

IAN STEWART

ZARLAR TANRI'YI OYNAR MI?



BELİRSİZLİĞİN MATEMATİĞİ

ALFA | BİLİM

4485 | ALFA | BİLİM | 191

ZARLAR TANRI'YI OYNAR MI?

IAN STEWART

Warwick Üniversitesinde matematik profesörü ve Matematik Farkındalık Merkezi müdürüdür. Dinamikte simetri, örüntü oluşumu, kaos ve matematiksel biyoloji gibi konularda 140'ın üzerinde araştırma makalesi yazmıştır. 2001'de Kraliyet Derneğine üye seçilmiştir. İngiltere'nin Coventry kentinde yaşamaktadır.

Alfa'daki kitapları: *Matematiğin Kısa Tarihi* (çev. Sibel Sevinç, 2016); *Güzellik Neden Gerçekliktir* (çev. Zekeriya Aydın, 2015); *Evreni Ölçmek* (çev. Onur Çelik, 2018); *Profesör Stewart'ın Matematiksel Tuhaflıklar Dolabı* (çev. Ulaş Apak, 2019); *Profesör Stewart'ın İnanılmaz Sayıları* (çev. Zeyd Remzi Şen, 2021); *Profesör Stewart'ın Matematik Hazineleri* (çev. Kutay Dişbudak, Şule Ölez, 2022); *Büyük Matematik Problemleri* (çev. Sibel Sevinç, 2023).

ALPER HAYRETER

Lisans eğitimini ODTÜ Fizik Bölümünde, yüksek lisans eğitimini İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsünde tamamladı. 2012'de Kanada Montreal'deki Concordia Üniversitesinde doktora derecesini aldıktan sonra Amerika Birleşik Devletleri Iowa Eyalet Üniversitesinde doktora sonrası araştırmacı olarak bir yıl çalıştı. 2013'te Türkiye'ye dönen Doç. Dr. Alper Hayreter, Özyeğin Üniversitesi Mühendislik Temel Bilimleri Bölümünde öğretim görevlisi olarak parçacık fiziği fenomenolojisi üzerine çalışmalarına devam etmektedir. Alfa Bilim dizisi için *Kendiliğinden Evrilen Kozmos* (S.M. Rosen), *Olası Görünmeyen Sekiz Olasılık* (J. Gribbin), *Kurnazdır Tanrı* (A. Pais) ve *Her Şeyin Teorisi Yoktur* (L. Q. English) kitaplarını çevirmiştir.

Zarlar Tanrı'yı Oynar mı?
© 2020, ALFA Basım Yayım Dağıtım San. ve Tic. Ltd. Şti.

Do Dice Play God?
© 2019, Joat Enterprises

Kitabın Türkçe yayın hakları Anatolialit Ajans aracılığıyla Alfa Basım Yayım Dağıtım Ltd. Şti.'ne aittir. Tanıtım amacıyla, kaynak göstermek şartıyla yapılacak kısa alıntılar dışında, yayıncının yazılı izni olmaksızın hiçbir elektronik veya mekanik araçla çoğaltılamaz. Eser sahiplerinin manevi ve mali hakları saklıdır.

Yayıncı ve Genel Yayın Yönetmeni M. Faruk Bayrak
Genel Müdür Vedat Bayrak
Yayın Yönetmeni Mustafa Küpüşoğlu
Dizi Editörü Kerem Cankoçak
Çeviren Alper Hayreter
Kapak Tasarımı Adnan Elmasoğlu
Sayfa Tasarımı Mürüvet Durna

ISBN 978-625-449-796-4
1. Basım: Mayıs 2023

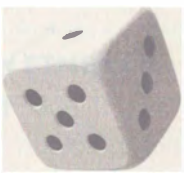
Baskı ve Cilt
Melisa Matbaacılık
Çiftehavuzlar Yolu Acar Sanayi Sitesi No: 8 Bayrampaşa-İstanbul
Tel: 0(212) 674 97 23 Faks: 0(212) 674 97 29
Sertifika no: 45099

Alfa Basım Yayım Dağıtım San. ve Tic. Ltd. Şti.
Alemdar Mahallesi Ticarethane Sokak No: 15 34110 Cağaloğlu-İstanbul
Tel: 0(212) 511 53 03 (pbx) Faks: 0(212) 519 33 00
www.alfakitap.com - info@alfakitap.com
Sertifika no: 43949



IAN
STEWART

ZARLAR TANRI'YI OYNAR MI?



BELİRSİZLİĞİN MATEMATİĞİ

Çeviren
Alper Hayreter

ALFA

İÇİNDEKİLER

1	ALTI BELİRSİZLİK ÇAĞI	7
2	İÇ ORGANLARI OKUMAK	21
3	ZAR ATMAK	33
4	YAZI TURA ATMAK	44
5	ÇOK FAZLA BİLGİ	57
6	SAFSATALAR VE PARADOKSLAR	77
7	SOSYAL FİZİK	93
8	NE KADAR EMİNSİNİZ?	109
9	YASA VE DÜZENSİZLİK	125
10	ÖNGÖRÜLEBİLENİ TAHMİN ETMEMEK	139
11	HAVA DURUMU FABRİKASI	156
12	DÜZELTİCİ TEDBİRLER	183
13	FİNANSAL FALCILIK	198
14	BAYESCİ BEYNİMİZ	216
15	KUANTUM BELİRSİZLİK	236
16	ZARLAR TANRI'YI OYNAR MI?	257
17	BELİRSİZLİKTEN FAYDALANMAK	286
18	BİLİNMEYEN BİLİNMEYENLER	302

1

ALTI BELİRSİZLİK ÇAĞI

Belirsiz: Kesin olarak bilinmeme veya tamamen net olmama durumu; kararsızlık veya muğlaklık.
The Oxford English Sözlüğü

Belirsizlik her zaman kötü değildir. Hoş oldukları sürece sürprizleri severiz. Birçoğumuz at yarışları üzerine bahis oynamaktan hoşlanırız ve başlangıçta kimin kazanacağını bilseydik çoğu spor anlamsız olurdu. Bazı anne-baba adayları bebeklerinin cinsiyetini doğumdan önce *bilmemeyi* tercih ederler. Çoğumuz, sanırım, bırakın nasıl olacağını, kendi ölüm tarihimizi bile önceden bilmemeyi tercih ederiz. Ama bunlar istisnalardır. Hayat bir piyangodur. Belirsizlik genellikle şüphe doğurur ve şüphe bizi rahatsız eder, bu yüzden belirsizliği azaltmak veya daha da iyisi ortadan kaldırmak isteriz. *Ne olacağı* konusunda endişe duyarız. Hava durumunun apaçık bir şekilde tahmin edilemez olduğunu ve tahminlerin genellikle yanlış olduğunu bilmemize rağmen, hava tahminlerine bakarız.

Televizyonda haberleri izlediğimizde, gazete okuduğumuzda veya internette gezindiğimizde ne ölçüde ne olacağını bilmememiz bunaltıcı olabilir. Uçaklar rastgele kaza yapar. Depremler ve volkanlar halkları, hatta şehirlerin büyük bölümlerini mahveder. Finans sektörü yükselir ve düşer ve "yükseliş ve düşüş döngüsünden" bahsetmemize rağmen, tek demek istediğimiz, yükselişin ardından düşüş ve düşüşün ardından yükselişin gelmesidir. Ne zaman birinden diğerine geçeceği konusunda çok az fikrimiz vardır. "Yağmurlu ve kurak döngü"den de bahsedebilir ve hava durumunu tahmin ettiğimizi iddia edebiliriz. Seçimler

yaklaştığında, kimin kazanacağına dair bir fikir edinmeyi umarak kamuoyu yoklamalarını takip ederiz. Son yıllardaki anketler daha az güvenilir hale gelmiş gibi görünüyor, ancak yine de bizi rahatlatma veya sinirlendirme gücüne sahipler.

Bazen sadece belirsiz değil, ne hakkında kesin olmamız gerektiğinden emin değilizdir. Çoğumuz iklim değişikliği konusunda endişeliyizdir, ancak lafını esirgemeyen bir azınlık bunların hepsinin bir aldatmaca olduğu, (hayatlarını kurtarmak için bir aldatmaca tertipleyemeyen) bilim insanları tarafından veya Çinliler veya belki Marslılar tarafından uydurulduğu konusunda ısrar etmektedir ... artık en sevdiğiniz komplo teorisini siz seçin. Ancak iklim değişikliğini öngören iklimbilimciler bile, hassas etkileri hakkında çok az kesinlik sunmaktadırlar. Yine de genel doğaları üzerinde oldukça net bir tutumları var ve pratik açıdan bu, alarm zillerini çalmak için fazlasıyla yeterli.

Sadece Tabiat Ana'nın bize ne sunacağından değil; aynı zamanda kendimize de ne halt edeceğimizden pek emin değiliz. Dünya ekonomileri 2008 krizinden beri hâlâ sendelemekte, buna neden olan insanlarsa çoğunlukla işlerini eskisi gibi yürütüyorlar ve bu muhtemelen daha da büyük bir ekonomik felaketi beraberinde getirecek. Küresel finansı nasıl tahmin edeceğimiz konusunda çok az fikrimiz var.

Göreceli (ve tarihsel olarak olağandışı) bir istikrar döneminden sonra, dünya siyaseti giderek daha fazla parçalanmakta ve eski kesinlikler sarsılmaktadır. "Sahte Haberler," hakiki gerçekleri bir dezenformasyon yağmuruna maruz bırakıyor. Tahmin edilebileceği gibi, bu konuda en yüksek sesle şikâyet edenler genellikle sahtekarlığın sorumlularıdır. İnternet bilgiyi demokratikleştirmek yerine cehaleti ve bağnazlığı demokratikleştirdi. Bekçilerini kaldırarak kapıları korumasız bıraktı.

İnsan ilişkileri her zaman karmakarışık olmuştur, ancak bilimde bile, doğanın kesin yasalara uyması fikri, yerini daha esnek bir görüşe bırakmıştır. Yaklaşık olarak doğru olan kurallar ve modeller bulabiliriz (bazı alanlarda "yaklaşık" kelimesi, "on ondalık basamağa kadar," diğerlerinde ise "on kat daha küçük ve on kat daha büyük arasında" anlamına gelir) ancak bunlar

her zaman geçicidir, yeni kanıtlar ortaya çıktığında yerlerinden olabilirler. Kaos teorisi bize, bir şeyin, katı kurallara *uysa bile*, yine de tahmin edilemez olabileceğini söyler. Kuantum teorisi bize evrenin, en küçük seviyelerinin derinliklerinde *doğası gereği* tahmin edilemez olduğunu söyler. Belirsizlik yalnızca insan cehaletinin bir işareti değil, dünyanın ta kendisidir.

Pek çok insan gibi biz de gelecek hakkında kaderci olabilirdik. Ancak çoğumuz bu yaşam tarzından rahatsızızdır. Muhtemelen felakete yol açacağından şüphelenir ve biraz öngörüyle felaketin önlenebileceğine dair gizli bir his taşırız. Sevmediğimiz bir şeyle karşılaştığımızda ya ondan korunmak ya da onu değiştirmeye çalışmak yaygın bir insani taktiktir. Fakat ne olacağını bilmediğimizde ne gibi önlemler almalıyız? *Titanik* felaketinden sonra gemilerin fazladan cankurtaran botu bulundurmaları istendi. Ağırlıkları, *S.S. Eastland*'in Michigan Gölü'nde alabora olmasına neden oldu ve 848 kişi öldü. İstenmeyen Sonuçlar Yasası, en iyi niyetleri boşa çıkarabilir.

Deneyimlerimizin nesilden nesle aktarıldığı hayvanlar olduğumuz için gelecek adına endişeleniyoruz. Zaman içinde konumumuza dair güçlü bir algımız var, gelecekteki olayları öngörüyor ve bu öngörüler nedeniyle şimdi harekete geçiyoruz. Zaman makinemiz yok, ancak çoğu zaman varmış gibi davranıyoruz, böylece gelecekteki bir olay gerçekleşmeden önce harekete geçmemize neden oluyor. Elbette bugünkü eylemin asıl nedeni düğün, fırtına ya da yarın gelecek olan kira kontratı değil. Olacağına dair mevcut inancımızdır. Hem evrim hem de bireysel öğrenmeyle şekillenen beynimiz, yarın hayatımızı kolaylaştırmak için bugünden eylemlerimizi seçmemize izin veriyor. Beyinler, gelecek hakkında tahminlerde bulunan karar verme makineleridir.

Beyin bazı kararları çok kısa bir süre içinde verir. Bir kriket oyuncusu veya beysbol oyuncusu topu yakaladığında, görsel sistemin topu algılamasıyla beyinin topun nerede olduğunu hesaplaması arasında küçük ama kesin bir zaman gecikmesi vardır. Dikkat çekici bir şekilde, oyuncular genellikle topu yakalarlar çünkü beyinleri topun güzergahını tahmin etmede oldukça

iyidir, ancak kolay gibi görünen bir topu yakalayamadıklarında ya tahminlerinde ya da tepkilerinde bir sorun olmuştur. Tüm süreç bilinçaltındadır ve görünüşe göre kusursuzdur, bu yüzden tüm hayatımızı beynimizin bir iki saniye öncesinde cereyan eden bir dünyada yaşadığımızı fark etmeyiz.

Bazı kararlar günler, haftalar, aylar, yıllar ve hatta on yıllar öncesinden alınabilir. Otobüsle veya trenle işe gitmek için zamanında uyanırız. Yarının ya da gelecek haftanın yemekleri için yiyecek alırız. Yaklaşan resmî tatil için bir aile gezisi planlarız ve katılan herkes *o zamana* hazırlanmak için *şimdiden* bir şeyler yapar. Birleşik Krallıktaki varlıklı ebeveynler, çocuklarını daha doğmadan önce lüks okullara yazdırırlar. Zenginler, büyük-büyük-büyük-torunları için etkileyici bir görünümü olsun diye yüzyıllarca olgunlaşmayan ağaçlar dikerler.

Beyin nasıl gaipten haber verir? Dünyanın nasıl çalıştığına veya çalışabileceğine veya çalıştığı varsayımına dair basitleştirilmiş içsel modeller oluşturur. Bildiğini modele girdi olarak verir ve çıktısını gözlemler. Oynak bir halıyı fark edersek, bu modellerden biri bize bunun tehlikeli olabileceğini ve birinin takılıp merdivenlerden düşmesine neden olabileceğini söyler. Düzeltici önlem alır ve halıyı doğru pozisyonda sabitleriz. Bu öngörünün doğru olup olmaması gerçekten önemli değildir. Aslında halıyı düzgün bir şekilde düzelttiysek bu doğru *olamaz* çünkü modele verilen koşullar artık geçerli değildir. Bununla birlikte, evrim veya kişisel deneyim, düzeltici önlem alınmadığında benzer durumlarda neler olduğunu görerek modeli test edebilir ve iyileştirebilir.

Bu tür modellerin dünyanın nasıl işlediğine dair doğru açıklamalar olmaları gerekmez. Daha ziyade, dünyanın nasıl işlediğine dair *inançlar* anlamına gelirler. Böylece, on binlerce yıl boyunca insan beyni, kararlarının nereye varacağına dair inançlarına dayanarak bu kararları veren bir makineye dönüştü. Bu nedenle, belirsizlikle başa çıkmayı öğrendiğimiz en eski yollardan birinin, doğanın kontrolünde olan doğaüstü varlıklar hakkında sistematik inançlar inşa etmek olması şaşırtıcı değildir. Kontrolün bizde olmadığını biliyorduk, ancak doğa genel-

likle tatsız bir şekilde bizi sürekli şaşırttı, bu yüzden kontrolün bazı insanlık dışı varlıklarda –ruhlarda, hayaletlerde, tanrılarda, tanrıçalarda– *olduğunu* varsaymak mantıklı görünüyordu. Kısa süre sonra, biz ölümlülerin amaçlarımıza ulaşmamıza yardım etmek için tanrılarla aramızda aracılık edebileceklerini iddia eden özel bir insan sınıfı ortaya çıktı. Geleceği önceden gördüğünü iddia eden insanlar –peygamberler, gaipten haber verenler, falcılar, kahinler– toplumun özellikle değerli üyeleri haline geldiler.

Bu ilk Belirsizlik Çağıydı. İnanç sistemleri icat ettik ve her nesil onları daha etkileyici kılmak istediği için daha da ayrıntılı hale getirdi. Doğanın belirsizliğini tanrıların iradesi olarak rasyonalize ettik.

İnsanoğlunun belirsizlikle olan bilinçli ilişkisinin bu en erken aşaması binlerce yıl sürmüştür. Kanıtlar da aynı şeyi söylüyordu, çünkü her ne olduysa bunlar makul bir şekilde tanrıların iradesi olabilirdi. Tanrılar memnunsa iyi, kızgınsa kötü şeyler olurdu. Kanıt olarak, eğer başınıza iyi şeyler geldiyse, o zaman açıkça tanrıları memnun etmişsinizdir ve eğer kötü şeyler olduysa, onları kızdırmak sizin kendi hatanızdır. Böylece tanrılarla ilgili inançlar ahlaki zorunluluklarla karıştı.

Sonunda, daha da fazla insan, bu esnekliğe sahip inanç sistemlerinin gerçekten de hiçbir şeyi *açıklamadığını* anlamaya başladılar. Gökyüzünün mavi olmasının nedeni tanrıların onu böyle yapmasıysa, pembe ya da mor da olabilirdi. İnsanlık, gözlemsel kanıtlarla desteklenen (veya reddedilen) mantıksal çıkarımlara dayalı olarak dünya hakkında farklı bir düşünme biçimi keşfetmeye başladı.

Bu bilimdi. Mavi gökyüzünü, ışığın üst atmosferdeki ince toz tarafından saçılması olarak açıklar. Mavinin neden mavi *göründüğünü* açıklamaz; nörologlar bunun üzerinde çalışıyorlar ama bilim hiçbir zaman her şeyi anladığını iddia etmedi. Bilim büyüdükçe bazı korkunç başarısızlıkların yanı sıra giderek daha fazla başarıya ulaştı ve bize doğanın bazı yönlerini kontrol etme yeteneği vermeye başladı. 19. yüzyılda elektrik ve manyetizma arasındaki ilişkinin keşfi, bilimin neredeyse herkesin hayatını

etkileyen teknolojiye dönüşmesinin gerçekten devrim niteliğindeki ilk örneklerinden biriydi.

Bilim bize doğanın düşündüğümüzden daha az belirsiz olabileceğini gösterdi. Gezegenler gökte tanrısal bir hevesle dolaşmazlar; birbirlerine verdikleri küçük rahatsızlıklar dışında, düzenli eliptik yörüngeler izlerler. Hangi elipsin uygun olduğunu hesaplayabilir, bu küçük rahatsızlıkların etkisini anlayabilir ve bir gezegenin yüzyıllar sonra nerede olacağını tahmin edebiliriz. Aslında günümüzde, milyonlarca yıl sonra nerede olacağını tahmin edebiliyoruz, bu sayı kaotik dinamiklerin dayattığı sınırlamalara bağlıdır. Doğa kanunları var; onları keşfedebilir ve ne olacağını tahmin etmek için kullanabiliriz. Rahatsız edici belirsizlik duygusu, altta yatan yasaları çözebilirsek çoğu şeyin açıklanabilir olacağı inancına dönüştü. Filozoflar, tüm evrenin, çağlar boyunca bu yasaların işleyişinden ibaret olup olmadığını merak etmeye başladılar. Belki özgür irade bir yanılsamadır ve hepsi saat gibi işleyen devasa bir makinedir.

Belki de belirsizlik sadece geçici bir cehalettir. Yeterli çaba ve düşünceyle her şey netleşebilir. Bu ikinci Belirsizlik Çağıydı.

Bilim ayrıca bizi bir olayın ne kadar kesin veya belirsiz olduğunu ölçmek için etkili bir yol bulmaya da zorladı: olasılık. Belirsizlik çalışması, matematiğin yeni bir dalı haline geldi ve bu kitabın ana motivasyonu, dünyamızı daha kesin kılma arayışında matematiği kullanmanın farklı yollarını incelemektir. Bu arayışta politika, etik ve sanat gibi başka birçok şey de katkıda bulundu, ancak ben matematiğin rolüne odaklanacağım.

Olasılık teorisi, çok farklı iki insan grubunun, kumarbazların ve astronomların ihtiyaçlarından ve deneyimlerinden doğdu. Kumarbazlar "ihtimalleri" daha iyi kavramak istediler, astronomlar kusurlu teleskoplardan doğru gözlemler elde etmek istediler. Olasılık teorisinin fikirleri insanın aklına yattıkça, sadece zar oyunları ve asteroitlerin yörüngeleri hakkında değil, aynı zamanda temel fiziksel ilkeler hakkında da bilgi vererek orijinal sınırlarından kurtuldu. Her birkaç saniyede bir oksijen ve diğer gazları soluruz. Atmosferi oluşturan çok sayıda molekül, küçücük bilardo topları gibi etrafta sekip dururlar. Eğer hepsi odanın

bir köşesinde yığılırsa, biz karşı köşedeysek başımız belaya girer. Bu durum prensip olarak gerçekleşebilir, ancak olasılık yasaları pratikte hiç olmayacak kadar nadir olduğunu ima eder. Hava, genellikle evrenin her zaman daha düzensiz hale geldiği şeklinde yorumlanan termodinamiğin ikinci yasası nedeniyle, homojen bir şekilde karışık kalır. İkinci yasanın zamanın aktığı yönle biraz paradoksal olan bir ilişkisi de vardır. Bu derin bir mesele.

Termodinamik, bilim sahnesine nispeten geç geldi. Geldiğinde, olasılık teorisi insan ilişkileri dünyasına girmişti. Doğumlar, ölümler, boşanmalar, intiharlar, suç, boy, kilo, politika. Olasılık teorisinin uygulamalı kolu olan istatistik doğmuştu. Kızamık salgınlarından insanların yaklaşan bir seçimde nasıl oy kullanacaklarına kadar her şeyi analiz etmemiz için bize güçlü araçlar sağladı. İstediğimiz kadar olmasa da şaibeli finans dünyasına biraz ışık tuttu. Bize bir olasılıklar denizinde yüzen yaratıklar olduğumuzu söyledi.

Olasılık ve uygulamalı kolu olan istatistik üçüncü Belirsizlik Çağına egemen oldu.

Dördüncü Belirsizlik Çağı 20. yüzyılın başında bir patlamayla geldi. O zamana kadar karşılaştığımız tüm belirsizlik biçimlerinin ortak bir özelliği vardı; belirsizlik insan cehaletini yansıtıyordu. Bir şeyden emin değilsek, bunun nedeni onu tahmin etmek için gereken bilgiye sahip olmamamızdı. Rastgeleliğin geleneksel simgelerinden biri olan yazı tura oyununu düşünün. Ancak, madeni para çok basit bir mekanizmadır, mekanik sistemler belirlenimcidir ve prensipte herhangi bir belirlenimci süreç tahmin edilebilir. Bir madeni paraya etki eden tüm kuvvetleri bilseydik, örneğin ilk fırlatma hızı ve yönü, ne kadar hızlı döndüğü ve hangi eksen etrafında döndüğü gibi, hangi tarafının düşeceğini hesaplamak için mekanik yasalarını kullanabilirdik.

Temel fizikteki yeni keşifler bizi bu görüşü gözden geçirmeye zorladı. Madeni paralar için doğru olabilir, ancak bazen ihtiyaç duyduğumuz bilgi mevcut değildir, çünkü doğa bile bilmiyordur. 1900'ler civarında, fizikçiler maddenin yapısını çok küçük ölçeklerde –sadece atomlar değil, atomların bölünebileceği atom altı parçacıklar seviyesinde– anlamaya başlıyorlardı.

Isaac Newton'ın hareket ve kütleçekim yasalarıyla yaptığı çığır açan buluşlardan ortaya çıkan klasik fizik, insanlığa fiziksel dünya hakkında kapsamlı bir anlayış kazandırmıştı ve giderek daha yüksek hassasiyette ölçümler kullanılarak test edildi. Tüm teorilerin ve deneylerin sonucunda, dünya hakkında iki farklı düşünme biçimi netleşti: parçacıklar ve dalgalar.

Parçacık, kesin olarak tanımlanmış ve lokalize olmuş küçük bir madde yığınıdır. Bir dalga sudaki dalgalanmalar gibi hareket eden bir bozukluktur; bir parçacıktan daha kısa ömürlüdür ve uzayın daha geniş bir bölgesine yayılır. Gezegenlerin yörüngeleri, gezegenin bir parçacık olduğu varsayılarak hesaplanabilir, çünkü gezegenler ve yıldızlar arasındaki mesafeler o kadar büyüktür ki, her şeyi insan boyutuna indirirseniz, gezegenler parçacık haline *gelir*. Ses, tüm hava hemen hemen aynı yerde kalsa da havadaki hareket eden bir rahatsızlıktır, bu yüzden bir dalgadır. Parçacıklar ve dalgalar klasik fiziğin simgeleridir ve çok farklıdırlar.

1678'de ışığın doğası hakkında büyük bir tartışma vardı. Christiaan Huygens, ışığın bir dalga olduğu teorisini Paris Bilimler Akademisine sundu. Newton, ışığın bir parçacık akışı olduğuna ikna olmuştu ve görüşü galip geldi. Sonunda, yanlış izi sürerek geçen yüz yılın ardından, yeni deneyler sorunu çözdü. Newton yanılıyordu ve ışık bir dalgaydı.

1900'ler civarında fizikçiler fotoelektrik etkiyi keşfettiler: Belirli metallere çarpan ışık, küçük bir elektrik akımına neden olabilir. Albert Einstein, ışığın küçük parçacıklardan –fotonlardan– oluşan bir akış olduğu sonucuna vardı. Newton başından beri haklıydı. Ancak Newton'un teorisi iyi bir nedenden ötürü terk edilmişti; birçok deney ışığın bir dalga olduğunu çok net bir şekilde gösteriyordu. Tartışma yeniden alevlendi. Işık dalga mı yoksa parçacık mı? Nihai cevap "her ikisi" idi. Işık bazen bir parçacık, bazen de bir dalga gibi davranır. Deneye bağlı. Bunların hepsi çok gizemliydi.

Birkaç öncü hızla bulmacayı anlamlandırmanın bir yolunu görmeye başladı ve kuantum mekaniği doğdu. Bir parçacığın konumu ve ne kadar hızlı hareket ettiği gibi tüm klasik kesinliklerin, atom altı ölçeklerde madde için geçerli olmadığı ortaya

çıktı. Kuantum dünyası belirsizlikle doludur. Bir parçacığın konumunu ne kadar kesin olarak ölçerseniz ne kadar hızlı hareket ettiğinden o kadar az emin olabilirsiniz. Daha da kötüsü, "nerede bu?" sorusunun iyi bir cevabı yok. Yapabileceğiniz en iyi şey, belirli bir yerde bulunma olasılığını tanımlamaktır. Kuantum parçacığı hiçbir şekilde bir parçacık değildir, sadece bulanık bir olasılıklar bulutudur.

Fizikçiler kuantum dünyasını derinlemesine araştırdıkça, her şey oldukça bulanık hale geldi. Matematiksel olarak tanımlayabilirlerdi ama matematik tuhaftı. Birkaç on yıl içinde, kuantum fenomenlerinin indirgenemez biçimde rastgele olduğuna ikna oldular. Kuantum dünyası gerçekten belirsizlikten yapılmıştır, eksik bilgi ve daha derin bir açıklama seviyesi yoktur. "Kapa çeneni ve hesapla" düstur oldu; tüm bunların ne anlama geldiği hakkında garip sorular sormayın.

Fizik kuantum yolundan aşağıya inerken, matematik kendi yeni yolunu açtı. Rastgele bir sürecin tersinin belirlenimci olduğunu düşünürdük; şimdi için yalnızca bir gelecek mümkündür. Beşinci Belirsizlik Çağı, matematikçiler ve birkaç bilim insanı, belirlenimci bir sistemin tahmin edilemez olabileceğini fark ettiğinde ortaya çıktı. Bu, medyanın doğrusal olmayan dinamiklere verdiği isim olan kaos teorisidir. Matematikçiler bu hayati keşfi çok daha önce yapmış olsalardı, kuantum teorisinin gelişimi oldukça farklı olabilirdi. Aslında, kuantum teorisinden önce bir kaos örneği keşfedilmişti, ancak izole bir garabet olarak görüldü. 1960'lara ve 1970'lere kadar tutarlı bir kaos teorisi ortaya çıkmadı. Yine de sunumsal nedenlerle, kuantum teorisinden önce kaosu ele alacağım.

"Tahmin çok zordur, özellikle gelecek hakkında" demişti fizikçi Niels Bohr (yoksa Yogi Berra mıydı? Bakın, *bundan* bile emin olamıyoruz).[1] Göründüğü kadar eğlenceli değildir, çünkü tahmin öngörüden farklıdır. Bilimdeki çoğu tahmin, bir olayın belirli koşullar altında olacağını tahmin *eder*, ancak *ne zaman* olacağını

---

1 Alıntının muhtemelen Berra ile hiçbir ilgisi yoktur ve eski bir Danimarka atasözünden geliyor olabilir: https://quoteinvestigator.com/2013/10/20/no-predict/

tahmin etmez. Bir depremin, fay hatlarında stresler oluştuğu için olacağını tahmin edebilirim ve bu tahmin, stresler ölçülerek test edilebilir. Ancak bu, *ne zaman* olacağını önceden belirlemeyi gerektiren bir depremi tahmin etme yöntemi değildir. Geçmişte bazı olayların gerçekleştiğini "tahmin etmek" bile mümkündür; bu, eski kayıtlara dönüp bakana kadar kimse fark etmemişse, bir teorinin meşru bir testidir. Buna genellikle "postdiksiyon" dendiğini biliyorum, ancak bilimsel bir hipotezi test etmeye gelince, bu aynı şeydir. 1980'de Luiz ve Walter Alvarez, 65 milyon yıl önce bir asteroidin Dünya'ya çarptığını ve dinozorları öldürdüğünü tahmin ettiler. Bu gerçek bir tahmindi çünkü bunu yaptıktan *sonra* jeolojik ve fosil kayıtlarını lehte veya aleyhte kanıt için arayabilirlerdi.

Onlarca yıldır yapılan gözlemler, Galapagos Adalarındaki bazı Darwin ispinoz türlerinin gaga boyutlarının, yıllık ortalama yağış miktarını tahmin edebilmeniz koşuluyla, tamamen tahmin edilebilir olduğunu göstermektedir. Gaga boyutları, yılların ne kadar ıslak veya kuru olmasıyla eş zamanlı olarak değişir. Kuru yıllarda tohumlar daha serttir, bu nedenle daha büyük gagalara ihtiyaç vardır. Islak yıllarda daha küçük gagalar daha işe yarar. Burada gaga boyutu *şartlara bağlı olarak* tahmin edilebilir. Güvenilir bir kâhin bize gelecek yılın yağışını söyleseydi, gaga boyutlarını güvenle tahmin edebilirdik. Bu, gaga boyutlarının rastgele olmasından kesinlikle farklıdır. Öyle olsalardı, yağmuru takip etmezlerdi.

Bir sistemin bazı özelliklerinin tahmin edilebilir, diğerlerininse tahmin edilemez olması alışılmadık bir durum değildir. En sevdiğim örnek astronomidendir. 2004'te astronomlar, 99942 Apophis adlı belirsiz bir asteroidin 13 Nisan 2029'da Dünya'ya çarpabileceğini ya da ıska geçerse 13 Nisan 2036'da ikinci bir fırsatı olabileceğini açıkladılar. Bir muhabir (mizahi bir köşe yazısında) şöyle sordu: *Yılı* bilmedikleri halde *tarihten* nasıl bu kadar emin olabiliyorlar?

Okumayı bırakın ve bunun üzerinde düşünün. İpucu: bir yıl nedir?

Çok basit. Potansiyel çarpışmalar, asteroidin yörüngesi Dünya'nın yörüngesiyle kesiştiğinde veya neredeyse kesiştiğinde meydana gelir. Bu yörüngeler, zamanla hafifçe değişir ve iki

cismin birbirine ne kadar yaklaşacağını etkiler. Asteroidin yörüngesini yeterli hassasiyetle belirlemek için yeterli gözlemimiz yoksa, Dünya'ya ne kadar yaklaşacağından emin olamayız. Astronomlar, 2029 veya 2036 haricinde, önümüzdeki birkaç on yıldaki çoğu yılı ekarte etmek için yeterli yörünge verisine sahiptiler. Buna karşılık, olası bir çarpışma tarihi oldukça farklı davranıyor. Dünya, bir yıl geçtikten sonra yörüngesindeki (neredeyse) aynı konuma geri döner. "Yıl"ın tanımı budur. Özellikle gezegenimiz birer yıllık aralıklarla asteroidin yörüngesiyle kesiştiği noktaya yaklaşıyor; yani her yıl aynı gün. (Zamanlama gece yarısına yakınsa belki bir gün ileri veya geri.) Şans eseri, o gün Apophis için 13 Nisan'a denk geliyor.

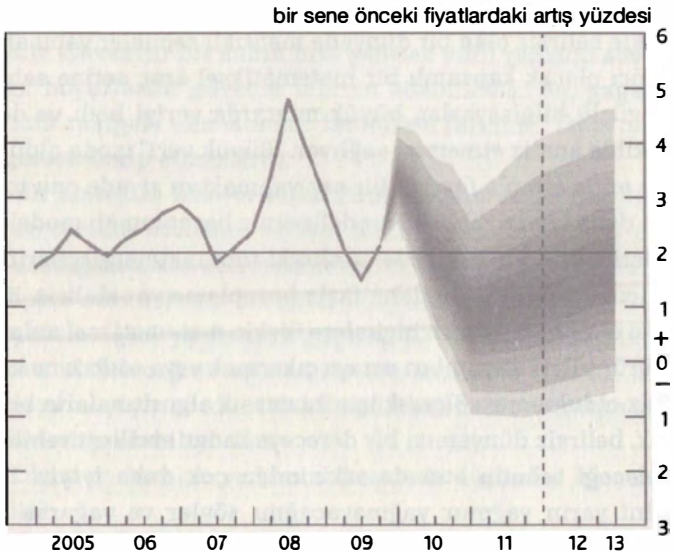
Yani Bohr veya Berra kesinlikle haklıydı ve ifadesi gerçekten oldukça derin. İşlerin nasıl yürüdüğünü oldukça ayrıntılı olarak anladığımızda bile, gelecek hafta, gelecek yıl veya gelecek yüzyılda ne olacağı hakkında hiçbir fikrimiz olmayabilir.

Şimdi, belirsizliğin, her biri bir dereceye kadar anlaşılabilir olan birçok biçimde ortaya çıktığının farkına varılmasıyla karakterize edilen altıncı Belirsizlik Çağına girdik. Hâlâ korkunç derecede belirsiz olan bir dünyada mantıklı seçimler yapmamıza yardımcı olacak kapsamlı bir matematiksel araç setine sahibiz. Hızlı, güçlü bilgisayarlar, büyük miktarda veriyi hızlı ve doğru bir şekilde analiz etmemizi sağlıyor. "Büyük veri" moda oldu, ancak şu anda onunla faydalı bir şey yapmaktan ziyade onu toplamakta daha iyiyiz. Zihinsel modellerimiz hesaplamalı modellerle genişletilebilir. Bir saniyede, tarihteki tüm matematikçilerin kâğıt kalemle yaptığından daha fazla hesaplama yapabiliriz. Belirsizliğin alabileceği farklı biçimlere ilişkin matematiksel anlayışımızı, örüntüleri ve yapıları ortaya çıkarmak veya sadece ne kadar belirsiz olduğumuzu ölçmek için karmaşık algoritmalarla birleştirerek, belirsiz dünyamızı bir dereceye kadar evcilleştirebiliriz.

Geleceği tahmin etmede eskisinden çok daha iyiyiz. Hava tahmini yarın yağmur yağmayacağını söyler ve yağarsa hâlâ sinirleniyoruz; ancak hava tahmininin doğruluğu, vizyon sahibi bilim insanı Lewis Fry Richardson'ın *Weather Prediction by Numerical Process*'ini yazdığı 1922'den beri önemli ölçüde iyi-

leşti. Tahmin sadece daha iyi değil, aynı zamanda doğru olma olasılığının bir değerlendirmesi de var. Hava durumu web sitesinde "Yağmur ihtimali %25" dediğinde, aynı açıklamanın yapıldığı durumların %25'inde beklendiği gibi yağmur yağmış demektir. "Yağmur yağma ihtimali %80" diyorsa, muhtemelen beşte dördünde haklıdır.

İngiltere Merkez Bankası, enflasyon oranındaki değişiklik tahminlerini yayınladığında, benzer şekilde tahminin ne kadar güvenilir olduğuna dair matematiksel modelleyicilerinin bir değerlendirmesini de verir. Merkez Bankası, öngörülen enflasyon oranının zamanla gelişimini gösteren, tek bir çizgi değil, gölgeli bir bant olarak, bir "fan grafiği" şeklinde bu değerlendirmeyi halka sunmanın etkili bir yolunu da buldu. Zaman geçtikçe, bant genişler ve bu da doğruluk kaybını gösterir. Mürekkebin yoğunluğu, olasılık düzeyini gösterir: Koyu bir bölge soluk olandan daha olasıdır. Gölgeli alan, olası tahminlerin %90'ını kapsar.



Şekil 1. İngiltere Merkez Bankasının Tüketici Fiyat Endeksine göre enflasyon tahmini için enflasyon fan grafiği, Şubat 2010.

Buradaki mesajlar iki yönlüdür. Birincisi: Kavrayış geliştikçe tahminler daha doğru yapılabilir. İkincisi: Tahminden ne kadar emin olmamız gerektiğini hesaplayarak belirsizliğin *icabına bakabiliriz.*

Üçüncü bir mesaj da anlaşılmaya başlıyor. Bazen belirsizlik aslında *faydalı* da olabilir. Teknolojinin birçok alanı, cihazların ve süreçlerin daha iyi çalışmasını sağlamak için bilinçli olarak kontrollü miktarda belirsizlik yaratır. Endüstriyel bir probleme en iyi çözümü bulmaya yönelik matematiksel teknikler, yakın komşulara kıyasla en iyi olan ancak daha uzak olanlar kadar iyi olmayan stratejilere takılıp kalmaktan kaçınmak için rastgele bozukluklar kullanır. Kaydedilen verilerdeki rastgele değişiklikler, hava durumu tahminlerinin doğruluğunu artırır. SatNav, elektriksel parazitle ilgili sorunları önlemek için yalancı rastgele sayı akışlarını kullanır. Uzay görevleri, pahalı yakıttan tasarruf etmek için kaostan yararlanır.

Her şeye rağmen Newton'ın dediği gibi, "büyük hakikat okyanusu [önümüzde] hiç keşfedilmemiş duruyorken, deniz kıyısında pürüzsüz bir çakıl taşı ya da güzel bir kabuk bulan" çocuklarız biz. Birçok derin sorular cevapsız kalıyor. Küresel finans sistemini, gezegendeki her şey ona bağlı olsa da gerçekten anlamıyoruz. Tıbbi uzmanlığımız, salgın hastalıkların çoğunu erkenden tespit etmemizi sağlıyor, böylece etkilerini azaltmak için adımlar atabiliyoruz, ancak nasıl yayıldıklarını her zaman tahmin edemiyoruz. Ara sıra yeni hastalıklar ortaya çıkar ve bir sonrakinin ne zaman ve nerede ortaya çıkacağından asla emin olamayız. Depremler ve volkanlar hakkında son derece hassas ölçümler yapabiliriz, ancak onları tahmin etme geçmişimiz ayaklarımızın altındaki zemin kadar sallantılıdır.

Kuantum dünyası hakkında ne kadar çok şey öğrenirsek, daha derin bir teorinin onun görünen paradokslarını daha makul hale getirebileceğine dair ipuçları o kadar artar. Fizikçiler, daha derin bir gerçeklik katmanı eklenerek kuantum belirsizliğinin çözülemeyeceğine dair matematiksel kanıtlar sundular. Ancak kanıtlar, meydan okumaya açık varsayımlar içerir ve gedikler ortaya çıkmaya devam eder. *Klasik* fizikteki yeni fe-

nomenlerin kuantum bulmacalarıyla esrarengiz benzerlikleri vardır ve çalışmalarının indirgenemez rastgelelikle hiçbir ilgisi olmadığını biliyoruz. Kuantum tuhaflığını keşfetmeden önce bu yeni fenomenleri veya kaosu bilseydik, bugünün teorileri çok farklı olabilirdi. Ya da belki de belirlenimciliği hiç var olmadığı yerde arayarak on yıllarımızı boşa harcamış olurduk.

Her şeyi düzenli bir şekilde Altı Belirsizlik Çağında topladım, ancak gerçek daha az derli topluydu. Nihayetinde çok basit olduğu ortaya çıkan ilkeler, karmaşık ve kafa karıştırıcı şekillerde belirdiler. Beklenmedik bükülmeler ve dönüşler, ileriye doğru büyük sıçramalar ve çıkmaz sokaklar vardı. Bazı matematiksel gelişmelerin hile oldukları ortaya çıktı; bazılarıysa, kimse onların önemini anlamadan önce yıllarca karanlıkta kaldılar. Matematikçiler arasında bile ideolojik bölünmeler vardı. Politika, tıp, para ve hukuk devreye giriyordu ve bazen hepsi birden aynı anda işin içindeydiler.

Bu tür bir hikâyeyi tek tek bölümlerde bile kronolojik sırayla anlatmak mantıklı değildir. Fikirlerin akışı, zamanın akışından daha önemlidir. Özellikle, dördüncü Çağ'dan (kuantumdan) önce beşinci Belirsizlik Çağına (kaosa) ulaşacağız. Temel fizikteki daha eski keşiflerle karşılaşmadan önce modern istatistik uygulamalarına bakacağız. Meraklı küçük bulmacalar, birkaç basit hesaplama ve bazı sürprizlerle ana konudan sapmalar olacak. Yine de her şeyin burada olmasının bir nedeni var ve hepsi birbirine uyuyor.

Belirsizliğin Altı Çağına hoş geldiniz.

2

İÇ ORGANLARI OKUMAK

Ailede katı bir disiplin olduğunda, başarısızlık olmaz.
Eş ve çocuklar sırıtıp gevezelik ederken,
aile ekonomisi yitip gider.
I Ching

Babil şehrinin yüksek surları içinde, kraliyet kıyafetiyle göz kamaştıran kral elini kaldırır. Devasa tapınak avlusunda toplanmış olan soylular ve görevliler üzerine bir sessizlik çöker.

Dışarıda, sıradan insanlar, birazdan olacakların hayatlarını tamamen değiştirebileceğinin farkında olmadan mutlu bir şekilde günlük işlerine devam etmektedirler. Ne olursa olsun; buna alışıklar, bu tanrıların isteği. Endişelenmek veya şikâyet etmekle kazanılacak bir şey yok. Hatta bunu nadiren düşünürler.

Bārû rahibi elinde bıçakla kurban sunağında beklemektedir. Antik ritüellere göre özenle seçilmiş bir koyun, kısa bir tasmayla içeri alınır. Hayvan, tatsız bir şeyin olmak üzere olduğunu hisseder. Meler ve kendini kurtarmak için mücadele eder.

Bıçak hayvanın boğazını keser, kan fışkırır. Kalabalık toplu bir şekilde inler. Kan akışı azalarak damla damla akmaya başlayınca rahip dikkatli bir kesik açar ve koyunun karaciğerini çıkarır. Kana bulanmış taşın üzerine saygıyla koyarak eğilir ve çıkarılmış organı yakından inceler. Kalabalığın içinde insanlar nefeslerini tutmuş beklemektedirler. Kral, rahibin yanına doğru birkaç adım atar. Alçak sesle, el kol hareketi yaparak ve ara sıra kesilen organın bir özelliğini –burada bir kusur, şurada olağandışı bir çıkıntı– işaret ederek konuşurlar. Rahip, gözlemlerini kaydetmek için tahta mandalları özel bir kil tabletteki deliklere

yerleştirir. Memnun olmuş gibi görünen rahip kralla bir kez daha görüştükten sonra saygıyla geri çekilirken kral asillerine döner.

Komşu bir krallığa saldırmak için işaretlerin lehlerinde olduğunu duyurduğunda, zaferle tezahürat ederler. Daha sonra, savaş alanında bazıları her şeyi oldukça farklı görebilir, ancak o zamana kadar iş işten geçmiş olacak.

