dfrac{\pi}{2} = 0$ bulunur.

Cevap B

8. x, y, z üçgeninin iç açıları ise

$x + y + z = 180°$ dir.

$\operatorname{arccot}(-3) = x + y = 180° - z$ olur.

$\operatorname{arccot}(-3) = 180° - z$

$-3 = \cot(180° - z)$

$-3 = -\cot z$

$3 = \cot z$ bulunur.

Cevap E

9. $\sin\left(\arctan\dfrac{3}{4} + \arccos\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$ ifadesinde

$\arctan\dfrac{3}{4} = \alpha$ ve $\arccos\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \beta$ alınırsa

$\sin(\alpha+\beta)$ istenen ifade olur.

$\arctan\dfrac{3}{4} = \alpha$ ise $\tan\alpha = \dfrac{3}{4}$

$\arccos\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \beta$ ise $\cos\beta = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ dir.

O halde

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$ ...(★)

bilgisi soruda verilmiştir.

$\tan\alpha = \dfrac{3}{4}$ ise dik üçgen yardımıyla

$\sin\alpha = \dfrac{3}{5}$ ve $\cos\alpha = \dfrac{4}{5}$ olur.

$\cos\beta = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ ise dik üçgen yardımıyla

$\sin\beta = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ olur.

Bulduklarımızı (★) eşitliğinde yerine yazalım.

$\sin(\alpha+\beta) = \dfrac{3}{5}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}} + \dfrac{4}{5}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{7}{5\sqrt{2}}$

$\sin(\alpha+\beta) = \dfrac{7}{5\sqrt{2}} = \dfrac{7\sqrt{2}}{10}$ bulunur.

Cevap D

10. $\arctan(x^2 - x - 1) = \dfrac{\pi}{4}$

$x^2 - x - 1 = \tan\dfrac{\pi}{4}$

$x^2 - x - 1 = 1$

$x^2 - x - 2 = 0$

$(x-2)(x+1) = 0$ olduğuna göre,

$x - 2 = 0$ veya $x + 1 = 0$ olabilir.

Buna göre $x = 2$ veya $x = -1$ olmalıdır.

O halde x in alacağı değerler çarpımı

$(2).(-1) = -2$ bulunur.

Cevap A

11. $\arcsin(x^2+y^2)=\frac{\pi}{6}$ ise

$\sin\frac{\pi}{6}=x^2+y^2$

$\frac{1}{2}=x^2+y^2$ olur.

$\arccos(x.y)=\frac{\pi}{3}$ ise

$\cos\frac{\pi}{3}=x.y$

$\frac{1}{2}=x.y$ ise $2xy=1$ dir.

O halde

$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$

$(x+y)^2=\frac{1}{2}+1$

$(x+y)^2=\frac{3}{2}$ ise $x+y=\sqrt{\frac{3}{2}}$ bulunur.

Cevap C

12. $\cos\left(2\arctan\frac{3}{4}\right)$

ifadesinde $\arctan\frac{3}{4}=\alpha$ alınırsa $\cos2\alpha$ istenen ifade olur.

$\arctan\frac{3}{4}=\alpha$ ise $\tan\alpha=\frac{3}{4}$

Dik üçgen yardımıyla $\tan\alpha=\frac{3}{4}$ ise

$\cos\alpha=\frac{4}{5}$ bulunur.

$\cos2\alpha=2\cos^2\alpha-1$ ifadesi soruda verildiğinden

$\cos2\alpha=2.\left(\frac{4}{5}\right)^2-1=\frac{7}{25}$ bulunur.

Cevap D

13. $\sin(\arctan x+\operatorname{arccot} x)$ ifadesinde

$\arctan x=\alpha$ ve $\operatorname{arccot} x=\beta$ alınırsa

$\tan\alpha=x$ ve $\cot\beta=x$ olur.

$\tan\alpha=\cot\beta$ olduğundan $\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$ olur.

Buna göre

$\sin(\arctan x+\operatorname{arccot} x)=\sin(\alpha+\beta)$

$=\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$

Cevap B

14. $\arctan(x-1)=\operatorname{arccot}(x+1)=\alpha$ alınırsa

$\arctan(x-1)=\alpha$ ve $\operatorname{arccot}(x+1)=\alpha$

$x-1=\tan\alpha$ $\quad$ $x+1=\cot\alpha$

olur.

$\tan\alpha.\cot\alpha=1$ olduğundan

$x^2-1=1$ ise $x^2=2$

$x=\sqrt{2}$ olur.

Cevap A

15. $\arctan\frac{1}{2}=\alpha$ alınırsa $\tan\alpha=\frac{1}{2}$ olur.

$\arctan\frac{1}{3}=\beta$ alınırsa $\tan\beta=\frac{1}{3}$ olur.

$\arctan\frac{1}{2}+\arctan\frac{1}{3}=\alpha+\beta$ olduğundan

$\alpha+\beta$ yı bulmalıyız.

$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha.\tan\beta}$

bilgisinden yararlanalım.

$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{2}.\frac{1}{3}}=\frac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}}=1$

olduğuna göre $\alpha+\beta=\frac{\pi}{4}$ bulunur.

Cevap B

16. $\sin\left(\frac{1}{2}.\arctan\frac{3}{4}\right)$

ifadesinde $\arctan\frac{3}{4}=\alpha$ alınırsa

$\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ istenen ifade olur.

$\arctan\frac{3}{4}=\alpha$ ise $\tan\alpha=\frac{3}{4}$ tür.

Dik üçgen yardımıyla $\cos\alpha=\frac{4}{5}$ elde edlir.

$\sin^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{2}$ bilgisi soruda verildiğinden

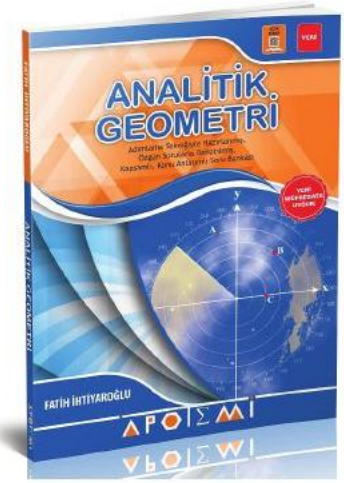
$\sin^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\frac{4}{5}}{2}=\frac{\frac{1}{5}}{2}$

$\sin^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1}{10}$ ise $\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{1}{\sqrt{10}}$ bulunur.

Cevap A



MARATON TESTLERİ



TÜM ANALİTİK GEOMETRİ BİR ARADA APOTEMİ İLE SINAVI YAKALA!

APOTEMİ

ÖSYM

APOTEMİ ANALİTİK GEOMETRİ

2. **Analitik düzlemde $y - x + k = 0$ doğrusu $x^2 + y^2 = 18$ çemberini farklı iki noktada kestiğine göre, k'nin alabileceği kaç farklı tamsayı değeri vardır?**

A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

AYT 2021

39. Dik koordinat düzleminde $y = mx$ doğrusu,

$$x^2 - 26x + y^2 + 144 = 0$$

çemberini iki farklı noktada kesmektedir.

Buna göre, m sayısının alabileceği tüm değerleri gösteren aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(-\frac{3}{4}, \frac{3}{4}\right)$ B) $\left(-\frac{3}{8}, \frac{3}{8}\right)$ C) $\left(-\frac{4}{9}, \frac{4}{9}\right)$

D) $\left(-\frac{5}{12}, \frac{5}{12}\right)$ E) $\left(-\frac{7}{24}, \frac{7}{24}\right)$

APOTEMİ ANALİTİK GEOMETRİ

2. **Dik koordinat düzleminde A(4, 1) noktasının $ax - 2y + b = 0$ doğrusuna göre simetriği B(– 6, 5) olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?**

A) – 6 B) – 4 C) 11 D) 16 E) 18

AYT 2021

38. **Dik koordinat düzleminde (4, 4) noktasının (1, 0) noktasından geçen bir doğruya göre simetriği olan nokta (a, 0) olduğuna göre, a sayısının alabileceği değerlerin çarpımı kaçtır?**

A) – 24 B) – 16 C) – 8 D) 16 E) 32

APOTEMİ ANALİTİK GEOMETRİ

7. Köşe koordinatları A(1, 2), B(3, 5), C(2, 6), D(x, y) olan paralelkenar, x ekseni doğrultusunda 3 birim sola, y ekseni doğrultusunda 2 birim aşağıya öteleniyor.

Buna göre, D köşesinin yeni koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) (0, 3) B) (2, 1) C) (– 1, – 1) D) (3, 5) E) (– 3, 1)

AYT 2020

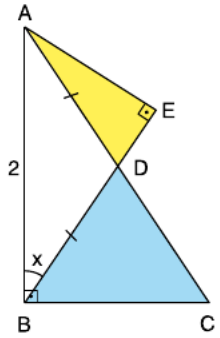
39. Dik koordinat düzleminde A(2, 7) ve B(– 1, 4) noktaları x-ekseni boyunca pozitif yönde 3 birim ötelenerek sırasıyla D ve C noktaları elde ediliyor.

Buna göre köşeleri A, B, C ve D noktaları olan dörtgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

MARATON TESTİ - 1

1. ABC ve ABE dik üçgenleri şekildeki gibi çizildikten sonra oluşan iki bölüm sarı ve mavi renkle boyanmıştır.



|AB| = 2 birim olduğuna göre, sarı ve mavi boyalı bölgelerin alanları toplamının x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) sin2x B) sinx·cosx C) 2sinx

D) tanx + sinx E) tanx + cosx

2. $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ olmak üzere,

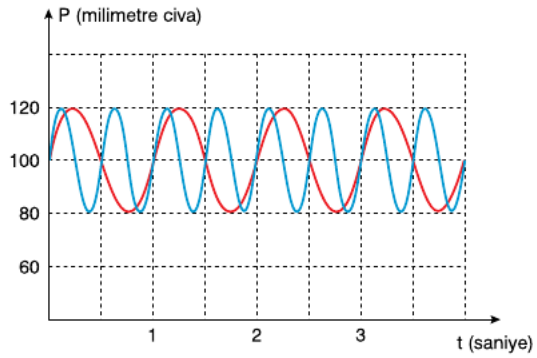
$\tan x = \frac{3}{4}$

olduğuna göre, sin2x.sinx çarpımı kaçtır?

A) $\frac{36}{25}$ B) $\frac{24}{25}$ C) $\frac{9}{125}$

D) $-\frac{36}{125}$ E) $-\frac{72}{125}$

3.



Yukarıda, denklemi $P_1(t) = 100 + 20\sin 2\pi t$ olan kırmızı renkte çizilmiş grafik verilmiştir. Bu grafik sağlıklı bir insanı vücudunun zamana göre kan basıncı değişimini göstermektedir.

Vücut yorulduğu zaman kalp atışı hızlanır. Şekildeki mavi renkli grafik, yorulduğu için kalp atışı artan bir kişiye aittir.

$P_2(t)$ mavi renkli grafiğin fonksiyonu olduğuna göre, bu fonksiyonun denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $P_2(t) = 100 + 20\sin\pi t$

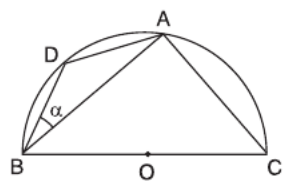
B) $P_2(t) = 100 + 20\cos\pi t$

C) $P_2(t) = 120 + 40\sin\pi t$

D) $P_2(t) = 100 + 20\sin 4\pi t$

E) $P_2(t) = 120 + 20\sin 2\pi t$

4.



Yandaki O merkezli yarım çemberde

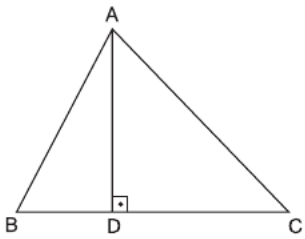
$|AD| = |BD|$

$|BC| = 3|AC|$

$m(\widehat{DBA}) = \alpha$ olduğuna göre, cos2α kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

5.



Yandaki ABC üçgeninde

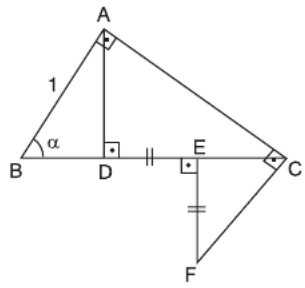
$[AD] \perp [BC]$

$3|BD| = 2|AD| = |DC|$

olduğuna göre, $\tan(\widehat{BAC})$ kaçtır?

A) -8 B) -2 C) $-\frac{1}{3}$ D) 2 E) $\frac{8}{3}$

8.



Yandaki şekilde ABC ve FEC birer dik üçgendir.

$[AB] \perp [AC]$

$[EF] \perp [BC]$

$[AD] \perp [BC]$

$[AC] \perp [CF]$

$|DE| = |EF|$

$|AB| = 1$ br

$m(\widehat{ABC}) = \alpha$ olduğuna göre, $|EC|$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sec\alpha$ B) $\operatorname{cosec}\alpha$ C) $\frac{\sin\alpha}{1+\sin\alpha}$

D) $\frac{\sin^2\alpha}{\sin\alpha+\cos\alpha}$ E) $\frac{\cos^2\alpha}{1+\sin\alpha}$

6. $\frac{2.\cos x}{1+\tan x} - \frac{1}{\sin x+\cos x} = a$

olduğuna göre, sin2x in a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1-a$ B) a^2-2a C) $1-a^2$

D) $4a^2-1$ E) $1-2a^2$

9. $\frac{\cos(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha-\beta)} = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, $\tan\alpha \cdot \tan\beta$ kaçtır?

A) 4 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

7. $\sin^4 x = \cos 2x$

olduğuna göre, $\sin^2 x$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ C) $\frac{1}{2}$

D) $\sqrt{2}-1$ E) $2-\sqrt{2}$

10. $\cos\left(\arcsin\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ E) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

11. $\dfrac{2\cos^2 x - \cos x}{1-\sin^2 x} = 1$

denkleminin $[0,2\pi]$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

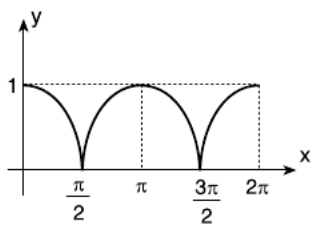
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

12. $f(x) = 2.\sin^3 x \,.\, \cos^3 x$

fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) $\dfrac{\pi}{9}$ B) $\dfrac{\pi}{6}$ C) $\dfrac{\pi}{3}$ D) π E) 2π

13.

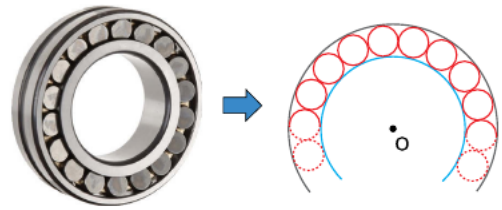


Yukarıdaki grafik aşağıdaki fonksiyonlardan hangisine ait olabilir?

A) $y=\cos x$ B) $y=\sin x$ C) $y=-\cos x$

D) $y=|\sin x|$ E) $y=|\cos x|$

14.



Rulman

Sanayide birbirine bağlı makine parçalarının minimum sürtünme ile daha fazla devir yapmaları için üretilen rulman iki çember içindeki bilyelerden oluşmaktadır.

Şekildeki rulmanın karşıdan alınmış kesiti yanda verilmiştir. Kesitte birbirine dıştan teğet 18 eş çemberin oluşturduğu dairesel bir zincir merkezi O, yarıçapı 2 cm olan mavi renkli olan çembere dıştan teğettir.

Buna göre, küçük çemberlerden birinin yarıçapı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{2\sin 10°}{1-\sin 10°}$ B) $\dfrac{\sin 10°}{1-\sin 10°}$

C) $\dfrac{\sin 10°}{1+\sin 10°}$ D) $\dfrac{2\sin 10°}{1+\sin 10°}$

E) $\dfrac{1+\sin 10°}{1-\sin 10°}$

15. $\cos x.(1+\sin x) < 0$

eşitsizliğini sağlayan x değerlerinin aralıklarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}\right]$ B) $\left(0,\dfrac{\pi}{4}\right)$ C) $\left(\dfrac{\pi}{4},\pi\right)$

D) $\left(\dfrac{3\pi}{2},\dfrac{11\pi}{6}\right)$ E) $\left(\pi,\dfrac{5\pi}{4}\right)$

MARATON TESTİ - 2

1. $$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right)}{\cos(\pi+x)+\sin(2\pi-x)}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) -1 B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) 1

2. $\sin^2\frac{3\pi}{8}+\cos^2\frac{\pi}{8}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $-\sqrt{2}$ B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

3. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$\tan x + \cot x = 2$

olduğuna göre, $\cos x$ kaçtır?