Bu şekilde olmuş olabilir. MÖ 1600 civarında sona eren Eski Babil Krallığı hakkında çok az şey biliyoruz, ancak bu antik kentte kabaca benzer bağlamda bir şey yaygın bir olay olmalı. Babil bununla ünlüydü. İncil'de şöyle yazar; "Babil kralı yol ayrımında, iki yolun başında duruyor, kehaneti kullanmak için okları silkeliyor, kutsal putlara danışıyor, karaciğere bakıyor."[1] Babilliler *bārû* olarak bilinen özel eğitimli rahiplerin, geleceği tahmin etmek için bir koyun karaciğerini yorumlayabileceğine inanıyordu. *Bārûtu* dedikleri büyük bir kehanet listesi derlemiştiler. Pratik nedenlerle ve hızlı cevaplar sağlamak için, *bārû* gerçek bir kehanette daha kısa bir özet kullanırdı. Prosedürleri sistematikti ve gelenekle doluydu, her birinin kendi anlamı olan, her biri belirli bir tanrı veya tanrıçanın simgesi olan karaciğerin belirli bölgelerini incelediler. *Bārûtu*, çivi yazısıyla kazınmış yüzden fazla kil tablet olarak hâlâ varlığını sürdürmektedir ve *sekiz binden* fazla kehanet listeler. Babillilerin ölü bir koyundan alınan tek bir organda kodlandığına inandıkları bilgi zenginliği, çeşitliliği, belirsizliği ve ara sıra sıradanlığıyla olağanüstüdür.

Bārûtu'nun on ana bölümü vardır. İlk ikisi talihsiz hayvanın karaciğer dışındaki kısımlarıyla ilgilenirken, geri kalan sekizi belirli özelliklere odaklanır: *be na*, "istasyon," karaciğerin sol lobunda bir oluk; *be gir*, "yol," ilkine dik açıda olan başka bir oluk; *be giš.tukul*, "tesadüfi işaretler," küçük bir çıkıntı vb. Bu bölgelerin çoğu daha da alt bölümlere ayrılmıştır. Her bölgeyle ilişkili kehanetler genellikle tarihsel olan, güya rahipler karaciğerin bölgeleri ve meydana gelen olaylar arasındaki önceki ilişkileri kaydediyormuş gibi, tahminler olarak belirtilmiştir.

---

[1] Ezekiel 21:21.

Bazıları spesifikti: "Öküz tarafından boynuzlanan, ancak bir ayakkabı vurması sonucu ölen Kral Amar-Su'ena'nın alâmeti." (Bu anlaşılmaz ifade, sandalet giydiği sırada bir akrep sokması anlamına gelebilir.) Bazıları bugün hâlâ doğru geliyor: "Muhasebeciler sarayı yağmalayacak." Bir kısmı belirli görünüyor, ancak önemli ayrıntılardan yoksun: "Ünlü bir kişi bir eşek üzerinde gelecek." Diğerleri o kadar belirsizdi ki pratikte işe yaramazdı: "Uzun vadede: keder." Karaciğerin bazı bölgeleri güvenilmez veya belirsiz olarak sınıflandırılmıştı. Her şey son derece organize ve garip bir şekilde neredeyse bilimsel görünüyor. Liste bize, uzun bir süre boyunca derlenmiş, tekrar tekrar düzenlenmiş ve genişletilmiş ve daha sonraki kâtipler tarafından kopyalanmış bir şekilde ulaştı. Başka kanıtlar da mevcut. Özellikle British Museum'da MÖ 1900-1600 dönemine ait kilden bir koyun karaciğeri modeli bulunmaktadır.

Şimdi, bu geleceği önceden bildirme yöntemine *hepatomansi* yani karaciğer kehaneti diyoruz. Daha genel olarak, *haruspis*, kurban edilen hayvanların (çoğunlukla koyun ve tavukların) iç organlarının incelenmesiyle yapılan kehanettir ve *ekstisipi*, genel olarak organları kullanan, şekillerine ve konumlarına odaklanan kehanettir. Yöntemler, örneğin İtalya'da bulunan ve Etrüsk tanrılarının adlarıyla işaretlenmiş bölgelere bölünmüş olan MÖ 100'den kalma bronz bir karaciğer heykelinde gösterildiği gibi, Etrüskler tarafından uygulanıyordu. Romalılar geleneği sürdürdüler; *bārû* için kullandıkları terim *haruspeks* idi, *haru* = iç organlar, *speks* = gözlem. İç organları okuma uygulaması Julius Caesar ve Claudius zamanında kaydedilmiştir, ancak MS 390 civarında Hıristiyanlığın eski kültlerin son kalıntılarını nihayet yerinden etmesiyle I. Theodosius döneminde sona ermiştir.

Neden bunu, belirsizliğin matematiğiyle ilgili bir kitapta size söylüyorum?

Kehanet, geleceği önceden haber verme konusundaki derin insani arzunun çok eskilere dayandığını gösterir. Kökenleri kuşkusuz çok daha eskidir, ancak Babil yazıtları ayrıntılıdır, menşei sağlamdır. Tarih ayrıca zaman geçtikçe dini gelenek-

lerin nasıl daha ayrıntılı hale geldiğini de gösterir. Kayıtlar, Babil krallığının ve rahiplerin bu yönteme inandıklarını veya en azından inanmayı uygun bulduklarını açıkça ortaya koyuyor. Ancak hepatomansinin uygulandığı uzun zaman aralığı, inançların gerçek olduğunu gösteriyor. Bugün bile buna benzer hurafeler boldur; kara kedilerden ve merdivenlerden uzak durun, biraz tuz dökerseniz omzunuza bir tutam tuz atın, kırık bir ayna uğursuzluk getirir. Panayır alanlarındaki "çingeneler" hâlâ para karşılığında avucunuzu okumayı ve falınıza bakmayı teklif ediyor, kullandıkları kader çizgileri ve Venüs kuşağı jargonu, *Bārûtu*'nun bir koyun karaciğerindeki ezoterik işaretler sınıflandırmasını andırıyor. Birçoğumuz bu tür inançlar konusunda şüpheciyizdir, başkaları isteksizce "bunda bir şey olabileceğini" kabul ediyor ve bazıları geleceğin yıldızlardan, çay yapraklarından, avuç içindeki çizgilerden, tarot kartlarından veya Çin'deki *I Ching*, Değişimler Kitabında fal açarken saçılan civanperçemi saplarından tahmin edilebileceğinden kesinlikle eminler.

Bazı kehanet teknikleri, eski Babil'in *Bārûtu*'su kadar karmaşık olan sistemlerde detaylandırılmıştır. *Plus ça change*... Bir eşek üzerinde gelen ünlü kişi, tabloit gazetelerdeki modern yıldız fallarının uzun boylu esmer yabancısını andırıyor; "doğrulamak" için yeterli olası olaylarla ilişkilendirilecek kadar belirsiz, ancak gizemli bilgi izlenimi taşıyacak kadar spesifik bir tahmin. Tabii ki, falcı için sağlam bir gelire yol açar.

Geleceği tahmin etmeye neden bu kadar takıntılıyız? Mantıklı ve doğal çünkü biz her zaman belirsiz bir dünyada yaşadık. Hâlâ öyleyiz, ama en azından şimdi dünyamızın neden ve nasıl belirsiz olduğuna dair bir anlayışa sahibiz ve bir dereceye kadar bu bilgiyi iyi bir şekilde kullanabiliriz. Atalarımızın dünyası daha az kesindi. Bir deprem, tehlikeli stres seviyesi takip edilebilen jeolojik bir fay boyunca kaya kayması olarak öngörülmüyordu. Bu, öngörülemezliği güçlü doğaüstü varlıkların kaprislerine atfedilen tesadüfi bir doğa eylemiydi. O zamanlar bu, belirgin bir sebep olmaksızın rastgele meydana gelen olayları anlamlandırmanın en basit ve belki de tek yoluydu. Onlara *bir şey* sebep olmuş olmalı ve kendi iradesine sahip, olması gerek-

tiğine karar verebilecek ve bunu gerçekleştirmesini sağlayacak güce sahip bir şey olmalıydı. Bir tanrı ya da tanrıça en makul açıklamaydı. Tanrıların doğa üzerinde gücü vardı; istedikleri zaman canları ne isterse onu yapıyorlar ve sıradan ölümlüler sonuçlarına katlanıyordu. En azından, tanrılar söz konusu olduğunda, onları yatıştırma ve yaptıklarını etkileme olasılığı vardı; ya da rahipler bu şekilde devam ettirdi ve bırakın itaat etmemeyi, otoriteyi sorgulamanın hiçbir avantajı yoktu. Her neyse, krallığın ve rahipliğin ayrıcalığı olan doğru büyü ritüelleri geleceğe bir pencere açabilir ve belirsizliğin bir kısmını çözebilirdi.

Tüm bunların arkasında, türümüzü diğer birçok hayvandan tartışmalı bir şekilde ayıran insanlık durumunun bir yönü vardı: deneyimin nesilden nesle aktarılması. Bir geleceğin olacağının bilincindeyiz ve mevcut davranışlarımızı o geleceğe dair beklentilerimiz bağlamında planlarız. Afrika bozkırlarında avcı-toplayıcıyken bile, kabile büyükleri mevsimlerin değişeceğini, hayvanların göç edeceğini ve farklı bitkilerin farklı zamanlarda kullanıma hazır olacağını biliyorlardı. Gökyüzündeki uzak işaretler yaklaşan bir fırtınanın habercisiydi ve onları ne kadar erken fark ederseniz, fırtına gelmeden sığınma şansınız o kadar artardı. Geleceği öngörerek, bazen en kötü etkilerinden bazılarını hafifletebilirsiniz.

Toplumlar ve teknolojileri daha gelişmiş hale geldikçe, deneyimlerimizi bir sonraki nesle giderek artan doğruluk ve erişimle daha aktif bir şekilde aktarıyoruz. Bugünlerde çalışma haftasında belirli bir saatte kalkıyoruz, *çünkü* iş yerimize gitmek için banliyö trenini kaçırmak istemiyoruz. Trenin istasyondan ayrılma saatini biliyoruz; hedefine ne zaman varacağını biliyoruz, hayatlarımızı işe zamanında varmak için düzenliyoruz. Hafta sonunun gelişini öngörerek futbol maçı, sinema veya tiyatro için bilet rezervasyonu yapıyoruz. 29'u Cumartesi günü Esmerelda'nın doğum günü olacağı için birkaç hafta öncesinden bir restoranda bir masa ayırtıyoruz. Daha ucuz oldukları için Noel kartlarını Ocak ayında alıyoruz ve ihtiyacımız olana kadar önümüzdeki on bir ay boyunca bir kenara koyuyoruz.

Sonra umutsuzca onları nereye koyduğumuzu hatırlamaya çalışıyoruz. Kısacası, hayatımız gelecekte olacağını düşündüğümüz olaylardan büyük ölçüde etkilenmektedir. Bunu hesaba katmadan eylemlerimizi açıklamak zor olurdu.

Deneyimlerini bir sonraki nesle aktaran canlılar olarak geleceğin her zaman beklendiği gibi gitmediğini biliyoruz. İşe giden tren gecikir. Bir fırtına internet bağlantımızı keser. Bir kasırga bir düzine Karayip adasını süpürür ve harap eder. Bir seçim, anketlerin öngördüğü şekilde sonuçlanmaz ve hayatlarımız, tamamen aynı fikirde olmadığımız insanlar tarafından alt üst edilir. Beklendiği gibi, geleceği tahmin etmeye büyük değer veriyoruz. Kendimizi ve ailelerimizi korumamıza yardımcı olur ve bize (her ne kadar yanıltıcı olsa da) kaderimizin kontrolünün elimizde olduğu hissini verir. Geleceğin neler getireceğini bilmek adına o kadar çaresiziz ki, kitaptaki en eski aldatmacalardan birinin, gelecekteki olaylar hakkında özel bilgiye sahip olduğunu iddia eden insanların enayileriyiz. Bir rahip bir tanrıyı etkileyebiliyorsa, olumlu bir gelecek ayarlayabilir. Bir şaman yağmurların ne zaman geleceğini tahmin edebiliyorsa, en azından önceden çok fazla zaman kaybetmeden hazırlanabiliriz. Bir kâhin yıldız falımıza bakabiliyorsa, o uzun boylu esmer yabancı ya da eşekli ünlü için gözümüzü açık tutabiliriz. Ve eğer herhangi biri bizi yeteneklerinin gerçek olduğuna ikna edebilirse, kapılarında sıra olmaya hazırızdır.

Tamamen zırvalık olsa bile.

Neden birçoğumuz hâlâ şansa, kadere, kehanetlere inanıyoruz?

Neden gizemli sembollerden, uzun listelerden, karmaşık kelimelerden, ayrıntılı ve arkaik kostümlerden, ritüellerden ve ilahilerden bu kadar kolay etkileniyoruz?

Neden şefkatle, uçsuz bucaksız anlaşılmaz evrenin, gözlemlenebilir bölgesinde *on üzeri on yedi* (yüz katrilyon) yıldızdan sadece biri olan, çok sıradan bir yıldızın etrafında dönen nemli bir kaya parçası üzerindeki bir grup fazla gelişmiş maymunu umursadığını hayal ederiz? Neden bu evreni insani terimlerle yorumlarız? Hatta evrenin kendisi *umursayabilecek* türden bir varlık mıdır?

Neden bugün bile bariz saçmalıklara bu kadar kolay inanırız?

Elbette *sizin* inançlarınızdan bahsediyorum, benimkilerden değil. Benimkiler mantıklı, gerçek kanıtlara sıkı sıkıya bağlı, hayatımı herkesin yapması gerektiği gibi yaşamam için bana rehberlik eden eski bilgeliğin sonucudur. Sizinkiler mantıksız batıl inançlardır, herhangi bir gerçekçi temelden yoksun, yalnızca geleneklere sorgusuz sualsiz itaat nedeniyle destek buluyor ve başkalarına nasıl davranmaları gerektiğini söyleyip duruyorsunuz.

Benim için de aynı şeyi düşünüyorsunuzdur elbette, ama bir fark var.

Ben haklıyım.

İnançla ilgili sorun budur. Körü körüne inanç anlamındaki inanış, genellikle doğası gereği test edilemez. Test edilebilir olduğunda bile, genellikle sonuçları görmezden geliriz veya test inançlarımızın aksini ispat ediyorsa önemini reddederiz. Bu tutum mantıksız olabilir, ancak insan beyninin evrimini ve organizasyonunu yansıtır. Herhangi bir insan zihninin içinden bakıldığında, inançlar anlamlıdır. Hatta dış dünyanın aptalca bulduğu inançlar bile. Birçok nörolog, insan beyninin makul bir şekilde Bayesci bir karar makinesi olarak düşünülebileceğini düşünür (Thomas Bayes bir Presbiteryen vaizi ve usta bir istatistikçiydi. Hakkında daha fazla bilgiyi Bölüm 8'de bulabilirsiniz). Kabaca, yapısı inançların vücut bulmuş hali olan bir cihazdan bahsediyorum. Beyinlerimiz, bazı olayların, başka bir olay göz önüne alındığında, ne kadar olası olduğuna dair, kişisel deneyimler ve uzun vadeli evrim yoluyla birbirine bağlı varsayımlardan oluşan bir ağ oluşturmuştur. Başparmağınıza bir çekiçle vurursanız, canınız acır: olasılık neredeyse kesindir. Yağmurda yağmurluk veya şemsiye olmadan dışarı çıkarsanız ıslanırsınız: aynen öyle. Gökyüzü gri görünüyorsa ancak şu anda kuruysa ve yağmurluk veya şemsiye olmadan dışarı çıkarsanız ıslanırsınız: muhtemelen hayır. Uzaylılar UFO'larla (tanımlanamayan uçan cisimler; uçan daireler) Dünya'yı düzenli olarak ziyaret ediyorlar: Eğer bir inanansanız kesin; değilseniz kesinlikle hayır.

Yeni bilgilerle karşılaştığımızda, onları öylece kabul etmiyoruz. Kabul etseydik çılgınca olurdu; insan beyninin evrimi, ha-

kikati kurgudan, doğruyu yalanlardan ayırma ihtiyacından büyük ölçüde etkilenmiştir. Yeni bilgileri halihazırda inandığımız şeyler bağlamında değerlendiririz. Birisi gökyüzünde inanılmaz hızlı hareket eden garip bir ışık gördüğünü mü iddia ediyor? UFO'lara inanıyorsanız, bir uzaylı ziyaretinin açık bir kanıtıdır bu. İnanmıyorsanız yanlış yorum veya muhtemelen düpedüz uydurmacadır. Bu tür yargıları, çoğu zaman gerçek kanıtlara başvurmadan, içgüdüsel olarak yaparız.

Beynimizin rasyonel yönü bariz tutarsızlıkları fark ettiğinden, bazılarımız çelişkilerle boğuşuyor olabilir. Eziyet çeken bazı ruhlar inançlarını tamamen kaybederler. Diğerleri yeni bir dini, tarikatı, inanç sistemini kabul ederler... artık siz nasıl derseniz. Ancak çoğumuz, büyürken bize dayatılan inançlarımıza sıkı sıkıya bağlı kalırız. Dinin "epidemiyolojisi," belirli mezheplere olan üyeliklerin nesiller boyunca değişme şekli, inançlarınızı anne-babanızdan, kardeşlerinizden, akrabalarınızdan, öğretmenlerinizden ve kültürünüzdeki otorite figürlerden aldığınızı gösterir. Ve bu, çoğu zaman, başkalarının saçmalık olarak gördüğü güçlü inançlara sahip olmamızın bir nedenidir. Kedi tanrıçaya tapınmak üzere yetiştirildiyseniz, kutsal tütsü yakmayı veya uygun ilahileri söylemeyi unuttuğunuzda başınıza gelecek korkunç sonuçlar konusunda her gün uyarılırsanız, bu eylemler ve buna eşlik eden tatmin duygusu kısa sürede kökleşir. Aslında bunlar, Bayesci karar veren beyninize kazınırlar ve diğer kanıtlar ne kadar çelişkili görünürse görünsün, inanmamanız imkânsız hale gelebilir. Tıpkı bir kapı ziline bağlı bir elektrik anahtarının aniden zil yerine arabayı çalıştırmaya karar verememesi gibi. Bu, ciddi bir yeniden kablolama gerektirir ve bir beyni yeniden kablolamak son derece zordur. Dahası, hangi ilahinin söyleneceğini bilmek, kültürünüzü, bırakın tapınmak şöyle dursun, kedi tanrıçaya bile inanmayan tüm barbarlardan ayırır.

İnançların pekiştirilmesi de kolaydır. Olumlu kanıtlar, aramaya devam eder ve seçici olursanız her zaman bulunabilir. Her gün pek çok şey oluyor, bazıları iyi, bazıları kötü; bunların arasında inançlarınızı güçlendiren olaylar olacaktır. Bayesci beyni-

niz gerisini görmezden gelmenizi söyler: Önemli değiller. Onları filtreler. Bu yüzden Sahte Haberler hakkında çok fazla yaygara var. Sorun şu ki, bunlar önemlidir. Ancak rasyonel zihninizin beyninize kazınmış bu varsayımları geçersiz kılması için fazladan bir aşırı şarj gerekir.

Bir keresinde bana bir peygamber devesi gördüğünüzde, *ne olduğuna bağlı olarak* iyi şans ya da kötü şans getirdiğine dair Korfu'da bir batıl inanç olduğu söylendi. Bu kulağa gülünç gelebilir (ve doğru olmayabilir), ancak bugünün doğal afetlerinden kurtulanlar, dualarını işittikleri ve hayatlarını kurtardıkları için Tanrı'ya şükrettiklerinde, ölenlerin şikâyet etmek için artık orada olmadıkları nadiren akıllarına gelir. Bazı Hristiyan mezhepleri peygamber devesini dindarlığın sembolü olarak yorumlar; başkaları, ölümün sembolü olarak. Sanırım bu, peygamber devesinin neden dua ettiğini düşündüğünüze ve tabii ki dua hakkındaki inançlarınıza bağlıdır (ya da değildir).

İnsanlar kaotik bir dünyada etkin bir şekilde çalışmak üzere evrimleşmişlerdir. Beyinlerimiz, olası sorunlara baştan savma çözümlerle doludur. Ayna kırmak gerçekten uğursuzluk getirir mi? Etraftaki her aynayı kırarak deney yapmak pahalıdır; batıl inanç yanlışsa elimize pek bir şey geçmez, ancak doğruysa başımıza bela alırız. Her ihtimale karşı kırmaktan kaçınmak çok daha kolaydır. Bu türden her karar, Bayesci beynin olasılıklar ağındaki bir bağlantıyı güçlendirir.

Geçmişte, bu bağlantılar işimize yaramıştı. Daha basit bir dünyaydı ve daha basit bir yaşamımız vardı. Arada sırada bir leopar olduğunu sandığımız ancak rüzgârda sallanan bir çalı olduğu ortaya çıkan bir şeyden panikle kaçmışsak, en kötü ihtimalle biraz aptal görünmüşüzdür. Ancak bugün, eğer çoğumuz, nesnel kanıtlara saygı duymadan gezegeni inançlarımıza göre yönetmeye çalışırsak, kendimize ve diğer herkese ciddi zararlar veririz.

Psikolog Ray Hyman, gençliğinde para kazanmak için el falı bakmaya başladı. Başta buna inanmıyordu ama inanmış gibi yapması gerekiyordu, yoksa müşteriler gelmezdi. Avuç içlerindeki çizgilerin geleneksel yorumlarını takip etti ve bir

süre sonra tahminleri –müşterilerinin bildirdiğine göre– o kadar başarılı oldu ki sonuçta bu işte bir şeyler olması gerektiğine inanmaya başladı. Ticaretin tüm püf noktalarını bilen profesyonel bir mentalist olan Stanley Jaks, Hyman'ın bir deney olarak müşterilerinin avuçlarındaki çizgilerin ne anlama geldiğini çözmesini ve sonra onlara *tam tersini* söylemesini önerdi. Hyman aynen önerildiği gibi yaptı ve "hayret ve dehşet içinde, okumalarım her zamanki gibi başarılıydı." Hyman hemen derhal şüpheci oldu.[2]

Müşterileri tabii ki şüpheci değildi. Bilinçaltında doğru gibi görünen tahminleri seçtiler ve yanlış olanları görmezden geldiler. Her şey zaten belirsiz ve muğlak, dolayısıyla yoruma açıkken, inananlar el falının işe yaradığına dair pek çok kanıt bulabilirler. Korfu'daki peygamber devesiyle ilgili batıl inanç *her zaman* işe yarar, çünkü sonraki hiçbir olay aksini ispat edemez.

Bazı eski uygarlıkların koyun karaciğerine bu kadar önem vermesinin tam olarak nedeni biraz gizemlidir, ancak hepatomansi, fütürologun geniş cephanesindeki silahlardan sadece biridir. Hezekiel'in kaydettiği gibi, Babil kralı da kutsal putlara danışmış, tanrılara sormuştu. Ve gerçek bir silah olarak "okları sikeledi." Bu *belomansidir*. Babil döneminden sonra Araplar, Yunanlılar ve İskitler arasında da rağbet gördü. Bunu yapmanın birkaç yolu vardı, ancak hepsinde büyülü sembollerle süslenmiş özel ritüel oklar kullanılıyordu. Gizemli sembolizm, özellikle daha az eğitimli olanlar için her zaman etkileyicidir: Gizli güçlere, saklı bilgilere işaret eder. Çok önemli bir soruya olası cevaplar yazılır ve farklı oklara bağlanırdı, bunlar daha sonra havaya fırlatılırdı. Hangi cevap en uzağa gittiyse, doğru cevap oydu. Ya da belki de uzaktaki okları takip ederek zaman kaybetmemek için, sadece bir ok kılıfına yerleştirilirler ve bir tanesi rastgele çekilirdi.

Karaciğerler, oklar, başka ne var? Hemen hemen her şey. Gerina Dunwich'in *The Concise Lexicon of the Occult* kitabı yüz-

---

[2] Ray Hyman. Cold reading: how to convince strangers that you know all about them, *Zetetic 1* (1976/77) 18–37.

lerce farklı kehanet yönteminden bahseder. Bir kişinin kaderini, doğdukları andaki yıldızların konfigürasyonundan tahmin eden *burçlara* aşinayız; geleceklerini avuçlarındaki çizgilerden okuyan daha çok el falı olarak bilinen *çeromansi*; ve çay yapraklarından okunan çay falı *tasseografi*. Ancak bunlar, insanlığın, evrenin gelişiminin gündelik nesnelerden nasıl tahmin edilebileceğini hayal etme yeteneğinin sadece yüzeyidir. El falından hoşlanmıyorsanız, neden bir kişinin kaderini ayaklarındaki çizgilerden tahmin eden *podomansiye* gitmiyorsunuz? Veya bulutların şekil ve yönlerinden gelecekteki olayları çıkarsayan *nefelomansi*. Farelerin veya sıçanların hareketlerini yorumlayan *miyomansi*. İncirlere bakan *sikomansi*. Soğan filizlerini yorumlayan *kromniyomansi*. Veya bir zamanlar Almanlar ve Lombardlar tarafından çok kullanılan bütün domuzu (daha doğrusu keçi veya eşek) inceleyen *kefalonomansiye* gidebilirsiniz. Söz konusu keçi veya eşeği kurban edin, kafasını ayırın ve pişirin. Şüpheli suçluların isimlerini okurken kafasına yanan karbon dökün.[3] Kafadan çatırdayan bir ses geldiğinde, suçluyu tespit etmiş olursunuz. Bu seferki geleceği tahmin etmek değil, geçmişten bir sır çıkarmak.

İlk bakışta, bu yöntemler o kadar farklı ki, günlük malzemelerle bir tür ayin gerçekleştirmek ve olan her şeyin gizli anlamını çözmek dışında ortak bir zemin görmek zordur. Bununla birlikte, bu yöntemlerin çoğu aynı varsayıma bağlıdır: Büyük ve karmaşık bir şeyi anlamak için, onu *küçük* ve karmaşık bir şeyle taklit edin. Çay yapraklarının bir fincanda oluşturduğu şekiller çeşitli, rastgele ve tahmin edilemezdir. Gelecek de çeşitli, rastgele ve tahmin edilemezdir. İkisinin bağlantılı olabileceğinden şüphelenmek büyük bir mantık sıçraması değildir. Aynen bulutlar, farenin hareketleri ve ayaklarınızdaki çizgiler *de*. Kadere inanıyorsanız, kaderiniz doğumunuzda belirlenmiş-

[3] "Yanan karbon" ile ne kastedildiğinden tam olarak emin değilim –belki de kömürdür?– ancak birkaç kaynak bu bağlamda bundan bahseder: John G. Robertson, *Robertson's Words for a Modern Age* (yeni baskı), Senior Scribe Publications, Eugene, Oregon, 1991. http://www.occultopedia.com/c/cephalomancy.htm

tir; öyleyse neden bir ustanın okuması için bir yere yazılmasın ki? Doğum tarihiniz ve saatinizle neler değişir? Sabit yıldızlar sahnesinde Ay'ın ve gezegenlerin hareketi... *Aha*!

Şu anda sahip olduğumuz kapsamlı bilimsel bilgiden yoksun olanlar sadece eski kültürler değil. Birçok insan hâlâ astrolojiye inanıyor. Başkaları tam olarak *inanmazlar*, ancak yıldız fallarını okuyup doğru olup olmadıklarını görmeyi eğlenceli bulurlar. Birçok ülkede çok sayıda insan milli piyango oynuyor. Kazanma şansının çok küçük olduğunu bilirler (*ne kadar* küçük olduğunu takdir etmeyebilirler), ancak kazanmak için oynamanız gerekir ve kazanırsanız, finansal endişeleriniz anında yok olur. Oynamanın mantıklı olduğunu savunmuyorum çünkü neredeyse herkes kaybeder ama yarım milyon sterlin kazanan birini tanıyorum...

Birçok ülkede benzer biçimlerde olan piyango tamamen bir şans oyunudur, istatistiksel analizle desteklenen bir görüştür, ancak binlerce oyuncu akıllı bir sistemin ihtimalleri yenebileceğini hayal ediyor.[4] Rastgele küçük numaralı toplar veren minyatür bir piyango makinesi satın alabilirsiniz. Hangi sayılara oynayacağınızı seçmek için bunu kullanabilirsiniz. Bir mantığı olduğu sürece, "piyango makinesi tıpkı minyatürü gibi çalışır, ikisi de rastgeledir, bu nedenle gizemli bir şekilde minyatür olan gerçek gibi davranır" çizgisinde olmalıdır. Büyük, küçükte tekrarlanır. Çay yaprakları ve farelerin hareketleriyle aynı mantık.

---

[4] "Zoru başarmak," "kazanan sayıları elde etme şansınızı artırmak" anlamına geliyorsa, olasılık teorisi böyle bir sistemin tesadüf dışında çalışmadığını ön görür. "Kazanırsanız kazancınızı maksimize etmiş olursunuz" anlamına geliyorsa, bazı basit önlemler alabilirsiniz. Bunlardan en önemlisi şudur: diğer birçok insanın da muhtemelen seçeceği sayıları seçmekten kaçının. Sizin rakamlarınız çıkarsa (tıpkı diğer rakamların da çıkabileceği gibi), kazancınızı daha az kişiyle paylaşmış olursunuz.

3

ZAR ATMAK

En iyi zar atışı onları çöpe atmaktır.
On altıncı yüzyıl atasözü

Bin yıldır, insanlığın geleceği tahmin etme arzusu, sayısız fal yöntemi, kehanet bildirileri, tanrıları yatıştırmak için özenle hazırlanmış törenler ve pek çok batıl inanç olarak kendini göstermiştir. Bunların birçoğunun, bilimsel veya matematiksel içerik bir yana, rasyonel düşünce üzerinde herhangi bir etkisi olmamıştır. Birileri tahminleri kaydetmeyi ve bunları olaylarla karşılaştırmayı düşünmüş olsa bile, uygunsuz verileri bir kenara atmanın çok fazla yolu vardı; mesela tanrılar gücenebilirdi veya kâhinin tavsiyesini yanlış yorumlamış olabilirdiniz. İnsanlar rutin olarak, öngörü veya inanca uyan her şeyi fark etmek ve uymayan her şeyi görmezden gelmek anlamında doğrulama önyargısı tuzağına düştüler. Bugün hâlâ yüz milyonlarcası aynı şeyi yapıyor.

Ancak, gerçekleri görmezden gelmenin otomatik olarak felakete yol açtığı bir insan aktivitesi alanı vardı ve o da kumardı. Orada bile, kişinin kendisini aldatmak için belirli bir miktarda yeri vardır; milyonlarca insan hâlâ olasılık hakkında irrasyonel ve yanlış inançlara sahip. Ancak daha da fazlası, ihtimalleri ve bunların nasıl birleştiğini oldukça iyi kavramaktadır, bu nedenle kumarbazlar ve bahisçiler, olasılığın temellerini anladıklarında daha fazla kâr elde ederler. Tabii ki resmen matematiksel olarak değil, temel bilgilerin iyi bir şekilde kavranması artı birkaç temel kural ve deneyimden edinilen çıkarımlar şeklinde. Dini tahminlerin (kahinler vb.) ve

politik olanların (gerçekçi olmayan kendinden emin iddialar, Sahte Haberler, propaganda) aksine, kumar, olasılık hakkındaki inançlarınızın nesnel bir testini sağlar: Uzun vadede ya para kazanırsınız ya da kaybedersiniz. Yaygın bir şekilde methedilen tüyocu sisteminiz işe yaramazsa, çabucak öğrenir ve denediğiniz için pişman olursunuz. Onu saf enayilere satabilirsiniz, ama bu farklı. Kendi paranızla kullanırsanız, gerçeklik çabucak cezayı keser.

Kumar büyük bir sektördür ve uzun zamandır da öyle olmuştur. Her yıl dünya çapında yaklaşık *on trilyon* dolar yasal kumarda el değiştiriyor. (Finans sektörünü de dahil ederseniz çok daha fazlası...) Bunların çoğu bir dereceye kadar geri dönüştürülür: Bahisçi atlara bahis oynar, ganyan bayii kazananlara ödeme yapar kaybedenlerin parasını alır; paranın büyük bir kısmı birçok insanın elinden geçer, bir o yana bir bu yana akar; ancak uzun vadede önemli bir kısmı bahisçilerin ve kumarhanelerin ceplerine (ve banka hesaplarına) girer ve orada kalır. Dolayısıyla, kâr edilen net nakit miktarı yüklüce olsa da biraz daha azdır.

Olasılık teorisinin ilk gerçek matematiği, matematikçiler kumar ve şans oyunları, özellikle de uzun vadede olası davranışlar hakkında dikkatlice düşünmeye başladıklarında ortaya çıktı. Olasılık teorisinin öncüleri, daha önce insan ırkının tesadüfi olaylarla başa çıkma yöntemleri olan karmaşık sezgiler, batıl inançlar ve baştan savma varsayımlar yığınından mantıklı matematiksel ilkeleri çıkarmak zorundaydılar. Sosyal veya bilimsel problemleri tüm karmaşıklıkları içinde ele alarak başlamak nadiren iyi bir fikirdir. Örneğin ilk matematikçiler hava durumunu tahmin etmeye çalışsalardı, mevcut yöntemler yetersiz olduğu için fazla uzağa gidemezlerdi. Bunun yerine, matematikçilerin her zaman yaptığı şeyi yaptılar: Karmaşıklığın çoğunun ortadan kaldırıldığı ve neden bahsettiğinizi açıkça belirtmenin mümkün olduğu en basit örnekleri düşündüler. Bu "oyuncak modeller" genellikle herkes tarafından yanlış anlaşılır, çünkü gerçek dünyanın karmaşıklığından çok uzak görünürler. Ancak

tarih boyunca, bilimin ilerlemesi için hayati önem taşıyan büyük keşifler oyuncak modellerden ortaya çıkmıştır.[1]

Şansın arketipik ikonu klasik bir kumar aletidir: zar.[2]

Zarlar çok daha eskiden İndus vadisinde aşık kemiklerinin kullanımından ortaya çıkmış olabilir; bunlar falcılık ve oyun oynamakta kullanılan hayvan kemikleriydi. Arkeologlar, MÖ 3200'den MÖ 1800'e kadar yerleşim yeri olan eski İran'daki Shahr-e Sūkhté'de (Yanmış Şehir'de) bugün kullanılanlarla aynı olan altı yüzlü zarlar buldular. En eski zarlar yaklaşık MÖ 2800-2500'e aittir ve tavla benzeri bir oyun oynamak için kullanılmıştır. Hemen hemen aynı zamanda, eski Mısırlılar, birçok varsayım olmasına rağmen kuralları bilinmeyen *senet* oyununu oynamak için zar kullanırlardı.

Bu ilk zarların kumar için kullanılıp kullanılmadığından emin olamayız. Eski Mısırlıların bildiğimiz anlamda bir parası yoktu, ancak tahılı genellikle ayrıntılı bir takas sisteminin parçası olan bir para biçimi olarak kullandılar. Ancak iki bin yıl önce Roma'da zarlarla kumar oynamak yaygındı. Çoğu Roma zarında garip bir şey vardır. İlk bakışta küp gibi görünüyorlar, ancak onda dokuzunun kare değil dikdörtgen yüzleri bulunur. Gerçek bir küpün simetrisinden yoksundurlar, bu nedenle zarlar atıldığında bazı sayılar diğerlerinden daha sık ortaya çıkar. Bu türden hafif bir taraflılık bile uzun bir dizi bahiste, normalde zar oyunları böyle oynanır, büyük bir etkiye sahip olabilir. Simetrik küplerin kullanımı ancak 15. yüzyılın ortalarında standart hale geldi. Öyleyse neden Romalı kumarbazlar taraflı zarlarla oynamaları istendiğinde itiraz etmediler? Zarlar

---

1 Aslen düzlemde titreşen bir doğru parçası olarak bir keman teli modelinden çıkarılan dalga denklemi iyi bir örnektir. Bu model, bugün Stradivarius'un titreşimlerini analiz etmekten, sismik kayıtlardan Dünya'nın iç yapısını hesaplamaya kadar her şey için kullanılan daha gerçekçi modellerin yolunu açmıştır.

2 İngilizcede "zar" kelimesinin tekil hali ("die") "ölmek" anlamına da gelmektedir ama günümüzde hemen hemen herkes "zar" kelimesini tekil olarak da kullanıyor. "Die" kelimesi eski moda ve kolayca yanlış yorumlanabilir; birçok insan "dice" (zarlar) kelimesinin çoğul olduğundan habersizdir.

üzerine bir çalışma yapan Hollandalı arkeolog Jelmer Eerkens, açıklamanın fizikten ziyade kader inancı olup olmadığını merak etti. Kaderinizin tanrıların elinde olduğunu düşünüyorsanız, o zaman kazanmanızı istediklerinde kazanır, istemedikleri zaman kaybedersiniz. Zarların şeklinin bir alakası yoktur.[3]

1450'ye gelindiğinde kumarbazlar akıllanmış gibi görünüyor, çünkü artık zarların çoğu simetrik küplerdi. Sayıların dizilişi bile, muhtemelen altı sayının hepsinin görünürlüğünü kontrol etmeyi kolaylaştırmak için, standart hale getirilmişti. (Bugün hâlâ kullanılan standart hilelerden biri, zarları gizlice, bazı sayıların iki kere yazıldığı hileli zarlarla değiştirmek, böylece onları daha olası hale getirmektir. Aynı sayıları zarların zıt yüzlerine koyarsanız üstünkörü bir bakışla fark edilmezler. Bunu iki zarla yaparsanız bazı toplamlar imkânsız olur. Tamamen normal zarlarla bile hile yapmanın düzinelerce başka yolu vardır.) Başlangıçta, çoğu zarda 1'in karşısında 2, 3'ün karşısında 4 ve 5'in karşısında 6 vardı. Bu diziliş asal olarak bilinir, çünkü zıt yüzlerin toplamları 3, 7 ve 11 asal sayılardır. 1600 civarında, asal diziliş gözden düştü ve bugün hâlâ kullandığımız konfigürasyon devraldı: 1'in karşısında 6, 2'nin karşısında 5 ve 3'ün karşısında 4. Bu dizilişe "yediler" denir, çünkü zıt yüzlerin toplamı her zaman 7'dir. Hem asal hem de yediler dizilişi, birbirinin ayna görüntüsü olan iki farklı biçimde olabilir.

Zarlar daha düzgün ve standart hale geldikçe, kumarbazların daha rasyonel bir yaklaşım benimsemiş olmaları mümkündür. Şans Meleğinin taraflı bir zarı etkileyebileceğine inanmayı bıraktılar ve ilahi müdahale olmadan herhangi bir belirli sonucun meydana gelme olasılığına daha fazla dikkat ettiler. Tarafsız bir zarda, atılan sayılar herhangi bir tahmin edilebilir sırada görünmese de herhangi bir sayının diğerleri kadar olası olduğunu fark etmemiş olmaları çok zor. Bu yüzden uzun vadede her sayı yaklaşık olarak eşit sıklıkta (frekansta) ortaya çıkmalıdır. Bu tür bir düşünce sonunda bazı öncü matematikçilerin yeni bir dal olan olasılık teorisini yaratmalarına yol açtı.

---

3 Zarları daha adil hale getirmek için kaderimizden vazgeçtik, *New Scientist*, 27 Ocak 2018, sayfa 14.

Bu öncülerin ilki Rönesans İtalya'sındaki Girolamo Cardano'ydu. Matematik alanındaki başarılarını 1545'te *Ars Magna*'yı (Büyük Sanat'ı) yazarak kazandı. Bu kitap, şimdi cebir dediğimiz şey üzerine yazılan gerçekten önemli üçüncü kitaptı. Yunan matematikçi Diophantus'un MS 250'den kalma *Arithmetica*'sı, bilinmeyen sayıları temsil eden semboller getirdi. MS 800 civarında İranlı matematikçi Muhammed el-Hârizmi'nin *al-Kitāb al-mukhtaṣar fi ḥisāb aljabr walmuqābala* (Tamamlama ve Dengeleme Yoluyla Hesaplama Üzerine Özet Kitap) bize "cebir" kelimesini verdi. Sembolleri kullanmadı, ancak denklemleri çözmek için sistematik yöntemler, "algoritmalar" geliştirdi – kendi adının Latince versiyonu olan Algorismus'tan gelmektedir. Cardano her iki fikri bir araya getirdi; bilinmeyenin sembolik temsili, artı sembolleri yeni tür matematiksel nesneler olarak ele alma olasılığı. Ayrıca daha ayrıntılı denklemleri çözerek seleflerinin de ötesine geçti.

Matematiksel yeterliliği kusursuzdu, ancak karakteri son derece yetersizdi; şiddete meyilli bir kumarbaz ve hilekârdı. Ama o, kumarbazlar ve dolandırıcılar çağında, şiddetin çoğu zaman hemen yanı başında olduğu bir dönemde yaşamıştı. Cardano ayrıca bir doktordu, dönemin standartlarına göre oldukça başarılı bir doktordu. Ve bir astrologdu. İsa peygamberin yıldız falına bakarak Kiliseyle başı belaya girmişti. Kendi yıldız falına baktığı söylenir, bu da başını daha da belaya sokmuştu, çünkü kendi ölüm tarihini tahmin ettiğinden profesyonel gururu, bu öngörünün doğru çıkmasını sağlamak için kendisini öldürmeye itmişti. Bu hikâye için nesnel bir kanıt yok gibi, ancak Cardano'nun kişiliği göz önüne alındığında, kesin olarak kaçınılmaz görünüyor.

Cardano'nun olasılık teorisine katkısına bakmadan önce, bazı terminolojiyi aydınlatmakta fayda var. Bir ata bahse girerseniz, bahisçi size bir olasılık önermez; size *ihtimalleri* aktarır. Örneğin, Fakingham Hipodromu'ndaki 4.30 Renaissance Stakes'te Galloping Girolamo'ya 3:2'lik bir ihtimal sunabilir. Bunun anlamı, 2 sterlinlik bahse girer ve kazanırsanız, bahisçi size 3 sterlin *artı* orijinal 2 sterlinlik bahis tutarınızı geri ve-

rir. Kazanırsanız, 3 sterlin kârdasınız; kaybederseniz, bahisçi 2 sterlin kârdadır.

Kazançlar ve kayıplar birbirini götürürse, bu düzenleme uzun vadede adildir. Yani 3:2 oranındaki bir at, her iki galibiyet için üç kez kaybetmelidir. Başka bir deyişle, her beş yarışta ortalama iki galibiyet olmalıdır. Dolayısıyla kazanma *olasılığı* beşte ikidir: 2/5. Genel olarak, oranlar m:n ise, oranların titizlikle adil olması durumunda atın kazanma olasılığı

$$p = n/(n+m)$$

olur. Elbette nadiren böyledir; bahisçiler kâr etmek için işin içindeler. Öte yandan olasılıklar bu formüle yakın olacaktır; bahisçiler müşterilerin dolandırıldıklarını fark etmelerini istemez.

Uygulanabilirliği ne olursa olsun, bu formül size ihtimalleri nasıl olasılıklara dönüştüreceğinizi söyler. İhtimallerin bir oran olduğunu akılda tutarak ters yöne de gidebilirsiniz; 6:4 ihtimali 3:2 ile aynıdır. m:n oranı, 1/p – 1'e eşit olan m/n kesridir. Kontrol olarak, eğer p = 2/5 ise m/n = 5/2 – 1 = 3/2, oran 3:2 dir.

Cardano her zaman nakit para sıkıntısı çekiyordu ve mali durumunu uzman bir kumarbaz ve satranç oyuncusu olarak düzeltmişti. *Liber de ludo aleae*'sı (Şans Oyunları Üzerine Kitap) 1564'te yazılmıştı, ancak toplu eserlerinin bir parçası olarak 1663'te yayınlandı ve o zamana kadar çoktan ölmüştü. Olasılığın sistematik olarak ilk defa ele alınışını içerir. Bazı temel kavramları göstermek için zarları kullanmıştı ve şöyle yazıyordu: "Eşitlikten uzaklaştığınız ölçüde, bu rakibinizin lehineyse aptalsınızdır ve sizin lehinizeyse adaletsizsinizdir." Bu onun "adalet" tanımıdır. Kitabın başka bir yerinde nasıl hile yapılacağını açıklıyor, bu yüzden başka birinin başına geldiği sürece adaletsizliğe aslında *itirazı* yok gibi görünüyor. Öte yandan, dürüst bir kumarbazın bile nasıl hile yapılacağını bilmesi, bunu yapan rakiplerini tespit etmesi gerekir. Bu yoruma dayanarak, adil oranların (bahisçi için) neden kayıpların kazançlara oranı (veya bahis acenteleri için kazançların kayıplara oranı) olarak görülebileceğini açıklıyor. Aslında, bir olayın olasılığını, uzun vadede meydana geldiği durumların oranı olarak tanımlar. Ve

işin matematiğini zarlarla kumar oynamaya uygulayarak göstermiştir.