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) 1

4. $\tan 10° = x$ olmak üzere,

$$\frac{\tan 190° + \cot 350°}{\sin 260° . \sec 170°}$$

ifadesinin x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-x^2$ B) $2x^2$ C) $1-x^2$ D) $\frac{x^2-1}{x}$ E) $\frac{1-x^2}{x}$

5. $8x = \pi$ olmak üzere,

$$\frac{\sqrt{2}.\sqrt{1-\sin 3x}}{\sin x}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\cos\frac{x}{2}$ B) $\sin\frac{x}{2}$ C) $\sec\frac{x}{2}$ D) $\tan\frac{x}{2}$ E) $\operatorname{cosec}\frac{x}{2}$

6. $x \in [0, 2\pi]$ olmak üzere,

$\cos 8x = \frac{1}{5}$

denklemini sağlayan kaç farklı x değeri vardır?

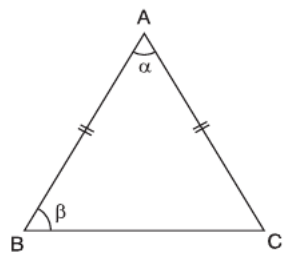
A) 32 B) 16 C) 8 D) 4 E) 0

7. $f(x) = \frac{\cos x}{2} + \sqrt{2}\sin x$

fonksiyonunun alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) 2 D) 4 E) $\frac{11}{2}$

8.



ABC bir ikizkenar üçgen $|AB| = |AC|$

$m(\widehat{BAC}) = \alpha$

$m(\widehat{ABC}) = \beta$

$\tan\beta = 4$

olduğuna göre, $\tan\alpha$ kaçtır?

A) $\frac{1}{15}$ B) $\frac{8}{15}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{12}{5}$ E) $\frac{7}{13}$

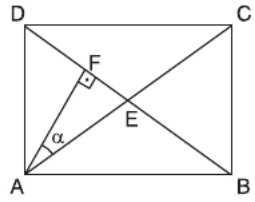
9. $\cot x - \tan y = 3$

$\sin x.\cos y = \frac{1}{12}$

olduğuna göre, cos(x+y) kaçtır?

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

10.



ABCD bir dikdörtgen [AC] ve [BD] köşegen

$[AF] \perp [BD]$

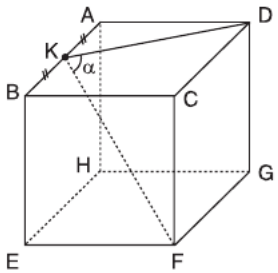
$|AB| = 3|AD|$

$m(\widehat{FAC}) = \alpha$

olduğuna göre, tanα kaçtır?

A) 9 B) 3 C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{1}{3}$

11.



Yandaki şekilde ABCDEFGH bir küptür.

$|AK| = |BK|$

$m(\widehat{DKF}) = \alpha$

olduğuna göre, cosα kaçtır?

A) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

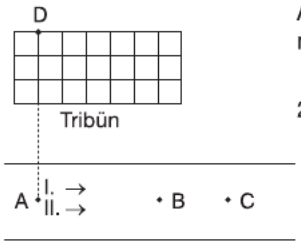
12. $\cot x \neq 1$ olmak üzere,

$2\cos^2 x + \sin x.\cos x = \frac{3}{2}$

olduğuna göre, $\cos^2 x$ kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{9}{10}$

13.



A, B, C noktaları doğrusaldır.

$|AD| \perp |AB|$

$2|AB| = 3|BC| = |AD|$

Yukarıdaki şekilde bir otomobil yarış pisti ve seyircilerin yer aldığı tribünler gösterilmektedir. A noktasından yarışa başlayan iki araçtan I.si B noktasına geldiğinde, II. araç aynı anda C noktasına varmıştır. **Tam bu anda yarışı D noktasından izleyen bir seyircinin bu iki aracın ikisini de gözlemlediği BDC açısının tanjantı kaçtır?**

A) $-\frac{16}{5}$ B) $\frac{4}{17}$ C) $-\frac{5}{2}$ D) 2 E) $\frac{3}{2}$

14. $\arcsin 3x = \arccos 4x$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{4}$

15. $\cos\frac{3\pi}{7} \cdot \cos\frac{2\pi}{7} \cdot \cos\frac{\pi}{7}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{1}{8}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

MARATON TESTİ - 3

1. $a = \cos(170°) \cdot \tan(-120°)$
$b = \tan(250°) \cdot \cot(310°)$
$c = \sin(220°) \cdot \sin(-110°)$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle pozitiftir?

A) $a+b-c$ B) $a.c$ C) $a+b$ D) $\frac{a}{b}$ E) $a-c$

2. $10x = \pi$ olmak üzere,

$$\sin(\pi-2x)+\cos(2\pi-3x)=\frac{2}{\sqrt{5}}$$

olduğuna göre, $\tan(\pi+3x)$ kaçtır?

A) -2 B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{\sqrt{5}}$ D) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ E) 2

3. $$\left(1-\frac{1}{\sin x}\right):\left(\frac{\cos^2 x}{\sin x}\right)=a$$

olduğuna göre, sinx aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{1}{a}$ B) $-a$ C) $\frac{-1-a}{a}$ D) $\frac{1-a}{a}$ E) $\frac{a-1}{a}$

4. x reel sayı, k sayma sayısı olmak üzere,

$$R_k(x)=\frac{1}{k}(\sin^k x+\cos^k x)$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $R_4(x) - R_6(x)$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{24}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 2

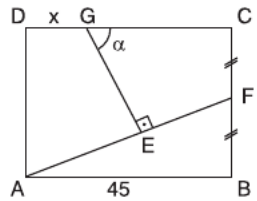
5. **α dar açı olduğuna göre,**

I. $\tan\alpha > \cot\alpha$
II. $\sin\alpha > \cos\alpha$
III. $\tan\alpha > \sin\alpha$
IV. $\cos\alpha > \cot\alpha$

ifadelerinden kaç tanesi kesinlikle doğrudur?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6.

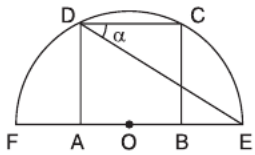


ABCD bir dikdörtgen
$[EG] \perp [AF]$
$|BF| = |CF|$
$2|EF| = 3|AE|$
$|AB| = 45$ cm
$m(C\hat{G}E) = \alpha$

$\tan\alpha = 3$ olduğuna göre, $|DG| = x$ kaç cm dir?

A) 20 B) 16 C) 15 D) 10 E) 9

7.



Yandaki şekilde O merkezli yarım çember ve ABCD karesi verilmiştir.

$m(\widehat{CDE}) = \alpha$ olduğuna göre, $\tan\alpha$ kaçtır?

A) $\sqrt{5}+1$ B) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

D) $\sqrt{5}-1$ E) $\sqrt{5}-2$

8. $A = \sin^2x.(1+\cot x)^2$

olduğuna göre, A aşağıdakilerden hangisine eşit olamaz?

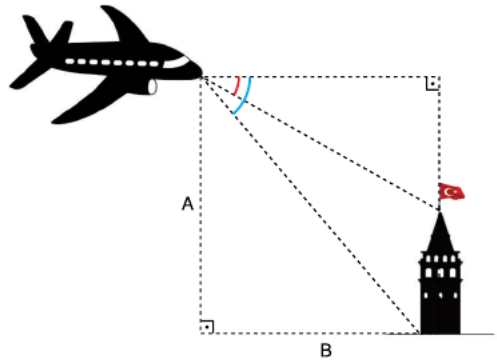
A) $\frac{7}{5}$ B) $\frac{5}{4}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{2}$

9. $\tan\left(\arcsin\frac{3}{5}+\arccos\frac{5}{13}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $-\frac{63}{16}$ B) $-\frac{15}{16}$ C) $-\frac{1}{15}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{53}{16}$

10.



Uçağındaki bazı göstergeleri bozulan bir pilot uçağın yerden yüksekliğini tespit edememektedir.

Ancak görüş açısında olan tarihi bir kulenin yerden yüksekliğinin 18 metre olduğunu bilmektedir.

Pilotun kulenin tepesindeki bayrağı görüş açısı 30° kulenin tamamını görüş açısı da 60° dir. Kulenin taban genişliği $4\sqrt{3}$ metredir.

A uçağın yerden yüksekliği, B uçağın kuleye yatay uzaklığını gösterdiğine göre, A + B toplamı kaçtır?

A) 36 B) 30 C) $30\sqrt{3}$

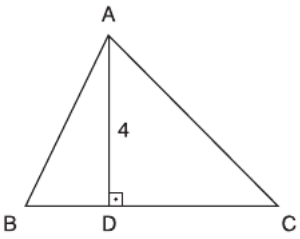
D) $10(\sqrt{3}+1)$ E) $10(\sqrt{3}+3)$

11. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$$2\tan x - \cot x = \frac{1}{\sin x}$$

olduğuna göre, cosx kaçtır?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

12. 

Yandaki şekilde ABC bir üçgen
$[AD] \perp [BC]$
$|AD| = 4$ cm

$\cot(\widehat{ABC}) + \cot(\widehat{ACB}) = 6$

olduğuna göre, $|BC|$ kaç cm dir?

A) 18 B) 24 C) 30 D) 36 E) 40

13. $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ olmak üzere,

$\tan\alpha = -\frac{7}{24}$ **olduğuna göre,** $\tan\frac{\alpha}{2}$ **kaçtır?**

A) -7 B) -1 C) $\frac{7}{25}$ D) 1 E) 7

14. $x+y = 45°$ olmak üzere,

sec(x+2y) ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) secx B) secy C) tanx
D) cosy E) cosecx

15. $\sin12° = x$

olduğuna göre, sin39° nin x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{1-x}$ B) $\frac{1-x}{2}$ C) $\sqrt{\frac{1-x}{2}}$
D) $\frac{x-1}{2}$ E) $\frac{1}{x-1}$

16. $x \in [0, 2\pi]$ **olduğuna göre,**

$\tan x \geq \sqrt{3}$

eşitsizliğini sağlayan x değerlerinin aralıklarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$ B) $\left(\pi, \frac{4\pi}{3}\right]$ C) $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{4}\right]$
D) $\left[\frac{4\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}\right)$ E) $\left[\frac{4\pi}{3}, 2\pi\right)$

APOTEMİ

17. $(1+\tan1°)(1+\tan2°).....(1+\tan45°)$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) 2^{21} C) 2^{22} D) 2^{23} E) 2^{24}

18. Bir ABC üçgeninin kenar uzunlukları a, b, c olmak üzere,

$$\frac{(a-b+c).(a-b-c)}{a.b} = -3$$

olduğuna göre, tan C kaçtır?

A) -3 B) $-\sqrt{3}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

MARATON TESTİ - 4

1. $f(x) = 2\sin^5 6x$ fonksiyonun $[0,\pi]$ aralığındaki periyodu θ dır.

Buna göre, θ kaç farklı değer alabilir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

2.
$a = \tan 217°$
$b = \cot 35°$
$c = \cos 65°$
$d = \cos 53°$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) $a > b > c > d$ B) $b > a > d > c$
B) $b > a > c > d$ D) $a > c > b > d$
E) $d > a > b > c$

3.
$$(\sin x + \cos x)(\cos y + \sin y) = \frac{2}{3}$$
$$\sin(x+y) = \frac{1}{6}$$

olduğuna göre, cos(x–y) kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

4.
$$\operatorname{arccot}\left(\frac{2x+y}{x-y}\right) = \frac{3\pi}{4}$$

olduğuna göre, arcsin(1+x.y) kaçtır?

A) 0 B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{2}$

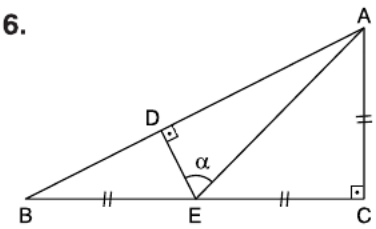
5. $a \neq \frac{n\pi}{2}$ ve n tamsayı olmak üzere,

$$\frac{\tan 3a - \tan 2a - \tan a}{\tan 3a . \tan 2a}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) tana B) cosa C) cota
D) tan2a E) sin2a

6.



ABC bir dik üçgen
$[AC] \perp [BC]$
$[ED] \perp [AD]$
$|BE| = |EC| = |AC|$
$m(\widehat{DEA}) = \alpha$

$m(\widehat{DEA}) = \alpha$ olduğuna göre, cos α kaçtır?

A) $\frac{1}{2\sqrt{5}}$ B) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ C) $\frac{1}{\sqrt{10}}$
D) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ E) $\frac{3}{\sqrt{10}}$

7. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\frac{\tan x + \cot x}{\cot x} = \frac{2}{3\sin x}$$

olduğuna göre, cosx değeri kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. Kuzey batı yönünde kuzey ekseni ile 60° lik bir açı yapacak şekilde ilerleyen ve hızı saatte 30 km/sa olan bir uçak gemisinden güneye doğru 60 km/sa sabit hızla kalkan bir uçağın 3 saat yetecek kadar yakıtı vardır.

Uçak gemiye dönmeden önce güney istikametinde kaç km uzağa gidebilir?

A) 60 B) 54 C) 35 D) 30,5 E) 30

9. $\dfrac{\cos 75° + \sin 75°}{\cos 15° - \sin 15°}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $2\sqrt{3}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ D) $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\sqrt{3}$

10. $\tan 10° \cdot \tan 50° \cdot \tan 60° = x$

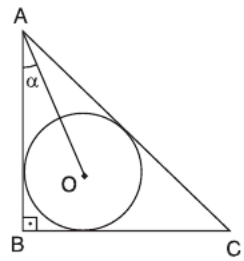
olduğuna göre,

$\cot 170° \cdot \cot 230° \cdot \cot 330°$

çarpımının x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-3x$ B) $-\sqrt{3}x$ C) $-\dfrac{3}{x}$ D) $\dfrac{3}{x}$ E) $3x$

11.



Yandaki şekilde O noktası ABC dik üçgeninin iç teğet çemberinin merkezidir.

$m(\widehat{BAO}) = \alpha$

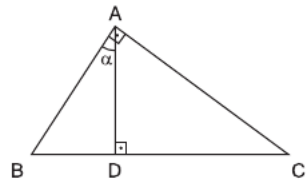
$|AB| = 12$ cm

$|BC| = 5$ cm

olduğuna göre, tanα kaçtır?

A) $\dfrac{1}{6}$ B) $\dfrac{1}{5}$ C) $\dfrac{1}{4}$ D) $\dfrac{1}{3}$ E) $\dfrac{1}{2}$

12.



ABC bir dik üçgen

$[AB] \perp [AC]$

$[AD] \perp [BC]$

$|BC| = 1$ br

$m(\widehat{BAD}) = \alpha$

olduğuna göre, |BD| aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin\alpha$ B) $\cos\alpha$ C) $\sin^2\alpha$ D) $\cos^2\alpha$ E) $\sec\alpha$

13. $\cos 53°27'22'' = m$

olduğuna göre, tan126°32'38" nin m türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{m^2-1}{m}$ B) $\sqrt{1-m^2}$ C) $\dfrac{\sqrt{1-m^2}}{-m}$

D) $\dfrac{\sqrt{1-m^2}}{m}$ E) $\dfrac{-m}{\sqrt{1-m^2}}$

MARATON TESTİ - 5

1. **ABC bir dik üçgen olmak üzere,**

$$\frac{\sin^2 A+\sin^2 B+\sin^2 C}{\cos^2(A+B+C)}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2 B) 1 C) 0 D) cosA E) $\cos^2 A$

2. $f:\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]\to[-1,1]$ **olmak üzere,**

$f(\sin 2x) = \sin x + \cos x$

olduğuna göre, f(cos2x) aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2sinx B) $\sqrt{2}$tanx C) secx

D) $\sqrt{2}$cosx E) cotx

3. Bir ABC üçgeninin iç açıları A, B, C olmak üzere,

$$\tan\left(\frac{\pi}{2}-A-B\right).\sin(-A-B)$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) sinC B) –tanC C) cosC

D) sin(A+C) E) cos(A+C)

4. $\frac{1+\sin\theta+\cos\theta}{1+\sin\theta-\cos\theta}=\frac{1}{3}$

olduğuna göre, tanθ kaçtır?

A) $-\frac{4}{3}$ B) -1 C) $-\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

5. $\frac{1}{\tan 3A-\tan A}-\frac{1}{\cot 3A-\cot A}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) tanA B) sinA C) sin2A

D) cot2A E) cos2A

6. $a+\frac{1}{a}=2.\cos x$

olduğuna göre, $a^3+\frac{1}{a^3}$ **ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) cosx B) cos2x C) 2cos2x

D) cos3x E) 2cos3x

7. Bir ABC üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı R dir. A açısının karşısındaki kenar a birimdir.

$m(\widehat{A}) < 90°$ ve $2a = 3.R$ olduğuna göre, $\cos\widehat{A}$ kaçtır?

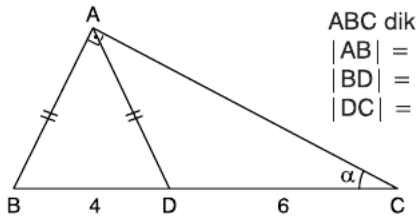
A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

8. $$\frac{\cos(a+b)-2\cos a+\cos(a-b)}{\sin(a+b)-2\sin a+\sin(a-b)}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2tana B) tana C) 2cosa D) 2cota E) cota

9.