Analizine şu ifadeyle başlamıştı: "Kumardaki herkesin en temel ilkesi basitçe eşit koşullardır, mesela rakiplerin, seyircilerin, paranın, durumun, zar kutusunun ve zarın kendisinin." Bu mukaveleyle, tek bir zarın atılması hilesizdir. Altı sonuç vardır ve zarlar adilse, her biri ortalama olarak her altı atışta bir gerçekleşir. Yani her birinin olasılığı 1/6'dır. İki veya daha fazla zar söz konusu olduğunda, Cardano işin temellerini doğru anlamış, başka birkaç matematikçiyse yanlış anlamıştı. İki zarın 36 eşit olasılıklı sonucu ve üç zarınsa 216 sonucu olduğunu belirtti. Bugün $36 = 6 \times 6$ (veya 6^2) ve $216 = 6 \times 6 \times 6$ (veya 6^3) olduğunu söylerdik, ancak Cardano toplamları şu şekilde yaptı: "Aynı yüzlere sahip altı atış ve farklı yüzlere sahip on beş kombinasyon var, ki ikiye katlandığında otuz verir, böylece toplamda otuz altı atış olur."

Neden iki katı? Bir zarın kırmızı, diğerinin mavi olduğunu varsayalım. O zaman 4 ve 5 kombinasyonu iki farklı şekilde meydana gelebilir: kırmızı 4 ve mavi 5; kırmızı 5 ve mavi 4. Bununla birlikte, 4 ve 4'ün kombinasyonu yalnızca bir şekilde gerçekleşir: kırmızı 4 ve mavi 4. Renkler burada mantığı şeffaf hale getirmek için kullanılmıştır; zarlar aynı *görünse* bile, yine de farklı sayıların bir kombinasyonunu atmanın iki tane, ancak aynı sayıyı her iki zarla atmanın yalnızca bir yolu vardır. Önemli bileşenler sıralı sayı çiftleridir, sırasız çiftler değil.[4] Bu gözlem basit görünse de önemli bir ilerlemeydi.

Cardano üç zar için uzun zamandır devam eden bir bilmeceyi çözdü. Kumarbazlar, üç zar atarken toplamın 10 gelme ola-

[4] Kırmızı/mavi zarlardan memnunsanız, ancak zarlar aynı göründüğünde bunun doğru olduğuna ikna olmadıysanız, iki şey yardımcı olabilir. İlk olarak, renkli zarlar, aynı renge sahip olsalardı yapacaklarının iki katı kadar kombinasyon üretmeyi nasıl "bilir"? Yani renkler atışları nasıl bu kadar etkileyebilir? İkincisi: Hangisinin hangisi olduğunu sizin bile anlayamayacağınız kadar benzer iki zar alın, onları birçok kez atın ve iki 4'ün kaç kez elde edildiğini sayın. Sırasız çiftler sonuca karar verirse, 1/21'e yakın bir değer elde edersiniz. Sıralı çiftlerse 1/36'ya yakın olmalıdır. Renkli zarlardan bile emin değilseniz, aynı hususlar yine geçerlidir, ancak deneyi renkli zarlarla yapmalısınız.

sılığının 9'dan daha fazla olduğunu deneyimlerinden uzun zamandır biliyorlardı. Ancak bu durum kafalarını karıştırıyordu, çünkü toplamın 10 olmasının altı yolu vardır:

1 + 4 + 5 1 + 3 + 6 2 + 4 + 4 2 + 2 + 6 2 + 3 + 5 3 + 3 + 4

fakat toplamın 9 olmasının da altı yolu var:

1 + 2 + 6 1 + 3 + 5 1 + 4 + 4 2 + 2 + 5 2 + 3 + 4 3 + 3 + 3

Peki neden 10 daha sık ortaya çıkıyor? Cardano, 10 toplamını veren 27 *sıralı* üçlü olduğunu, ancak 9 toplamını veren sadece 25'inin olduğunu gösterdi.[5]

Ayrıca defalarca zar atmayı da ele aldı ve en önemli keşiflerini orada yaptı. Birincisi, olayın olasılığı, uzun vadede gerçekleştiği durumların oranıdır. Bu artık olasılığın "sıkça" bilinen tanımıdır. İkincisi, tek bir olayın olasılığı p ise, n denemede her seferinde bir olayın meydana gelme olasılığı p^n'dir. Doğru formülü bulması biraz zaman aldı ve kitabı bu süreçte yaptığı hataları da içeriyordu.

Bir avukatın ve Katolik bir ilahiyatçının kumarla çok fazla ilgilenmesini beklemezsiniz, ancak Pierre de Fermat ve Blaise Pascal, bir meydan okumaya dayanamayan başarılı matematikçilerdi. 1654'te, kumar ve görünüşe göre "matematiğe bile uzanan" uzmanlığıyla tanınan –gerçekten nadir bir iltifat– Chevalier de Méré, Fermat ve Pascal'dan "puan problemine" bir çözüm istedi.

---

[5] 10 toplamını veren 27 yol:

1 + 3 + 6 1 + 4 + 5 1 + 5 + 4 1 + 6 + 3
2 + 2 + 6 2 + 3 + 5 2 + 4 + 4 2 + 5 + 3 2 + 6 + 2
3 + 1 + 6 3 + 2 + 5 3 + 3 + 4 3 + 4 + 3 3 + 5 + 2 3 + 6 + 1
4 + 1 + 5 4 + 2 + 4 4 + 3 + 3 4 + 4 + 2 4 + 5 + 1
5 + 1 + 4 5 + 2 + 3 5 + 3 + 2 5 + 4 + 1
6 + 1 + 3 6 + 2 + 2 6 + 3 + 1

9 toplamını veren 25 yol:

1 + 2 + 6 1 + 3 + 5 1 + 4 + 4 1 + 5 + 3 1 + 6 + 2
2 + 1 + 6 2 + 2 + 5 2 + 3 + 4 2 + 4 + 3 2 + 5 + 2 2 + 6 + 1
3 + 1 + 5 3 + 2 + 4 3 + 3 + 3 3 + 4 + 2 3 + 5 + 1
4 + 1 + 4 4 + 2 + 3 4 + 3 + 2 4 + 4 + 1
5 + 1 + 3 5 + 2 + 2 5 + 3 + 1
6 + 1 + 2 6 + 2 + 1

Her oyuncunun %50 kazanma şansına sahip olduğu basit bir oyun düşünün, mesela yazı tura atmak gibi. Başlangıçta, her iki oyuncu da bir "çanağa" eşit miktarda para koyarlar ve belirli sayıda tur ("puan") kazanan ilk kişinin tüm parayı kazanacağı konusunda hemfikirdirler. Ancak, oyun bitmeden kesintiye uğrar. Bu aşamadaki puanlar göz önüne alındığında, kumarbazlar parayı nasıl paylaşmalıdır? Örneğin, çanakta 100 frank olduğunu varsayalım, bir oyuncu 10 tur kazanır kazanmaz oyunun durması gerekiyor, ancak skor 7'ye 4 olduğunda oyunu bırakmaları icap ediyor. Bu durumda her oyuncu ne kadar almalı?

Bu soru, iki matematikçi arasında, Pascal'ın Fermat'a yazdığı ve görünüşe göre yanlış cevabı önerdiği ilk mektubu dışında, hâlâ varlığını sürdüren kapsamlı bir yazışmayı tetikledi.[6] Cevap umduğu gibiydi:

> Mösyö,
> Sabırsızlık sizi olduğu gibi beni de ele geçirdi ve hâlâ yatakta olmama rağmen, dün akşam M. Carcavi'nin elinden puan problemiyle ilgili mektubunuzu aldığımı ve söyleyebileceğimden daha fazla hayran olduğumu söylemekten kendimi alıkoyamıyorum. Uzun uzun yazacak vaktim yok, ama tek kelimeyle, puanların ve zarların ikiye bölünüşünü mükemmel bir adaletle buldunuz.

Pascal, önceki girişiminin yanlış olduğunu kabul etmişti ve ikisi, (Fermat gibi bir matematikçi ve bir parlamento danışmanı olan) Pierre de Carcavi'nin arabuluculuğuyla problemi bir ileri bir geri taşıdılar. Temel kavrayışları, önemli olanın oyunun geçmişinde –sayıları ayarlamaktan başka– neler olduğu değil kalan turlarda ne olabileceğidir. Kararlaştırılan hedef 20 galibiyetse ve oyun 17'ye 14 iken kesintiye uğrarsa, para tam olarak 10 hedefte 7'ye 4 skorda olduğu gibi bölünmelidir (Her iki durumda da bir oyuncunun 3 puana ve diğerinin 6 puana ihtiyacı vardır. Bu aşamaya nasıl geldikleri önemsizdir.) İki matematikçi, şimdi her oyuncunun beklentisi olarak adlandırdığımız şeyi –oyun birçok kez tekrarlansaydı kazanacakları ortalama miktarı– hesaplayarak bu kurguyu çözümlediler. Bu örneğin cevabı, ortaya

[6] https://www.york.ac.uk/depts/maths/histstat/pascal.pdf

konan paranın 219'a 37 oranında bölünmesi ve önde olan oyuncunun daha büyük kısmı alması gerektiğidir. Tahmin edeceğiniz bir şey değil.[7]

Sonraki önemli katkı, 1657'de Christiaan Huygens'in *De ratociniis in ludo aleae* (Şans Oyunlarında Mantık Üzerine) kitabıyla geldi. Huygens de puan problemini ele aldı ve beklenti kavramını açıkça ortaya koydu. Formülünü yazmak yerine tipik bir örnek yapalım. Kazançlarınızın veya kayıplarınızın aşağıdaki gibi olduğu bir zar oyununu birçok kez oynadığınızı varsayalım:

1 veya 2 atarsanız 4£ kaybedersiniz
3 atarsanız 3£ kaybedersiniz
4 veya 5 atarsanız 2£ kazanırsınız
6 atarsanız 6£ kazanırsınız

Uzun vadede bir avantajınız olup olmadığı ilk bakışta belli değil. Öğrenmek için şu şekilde hesaplayın:

4£ kaybetme olasılığı 2/6 = 1/3
3£ kaybetme olasılığı 1/6
2£ kazanma olasılığı 2/6 = 1/3
6£ kazanma olasılığı 1/6

Sonra, diyor Huygens, beklentiniz, her bir kazanç veya kaybın (kayıplar negatif sayılar olarak kabul edilir) karşılık gelen olasılığıyla çarpılıp hepsinin toplanmasıyla elde edilir:

$$\left(-4\times\frac{1}{3}\right)+\left(-3\times\frac{1}{6}\right)+\left(2\times\frac{1}{3}\right)+\left(6\times\frac{1}{6}\right)$$

---

7 Ortaya konan paranın paylaşılma oranları şu şekildedir:

$$\sum_{k=0}^{s-1}\binom{r+s-1}{k} \;/\; \sum_{k=s}^{r+s-1}\binom{r+s-1}{k}$$

1. oyuncunun kazanmak için r tane tura, 2. Oyuncunun s tane tura ihtiyacı vardır. Bu durumda oran:

$$\binom{8}{0}+\binom{8}{1}+\binom{8}{2}+\binom{8}{3}+\binom{8}{4}+\binom{8}{5}$$
$$\binom{8}{6}+\binom{8}{7}+\binom{8}{8}.$$

sonuç -1/6. Yani, ortalama olarak oyun başına $16^{2/3}$ peni kaybedersiniz.

Bunun neden işe yaradığını görmek için, zarları altı milyon kez attığınızı ve her sayının bir milyon kez geldiğini hayal edin; ortalama durum. O zaman zarları altı kez de atabilirsiniz, her sayı bir kez gelir, çünkü oranlar aynıdır. Bu altı atışta 1 ve 2 attığınızda 4£ kaybedersiniz, 3 attığınızda 3£ kaybedersiniz, 4 ve 5 atarsanız 2£ kazanırsınız ve 6 attığınızda 6£ kazanırsınız. Toplam "kazancınız" bu nedenle

$$(-4) + (-4) + (-3) + 2 + 2 + 6 = -1$$

6'ya (oynanan oyun sayısına) bölerseniz ve aynı kayıp veya kazançlı terimleri birlikte gruplandırırsanız, yeniden Huygens'in ifadesini bulursunuz. Beklenti, tekil kazançların veya kayıpların bir tür ortalamasıdır, ancak her sonuç, olasılığına göre "ağırlıklandırılmalıdır."

Huygens ayrıca matematiğini gerçek problemlere de uyguladı. Kardeşi Lodewijk'le birlikte, John Graunt'un 1662'de yayınlanan, nüfus bilgileri çalışması olan demografi üzerine genellikle ilk önemli işlerden biri kabul edilen ve salgın hastalıklar üzerine yapılmış ilk epidemiyoloji çalışmalarından biri olan *Natural and Political Observations Made On the Bills of Mortality*'deki tablolarına dayanarak, ortalama yaşam süresini analiz etmek için olasılıkları kullandı. Daha o zamandan olasılık ve insan ilişkileri iç içe geçmeye başlamıştı.

4

YAZI TURA ATMAK

Tura gelirse ben kazanıyorum,
yazı gelirse sen kaybediyorsun.
Çocuk oyunlarında sıkça söylenir

Olasılıklarla ilgili önceki çalışmaların tümü, Jakob Bernoulli'nin 1684-1689 yılları arasında yazdığı epik *Ars conjectandi* (Tahmin Sanatı) ile karşılaştırıldığında önemsiz kalıyor. Bu kitap ölümünden sonra 1713'te yeğeni Nicolaus Bernoulli tarafından yayınlandı. Olasılık üzerine kapsamlı bir şekilde yayın yapmış olan Jakob, o zamana kadar bilinen ana fikirleri ve sonuçları bir araya topladı ve bir dolu kendi fikirlerini de ekledi. Kitabın genel olarak, olasılık teorisinin kendi başına bir matematik dalı olarak gelişine işaret ettiği düşünülmektedir. Modern gösterimde kısaca tekrar gözden geçireceğimiz permütasyon ve kombinasyonların kombinatoryal özellikleriyle başlar. Daha sonra, Huygens'in beklenti konusundaki fikirlerini elden geçirir.

Yazı tura atmak, olasılık metinleri için başlıca hammaddedir. Tanıdıktır, basittir ve birçok temel fikri iyi bir şekilde açıklar. Yazı/tura şans oyunlarında en temel alternatiftir. Bernoulli, şimdi *Bernoulli denemesi* olarak adlandırılan şeyi analiz etmiştir. Bu, Y veya T ile yazı tura atmak gibi iki sonucu olan bir oyunu tekrar tekrar oynamayı modeller. Madeni para taraflı olabilir: mesela Y 2/3 olasılığa sahip olabilir, böylece T'nin 1/3 olasılığı olur. Her atış ya yazı ya da tura olduğundan, iki olasılığın toplamı 1 olmalıdır. "30 atışta en az 20Y alma olasılığı nedir?" gibi sorular sordu ve bunları permütasyon ve kombinasyon olarak bilinen sayma formüllerini kullanarak cevapladı. Bu

kombinatoryal fikirlerin uygunluğunu belirledikten sonra, matematiğini önemli ölçüde geliştirdi. Bunları, "binom" (iki terimli ifade) $x + y$'nin üsleri cinsinden açıldığı cebirsel bir sonuç olan binom teoremiyle ilişkilendirdi; örneğin,

$$(x + y)^4 = x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$$

Kitabın üçüncü kısmı, önceki sonuçları o dönemde yaygın olan kâğıt ve zar oyunlarına uygular. Dördüncü ve sonuncusu, hukuk ve finans dahil olmak üzere sosyal bağlamlarda karar verme gibi uygulamalar üzerindeki vurguya devam eder. Bernoulli'nin buradaki en büyük katkısı, çok sayıda deneme sonucunda herhangi bir Y veya T olayının meydana gelme sayısının, genellikle deneme sayısının o olayın olasılığıyla çarpımına çok yakın olduğunu belirten büyük sayılar yasasıdır. Bernoulli bunu, "yirmi yıldır uğraştığım bir problem" şeklinde ifade ederek kendi altın teoremi olarak adlandırmıştır. Bu sonuç, sıkça kullanılan "belirli bir olayın meydana gelme zamanlarının oranı" şeklindeki olasılık tanımının bir gerekçesi olarak görülebilir. Bernoulli bunu farklı gördü; altta yatan olasılıkları ortaya çıkarmak için deneylerde oranların kullanılması adına teorik bir gerekçe sağladı. Bu, olasılık teorisinin modern aksiyomatik görüşüne yakındır.

Bernoulli, takip eden herkes için standardı belirledi, ancak birkaç önemli soruyu açık bıraktı. Bir tanesi pratikti. Deneme sayısı fazla olduğunda Bernoulli denemelerini kullanan hesaplamalar çok karmaşık hale geliyordu. Örneğin, adil bir madeni parayla 1000 atışta 600 veya daha fazla Y gelme olasılığı nedir? Formül, 600 tane sayıyı birbiriyle çarpmayı ve bir başka 600'e bölmeyi içerir. Elektronik bilgisayarların yokluğunda, toplamları elle yapmak en iyi ihtimalle sıkıcı ve zaman alıcıydı ve en kötü ihtimalle insan yeteneklerinin ötesindeydi. Bunun gibi soruları çözmek, insanlığın olasılık teorisi yoluyla belirsizliği anlamasında bir sonraki büyük adımı oluşturdu.

Olasılık teorisinin matematiğini tarihsel terimlerle açıklamak bir süre sonra kafa karıştırıcı hale gelir, çünkü matematikçiler daha iyi bir anlayışa doğru el yordamıyla ilerlerken

gösterimler, terimler ve hatta kavramlar defalarca değişti. Dolayısıyla bu noktada tarihsel gelişimden ortaya çıkan bazı ana fikirleri daha modern terimlerle açıklamak istiyorum. Bu, kitabın geri kalanı için ihtiyacımız olan bazı kavramları netleştirecek ve organize edecektir.

Adil bir madeni paranın uzun vadede yazı sayısı kadar tura üreteceği sezgisel olarak açık görünüyor. Her bir atış tahmin edilemez, ancak bir dizi atış üzerinden elde edilen kümülatif sonuçlar ortalama olarak tahmin edilebilir. Bu nedenle, belirli bir atışın sonucundan emin olamasak da uzun vadede belirsizlik miktarına sınırlar koyabiliriz.

Bir madeni parayı on kez attım ve şu yazı ve tura dizisini elde ettim:

T Y T T T Y T Y Y T

4 yazı 6 tura var, neredeyse eşit bölünmüşler ancak tam olarak değil. Bu oranlar ne kadar olasıdır?

Yavaş yavaş cevaba kadar ilerleteceğim. İlk atış eşit 1/2 olasılıklarla ya Y ya da T'dir. İlk iki atış YY, YT, TY veya TT'den herhangi biri olabilir. Dört olasılık vardır, hepsi eşit derecede olasıdır, yani her birinin olasılığı 1/4'tür. İlk üç atış YYY, YYT, YTY, YTT, TYY, TYT, TTY veya TTT'den herhangi biri olabilir. Sekiz olasılık vardır, hepsi eşit derecede olasıdır, yani her birinin olasılığı 1/8'dir. Son olarak, ilk dört atışa bakalım. Her biri 1/16 olasılıkla 16 dizilim var ve bunları Y'nin kaç kez geldiğine göre listeleyeceğim:

0 kere	1 dizilim (TTTT)
1 kere	4 dizilim (YTTT, TYTT, TTYT, TTTY)
2 kere	6 dizilim (YYTT, YTYT, YTTY, TYYT, TYTY, TTYY)
3 kere	4 dizilim (YYYT, YYTY, YTYY, TYYY)
4 kere	1 dizilim (YYYY)

Attığım dizilim TYTT ile başlıyordu, tek bir yazı ile. Bu tura sayısı 16 ihtimalden 4 kere meydana gelir: olasılık 4/16 = 1/4. Karşılaştırma için, iki yazı ve iki tura 16 olasılıktan 6 kez oluşur: olasılık 6/16 = 3/8. Yazı ve tura gelme olasılığı eşit olsa da

her birinin aynı sayıda gelme olasılığı 1/2 değildir; daha küçük. Öte yandan, iki turaya–burada 1, 2 veya 3– *yaklaşma* olasılığı (4 + 6 + 4)/16 = 14/16, yani %87,5'tir.

On atışla 2^{10} = 1024 tane Y'ler ve T'ler dizisi vardır. Benzer toplamlar (kısa yolları var), belirli sayıda Y'ye sahip dizilerin sayısının şöyle olduğunu gösterir:

0 kere	1 dizilim	olasılık 0,001
1 kere	10 dizilim	olasılık 0,01
2 kere	45 dizilim	olasılık 0,04
3 kere	120 dizilim	olasılık 0,12
4 kere	210 dizilim	olasılık 0,21
5 kere	252 dizilim	olasılık 0,25
6 kere	210 dizilim	olasılık 0,21
7 kere	120 dizilim	olasılık 0,12
8 kere	45 dizilim	olasılık 0,04
9 kere	10 dizilim	olasılık 0,01
10 kere	1 dizilim	olasılık 0,001

Benim dizilimimde 4 yazı ve 6 tura var, olasılığı 0,21 olan bir olay. En olası yazı sayısı 5'tir, olasılık yalnızca 0,25. Belirli sayıda yazı seçmek çok bilgilendirici değildir. Daha ilginç bir soru şudur: Belli bir aralıkta, mesela 4 ile 6 gibi, yazı ve tura gelme olasılığı nedir? Cevap 0,21 + 0,25 + 0,21 = 0,66'dır. Başka bir deyişle, on kez yazı tura atarsak, üçte ikisinde 5:5 veya 6:4 oranlarını bekleyebiliriz. Diğer yandan, üç seferden birinde *daha büyük* bir eşitsizlik bekleyebiliriz. Dolayısıyla teorik ortalama etrafında belirli bir miktar dalgalanma sadece mümkün değil, aynı zamanda oldukça muhtemeldir.

Daha büyük bir dalgalanma ararsak, diyelim ki 5:5, 6:4 veya 7:3'lük bir oran (her iki şekilde), bu sınırlar içinde kalma olasılığı 0,12 + 0,21 + 0,25 + 0,21 + 0,12 = 0,9 olur. Şimdi daha kötü bir dengesizlik olma şansı yaklaşık 0,1, yani onda bir. Küçük, ama saçma bir şekilde değil. On kez yazı tura attığınızda, iki veya daha az yazı ya da iki veya daha az tura gelme şansının 1/10 kadar büyük olması şaşırtıcıdır. Ortalama olarak her on denemede bir gerçekleşecektir.

Bu örneklerde görüldüğü gibi, olasılık üzerine ilk çalışmalar esas olarak eşit olasılığa sahip durumlar için sayma yöntemlerine odaklanmıştır. Matematiğin olayları sayan dalı kombinatorik olarak bilinir ve ilk çalışmalara hâkim olan kavramlar permütasyonlar ve kombinasyonlardı.

Bir permütasyon, bir dizi sembolü veya nesneyi sırayla düzenlemenin bir yoludur. Örneğin, A B C sembolleri altı şekilde sıralanabilir:

ABC ACB BAC BCA CAB CBA

Benzer listeler, dört sembolü düzenlemenin 24 yolu, beş taneyi düzenlemenin 120 yolu, altı tanesini düzenlemenin 720 yolu vb. olduğunu göstermektedir. Genel kural basittir. Örneğin, altı A B C D E F harfini bir sıraya dizmek istediğimizi varsayalım. İlk harfi altı farklı şekilde seçebiliriz: ya A ya B ya C ya D ya E ya da F. İlk harfi seçtikten sonra, sıralamaya devam etmek için elimizde beş harf daha kalır. Yani ikinci harfi seçmenin beş yolu var. Bunların her biri ilk seçime eklenebilir, böylece genel olarak ilk iki harfi

$$6 \times 5 = 30$$

farklı şekilde seçebiliriz. Bir sonraki harf için dört seçenek, sonraki için üç seçenek, daha sonraki harf için iki seçenek var ve geriye sadece altıncı harf kalıyor. Yani toplam düzenleme sayısı

$$6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$$

Bu hesaplamanın standart gösterimi 6!'dir, "altı faktöriyel" olarak okunur (veya daha doğrusu "faktöriyel altı" olarak okunur, ancak neredeyse hiç kimse bu şekilde söylemez).

Aynı mantıkla, 52 kartlık bir desteyi sırayla düzenleme yollarının sayısı:

$$52! = 52 \times 51 \times 50 \times \ldots \times 3 \times 2 \times 1$$

sadık bilgisayarımın etkileyici bir hızla bana verdiği cevap:

80.658.175.170.943.878.571.660.636.856.403.766.975.289.505.440.883.277.824.000.000.000.000

Bu cevap kesin, devasa ve tüm olasılıkları listeleyerek bulabileceğiniz bir şey değil.

Daha genel olarak, A B C D E F harflerinden herhangi dört harfi sıraya koymanın kaç yolu olduğunu sayabiliriz. Bu sıralamalara (altıdan dört harf) permütasyon denir. Toplamlar benzerdir, ancak dört harf seçtikten sonra duruyoruz. Yani dört harf sıralamanın

$$6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$$

yolu vardır. Bunu matematiksel olarak söylemenin en düzgün yolu, onu şu şekilde düşünmektir:

$$(6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)/(2 \times 1) = 6!/2! = 720/2 = 360$$

Burada 6!'in sonundaki istenmeyen x 2 x 1'den kurtulmak için 2!'e bölüyoruz. Aynı mantıkla, 52 kartın 13'ünü sıraya koyma yollarının sayısı şöyledir:

$$52!/39! = 3.954.242.643.911.239.680.000$$

Kombinasyonlar çok benzerdir, ancak şimdi düzenleme sayısını değil, sırayı göz ardı ederek farklı seçeneklerin sayısını sayıyoruz. Örneğin, 13 karttan oluşan kaç farklı el var? İşin püf noktası, önce permütasyonların sayısını saymak ve ardından sıralama dışında kaç tanesinin aynı olduğunu sormaktır. Her 13 kart setinin 13! Yolla düzenlenebileceğini zaten gördük. Bu, her (sırasız) 13 kart setinin, tüm 3.954.242.643.911.239.680.000 sıralı 13 kart (varsayımsal) listesinde 13! Kere göründüğü anlamına gelir. Yani sırasız listelerin sayısı

$$3.954.242.643.911.239.680.000/13! = 635.013.559.600$$

ve bu farklı ellerin sayısıdır.

Bir olasılık hesabında, belirli bir 13 kart setini –örneğin tüm maçaları– dağıtma olasılığını isteyebiliriz. Bu tam olarak 635 milyar elden bir tanesidir, dolayısıyla o elin dağıtılma olasılığı

$$1/635.013.559.600 = 0.000000000001574$$

yani 1.5 trilyonda bir. Gezegen genelinde, ortalama olarak yaklaşık 635 milyar elde bir kez gerçekleşmelidir.

Bu cevabı yazmanın aydınlatıcı bir yolu var. 52 karttan 13'ünü seçme yollarının sayısı (52 karttan 13'ünün *kombinasyon* sayısı)

$$\frac{52!}{13!39!} = \frac{52!}{13!\,(52-13)!}$$

Cebirsel olarak, bir dizi n nesneden r nesneyi seçme yollarının sayısı

$$\frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

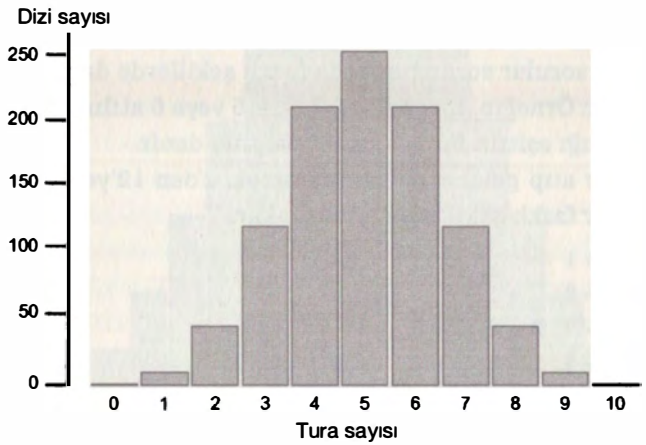
Böylece bu sayıyı faktöriyel cinsinden hesaplayabiliriz. Genellikle gayri resmi olarak "n'den r'yi seçin" olarak söylenir; havalı söyleyiş terimi *binom katsayısıdır*, sembolik olarak şu şekilde yazılır

$$\binom{n}{r}$$

Bu isim, cebirdeki binom teoremiyle bir bağlantı nedeniyle ortaya çıkmıştır. Birkaç sayfa gerideki $(x + y)^4$ formülüme bakın. Katsayılar 1, 4, 6, 4, 1'dir. Ardışık dört atışta belirli sayıda yazının kaç farklı şekilde çıktığını saydığımızda aynı sayılar ortaya çıkar. 4'ü herhangi başka bir sayıyla değiştirirseniz aynı şey geçerlidir.

Bunları öğrendikten sonra şimdi 1024 tane Y'ler ve T'ler dizisinden oluşan listeye bir kez daha göz atalım. Y'nin dört kez göründüğü 210 dizi olduğunu söylemiştim. Bu sayıyı kombinasyonları kullanarak hesaplayabiliriz, ancak sembollerin tekrar edebileceği sıralı dizilerle ilgili olduğu için, ki bu çok farklı bir şeye benziyor, nasıl yapılacağı hemen net değildir. İşin püf noktası, dört Y'nin hangi *konumlarda* göründüğünü sormaktır. 1, 2, 3, 4 konumlarında olabilirler; YYYY ve ardından altı T. Veya 1, 2, 3, 5 konumlarında olabilirler; YYYTY ve ardından beş T. Veya... Konumlar ne olursa olsun, dört Y'nin göründüğü konumların listesi, 1, 2, 3, ..., 10'dan dört sayının bir listesidir. Yani 10 sayıdan 4'ünün kombinasyonlarının sayısıdır. Bunu nasıl bulacağımızı biliyoruz:

$$\frac{10!}{4!(10-4)!} = \frac{10!}{4!6!} = 210$$



Şekil 2. On deneme için binom dağılımı, Y ve T eşit olasıdır. Olasılıkları elde etmek için dikey eksendeki sayıları 1024'e bölün.

Sihir! Bu tür bir hesaplamayı tekrarlayarak, tüm listeyi elde ederiz:

$$\frac{10!}{0!10!} = 1 \quad \frac{10!}{1!9!} = 10 \quad \frac{10!}{2!8!} = 45 \quad \frac{10!}{3!7!} = 120 \quad \frac{10!}{4!6!} = 120 \quad \frac{10!}{5!5!} = 252$$

bundan sonra sayılar ters sırada tekrarlanır. Bunu sembolik olarak görebilirsiniz veya (örneğin) altı Y'nin dört T ile aynı olduğunu ve dört T gelme yollarının sayısının dört Y gelme yollarının sayısıyla açıkça aynı olduğunu iddia edebilirsiniz.

Sayıların dağılımının genel "şekli," küçükten başlar ortada zirveye çıkar ardından tüm liste ortada simetrik olacak şekilde tekrar azalır. Dizilerin sayısını turaların sayısına karşı çubuk grafik olarak veya gösterişli olsun istiyorsanız histogram olarak çizdiğimizde bu kalıbı çok net görüyoruz.

Bazı olası olaylardan rastgele yapılan bir ölçüme rastgele değişken denir. Rastgele değişkenin her değerini kendi olasılığıyla ilişkilendiren matematiksel kurala olasılık dağılımı denir.

Burada rastgele değişken "tura sayısı"dır ve olasılık dağılımı, dikey eksendeki sayıların olasılıkları temsil etmek için 1024'e bölünmesi gerektiği dışında, çubuk grafiğe çok benzer. Bu özel olasılık dağılımı, binom katsayılarına olan bağlantısı nedeniyle binom dağılımı olarak adlandırılır.

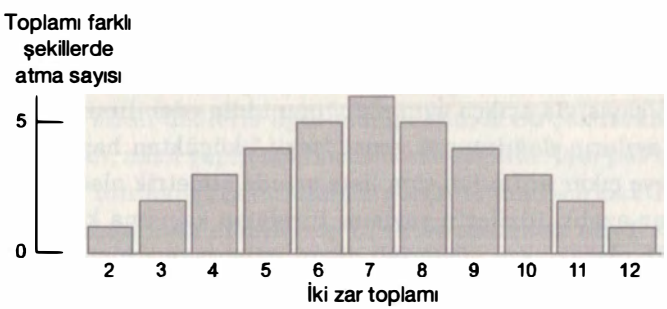
Farklı sorular sorduğumuzda farklı şekillerde dağılımlar ortaya çıkar. Örneğin, bir zarla, 1, 2, 3, 4, 5 veya 6 atılır ve her birinin olasılığı eşittir. Buna düzgün dağılım denir.

İki zar atıp gelen sayıları toplarsak, 2'den 12'ye kadar olan toplamlar farklı şekillerde ortaya çıkar:

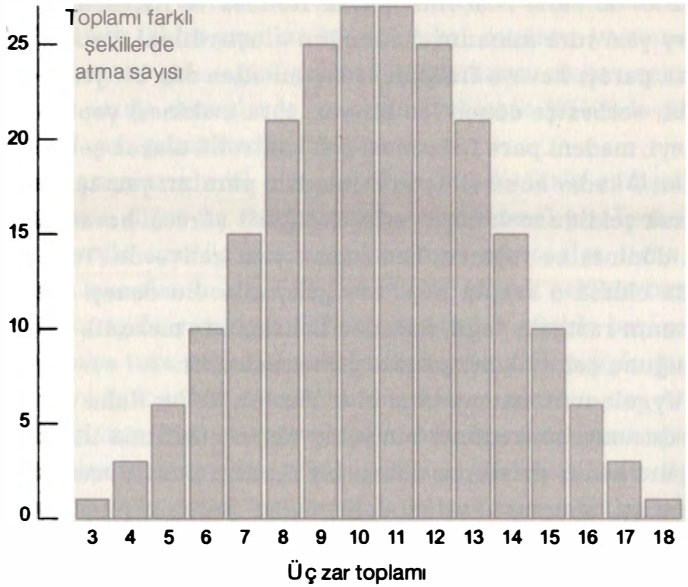
2 = 1 + 1	1 yol
3 = 1 + 2, 2 + 1	2 yol
4 = 1 + 3, 2 + 2, 3 + 1	3 yol
5 = 1 + 4, 2 + 3, 3 + 2, 4 + 1	4 yol
6 = 1 + 5, 2 + 4, 3 + 3, 4 + 2, 5 + 1	5 yol
7 = 1 + 6, 2 + 5, 3 + 4, 4 + 3, 5 + 2, 6 + 1	6 yol

her adımda 1 artar, ancak daha sonra 1, 2, 3, 4 ve 5 atışları art arda elendiğinden yol sayısı azalmaya başlar:

8 = 2 + 6, 3 + 5, 4 + 4, 5 + 3, 6 + 2	5 yol
9 = 3 + 6, 4 + 5, 5 + 4, 6 + 3	4 yol
10 = 4 + 6, 5 + 5, 6 + 4	3 yol
11 = 5 + 6, 6 + 5	2 yol
12 = 6 + 6	1 yol



Şekil 3. İki zar toplamının dağılımı. Olasılıkları elde etmek için dikey ekseni 36'ya bölün.



Şekil 4. Üç zar toplamının dağılımı. Olasılıkları bulmak için dikey eksendeki sayıları 216'ya bölün.

Dolayısıyla bu toplamlar için olasılık dağılımı bir üçgen şeklindedir. Rakamlar şekilde grafikle gösterilmiştir; karşılık gelen olasılıklar, bu sayıların toplamları olan 36'ya bölümleridir.

Üç zar atıp elde edilen sayıları toplarsak, şekil keskinliğini yitirir ve tam olarak aynı olmasa da daha çok bir binom dağılımı gibi görünmeye başlar. Ne kadar çok zar atarsak, toplam binom dağılımına o kadar çok yaklaşır. Bölüm 5'teki merkezi limit teoremi bunun nedenini açıklamaktadır.

Madeni paralar ve zarlar, rastgelelik için yaygın metaforlardır. Einstein'ın Tanrı'nın evrenle zar atmadığına dair sözü herkesçe bilinir. Tam olarak bu kelimeleri kullanmadığı daha az bilinir, ancak söyledikleri aynı noktaya değinmektedir; doğa yasalarının rastgelelik içerdiğini düşünmüyordu. Bu nedenle, yanlış metaforu seçmiş olabileceğini fark etmek üzücüdür. Madeni paraların ve zarların kirli bir sırrı vardır. Sandığımız kadar rastgele değiller.

2007'de Persi Diaconis, Susan Holmes ve Richard Montgomery yazı tura atmanın dinamiğini araştırdılar.[1] Fizikle başladılar, parayı havaya fırlatan ve sıçramadan düz bir yere düşene kadar serbestçe dönebilen bir yazı tura makinesi yaptılar. Makineyi, madeni para fırlatması çok kontrollü olacak şekilde kurdular. O kadar kontrollüydü ki, madeni paraları yazı tarafı üstte olacak şekilde makineye yerleştirdiğiniz sürece, havada birçok kez dönmesine rağmen, her zaman yazı geliyordu. Tura tarafı üstte olursa o zaman hep tura geliyordu. Bu deney, yazı tura atmanın rastgele değil, önceden belirlenmiş mekanik bir süreç olduğunu çok açık bir şekilde göstermektedir.

Uygulamalı matematikçi olan Joseph Keller daha önce özel bir durumu; mükemmel bir yatay eksen etrafında insan eline düşene kadar defalarca dönen bir madeni para durumunu incelemişti. Matematiksel modeli, madeni paranın yeterince hızlı dönmesi ve yeterince uzun süre havada kalması şartıyla, yalnızca başlangıç koşullarındaki küçük bir değişkenliğin, yazı ve tura oranlarının eşit olmasına yol açtığını gösterdi. Yani, yazı gelme olasılığı beklenen değer olan 1/2'ye çok yakındır ve tura gelme olasılığı da öyle. Üstelik, bu rakamlar, her seferinde yazı üstte olacak şekilde veya tura üstte olacak şekilde başlasanız bile geçerlidir. Bu nedenle gerçekten güçlü bir fırlatma, madeni paranın Keller modelinin varsaydığı özel şekilde dönmesi koşuluyla, iyi bir rastgeleleştirme işi görür.

Diğer uçta, aynı derecede güçlü, ancak bozuk paranın plakçalardaki gibi dikey bir eksen etrafında dönmesini sağlayan bir fırlatma hayal edebiliriz. Madeni para yükselir, tekrar aşağı iner, ancak asla ters dönmez, bu nedenle her zaman elden nasıl çıktıysa aynı o şekilde iner. Ne yatay ne de dikey olan bir dönüş ekseniyle gerçekçi bir yazı tura atışı arada bir yerdedir. Hile yapmıyorsanız, muhtemelen yataya yakındır.

Atışa her zaman yazı üstteyken başladığımızı varsayalım. Diaconis'in ekibi, madeni paranın Keller'in varsayımlarına *tam*

---

1 Persi Diaconis, Susan Holmes ve Richard Montgomery. Dynamical bias in the coin toss, *SIAM Review* 49 (2007) 211–235.

olarak uymadığı ve tam olarak yatay bir eksen etrafında dönmediği sürece (ki bu pratikte imkansızdır), atışların yarısından fazlasında yazı geleceğini gösterdi. İnsanların olağan şekilde yazı tura attığı deneylerde, atışların yaklaşık %51'inde tura, %49'unda yazı gelmektedir.

"Adil" paraların adil olmadığı konusunda fazla endişelenmeden önce, diğer üç faktörü de hesaba katmalıyız. İnsanlar, bir makineyle aynı hassasiyette yazı tura atamazlar. Daha da önemlisi, insanlar her zaman yazı üstte olacak şekilde başlamazlar. Rastgele yazı veya tura üstte olacak şekilde başlarlar. Bu, yazı veya tura gelme olasılıklarını eşitler, dolayısıyla sonuç yarı yarıya (çok yakın) olur. Eşit olasılıkları yaratan *atış* değil; parayı fırlatan kişinin, parayı atmadan önce başparmağının üzerine koyduğunda yaptığı bilinçsiz rastgeleleştirmedir. Hafif bir avantaj elde etmek istiyorsanız, gerçekten iyi olana kadar hassas atış alıştırması yapabilir ve madeni parayı her zaman gelmesini istediğiniz şekilde başlatabilirsiniz. Olağan prosedür, başka bir rastgelelik unsuru ekleyerek bu olasılığı kesin olarak önler; bir kişi madeni parayı havaya atar ve diğeri madeni para havadayken "yazı" veya "tura" der. Fırlatan kişi, diğerinin ne söyleyeceğini önceden bilmediğinden, paranın hangi yüzü üstte olacak şekilde başlatacağını seçerek şansı etkileyemez.

Zar atmak, olası daha fazla sonuçlarla daha karmaşıktır. Ancak durumu aynı şekilde incelemek mantıklı görünüyor. Bir zar attığınızda, hangi yüzün üstte çıkacağını belirleyen en önemli faktör nedir?

Birçok olasılık var. Havada ne kadar hızlı dönüyor? Kaç kez zıplıyor? 2012'de Marcin Kapitaniak ve meslektaşları, hava direnci ve sürtünme gibi faktörler de dahil olmak üzere atılan zarın ayrıntılı matematiksel bir modelini geliştirdiler.[2] Zarı keskin köşeleri olan mükemmel bir matematiksel küp olarak modellediler. Modeli test etmek için yüksek hızlı zar atma filmleri çektiler. Yukarıdaki faktörlerin hiçbirinin çok daha basit bir

[2] M. Kapitaniak, J. Strzalko, J. Grabski ve T. Kapitaniak. The three-dimensional dynamics of the die throw, *Chaos 22* (2012) 047504.

şey olan zarın ilk konumu kadar önemli olmadığı ortaya çıktı. Zarı 1 rakamı yukarıda olacak şekilde tutarsanız, 1 diğer olasılıklardan biraz daha sık gelir. Simetri nedeniyle aynı şey diğer rakamlar için de geçerlidir.

Geleneksel "adil zar" varsayımı, her yüzün 1/6 = 0,167 atılma olasılığına sahip olduğunu söyler. Teorik model, masanın yumuşak olduğu ve zarın sıçramadığı aşırı bir durumda, başlangıçta en üstteki yüzün 0,558 –çok daha büyük– olasılıkla en üstte geldiğini gösteriyor. Dört veya beş sıçramanın olduğu daha gerçekçi varsayımla, bu 0,199 olur; yine de önemli ölçüde daha büyük. Yalnızca zar çok hızlı döndüğünde veya yaklaşık yirmi kez sektiğinde, tahmin edilen olasılık 0,167'ye yaklaşır. Zarları çok hassas bir hız, yön ve başlangıç pozisyonuyla atmak için özel bir mekanik cihaz kullanan deneyler benzer davranış göstermiştir.

5

ÇOK FAZLA BİLGİ

Makul bir olasılık tek kesinliktir.
Edgar Watson Howe, *Sinner Sermons*

Cardano'nun *Liber de Ludo Aleae*'si, gizlice Pandora'nın kutusunun içine bakmıştı. Bernoulli'nin *Ars conjectandi*'si ise kapağı havaya uçurdu. Olasılık teorisi, kumardaki kullanımları göz önüne alındığında, kelimenin tam anlamıyla bir çığır açıcıydı, ancak tesadüfi olayların olasılığını değerlendirmek için radikal çıkarımlarının anlaşılması uzun zaman aldı. Kabaca olasılık teorisinin uygulamalı dalı olarak tanımlanabilen istatistik, sahneye çok daha yakın zamanda çıktı. Bazı önemli "tarih öncesi gelişmeler" 1750 civarında meydana geldi. İlk büyük atılım 1805'te gerçekleşti.

İstatistik, astronomi ve sosyoloji gibi çok farklı iki alanda ortaya çıktı. Ortak özellikleri, kusurlu veya eksik gözlem verilerinden faydalı bilgiler çıkarma problemiydi. Astronomlar gezegenlerin, kuyruklu yıldızların ve benzeri cisimlerin yörüngelerini bulmak istediler. Sonuçlar, göksel olayların matematiksel açıklamalarını test etmelerine izin verdi, ancak özellikle denizde navigasyon için potansiyel pratik sonuçları da vardı. Sosyal uygulamalar, 1820'lerin sonlarında Adolphe Quetelet'in çalışmasıyla biraz daha sonra geldi.