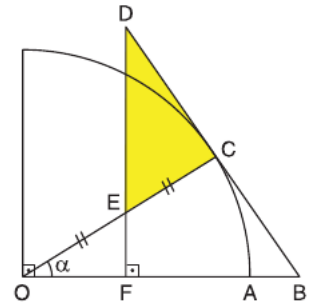


Yandaki şekilde ABC dik üçgen
$|AB| = |AD|$
$|BD| = 4$ cm
$|DC| = 6$ cm

$m(\widehat{ACB}) = \alpha$ olduğuna göre, cotα kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) $\frac{1}{2}$

10.

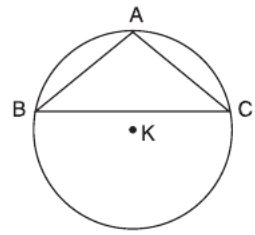


Yandaki şekilde O merkezli yarıçapı 1 br olan çeyrek çemberde [BD], çembere C noktasında teğettir.
$[DF] \perp [OB]$
$m(\widehat{COB}) = \alpha$
$|OE| = |EC|$

olduğuna göre, DEC üçgeninin alanı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\tan\alpha}{4}$ B) $\frac{\cot\alpha}{4}$ C) $\frac{\tan\alpha}{8}$ D) $\frac{\sec\alpha}{4}$ E) $\frac{\cot\alpha}{8}$

11.



Yandaki şekilde ABC üçgeninin K merkezli çevrel çemberinin yarıçapı 10 cm,
$|BC| = 16$ cm

olduğuna göre, tanA kaçtır?

A) $-\frac{4}{3}$ B) $-\frac{3}{4}$ C) $-\frac{3}{5}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{3}$

12. $$f(x) = \arccos\left(\frac{3x-13}{5}\right)$$

fonksiyonunun en geniş tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left[-\frac{1}{2},3\right]$ B) $[-1,1]$ C) $\left[\frac{8}{3},6\right]$ D) $\left[-1,\frac{8}{3}\right]$ E) $[3,6]$

13. α dar açı olmak üzere,

$\sin\alpha \cdot \cos\alpha$

çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşit olamaz?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{5}$

14. $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$,

$\tan\beta = \frac{4}{3}$ ve $\alpha + \beta = 150°$ olduğuna göre,

$3\sin\alpha + 4\cos\alpha$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) 5 B) $\frac{5}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{4}$ E) 1

15. $\frac{1-(\cot x + \sin^2 x)}{\cos^2 x} = 3$

olduğuna göre, sin2x kaçtır?

A) 4 B) 2 C) $\frac{1}{3}$ D) -1 E) -2

16. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere

$12\sin x + 5\cos x = 13$

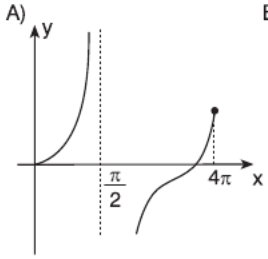
olduğuna göre, sinx – cosx kaçtır?

A) 0 B) $\frac{7}{60}$ C) $\frac{3}{13}$ D) $\frac{7}{13}$ E) $\frac{5}{12}$

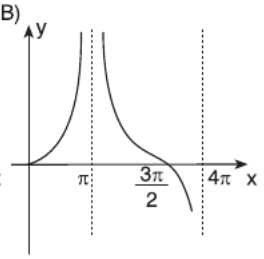
17. $f(x) = \frac{1}{2}.\tan\frac{x}{3}$

fonksiyonun [0,4π] aralığındaki grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

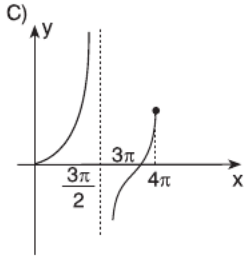
A)



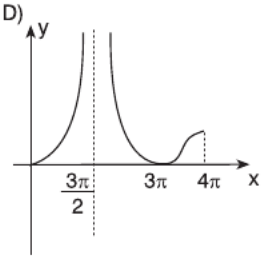
B)



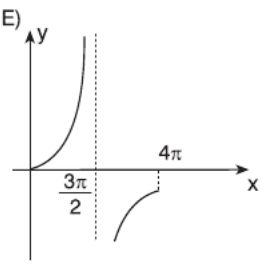
C)



D)



E)



MARATON TESTİ - 6

1. $\dfrac{3\sin^4 x + 3\cos^4 x - 1}{\sin^6 x + \cos^6 x}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

2. $0 < x < \frac{\pi}{4}$ olmak üzere,

$\dfrac{\cos x}{\sqrt{1-\sin x}}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin\frac{x}{2}$ B) $\cos\frac{x}{2}$ C) $-\sin\frac{x}{2}-\cos\frac{x}{2}$

D) $\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}$ E) $\cos\frac{x}{2}-\sin\frac{x}{2}$

3. $\tan x + \cot x = 3$

olduğuna göre, $\tan^2 x - \cot^2 x$ ifadesinin pozitif değeri kaçtır?

A) $10\sqrt{5}$ B) $8\sqrt{5}$ C) $6\sqrt{5}$ D) $4\sqrt{5}$ E) $3\sqrt{5}$

4. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere

$\dfrac{a}{2+\sin x} - \dfrac{1}{1-\sin x} = \dfrac{4\sin x - 1}{-1+\sin x - \cos^2 x}$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) –1 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

5. $\sin\left(x+\frac{2\pi}{3}\right).\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$

işleminin sonucu pozitif olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

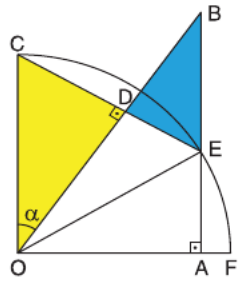
A) $\frac{2\pi}{3}$ B) $\frac{5\pi}{6}$ C) $\frac{7\pi}{6}$ D) $\frac{4\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{3}$

6. $\cos^2\left(x-\frac{\pi}{5}\right)+\cos^2\left(x+\frac{\pi}{5}\right)=1$

denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden den hangisidir?

A) $\frac{\pi}{5}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

7.



Yandaki şekilde O merkezli yarıçapı 1 br olan çeyrek çember verilmiştir.

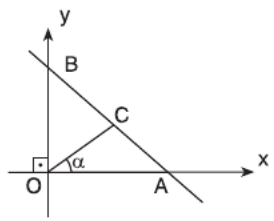
[AB] ⊥ [OF]

[OB] ⊥ [EC]

$m(\widehat{COB}) = \alpha$ olduğuna göre, yukarıda verilen taralı alanlar toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\tan 2\alpha}{2}$ B) $\frac{\cot 2\alpha}{2}$ C) $\frac{\sin 2\alpha}{2}$ D) $\frac{\cos 2\alpha}{2}$ E) $\frac{\sec \alpha}{2}$

8.



Yandaki dik koordinat sisteminde $2x + y - 10 = 0$ doğrusu verilmiştir.

$2|BC| = 3|AC|$

$m(\widehat{COA}) = \alpha$ olduğuna göre, $\cos\alpha$ kaçtır?

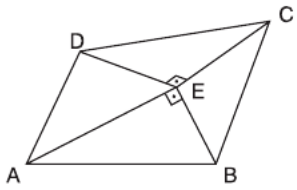
A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{9}{10}$

9. $33.\cos^2 x + 28.\sin 2x + 16$

ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) 100 B) 73 C) 65 D) 41 E) 36

10.

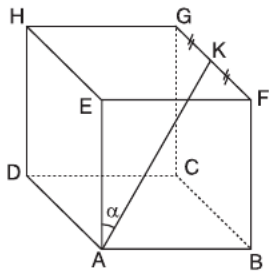


Yandaki ABCD dörtgeninde EAB ve CED ikizkenar dik üçgendir.

$m(\widehat{DEA}) = 45°$ ve $A(ABCD) = 18$ br² olduğuna göre, $|BC|$ kaç br dir?

A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

11.



ABCDEFGH bir küptür.

$|FK| = |GK|$

$m(\widehat{KAE}) = \alpha$

olduğuna göre, $\tan\alpha$ kaçtır?

A) 2 B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

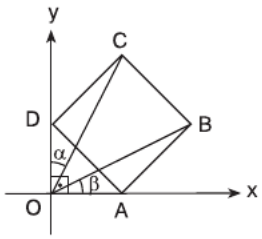
12. $\cos 5x + \sin 3y = 0$ olduğuna göre,

$$\frac{\tan 10x}{\tan 6y}$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{5}{3}$ B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $-\frac{1}{2}$

13.