Bir bağlantı vardı: Quetelet, Brüksel'deki Kraliyet Gözlemevinde bir astronom ve meteorologdu. Ama aynı zamanda Belçika istatistik bürosunun bölgesel temsilcisi olarak da görev yapıyordu ve bilimsel şöhretini sağlayan da buydu. Quetelet, kendisine adanmış bir bölümü hak ediyor ve onun fikirlerini

Bölüm 7'de anlatacağım. Şimdi istatistiğin astronomik kökenlerine odaklanacağım, konunun temelleri o kadar sağlam bir şekilde atılmış ki ortaya çıkan yöntemlerden bazıları bugün hâlâ kullanılmaktadır.

18. ve 19. yüzyıllarda, astronominin ana odak noktası Ay ve gezegenlerin hareketiydi, daha sonra kuyruklu yıldızlara ve asteroitlere kadar genişledi. Astronomlar, Newton'ın kütleçekim teorisi sayesinde, birçok yörünge hareketinin çok doğru matematiksel modellerini yazabildiler. Asıl bilimsel problem, bu modelleri gözlemlerle karşılaştırmaktı. Verileri, on yıllar geçtikçe ve enstrümanlar daha da geliştikçe hassasiyetleri artan teleskoplar kullanılarak elde edilmişti. Ancak yıldızların ve gezegenlerin konumlarını tam bir doğrulukla ölçmek imkânsızdı, bu nedenle tüm gözlemlerde kontrol edilemez hatalar vardı. Sıcaklıktaki değişiklikler enstrümanları etkiliyordu. Dünyanın sürekli değişen atmosferi tarafından ışığın kırılması, gezegenlerin görüntülerinin titremesine neden oluyordu. Çeşitli ölçekleri ve göstergeleri hareket ettirmek için kullanılan vidaların dişleri biraz kusurluydu ve onları hareket ettirmek için kolları döndürdüğünüzde, bir anlığına takılıp kalabiliyorlardı. Aynı gözlemi aynı enstrümanla tekrarlarsanız, genellikle biraz farklı bir sonuç alırdınız.

Enstrümanların mühendisliği geliştikçe aynı sorunlar devam etti, çünkü astronomlar her zaman bilginin sınırlarını zorluyorlardı. Daha iyi teoriler, gözlemlerin her zamankinden daha kesin ve daha doğru olmasını gerektiriyordu. Bir özelliğin, aynı gök cismi üzerinde birçok gözlem yapabilme yeteneklerinin astronomların lehine işlemesi gerekiyordu. Ne yazık ki, zamanın matematiksel teknikleri buna uygun değildi; *çok* fazla verinin çözdüğünden daha fazla soruna neden olduğu görülüyordu. Aslında matematikçilerin doğru bildikleri şeyin yanıltıcı olduğu ortaya çıkmıştı; yöntemleri yanlış problemi çözüyordu. Astronomlar gibi onlar da yeni yöntemler bularak işin üstesinden geldiler, ancak yeni fikirlerin özümsenmesi biraz zaman aldı.

Matematikçileri yanıltan iki ana teknik, cebirsel denklemlerin çözümü ve hataların analiziydi, her ikisi de o zamanlar iyi

bilinmekteydi. Okulda hepimiz "eşzamanlı denklemleri" nasıl çözeceğimizi öğreniriz, örneğin:

$2x - y = 3 \qquad 3x + y = 7$

cevap $x = 2$, $y = 1$ dir. x ve y'nin değerlerini saptamak için iki denklem gerekir, çünkü bir denklem sadece onları birbiriyle ilişkilendirir. Üç bilinmeyenle, tek bir cevap elde etmek için üç denklem gereklidir. Bilinmeyenlerle aynı sayıda denkleme ihtiyacımız vardır. (Birbiriyle çelişen denklem çiftlerini elemek için bazı teknik koşullar da vardır ve x^2 veya xy gibi terimlerin olmadığı "doğrusal" denklemlerden bahsediyorum ama bunlara girmeyelim.)

Cebirin en kötü özelliği, bilinmeyenlerden *daha fazla* denkleminiz olduğunda, genellikle bir çözüm olmamasıdır. Buna jargonda, bilinmeyenlerin "aşırı belirlenmiş" olması denir; onlar hakkında size çok fazla şey söylenmiştir ve size söylenenler çelişkilidir. Örneğin, yukarıdaki hesapta $x + y = 4$'e de ihtiyacımız varsa, başımız belaya girer, çünkü diğer iki denklem zaten $x = 2$ ve $y = 1$ olduğunu söylüyor, yani $x + y = 3$. Oops. Fazladan bir denklemin sorun yaratmamasının tek yolu, ilk ikisinin bir sonucu olmasıdır. Üçüncü denklem aslında $x + y = 3$ veya eşdeğeri $2x + 2y = 6$ gibi bir şey olsaydı sorun olmazdı, ancak toplam başka bir şey olursa olmaz. Tabii ki, ekstra denklem ilk etapta böyle seçilmedikçe bu olası değildir.

Hata analizi, örneğin $3x + y$ gibi tek bir formüle odaklanır. $x = 2$ ve $y = 1$ olduğunu biliyorsak, o zaman ifade 7'ye eşittir. Ancak tüm bildiğimizin x'in 1,5 ile 2,5 arasında, y'nin ise 0,5 ile 1,5 arasında olduğunu varsayalım. $3x + y$ hakkında ne söyleyebiliriz? Bu durumda, x ve y için en büyük olasılıkları kullandığımızda en büyük değer ortaya çıkar;

$3 \times 2{,}5 + 1{,}5 = 9$

Benzer şekilde, x ve y için en küçük olasılıkları kullandığımızda en küçük değer ortaya çıkar;

$3 \times 1{,}5 + 0{,}5 = 5$

Dolayısıyla $3x + y$ nin 7 ± 2 aralığında olduğunu biliyoruz. (Burada ± "artı veya eksi" anlamına gelir ve olası değerler 7 – 2 ile 7 + 2 arasındadır.) Aslında, bu sonucu sadece en büyük ve en küçük *hataları* birleştirerek daha basit bir şekilde elde edebiliriz:

$3 \times 0{,}5 + 0{,}5 = 2$ $\qquad$ $3 \times (-0{,}5) - 0{,}5 = -2$

18. yüzyılın matematikçileri, sayılar çarpılırken veya bölünürken yapılan hatalar için daha karmaşık formülleri ve negatif sayıların tahminleri nasıl etkilediği de dahil olmak üzere tüm bunları biliyorlardı. Formüller, dönemin en güçlü matematik teorisi olan kalkülüs kullanılarak türetilmişti. Tüm bu çalışmalardan aldıkları mesaj, hataları olan birkaç sayıyı birleştirdiğinizde sonuçtaki hataların daha da kötüleştiğidir. Burada, örneğin x ve y'deki ± 0,5'lik hatalar, örneğin $3x + y$'de ± 2'lik hatalara yol açar.

8 bilinmeyenli 75 denklemle karşı karşıya kalan, dönemin önde gelen bir matematikçisi olduğunuzu hayal edin. Bu problem hakkında ilk "bildiğiniz" şey ne olurdu?

Başınızın büyük bir belada olduğunu bilirdiniz. Sekiz bilinmeyeni bulmak için gerekenden 67 tane daha fazla denklem var. Sadece sekiz denklemi çözüp cevapların (mucizevi bir şekilde) diğer 67'ye uyup uymadığını hızlıca kontrol edebilirsiniz. Son derece doğru gözlemler (eğer teorik formül doğruysa) birbiriyle tutarlı olurlardı, ancak bu sayılar gözlemlere aitti ve kaçınılmaz olarak hataları olacaktır. Gerçekten de aklımdaki durumda, ilk sekiz denklemin cevapları diğer 67 denklemle uyuşmuyordu. Yaklaşmış olabilirler ama bu yeterince iyi değildi. Her durumda, 75 denklemden 8'ini seçmenin yaklaşık 17 milyar yolu vardır: Hangisini seçmelisiniz?

Sayılarını azaltmak için denklemleri birleştirmek olası bir taktik olabilir; ancak geleneksel bilgelik, denklemleri birleştirmenin hataları *artırdığı* yönündeydi.

Bu senaryo gerçekten yaşandı. Matematikçi, tüm zamanların en iyilerinden biri olan Leonhard Euler'di. 1748'de Fransız Bilimler Akademisi, matematikte yıllık ödül problemini açıkladı. İki yıl önce, kendi adını taşıyan kuyruklu yıldızla ünlü olan astronom Edmond Halley, Jüpiter ve Satürn'ün birbirle-

rinin yörüngelerinde, birinin yokluğunda bekleyeceğiniz şeye kıyasla, dönüşümlü olarak biraz hızlanmalarına veya yavaşlamalarına neden olduğunu fark etmişti. Ödül konusu, bu etkiyi açıklamak için kütleçekim yasasını kullanmaktı. Euler, sık sık yaptığı gibi yarışmaya katıldı ve sonuçlarını 123 sayfalık bir raporda sundu. Ana teorik sonucu, iki cismin yörüngeleriyle ilişkili sekiz "yörünge elemanını" birleştiren bir denklemdi. Teorisini gözlemlerle karşılaştırmak için bu yörünge elemanlarının değerlerini bulması gerekiyordu. Yeterince gözlem verisi vardı; astronomi arşivlerinde 1652 ile 1745 arasında elde edilen 75 tane buldu.

Yani, 8 bilinmeyenli 75 denklem; büyük ölçüde aşırı belirlenmiş. Peki Euler ne yaptı?

Oldukça emin olduğu iki bilinmeyenin değerlerini elde etmek için denklemlerle oynayarak başladı. Bunu, verilerin her 59 yılda bir oldukça yakından tekrar etme eğiliminde olduğunu fark ederek başardı. Yani 1673 ve 1732 (59 yıl arayla) yıllarına ait denklemler çok benzer görünüyordu ve birini diğerinden çıkardığında geriye sadece iki önemli bilinmeyen kaldı. Aynı şey, 1585 ve 1703 (118 yıl arayla: iki kez 59) verileriyle de oldu ve aynı iki bilinmeyen kaldı. İki denklem, iki bilinmeyen; burada sorun yok. İki denklemi çözerek bu iki bilinmeyeni çıkardı.

Artık elinde sadece 6 bilinmeyenle aynı 75 denklem vardı; ama aksine problem daha da kötü hale gelmişti: denklemler daha da fazla belirlenmişti. Aynı numarayı verilerin geri kalanında da denedi, ancak bilinmeyenlerin çoğunun yok olduğu herhangi bir kombinasyon bulamadı. Umutsuzca şunları yazdı: "Bu denklemlerden hiçbir şey çıkaramayız ve belki de nedeni, birkaç gözlemi tam olarak sağlamaya çalışırken yalnızca yaklaşık olarak sağlamış olmamdır ve *bu hata daha sonra kendini arttırmıştır* [italikler bana ait]." Bu noktada Euler, hata analizinden çok iyi bilinen bir gerçeğe açıkça atıfta bulunuyordu: Denklemleri birleştirmek hataları büyütür.

Ondan sonra, oldukça etkisiz şekilde bir şeyler yapmaya çalıştı ve pek fazla bir şey başaramadı. İstatistikçi ve tarih-

çi Stephen Stigler[1] şunu belirtiyor: "Euler ... el yordamıyla çözümler aramaya zorlanmıştı" ve sonra Euler'in bilinçsizce arayışını astronom Johann Tobias Mayer tarafından 1750'de gerçekleştirilen analizle karşılaştırıyor. Ayın her zaman Dünyaya aynı yüzünü gösterdiğini söyleriz, bu hafif bir basitleştirmedir. Uzak tarafın çoğu her zaman gizli kalır, ancak aslında çeşitli fenomenler, gördüğümüz kısmın hafifçe titreşmesine neden olur. Bu titreşmelere *salınım* denir ve Mayer'i ilgilendiren de buydu.

Mayer, 1748-49'da kabaca bir yıl boyunca, ay yüzeyinin bir dizi özelliğinin, özellikle krater Manilius'un konumlarını gözlemledi. 1750 tarihli bir makalesinde, üç bilinmeyenli bir formül yazarak ve verilerini hesaplamak için kullanarak Ay'ın yörüngesinin birkaç özelliğini çıkardı. Euler'i afallatmış olan aynı problemle karşı karşıya kaldı, çünkü 27 günlük gözlemler yapmıştı: 3 bilinmeyenli 27 denklem. Bu durumu çok farklı şekilde ele aldı. Verilerini dokuz gözlemden oluşan üç gruba ayırdı ve her gruba karşılık gelen birleşik bir denklem elde etmek için grup içindeki tüm denklemleri bir araya topladı. Böylece aşırı belirlenmemiş üç bilinmeyenli üç denklem elde etti ve onları olağan bir şekilde çözdü.

Bu prosedür biraz gelişigüzel görünüyor; üç grubu nasıl seçersiniz? Mayer, oldukça benzer görünen denklemleri bir araya getirmeye dayalı sistematik bir yöntem kullanmıştı. Pragmatik fakat mantıklıydı. Bu tür işlerde büyük bir problem olan sayısal dengesizlikten kaçınmıştı. Birbirine çok benzeyen çok sayıda denklem çözerseniz, kendinizi büyük sayıları küçük sayılara bölerken bulursunuz ve bu da olası hataların oldukça büyük olmasına neden olur. Bunun farkındaydı, çünkü şöyle diyor: "[Grup seçiminin] avantajı, bu üç toplam arasındaki farkların mümkün olduğu kadar büyük olmasıdır. Bu farklılıklar ne kadar büyükse, bilinmeyen değerler o kadar doğru bir şekilde belirlenebilir." Mayer'in yöntemi o kadar mantıklı görünüyor ki, ne kadar

[1] Stephen M. Stigler, *The History of Statistics*, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1986, sayfa 28.

devrimci olduğunu takdir edememiş olabiliriz. Daha önce kimse böyle bir şey yapmamıştı.

Şimdi sıkı durun; dokuz denklemi bir araya getirmek hataları kesinlikle *büyütür mü*? Hatalar her denklem için hemen hemen aynıysa, bu prosedürle genel hata 9 kat büyük olmaz mı? Mayer kesinlikle böyle düşünmüyordu. "Dokuz kat daha fazla gözlemden türetilen değerler... dokuz kat daha doğrudur" diye savundu. Yani olası hata 9 kat *küçük* olur, büyük değil.

Bir hata mı yapmıştı? Yoksa klasik hata analizi mi yanlıştı?

Cevap: Her ikisinden de biraz. Buradaki istatistiksel nokta, o zamanlar uygulandığı gibi hata analizinin, tüm tekil hataların olası en büyük toplamı vermek üzere bir araya geldiği *en kötü durum* sonuçlarına odaklanmasıdır. Ancak bu (doğru bir şekilde) yanlış problemi çözer. Astronomların ihtiyaç duyduğu şey, *tipik* veya *en olası* genel hataydı ve bu genellikle bir dereceye kadar birbirini yok eden zıt işaretli hataları içeriyordu. Örneğin, her biri 5 ± 1 değerini alan on gözleminiz varsa, her gözlem ya 4 ya da 6'dır. Bunların toplamları 40 ile 60 arasında bir değerdir, 50 olan doğru toplama kıyasla 10'luk bir hata. Bununla birlikte, pratikte, gözlemlerin yaklaşık yarısı 4 ve diğer yarısı 6 olacaktır. Eğer tam olarak yarı yarıyaysa, toplam yine 50'dir. Mesela altı tane 4 ve dört tane 6 ise, toplam 48'dir, ki fena değil. Tüm tekil hatalar %20 oranında yanlışken, toplam yalnızca %4 oranında yanlıştır.

Mayer'in fikri doğruydu, ancak bir teknik ayrıntıda yanılmıştı; dokuz kat daha fazla gözlemin hatayı 9'a böldüğü iddiası. Daha sonraki istatistikçiler 3'e bölmemiz gerektiğini keşfettiler, 9'un *karekökü* (biraz sonra göreceğiz). Ama doğru yoldaydı.

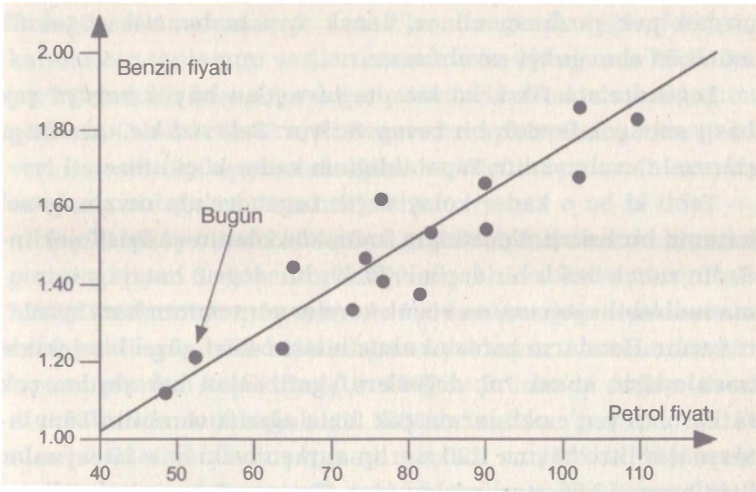
Mayer'in aşırı belirlenmiş denklemlerle başa çıkma yöntemi, Euler'inkinden (ki aslında bir yöntem olarak sayılmaz) daha sistematikti ve gözlemleri doğru şekilde birleştirmenin hassasiyeti artırabileceğine, kötüleştirmeyeceğine, dair temel kavrayışı içeriyordu. Nihai tekniği, 1805'te *Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des comètes* (Kuyruklu Yıldızların Yörüngelerini Belirlemek İçin Yeni Yöntemler) adlı kısa bir kitap yayınlayan Adrien Marie Legendre'ye borçluyuz. Legendre soru-

nu farklı bir şekilde dile getirdi; aşırı belirlenmiş bir doğrusal denklemler sistemi verildiğinde, bilinmeyenlerin hangi değerleri bu denklemleri *en az genel hatayla* sağlar?

Bu yaklaşım oyunu tamamen değiştirir, çünkü hatanın yeterince büyük olmasına izin verirseniz her zaman bir çözüm bulabilirsiniz. Hatalar tamamen ortadan kaldırılamaz, ancak kilit soru şudur: Ne kadar yaklaşabilirsiniz? Zamanın matematikçileri buna nasıl cevap vereceklerini biliyorlardı; bunu kalkülüs veya hatta sadece cebirle yapabilirsiniz. Ama önce fazladan bir bileşene, toplam hata tanımına ihtiyacınız var. Legendre'nin ilk fikri, tekil hataları bir araya toplamaktı, ancak bu pek işe yaramadı. Cevap 5 olmalıysa ve iki farklı durumda 4 ve 6 elde ederseniz, tekil hatalar toplamı sıfır olan –1 ve +1'dir. Ters yönlerdeki hatalar birbirini yok eder. Bunu önlemek için Legendre'nin tüm hataları pozitif sayılara çevirmesi gerekiyordu.

Bunu yapmanın bir yolu, negatiflerin işaretini tersine çevirerek hataları mutlak değerleriyle değiştirmektir. Ne yazık ki bu formülasyon, düzgün bir cevabı olmayan karmaşık cebire yol açar (neyse ki bugün bilgisayar kullanarak halledebiliyoruz). Bunun yerine, tüm hataların *karesini* aldı ve sonra onları topladı. Pozitif veya negatif bir sayının karesi her zaman pozitiftir ve kareler çözülebilir cebire yol açar. Hataların karelerinin toplamını en aza indirmek kolay bir problemdir ve çözüm için basit bir formül vardır. Legendre, bu tekniği (Fransızca) *en küçük kareler yöntemi* olarak adlandırdı ve bunun "gerçeğe en çok yaklaşan sistemin durumunu ortaya çıkarmak için uygun" olduğunu söyledi.

Sadece iki değişkeni düşündüğümüzde matematiksel olarak aynı olan yaygın bir uygulama, bu değişkenlerle ilgili bir dizi sayısal veriye bir doğru uydurmaktır. Örneğin, petrol fiyatı ile benzin fiyatı arasında nasıl bir ilişki vardır? Mesela bugünkü fiyatlar petrol için varil başına 52,36 dolar ve benzin için litre başına 1,21 sterlindir. Bu size koordinatları (52,36 ; 1,21) olan bir veri noktası verir. Birkaç gün boyunca birkaç benzin istasyonunu ziyaret ederseniz böyle 20 çift elde edersiniz. (Gerçek uygulamalarda, yüzlerce, hatta milyonlarca olabilir.) Petrol fi-



Şekil 5. Petrol fiyatına karşı benzin fiyatına ilişkin varsayımsal veriler. Noktalar: veri. Doğru: uydurulmuş doğrusal ilişki.

yatından gelecekteki benzin fiyatını tahmin etmek istediğinizi varsayalım. Petrol fiyatını yatay eksende ve benzin fiyatını dikey eksende çizerek bir noktalar dağılımı elde edersiniz. Bu resimde bile genel bir eğilim görebilirsiniz; beklendiği gibi, petrol fiyatı ne kadar yüksekse, benzin fiyatı da o kadar yüksektir. (Ancak, bazen petrol düşer ama benzin aynı kalır veya yükselir. Tecrübelerime göre petrol yükseldiğinde benzin asla düşmez. Petrol fiyatındaki artışlar hemen tüketiciye yansır; düşüşlerin pompaya yansıması çok daha uzun sürer.)

Legendre'nin matematiğiyle daha iyisini yapabiliriz. Nokta bulutunun içinden geçen ve onlara mümkün olduğunca yaklaşan, hataların karelerinin toplamının mümkün olduğu kadar küçük olması anlamında, düz doğruyu bulabiliriz. Bu doğrunun denklemi bize benzin fiyatını petrol fiyatından nasıl tahmin edeceğimizi söyler. Örneğin, petrol fiyatının (varil başına dolar olarak) 0,012 ile çarpılıp 0,56 eklenmesiyle benzin fiyatının (litre başına libre olarak) en iyi şekilde tahmin edilebileceğini söyleyebilir. Mükemmel olmayacak, ancak hatayı mümkün olduğunca küçük yapacaktır. Daha fazla değişkenle bir diyagram

çizmek pek yardımcı olmaz, ancak aynı matematiksel teknik mümkün olan en iyi cevabı verir.

Legendre'nin fikri, bu kitapta tartışılan büyük soruya çok basit ama çok faydalı bir cevap veriyor: *Belirsizlikle nasıl başa çıkarız*? Cevabı şudur: Yapabildiğiniz kadar küçültün.

Tabii ki bu o kadar kolay değil. Legendre'nin cevabı, genel hatanın bu belirli ölçüsü için "mümkün olanın en iyisi" şeklindedir, ancak farklı bir seçimle farklı bir doğru, hatayı minimuma indirebilir. Ayrıca, en küçük kareler yönteminin bazı hataları vardır. Hataların karesini alma hilesi cebiri güzel bir şekilde basitleştirir, ancak "uç değerlere," geri kalan her şeyden çok farklı olan veri noktalarına çok fazla ağırlık verebilir. Tüm istasyonlar litre başına 1,20 sterlin alırken belki bazı istasyonlar litre başına 2,50 sterlin alıyordur. Hatanın karesini almak, istasyonun yaptığından çok daha fazla kazıklamasını sağlayarak tüm formülü bozar. Pragmatik bir çözüm, uç değerleri ortadan kaldırmaktır. Ancak bazen bilimde veya ekonomide uç değerler önemlidir. Onları atarsanız, asıl noktayı kaçırırsınız. Herkesle ilgili tüm verileri çöpe atarsanız, dünyadaki herkesin bir milyarder olduğunu kanıtlayabilirsiniz.

Ayrıca, verileri çöpe atmanıza izin veriliyorsa, kanıtlamak üzere yola çıktığınız şeyle çelişen tüm gözlemleri kaldırabilirsiniz. Birçok bilimsel dergi artık herhangi bir yayınla ilgili *tüm* deneysel verilerin çevrimiçi olarak erişilebilir olmasını şart koşuyor, böylece herkes herhangi bir hile olup olmadığını kontrol edebilir. Pek bir şey beklediklerinden değil ama dürüst görünmek iyi bir uygulama. Ve bazen bilim insanları hile yapar, bu yüzden sahtekarlığı önlemeye yardımcı olur.

Legendre'nin en küçük kareler yöntemi, veriler arasındaki ilişkilerin istatistiksel analizinde son söz değildir. Ama iyi bir ilk sözdü; aşırı belirlenmiş denklemlerden anlamlı sonuçlar çıkarmak için ilk gerçek sistematik yöntem. Daha sonraki genellemeler, daha fazla değişkene izin vererek, doğrular yerine çok boyutlu "hiper düzlemleri" verilere uydurur. Aşağıdaki anlamda daha az değişkenle de çalışabiliriz. Bir veri kümesi verildiğinde, en küçük kareler anlamında en uygun tek değer hangisidir?

Örneğin, veri noktaları 2, 3 ve 7 ise, hangi tek değer, farkların karelerinin toplamını verilerden mümkün olduğunca küçük yapar? Çabuk bir hesap, bu değerin verilerin ortalaması olduğunu gösterir, (2 + 3 + 7) / 3 = 4.[2] Benzer hesaplamalar, herhangi bir veri listesine en uygun tahminin, en küçük kareler anlamında, ortalama olduğunu göstermektedir.

Şimdi hikâye, yeni bir konuya geçmek için zamanda bir adım geriye gidiyor. Sayılar büyüdüğünde, binom katsayılarını elle hesaplamak zordur, bu nedenle ilk öncüler doğru yaklaşımlar aradılar. Bugün hâlâ kullandığımız yaklaşım, Abraham de Moivre tarafından keşfedilmiştir. 1667'de Fransa'da doğdu, ancak dini zulümden kurtulmak için 1688'de İngiltere'ye kaçtı. 1711'de olasılık üzerine yayın yapmaya başladı ve 1718'de düşüncelerini *Doctrine of Chances*'te topladı. Bu aşamada Bernoulli'nin görüşlerini ekonomi ve politika gibi alanlara uygulamaktan ümidini kesmişti, çünkü deneme sayısı fazla olunca binom dağılımını hesaplamak zordur. Ancak kısa bir süre sonra, binom dağılımına daha kontrol edilebilir bir şeyle yaklaşarak ilerleme kaydetmeye başladı. İlk sonuçlarını 1730 tarihli *Miscellanea analytica*'sında yayınladı ve üç yıl sonra görevi tamamladı. 1738'de yeni fikirleri *Doctrine of Chances*'e dahil etti.

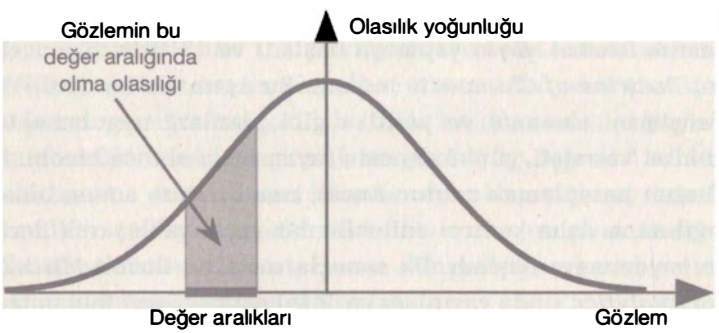
Ortadaki en büyük binom katsayısını tahmin ederek başladı ve kabaca $2^{n+1}/\sqrt{(2\pi n)}$ olduğunu keşfetti, buradaki n deneme sayısıdır. Daha sonra ortadan dışa doğru diğer binom katsayılarının değerlerini çıkarmaya çalıştı. 1733'te Bernoulli'nin binom dağılımını şimdi normal dağılım dediğimiz şeyle ilişkilendiren yaklaşık bir formül türetti. Hem olasılık teorisinin hem de istatistiğin gelişiminde önemli bir temeldi.

Normal dağılım, yaklaştığı binom dağılımı gibi ortasında tek bir tepe noktası olan zarif bir eğri oluşturur. Tepe nokta-

---

[2] $(x - 2)^2 + (x - 3)^2 + (x - 7)^2$ ini minimize etmek istiyoruz. x'in ikinci dereceden bir denklemidir bu ve x^2 nin katsayısı 3'tür, pozitif bir sayı, dolayısıyla bu denklemin tek bir minimumu vardır. Bu türevin sıfır olduğu yerde gerçekleşir, yani; $2(x - 2) + 2(x - 3) + 2(x - 7) = 0$. Böylece $x = (2 + 3 + 7) / 3$, yani ortalaması. Benzer bir hesap herhangi sonlu veri kümesinin ortalamasını verir.

sına göre simetriktir ve her iki tarafta da hızla azalarak sona erer, bu da toplam alanın sonlu olmasını, hatta 1'e eşit olmasını sağlar. Bu şekil belli belirsiz bir çan şekli gibidir, bu nedenle alternatif (modern) ismi "çan eğrisi"dir. Sürekli bir dağılımdır, yani herhangi bir gerçek sayıda (sonsuz ondalıkta) hesaplanabilir. Tüm sürekli dağılımlar gibi, normal dağılım da bize *belirli* bir ölçümün olasılığını söylemez. Bu sıfırdır. Bunun yerine, bize bir ölçümün belirli bir değer aralığına düşme olasılığını söyler. Bu olasılık, eğrinin ilgili aralık içinde kalan bölümünün altındaki alandır.



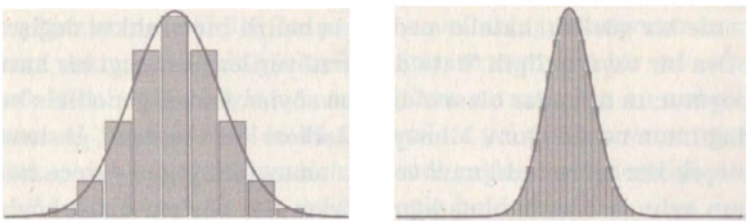
Şekil 6. Normal dağılım eğrisinin altında, belirli bir değer aralığı arasındaki alan, o aralıkta yer alan bir gözlemin olasılığıdır.

İstatistikçiler, ortalama ve standart sapmayı değiştirmek için eksenlerin "ölçeklendirildiği" tüm ilgili eğriler ailesini kullanmayı severler. Formül şu şekildedir

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$$

kısaca $N(\mu, \sigma^2)$ ile ifade edilir. Burada σ merkezi tepe noktasının konumunu veren orta noktadır (başka bir deyişle "ortalama"dır) ve σ eğrinin bir yayılma ölçüsü –merkez bölgesi ne kadar geniş– olan standart sapmadır. Ortalama bize normal dağılımla tutarlı verilerin ortalama değerini söyler ve standart sapma da

ortalama olarak orta nokta etrafında ne kadar büyük dalgalanmalar olduğunu söyler. (Standart sapmanın karesi, σ^2, varyans olarak adlandırılır ve bununla çalışmak bazen daha kolaydır.) π'yi içeren faktör toplam alanı 1'e eşitler. Bir olasılık probleminde belirmesi dikkat çekicidir çünkü π genellikle çemberlerle bağlantılı olarak tanımlanır ve çemberlerin normal dağılımla nasıl bir ilişkisi olduğu açık değildir. Bununla birlikte, bir çemberin çevresinin çapına oranıyla tam olarak aynı sayıdır.



Şekil 7. Sol: On deneme için binom dağılımına normal yaklaşım, Y ve T eşit derecede muhtemel. Sağ: Elli deneme için yaklaşıklık daha da yakındır.

De Moivre'nin bu terimlerle ifade edilen büyük keşfi, bir binom dağılımına ilişkin çubuk grafiğin, n çok sayıda deneme için, $\mu = n/2$ ve $\sigma^2 = n/4$ olan $N(\mu, \sigma^2)$ normal dağılımıyla aynı şekle sahip olmasıdır.[3] n küçük olduğunda bile, oldukça iyi bir yaklaşımdır. Soldaki şekil on deneme için ve sağdaki elli deneme için çubuk grafiği ve eğriyi gösterir.

Pierre-Simon de Laplace, astronomi ve olasılığa güçlü ilgi duyan başka bir matematikçiydi. 1799 ve 1825 yılları arasında beş cilt halinde yayınlanan başyapıtı ***Traité de mécanique céleste*** (Göksel Mekanik Üzerine İnceleme) zamanının çoğunu almıştı, ancak dördüncü cildin 1805'te yayınlanmasından sonra eski bir fikri ele aldı ve eserini tamamladı. 1810'da Fransız Bilimler Akademisine şimdi ***merkezi limit teoremi*** dediğimiz şeyi açıkladı. De Moivre'nin sonucunun bu geniş kapsamlı ge-

[3] $\sqrt{2/n\pi}\exp[-2(x-\frac{1}{2}n)^2/n]$, n atışta x tura gelme olasılığına bir yaklaşım olarak kabul edilmektedir.

nellemesi, istatistik ve olasılıkta normal dağılımın özel rolünü pekiştirdi. Laplace, de Moivre'nin gösterdiği gibi, yalnızca birçok denemedeki başarıların toplam sayısının değil, aynı olasılık dağılımından (*bu dağılım ne olursa olsun*) çizilen *herhangi* bir rastgele değişken dizisinin toplamının da normal bir dağılıma yaklaştığını kanıtladı. Aynısı, toplamın deneme sayısına bölümü olan ortalama için de geçerlidir, ancak yatay eksendeki ölçek buna göre ayarlanmalıdır.

Bunu biraz detaylandırayım. Astronomide veya başka bir yerde bir gözlem, hatalar nedeniyle belirli bir aralıkta değişebilen bir sayıdır. İlgili "hata dağılımı" verilen herhangi bir hata boyutunun ne kadar olası olduğunu söyler. Ancak, genellikle bu dağılımın ne olduğunu bilmeyiz. Merkezi limit teoremi, gözlemi birçok kez tekrarladığımız ve ortalamayı aldığımız sürece bunun aslında önemli olmadığını söyler. Her gözlem dizisi böyle bir ortalama verir. Tüm süreci birçok kez tekrar edersek, ortaya çıkan ortalamalar listesinin kendi olasılık dağılımı vardır. Laplace, bu dağılımın her zaman yaklaşık olarak normal olduğunu ve yeterli gözlemleri birleştirirsek yaklaşıklığın istediğimiz kadar iyi olduğunu kanıtladı. Bilinmeyen hata dağılımı, bu ortalamaların orta noktasını ve standart sapmasını etkiler, ancak genel örüntülerini etkilemez. Aslında, orta nokta aynı kalır ve standart sapma, her ortalamadaki gözlem sayısının kareköküne bölünür. Bu sayı ne kadar büyükse, ortalama gözlemler orta nokta etrafında o kadar sıkı bir şekilde kümelenir.

Bu, Mayer'in dokuz kat daha fazla gözlemi birleştirmenin hatayı 9'a böldüğü iddiasının neden yanlış olduğunu açıklıyor. Dokuz, karekökü olan 3 ile değiştirilmelidir.

Hemen hemen aynı zamanlarda, büyük Alman matematikçi Carl Friedrich Gauss, 1809 tarihli epik astronomi metni *Theoria motus corporum coelestium insectionibus conicis solum ambientium*'da (Gök Cisimlerinin Güneş Etrafında Konik Kesitlerdeki Hareketlerinin Teorisi) en küçük kareler yöntemini tartışırken aynı çan şeklindeki fonksiyonu kullandı. Verilerin en olası doğrusal modelini arayarak, en küçük kareleri motive etmek için olasılıkları kullandı. Belirli bir doğrunun ne kadar

olası olduğunu bulmak adına hata eğrisi –gözlemsel hataların olasılık dağılımı– için bir formüle ihtiyacı vardı. Bunu elde etmek için, birçok gözlemin ortalamasının gerçek değerin en iyi tahmini olduğunu varsaydı ve hata eğrisinin normal bir dağılım olduğu sonucuna vardı. Daha sonra, olasılığı maksimize etmenin standart en küçük kareler formülüne yol açtığını kanıtladı.

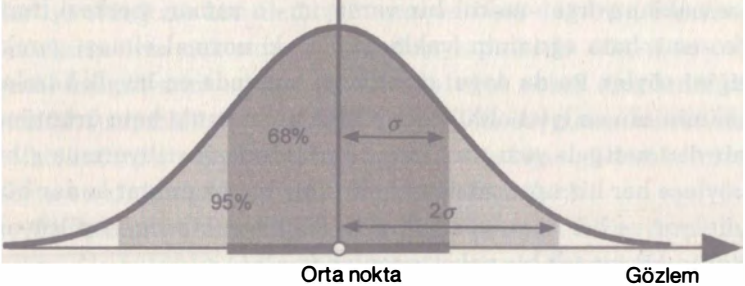
Bu, işe koyulmak için garip bir yoldu. Stigler, mantığın döngüsel olduğuna ve bir boşluk olduğuna dikkat çekiyor. Gauss, orta noktanın (en küçük karelerin özel bir durumunun) yalnızca hatalar normal dağılmışsa "en olası" olduğunu savunmuştu; orta nokta genellikle gözlemleri birleştirmenin iyi bir yolu olarak kabul edilir, böylece hata dağılımı normal olur, bu nedenle normal bir dağılımın en küçük karelere yol açtığını varsayarız. Gauss daha sonraki yayınlarda kendi yaklaşımını eleştirdi. Ancak sonucu Laplace için anında yankı buldu.

O ana kadar Laplace, merkezi limit teoreminin en uygun düz doğruları bulmakla herhangi bir bağlantısı olduğunu hayal bile etmemişti. Şimdi bunun Gauss'un yaklaşımını haklı çıkardığını fark etti. Gözlemsel hatalar birçok küçük hatanın birleşiminden kaynaklanıyorsa –makul bir varsayım– o zaman merkezi limit teoremi, hata eğrisinin (yaklaşık olarak) normal olması gerektiğini söyler. Bu da doğal olasılıksal anlamda en küçük kareler tahmininin en iyisi olduğu anlamına gelir. Sanki hata örüntüsü bir dizi rastgele yazı-tura atışı tarafından yönetiliyormuş gibi, böylece her bir tura, gözlemi belirli bir küçük miktar kadar büyütüyor ve her yazı, gözlemi aynı küçük miktarda küçültüyor. Bütün hikâye tek bir pakette toplandı.

4. Bölüm'de bir, iki ve üç zar atışlarının toplamına baktık. Bu dağılımların orta noktalarını ve standart sapmalarını hesaplayacağım. Orta nokta ortada. Bir zar için orta nokta, 3 ile 4 arasında, 3,5'te. İki zar için toplamın orta noktası 7'dir. 3 zar için 10 ile 11 arasında, 10,5'tedir. İki zarı atmayı, bir zarın iki gözlemi olarak düşünebiliriz. O zaman ortalama *gözlem* toplamın 2'ye bölünmesidir. 7'yi 2'ye bölersek, bir zarın orta noktası olan 3,5 elde ederiz. Aynı şey üç zar için de geçerli: 10,5'i 3'e bölersek yine 3,5 elde ederiz. Bu, belirli bir dağılımdan gözlemlerin orta-

lamasını almanın aynı orta noktaya yol açtığını gösterir. Standart sapmalar merkezi limit teoremine uygun olarak sırasıyla 1'den $1/\sqrt{2}$'ye ve $1/\sqrt{3}$'e oranlarla 1,71, 1,21 ve 0,99'dur.

Normal dağılım, olasılıksal bir sürecin iyi bir modeliyse, ölçümlerin herhangi belirli bir aralıkta olma olasılığını hesaplamamızı sağlar. Özellikle, bir gözlemin ortalamadan sabit bir miktar sapma olasılığını normal eğri altında karşılık gelen alanı hesaplayarak bulabiliriz. Eğrinin genişliği standart sapma gibi ölçeklendiği için, bu sonuçlar standart sapması ne olursa olsun herhangi bir normal dağılım için geçerli olan bir biçimde ifade edilebilir. Toplamlar, olasılığın kabaca %68'inin orta noktanın etrafında $\pm\sigma$ aralığında olduğunu ve %95'inin orta noktanın etrafında $\pm 2\sigma$ içinde olduğunu göstermektedir. Bu rakamlar, orta noktadan s'den daha fazla farklılık gösteren bir gözlem olasılığının yaklaşık %32 olduğu, ancak $2s$'lik bir farkın gözlemlerin sadece %5'inde meydana geldiği anlamına gelir. Fark büyüdükçe, olasılık çok hızlı bir şekilde azalır:



Şekil 8. Normal eğrinin orta noktası (veya ortalaması) ortadadır; standart sapma σ, gözlemlerin orta nokta etrafındaki yayılmasını ölçer. Orta noktanın etrafında σ aralığındaki olaylar, zamanın yaklaşık %68'inde meydana gelir; 2σ içindeki olaylar, zamanın yaklaşık %95'inde meydana gelir.

orta noktadan σ'dan fazla farklılık gösterme olasılığı %31,7'dir
orta noktadan 2σ'dan fazla farklılık gösterme olasılığı %4,5'dir
orta noktadan 3σ'dan fazla farklılık gösterme olasılığı %2,6'dır

orta noktadan 4σ'dan fazla farklılık gösterme olasılığı %0,006'dır
orta noktadan 5σ'dan fazla farklılık gösterme olasılığı %0,00006'dır
orta noktadan 6σ'dan fazla farklılık gösterme olasılığı %0,0000002'dir

Çoğu biyolojik ve tıbbi çalışmada, 2*s* seviyesi ilginç olarak kabul edilir ve 3*s* seviyesi belirleyicidir. Özellikle finans piyasaları, bir hisse senedinin fiyatının birkaç saniyede %10 düşmesi gibi bazı olayların, normal dağılıma göre zamanın sadece %0,006'sında gerçekleşmesi gerektiği anlamına gelen "dört sigma olayı" gibi ifadeler kullanarak ne kadar olası olmadığını karakterize eder. 13. Bölüm'de, normal dağılımın her zaman finansal veriler için uygun olmadığını göreceğiz, burada "kalın kuyruklar" ekstrem olayları normal bir dağılımın önerdiğinden çok daha yaygın hale getirebilir. Parçacık fiziğinde yeni bir temel parçacığın varlığı, milyonlarca parçacık çarpışmasından elde edilen istatistiksel kanıtların ortaya çıkarılmasına bağlıdır ve önemli bir yeni keşfin, istatistiksel bir tesadüf olma şansı 5*s* seviyesini geçene kadar yayınlanabilir olmadığı düşünülür, hatta basında duyurulmaya bile layık görülmez. Kabaca, parçacığın bariz bir şekilde tespitinin bir tesadüf olma olasılığı dolayısıyla milyonda birdir. 2012 yılındaki Higgs bozonunun keşfi, araştırmacılar incelenecek enerji aralığını daraltmak için 3*s* seviyesindeki ön sonuçları kullanmış olsalar da veriler 5*s* güven seviyesine ulaşana kadar açıklanmadı.

Olasılık tam olarak nedir? Şimdiye kadar oldukça belirsiz bir şekilde tanımladım: Bir olayın olasılığı, uzun vadede gerçekleştiği denemelerin oranıdır. Bu "sıklıkçı" (frekantalist) yorumun gerekçesi, Bernoulli'nin büyük sayılar yasasıdır. Bununla birlikte, herhangi belirli bir dizi denemede, bu oran dalgalanır ve çok nadiren olayın teorik olasılığına eşittir.

Olasılığı, deneme sayısı arttıkça, kalkülüs anlamında bu oranın limiti olarak tanımlamaya çalışabiliriz. Bir sayı dizisinin limiti (eğer mevcutsa), herhangi bir hata verildiğinde, ne kadar küçük olursa olsun, dizi boyunca yeterince ileri giderseniz dizideki sayıların limitten farkının bu hatadan daha az olacağı yegâne sayıdır. Sorun şu ki, çok nadiren, bir dizi deneme şöyle bir sonuç verebilir:

T T T T T T T T T T T T T T T T T T T T ...

her seferinde tura gelabilir. Veya çok daha fazla Y'nin hâkim olduğu bir T'ler dağılımı olabilir. Kabul, bu tür diziler olası değildir, ancak imkânsız da değiller. Şimdi: "olası değil" ile ne demek istiyoruz? Aslında çok küçük bir olasılık. Görünüşe göre doğru türde limiti tanımlamak için "olasılığı" tanımlamamız gerekiyor ve "olasılığı" tanımlamak için doğru türde limit tanımlamamız gerekiyor. Bu bir kısır döngü.

Sonunda matematikçiler, bu engeli aşmanın yolunun antik Yunan geometricisi Öklid'den bir numara ödünç almak olduğunu fark ettiler. Olasılıkların ne olduğu konusunda endişelenmeyi bırakın ne yaptıklarını yazın. Daha doğrusu, ne yapmalarını istediğinizi yazın; tüm bu önceki çalışmalardan ortaya çıkan genel ilkeleri. Bu ilkelere aksiyomlar denir ve diğer her şey onlardan çıkarılır. Ardından, olasılık teorisini gerçeğe uygulamak istiyorsanız, olasılıkların belirli bir şekilde dahil olduğu hipotezi oluşturursunuz. Bu varsayımın sonuçlarını çözmek için aksiyomatik teoriyi kullanırsınız; daha sonra hipotezin doğru olup olmadığını görmek için sonuçları deneyle karşılaştırırsınız. Bernoulli'nin anladığı gibi, büyük sayılar yasası, olasılıkları tahmin etmek için gözlemlenen frekansları kullanmayı doğrular.