Yandaki dik koordinat sisteminde

ABCD bir kare

$m(\widehat{DOC}) = \alpha$

$m(\widehat{BOA}) = \beta$

$\tan\alpha = \frac{4}{7}$ **olduğuna göre, tanβ kaçtır?**

A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{4}{7}$ C) $\frac{5}{7}$ D) $\frac{6}{7}$ E) 1

14. $\cos 20° = m$ olmak üzere,

$$\sin 40° + \frac{\sqrt{3}}{3}\cos 40°$$

ifadesinin m cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) m B) $\sqrt{1-m^2}$ C) $\frac{m}{2}$

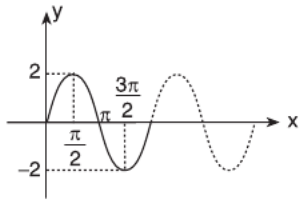
D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}m$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}m$

15. $\cos\left(\arctan(m) + \arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right) = 1$

olduğuna göre, $\arcsin\left(\frac{m}{2}\right)$ **kaçtır?**

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $-\frac{\pi}{6}$ D) $-\frac{\pi}{3}$ E) $-\frac{\pi}{4}$

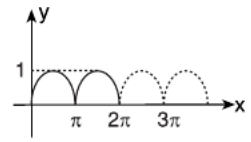
16.



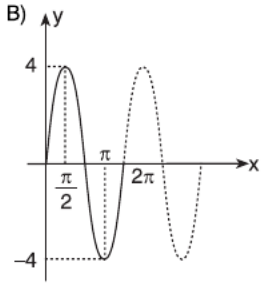
Yukarıdaki gibi f(x) = a+b.sinx fonksiyonu biçiminde sismik dalga yayan bir kara parçasında bir deprem sonrasında 2.f(3x) fonksiyonu biçiminde sismik dalgalar yayılmaktadır.

Buna göre, 2.f(3x) fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?

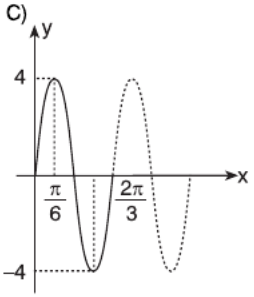
A)



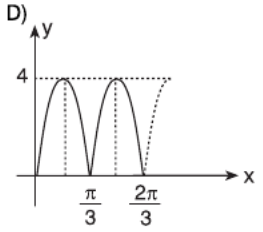
B)



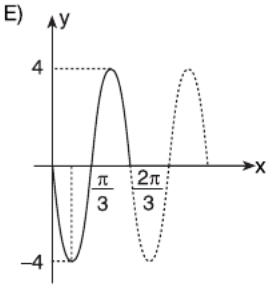
C)



D)



E)



MARATON TESTİ - 7

1. n pozitif tamsayı olmak üzere,

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+\cos(\pi-x)+\cos\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)+.....+\cos\left(\frac{n\pi}{2}-x\right)$$

ifadesi n = 98 için aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) cosx B) –cosx C) sinx–cosx

D) 2.cosx–2.sinx E) 0

2. Bir ABC üçgeninde

$$4\cos^2(A+B)-4\sin(90°-C)=-1$$

olduğuna göre, cosC kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) 0 D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. $0<x<\frac{\pi}{4}$ **olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisinin değeri kesinlikle pozitiftir?**

A) tan3x B) cot5x

C) sinx – cosx D) tanx – cotx

E) sin2x – sinx

4. tan5° . tan10° . ... tan80°

çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 7 B) 8 C) cot85°

D) cot5° E) 7tan5°

5. a = 4.(1 – sinx . cosx)
b = 8 + 2sin2x

olduğuna göre, a.b nin alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 16 D) 20 E) 36

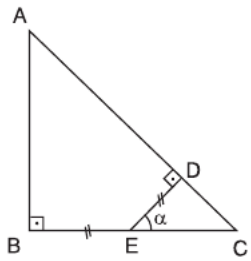
6. $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ olmak üzere,

1 + tanx . tan2x = m

olduğuna göre, $\cos^2x$ in m türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{m}$ B) m^2 C) $-\frac{1}{m^2}$

D) $\frac{1+m}{2m}$ E) $\frac{m^2-1}{2}$

7. 

ABC bir dik üçgen
[AB] ⊥ [BC]
[ED] ⊥ [AC]
|BE| = |DE|
|DC| = 1 br

$m(\widehat{DEC}) = \alpha$ olduğuna göre, |AB| aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin\alpha - \cos\alpha$ B) $1-\cos\alpha$ C) $\dfrac{\cos\alpha}{1-\cos\alpha}$

D) $\dfrac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}$ E) $1+\sec\alpha$

8. ABC üçgeninin kenar uzunlukları a,b,c dir.

$$\frac{a^3+b^3+c^3}{c^2} = a+b+c$$

olduğuna göre, sinC kaçtır?

A) 1 B) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\dfrac{1}{2}$ E) $\dfrac{1}{4}$

9. $$\left(1+\frac{1}{\cos 2x}\right)\left(1+\frac{1}{\cos 4x}\right)\left(1+\frac{1}{\cos 8x}\right)$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

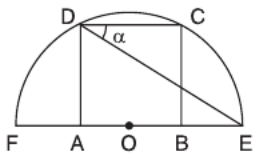
A) $\sin 8x$ B) $\tan 8x$ C) $\dfrac{\tan 4x}{\tan x}$

D) $\dfrac{\tan 8x}{\tan x}$ E) $\dfrac{\cot 8x}{\cot 2x}$

10. $$\arccos(\cot\theta) + \arcsin\left(\frac{5}{13}\right) = \frac{\pi}{2}$$

olduğuna göre, cotθ kaçtır?

A) $\dfrac{1}{5}$ B) $\dfrac{5}{12}$ C) $\dfrac{5}{13}$ D) $\dfrac{12}{13}$ E) 1

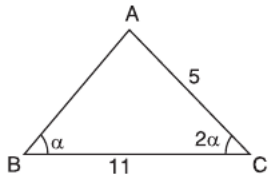
11. 

O yarım çemberin merkezi ABCD bir kare
$m(\widehat{CDE}) = \alpha$

olduğuna göre, $\tan^3\alpha + \cot^3\alpha$ toplamı kaçtır?

A) $\sqrt{5}+1$ B) $\sqrt{5}$ C) $2\sqrt{5}$

D) $\sqrt{5}-1$ E) -2

12. 

ABC bir üçgen
$m(\widehat{ACB}) = 2.m(\widehat{ABC}) = 2\alpha$
|AC| = 5 cm
|BC| = 11 cm

olduğuna göre, tanα kaçtır?

A) $\dfrac{4}{3}$ B) $\dfrac{3}{4}$ C) $\dfrac{4}{5}$ D) $\dfrac{1}{2}$ E) $\dfrac{1}{4}$

13. $0 < x < \frac{\pi}{2}$

$\sin x + 2.\cos x = \sqrt{5}$

olduğuna göre, sinx – cosx kaçtır?

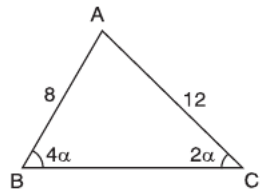
A) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ B) $-\frac{1}{\sqrt{5}}$ C) 0 D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ E) $\frac{3}{\sqrt{5}}$

14. $\sin 4x + \sin 2x = 1 + \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$

denkleminin [0,2π] aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 16

15.



ABC üçgeninde
$|AB| = 8$ cm
$|AC| = 12$ cm

$m(\widehat{ABC}) = 4\alpha$ ve $m(\widehat{BCA}) = 2\alpha$

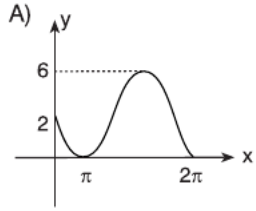
olduğuna göre, $\cos^2\alpha$ kaçtır?

A) $\frac{7}{8}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

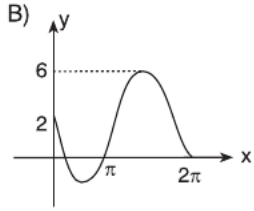
16. $f(x) = 2 + 4\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?

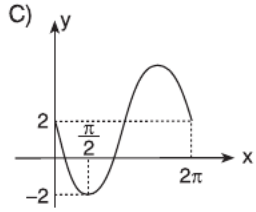
A)



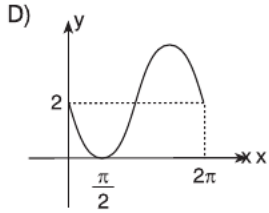
B)



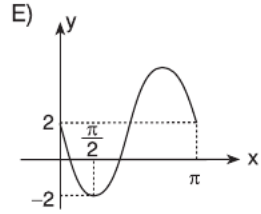
C)



D)



E)



MARATON TESTİ - 8

1. $\tan x.\tan y = 1+\tan x+\tan y$

olduğuna göre, sin(x+y) kaç olabilir?

A) -1 B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) 0 D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) 1

2. $0° < x < 45°$ olmak üzere,

$a = (\tan x)^{\tan x}$, $b = (\tan x)^{\cot x}$

$c = (\cot x)^{\tan x}$, $d = (\cot x)^{\cot x}$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) $a > b > c > d$ B) $a > c > d > b$

C) $d > c > a > b$ D) $d > c > b > a$

E) $d > a > c > b$

3. $\operatorname{cosec} x - \cot x = 4$

olduğuna göre, cosecx + cotx kaçtır?

A) 2 B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $-\frac{1}{4}$

4. $\sqrt{\sin^4 x + 4.\cos^2 x} - \sqrt{\cos^4 x + 4.\sin^2 x} = \frac{1}{2}$

olduğuna göre, sin2x kaçtır?

A) 1 B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

5. $(1 - \cot 20°).(1 - \cot 25°)$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) 1 C) $\tan 10°$

D) $\cos 20°$ E) $\sin 20°$

6. $\sin\beta = \frac{3}{5}$ ve $\alpha - \beta = 30°$ olduğuna göre,

$\sin\alpha - \frac{3}{4}\cos\alpha$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 2 B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{1}{2}$

7. $\sin x = \frac{k-1}{2}$

$\cos y = \frac{2m+1}{3}$

olduğuna göre, m + k toplamının alabileceği kaç farklı tamsayı değeri vardır?

A) 8 B) 7 C) 5 D) 3 E) 2

8. $\frac{6 - 6\cos 2x + 12\sin 2x}{2 + 2\cos 2x + \sin 2x}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 3tanx B) 6tanx C) 3cosx

D) 3cotx E) 6cosx

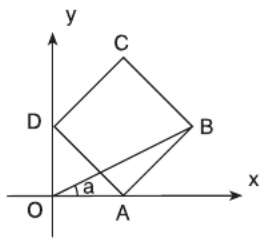
9. $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$ eşitliği veriliyor.

$(4\cos^2 27° - 3).(4\cos^2 9° - 3) = m$

olduğuna göre, cot9° nin m türünden eşiti aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2m^2$ B) m^2 C) m D) $\frac{4}{m}$ E) $\frac{1}{m}$

10.



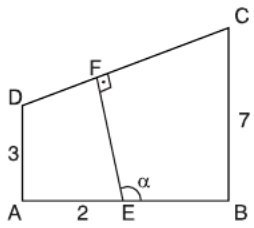
Dik koordinat sisteminde ABCD bir kare

$|OD| = 2|OA|$

$m(\widehat{BOA}) = a$ olduğuna göre, tana kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

11.



ABCD bir yamuk

$[AD] \perp [AB]$

$[FE] \perp [DC]$

$|AD| = 3$ cm

$|BC| = 7$ cm

$|AE| = |EB| = 2$ cm

$m(\widehat{FEB}) = \alpha$ olduğuna göre, tanα kaçtır?

A) -3 B) -2 C) $-\frac{3}{2}$ D) -1 E) $-\frac{1}{2}$

12. $2.\sin 18°\sin 54°$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

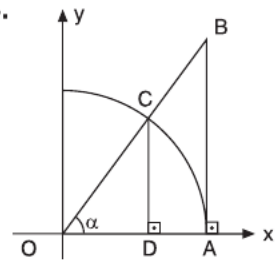
A) $\sin 18°$ B) $\cos 18°$ C) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{2}$

13. $2.\sin 2x + 2.(\sin x - \cos x) = 1$

denkleminin $[0,\pi]$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

14.



Yandaki O merkezli çeyrek birim çemberde

$[AB] \perp [OA]$

$[CD] \perp [OA]$

$m(\widehat{BOA}) = \alpha$ olduğuna göre, Alan(DABC) aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\tan^2\alpha}{2}$ B) $\frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha}$ C) $\frac{\sin^3\alpha}{2\cos\alpha}$ D) $\frac{\cos^3\alpha}{\sin\alpha}$ E) $\frac{\cos\alpha}{\sin^2\alpha}$

MARATON TESTİ - 9

1. $\arctan x + \operatorname{arccot} x + \arcsin x + \arccos x$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2π B) π C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) 0

2. $2^{2\cdot\sin x - 1} \le 1 \le 4^{2\cdot\sin x + 1}$

eşitsizliğini sağlayan x değerlerinin çözüm aralıklardan biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$ B) $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ C) $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}\right]$

D) $\left[\frac{5\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right]$ E) $\left[\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right]$

3. $\cos(\pi - x) = \sin(\pi - x) + \sin\frac{5\pi}{6}$

olduğuna göre, sin2x kaçtır?

A) $-\frac{3}{4}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

4. $\frac{\pi}{4} < a < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$x = \sin\left(2a - \frac{\pi}{3}\right)$

$y = \cos\left(3a - \frac{\pi}{4}\right)$

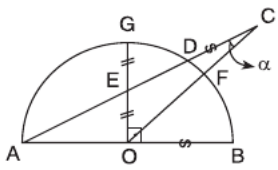
$z = \tan\left(a + \frac{\pi}{3}\right)$

olduğuna göre, sırasıyla x, y, z nin işaretleri için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) –,–,– B) +,–,+ C) +,–,–

D) –,+,– E) –,–,+

5.



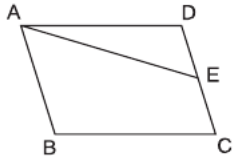
O merkezli yarım çemberde
[OG] ⊥ [AB]
|EG| = |EO|
|DC| = |OB|

$m(A\hat{C}O) = \alpha$ olduğuna göre, $\tan\alpha$ kaçtır?

A) $\sqrt{5}-4$ B) $\sqrt{5}-2$ C) $\sqrt{5}-1$

D) $\sqrt{5}+1$ E) $\sqrt{5}+2$

6.



ABCD eşkenar dörtgen
|EC| = 2 cm
|AD| = 8 cm

$m(B\hat{C}E) = 60°$ olduğuna göre, |AE| kaç cm dir?

A) $\sqrt{13}$ B) $2\sqrt{37}$ C) $7\sqrt{3}$

D) $\sqrt{55}$ E) $8\sqrt{5}$

7. $0 < a < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$x = \frac{2.\cot a + 1}{3}$

$y = \frac{3 - \tan a}{2}$

olduğuna göre, 9x + 2y – 6xy kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 5

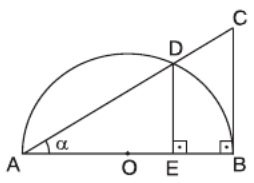
8. $\frac{1-\sin 4x}{1+\sin 4x} = 7 + 4\sqrt{3}$

olduğuna göre, cot2x aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\sqrt{6}-3$ C) $-\sqrt{3}$

D) $\sqrt{3}-1$ E) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

9.



Yandaki O merkezli yarım birim çemberde [CB] doğrusu çembere teğettir

$[DE] \perp [AB]$

$|DE| = |DC|$

$m(\widehat{CAB}) = \alpha$ olduğuna göre, cos2α kaçtır?

A) $\sqrt{3}-1$ B) $\sqrt{5}-2$ C) $2\sqrt{3}$

D) $2\sqrt{3}-1$ E) $\sqrt{2}-1$

10. $2\cos 2x - 4\cos x - \cos^2 x = \sin^2 x$

denkleminin [0, 2π] aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

11. x ve y dar açı ve $x - y = \frac{\pi}{8}$ olmak üzere,

$\cos 5y - \sin x = 0$

olduğuna göre, sin(3x+3y) kaçtır?

A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

12. $f : \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right] \to [-1,1]$ olmak üzere

$f(\cos x) = \cos(x+30°) + \cos(x-30°)$

olduğuna göre, f(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(x) = x$ B) $f(x) = 2x+1$

C) $f(x) = 2x + \frac{1}{2}$ D) $f(x) = \sqrt{3}x$

E) $f(x) = x + \frac{1}{2}$

MARATON TESTİ - 10

1. Bir ABC üçgeninde $m(\widehat{A}) - m(\widehat{B}) = 120°$ ve

$$\left[\cos\left(\frac{A-B}{2}\right) - \cos\left(\frac{A+B}{2}\right)\right] \cdot \sin\frac{C}{2} = \frac{1}{16}$$

olduğuna göre, cosC kaçtır?

A) $\frac{7}{8}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

2. $(5 + 3\sin x)^2 . (7 - 3\sin x)^3$

ifadesinin en büyük değerini alabilmesi için sinx değeri kaç olmalıdır?