Bir madeni paranın iki yüzü veya bir zarın altı yüzü gibi olayların sayısı sonlu olduğunda, olasılık için aksiyomlar kurmak oldukça kolaydır. A olayının olasılığına $P(A)$ dersek, ihtiyacımız olan temel özellikler pozitifliktir

$$P(A) \geq 0$$

evrensel kural

$$P(U) = 1$$

burada U evrensel olay "herhangi çıktı"dır ve toplama kuralı şu şekildedir

$$P(A \text{ veya } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ ve } B)$$

çünkü A ve B çakışabilir. Eğer çakışmıyorlarsa

$P(A \text{ veya } B) = P(A) + P(B)$

A veya A'nın-değili = U olduğundan kolayca olumsuzlama kuralını çıkarabiliriz

$P(A\text{'nın-değili}) = 1 - P(A)$

İki bağımsız A ve B olayı ardı ardına meydana geliyorsa, her ikisinin de olma olasılığını şu şekilde tanımlarız

$P(A \text{ ve sonra } B) = P(A)\,P(B)$

Daha sonra bu olasılığın yukarıdaki kuralları sağladığını kanıtlayabiliriz. Bu kuralların izini Cardano'ya kadar takip edebilirsiniz ve bunlar Bernoulli'de oldukça açıktır.

Bunların hepsi çok iyi, ancak de Moivre'nin parlak buluşu sayesinde kaçınılmaz olan sürekli olasılık dağılımlarının ortaya çıkışı, aksiyomları karmaşıklaştırıyor. Bu kaçınılmazdır, çünkü ölçümlerin tam sayılar olması gerekmez, dolayısıyla olasılık uygulamaları da sürekli dağılımlar gerektirir. Örneğin, iki yıldız arasındaki açı sürekli bir değişkendir ve 0° ile 180° arasında herhangi bir şey olabilir. Bunu ne kadar doğru ölçebilirseniz, sürekli bir dağılım o kadar önemli hale gelir.

Faydalı bir ipucu var. Normal dağılımı tartışırken, olasılıkların alanlar olarak temsil edildiğini söyledim. Bu nedenle, eğrinin altındaki toplam alanın 1 olduğu kuralını ortaya atarak alanların özelliklerini gerçekten aksiyomlaştırmalıyız. Sürekli dağılımlar için temel ekstra kural, toplama formülünün sonsuz sayıda olay için çalışmasıdır. A, B, C ve diğer olayların hiçbirinin çakışmadığı varsayımına göre:

$P(A \text{ veya } B \text{ veya } C \text{ veya } \ldots) = P(A) + P(B) + P(C) + \ldots$

Üç nokta (. . .) her iki tarafın da sonsuz olabileceğini belirtir; sağdaki toplam anlamlıdır (yakınsar) çünkü her terim pozitiftir ve toplam hiçbir zaman 1'i geçmez. Bu koşul, olasılıkları bulmak için kalkülüsü kullanmamıza izin verir.

"Alanı" aynı şekilde davranan herhangi bir niceliğe genellemek de yararlıdır. Üç boyutlu hacim buna bir örnektir. Bu yaklaşımın ana fikri, olasılıkların, bir olaylar uzayının ("ölçü-

lebilir" olarak adlandırılan) uygun alt kümelerine alana benzer bir şey atayan "ölçütlere" karşılık gelmesidir. Henri Lebesgue, 1901–2'de integrasyon teorisine ölçütler getirdi ve Rus matematikçi Andrei Kolmogorov, 1930'larda bunları, aşağıdaki gibi olasılık aksiyomlarını oluşturmak için kullandı. Bir *örnek uzayı* bir küme, *olaylar* adı verilen bir alt kümeler koleksiyonu ve olaylar üzerinde bir *P* ölçütü içerir. Aksiyomlar, *P*'nin bir ölçüt olduğunu ve tüm kümenin ölçütünün 1 olduğunu belirtir (yani, *bir şeyin* olma olasılığı 1'dir). Olay koleksiyonunun bir ölçütü desteklemesine izin veren bazı teknik küme-teorik özelliklere sahip olması gerekliliği dışında, ihtiyacınız olan tek şey budur. Tam olarak aynı kurgu sonlu kümeler için de geçerlidir, ancak sonsuzluklarla uğraşmanıza gerek yoktur. Kolmogorov'un aksiyomatik tanımı, birkaç yüzyıllık hararetli tartışmayı ortadan kaldırdı ve matematikçilere iyi tanımlanmış bir olasılık kavramı verdi.

Bir örnek uzayı için daha teknik bir terim olasılık uzayıdır. İstatistikte olasılık teorisini uyguladığımızda, olası gerçek olayların örnek uzayını Kolmogorov'un anlamında bir olasılık uzayı olarak modelleriz. Örneğin, bir popülasyondaki oğlanların kızlara oranını incelerken, gerçek örnek uzayı o popülasyondaki tüm çocuklardır. Bunu karşılaştırdığımız model, dört olaydan oluşan olasılık uzayıdır: boş küme, ∅ K, O ve evrensel küme {K, O}. Oğlanlar ve kızlar eşit orandaysa, olasılıklar $P(\emptyset) = 0$, $P(K) = P(O) = 1/2$, $(\{K,O\}) = 1$'dir.

Sadelik adına hem gerçek olaylara hem de teorik modellere atıfta bulunmak için "örnek uzayı" kullanacağım. Önemli olan, bir sonraki bölümdeki bulmacaların gösterdiği gibi, her iki anlamda da uygun bir örnek uzay seçtiğimizden emin olmaktır.

6

SAFSATALAR VE PARADOKSLAR

> Erkek çocuk sahibi olmayı şiddetle arzulayan, erkek çocuklarının doğumlarını baba olmayı umdukları ayda ancak kaygıyla öğrenebilen erkekler gördüm. Her ay sonunda erkek doğumların kız çocuklarına oranının aynı olması gerektiğini düşünerek, halihazırda doğmuş olan erkeklerin sonraki doğumların kız çocukları olacağını daha olası kılacağına karar verdiler.
>
> Pierre-Simon de Laplace, *A Philosophical Essay on Probabilities*

İnsanın olasılık sezgisi umutsuzdur.

Şans olaylarının olasılıkları hakkında hızlı bir tahmin yapmamız istendiğinde, genellikle meseleyi tamamen yanlış anlıyoruz. Profesyonel kumarbazların ve matematikçilerin yaptığı gibi kendimizi geliştirmek için eğitebiliriz, ancak bu zaman ve çaba gerektirir. Bir şeyin ne kadar olası olduğuna dair anlık bir yargıda bulunduğumuzda, muhtemelen yanlış anlamamışızdır.

Bölüm 2'de bunun, daha mantıklı bir yanıtın tehlikeli olabileceği durumlarda evrimin "hızlı ve kirli" yöntemleri tercih etmesinden kaynaklandığını öne sürmüştüm. Evrim, yanlış pozitifleri yanlış negatiflere tercih eder. Belli belirsiz kahverengi bir şeyin leopar ya da kaya olması arasında seçim yapıldığında, tek bir yanlış negatif bile ölümcül olabilir.

Klasik olasılık paradoksları (kendi içinde çelişkili mantıktan ziyade "sürpriz bir sonuç verme" anlamında) bu görüşü destekler. Doğum günü paradoksunu düşünün: İki kişinin aynı doğum gününe sahip olma ihtimalinin olmama ihtimalinden yüksek olması için bir odada en az kaç kişinin olması gerekir? Yılda 365

gün olduğunu (29 Şubat dahil değil) ve hepsinin eşit derecede olası olduğunu (ki bu tam olarak doğru değil, ama olsun) varsayalım. İnsanlar bu paradoksa daha önce rastlamadıysa, oldukça büyük sayılar söylerler: 100, belki ya da 180, kabaca 365'in yarısı olduğu gerekçesiyle. Doğru cevap 23'tür. Nedenini bilmek istiyorsanız, ispatını sayfanın sonundaki notta bulabilirsiniz.[1] Doğumların dağılımı düzgün değilse, cevap 23'ten küçük olabilir, ancak daha büyük olamaz.[2]

Şimdi insanların genellikle kafa karıştırıcı bulduğu başka bir bulmaca. Smith'lerin tam olarak iki çocuğu var ve en az biri kız. Sadelik adına, oğlanların ve kızların eşit derecede olası olduğunu (aslında oğlanlar biraz daha olasıdır, ancak bu bir bulmaca, demografi üzerine bilimsel bir makale değil) ve çocukların ya oğlan ya da kız olduğunu varsayalım (cinsiyet ve olağandışı kromozom sorunlarını göz ardı ediyoruz). Ayrıca çocukların cinsiyetlerinin bağımsız rastgele değişkenler olduğunu varsayın (çiftlerin çoğu için doğru ama hepsi için değil). Smith'lerin iki kızı olma olasılığı nedir? Hayır 1/2 değil. 1/3'tür.

Şimdi *büyük* çocuğun kız olduğunu varsayalım. İki kızları olma olasılığı nedir? Bu sefer gerçekten 1/2.

Son olarak, en az birinin Salı günü doğan bir kız olduğunu varsayalım. İki kızları olma olasılığı nedir? (Haftanın tüm gün-

---

1 Odaya birer birer giren insanları düşünün. k kişi girdikten sonra, hepsinin doğum günlerinin *farklı* olma olasılığı şu şekildedir:

$$\frac{365}{365} \times \frac{364}{365} \times \frac{363}{365} \times \cdots \times \frac{365 - k + 1}{365}$$

çünkü her yeni gelen, önceki k - 1 doğum günlerinden kaçınmak zorundadır. Bu 1 eksi en az bir ortak doğum günü olasılığıdır, bu nedenle bu ifadenin 1/2'den küçük olduğu en küçük k'yi arıyoruz. Cevabın k = 23 olduğu ortaya çıkar. Daha fazla ayrıntı için: https://en.wikipedia.org/wiki/Birthday_problem

2 Düzgün olmayan dağılımlar şurada tartışılmaktadır: M. Klamkin ve D. Newman. Extensions of the birthday surprise, *Journal of Combinatorial Theory* 3 (1967) 279-282.
Eşleşen iki doğum günü olasılığının düzgün bir dağılım için en az olduğuna dair bir kanıt şurada verilmiştir: D. Bloom. A birthday problem, *American Mathematical Monthly* 80 (1973) 1141–1142.

lerinin eşit derecede olası olduğunu varsayın, gerçekte doğru değil ama çok da uzak değil.) Bunu bir süre düşünmeniz için size bırakıyorum.

Bu bölümün geri kalanında, olasılıkta paradoksal sonuçların ve yanlış akıl yürütmenin diğer bazı örneklerini inceleyeceğiz. Bazı eski favorileri ve daha az bilinen bazı örnekleri ekledim. Ana amaçları, belirsizlik söz konusu olduğunda çok dikkatli düşünmemiz ve ani kararlar vermememiz gerektiği mesajını vurgulamaktır. Belirsizliklerle baş edebilmek için etkili yöntemler mevcut olsa bile, yanlış kullanıldığında bizi yanıltabileceklerinin farkında olmalıyız. Buradaki anahtar kavram, koşullu olasılık, kitapta sürekli karşımıza çıkan bir temadır.

İki alternatif arasında bir seçim yapmakla karşılaşıldığında genel bir hata, şansın eşit olduğu –yarı-yarıya– şeklindeki doğal kabul edilen insani varsayımı yapmaktır. Olayların "rastgele" olduğu konusunda kaygısızca konuşuruz, ancak bunun ne anlama geldiğini nadiren sorgularız. Bunu genellikle, gerçekleşmesi hem olası olan hem de olası olmayan şeylerle eşitleriz: yarı-yarıya oran. Adil bir bozuk para atmak gibi. Bu bölümün ikinci paragrafının sonunda, "muhtemelen yanlış anlamamışızdır" yazdığımda tam olarak bu varsayımı yaptım. Aslında, olası olan ve olmayan, nadiren eşit olasılıklarla ortaya çıkar. Cümledeki kelimelerin ne anlama geldiğini düşünürseniz, bu açıkça ortaya çıkıyor. "Muhtemel değil" düşük olasılık, "muhtemel" daha yüksek olasılık anlamına gelir. Yani standart ifademiz bile karışık.

Bu gelenekselleşmiş olasılık bulmacaları, yanlış anlamanın çok daha olası olabileceğini gösteriyor. 8. Bölümde kıt olasılık anlayışımız, bir mahkemede suçlu veya masum olduğuna karar vermek gibi, gerçekten önemli bir durumda bizi yanlış yola götürebilir.

İşte toplamları yapabileceğimiz net bir durum. Size bir masanın üzerinde duran iki kart gösterildiyse ve (gerçekten!) sadece birinin maça ası olduğu söylendiyse, maça asını seçme şansınızın 1/2 olduğu açıktır. Bu senaryo için doğru. Ancak çok benzer durumlarda, evrimin beynimize kazıdığı varsayılan yarı-yarıya varsayımı tamamen yanlıştır. Klasik örnek, olasılık te-

orisyenlerinin çok sevdiği Monty Hall problemidir. Bugünlerde neredeyse bir klişe haline gelmiştir, ancak bazı yönleri genellikle görmezden gelinir. Ek olarak, hedefimiz olan *koşullu* olasılığın mantık dışı bölgesine giden mükemmel bir yoldur. Bu, halihazırda gerçekleşmiş olan bir olay *göz önüne alındığında*, başka bir olayın meydana gelme olasılığıdır. Koşullu olasılıklar söz konusu olduğunda, evrimin beyinlerimizi donattığı kabul edilen varsayımların ne yazık ki yetersiz olduğunu söylemek adil olur.

Monty Hall, Amerikan TV yarışma programı *Let's Make a Deal*'ın orijinal sunucusuydu. 1975'te biyoistatistikçi Steve Selvin, programın stratejisinin bir versiyonu hakkında bir makale yayınladı; 1990'da Marilyn vos Savant'ın *Parade* dergisindeki köşesinde (büyük ölçüde yersiz bir tartışmanın ortasında) popüler hale geldi. Bulmaca şöyle devam ediyor. Size üç kapalı kapı sunuluyor. Birinin arkasında büyük ödül olan bir Ferrari var; diğer ikisinin arkasındaysa birer keçi. Bir kapı seçiyorsunuz; açıldığında, arkasında ne varsa sizin oluyor. Ancak (arabanın nerede olduğunu bilen) sunucu daha sonra arkasında keçi olduğunu *bildiği* diğer iki kapıdan birini açıyor ve size fikrinizi değiştirme fırsatı sunuyor. Ferrari'yi keçiye tercih ettiğinizi varsayarsak ne yapmalısınız?

Bu soru, modellemede olduğu kadar olasılık teorisinde de bir alıştırmadır. Çok şey sunucunun her zaman böyle bir seçenek sunup sunmadığına bağlıdır. En basit durumla başlayalım: Sunucu her zaman bu seçeneği sunuyor ve bunu herkes biliyor. Eğer öyleyse, kararınızı değiştirirseniz arabayı kazanma şansınızı ikiye katlarsınız.

Bu ifade, varsayılan yarı-yarıya beynimizle hemen çelişir. Şimdi iki kapıya bakıyorsunuz. Birinde keçi diğerinde araba var. Oranlar kesinlikle yarı-yarıya olmalıdır. Ancak öyle değil çünkü sunucunun yaptığı şey sizin seçtiğiniz kapıya bağlı. Özellikle, *o kapıyı* açmadı. Arabanın *seçtiğiniz kapının* arkasında olma olasılığı 1/3'tür. Bunun nedeni, üç kapıdan birini seçmiş olmanız ve özgür bir seçiminiz olduğu için arabanın her birinin arkasında olma olasılığı eşit. Uzun vadede, seçiminiz üç seferde bir

kere arabayı kazandıracaktır; yani üç seferin ikisinde arabayı kazandırmayacak.

Başka bir kapı elendiğinden, arabanın *seçmediğiniz diğer kapının* arkasında olma koşullu olasılığı 1 – 1/3 = 2/3'tür, çünkü arkasında araba olan sadece bir kapı var ve üç seferin ikisinde seçiminizin yanlış olduğunu biraz önce gördük. Bu nedenle, üç seferin ikisinde diğer kapıya seçmek arabayı kazandırır. Steve'in dediği buydu, Marilyn'de öyle dedi ve muhabirlerinin çoğu buna inanmadı. Ancak, sunucunun ne yaptığına ilişkin belirtilen koşullarla doğrudur.

Şüpheniz varsa, okumaya devam edin.

Psikolojik bir tuhaflık büyüleyicidir: Oranların yarı-yarıya olması gerektiğini (yani her iki kapının da arabayı kazanma olasılığı eşit olduğunu) iddia eden insanlar, yarı-yarıya ihtimal fikir değiştirmenin bir zararı olmayacağını ima etse de genellikle fikirlerini değiştirmemeyi tercih ederler. Bunun, problemin modelleme yönüyle ilgili olduğundan şüpheleniyorum, ki bu, sunucunun sizi kandırmak için çalıştığına dair gizli şüpheyi içerir; büyük olasılıkla doğru. Ya da belki de kandırıldığına inanan Bayesci beyindir.

Sunucunun size her zaman fikrinizi değiştirme fırsatı sunması koşulundan vazgeçersek, hesap tamamen değişir. Bir uçta, sunucunun size yalnızca seçiminiz arabayı kazandıracağı zaman kapıları değiştirme fırsatı sunduğunu varsayalım. Onun bu seçeneği sunması koşuluna bağlı olarak, kapınızın kazanma olasılığı 1'dir ve diğer kapı 0 olasılıkla kazanır. Diğer uçta, sunucu size yalnızca seçiminiz arabayı kazandırmayacağı zaman kapıları değiştirme fırsatı sunarsa, koşullu olasılıklar tam tersidir. Sunucu bu iki durumu uygun oranlarda karıştırırsa, orijinal seçiminizle kalarak kazanma şansınız her şey olabilir ve aynı şekilde kaybetme şansınız da. Hesaplamalar bu sonucun doğru olduğunu göstermektedir.

Yarı-yarıya'nın doğru olamayacağını görmenin bir başka yolu da problemi genelleştirmek ve daha uç bir örnek düşünmektir. Bir sahne sihirbazı bir desteyi kartların yüzü aşağı bakacak şekilde yayar (52 farklı karttan oluşan sıradan bir des-

te, hiçbir şey hileli değil) ve maça asını seçebilirseniz size bir ödül sunar. Bir kart seçiyorsunuz ve yüzü *hâlâ* aşağı bakacak şekilde dışarı kaydırıyorsunuz. Sihirbaz diğer 51 kartı alır, size göstermeden hepsine bakar ve yüzleri yukarı bakacak şekilde masaya koymaya başlar. Bir süre devam eder, hiçbiri maça ası değildir sonra sizinkinin yanına kapalı bir kart koyar, ardından tüm deste açılana kadar maça ası olmayan kartları açık olarak yerleştirmeye devam eder. Şimdi açık 50 kart var, maça ası yok ve ikisi kapalı: sizin başlangıçta seçtiğiniz ve onun sizinkinin yanına koyduğu.

Hile yapmadığını varsayarsak, ki karşınızdaki bir sahne sihirbazıysa pek muhtemel değil, ama sizi temin ederim ki bu sefer yapmıyor, hangi kartın maça ası olması daha olasıdır? Eşit derecede olasılar mı? Hemen hemen hiç. Kartınız destedeki 52 karttan rastgele seçildi, yani 52'de bir maça ası olacak. Maça asının destenin geri kalanında olma ihtimali 52'de 51. Eğer öyleyse sihirbazın kartı maça ası olmalı. Nadiren değildir –52'de bir kez– sizin kartınız maça asıdır ve sihirbazın kartı, 50 kartı açtıktan sonra kalan karttır. Yani kartınızın maça ası olma olasılığı 1/52'dir; sihirbazın kartının maça ası olma olasılığı 51/52.

Ancak yarı-yarıya senaryosu uygun koşullar altında ortaya çıkar. Olayı görmemiş biri sahneye çıkarılıp, o iki kart gösterilir ve hangisinin maça ası olduğu sorulursa, başarılı olma şansı 1/2'dir. Aradaki fark, sizin kartınızı sürecin başında seçmeniz ve sihirbazın yaptığı şeyin bu seçime bağlı olmasıdır. Yeni gelen, süreç tamamlandıktan sonra ortaya çıkar, bu nedenle sihirbaz, onun seçimine bağlı olarak hiçbir şey yapamaz.

İkna edici bir şekilde anlatmak için, prosedürü tekrarladığımızı varsayalım, ancak bu sefer sihirbaz kartları çevirmeye başlamadan önce kartınızı *açın*. Kartınız maça ası değilse, onun kartının olması gerekir (yine el çabukluğu olmadığı varsayılarak). Ve bu, uzun vadede 52 seferin 51'inde olur. Kartınız maça ası ise, o zaman onunki değil; bu, uzun vadede 52'de bir olur.

Aynı argüman, araba ve keçiler durumunda *seçtiğiniz kapıyı açarsanız* da geçerlidir. Üç seferde bir arabayı göreceksinizdir.

Diğer iki seferde, keçili iki açık kapı ve bir kapalı kapı göreceksiniz. *Sizce araba nerede*?

Smith'lere ve çocuklarına dönelim, daha basit bir bulmaca ama bir o kadar da aldatıcı. İki versiyonu hatırlayın:

1. Smith'lerin tam olarak iki çocuğu var ve size en az birinin kız olduğu söylendi. Bahsettiğim diğer koşullarla birlikte kızlar ve oğlanların eşit olasılıklı olduğunu varsayarsak, iki kız çocukları olma olasılığı nedir?
2. Şimdi, *büyük* çocuğun kız olduğu söylendiğini varsayalım. İki kızları olma olasılığı nedir?

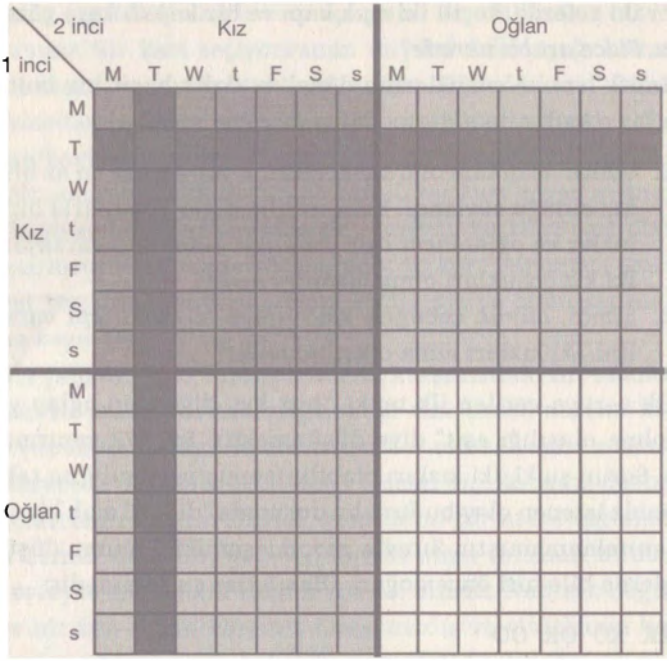
İlk soruya verilen ilk tepki, "biri kız, diğerinin oğlan ya da kız olma olasılığı eşit" diye düşünmektir. Bu, 1/2 yanıtına yol açar. Sorun şu ki, iki kızları olabilir (sonuçta, olasılığını tahmin etmemiz istenen olay budur), bu durumda "diğeri" açık bir şekilde tanımlanmamıştır. Sırayla gerçekleşen iki doğumu düşünün (ikizlerde bile biri önce doğar). Olasılıklar şu şekildedir:

KK KO OK OO

İkinci çocuğun cinsiyetinin birincinin cinsiyetinden bağımsız olduğunu varsaydık, bu nedenle bu dört ihtimal eşit derecede olasıdır. Tüm durumlar meydana gelebilirse, her birinin olasılığı 1/4'tür. Ancak, ekstra bilgi OO'yu imkânsız kılar. Elimizde üç durum kaldı ve hâlâ eşit olasılıktalar. Bunlardan sadece biri KK'dir, yani bunun olasılığı 1/3'tür.

Buradaki olasılıklar değişmiş gibi görünüyor. Başlangıçta, KK'nin olasılığı 1/4'tü; aniden 1/3 oldu. Nasıl olur?

Değişen şey bağlamdır. Bu bulmacaların tamamı uygun *örnek uzaylarla* ilgilidir. Ek bilgi "OO değil," örnek uzayı dört olasılıktan üçe indirir. Gerçek dünyada örnek uzayı artık iki çocuklu tüm ailelerden değil, her ikisi de oğlan olmayan iki çocuklu ailelerden oluşmaktadır. İlgili model örnek uzayı KK, KO, OK'den oluşur. Bunların hepsi eşit derecede olasıdır, dolayısıyla bu örnek uzaydaki olasılıkları 1/4 değil 1/3'tür. OO alakasızdır çünkü bu durumda gerçekleşemez.



Şekil 9. Salı günü doğan kız için örnek uzaylar. Gri bölge: "en az bir kız." Orta gri bölge: "her ikisi de kız." Koyu gri bölge: "Salı günü doğan en az bir kız."

Ek bilginin ilgili olasılıkları değiştirmesi paradoksal değildir. Galloping Girolamo'ya bahis yapıyorsanız ve favori Barnstorming Bernoulli'nin onu yavaşlatan gizemli bir hastalığı olduğuna dair sağlam bir tüyo alırsanız, kazanma şansınız kesinlikle artar.

Bu bulmaca, koşullu olasılığın başka bir örneğidir. Matematiksel olarak, koşullu bir olasılığı hesaplamanın yolu, yalnızca meydana gelebilecek olayları dahil ederek örnek uzayı küçültmektir. Daha küçük örnek uzayının toplam olasılığını 1'e eşitlemek için, önceki olasılıkların tümü uygun bir sabitle çarpılmalıdır. *Hangi* sabit olduğunu birazdan göreceğiz.

Bulmacanın üçüncü versiyonunda, en az bir çocuğun Salı günü doğan bir kız olduğunu biliyoruz. Daha önce olduğu gibi

soru şu: Smith'lerin iki kızı olma olasılığı nedir? Buna hedef olay diyeceğim. İstediğimiz olasılık, Smith'lerin hedefi vurma şansı. Dediğim gibi, meseleyi basit tutmak için haftanın tüm günlerinin eşit derecede olası olduğunu varsayacağız.

İlk bakışta, yeni bilgi alakasız gibi görünüyor. Kızın hangi gün doğduğunun ne önemi var? Hepsi eşit derecede olası! Ancak sonuca varmadan önce, uygun örnek uzaylara bakalım. Şekil 9, hem birinci hem de ikinci çocuk için olası tüm cinsiyet ve gün kombinasyonlarını göstermektedir. Bu, bütün örnek uzaydır ve 196 karesinin (14 × 14) her biri eşit derecede muhtemeldir, olasılık 1/196. Üst sol kadran, gölgeli açık gri, koyu bir kareyle örtüştüğü yerler dışında 49 kare içerir. Bu, "ikisi de kız" olayına tekabül ediyor; tek başına bunun olasılığı beklendiği gibi 49/196 = 1/4'tür.

"En az biri Salı günü doğan bir kız" şeklindeki yeni bilgi, örnek uzayı iki koyu şeride indirir. Toplamda bunlar 27 kare içerir: 14 yatay, artı 14 dikey, çakışma için eksi 1 çünkü aynı olayı iki kez saymamalıyız. Yeni indirgenmiş örnek uzayımızda, bu olayların hepsi hâlâ eşit derecede olasıdır, dolayısıyla her birinin koşullu olasılığı 1/27'dir. "Her ikisi de kız" hedef bölgesinde kaç tane koyu kare olduğunu sayın: cevap 13'tür (7 + 7, örtüşme için eksi 1). Diğer 14'ü, Smith'lerin en az bir oğlan çocuğu olduğu bölgelerde, bu yüzden hedefi ıskalıyorlar. Tüm küçük kareler eşit derecede olasıdır, bu nedenle, en az birinin Salı günü doğmuş bir kız olduğu göz önüne alındığında, Smith'lerin iki kızı olması koşullu olasılığı 13/27'dir.

Doğum günü önemli!

Herhangi birinin, zihinsel aritmetikte iyi olan bir istatistikçi değilse, tamamen tesadüf dışında bu cevabı tahmin edebileceğinden şüpheliyim. Toplamları yapmalısınız.

Ancak, bunun yerine bize en az bir çocuğun Çarşamba veya Cuma günü doğan bir kız olduğu söylenseydi, resimdeki farklı şeritleri kullanarak aynı koşullu olasılığa sahip olurduk. Bu anlamda *günün bir önemi yok.* Yani, neler oluyor?

Bazen insanlara matematiğin sezgilere aykırı bir parçasını anlatmak, matematiğin şaşırtıcı gücünü benimsemek yerine, işe

yaramaz olduğu sonucuna varmalarına yol açar. Bunun burada gerçekleşme tehlikesi var çünkü bazı insanlar içgüdüsel olarak bu cevabı reddediyor. Doğduğu günün olasılıkları değiştirebileceği onlar için bir anlam ifade etmiyor. Böyle hissediyorsanız, hesaplama tek başına pek yardımcı olmaz; bir hata olduğundan kesinlikle şüphelenirsiniz. Bu nedenle, toplamları güçlendirmek için bir tür sezgisel açıklamaya ihtiyaç var.

"Doğduğu gün hiçbir şeyi değiştiremez" mantığındaki temel hata ince ama çok önemlidir. Gün seçimi önemsizdir, ancak belirli bir günü seçmek önemlidir, çünkü belirli bir kız olmayabilir. Bildiğimiz tek şey –gerçekten de bulmacanın püf noktası bu– Smith'lerin iki kızı olabilmesidir. Eğer öyleyse, *birinin* Salı günü doğduğunu biliyoruz ama hangisi olduğunu bilmiyoruz. Daha basit iki bulmaca, iki çocuğu ayırt etme şansını artıran, hangisinin önce doğduğu gibi ek bilgilerin iki kız çocuğunun koşullu olasılığını değiştirdiğini gösteriyor. Büyük olan kız ise, olasılık beklediğimiz gibi 1/2'dir. (Küçüğü kız olsaydı yine aynı sonuç olurdu.) Ama hangi çocuğun kız olduğunu bilmezsek koşullu olasılık 1/3'e düşer.

Bu iki basit bulmaca, ekstra bilginin önemini gösterir, ancak kesin etki çok sezgisel değildir. Mevcut versiyonda, ekstra bilginin çocuklar arasında ayrım yapıp yapmadığı net değildir: *Hangi* çocuğun Salı günü doğduğunu bilmiyoruz. Ne olduğunu görmek için şemadaki kareleri sayıyoruz.

Şemada, "en az bir kıza" karşılık gelen üç gri bölge var. Orta gri bölge "her ikisi de kız," soluk gri bölgeler "büyük olan kız" ve "küçük olan kız" ve beyaz bölge "her ikisi de oğlan" anlamına geliyor. Her bölge 49 tane küçük kare içeriyor.

"En az bir kız" bilgisi beyaz bölgeyi eler. Tüm bildiğimiz buysa, "her ikisi de kız" hedef olayı 147 kareden 49'unu kaplar, olasılık 49/147 = 1/3'tür. Bununla birlikte, "büyük olan kız" ek bilgisine sahipsek, örnek uzayı 98 kareyle yalnızca en üstteki iki bölgeyi içerir. Şimdi hedef olayın olasılığı 49/98 = 1/2'dir. Bunlar daha önce bulduğumuz rakamlar.

Bu durumlarda, ekstra bilgi iki kızın koşullu olasılığını artırır. Bunu, örnek uzayı küçülttüğü ve ayrıca ekstra bilgi hedef

olayla tutarlı olduğu için yapar. Bu orta-gri bölgedir ve her iki indirgenmiş örnek uzayın içinde yer alır. Böylece, örnek uzayın boyutu küçüldükçe bu bölgenin örnek uzayında kapladığı alan artar.

Alan da düşebilir. Ek bilgi "büyük olan oğlan" ise, örnek uzayı alttaki iki bölge olur ve tüm hedef olayı elenmiş olur: koşullu olasılığı 0'a düşer. Ancak ek bilgi hedef olayla tutarlı olduğunda, koşullu olasılıkla ölçüldüğü gibi bu olayı daha olası hale getirir.

Ekstra bilgi ne kadar *spesifik* olursa, örnek uzayı o kadar küçük olur. Ancak, bu bilginin ne olduğuna bağlı olarak, hedef olayın boyutunu da küçültebilir. Sonuca, bu iki etki arasındaki etkileşim karar verir: ilki hedefin koşullu olasılığını artırır, ancak ikincisi ise azaltır. Genel kural basittir:

$$\text{Hedefi vurma koşullu olasılığı, } \textit{verilen} \text{ bilgi} = \frac{\text{Hedefi vurma olasılığı ve bilgiyle tutarlı olma}}{\text{Bilginin olasılığı}}$$

Bulmacanın karmaşık versiyonunda yeni bilgi "en az bir çocuk Salı günü doğan bir kızdır." Bu, hedef olayla ne tutarlı ne de tutarsızdır. Bazı koyu-gri bölgeler sol üst bölgededir, bazıları değil. Yani toplamları yapmamız gerekiyor. Örnek uzayı, 13'ü hedefi vuran ve diğer 14'ü vuramayan 27 kareye indirgenmiştir. Genel etki, ekstra bilgi olmadan elde ettiğimiz 1/3'ten biraz daha küçük olan 13/27 koşullu olasılığıdır.

Bu sonucun az önce belirttiğim kuralla tutarlı olup olmadığını kontrol edelim. "Ekstra bilgi" 196 kareden 27'sinde geçerlidir, olasılık 27/196. "Hedefi vurma ve bilgiyle tutarlı olma" 196 kareden 13'ünde gerçekleşiyor, olasılık 13/196. Bahsettiğim kural, istediğimiz koşullu olasılığın

$$\frac{13/196}{27/196} = \frac{13}{27}$$

olduğunu söylüyor ki kareleri sayarak bulduğumuzla aynı. 196'lar gider, bu nedenle kural bütün örnek uzayında tanımlanan olasılıklar cinsinden kare sayma prosedürünü ifade eder.

13/27'nin 1/2'ye yakın olduğuna dikkat edin, bize büyük çocuğun bir kız olduğu söylenseydi elde edeceğimiz şey bu olurdu. Bu da beni asıl noktaya ve koşullu olasılığın değişmesinin nedenine geri getiriyor. Her iki çocuğun da kız olması mümkün olduğundan, bildiklerimizin onları ayırt edip etmeyeceği ihtimali büyük bir fark yaratır. "Biri Salı günü doğan bir kız" bilgisinin önemli olmasının nedeni budur; bu bilgi *her iki* çocuk için de doğru olduğunda belirsizliğin etkisi daha azdır. Niye? Çünkü diğer çocuk da kız olsa bile çoğu zaman farklı bir günde doğmuştur. Aynı günde doğma olasılığı sadece 1/7'dir. İki çocuğu birbirinden ayırt etme şansını artırdıkça, 1/3 (ayrım yok) durumundan 1/2'ye (hangisinden bahsettiğimizi tam olarak bildiğimiz) duruma geçiyoruz.

Buradaki cevabın tam olarak 1/2 olmamasının nedeni, hedef bölgede her biri 7 kareden oluşan iki koyu şeridin bir kare çakışmasıdır. Hedefin dışında, diğer iki şerit çakışmaz. Böylece içeride 13, dışarıda 14 kare bulunuyor. Bu çakışma ne kadar küçük olursa, koşullu olasılık 1/2'ye o kadar yakın olur.

İşte size bulmacanın son versiyonu. Tüm koşullar yine önceki gibi, ancak haftanın günü yerine, bir çocuğun Noel günü doğan bir kız olduğu söyleniyor. Yılın tüm günlerinin eşit derecede olası olduğunu (her zaman olduğu gibi, gerçek dünyada doğru değil) ve 29 Şubat'ın (aynı şekilde) hiçbir zaman olmadığını varsayalım. Her iki çocuğun da kız olma koşullu olasılığı nedir?

729/1459'a inanır mıydınız? Toplamlar için sayfa sonundaki nota bakınız.[3]

Koşullu olasılıklar hakkında bu tür kılı kırk yarma önemli mi? Bulmacalarda, hayır, tabii bir bulmaca hayranı değilseniz. Gerçek dünyada, kelimenin tam anlamıyla bir ölüm kalım meselesi olabilir. Nedenini Bölüm 8 ve 12'de göreceğiz.

---

[3] Şema benzer görünüyor, ancak şimdi her bölge 365 × 265'lik kafese bölünmüş durumda. Her bölgedeki koyu şeritlerin her biri 365 kare içerir. Ancak hedef bölge içinde 1 çakışma var. Yani bu 365 + 365 – 1 = 729 karanlık kare içeriyor, hedefin dışında 365 + 365 = 730 koyu kare var, yani toplam koyu kare sayısı 729 + 730 = 1459. Hedefi vurma koşullu olasılığı 729/1459 yani 0,4996.

Günlük dilde, insanlar sık sık "ortalamalar kanunu"ndan bahsederler. Bu tabir, Bernoulli'nin büyük sayılar yasasının basitleştirilmiş bir ifadesi olarak ortaya çıkmış olabilir, ancak günlük kullanımda tehlikeli bir yanılgı anlamına gelir, bu yüzden bu tabiri kullanan matematikçileri veya istatistikçileri bulamazsınız. Neler olduğunu ve neden hoşlanmadıklarını görelim.

Defalarca yazı tura attığınızı ve Y ve T'nin kaç kez geldiğini sürekli olarak saydığınızı varsayalım. Kesin bir rastgele dalgalanma olasılığı vardır, dolayısıyla bir aşamada kümülatif toplamlar farklı sayılarda yazı ve tura verebilir; mesela Y'ler T'lerden 50 daha fazla olsun. Ortalamalar yasasının arkasındaki sezginin bir kısmı, devam ederseniz yazılarla turalar arasındaki bu farkın ortadan kalkması gerektiğidir. Bu, uygun şekilde yorumlanırsa doğrudur, ancak yine de durum hassastır. Hata, bu yazı fazlalığının turaları daha olası hale getirdiğini hayal etmektir. Ancak, bunların olması gerektiğini hayal etmek tamamen mantıksız değil; sonuçta, oranlar nihayetinde başka nasıl dengelenebilir ki?

Bu tür bir inanç, bir piyangoda belirli bir sayının ne sıklıkta geldiğini gösteren tablolarla özendirilir. Birleşik Krallık Milli Piyango verileri çevrimiçi olarak bulunabilir. Çekilebilecek rakamların kapsamını artıran bir değişiklikle karmaşık hale getirilmiştir. Kasım 1994 ile Ekim 2015 arasında, 49 rakamın olduğu bir dönemde, piyango makinesi 12 rakamını taşıyan topu 252 defa seçerken, 13 rakamı sadece 215 defa çıkmış. Aslında bu en az görülen sayıydı. En sık 23 rakamı çıkmış, 282 kez. Bu sonuçlar birçok yoruma açıktır. Piyango makineleri adil değil mi, bazı sayılar diğerlerinden daha mı olası? 13 rakamı, hepimizin bildiği gibi şanssız olduğu için mi daha seyrek çıkıyor? Yoksa geride kaldığı ve ortalamalar yasasının yetişmesi gerektiğini söylediği için gelecekte 13'e mi bahse girmeliyiz?

En kötü sayının 13 olması biraz garip ama evrenin senaryosunu yazan her kimse klişeleri kullanma alışkanlığına sahip olmalı. Aslında, 20 rakamı da 215 kez çıkmış ve bu sayı hakkında herhangi bir batıl inanç bilmiyorum. Bernoulli'nin orijinal

ilkelerine dayanan istatistiksel analizler, makineler her sayıyı eşit olasılıkla çıkardığında bu büyüklükteki dalgalanmaların beklendiğini göstermektedir. Dolayısıyla makinelerin adil olmadığı sonucuna varmak için hiçbir bilimsel sebep yok. Üstelik makinenin belirli bir topun üzerinde hangi sayının yazıldığını nasıl "bildiğini" görmek, sayıların mekaniği etkilememesi anlamında, zor. 49 eşit olasılığa sahip basit ve bariz olasılık modeli neredeyse kesinlikle uygulanabilir ve gelecekte 13'ün çıkma olasılığı geçmişte olanlardan etkilenmez. Biraz ihmal edilmiş olsa bile, diğer herhangi bir sayıdan daha fazla veya daha az olası değildir.

Aynı şey madeni paralar için de geçerli, aynı nedenden dolayı; madeni para adilse, geçici olarak yazıların fazla gelmesi turaları daha olası hale getirmez. Yazı veya tura gelme olasılığı hâlâ 1/2'dir. Yukarıda gayri ciddi bir soru sordum: Oranlar başka nasıl dengelenebilir ki? Cevap, dengelenmesi için başka bir yol olduğudur. Yazı fazlalığının sonraki tura gelme *olasılığı* üzerinde hiçbir etkisi olmamasına rağmen, büyük sayılar yasası, uzun vadede yazı ve tura sayılarının eşitlenme eğiliminde olduğunu ima eder. Ancak bu eşit olmaları gerektiği anlamına gelmez; sadece *oranları* 1'e yaklaşıyor.

Diyelim ki başlangıçta 1.000 kez fırlatıp 525 yazı ve 475 tura elde ettik: Yazılar 50 fazla ve oran 525/475 = 1,105. Şimdi parayı iki milyon kez daha attığımızı varsayalım. Ortalama olarak yaklaşık bir milyon yazı ve eşit sayıda tura bekleriz. Bunun tam olarak gerçekleştiğini varsayalım. Şimdi kümülatif puanlar 1.000.525 yazı ve 1.000.475 turadır. Hâlâ 50 fazla yazı var. Ancak şimdi oran 1.000.525/1.000.475 olan 1,00005'tir. Bu 1'e çok daha yakın.

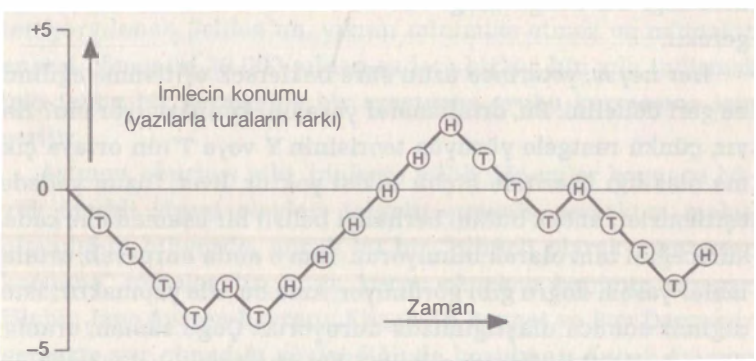
Bu noktada, olasılık teorisinin bize daha güçlü bir şey söylediğini ve bunun insanların ortalamalar yasasından anladıklarına çok benzediğini kabul etmeye mecburum. Yani, başlangıçtaki dengesizlik ne olursa olsun, yeterince uzun süre yazı-tura atmaya devam ederseniz, *bir aşamada* turaların yazıları yakalaması ve tam olarak aynı sayıyı vermesi olasılığı 1'dir. Aslında, bu kesindir, ancak potansiyel olarak sonsuz bir süreçten söz ederken

"neredeyse kesin" demek daha iyi. Yazılar bir milyon fark atmış olsa bile, turalar neredeyse kesinlikle yetişecektir. Yeterince uzun süre, gerçi gerçekten çok uzun olacak ama, atmaya devam etmeniz gerekiyor.

Matematikçiler genellikle bu süreci rastgele bir yürüyüş olarak görselleştirirler. 0'dan başlayarak sayı doğrusu boyunca (sırasıyla pozitif ve negatif tam sayılar) hareket eden bir imleç hayal edin. Parayı her atışınızda, yazı ise bir adım sağa, tura ise bir adım sola hareket ettirin. Böylece imlecin herhangi bir aşamadaki konumu bize Y'lerin T'lerden ne kadar fazla olduğunu söyler. Örneğin, atışlar YY ile başlarsa, imleç iki basamak sağda 2 numarada durur; YT ise bir adım sağa, bir adım sola gider ve 0'da durur. Üzerinde durduğu sayıyı zamana karşı çizersek, böylece sol/sağ aşağı/yukarı olur, rastgele görünümlü bir zikzak eğrisi elde ederiz. Örneğin,

TTTTYTYYYYYYTTTYTTTY

dizisi (gerçekten yazı-tura atarak elde ettiğim bir dizi) Şekil 10'daki gibidir. 11T ve 9Y var.