A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $-\frac{1}{15}$ D) $-\frac{1}{9}$ E) $-\frac{1}{2}$

3. $\sin 1° = a$, $\cos 1° = b$ olmak üzere,

$$\frac{1}{\sin 1° \sin 2°} + \frac{1}{\sin 2° \sin 3°} + ... + \frac{1}{\sin 89° \sin 90°}$$

işleminin sonucunun a ve b cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{a}{b}$ B) $\frac{b}{a}$ C) $\frac{a^2}{b}$ D) $\frac{b}{a^2}$ E) a.b

4. $x - y = 4\sin\theta$

$\sqrt{x.y} = 2\cos\theta$

olduğuna göre, x+y nin pozitif değeri kaçtır?

A) 4 B) 2 C) $\sqrt{2}$ D) 1 E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

5. $10x = \pi$ olmak üzere,

$$\frac{\sin 19x}{\cos 4x} - \frac{\tan 12x}{\cot 3x}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

6. $\cos^2 1° + \cos^2 2° + ... + \cos^2 44° = x$

olduğuna göre,

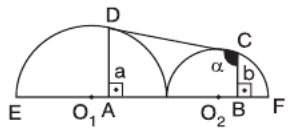
$\sin^2 179° + \sin^2 178° + ... + \sin^2 135°$

ifadesinin x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x - 44$ B) $44 - x$ C) $89 - 2x$

D) $\frac{89-2x}{2}$ E) $\frac{x-88}{2}$

7.



[DC] O_1 ve O_2 merkezli yarım çembere sırasıyla D ve C noktalarında teğettir.

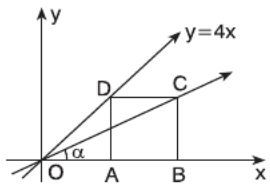
$[AD] \perp [EF]$, $[BC] \perp [EF]$, $m(\widehat{DCB}) = \alpha$

$|AD| = a$ br, $|BC| = b$ br ve $a > b$

olmak üzere cosα nın a ve b cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2a+b}{a+b}$ B) $\frac{a+b}{2a+b}$ C) $\frac{b-a}{a+b}$ D) $\frac{-a-b}{a+2b}$ E) $\frac{a+b}{a+2b}$

8.

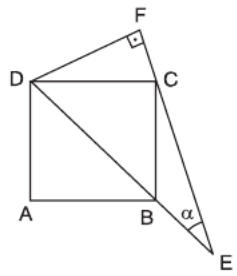


Yandaki dik koordinat sisteminde ABCD karesi ve $y = 4x$ doğrusu verilmiştir.

$m(\widehat{COB}) = \alpha$ olduğuna göre, tanα kaçtır?

A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{3}{7}$

9.



ABCD bir kare

$[DF] \perp [EF]$

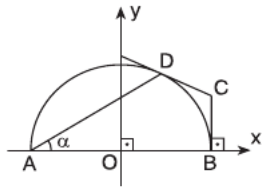
D, B ve E noktaları doğrusaldır

$|DB| = 6|BE|$

$m(\widehat{DEF}) = \alpha$ olduğuna göre, sin2α kaçtır?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{15}{16}$ E) $\frac{24}{25}$

10.



Yandaki koordinat sisteminde O merkezli yarım birim çember verilmiştir. [BC] ve [DC] çembere teğettir

$m(\widehat{DAB}) = \alpha$ olduğuna göre, $|DC|$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) cosα B) sinα C) tanα D) secα E) cotα

11. **Bir ABC üçgeninde**

$$2.\tan\frac{A}{2}\cdot\tan\frac{B}{2}+2\cdot\tan\frac{B}{2}\cdot\tan\frac{C}{2}+2\cdot\tan\frac{C}{2}\cdot\tan\frac{A}{2}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\sqrt{3}$ B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

12. $0 \le x \le 2\pi$ olmak üzere

$\tan 4x.\cot 2x = 1$

denkleminin kaç farklı kökü vardır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 6

13. $\sin\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{2}=\frac{x}{8}$

denkleminin kaç farklı kökü vardır?

A) 16 B) 8 C) 4 D) 3 E) 1

14. Denizin dalgalı olduğu bir günde limana yanaşmak isteyen bir geminin limana girebilmesi için limanın girişindeki köprünün altından geçmesi gerekmektedir. Geminin kaptanı bilinmeyen bir uzaklıktan, geminin köprü ile olan açısını ölçer. Bu ölçümü yaptıktan sonra gemi 300 metre yol alır ve kaptan yine geminin köprü ile açısını ölçer. İlk ölçtüğü açı 2,3°, ikinci ölçtüğü açı 3,3° dir.

Buna göre, köprünün sudan yüksekliği kaç metredir? ($\tan(2{,}3°) \cong 0.04$, $\tan(3{,}3°) \cong 0.06$)

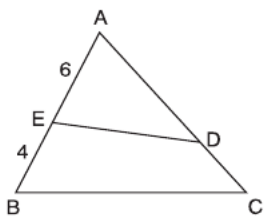
A) 32 B) 34 C) 36 D) 40 E) 42

15. $\dfrac{\cos 1°.\cos 3°.\cos 5°...\cos 89°}{\sin 45°}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2^{-44} B) 2^{-21} C) 1 D) $\sqrt{2}$ E) 2^{25}

16.



ABC eşkenar üçgendir.
$|AE| = 6$
$|EB| = 4$
$|ED| = 3\sqrt{7}$

olduğuna göre, $|DC|$ kaçtır?

A) 1 B) 3 C) 4 D) $5\sqrt{2}$ E) 6

AYT FEN İÇİN EN MODERN ÜÇLÜ!

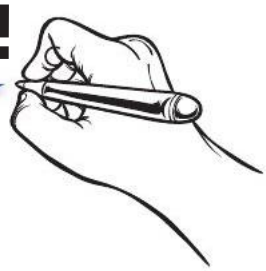
12.SINIF AYT TÜM FEN KONULARI BİR ARADA

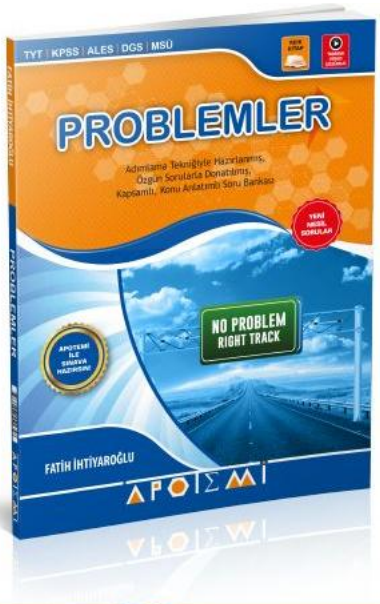


Apotemi ile sınava hazırsın!

APOTEMİ

ile sınava hazırsın!





TYT DENEME

- 7 TYT GENEL DENEME
- 15 TYT MATEMATİK DENEMESİ
- 15 TYT TÜRKÇE DENEMESİ
- 25 TYT FEN BİLİMLERİ DENEMESİ
- 25 TYT SOSYAL BİLİMLER DENEMESİ
- 3 TYT GENEL DENEME

AYT DENEME

- 7 AYT SAYISAL DENEMESİ
- 7 AYT EŞİT AĞIRLIK DENEMESİ
- 15 AYT MATEMATİK DENEMESİ
- 25 AYT FİZİK DENEMESİ
- 25 AYT KİMYA DENEMESİ
- 25 AYT BİYOLOJİ DENEMESİ

KONU FASİKÜLLERİ

- PARAGRAF
- PROBLEMLER
- TRİGONOMETRİ
- FONKSİYONLAR
- LOGARİTMA - DİZİLER
- LİMİT ve SÜREKLİLİK
- TÜREV
- İNTEGRAL
- PKBO
- ANALİTİK GEOMETRİ
- KATI CİSİMLER
- MODERN FİZİK
- MODERN KİMYA
- MODERN BİYOLOJİ
- SİSTEMLER

TYT SORU BANKASI

- TYT MATEMATİK SORU BANKASI
- TYT FİZİK SORU BANKASI
- TYT KİMYA SORU BANKASI
- TYT BİYOLOJİ SORU BANKASI
- TYT SOSYAL BİLİMLER SORU BANKASI
- TYT SOSYAL BİLİMLER KONU ÖZETİ
- TYT FEN BİLİMLERİ KONU ÖZETİ

AYT SORU BANKASI

- AYT MATEMATİK SORU BANKASI
- AYT FİZİK SORU BANKASI
- AYT KİMYA SORU BANKASI
- AYT BİYOLOJİ SORU BANKASI
- TYT-AYT MAESTRO GEOMETRİ

APOTEMİ