Şekil 10. Tipik rastgele bir yürüyüşün ilk 20 adımı.

Rastgele yürüyüşlerin matematiği bize, imlecin asla sıfıra dönmeme olasılığının 0 olduğunu söyler. Bu nedenle, sonunda sayıların tekrar eşitlenme olasılığı, neredeyse kesin, 1'dir. Ancak teori bize daha şaşırtıcı şeyler de söylüyor. İlk olarak, Y veya

T'ye büyük bir avans versek bile bu ifadeler yine doğrudur. İlk dengesizlik ne olursa olsun, atmaya devam edersek, neredeyse kesinlikle ortadan kalkacaktır. Ancak, bunun gerçekleşmesi için gereken ortalama süre sonsuzdur. Bu paradoksal görünebilir, ancak bunun anlamı şudur. İlk 0'a dönüşü beklersek, belirli bir zaman alır. Devam edelim. Sonunda neredeyse kesinlikle ikinci bir dönüş yapar. Bu, ilkinden daha az adım alabilir veya daha fazla sürebilir. Arada bir, çok daha uzun sürer; gerçekten de istediğiniz çok büyük bir sayıyı seçerseniz, geri dönüşün en azından bu kadar uzun sürmesi neredeyse kesindir. Sonsuz sayıda keyfi büyük sayının ortalamasını alırsanız, sonsuz bir ortalama elde etmeniz mantıklıdır.

Bu tekrar tekrar 0'a dönme alışkanlığı, bir madeni paranın hafızası olmadığı yönündeki ifademle çelişiyor gibi görünüyor. Ancak, öyle değil. Bunun nedeni, söylediğim her şeye rağmen, uzun vadede yazı tura atışlarının eşitlenme eğiliminde olmadığı bir algı var. Yeterince uzun süre beklersek, kümülatif toplamın istediğimiz kadar büyük (negatif veya pozitif) olacağının neredeyse kesin olduğunu gördük. Aynı şekilde, başlangıçtaki herhangi bir dengesizliği eninde sonunda ortadan kaldırması gerekir.

Her neyse, yeterince uzun süre beklersek eşitlenme eğilimine geri dönelim. Bu, ortalamalar yasasını kanıtlamıyor mu? Hayır, çünkü rastgele yürüyüş teorisinin Y veya T'nin ortaya çıkma olasılığı üzerinde hiçbir etkisi yoktur. Evet, "uzun vadede" eşitlenirler; ancak bunun herhangi belirli bir aşamada ne kadar süreceğini tam olarak bilmiyoruz. Tam o anda durursak, ortalamalar yasası doğru gibi görünüyor. Ama bu hile yapmaktır; istediğimiz sonuca ulaştığımızda duruyoruz. Çoğu zaman, oranlar dengede değildi. Önceden belirli bir atış sayısı belirlersek, bu sayıdan sonra yazı ve turaların eşitlenmesi için bir neden yoktur. Aslında, ortalama olarak, belirli sayıda atıştan sonra, tutarsızlık başlangıçtakiyle tamamen aynı olacaktır.

7

SOSYAL FİZİK

Doğa bilimlerinde işimize yaramış olan, gözlem ve hesaplamada kullanılan yöntemi siyaset bilimine ve insan davranış ve ilkelerine uygulayalım.
Pierre-Simon de Laplace, *A Philosophical Essay on Probabilities*

Isaac Asimov'un 1940'larda dergilerde ve 1951'de bir kitap olarak çıkan klasik bilim kurgu romanı *Foundation*'da, matematikçi Hari Seldon, insanlığın sosyal ve ekonomik olaylara tepkisinde ortaya çıkan örüntülerin bir analizi olan psikotarihi kullanarak Galaktik İmparatorluğun çöküşünü öngörür. Öngörüsü söz konusu çöküşü *teşvik ettiği* gerekçesiyle önce ihanetten yargılanan Seldon'un, yıkımı minimize etmek ve müteakip anarşi dönemini 30.000 yıldan sadece birkaç bin yıla indirmek için tenha bir gezegende bir araştırma grubu kurmasına izin verilir.

Asimov, okurları gibi, binlerce yıllık dönemler boyunca büyük ölçekli siyasi olayları tahmin etmenin gerçekten makul olmadığını biliyordu, ancak bu bir "bilinçli olarak mantıktan kaçınma" meselesidir. Bunu kurgu okurken hepimiz yaparız. Hiçbir Jane Austen hayranı, Elizabeth Bennet ve Bay Darcy'nin gerçekte var olmadığı söylendiğinde bozulmaz. Ancak Asimov, ne kadar doğru olursa olsun bu tür bir tahminin prensipte bile beklenmeyen herhangi büyük bir rahatsızlığa karşı –popüler ifadeyle bir "siyah kuğu olayına" karşı– savunmasız olduğunu bilecek kadar akıllıydı. Psikotarihi gelişigüzel ezberlemiş olan okuyucuların da aynı şeyi fark edeceğini anlamıştı. Serinin ikinci cildinde böyle bir olay Seldon'un planlarını alt üst eder.

Ancak Seldon, planları ters gitmesi durumunda bir B planı yapacak kadar akıllıdır ve üçüncü ciltte ortaya çıkan gizli bir acil durum planı vardır. Ayrıca göründüğü gibi sadece bir plan değil, bambaşka bir ileri planlama seviyesidir.

Foundation serisi, sayfa sayfa tepeden tırnağa silahlanmış büyük filolar arasındaki uzay savaşlarını anlatmak yerine, kilit grupların siyasi entrikalarına odaklanmasıyla dikkate değerdir. Kahramanlar, bu tür savaşlar hakkında düzenli olarak raporlar alırlar, ancak tasvir, bir Hollywood yaklaşımından olabildiğince uzaktır. Konu (Asimov'un kendisinin de belirttiği gibi) Edward Gibbon'un *History of the Decline and Fall of the Roman Empire* (Roma İmparatorluğu'nun Gerileme ve Çöküş Tarihi) kitabından modellenmiştir. Seri, belirsizliği destansı bir ölçekte planlama üzerine bir ustalık dersi niteliğindedir. Her üst düzey bakan ve memur bunu okumakla yükümlü olmalıdır.

Psikotarih, varsayımsal bir matematiksel tekniği dramatik etki için aşırı uçlara taşır, ancak temel fikri pek de tutkulu olmayan görevler için her gün kullanırız. Hari Seldon, bir dereceye kadar, matematiğin insan davranışına uygulanmasına ciddi şekilde ilgi duyan ilk kişilerden biri olan bir 19. yüzyıl matematikçisinden ilham almıştır. Adı Adolphe Quetelet'ti ve 1796'da Belçika'nın Ghent şehrinde doğmuştu. Günümüzde "büyük veri" ve yapay zekânın vaat ettiklerine (ve tehlikelerine) duyulan saplantılar, Quetelet'in parlak buluşunun kalıntılarıdır.

Elbette buna psikotarih dememişti. Buna sosyal fizik adını vermişti.

İstatistiğin temel araçları ve teknikleri, doğa bilimlerinde, özellikle astronomide, kaçınılmaz hatalara maruz kalan gözlemlerden maksimum miktarda yararlı bilgi çıkarmak için sistematik bir yöntem olarak doğdu. Ancak olasılık teorisi daha iyi anlaşıldıkça ve bilim insanları bu yeni veri analizi yöntemiyle rahat hissetmeye başlayınca, birkaç öncü yöntemi orijinal sınırlarının ötesine genişletmeye kalkıştı. Güvenilmez verilerden mümkün olan en doğru çıkarımları yapma problemi, insan faaliyetinin tüm alanlarında ortaya çıkmaktadır. Oldukça basit bir şekilde, belirsiz bir dünyada maksimum kesinlik arayışıdır

bu. Bu nedenle, gelecekte ortaya çıkacak olaylar için şimdiden plan yapması gereken herhangi bir kişi veya kuruluş için özel bir çekiciliği vardır. Dürüst olmak gerekirse, hemen hemen herkes için; ama özellikle hükümetler (ulusal ve yerel), işletmeler ve ordu.

Nispeten kısa bir süre içinde istatistik, onu bilimin (özellikle yaşam bilimlerinin), tıp, hükümet, beşerî bilimler ve hatta sanatın tüm alanlarında vazgeçilmez kılan bir etkinlik patlamasıyla astronomi ve matematiğin sınırlarından kurtuldu. Bu nedenle, fitili ateşleyen kişinin, sosyal bilimlerin siren çağrısına yenik düşen ve istatistiksel akıl yürütmeyi insan niteliklerine ve davranışlarına uygulayan, sonradan astronom olmuş saf bir matematikçi olması yerindedir. Quetelet, şartların ve özgür iradenin tüm kaprislerine rağmen, insanlığın kolektif davranışının, hayal ettiğimizden çok daha öngörülebilir olduğu farkındalığını gelecek nesillere miras bıraktı. Hiçbir şekilde mükemmel değil; tamamen güvenilir değil, ama dedikleri gibi çoğu zaman "hükümetler için yeterince iyi."

Ayrıca, her ikisi de son derece etkili olan iki spesifik fikir daha miras bıraktı: *l'homme moyen* veya "ortalama insan" ve normal dağılımın her yerde bulunabilmesi.[1] Her iki vasiyetin de, kelimenin tam anlamıyla alındığında veya çok geniş bir şekilde uygulandığında ciddi kusurları vardır, ancak yeni düşünme yolları açtılar. Her ikisi de kusurlarına rağmen bugün hâlâ hayattadır. Temel değerleri, "kavram kanıtı" gibidir; matematiğin bize eylemde bulunma şeklimiz hakkında önemli bir şey söyleyebileceği fikridir. Bu iddia bugün tartışmalıdır (ne değildir ki?), ancak Quetelet insan zaaflarının istatistiksel bir araştırmasına yönelik ilk geçici adımlarını attığında daha da tartışmalıydı.

Quetelet bir bilim diploması almıştı, yeni kurulan Ghent Üniversitesi tarafından verilen ilk doktora derecesiydi. Tezi, bir koniyi bir düzlemle keserek elips, parabol, hiperbol gibi önemli

[1] Quetelet hesaplamalarında 1000 yazı tura atışı için daha uygun bulduğu bir binom dağılımı kullanmış, ancak teorik çalışmasında normal dağılımı vurgulamıştır.

eğriler oluşturan eski Yunan geometrilerine dayanan bir konu olan konik bölümler hakkındaydı. Brüksel Kraliyet Akademisine seçilmesi onu Belçika biliminin merkezi figürü olarak bilimsel stratosferde elli yıllık bir kariyere itene kadar bir süre matematik öğretmenliği yapmıştı. 1820 civarında, yeni bir gözlemevi kurmak için bir girişime katıldı. Fazla astronomi bilmiyordu ama doğuştan bir girişimciydi ve hükümetin labirentlerinde yolunu biliyordu. Dolayısıyla ilk adımı, hükümetin desteğini almak ve bir finansman vaadi sağlamaktı.

Ancak o zaman, gözlemevinin aydınlatmayı amaçladığı konuya ilişkin cehaletini gidermek için adımlar attı. 1823'te önde gelen astronomlar, meteorologlar ve matematikçilerle çalışmak için kamu desteğiyle Paris'e gitti. François Arago ve Alexis Bouvard'dan astronomi ve meteoroloji, Joseph Fourier'den ve belki de artık yaşlı olan Laplace'dan olasılık teorisini öğrendi. Bu, olasılığın istatistiksel verilere uygulanması üzerine ömür boyu sürecek bir saplantıyı ateşledi. 1826'da Quetelet, Aşağı Ülkeler Krallığı (Pays-Bas, bugünün Belçika ve Hollanda'sı) istatistik bürosunun bölgesel temsilcisiydi. Bundan sonra "Aşağı Ülkeler" yerine "Belçika" diyeceğim.

Her şey yeterince masum bir şekilde başlamıştı.

Bir ülkede olan ve olacak her şey üzerinde çok temel bir sayının, nüfusun güçlü bir etkisi vardır. Kaç kişiniz olduğunu bilmiyorsanız, mantıklı bir şey planlamak zordur. Elbette tahminde bulunabilir ve bir dereceye kadar acil durum planı yapabilirsiniz, ancak bunların hepsi biraz göz kararıdır. Gereksiz altyapıya çok fazla para harcayabilir veya talebi hafife alıp krize neden olabilirsiniz. Bu sadece 19. yüzyılın sorunu değil. Bugün her millet bununla boğuşuyor.

Ülkenizde kaç kişinin yaşadığını öğrenmenin doğal yolu sayım yapmaktır. Yani, göründüğü kadar kolay olmayan bir nüfus sayımı yapın. İnsanlar ortalıkta dolaşır ve suçlardan hüküm giymekten ya da vergi ödemekten kaçınmak için ya da sadece hükümetin meraklı burnunu kendi özel işleri olarak düşündükleri şeylerden uzak tutmak için saklanırlar. Her neyse, 1829'da Belçika hükümeti yeni bir nüfus sayımı planlıyordu. Quetelet

bir süredir tarihi nüfus rakamları üzerinde çalışıyordu ve işe dahil oldu. "Şu anda elimizdeki veriler yalnızca geçici olarak kabul edilebilir ve düzeltilmesi gerekiyor" diye yazdı. Rakamlar, zorlu siyasi koşullar altında elde edilen daha eski sayılara dayanıyordu; kayıtlı doğum sayısı eklenerek ve kayıtlı ölüm sayısı çıkarılarak güncellenmişti. Bu biraz "tahmini seyrüsefere" benziyordu; zaman geçtikçe hatalar birikecekti. Ve iç/dış göçü tamamen göz ardı etmişti.

Tam bir nüfus sayımı yapmak pahalıdır, bu nedenle nüfus sayımları arasındaki nüfusu tahmin etmek için benzer bağlamdaki hesaplamaları kullanmak mantıklıdır. Ama uzun süre bu şekilde kaçamazsınız. Her on yılda bir nüfus sayımı yaygındır. Quetelet bu nedenle hükümeti, gelecekteki tahminler için doğru bir temel elde etmek amacıyla yeni bir nüfus sayımı yapmaya çağırdı. Ancak Paris'ten Laplace'dan aldığı ilginç bir fikirle dönmüştü. İşe yararsa masrafları büyük ölçüde azaltabilirdi.

Laplace, Fransa'nın nüfusunu iki sayıyı çarparak hesaplamıştı. Birincisi, bir önceki yıldaki doğum sayısıydı. Bu, oldukça doğru olan doğum kayıtlarından bulunabilir. Diğeri, toplam nüfusun yıllık doğum sayısına oranıydı; doğum oranının tersi. Bunları çarpmak açıkça toplam nüfusu verir, ancak ikinci sayıyı bulmak için toplam nüfusu bilmeniz gerekiyor gibi görünüyor. Laplace'ın parlak fikri, şimdi örnekleme dediğimiz yöntemle makul bir tahmin elde edebilmenizdi. Az sayıda makul tipik bölgeler seçin, bu bölgelerde tam bir nüfus sayımı yapın ve bu bölgelerdeki doğumların sayısıyla karşılaştırın. Laplace, tüm Fransa'nın nüfusunu tahmin etmek için bu tür yaklaşık otuz bölgenin yeterli olacağını hesapladı ve iddiasını doğrulamak için bazı hesaplamalar yaptı.

Ancak olayda, Belçika hükümeti örnekleme yapmaktan kaçındı ve tam bir nüfus sayımı gerçekleştirdi. Quetelet'in U-dönüşünün nedeni, bir devlet danışmanı olan Baron de Keverberg'in zekice, bilgili ama feci şekilde yanlış yönlendirilmiş bir eleştirisi gibi görünüyor. Farklı bölgelerdeki doğum oranlarının şaşırtıcı derecede çeşitli faktörlere bağlı olduğunu doğru bir şekilde gözlemleyen baron, temsili bir örnek oluşturmanın

imkânsız olacağını savundu. Hatalar birikecek ve sonuçları işe yaramaz hale getirecektir. Burada, elbette, Euler'in yaptığı aynı hatayı yaptı; tipik durumdan ziyade en kötü durumu varsaydı. Pratikte, çoğu örnekleme hatası, rastgele varyasyon yoluyla birbirini yok ederdi. Yine de bu affedilebilir bir gaftı, çünkü Laplace, bir popülasyonu örneklemenin en iyi yolunun, zengin ve fakir, eğitimli ve eğitimsiz, erkek ve kadın vb. gibi benzer karışımlarla bir anlamda bütünü *temsil* ettiği düşünülen bölgeleri önceden seçmek olduğunu varsaymıştı.

Bugün, küçük örneklemlerden iyi sonuçlar almak için kamuoyu yoklamaları genellikle bu doğrultuda düzenleniyor. Bu gizemli bir iş ve eskiden iyi çalışan yöntemler daha sık başarısız oluyor gibi görünüyor, çünkü sanırım herkes kamuoyu yoklamalarından, pazar araştırması anketlerinden ve diğer istenmeyen müdahalelerden oldukça bıktılar. İstatistikçilerin sonunda keşfettiği gibi, rastgele örnekler, makul büyüklükte olmaları koşuluyla genellikle *yeterince* temsil edicidir. Ne kadar büyük, bu bölümün ilerleyen bölümlerinde göreceğiz. Ancak tüm bunlar gelecekteydi ve Belçika usulüne uygun olarak her bir kişiyi saymaya çalıştı.

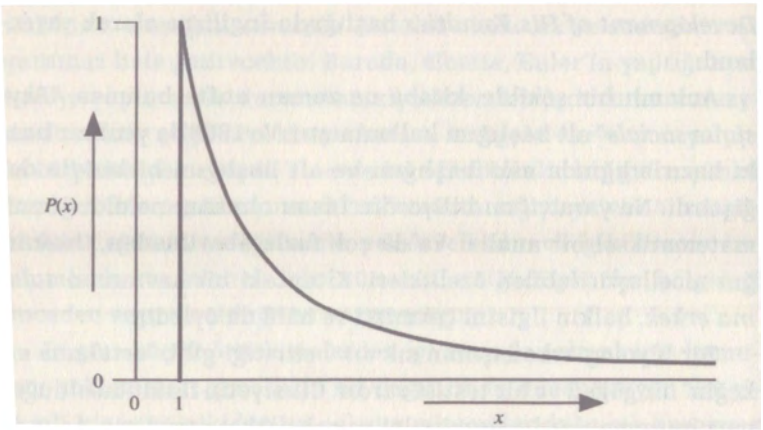
Baron de Keverberg'in eleştirisinin faydalı bir etkisi oldu: Quetelet'i çok kesin koşullarda çok büyük miktarda veri toplamaya ve onları ölümüne analiz etmeye teşvik etti. Kısa süre sonra insanları saymaktan insanları ölçmeye ve ölçümleri mevsim, sıcaklık, coğrafi konum gibi diğer faktörlerle karşılaştırmaya geçti. Sekiz yıl boyunca doğum oranları, ölüm oranları, evlilik, gebe kalma tarihi, boy, kilo, güç, büyüme hızı, sarhoşluk, delilik, intihar, suç hakkında veriler topladı. Bu verilerin yaşla, cinsiyetle, meslekle, yerle, yılın zamanıyla, hapishanede olmakla, hastanede olmakla nasıl değiştiğini soruşturdu. Her zaman bir seferde sadece iki faktörü karşılaştırdı, bu da ilişkileri göstermek için grafikler çizmesine izin verdi. Tüm bu değişkenlerin tipik bir popülasyondaki varyasyonunun nicel doğasına ilişkin çok sayıda kanıtı bir araya getirdi. 1835'te sonuçlarını *Sur l'homme et le développement de ses facultés, ou Essai de physique sociale*'de yayımladı, 1842'de *Treatise on Man and the*

Development of His Faculties başlığıyla İngilizce olarak yayınlandı.

Anlamlı bir şekilde, kitaba ne zaman atıfta bulunsa, "*Physique sociale*" alt başlığını kullanmıştır. Ve 1869'da yeni bir baskı hazırladığında eski başlığını ve alt başlığını birbiriyle değiştirdi. Ne yarattığını biliyordu: İnsan olmanın ne olduğunun matematiksel bir analizi. Ya da çok fazla abartmadan, insanlığın nicelleştirilebilen özellikleri. Kitaptaki bir kavram: *ortalama erkek*, halkın ilgisini çekmişti ve hâlâ da öyledir.

Bir biyolog arkadaşımın sık sık belirttiği gibi, "ortalama erkeğin" bir göğsü ve bir testisi vardır. Cinsiyetin farkında olduğumuz bu zamanlarda, terminolojiye çok dikkat etmeliyiz. Aslında Quetelet, kavramının herhangi bir anlam ifade ettiği ölçüde, ortalama bir kadını, ortalama bir çocuğu, hatta bunların hepsinin farklı topluluklar için birçok farklı örneğini düşünmenin gerekli olduğunun gayet iyi farkındaydı. Boy veya kilo gibi (uygun bir şekilde tek bir cinsiyet ve yaş grubuyla sınırlandırılmış) niteliklere ilişkin verilerinin tek bir değer etrafında kümelenme eğiliminde olduğunu erkenden fark etti. Verileri bir çubuk grafik veya histogram olarak çizersek, en uzun çubuk ortadadır ve diğerleri her iki tarafında küçülerek ondan uzaklaşırlar. Tüm şekil kabaca simetriktir, bu nedenle merkezi tepe –en yaygın değer– aynı zamanda ortalama değerdir.

Bu ifadelerin kesin olmadığını ve tüm veriler için, hatta insan verileri için bile geçerli olmadığını eklemekte acele ediyorum. Örneğin, servet dağılımı çok farklı bir şekle sahiptir; insanların çoğunluğu fakirdir ve çok az sayıda süper zengin gezegenin yarısının sahibidir. Standart matematiksel model bir Pareto (kuvvet yasası) dağılımıdır. Ancak ampirik bir gözlem olarak, birçok veri türü bu örüntüyü gösterir ve bunun sosyal bilimdeki önemini fark eden Quetelet'tir. Bulduğu genel şekil, elbette, çan eğrisidir –Euler ve Gauss'un normal dağılımı– veya bunu makul bir matematiksel model yapacak kadar yakın bir şey.



Şekil 11. $x = 1$'de bir kesmeyle sabit a için bir x^a Pareto dağılımı.

Kapsamlı tablolar ve grafikler çok iyi, ancak Quetelet ana noktayı canlı ve akılda kalıcı bir şekilde aktaran hızlı bir özet istedi. Yani, "20 yaş üzerindeki bazı erkek insan sınıflarının boyları için çan eğrisinin ortalama değeri 1,74'tür" demek yerine, "o sınıftaki ortalama erkek 1,74 metre boyundadır" dedi. Daha sonra farklı popülasyonlar arasında bu ortalama erkekleri karşılaştırabilirdi. Ortalama bir Belçikalı piyadeye kıyasla, ortalama bir Fransız çiftçi nasıldır? Daha kısa mı, daha uzun mu, daha hafif mi, daha ağır mı, yoksa hemen hemen aynı mı? Ortalama Alman subayına kıyasla nasıldır? Brüksel'deki ortalama bir erkeğe kıyasla Londra'daki nasıldır? Peki ya ortalama bir kadın? Ortalama bir çocuk? Ortalama bir kedi ya da köpek, gerçi Quetelet sadece insanları düşünmüştü. Bütün bunlar göz önüne alındığında, hangi ülkenin ortalama bir erkeğinin katil veya kurban olma olasılığı daha yüksektir? Kendini hayat kurtarmaya adamış bir doktor mu yoksa kendi hayatına son verme niyetiyle intihar eden biri mi?

Burada önemli olan nokta, Quetelet'in rastgele seçilen tipik bir kişi her bakımdan ortalamayla eşleşecektir ***dememesidir***. Aslında, bunun imkânsız olduğu bir eğilim var. Boy ve kilo, her ikisinin de aynı anda ortalama olamayacağını ima edecek şekilde yaklaşık olarak ilişkilidir. Diğer her şey eşit olduğunda, ağır-

lık hacim gibi ölçeklenir, bu da yüksekliğin küpü gibi ölçeklenir. Yükseklikleri 1, 2 ve 3 metre olan üç küpten oluşan bir popülasyonda ortalama yükseklik 2'dir. Hacimleri 1, 8 ve 27'dir, dolayısıyla ortalama hacim 12'dir. Bu nedenle ortalama küpün hacmi, ortalama küpün yüksekliğinin küpü değildir. Kısacası, ortalama küp bir küp değildir. Pratikte, bu eleştiri göründüğünden daha zayıftır, çünkü insan verileri çoğunlukla ortalamanın yakınında yoğunlaşmıştır. 1,9, 2 ve 2,1 metre yüksekliğindeki küplerin ortalama yüksekliği 2 ve ortalama hacmi 8,04'tür. Şimdi ortalama küp belirgin bir şekilde küp gibidir.

Quetelet bunların hepsini biliyordu. Her nitelik için farklı bir "ortalama erkek" (kadın, çocuk) tasavvur etti. Ona göre, karmaşık ifadeleri basitleştirmek için sadece uygun bir kelimeler biçimiydi. Stephen Stigler'in dediği gibi: "Ortalama insan, toplumun rastgele varyasyonlarını gidermek ve kendi "sosyal fiziğinin" yasaları olacak olan düzenlilikleri ortaya çıkarmak için bir araçtı."[2]

Sosyal bilimciler yavaşça, astronomlarınkine benzer bir bilince ulaştılar; farklı durumlar ve olası hataların büyüklükleri hakkında tam bilgi sahibi veya kontrol sahibi olmadan, birkaç kaynaktan gelen verileri birleştirerek geçerli çıkarımlar yapılabilir. Belli bir miktarda bilgi gereklidir ve daha iyi veriler genellikle daha doğru cevaplar sağlar, ancak verilerin kendisi sonuçların kalitesine dair ipuçları içerir.

1880'den sonra, sosyal bilimler, istatistiksel fikirleri, özellikle çan eğrisini, genellikle deneylerin yerini almak için kapsamlı bir şekilde kullanmaya başladı. Önemli bir figür, hava tahmininde veri analizine öncülük eden ve antisiklonların varlığını keşfeden Francis Galton'dur. 1875'te *Times* dergisinde yayınlanan ilk hava durumu haritasını üretmişti ve gerçek dünyadaki sayısal verilerden ve bunların içinde saklı matematiksel örüntülerden büyülenmişti. Darwin, *Türlerin Kökeni*'ni yayınladığında, Galton insan kalıtımı üzerine bir çalışmaya başladı. Bir

---

[2] Stephen Stigler, *The History of Statistics*, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1986, sayfa 171.

çocuğun boyu ile ebeveynlerinin boyu arasında nasıl bir ilişki vardır? Peki ya ağırlık ya da entelektüel yetenek? Quetelet'in çan eğrisini farklı popülasyonları ayırmak için kullandı. Eğer belirli bir veri çan eğrisinin tek tepesi yerine iki tepe gösteriyorsa, Galton ilgili popülasyonun, her biri kendi çan eğrisini izleyen iki farklı alt popülasyondan oluşması gerektiğini savundu.[3]

Galton, arzu edilen insan özelliklerinin kalıtsal olduğuna ikna olmuştu, Darwin bunun evrim teorisinin bir çıkarımı olduğunu inkâr etmişti. Galton için Quetelet'in ortalama erkeği sosyal bir zorunluluktu; kaçınılması gereken bir şeydi. İnsan ırkı daha hırslı olmalıydı. 1869 tarihli *Hereditary Genius* (Kalıtsal Dahi) kitabı, günümüzün eşitlikçi amaçları ("her gencin yeteneklerini gösterme şansı [olmalıdır] ve çok yetenekliyse, birinci sınıf bir eğitim alabilmeli ve profesyonel hayata geçebilmelidir") ve "soy gururu" teşvikinin tuhaf bir karışımı olan şeyle deha ve büyüklüğün kalıtsallığını incelemek için istatistiklere başvurmuştur. 1883 tarihli *Inquiries into Human Faculty and Its Development* kitabında, üst tabaka aileler arasındaki evliliği teşvik etmek için finansal ödülleri ve açıkça üstün yeteneklere sahip insanların kasıtlı olarak yetiştirilmesini savunarak "öjeni" (soy ıslahı) terimini icat etti. Öjeni 1920'lerde ve 1930'larda ortaya çıktı, ancak akıl hastalarının zorla kısırlaştırılması ve Nazilerin üstün ırk yanılgısı gibi yaygın bir şekilde kötüye kullanımı nedeniyle hızla gözden düştü. Bugün genellikle ırkçı olarak kabul ediliyor ve Birleşmiş Milletler Soykırım Suçunun Önlenmesi ve Cezalandırılması Sözleşmesine ve Avrupa Birliği Temel Haklar Sözleşmesi'ne aykırıdır.

Galton'un karakteri hakkında ne düşünürsek düşünelim, istatistiğe katkısı önemliydi. 1877'de araştırmaları onu, en olası ilişkiyi bulmak için bir veri setini diğeriyle karşılaştıran en küçük kareler yönteminin bir genellemesi olan regresyon analizini icat etmeye yönlendiriyordu. Bu yönteme göre, "Regresyon doğ-

[3] Bu mutlaka doğru değildir. Tüm dağılımların çan eğrilerinin birleştirilmesiyle elde edildiğini varsayar. Ama Galton'ın amaçları için yeterince iyiydi.

rusu" veriler arasındaki ilişkinin en uygun doğrusal modelidir.[4] Bu, istatistikte, iki (veya daha fazla) veri seti –örneğin, sigara içme düzeyi ve akciğer kanseri vakası– arasındaki ilişkinin derecesini nicelleştiren başka bir merkezi kavram olan *korelasyona* yol açtı. Korelasyon için istatistiksel ölçümler, kristaller üzerine yaptığı çalışmalarla tanınan fizikçi Auguste Bravais'e kadar uzanır. Galton, 1888'de önkol uzunluğu ve boy arasındaki ilişki gibi örnekleri inceledi.

İnsan boyunun ve kol uzunluğunun ne kadar yakından ilişkili olduğunu ölçmek istediğinizi varsayalım. Bireylerden oluşan bir örneklem alırsınız, bu nitelikleri ölçersiniz ve karşılık gelen sayı çiftlerini çizersiniz. Daha sonra en küçük kareleri kullanarak bu noktalara düz bir çizgi çizersiniz, tıpkı benim benzin fiyatını petrol fiyatına uydurduğum gibi. Bu yöntem, veri noktaları ne kadar dağınık olursa olsun, her zaman bir çizgi verir. Korelasyon, çizginin veri bulutuna ne kadar yakın olduğunu ölçer. Veri noktaları çizgiye çok yakınsa, iki değişken yüksek oranda ilişkilidir. Etrafında oldukça belirsiz bir şekilde dağılmışlarsa, korelasyon daha azdır. Son olarak, doğrunun eğimi negatifse, yani bir değişken artarken diğeri azalıyorsa, aynı şey geçerli olmalı, ancak korelasyon negatif olmalıdır. Bu nedenle, verilerin birbiriyle ne kadar yakından ve hangi yönde ilişkili olduğunu yakalayan bir sayı tanımlamak istiyoruz.

Uygun bir istatistiksel ölçü mevcut haliyle İngiliz matematikçi ve biyoistatistikçi Karl Pearson tarafından tanımlandı.[5] Pearson literatüre korelasyon katsayısını kazandırdı. İki rastgele değişken verildiğinde, ortalamalarını bulun. Her birini ortalamasından farkına çevirin, ikisini çarpın ve bu çarpımın

4 "Regresyon" kelimesi Galton'un kalıtım üzerine yaptığı çalışmadan gelmiştir. Genel olarak, iki uzun ebeveynli veya iki kısa ebeveynli çocukların neden ikisinin arasında bir yerde olma eğiliminde olduğunu açıklamak için normal dağılımı kullandı ve buna "ortalamaya regresyon" adını verdi.

5 Bahsedilmeyi hak eden bir başka isim de Francis Ysidro Edgeworth'tur. Galton'un vizyonundan yoksundu ama çok daha iyi bir teknisyendi ve Galton'un fikirlerini sağlam bir matematiksel temele oturttu. Ancak, hikâyesi dahil edilemeyecek kadar tekniktir.

beklenen değerini hesaplayın. Son olarak, iki rastgele değişkenin standart sapmalarının çarpımına bölün. Buradaki fikir, eğer veriler aynıysa sonuç 1'dir; tam zıtlarsa, biri diğerinin negatifiyse sonuç -1'dir ve bağımsızlarsa, sonuç 0'dır. Daha genel olarak, herhangi bir *kesin* doğrusal ilişki, eğimin işaretine bağlı olarak ya 1 ya da -1 verir.

Eğer iki değişkenin nedensel bir bağlantısı varsa –biri diğerine neden oluyorsa– aralarında yüksek derecede korelasyon olmalıdır. Veriler sigara içmek ve akciğer kanserine yakalanmak arasında büyük bir pozitif korelasyon gösterdiğinde, doktorlar birinin diğerine neden olduğuna inanmaya başladılar. Bununla birlikte, iki değişkenden hangisi potansiyel neden olarak kabul edilirse edilsin, aynı korelasyon ortaya çıkar. Belki de akciğer kanserine yatkınlık, insanların daha yoğun sigara içmesine neden oluyordur. Hatta bir sebep bile icat edebilirsiniz; örneğin sigara içmek, prekanseröz hücrelerin neden olduğu akciğer tahrişiyle mücadeleye yardımcı olabilir. Ya da başka bir şey her ikisine de neden oluyordur; belki stres. Tıp araştırmacıları bir ürünle bir hastalık arasında büyük korelasyonlar keşfettiğinde, ürünlerinin gerçekten hastalığa neden olduğu halk tarafından fark edilirse zarar edecek şirketler tarafından "korelasyon nedensellik değildir" ifadesi ortaya atılır. Korelasyonun her zaman nedensellik anlamına gelmediği doğrudur, ancak ifade uygunsuz bir gerçeği gizler: Korelasyon *potansiyel* nedenselliğin yararlı bir göstergesidir. Ayrıca, ürünün hastalığa nasıl yol açabileceğine dair bağımsız kanıtlar varsa, yüksek bir korelasyon bu kanıtı güçlendirebilir. Tütün dumanının kanserojen –kansere neden olan maddeler– içerdiği keşfedildiğinde, nedensellik için bilimsel kılıf çok daha güçlü hale geldi.

Bir dizi potansiyel etkiden hangisinin önemli olduğunu belirlemenin bir yolu, birçok farklı veri seti için bir dizi korelasyon katsayısı üreten korelasyon matrisi gibi genellemeler kullanmaktır. Korelasyon matrisleri, bağlantıları tespit etmek için kullanışlıdır, ancak yanlış kullanılabilirler. Örneğin, diyetin bir dizi hastalığı nasıl etkilediğini öğrenmek istediğinizi varsayalım. 100 çeşit yiyecek ve 40 hastalık listesi hazırlarsınız. Sonra

bir insan örneklemi seçersiniz ve hangi yiyecekleri yediklerini ve hangi hastalıklara yakalandıklarını öğrenirsiniz. Her yiyecek ve hastalık kombinasyonu için karşılık gelen korelasyon katsayısını; o yiyecek ve o hastalığın insan örnekleminde ne kadar yakından ilişkili olduğunu hesaplarsınız. Ortaya çıkan korelasyon matrisi, 100 satırı gıda maddelerine ve 40 sütunu hastalıklara karşılık gelen dikdörtgen bir tablodur. Belirli bir satır ve sütundaki rakam, satıra karşılık gelen gıda maddesiyle sütuna karşılık gelen hastalık arasındaki korelasyon katsayısıdır. İçinde 4000 rakam vardır. Şimdi tabloya bakarsınız ve yiyecekle hastalık arasındaki potansiyel ilişkileri gösteren 1'e yakın sayıları bulmaya çalışırsınız. Mesela "havuç" satırı ve "baş ağrısı" sütununda 0,92 rakamı vardır. Bu, geçici olarak, havuç yemenin baş ağrısına neden olabileceği sonucuna varmanızı sağlar.

Şimdi yapmanız gereken, yeni deneklerle tamamen yeni bir çalışmaya başlamak ve bu hipotezi test etmek için yeni veriler toplamaktır. Ancak bu paraya mal olur, bu nedenle bazen araştırmacılar verileri orijinal deneyden çıkarırlar. Daha sonra, diğer tüm verileri göz ardı ederek ve sanki başka hiçbir şey ölçülmemiş gibi sadece bu ilişkiyi analiz ederek, o belirli korelasyonun önemini değerlendirmek için istatistiksel testler kullanırlar. Sonra havuç yemenin baş ağrısına neden olma ihtimalinin önemli olduğu sonucuna varırlar.

Bu yaklaşıma "çift daldırma" denir ve söyleniş itibariyle yanlıştır. Örneğin, rastgele bir kadın seçtiğinizi, boyunu ölçtüğünüzü ve normal dağılım varsayımına göre, herhangi birinin bu boyda (veya daha uzun) olma olasılığının %1 olduğunu varsayalım. O zaman, olağandışı boyunun rastgele nedenlerin sonucu olmadığı sonucuna varmakta haklısınızdır. Ancak, aslında onu yüzlerce kadının boyunu ölçerek ve en uzun olanı seçerek tercih etmişseniz, bu sonuç doğru olmaz: Tamamen şans eseri, böyle büyük bir popülasyonda böyle bir insanı bulmanız oldukça olasıdır. Bir korelasyon matrisiyle çift daldırma benzerdir, ancak daha karmaşık bir düzenlemede.

1824'te *Aru Pennsylvanian*, Andrew Jackson'ın mı yoksa John Quincy Adams'ın mı ABD başkanı seçileceği konusunda

bir fikir edinmek için resmi olmayan bir oylama olan bir "kamuoyu anketi" gerçekleştirdi. Anketten Jackson için 335 oy ve Adams için 169 oy çıktı. Jackson kazandı. O zamandan beri, seçimler kamuoyu anketçilerini cezbetti. Anketler (veya "kamuoyu yoklamaları"), pratik nedenlerle seçmen nüfusunun yalnızca küçük bir bölümünü örnekler. Dolayısıyla önemli bir soru ortaya çıkıyor: Doğru sonuçlar vermek için örneklem ne kadar büyük olmalıdır? Aynı soru, nüfus sayımı ve yeni bir ilacın tıbbi denemeleri gibi diğer birçok alanda da önemlidir.

Bölüm 5'te, Laplace'ın örneklemeyi incelediğini gördük, ancak doğru bir sonuç elde etmek için tavsiye ettiği şey, örneklem verilerinin tüm popülasyon verileriyle benzer oranlarda olduğundan emin olmaktı. Bunu ayarlamak zor olabilir, bu nedenle anketçiler (yakın zamana kadar) esas olarak, insanların bazı rastgele süreçler kullanılarak seçildiği rastgele örneklere odaklandılar. Örneğin, büyük bir popülasyonda bir ailenin ortalama büyüklüğünü bulmak istediğimizi varsayalım. Rastgele bir örneklem seçiyoruz ve ortalamasını hesaplıyoruz: Örneklemin ortalama boyutu. Muhtemelen, örneklem ne kadar büyükse, örneklemin ortalaması gerçek ortalamaya o kadar yakın olacaktır. Belirli bir doğruluk düzeyine ulaştığımızdan yeterince emin olmak için ne kadar büyük bir örneklem seçmeliyiz?

Matematiksel düzenleme, örneklemdeki her aileyle rasgele bir değişkeni ilişkilendirir. Her aile için aynı olasılık dağılımının –tüm popülasyon dağılımının– geçerli olduğu varsayılmıştır ve ortalamasını tahmin etmek istiyoruz. Büyük sayılar yasası bize, örneklem yeterince büyükse, örneklemin ortalamasının "neredeyse kesin olarak" gerçek ortalamaya istediğimiz kadar yaklaştığını söyler. Yani, örneklem büyüklüğü sınırsız olarak arttıkça örneklem ortalaması gerçek ortalamaya 1'e eğilim gösteren olasılıkla yaklaşır. Ancak bu bize örneklemin ne kadar büyük olması gerektiğini söylemez. Bunu bulmak için daha karmaşık bir sonuca, örneklem ortalamasıyla gerçek ortalama arasındaki farkı normal dağılımla ilişkilendiren Bölüm 5'teki

merkezi limit teoremine ihtiyacımız var.[6] Daha sonra ilgili olasılıkları hesaplamak için normal dağılımı kullanırız ve çalışması gereken en küçük örneklem boyutunu çıkarırız.

Aile büyüklükleri örneğinde, standart sapmayı tahmin etmek için önce bir ön örneklem yapıyoruz. Kaba bir hesap yeterlidir. Sonucumuzun doğru olduğundan ne kadar emin olmak istediğimize (%99 diyelim) ve ne kadar büyük bir hatayı (1/10 diyelim) kabul etmeye istekli olduğumuza karar veririz. Sonuç olarak örneklem büyüklüğü, ortalaması 0 ve standart sapması 1 ile standart bir normal dağılım varsayıldığında, örneklem ortalamasının gerçek ortalamadan 1/10'dan daha az sapma olasılığı en az %99 olacak şekilde olmalıdır. Normal dağılımın matematiğini kullanarak, örneklem boyutunun en az $660s^2$ olması gerektiğini buluruz, burada s^2 tüm popülasyonun varyansıdır. Bu varyansı kaba bir hesap örneğiyle tahmin ettiğimiz için, biraz daha fazla hataya izin vermeliyiz, bu yüzden örneklem boyutunu bundan biraz daha büyük yapıyoruz. Burada örneklem boyutunun tüm popülasyonun boyutuna bağlı olmadığına dikkat edin. Rastgele değişkenin varyansına, ne kadar dağılmış olduğuna bağlıdır.

Farklı örnekleme soruları için, uygun dağılıma ve tahmin edilen miktara bağlı olarak benzer analizler kullanılır.

Kamuoyu anketleri, örnekleme teorisi içinde özel bir alan kaplar. Sosyal medyanın ortaya çıkışı, bu anketlerin kaç tanesinin gerçekleştirildiğini değiştirdi. İyi tasarlanmış internet anketleri, özenle seçilmiş kişilerden oluşan bir panel kullanır ve onların görüşlerini sorar. Ancak, birçok anket, oy vermek isteyen herkese açıktır. Bu anketler kötü tasarlanmıştır, çünkü güçlü görüşleri olan kişilerin oy kullanma olasılığı daha yüksektir, birçok kişi anketten haberdar bile değildir ve bazılarının internet bağlantısı bile olmayabilir, bu nedenle örneklem temsili değildir. Telefon anketlerinin de önyargılı olması muhtemel-

---

[6] Sembollerle:

$$P\left(\left(X_1 + \cdots + \frac{X_n}{n} - \mu\right) < \beta\sqrt{n}\right) \to \int_{-\infty}^{\beta} e^{-y^2/2} dy$$

sağ taraf ortalaması 0 varyansı 1 olan kümülatif normal dağılımdır.

dir çünkü birçok insan rastgele arayanlara cevap vermemekte veya fikirleri sorulduğunda bir anketçiye cevap vermeyi reddetmektedir. Bu dolandırıcılık çağında, aramanın gerçek bir anket olduğundan bile emin olmayabilirler. İnsanların telefonu olmayabilir. Bazı insanlar anketçiye gerçek niyetlerini söylemez; örneğin bir yabancıya aşırılık yanlısı bir partiye oy vermeyi planladıklarını söylemeye istekli olmayabilirler. Bir sorunun ifade ediliş şekli bile insanların nasıl yanıt vereceğini etkileyebilir.

Anket kuruluşları, bu hata kaynaklarını en aza indirmeye çalışmak için çeşitli yöntemler kullanır. Bu yöntemlerin çoğu matematikseldir, ancak psikolojik ve diğer faktörler de söz konusudur. Anketlerin güvenle yanlış sonucu gösterdiği pek çok korku hikâyesi olmuştur ve bu daha sık oluyor gibi görünüyor. Nedenini "açıklamak" için bazen özel faktörlere başvurulur, örneğin ani bir fikir değişikliği veya insanların, muhalefetin ileride olduğunu düşünmesini ve kayıtsız kalmasını sağlamak için kasıtlı olarak yalan söylemesi gibi. Bu mazeretlerin ne kadar geçerli olduğunu değerlendirmek zordur. Yine de anket yetkin bir şekilde yapıldığında genel olarak oldukça iyi bir geçmişe sahiptir, bu nedenle belirsizliği azaltmak için yararlı bir araç sağlar. Anketler ayrıca sonucu etkileme riskini de taşır; örneğin, insanlar seçimlerinin kazanacağını düşünürlerse oy verme zahmetine girmemeye karar verebilirler. İnsanlara, oylarını kullandıktan hemen sonra kime oy verdiklerinin sorulduğu çıkış anketleri, genellikle çok doğrudur, doğru sonucu resmi oy sayısı ortaya çıkmadan çok önce verir ve sonucu etkileyemez.

8

NE KADAR EMİNSİNİZ?

Abeslik, Kişinin kendi görüşüyle açıkça tutarsız olan bir ifade veya inanç.
Ambrose Bierce, *The Devil's Dictionary*

Newton *Calculus*'u yayınladığında, Piskopos George Berkeley bir broşürle yanıt vermek için harekete geçti: *Analist*, alt başlığı "Kafir bir matematikçiye yönelik bir söylev. Burada, modern analizin amacının, ilkelerinin ve çıkarımlarının, dini gizemler ve inanç meselelerinden daha belirgin bir şekilde kavranıp kavranmadığı veya daha açık bir şekilde çıkarsanıp çıkarsanmadığı incelenmektedir." Başlık sayfasında İncil'den bir taşlama vardır: "Önce saban okunu kendi gözünden çıkaracaksın ki sonra kardeşinin gözünden samanı çıkarmak için rahatça görebilesin. – Matt. vii:5"

Piskoposun bir kalkülüs hayranı olmadığını anlamak için çok hassas olmanıza gerek yok. Broşürü 1734'te yayınlandığında, bilim büyük ilerlemeler kaydediyordu ve birçok bilim insanı ve filozof, doğayı anlamanın bir yolu olarak kanıta dayalı bilimin inançtan üstün olduğunu tartışmaya başlıyordu. Daha önce Tanrı'nın yetkisiyle mutlak doğrular olarak kabul edilen Hıristiyan inançlarının yeri, yalnızca doğru değil, *zorunlu olarak* doğru olan matematik tarafından gasp ediliyordu ve bunu kanıtlayabiliyordu.

Elbette matematik öyle bir şey değil ama din de öyle değil. Ancak, o zamanlarda, piskoposun inanca yönelik meydan okumalar konusunda duyarlı olmak için her türlü nedeni vardı ve o, kakülüsteki bazı mantıksal zorluklara işaret ederek meseleleri

düzeltmeye koyuldu. Pek de gizli olmayan gündemi, matematikçilerin iddia ettikleri kadar mantıklı olmadıklarına dünyayı ikna etmek ve mutlak gerçeklerin tek koruyucusu olma iddialarını yıkmaktı. Haklıydı, ancak açık saldırı insanları yanıldıklarına ikna etmenin kötü bir yoludur; matematikçiler, yabancılar onlara matematiği nasıl yapacaklarını söylemeye çalıştığında sinirlenirler. Neticede Berkeley asıl noktayı gözden kaçırmıştı ve uzmanlar, o sırada kesin mantıksal temeller atamamış olsalar bile bunu görebiliyorlardı.

Bu kitap kalkülüs hakkında bir kitap değil, ama hikâyeyi anlatıyorum çünkü bu hikâye matematiğin takdir edilmeyen büyük kahramanlarından birine, öldüğü sırada bilimsel ünü çok sıradan olan, ancak o zamandan beri güçlenerek artan bir adama götürüyor. Adı Thomas Bayes'ti ve bugün istatistikte daha önce hiç olmadığı kadar alakalı bir devrim yarattı.

Bayes, 1701'de, muhtemelen Hertfordshire'da doğdu. Babası Joshua bir Presbiteryen papazıydı ve Thomas onun izinden gitmişti. Edinburgh Üniversitesinde mantık ve teoloji eğitimi aldı, kısa bir süre babasına yardım etti ve ardından Tunbridge Wells'deki Mount Sion Şapelinin papazı oldu. Birbirinden çok farklı iki kitabın yazarıdır. İlki, 1731 tarihli *Divine Benevolence, or an Attempt to That the Principal End of the Divine Providence and Government is the Happiness of His Creatures* idi. Tam olarak, konformist olmayan bir kumaştan bekleyebileceğimiz şey. Diğeri, 1736 tarihli *An Introduction to the Doctrine of Fluxions, and Defence of the Mathmeticians against the Objections of the Author of the Analyst* idi. Bu kesinlikle bekleyebileceğimiz gibi değildi. Papaz Bayes, bilim insanı Newton'ı bir piskoposun saldırısına karşı savunuyordu. Nedeni basitti: Bayes, Berkeley'in matematiğiyle aynı fikirde değildi.

Bayes öldüğünde makalelerinden bazıları arkadaşı Richard Price'ın eline geçti ve onlardan çıkarılan iki matematiksel makale yayınladı. Biri asimptotik seriler üzerineydi; "yaklaşıklık" için belirli bir teknik anlamla birlikte çok sayıdaki daha basit terimleri bir araya getirerek bazı önemli niceliklere yaklaşan formüller. Diğeri ise "Şanslar ilkesindeki bir problemi çözmeye

yönelik deneme" başlığını taşıyordu ve 1763'te yayınlandı. Koşullu olasılık hakkındaydı.

Bayes'in temel kavrayışı makalenin başlarında ortaya çıkıyor. Önerme 2 şöyle başlar: "Bir kişinin bir olayın meydana gelmesine bağlı olarak bir beklentisi varsa, olay meydana gelmezse oransal olarak meydana gelmeme olasılığı kişinin kaybına, meydana gelirse oransal olarak meydana gelme olasılığı kişinin kazancınadır." Bu söylemesi biraz zor bir ifade, ancak Bayes bunu daha ayrıntılı olarak açıklıyor. Yazdıklarını modern terimlerle yeniden yazacağım ama hepsi makalesinde var.

Olaylar E ve F ise, F gerçekleşmişken E'nin gerçekleşmesinin koşullu olasılığını $P(E|F)$ olarak yazın ("F gerçekleşmişken E'nin olasılığı" olarak okunur). E ve F olaylarının birbirinden bağımsız olduğunu varsayalım. O zaman şimdi Bayes teoremi dediğimiz formül şunu belirtir:

$$P(E|F) = \frac{P(F|E)P(E)}{P(F)}$$

Bu, şu anda koşullu olasılığın tanımı olarak kabul edilen şeyden kolaylıkla[1] çıkar:

$$P(E|F) = \frac{P(E \text{ ve } F)}{P(F)}$$

İkinci formülü iki kız bulmacasında, Smith'lerin çocuklarından en az birinin kız olduğunun söylendiği ilk durumda kontrol edelim. Tüm örneklem uzayı, her biri 1/4 olasılıkla KK, KO, OK, OO olaylarına sahiptir. E "iki kız," yani KK olsun. {KK, KO, OK} alt kümesi 3/4 olasılıkla "iki oğlan değil," F olayı olsun. "E ve F" olayı KK'dir, E olayı ile aynıdır. Formüle göre, en az bir çocuğun kız olduğu göz önüne alındığında, iki kız çocuğu olma olasılığı,

---

1. Elimizde $P(A|B) = P(A\&B)/P(B)$ ve $P(B|A) = P(B\&A)/P(A)$ var. Fakat $A\&B$ olayı $B\&A$ ile aynı. Bir denklemi diğerine bölerek $P(A|B)/P(B|A) = P(A)/P(B)$ elde ederiz. Şimdi her iki tarafı da $P(B|A)$ ile çarpın.

$$P(E|F) = \frac{P(F|E)P(E)}{P(F)} = \frac{1/4}{3/4} = \frac{1}{3}$$

Daha önce elde ettiğimiz sonuçtur bu.

Bayes, daha karmaşık koşul kombinasyonlarını ve bunlarla ilişkili koşullu olasılıkları incelemeye devam etti. Bu sonuçlar ve daha kapsamlı modern genellemeler de Bayes teoremi olarak bilinir.

Bayes teoreminin önemli pratik sonuçları vardır, örneğin imalatta kalite kontrol için. "Oyuncak arabalarımızdan birinin tekerleklerinin düştüğü göz önüne alındığında, onun Wormingham fabrikamızda üretilmiş olma olasılığı nedir?" gibi sorulara yanıtlar verir. Fakat yıllar geçtikçe olasılığın ne olduğu ve onunla nasıl başa çıkılacağı hakkında tam bir felsefeye dönüştü.

Olasılığın klasik tanımı –"yorum" belki de daha iyi bir kelimedir– en sık kullanılanıdır: Bir deney birçok kez tekrarlandığında bir olayın meydana gelme sıklığı. Gördüğümüz gibi, bu yorum ilk öncülere kadar gider. Ama birkaç kusuru var. "Birçok kez" ifadesinin tam olarak ne anlama geldiği açık değil. Bazı (nadir) deneme serilerinde, sıklığın iyi tanımlanmış herhangi bir sayıya yakınsaması şart değildir. Ancak asıl olan, aynı deneyin istediğimiz kadar tekrar yapılabilmesine bağlı olmasıdır. Bu mümkün değilse, "olasılığın" bir anlamı olup olmadığı belirsizdir ve eğer varsa, onu nasıl bulacağımızı bilmiyoruz.

Mesela, MS 3000 yılına kadar akıllı uzaylıları keşfetme olasılığımız nedir? Tanım olarak, bu yalnızca bir kez yürütebileceğimiz bir deneydir. Yine de çoğumuz sezgisel olarak bu olasılığın bir anlamı olması *gerektiğini* hissederiz; değeri konusunda tamamen aynı fikirde olmasak bile. Bazıları olasılığın 0, bazılarıysa 0,99999 olduğunda ısrar edecek ve kararsız tarafsızlar 0,5'i seçecektir (yarı yarıya, neredeyse kesinlikle yanlış). Birkaçı, değişkenleri pek yardımcı olamayacak kadar belirsiz olan Drake denkleminden bahsedecektir.[2]

---

[2] Frank Drake, 1961'de SETI'nin (Search for Extra Terrestrial Intelligence) ilk toplantısının bir parçası olarak, uzaylı yaşam olasılığını etkileyen

Sıklıkçılığa ana alternatif Bayes yaklaşımıdır. Muhterem Papaz'ın bunu kendi buluşu olarak kabul edip etmediği tam olarak belli değil, ama kesinlikle (bazılarına göre şüpheli) takdir edilmeye kendini hazırlamıştı. Yaklaşım aslında daha da geriye gidiyor, "Güneşin yarın doğması ne kadar olası?" gibi soruları tartışan Laplace'a kadar uzanıyor. Ancak şimdi, hiç olmazsa tarihsel nedenlerle, bu terime sıkışıp kaldık.

Bayes, makalesinde olasılığı şöyle tanımlıyor: "Herhangi bir olayın olasılığı, olayın gerçekleşmesine bağlı olarak bir beklentinin hesaplanması gereken değeriyle olayın olması durumunda beklenen şeyin şansı arasındaki orandır." Bu ifade biraz belirsizdir. "Beklentimiz" nedir? "Hesaplanması gereken" ne anlama geliyor? Makul bir yorum, bir olayın olasılığının, onun olacağına dair *inanç derecemiz* olarak yorumlanabilmesidir. Bir hipotez olarak ona ne kadar güveniriz; hangi ihtimaller onun üzerine kumar oynamak için aklımızı çelerdi; ona ne kadar güçlü inanırız.

Bu yorumun avantajları vardır. Özellikle, yalnızca bir kez meydana gelebilecek olaylara olasılık atamamızı sağlar. Uzaylılarla ilgili sorum makul bir şekilde yanıtlanabilir "Akıllı uzaylıların 3018 yılına kadar bizi ziyaret etme olasılığı 0,316'dır." Bu ifade, "tarihin bu dönemini tekrar tekrar bin kez çalıştırırsak, 316'sında uzaylılar ortaya çıkacaktır" anlamına gelmez. Bir zaman makinemiz olsa ve kullanıldığında tarihi değiştirmese bile, ya 0 kez ya da 1000 kez uzaylı istilası olurdu. Hayır: 0,316, ortaya çıkacaklarına dair inancımızın makul olduğu anlamına gelir.

Olasılığın inanç derecesi olarak yorumlanmasının da belirgin dezavantajları vardır. George Boole'un 1854'te *An Investigation into the Laws of Thought*'da yazdığı gibi, "Zihnin bir duygusu olarak görülen beklenti şiddetinin, herhangi bir sayısal standarda atfedilebileceğini iddia etmek felsefi olmaz. İyimser

---

bazı temel faktörleri özetlemek için denklemini sundu. Genellikle galaksideki uzaylı uygarlıkların sayısını tahmin etmek için kullanılır, ancak değişkenlerin çoğunu tahmin etmek zordur ve bu amaç için uygun değildir. Aynı zamanda bazı yaratıcı olmayan modelleme varsayımlarını da içerir. Bakınız: https://en.wikipedia.org/wiki/Drake_equation

mizaçlı kişi, ürkek umutsuzluğun ve tereddütte olanın şüphe içinde kaybolduğu yerde büyük umutlar besler." Diğer bir deyişle, benim değerlendirmeme katılmıyorsanız ve bir uzaylı istilası olasılığının sadece 0,003 olduğunu söylüyorsanız, kimin haklı olduğunu bulmanın yolu yoktur. *Uzaylılar ortaya çıksa bile* bu doğrudur. Eğer ortaya çıkmazlarsa, sizin tahmininiz benimkinden daha iyidir; eğer çıkarlarsa, benimki sizinkinden daha iyidir. Ancak hiçbirimiz açıkça haklı değilizdir ve diğer rakamlar –ne olduğuna bağlı olarak– ikimizden de daha iyi performans gösterebilir.

Bayescilerin bu itiraza bir tür cevabı var. Tam olarak aynı koşullar altında olmasa da deneyi tekrarlama olasılığını yeniden sunar. Ancak bu sefer, bir bin yıl daha bekleyeceğiz ve başka bir uzaylı grubunun ortaya çıkıp çıkmayacağına bakacağız. Ama bunu yapmadan önce, inanç derecelerimizi *gözden geçiriyoruz.*

Mesela, 2735 yılında Apellobetnees III'ten bir keşif heyetinin yola çıktığını varsayalım. O zaman benim 0,316'ım, sizin 0,003'ten daha iyi performans göstermiş olur. Yani, sonraki binyılla gelince, ikimiz de inanç derecelerimizi gözden geçiriyoruz. Sizinkinin kesinlikle yukarı doğru düzeltilmesi gerekiyor; belki benimki de. Belki de 0,718'de uzlaşırız.

Bu noktada durabiliriz. Olayın tam olarak tekrarlanması mümkün değil. Tahmin ettiğimiz şey her ne ise onun daha iyi bir tahminine sahibiz. Daha iddialı olursak, soruyu "1000 yıl içinde uzaylıların gelme olasılığı" olarak yenileyip deneyi tekrar yapabiliriz. Bu sefer, aman tanrım yeni uzaylılar gelmiyor. Böylece inanç derecemizi yeniden düzeltiyoruz, diyelim ki 0,584'e indirip bin yıl daha bekliyoruz.

Tüm bunlar kulağa biraz gelişigüzel geliyor ve aslında öyle de. Bayes versiyonu daha sistematiktir. Buradaki fikir, başlangıçta bir inanç derecesiyle; *önceki* olasılıkla başlamamızdır. Deneyi yaparız (uzaylıları bekleriz), sonucu gözlemleriz ve gelişmiş, daha bilinçli inanç derecemiz olan *sonraki* bir olasılığı hesaplamak için Bayes teoremini kullanırız. Artık sadece bir tahmin değil, bazı sınırlı kanıtlara dayanıyor. Orada dursak bile, faydalı bir şey elde ettik. Ancak uygun olduğunda, bu

sonraki olasılığı yeni bir önceki olasılık olarak yeniden yorumlayabiliriz. Sonra, bir anlamda daha iyi olması gereken ikinci bir sonraki olasılık elde etmek için ikinci bir deney yapabiliriz. Bunu yeni bir önceki olarak kullanarak, deneyi tekrarlarız, daha da iyi bir sonraki elde ederiz ... ve öyle gider.

Hâlâ öznel geliyor, ki öyle. Ancak dikkat çekici bir şekilde, genellikle şaşırtıcı derecede iyi çalışmaktadır. Sıklıkçı bir modelde bulunmayan sonuçlar verir ve yöntemler önerir. Bu sonuçlar ve yöntemler önemli problemleri çözebilir. Dolayısıyla istatistik dünyası şimdi iki farklı mezhebe bölünmüştür, Sıklıkçılar ve Bayesciler, iki farklı ideolojiyle: Sıklıkçılık ve Bayescilik.

Pragmatik bir görüş, seçim yapmak zorunda olmadığımızdır. İki kafa bir taneden daha iyidir, iki yorum bir taneden daha iyidir ve iki felsefe bir taneden daha iyidir. Biri işe yaramazsa diğerini denersiniz. Yavaş yavaş bu görüş hâkim oluyor, ancak şu anda birçok insan sadece bir mezhebin haklı olduğu konusunda ısrar ediyor. Birçok alandaki bilim insanları, her ikisiyle de birlikte hareket etmekten tamamen memnunlar ve Bayes yöntemleri daha uyarlanabilir oldukları için daha yaygın.

Bir hukuk mahkemesi, matematiksel teoremler için alışılmadık bir test zemini olarak görülebilir, ancak Bayes teoreminin cezai kovuşturmalarda önemli uygulamaları vardır. Ne yazık ki, avukatlık mesleği bunu büyük ölçüde görmezden geliyor ve davalar, yanıltıcı istatistiksel mantıkla dolu. Belirsizliği azaltmanın hayati önem taşıdığı ve tam da bunu başarmak için iyi geliştirilmiş matematiksel araçların bulunduğu bir beşerî faaliyet alanında hem kovuşturma hem de savunmanın arkaik ve yanlış olan mantığa başvurmayı tercih etmesi ironik ancak oldukça tahmin edilebilirdir. Daha da kötüsü, hukuk sisteminin kendisi matematiğin kullanımını caydırır. Olasılık teorisinin mahkemelerdeki uygulamalarının, birinin hız sınırını ne kadar aştığına karar vermek için aritmetik kullanmaktan daha tartışmalı olmaması gerektiğini düşünebilirsiniz. Asıl sorun, istatistiksel çıkarımın yanlış yorumlamaya açık olması ve hem kovuşturma hem de savunma avukatlarının yararlanabileceği boşluklar yaratmasıdır.

1998 yılında *Regina–Adams* temyiz davasında Bayes teoreminin yasal davalarda kullanılmasına karşı özellikle yıkıcı bir karar verildi; bu dava, suçun tek kanıtının kurbandan alınan bir sürüntüde DNA eşleşmesinin olduğu bir tecavüz davasıydı. Sanık suçun işlendiği anda başka yerde bulunduğunu iddia ediyordu ve kurbanın saldırgan eşkaline benzemiyordu, ancak bu eşleşme nedeniyle mahkûm edilmişti. Temyizde savunma, herhangi bir istatistiksel argümanın savunmanın kanıtlarını da hesaba katması gerektiğini ve Bayes teoreminin doğru yaklaşım olduğunu açıklayan bir uzman tanığın ifadesiyle savcılığın eşleşme olasılığının 200 milyonda bir olduğu yönündeki iddiasına karşı çıktı. Temyiz başarılı oldu, ancak yargıç *tüm* istatistiksel akıl yürütmeyi kınadı: "Jürinin görevi ... kanıtları değerlendirmek ve matematiksel formül veya başka yöntemler aracılığıyla değil, bireysel sağduyularının ortak başvurusuyla bir sonuca varmak ve halka önlerindeki delili sunmaktır." Her şey çok güzel, ama Bölüm 6 bu gibi durumlarda "sağduyunun" ne kadar yararsız olabileceğini gösteriyor.

2013 yılındaki *Nulty ve Ors–Milton Keynes Belediye Meclisi* davası, Milton Keynes yakınlarındaki bir geri dönüşüm merkezinde çıkan yangınla ilgili bir hukuk davasıydı. Yargıç nedenin atılan bir sigara olduğu sonucuna varmıştı çünkü alternatif açıklama olan elektrik kıvılcımı daha az olasıydı. Sigarayı attığı iddia edilen mühendisi sigortalayan şirket davayı kaybetti ve 2 milyon sterlin tazminata mahkûm edildi. Temyiz Mahkemesi hâkimin gerekçesini reddetti, ancak temyiz başvurusunu kabul etmedi. Yargı, Bayes istatistiğinin tüm temelini geçersiz saydı: "Bazen 'olasılık dengesi' standardı matematiksel olarak '%50+ olasılık' şeklinde ifade edilir, ancak bu aldatıcı matematik tehlikesini de beraberinde getirebilir... Bazı olayların gerçekleşme olasılığını yüzde cinsinden ifade etmek yanıltıcıdır."

Norma Fenton ve Martin Neil[3] bir avukatın şunları söylediğini bildiriyor: "Bak, adam ya yaptı ya da yapmadı. Yaptıysa

[3] N. Fenton ve M. Neil. *Risk Assessment and Decision Analysis with Bayesian Networks*, CRC Press, Boca Raton, Florida, 2012.

%100 suçlu, yapmadıysa %0 suçludur; yani suçluluk şansını bu ikisinin arasında bir olasılık olarak vermek anlamsızdır ve kanunda yeri yoktur." Olduğunu (ya da olmadığını) *bildiğiniz* olaylara olasılıklar atamak mantıksızdır. Ancak, bilmediğiniz zaman olasılıkları atamak tamamen mantıklıdır ve Bayescilik bunu rasyonel olarak nasıl yapacağınızla ilgilidir. Örneğin, birinin yazı tura attığını varsayalım; atan görüyor, siz görmüyorsunuz. Ona göre sonuç bilinmektedir ve olasılığı 1'dir. Ama size göre, yazı ve turanın her biri için olasılık 1/2'dir, çünkü ne olduğunu değil, tahmininizin ne kadar olasılıkla doğru olabileceğini hesaplıyorsunuz. *Her* davada, davalı ya suçludur ya da değildir; ancak bu bilginin, işi davalının suçlu mu suçsuz mu olduğunu öğrenmek olan mahkemeyle hiçbir ilgisi yoktur. Klasik bir şekilde saçma sapan konuşan avukatlar tarafından jürilerin kandırılmalarına izin veriyorken, faydalı bir aracı jürileri yanıltabileceği için reddetmek biraz aptalca olur.

Matematiksel gösterim birçok insanın kafasını karıştırır ve koşullu olasılıklar için sezgimizin çok zayıf olması kesinlikle yardımcı olmaz. Ancak bunlar, değerli bir istatistiksel aracı reddetmek için iyi nedenler değildirler. Hakimler ve jüriler rutin olarak oldukça karmaşık durumlarla ilgilenirler. Geleneksel güvenceler, bilirkişi –ancak göreceğimiz gibi, tavsiyeleri şaşmaz değildir– ve jürinin hâkim tarafından dikkatli bir şekilde yönlendirilmesi gibi şeylerdir. Bahsettiğim iki davada, avukatların yeterince zorlayıcı bir istatistiksel dava sunmadıklarına hükmetmek belki de mantıklıydı. Ancak uzaktan ilintili herhangi bir şeyin gelecekte kullanılmasına karşı karar vermek, birçok yorumcunun gözünde gerçekçi olmayan bir adımdı ve suçluyu mahkûm etmeyi çok daha zor hale getirerek masumların can güvenliğini tehlikeye atıyordu. Bu nedenle, belirsizliği azaltmak için çok yararlı bir araç olduğu kanıtlanan parlak ve temelde basit bir keşif istenmemeye başladı, çünkü hukuk mesleği bunu ya anlamıyordu ya da kötüye kullanmaya niyetliydi.

Ne yazık ki, özellikle koşullu olasılıklar hakkında, olasılıksal mantığı kötüye kullanmak çok kolaydır. Bölüm 6'da sezgimizin ne kadar kolay yoldan saptırılabileceğini gördük ve işte tam da

o zaman matematik açık ve kesindir. Mahkemede olduğunuzu ve cinayetle suçlandığınızı hayal edin. Kurbanın giysisindeki bir kan lekesinden DNA parmak izi alınmış ve sizin DNA'nızla yakın bir eşleşme var. İddia makamı, eşleşmenin çok yakın olduğunu ve rastgele seçilmiş bir kişi için bunun olma ihtimalinin milyonda bir olduğunu iddia ediyor –ki bu doğru olabilir, öyle olduğunu varsayalım– ve masum olma ihtimalinizin de milyonda bir olduğu sonucuna varıyor. Bu, en basit haliyle, savcının yanıltmacasıdır. Tamamen saçmalıktır.

Savunma avukatınız harekete geçiyor. Birleşik Krallık'ta altmış milyon insan var. Milyonda bir olan bu ihtimalle bile, 60 kişinin eşit derecede suçlu olması muhtemeldir. Suçlu olma şansınız 1/60 veya yaklaşık %1,6'dır. Bu da savunma avukatının yanıltmacasıdır ve yine saçmadır.

Bu örnekler uydurmaydı, ancak benzer bağlamda bir şeyin mahkemeye sunulduğu birçok dava var ve bunlardan biri savcılığın alakasız bir DNA eşleşme olasılığını vurguladığı *Regina–Adams* davasıdır. Mahkemelerin kendilerinin de temyizde mahkûmiyeti bozarak kabul ettikleri gibi, savcının yanıltmacasına dayanarak masum insanların mahkûm edildiği açık örnekler vardır. İstatistik uzmanları, yanıltıcı istatistiksel mantığın neden olduğu kıyaslanabilir birçok adli yanlışın düzeltilmediğine inanıyor. Mahkeme savunma avukatının yanılgısına düştüğü için suçluların suçsuz bulunması, kanıtlanması zor olsa da muhtemel görünüyor. Bununla birlikte, her iki mantık çizgisinin neden yanlış olduğunu açıklamak oldukça kolaydır.

Şimdilik, duruşmalarda olasılık hesaplamalarına izin verilmeli mi verilmemeli mi konusunu bir kenara bırakalım. Her şeyden önce, duruşmaların amacı suçluluğun veya masumiyetin değerlendirilmesidir, *muhtemelen* kirli eylemi yaptığınız gerekçesiyle sizi mahkûm etmek değil. Tartışılan konu, istatistiğin kullanımına izin *verilirken* nelere dikkat etmemiz gerektiğidir. Aslında, İngiliz veya Amerikan hukukunda olasılıkların kanıt olarak sunulmasına engel olacak hiçbir şey yoktur. Benim DNA senaryomdaki savcılık ve savunmanın her ikisi de doğru olamaz, çünkü değerlendirmeleri son derece farklıydı. Peki yanlış olan nedir?

Conan Doyle'un "Silver Blaze" adlı kısa öyküsünün konusu dikkatleri "gece vakti köpeğin tuhaf olayına" çeken Sherlock Holmes'a dayanıyor. Scotland Yard'ın Müfettişi Gregory, "Köpek gece *hiçbir şey* yapmadı" diye protesto eder. Buna Holmes, her zamanki gibi esrarengiz bir şekilde, "Tuhaf olay buydu" yanıtını verir. Yukarıdaki iki argümanda hiçbir şey yapmayan bir köpek var. Bu nedir? Suçluluğu veya masumiyeti gösterebilecek başka hiçbir kanıttan bahsedilmemiştir. Ancak ek kanıtların, suçlu olduğunuza dair *muhtemel* olasılık üzerinde güçlü bir etkisi vardır ve bu, hesapları değiştirir.

Problemi netleştirmeye yardımcı olabilecek başka bir senaryo. 10 milyon sterlinlik Milli Piyangoyu kazandığınızı söyleyen bir telefon alıyorsunuz. Gerçekten doğru ve ödül çekinizi alıyorsunuz. Ama bankanıza verdiğinizde, omzunuzda ağır bir el hissediyorsunuz; bu bir polis ve sizi hırsızlıktan tutukluyor. Mahkemede, savcılık, piyango şirketini para ödülü için dolandırarak neredeyse kesinlikle hile yaptığınızı iddia ediyor. Nedeni basit; rastgele seçilen herhangi bir kişinin piyangoyu kazanma şansı 20 milyonda bir. Savcının safsatasına göre masum olma ihtimaliniz bu.

Bu durumda neyin yanlış olduğu açıktır. Her hafta on milyonlarca insan piyango oynuyor; *birinin* kazanma ihtimali çok yüksek. Önceden rastgele seçilmediniz; *kazandığınız için* olaydan sonra seçildiniz.

İki çocuğunu beşik ölümleri (SIDS, ani bebek ölümü sendromu) nedeniyle kaybeden İngiliz Avukat Sally Clark'ın davasında, istatistiksel kanıtlar içeren özellikle rahatsız edici bir yasal vaka meydana geldi. Savcılık tarafından atanan bilirkişi, bu çifte trajedinin kazara meydana gelme olasılığının 73 milyonda bir olduğunu ifade etti. Ayrıca, gözlemlenen gerçek oranın daha sık olduğunu söyledi ve bu çelişkiyi, birçok çifte beşik ölümünün tesadüfi olmadığını, kendi özel uzmanlık alanı olan Munchausen sendromundan kaynaklandığını öne sürerek açıkladı. İstatistik dışında herhangi bir önemli destekleyici kanıt olmamasına rağmen, Clark çocuklarını öldürmekten suçlu bulundu, medyada oldukça sövüldü ve ömür boyu hapse mahkûm edildi.

İddia makamının davasındaki ciddi kusurlar, mahkûmiyet kararından sonra bir basın açıklamasında bunlara dikkat çeken Kraliyet İstatistik Kurumu'nun uyarısına kadar en başından belliydi. Üç yıldan fazla bir süre hapis yattıktan sonra Clark temyizde serbest bırakıldı, ancak bu kusurlardan herhangi biri nedeniyle değil bebekleri ölümlerden sonra inceleyen patolog Clark'ın masumiyetine dair olası kanıtları sakladığı için. Clark bu adli hata nedeniyle asla toparlayamadı. Psikiyatrik sorunlar baş gösterdi ve dört yıl sonra alkol zehirlenmesinden öldü.

Birkaç çeşit kusur var. SIDS'in genetik bir öğeye sahip olduğuna dair net kanıtlar var, yani bir ailede bir beşik ölümü ikincisini daha olası hale getiriyor. Böyle bir ölümün şansını kendisiyle çarparak peşi sıra iki ölümün şansını mantıklı bir şekilde tahmin edemezsiniz. İki olay *bağımsız değildir*. Çifte ölümlerin çoğunun *vekilin* Munchausen sendromunun sonucu olduğu iddiası itiraza açıktır. Munchausen sendromu bir kendine zarar verme şeklidir. Munchausen sendromu, bir başkasına zarar vererek kendine zarar vermedir. (Bunun mantıklı olup olmadığı tartışılır.) Mahkeme, bilirkişi tarafından bildirilen daha yüksek çifte ölüm oranının, aslında, kazara olanların *gerçek* oranı olabileceğinden habersiz görünüyordu. Kuşkusuz, çocukların gerçekten öldürüldüğü birkaç ender vaka olmuştur.

Ama bütün bunlar konunun dışında. Kazara çift beşik ölümleri için hangi olasılık kullanılırsa kullanılsın, olası alternatiflerle karşılaştırılmalıdır. Ayrıca her şey diğer kanıta, *iki ölümün meydana gelmiş olmasına* koşullu olmalıdır. Dolayısıyla üç olası açıklama var: her iki ölüm de kazaydı; ikisi de cinayetti; tamamen başka (biri cinayet, biri doğal ölüm gibi) bir şey oldu. Her üç olay da son derece olasılık dışıdır; olasılıkla ilgili herhangi bir şey varsa, o da her birinin diğerleriyle karşılaştırıldığında ne kadar olası olmadığıdır. Ve her iki ölüm de cinayet olsa bile, geriye şu soru kalır: *Kim yaptı*? Cevap otomatik olarak anne değildir.

Böylece mahkeme

- İki bebek ölümü gerçekleştiği göz önüne alındığında, annenin çifte katil olma olasılığı

üzerine düşünmesi gerekirken

- Rastgele seçilen bir ailenin iki beşik ölümü yaşama olasılığı

üzerine odaklandı. Daha sonra yanlış rakamlar kullanırken ikisini karıştırdı.

Bir matematikçi olan Ray Hill, gerçek verileri kullanarak beşik ölümlerinin istatistiksel bir analizini yaptı ve bir ailede iki SIDS kazası olma olasılığının, iki cinayet olasılığının 4,5 ila 9 katı arasında olduğunu buldu. Başka bir deyişle, sadece istatistiksel gerekçelerle, Clark'ın suçlu olma olasılığı yalnızca %10-20 idi.

Bunun yanı sıra, köpek havlamadı. Bu tür bir durumda, başka kanıtlar tarafından desteklenmedikçe, tek başına istatistiksel kanıtlar tamamen güvenilmezdir. Örneğin, sanığın çocuklarını suistimal etme konusunda bir sicili olduğu bağımsız olarak tespit edilebilseydi savcılığın davasını güçlendirebilirdi, ancak böyle bir adli kayıt bulunamadı. Ve böyle bir suiistimalin işaretleri olmadığını iddia etmek savunmanın durumunu güçlendirebilirdi. Nihayetinde, suçluluğunun tek "kanıtı," görünüşe göre SIDS'den iki çocuğunun ölmüş olmasıydı.

Fenton ve Neil, istatistiksel muhakemenin yanlış uygulanmış olabileceği çok sayıda başka vakayı ele alıyor.[4] 2003'te Hollandalı bir çocuk hemşiresi olan Lucia de Berk, dört cinayet ve üç cinayete teşebbüsle suçlandı. Aynı hastanede görev başındayken alışılmadık derecede yüksek sayıda hasta ölmüştü ve savcılık, bunun tesadüfen olma olasılığının 342 milyonda bir olduğunu iddia ederek dolaylı kanıtları bir araya getirdi. Bu hesaplama, sanığın suçlu olmadığı göz önüne alındığında, mevcut delillerin olasılığına işaret eder. Hesaplanması gereken, kanıtlar göz önüne alındığında suçlu olma olasılığıydı. De Berk suçlu bulundu ve ömür boyu hapis cezasına çarptırıldı. Temyizde, suçlu olduğuna dair iddia edilen kanıtlar temyiz sırasında "Ben uydurdum" diyen bir tanık tarafından geri çekilmesine rağmen karar onandı. (Bu tanık o sırada bir suçlu psikolojisi biriminde

[4] N. Fenton ve M. Neil. Bayes and the law, *Annual Review of Statistics and Its Application* 3 (2016) 51–77. https://en.wikipedia.org/wiki/Lucia_de_Berk

tutuluyordu.) Basın, beklendiği üzere, mahkûmiyete itiraz etti, kamuya açık bir dilekçe düzenlendi ve 2006'da Hollanda Yüksek Mahkemesi davayı Amsterdam Mahkemesine geri gönderdi ve bu mahkeme de mahkûmiyeti tekrar onayladı. 2008'de, çok kötü bir propagandadan sonra, Yüksek Mahkeme davayı yeniden açtı. 2010'da yeniden yapılan bir yargılama, tüm ölümlerin doğal nedenlere bağlı olduğunu ve olaya karışan hemşirelerin birkaç hayat kurtardığını ortaya çıkardı. Mahkeme mahkûmiyet kararını düşürdü.

Hastanelerde çok sayıda ölüm ve çok sayıda hemşire olduğu için, bazı ölümlerle belirli bir hemşire arasında alışılmadık derecede güçlü ilişkilerin muhtemel olması açık olmalıdır. Ronald Meester ve meslektaşları[5] "342 milyonda bir" rakamının bir çift daldırma durumu olduğunu öne sürüyorlar (bkz. Bölüm 7). Daha uygun istatistiksel yöntemlerin 300'de bir, hatta 50'de bir rakamına yol açtığını gösteriyorlar. Bu değerler, suçluluk kanıtı için istatistiksel olarak anlamlı değildir.

2016'da Fenton, Neil ve Daniel Berger, hukuk davalarında Bayes mantığına ilişkin bir inceleme yayınladı. Hukuk mesleğinin bu tür argümanlardan neden şüphelendiğini analiz ettiler ve potansiyellerini gözden geçirdiler. Hukuki işlemlerde istatistik kullanımının son kırk yılda önemli ölçüde arttığını, ancak Bayes yaklaşımının klasik yöntemlerle ilişkili tuzakların çoğunu önlemesine ve daha yaygın bir şekilde uygulanabilir olmasına rağmen, bu tür kullanımların çoğunun klasik istatistik içerdiğine dikkat çekerek başladılar. Ana sonuçları, etki eksikliğinin "hukuk camiasının Bayes teoremi hakkındaki yanlış anlamalarından ... ve modern hesaplama yöntemlerinin benimsenmemesinden" kaynaklandığıydı. Ve gerekli hesaplamaları "hukukta Bayes kullanımıyla ilgili endişelerin çoğunu giderecek" şekilde otomatikleştirebilecek yeni bir teknik olan Bayes ağlarının kullanımını savundular.

---

[5] Ronald Meester, Michiel van Lambalgen, Marieke Collins ve Richard Gil. On the (ab)use of statistics in the legal case against the nurse Lucia de B. arXiv:math/0607340 [math.ST] (2005).

Oldukça katı varsayımları ve uzun süredir devam eden gelenekleriyle klasik istatistik, yanlış yorumlanmaya açıktır. İstatistiksel anlamlılık testlerine yapılan vurgu, savcının yanılgısına yol açabilir, çünkü suç göze alındığında kanıtın olasılığı, kanıt göze alındığında suçun olasılığı olarak yanlış sunulabilir. Bazı sayıların yer aldığını güvenle varsayabileceğimiz değer aralığını tanımlayan güven aralıkları gibi daha teknik kavramlar, "neredeyse her zaman yanlış yorumlanır, çünkü bunların doğru tanımı hem karmaşık hem de sezgilere aykırıdır (aslında birçok eğitimli istatistikçi tarafından bile tam olarak anlaşılmamıştır)." Bu zorluklar ve klasik istatistiğin zayıf sicili, avukatları her türlü istatistiksel mantık konusunda mutsuz etmiştir.

Bu, Bayes yöntemlerine direnmenin bir nedeni olabilir. Fenton ve meslektaşları daha ilginç başka bir tane daha öneriyorlar: Mahkemede sunulan Bayes modellerinin çoğu aşırı basitleştirilmiştir. Bu modeller, ilgili hesaplamaların elle yapılabilecek kadar basit olması gerektiği varsayımı nedeniyle kullanılır, böylece yargıç ve jüri bunları takip edebilir.

Bilgisayar çağında, bu kısıtlama gerekli değildir. Anlaşılmaz bilgisayar algoritmaları hakkında endişelenmek mantıklıdır; uç bir vaka olarak, kanıtları sessizce tartan ve açıklama yapmadan ya "suçlu" ya da "suçsuz" ilan eden, yapay zekâya sahip bir Adalet Bilgisayarı hayal edebiliriz. Ancak algoritma tamamen anlaşılabilir olduğunda ve toplamlar basit olduğunda, daha belirgin potansiyel sorunlara karşı koruma sağlamak zor olmamalıdır.

İncelemiş olduğum Bayes mantığının oyuncak modelleri çok az sayıda ifade içerir ve tüm yaptığımız, başka bir ifade verildiğinde bir ifadenin ne kadar olası olduğunu düşünmektir. Ancak bir hukuk davası, "şüpheli suç mahallindeydi," "sanığın DNA'sı kurbanın üzerindeki kan izleriyle eşleşiyor" veya "civarda gümüş renkli bir araba görüldü" gibi ifadelerle birlikte her türlü kanıtı içerir. Bir Bayes ağı, tüm bu faktörleri ve birbirlerini nasıl etkilediklerini, oklarla birleştirilmiş bir kutu koleksiyonu şeklinde yönlü bir grafik olarak temsil eder. Her faktör için bir kutu ve her etki için bir ok vardır. Ayrıca her okla ilişkilendirilen, okun kuyruğundaki faktöre göre başındaki faktörün koşullu

olasılığı olan bir sayı bulunur. Bayes teoreminin genelleştirilmesi daha sonra herhangi bir faktör veriliyken, hatta bilinen diğer her şey göz önüne alındığında, herhangi bir özel faktörün meydana gelme olasılığını hesaplamayı mümkün kılar.

Fenton ve meslektaşları, uygun şekilde uygulanan, geliştirilen ve test edilen Bayes ağlarının, "doğru ilgili hipotezleri ve kanıtların tam nedensel bağlamını modelleyebilen" önemli bir hukuki araç haline gelebileceğini öne sürüyorlar. Elbette, bu tür bir uygulama için hangi tür kanıtların uygun görülebileceğine dair pek çok mesele var ve bu meselelerin tartışılması ve üzerinde mutabık kalınması gerekiyor. Bununla birlikte, böyle bir tartışmayı engelleyen başlıca engeller, bilim ile hukuk arasında halihazırda var olan güçlü kültürel bariyerlerdir.

9

YASA VE DÜZENSİZLİK

Heat won't pass from a cooler to a hotter,
You can try it if you like but you far better notter.
Michael Flanders and Donald Swann,
First and Second Law (şarkı sözleri)*

Yasa ve düzenden yasa ve düzensizliğe. İnsan ilişkilerinden fiziğe.

Herkesin bildiği veya en azından yakınlaştığı çok az bilimsel ilkeden biri termodinamiğin ikinci yasasıdır. Roman yazarı C.P. Snow, 1959'daki kötü şöhretli "iki kültür" Rede derslerinde ve onu takip eden kitabında, bu yasanın ne demek istediğini bilmeyen birinin kendini kültürlü görmemesi gerektiğini söyledi:

> Pek çok kez, geleneksel kültürün standartlarına göre yüksek eğitimli olduğu düşünülen ve bilim insanlarının cehaletine olan inançsızlıklarını büyük bir zevkle ifade eden insanların toplantılarında bulundum. Bir veya iki kez provoke edildim ve toplantıda kaç kişinin Termodinamiğin İkinci Yasasını tanımlayabileceğini sordum. Pek ses çıkmadı, aynı zamanda cevap olumsuzdu. Oysaki *Shakespeare'in bir eserini okudunuz mu?* sorusunun bilimsel karşılığı olan bir şey soruyordum.

Mantıklı bir noktaya değiniyordu: Temel bilim, en azından, örneğin Horace'tan Latince alıntıları bilmek ya da Byron ya da Coleridge'den alıntılar yapabilmek kadar insan kültürünün bir parçasıdır. Öte yandan, gerçekten daha iyi bir örnek seçmeliydi, çünkü birçok bilim insanı termodinamiğin ikinci yasasını çok iyi bilmez.[1]

---

* Isı soğuktan sıcağa geçmez / İsterseniz deneyebilirsiniz, ancak not almanız çok daha iyidir / Michael Flanders ve Donald Swann / Birinci ve İkinci Kanun

1 Bilim tarihçisi Clifford Truesdell'in şöyle dediği bilinir: "Her fizikçi,

Adil olmak gerekirse, Snow, on eğitimli kişiden en fazla birinin "Okuyabilir misin?" sorusunun bilimsel karşılığı olan kütle veya ivme gibi daha basit kavramların anlamını açıklayabileceğini öne sürdü. Edebiyat eleştirmeni F.R. (Frank Raymond) Leavis, yanlışlıkla Snow'un parmak basmak istediği noktaya işaret ederek yalnızca bir kültür olduğunu söyledi; *onunki.*

Daha olumlu bir yanıt olarak, Michael Flanders ve Donald Swann 1956-1967 yılları arasında *At the Drop of a Hat and At the Drop of Another Hat* isimli turne revülerinde seslendirdikleri, iki satırı bu bölümün başında bir epigram olarak yazılan, çok sevilen çizgi roman şarkılarından birini yazdılar.[2] İkinci yasanın bilimsel ifadesi, Flanders & Swann şarkısının sonuna doğru ortaya çıkan oldukça kaygan bir kavramla ifade edilmiştir: "Yeah, that's entropy, man."

Termodinamik ısı bilimidir ve bir nesneden veya sistemden diğerine nasıl aktarılabileceğini inceler. Örnek olarak, bir su ısıtıcısında su kaynatmak veya bir mum üzerinde bir balon tutmak gösterilebilir. En bilinen termodinamik değişkenler sıcaklık, basınç ve hacimdir. İdeal gaz yasası bize bunların nasıl ilişkili olduğunu söyler: Basınç çarpı hacim mutlak sıcaklıkla orantılıdır. Örneğin, bir balonun içindeki havayı ısıtırsak, sıcaklık artar, bu nedenle ya daha büyük bir hacim kaplamalıdır (balon genişler) ya da içindeki basınç artmalıdır (sonunda balonu patlatır) ya da ikisinden de biraz. Burada ideal gaz yasasının kapsamı dışında kalan, ısının balonu yakabileceği veya eritebileceği şeklindeki bariz noktayı görmezden geliyorum.

Diğer bir termodinamik değişken, sıcaklıktan farklı ve birçok açıdan ondan daha basit olan ısıdır. Her ikisinden de çok daha incelikli olan entropi, genellikle bir termodinamik sistemin ne

---

[termodinamiğin] birinci ve ikinci yasasının ne anlama geldiğini bilir, ancak sorun şu ki bunlarla mutabık olan iki fizikçi yoktur" Bakınız: Karl Popper. Against the philosophy of meaning, German 20th Century Philosophical Writings (ed. W. Schirmacher), Continuum, New York, 2003, sayfa 208.

[2] Sözlerin geri kalanını şurada bulabilirsiniz: https://lyricsplayground.com/alpha/songs/f/firstandsecondlaw.html

kadar düzensiz olduğunun bir ölçüsü şeklinde gayri resmi olarak tanımlanır. İkinci yasaya göre, dış etkenlerden etkilenmeyen herhangi bir sistemde entropi her zaman artar. Bu bağlamda, "düzensizlik" bir tanım değil, bir metafordur ve kolayca yanlış yorumlanabilir.

Termodinamiğin ikinci yasasının, çevremizdeki dünyanın bilimsel anlayışı için önemli etkileri vardır. Bazıları, evrenin çok uzun süre sonra her şeyin düzgün ılık bir çorba haline gelmiş olacağı ısı ölümü gibi kozmik ölçektedir. Bazılarıysa, daha karmaşık organizmalar daha düzenli olduğu için ikinci yasanın evrimi imkânsız kıldığı iddiası gibi yanlış anlamalardır. Ve bazıları da "zamanın oku" gibi çok şaşırtıcı ve paradoksaldır; ikinci yasanın türetildiği denklemler zaman hangi yönde akarsa aksın aynı olsa da entropi zamanın akışı için belirli bir ileri yön seçiyor gibi görünür.

İkinci yasanın teorik temeli, 1870'lerde Avusturyalı fizikçi Ludwig Boltzmann tarafından geliştirilen kinetik teoridir. Bu teori, bir gazdaki moleküllerin hareketinin, moleküller çarpıştıklarında birbirlerinden seken küçük sert küreler olarak temsil edildiği basit bir matematiksel modelidir. Moleküllerin boyutlarına göre ortalama olarak birbirinden çok uzak olduğu varsayılır; bir sıvıda veya bir katıda olduğu gibi sıkı bir şekilde paketlenmiş değildirler. O zamanlar önde gelen fizikçilerin çoğu moleküllere inanmıyordu. Aslında, maddenin molekülleri oluşturmak için bir araya gelen atomlardan oluştuğuna inanmıyorlardı, bu yüzden Boltzmann'a zor anlar yaşattılar. Fikirlerine yönelik şüphecilik kariyeri boyunca devam etti ve 1906'da tatildeyken kendini astı. Sebebin onun fikirlerine karşı direniş olup olmadığını söylemek zor, ama kesinlikle yanlış yönlendirilmişti.

Kinetik teorinin merkezi bir özelliği, pratikte moleküllerin hareketinin rastgele görünmesidir. Bu nedenle belirsizlik üzerine bir kitapta termodinamiğin ikinci yasasıyla ilgili bir bölüm yer alır. Ancak, seken küreler modeli belirlenimcidir ve hareket kaotiktir. Ancak matematikçilerin bunu kanıtlaması bir yüzyıldan fazla sürdü.[3]

---

[3] N. Simanyi ve D. Szasz. Hard ball systems are completely hyperbolic, *Annals of Mathematics* 149 (1999) 35–96.

Termodinamiğin tarihi ve kinetik teori karmaşıktır, bu yüzden ince ayrıntılara yer vermeyeceğim ve tartışmayı, işlerin daha basit olduğu gazlarla sınırlayacağım. Bu fizik alanı iki ana aşamadan geçti. İlkinde, klasik termodinamikte, bir gazın önemli özellikleri, genel durumunu tanımlayan makroskopik değişkenlerdi; yukarıda bahsedilen sıcaklık, basınç, hacim vb. Bilim insanları, (1900'lerin başına kadar tartışmalı olmasına rağmen) bir gazın moleküllerden oluştuğunun farkındaydılar, ancak genel durum etkilenmediği sürece bu moleküllerin kesin konumları ve hızları dikkate alınmıyordu. Örneğin ısı, moleküllerin toplam kinetik enerjisidir. Çarpışmalar, bazılarının hızlanmasına bazılarının yavaşlamasına neden oluyorsa, toplam enerji aynı kalır, dolayısıyla bu tür değişikliklerin bu makroskopik değişkenler üzerinde hiçbir etkisi olmaz. Matematiksel mesele, makroskopik değişkenlerin birbirleriyle nasıl ilişkili olduğunu açıklamak ve gazın nasıl davrandığını anlamak için ortaya çıkan denklemleri ("yasaları") kullanmaktı. Başlangıçta, ana pratik uygulama, buhar motorlarının ve benzeri endüstriyel makinelerin tasarlanmasıydı. Aslında, buhar motorlarının verimliliğinin teorik sınırlarının analizi, entropi kavramını motive etti.

İkinci aşamada, gazın tek tek moleküllerinin konumu ve hızı gibi mikroskobik değişkenler öncelikliydi. İlk temel teorik problem, moleküller kabın içinde sıçrayıp dururken bu değişkenlerin nasıl değiştiğini açıklamaktı; ikincisi, bu daha ayrıntılı mikroskobik resimden klasik termodinamiği çıkarmaktı. Daha sonra, "bilgi" gibi yeni kavramları içeren ve teorinin klasik versiyonu için ayrıntılı temeller sağlayan kuantum termodinamiğinin ortaya çıkışıyla birlikte kuantum etkileri de dikkate alındı.

Klasik yaklaşımda bir sistemin entropisi dolaylı olarak tanımlanır. İlk olarak, sistemin kendisi değiştiğinde bu değişkenin nasıl *değiştiğini* tanımlarız; sonra entropinin kendisini elde etmek için tüm bu küçük değişiklikleri toplarız. Sistem küçük bir hâl değişikliğine uğrarsa, entropideki değişiklik, ısıdaki değişikliğin sıcaklığa bölümüdür. (Hâl değişikliği yeterince küçükse, değişim sırasında sıcaklığın sabit olduğu kabul edilebilir.) Büyük bir hâl değişikliği, arka arkaya çok sayıda küçük değişiklik olarak kabul

edilebilir ve entropideki karşılık gelen değişiklik, her adımdaki tüm küçük değişikliklerin toplamıdır. Daha kesin olarak, kalkülüs anlamında bu değişikliklerin integralidir.

Bu bize entropideki değişimi söyler, peki ya entropinin kendisi? Matematiksel olarak, entropideki değişiklik entropiyi eşsiz bir biçimde tanımlamaz: Onu, eklenen bir sabit dışında tanımlar. Bu sabiti, iyi tanımlanmış bir durumda entropi için özel bir seçim yaparak düzeltebiliriz. Standart seçim, mutlak sıcaklık fikrine dayanmaktadır. Sıcaklık ölçmek için, santigrat derece (yaygın olarak Avrupa'da kullanılır) veya Fahrenheit (Amerika'da) gibi bilinen ölçeklerin çoğu keyfi seçimler içerir. Santigrat için 0°C buzun erime noktası, 100°C ise suyun kaynama noktası olarak tanımlanır. Fahrenheit ölçeğinde karşılık gelen sıcaklıklar 32°F ve 212°F'dir. Daniel Fahrenheit ilk başta, insan vücudunun sıcaklığını 100°F ve bulabildiği en soğuk şeyi 0°F olarak kullandı. Bu tür tanımlar gelecekte sorun yaratacak tanımlardır, 32 ve 212'nin sebebi budur. Prensipte, bu iki sıcaklığa istediğiniz herhangi bir sayıyı atayabilir veya nitrojen ve kurşunun kaynama noktaları gibi tamamen farklı bir şey kullanabilirsiniz.

Bilim insanları daha düşük sıcaklıklar yaratmaya çalıştıkça, maddenin ne kadar soğuk olabileceğinin kesin bir sınırı olduğunu keşfettiler. Kabaca -273°C, termodinamiğin klasik tanımında tüm termal hareketin durduğu "mutlak sıfır" olarak adlandırılan bir sıcaklıktır. Ne kadar uğraşırsanız uğraşın, bundan daha soğuk bir şey yapamazsınız. Adını İrlanda doğumlu İskoç fizikçi Lord Kelvin'den alan Kelvin sıcaklık ölçeği, sıfır noktası olarak mutlak sıfırı kullanan termodinamik bir sıcaklık ölçeğidir; sıcaklık birimi Kelvin'dir (sembol: K). Ölçek tıpkı Celsius gibidir, ancak her sıcaklığa 273 eklenir. Dolayısıyla buz 273K'de erir, su 373K'de kaynar ve mutlak sıfır 0K'dir. Bir sistemin entropisi, mutlak sıcaklık sıfır olduğunda entropi sıfır olacak şekilde (birim seçimine göre) keyfi eklenen sabit seçilerek tanımlanır.

Bu, entropinin klasik tanımıdır. Modern istatistiksel mekanikteki tanımı bazı açılardan daha basittir. Gazlar için aynı anlama gelir, ancak bu hemen açık değildir, bu nedenle her iki durumda da aynı kelimeyi kullanmanın zararı yoktur. Modern

tanım mikroskobik durumlar, kısaca mikrodurumlar açısından verilir. Tarif basittir: eğer sistem N mikrodurumdan herhangi birinde var olabiliyorsa, hepsi eşit derecede olasıdır, o zaman entropi S

$$S = k_b \log N$$

şeklinde formüle edilir ve k_b Boltzmann sabiti denilen bir sabittir. Sayısal olarak, Kelvin başına $1{,}38065 \times 10^{23}$ joule'dür. Burada log doğal logaritmadır, logaritma $e = 2{,}71828\ldots$ tabanına göredir. Başka bir deyişle, sistemin entropisi, prensipte işgal edebileceği mikrodurumların sayısının logaritmasıyla orantılıdır.

Açıklamak amacıyla, sistemin bir kart destesi olduğunu ve bir mikrodurumun, destenin karıştırılabileceği sıralardan herhangi biri olduğunu varsayalım. 4. Bölüm'den mikrodurumların sayısının 52! olduğunu biliyoruz, 80.658 ile başlayan ve 68 basamaklı oldukça büyük bir sayıdır. Entropi, bu sayının logaritmasını alıp Boltzmann sabitiyle çarparak hesaplanabilir.

$$S = 2{,}15879 \times 10^{-21}$$

Şimdi ikinci bir deste alırsak onun da entropisi aynıdır. Ancak iki desteyi birleştirir ve ortaya çıkan daha büyük desteyi karıştırırsak, mikrodurumların sayısı şimdi 167 basamaklı bir sayı olan $N = 104!$'dir. Birleşik sistemin entropisi şimdi

$$T = 5{,}27765 \times 10^{-21}$$

İki alt sistemin (destelerin) birleştirilmeden önceki entropilerinin toplamı

$$2S = 4{,}31758 \times 10^{-21}$$

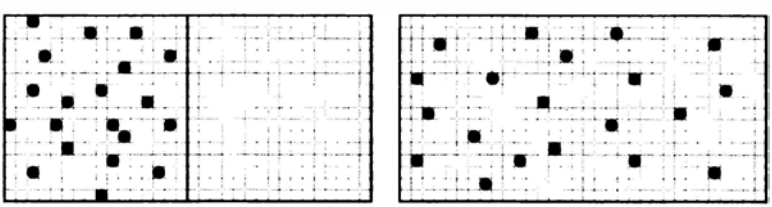
T, $2S$'den büyük olduğundan, birleşik sistemin entropisi, iki alt sistemin entropilerinin toplamından daha büyüktür.

Mecazi olarak, birleşik deste, iki ayrı destedeki kartlar arasındaki olası tüm etkileşimleri temsil eder. Her desteyi ayrı ayrı karıştırmakla kalmıyor; onları karıştırarak ekstra düzenlemeler de yapabiliyoruz. Bu nedenle, etkileşimlere izin verildiğinde sistemin entropisi, etkileşime girmediklerinde iki sistemin ent-

ropilerinin toplamından daha büyüktür. Olasılık uzmanı Mark Kac, bu etkiyi, her biri bir dizi pire taşıyan iki kediyle tanımlıyordu. Kediler ayrı olduklarında pireler sadece "kendi" kedileri üzerinde hareket edebilir. Kediler yan yana gelirse pire alışverişi yapabilirler ve olası düzenlemelerin sayısı artar.

Bir çarpımın logaritması, faktörlerin logaritmalarının toplamı olduğu için, birleşik sistemin mikrodurum sayısı, tekil sistemlerin mikrodurum sayılarının çarpımından daha büyük olduğunda entropi artar. Bu genellikle böyledir, çünkü çarpım, iki alt sistemin birbirine karışmasına izin verilmediğinde, birleşik sistemin mikrodurumlarının sayısıdır. Karıştırma, daha fazla mikroduruma izin verir.

Şimdi bir tarafında çok sayıda oksijen molekülü ve diğer tarafında vakum olan bölmeli bir kutu hayal edin. Bu iki ayrı alt sistemin her birinin belirli bir entropisi vardır. Mikrodurumlar, uzayı büyük ama sınırlı sayıda çok küçük "kaba taneli" kutucuklara böldüğümüz ve bunları moleküllerin nerede olduğunu söylemek için kullanmamız koşuluyla, tekil moleküllerin konumlarını düzenlemenin yollarının sayısı olarak düşünülebilir. Bölme kaldırıldığında, moleküllerin tüm eski mikrodurumları hâlâ mevcuttur. Ancak birçok yeni mikrodurum vardır çünkü moleküller kutunun diğer yarısına geçebilirler. Yeni yolların sayısı eskilerden çok daha fazladır ve ezici bir olasılıkla gaz düzgün yoğunlukla tüm kutuyu doldurur.



Şekil 12. Sol panel: Bölmeli. Sağ panel: Bölme kaldırıldığında birçok yeni mikrodurum mümkündür. Kaba-taneli kutucuklar gri renkle gösterilmiştir.

Daha kısaca: Bölme kaldırıldığında erişilebilir mikrodurumların sayısı artar, dolayısıyla entropi de –bu sayının logaritması da– artar.

Fizikçiler, bir bölmedeki oksijen moleküllerinin diğer bölmedeki vakumdan ayrı tutulması anlamında bölünmenin hâlâ mevcut olduğu durumun düzenli olduğunu söylerler. Bölmeyi kaldırdığımızda bu ayrım ortadan kalkıyor, dolayısıyla durum daha da düzensizleşiyor. Bu, entropinin düzensizlik miktarı olarak yorumlanabileceği anlamıdır. Bu çok yararlı bir metafor değil.

Şimdi can sıkıcı zamanın oku konusuna geliyoruz.

Bir gazın ayrıntılı matematiksel modeli, bir kutunun içinde zıplayan sonlu sayıda çok küçük sert küresel toplardır. Her top bir molekülü temsil eder. Moleküller arasındaki çarpışmaların tamamen esnek olduğu varsayılır, bu da çarpışmada hiçbir enerjinin kaybolmadığı veya kazanılmadığı anlamına gelir. Ayrıca, bir topun duvarlarla çarpıştığı zaman, banta çarpan ideal bir bilardo topu gibi sektiği varsayılır: Çarptığı açıyla ters yönde (dönmeden) seker ve tam olarak duvara çarpmadan önceki aynı hızla hareket eder (mükemmel elastik bant). Enerji yine korunmaktadır.

Bu küçük topların davranışı Newton'ın hareket yasalarına tabidir. Burada önemli olan ikinci yasadır: Bir cisme etki eden kuvvet, ivmesinin kütlesiyle çarpımına eşittir. (Birinci yasa, üzerine bir kuvvet etki etmedikçe cismin düz bir çizgide düzgün bir hızda hareket ettiğini söyler; üçüncü yasa, her etkiye eşit ve zıt bir tepki olduğunu söyler.) Mekanik sistemler hakkında düşünürken, genellikle kuvvetleri biliriz ve parçacığın nasıl hareket ettiğini öğrenmek isteriz. Yasa, herhangi bir anda ivmenin kuvvetin kütleye bölümüne eşit olduğunu söyler. Bu küçük topların her biri için geçerlidir, yani prensipte hepsinin nasıl hareket ettiğini öğrenebiliriz.

Newton'ın hareket yasalarını uyguladığımızda ortaya çıkan denklem bir diferansiyel denklem biçimini alır: Bize belirli niceliklerin zamanla nasıl değiştiğini söyler. Genellikle niceliklerin ne kadar çabuk değiştiklerinden ziyade kendilerini bilmek iste-

riz, ancak integral hesabı kullanarak nicelikleri değişim oranlarından hesaplayabiliriz. İvme, hızın değişim oranıdır ve hız, konumun değişim oranıdır. Herhangi bir anda topların nerede olduğunu bulmak için Newton yasasını kullanarak tüm ivmeleri hesaplarız, sonra hızlarını hesaplamak için kalkülüsü kullanırız ve konumlarını elde etmek için tekrar kalkülüs uygularız.

İki ilave bileşene daha ihtiyaç vardır. Birincisi, başlangıç koşullarıdır. Bunlar, tüm topların belirli bir anda ($t = 0$ zamanı diyelim) nerede olduğunu ve ne kadar hızlı (ve hangi yönde) hareket ettiklerini belirtir. Bu bilgi, zaman geçtikçe bu ilk duruma ne olduğunu bize söyleyerek denklemlerin benzersiz bir çözümünü verir. Çarpışan toplar için her şey geometriye indirgenir. Her top, başka bir topa çarpana kadar düz bir çizgi (başlangıç hızının yönü) boyunca sabit bir hızla hareket eder. İkinci bileşen, bundan sonra ne olacağına dair bir kuraldır: Birbirilerinden sekerler, yeni hızlar ve yönler kazanırlar ve bir sonraki çarpışmaya kadar düz bir çizgide tekrar devam ederler. Bu kurallar gazların kinetik teorisini belirler ve gaz kanunları ve benzerleri bunlardan çıkarılabilir.

Newton'ın hareket yasaları herhangi bir hareketli cisimler sistemi için zamanla tersinir denklemlere yol açar. Denklemlerin herhangi bir çözümünü alır ve zamanı geriye doğru çalıştırırsak (t zaman değişkenini negatif $-t$ ile değiştirirsek), yine denklemlerin bir çözümünü elde ederiz. Genellikle *aynı* çözüm değildir, ancak bazen olabilir. Sezgisel olarak, bir çözümün filmini yapıp geriye doğru çalıştırırsanız, sonuç da bir çözümdür. Örneğin, bir topu dikey olarak havaya fırlattığınızı varsayalım. Oldukça hızlı başlar, yerçekimi onu çekerken yavaşlar, bir an için hareketsiz kalır ve sonra siz onu tekrar yakalayana kadar hızlanarak düşer. Filmi geriye doğru çalıştırırsanız yine aynı açıklama geçerlidir. Ya da bilardo topuna istekayla vurun, banta çarpsın ve seksin; filmi geri sararsanız ve tekrar banta çarpan ve seken bir top görürsünüz. Bu örneğin gösterdiği gibi, kürelerin sekmesine izin vermek, film geriye sarıldığında da sekme kuralının aynı şekilde çalışması şartıyla tersinirliği etkilemez.

Bunların hepsi çok makul, ancak hepimiz garip şeylerin olduğu tersine oynayan filmler gördük. Bir kâsedeki yumurta akı ve sarısı aniden havaya yükselir, kırılmış bir yumurta kabuğunun iki yarısı arasına sıkışır ve kabuklar birleşerek aşçının elinde kırılmamış bir yumurta haline gelir. Yerdeki cam parçaları gizemli bir şekilde birbirine doğru hareket eder ve havaya sıçrayıp birleşerek sağlam bir şişe oluştururlar. Bir şelale uçurumdan aşağı düşmek yerine *yukarı* akar. Şarap bir bardaktan yükselerek şişeye geri döner. Bu bir şampanyaysa, baloncuklar küçülür ve şarapla birlikte geri döner; mantar gizemli bir şekilde uzaktan belirir ve şişenin ağzına sıkışarak şarabı şişenin içine hapseder. Kek yiyen insanların tersten çekilmiş filmleri açıkça tiksindiricidir; neye benzediklerini anlayabilirsiniz.

Gerçek hayattaki çoğu süreç, zamanı tersine çevirirseniz pek bir anlam ifade etmez. Birkaçının bir anlamı vardır, ancak istisnaidirler. Görünüşe göre zaman sadece bir yönde akmaktadır: Zamanın oku geçmişten geleceğe doğru işaret eder.

Bu kendi başına bir bulmaca değildir. Bir filmi geriye doğru oynatmak aslında *zamanı* geriye doğru çalıştırmaz. Sadece bunu yapabilseydik ne olacağı konusunda bize bir izlenim verir. Ancak termodinamik, zamanın okunun tersinemezliğini güçlendirir. İkinci yasa, zaman geçtikçe entropinin arttığını söyler. Zamanı geriye doğru çalıştırırsanız, entropinin azaldığı, ikinci yasayı çiğneyen bir şey elde edersiniz. Yine, mantıklı; zamanın okunu entropinin arttığı yön olarak tanımlayabilirsiniz.

Bunun kinetik teoriyle nasıl bağdaştığını düşündüğünüzde işler zorlaşmaya başlar. Newton'ın ikinci yasası, sistemin zaman tersinir olduğunu söyler; termodinamiğin ikinci yasası öyle olmadığını söyler. Ancak termodinamik yasaları, Newton yasalarının bir sonucudur. Açıkça tuhaf olan bir şey var; Shakespeare'in dediği gibi, "zaman eklemsizdir."

Bu paradoksla ilgili literatür muazzamdır ve çoğu oldukça bilimseldir. Boltzmann, kinetik teori hakkında ilk düşündüğünde bundan endişelenmişti. Cevabın bir kısmı, termodinamik yasalarının istatistiksel olduğudur. Milyonlarca sıçrayan top için Newton denklemlerinin her bir çözümüne uygulanamaz. Pren-

sip olarak, bir kutudaki tüm oksijen molekülleri bir bölüme hareket edebilir. O bölmeyi içeri al, çabuk! Ama çoğunlukla bunu yapmazlar; yapma olasılıkları 0,000000... gibi bir şey olurdu, sıfırdan farklı ilk basamağa ulaşmadan önce o kadar çok sıfır var ki gezegenimize sığmazlar.

Ancak, hikâyenin sonu bu değil. Zaman geçtikçe entropinin arttığı her çözüm için, zaman geçtikçe entropinin azaldığı, zaman tersinmiş bir çözüm vardır. Çok nadiren, tersinmiş çözüm orijinalle aynıdır (başlangıç koşulları yörüngesinin zirvesine ulaştığında alınan dikey fırlatılmış top; başlangıç koşulları banta çarptığında alınan bilardo topu). Bu istisnaları göz ardı edersek çözümler, biri entropinin arttığı diğeri entropinin azaldığı çiftler halindedir. İstatistiksel etkilerin yalnızca birini seçtiğini savunmak anlamsızdır. Bu, adil bir madeni paranın her zaman tura geldiğini iddia etmek gibidir.

Başka bir kısmi çözüm simetri kırılımını içerir. Newton yasalarının bir çözümünü zamansal olarak tersine çevirdiğinizde, her zaman bir çözüm elde edersiniz ancak mutlaka aynı çözüm olmaz derken çok dikkatli davrandım. Yasaların zamansal olarak tersinme simetrisi, verilen herhangi bir çözümün zamansal olarak tersinme simetrisi anlamına gelmez. Bu doğru, ancak çok yardımcı olmaz çünkü çözümler hâlâ çiftler halinde gelir ve aynı sorun ortaya çıkar.

Peki zamanın oku neden sadece bir yönü gösteriyor? Cevabın göz ardı edilmeye meyilli bir şeyde yattığına dair bir his var içimde. Herkes yasaların zamansal tersinme simetrisine odaklanıyor. Bence *başlangıç koşullarının* zamansal tersinme asimetrisini dikkate almalıyız.

Bu cümle tek başına bir uyarıdır. Zaman tersine çevrildiğinde, başlangıç koşulları başlangıç değildir. Sondurlar. Sıfır zamanında ne olacağını belirlersek ve pozitif zaman için hareketi çıkarırsak, ok için zaten bir yön belirlemiş oluruz. Matematik aynı zamanda negatif zaman için ne olduğunu anlamamıza izin verdiğinde, bunu söylemek aptalca gelebilir, ama beni bir dinleyin. Düşen ve parçalanan şişeyi zamanın tersine çevrilmesiyle karşılaştıralım: Şişenin kırılan parçaları toplanır ve birleşirler.

"Parçalanma" senaryosunda, başlangıç koşulları basittir: Havada tutulan sağlam bir şişe. Sonra elinizden bırakıyorsunuz. Zaman geçtikçe şişe düşer, parçalanır ve binlerce küçük parça etrafa saçılır. Son koşullar çok karmaşık, düzenli şişe zeminde düzensiz bir karmaşaya dönüşmüş, entropi artmış ve ikinci yasaya uyulmuştur.

"Toplanma" senaryosu oldukça farklıdır. Başlangıç koşulları karmaşıktır, çok sayıda küçük cam parçası vardır. Durağan gibi görünebilirler ama aslında hepsi çok yavaş hareket ediyorlar. (Unutmayın, sürtünmeyi ihmal ediyoruz.) Zaman geçtikçe, parçalar birlikte hareket eder ve toplanarak havaya sıçrayan sağlam bir şişe oluştururlar. Son koşullar çok basittir, yerdeki düzensiz karışıklık düzenli şişeye dönüşmüştür, entropi azalmıştır ve ikinci yasaya uyulmamıştır.

Buradaki farkın Newton yasasıyla veya onun tersinirliğiyle hiçbir ilgisi yoktur. Entropi tarafından da yönetilmez. Her iki senaryo da Newton yasasıyla tutarlıdır; fark, başlangıç koşullarının seçiminden kaynaklanmaktadır. "Parçalanma" senaryosunun deneysel olarak gerçekleştirilmesi kolaydır, çünkü başlangıç koşulunun ayarlanması kolaydır: Bir şişe alın, havaya kaldırın, bırakın. "Toplanma" senaryosunun deneysel olarak yapılması imkânsızdır, çünkü başlangıç koşulu çok karmaşık ve çok hassastır. Prensipte mevcuttur, çünkü düşen şişenin parçalandıktan kısa bir an sonrasına kadar denklemlerini çözebiliriz. Sonra bu durumu başlangıç koşulu olarak alırız, ancak tüm hızlar tersine çevrilir ve matematiğin simetrisi, cam parçalarının gerçekten de toplanacağı anlamına gelir; tabii ancak bu imkânsız derecede karmaşık "başlangıç" koşullarını tam olarak oluşturabilirsek.

Negatif zaman için çözme yeteneğimiz de kırılmamış şişeyle başlar. Bu duruma nasıl geldiğini hesaplar. Büyük olasılıkla, biri onu oraya koymuş. Ancak Newton yasalarını zamanda geriye doğru uygularsanız, bir elin gizemli bir şekilde görünüşünü çıkaramazsınız. Eli oluşturan parçacıklar, çözdüğünüz modelde mevcut değiller. Elde ettiğiniz şey, seçilen "başlangıç" durumuyla matematiksel olarak tutarlı olan varsayımsal bir

geçmiştir. Aslında, bir şişeyi havaya atmak kendi zamansal tersinimi olduğu için, geriye doğru çözüm şişenin yere düşmesini de içerecek ve "simetri yoluyla" da parçalanacaktır. Ama zamanda geriye doğru. Şişenin tam hikâyesi –gerçekte ne olduğu değil, çünkü sıfır zamanında Tanrı'nın Eli modelin bir parçası değil– binlerce cam parçasının bir araya gelmesinden, birleşmelerinden ve havaya yükselip sıfır zamanında yörüngelerinin zirvesine ulaşarak kırılmamış bir şişe haline gelmelerinden, sonra şişenin düşmesinden, kırılmasından ve binlerce parçaya dağılmasından oluşur. Başlangıçta entropi azalır; sonra tekrar artar.

Carlo Rovelli *The Order of Time*'da çok benzer bir şey söyler.[4] Bir sistemin entropisi, belirli konfigürasyonlar arasında ayrım yapmamayı kabul ederek tanımlanır (kaba taneli dediğim şey). Dolayısıyla entropi, sistem hakkında hangi bilgilere erişebileceğimize bağlıdır. Onun görüşüne göre bir zaman oku deneyimlemiyoruz, çünkü bu entropinin arttığı yöndür. Bunun yerine, entropinin arttığını düşünüyoruz çünkü geçmiş, *bize* şimdiki zamandan daha düşük entropiye sahip gibi görünüyor.

Bir şişeyi kırmak için başlangıç koşullarını ayarlamanın kolay olduğunu söyledim, ancak bir anlamda doğru da değildir. Süpermarkete gidip bir şişe şarap alıp içer ve sonra boş şişeyi kullanırsam doğrudur. Ama şişe nereden geldi? Şişenin geçmişinin izini sürersek, onu oluşturan moleküller muhtemelen birçok geri dönüşüm ve eritilme döngüsünden geçmiştir; genellikle geri dönüşüm öncesinde veya sırasında parçalanmış birçok farklı şişeden gelmişlerdir. Ancak, şişenin geçmişindeki tüm cam parçaları, sonunda cam oluşturmak üzere eritilen kum taneciklerine kadar uzanmalıdır. On yıllar ya da yüzyıllar önceki gerçek "başlangıç koşulları," en azından şişeyi tekrar birleştirmek için imkânsız olduğunu söylediğim koşullar kadar karmaşıktı. Yine de şişe mucizevi bir şekilde yapılmıştı.

Bu termodinamiğin ikinci yasasının doğru olmadığını mı kanıtlıyor?

---

4 Carlo Rovelli. The Order of Time, Penguin, London 2018.

Hiç de bile. Gazların kinetik teorisi –aslında termodinamiğin tamamı– basitleştirici varsayımlar içerir. Belirli genel senaryoları modeller ve bu senaryolar geçerli olduğunda modeller iyidir.

Bu varsayımlardan biri sistemin "kapalı" olduğudur. Bu genellikle "dışarıdan enerji girişine izin verilmez" şeklinde ifade edilir, ancak gerçekten ihtiyacımız olan şey "modele dahil olmayan hiçbir dış etkiye izin verilmez" ifadesidir. Bir şişenin kumdan üretimi, yalnızca şişedeki molekülleri izlerseniz hesaba katılmayan çok sayıda etki içerir.

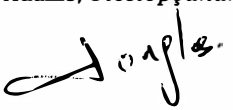
Termodinamik metinlerindeki geleneksel senaryoların tümü bu basitleştirmeyi içerir. Metin, bir yarısında gaz molekülleri içeren bölmeli bir kutuyu (veya benzer varyantlarını) ele alacaktır. *Daha sonra* bölmeyi kaldırırsanız entropinin arttığını açıklayacaktır. Ancak *en başında* gazın kutuya nasıl girdiğinden bahsetmez. Bu başlangıç durumu, gazın Dünya atmosferinin bir parçası olduğu zamankinden daha düşük entropiye sahipti. Kabul, bu artık kapalı bir sistem değil. Ancak burada gerçekten önemli olan, sistemin türü veya daha spesifik olarak, varsayılan başlangıç koşullarıdır. Matematik bize bu koşulların gerçekte nasıl gerçekleştiğini söylemez. Kırılan şişe modelini geriye doğru çalıştırmak bizi kuma götürmez. Yani model gerçekten sadece zamanın ileriye doğru akışı için geçerlidir. Yukarıdaki açıklamada iki ifadeyi italik yazdım: *Daha sonra* ve *en başında*. Geriye doğru zamanda, bunlar *önce* ve *sonunda* olarak değişmesi gerekir. Termodinamikte zamanın eşsiz bir yöne sahip olmasının nedeni, denklemlerin zamanla tersinebilir olmasına rağmen, öngörülen senaryoların yerleşik bir zaman okuna sahip olmasıdır; *başlangıç* koşullarının kullanımı.

Bu, insanlık tarihi boyunca tekrarlanan eski bir hikâyedir. Herkes *içeriğe* o kadar odaklanmış ki *bağlam* görmezden geliniyor. Burada içerik tersine çevrilebilir, ancak bağlam çevrilemez. Bu nedenle termodinamik Newton ile çelişmez. Ama başka bir mesaj var. Entropi kadar ince bir kavramı "düzensizlik" gibi belirsiz kelimeler kullanarak tartışmak muhtemelen kafa karışıklığına yol açacaktır.

10

ÖNGÖRÜLEBİLENİ TAHMİN ETMEMEK

Kesin olarak tanımlanmış şüphe ve belirsizlik alanları talep ediyoruz!
Douglas Adams, *Otostopçunun Galaksi Rehberi*



16. ve 17. yüzyıllarda, iki büyük bilim insanı doğadaki matematiksel örüntüleri fark ettiler. Galileo Galilei onları yuvarlanan topların ve düşen cisimlerin hareketiyle yerde gözlemledi. Johannes Kepler onları göklerde, Mars gezegeninin yörünge hareketinde keşfetti. Onların çalışmalarının üzerine, 1687'de Newton'ın *Principia*'sı doğanın belirsizliklerini yöneten derin matematiksel yasaları ortaya çıkararak doğa hakkındaki düşüncelerimizi değiştirdi. Neredeyse bir gecede, gelgitlerden gezegenlere ve kuyruklu yıldızlara kadar birçok fenomen tahmin edilebilir hale geldi. Avrupalı matematikçiler, Newton'ın keşiflerini kalkülüs dilinde hızla yeniden şekillendirdiler ve benzer yöntemleri ısı, ışık, ses, dalgalar, akışkanlar, elektrik ve manyetizmaya uyguladılar. Matematiksel fizik doğdu.

Principia'daki en önemli mesaj, doğanın nasıl davrandığına odaklanmak yerine, davranışını yöneten daha derin yasaları aramamız gerektiğiydi. Yasaları bilerek, çevremiz üzerinde güç kazanıp ve belirsizliği azaltıp davranışı çıkarabiliriz. Bu yasaların çoğu çok özel bir biçim alır: Herhangi bir anda bir sistemin durumunu, durumun değişme hızı cinsinden ifade eden diferansiyel denklemlerdir. Denklem, yasaları veya oyunun kurallarını belirtir. *Çözümü*, davranışı veya oyunun nasıl oynandığını, zamanın *her* anında (geçmişte, şimdi ve gelecekte) belirler. Newton denklemleriyle donanmış olan astronomlar, büyük bir

doğrulukla Ay ve gezegenlerin hareketini, tutulmaların zamanlamasını ve asteroitlerin yörüngelerini tahmin edebiliyorlardı. Tanrıların kaprisleri tarafından yönlendirilen göklerin belirsiz ve düzensiz hareketlerinin yerini, tıkır tıkır işleyen, eylemleri tamamen yapısı ve çalışma şekli tarafından belirlenen devasa bir kozmik makine aldı.

İnsanlık öngörülemeyeni tahmin etmeyi öğrenmişti.

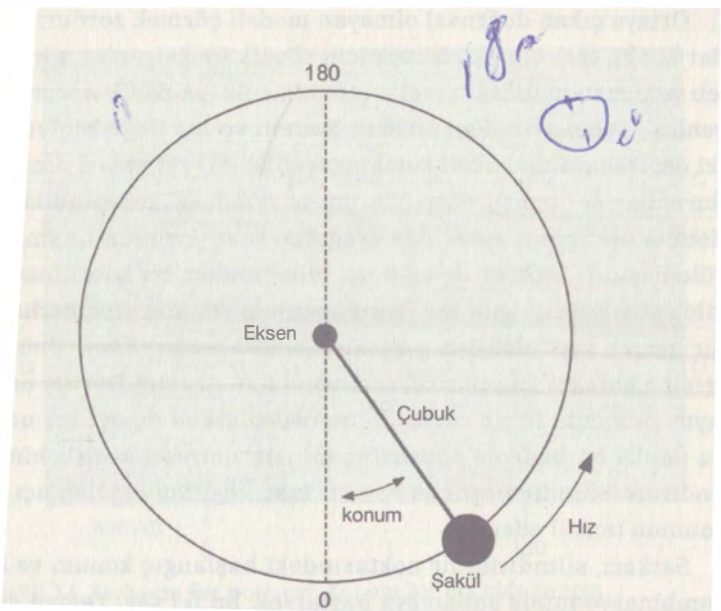
1812'de Laplace, *Essai philosophique sur les probabilités* (Olasılıklar Üzerine Felsefi Deneme) adlı eserinde, prensipte evrenin tamamen belirlenimci olduğunu ileri sürdü. Yeterince zeki bir varlık, evrendeki her parçacığın şimdiki durumunu bilseydi hem geçmiş hem de gelecek olayların tüm seyrini en ince ayrıntısına kadar çıkarabilirdi. "Böyle bir zekâ için, hiçbir şey belirsiz olmazdı ve tıpkı geçmiş gibi gelecek de gözlerinin önünde olurdu" diye yazdı. Bu görüşün, Douglas Adams'ın *Otostopçunun Galaksi Rehberi*'nde Yaşamın, Evrenin ve Her Şeyin Nihai Sorusunu düşünen ve yedi buçuk milyon yıl sonra 42 cevabını veren süper bilgisayar Derin Düşünce olarak parodisi yapılmıştır.

Çağının astronomları için Laplace büyük ölçüde haklıydı. Derin Düşünce, bugün gerçek dünyadaki benzerlerinin yaptığı gibi mükemmel cevaplar elde edebilirdi. Ancak astronomlar daha zor sorular sormaya başladığında, Laplace prensipte haklı olsa da bir gedik olduğu ortaya çıktı. Bazen bir sistemin geleceğini tahmin etmek, sadece birkaç gün sonrası bile olsa, sistemin şu anki durumu hakkında inanılmaz derecede doğru veriler gerektiriyordu. Bu etkiye kaos denir ve belirlenimcilik ile öngörülebilirlik arasındaki ilişkiye bakışımızı tamamen değiştirdi. Belirlenimci bir sistemin yasalarını mükemmel bir şekilde bilebilir ancak yine de onu tahmin edemeyebiliriz. Paradoksal olarak, sorunun kaynağı gelecek değildir. Sebebi şimdiyi yeterince doğru bilememizdir.

Bazı diferansiyel denklemlerin çözümü kolaydır, usturuplu cevaplar verirler. Bunlar, kabaca sonuçların nedenlerle doğru orantılı olduğu anlamına gelen doğrusal denklemlerdir. Bu tür denklemler, genellikle değişimler küçük olduğunda doğayla uyumludurlar ve ilk matematiksel fizikçiler ilerleme sağlamak

için bu kısıtlamayı kabul ettiler. Doğrusal olmayan denklemler zordur –hızlı bilgisayarlar ortaya çıkmadan önce çözümleri genellikle imkânsızdı– ancak bunlar doğayı genellikle daha iyi modellerler. 19. yüzyılın sonlarında Fransız matematikçi Henri Poincaré doğrusal olmayan diferansiyel denklemler hakkında düşünmenin, sayılar yerine geometriye dayalı olan yeni bir yolunu buldu. Onun fikri, "diferansiyel denklemlerin niteliksel teorisi," doğrusal olmayışı ele alma yeteneğimizde yavaş bir devrimi tetikledi.

Ne yaptığını anlamak için basit bir fiziksel sisteme, sarkaç'a bakalım. En basit model, sabit bir eksen etrafında döndürülen ve dikey bir düzlemde sallanan, ucunda ağır bir şakül bulunan bir çubuktur. Yerçekim kuvveti şakülü aşağı doğru çeker ve başlangıçta başka hiçbir kuvvetin, hatta sürtünmenin bile etki etmediğini varsayıyoruz. Tıpkı antika bir büyük sarkaçlı saatteki gibi hepimiz ne olduğunu biliyoruz: Sarkaç düzenli bir şekilde



Şekil 13. Bir sarkaç ve durumunu belirten iki değişken: Saat yönünün tersine bir açı olarak ölçülen konum ve yine saat yönünün tersine ölçülen hız (açısal hız).

ileri geri hareket eder. (Bir yay veya bir kasnak üzerindeki ağırlık, sürtünme yoluyla kaybedilen enerjiyi telafi eder.) Efsaneye göre Galileo, sarkaçlı saat fikrini kilisede sallanan bir lambayı izlerken keşfetmiş ve lambanın sallanma açısı ne olursa olsun zamanlamanın hep aynı olduğunu fark etmiştir. Doğrusal bir model, salınımlar çok küçük olduğu sürece bunu doğrular, ancak daha doğru bir doğrusal olmayan model, bunun daha büyük salınımlar için doğru olmadığını gösterir.

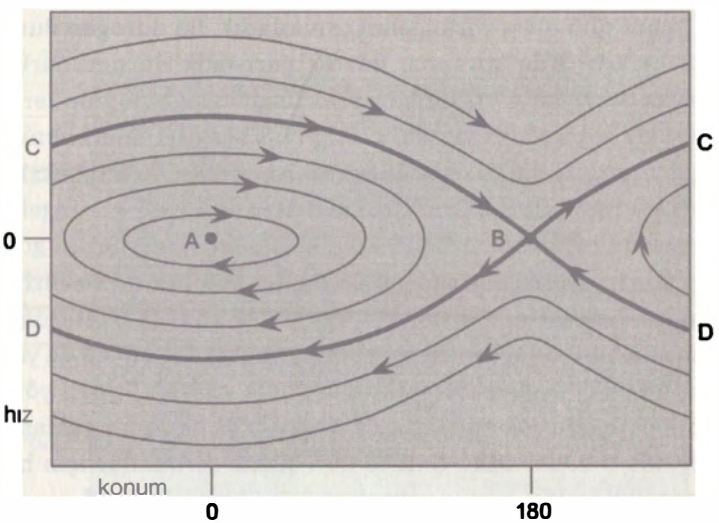
Hareketi modellemenin geleneksel yolu, Newton yasalarına dayalı bir diferansiyel denklem yazmaktır. Şakülün ivmesi, yerçekim kuvvetinin şakülün hareket ettiği konumundaki daireye teğet yönde nasıl etki ettiğine bağlıdır. Herhangi bir andaki hız, ivmeden ve bundan çıkarılabilecek konumdan bulunabilir. Sarkacın dinamik durumu konum ve hız değişkenlerine bağlıdır. Mesela, dikeyle paralel şekilde sıfır hızla başlarsa, orada kalakalır, ancak ilk hız sıfır değilse sallanmaya başlar.

Ortaya çıkan doğrusal olmayan modeli çözmek zordur; o kadar zor ki, tam olarak çözmek için eliptik fonksiyonlar adı verilen yeni matematiksel araçlar icat etmeniz gerekir. Poincaré'nin yeniliği geometrik düşünmekti. Konum ve hız değişkenleri, bu iki değişkenin tüm olası kombinasyonlarını –tüm olası dinamik durumlarını– temsil eden "durum uzayındaki" koordinatlardır. Konum bir açıdır; genellikle aşağıdan saat yönünün tersine ölçülen açıdır. 360°, 0° ile aynı açı olduğundan, bu koordinat şekilde gösterildiği gibi bir daire üzerinde yer alır. Hız, herhangi bir gerçek sayı olabilen gerçekten açısal hızdır: Saat yönünün tersine hareket için pozitif, saat yönü için negatif. Durum uzayı (aynı zamanda idrak edemediğim nedenlerden dolayı faz uzayı da denir) bu nedenle sonsuz uzunlukta dairesel kesitli bir silindirdir. Silindir boyunca konum hızı, kesitten ölçülen açı ise konumu temsil eder.

Sarkacı, silindirin bir noktasındaki başlangıç konum ve hız kombinasyonunda sallamaya başlarsak, bu iki sayı zaman geçtikçe diferansiyel denkleme uyarak değişir. Nokta, bir eğri çizerek silindirin yüzeyi boyunca hareket eder (bazen sabit kalır,

tek bir noktayı izler). Bu eğri, bu ilk durumun yörüngesidir ve sarkacın nasıl hareket ettiğini bize söyler. Farklı başlangıç durumları farklı eğriler verir. Bunların temsili bir seçimini çizersek, faz portresi adı verilen zarif bir diyagram elde ederiz. Şekil 14'te silindiri 270°'de dikey olarak dilimledim ve geometriyi netleştirmek için düz açtım.

Yörüngelerin çoğu düzgün eğrilerdir. Sağ kenardan çıkanlar, sol kenardan geri gelirler, çünkü bunlar silindir üzerinde birleşirler, bu nedenle eğrilerin çoğu döngülere kapanır. Bu düzgün yörüngelerin hepsi periyodiktir: Sarkaç aynı hareketleri sonsuza kadar tekrar eder. A noktasını çevreleyen yörüngeler büyük sarkaçlı saat gibidir; sarkaç ileri geri sallanır, asla 180°'deki dikey konumdan geçmez. Kalın çizgilerin üstündeki ve altındaki diğer yörüngeler, ya saat yönünün tersine (koyu çizginin üstünde) ya da saat yönünde (aşağıda) bir pervane gibi yuvarlaklar çizerek sallanan sarkacı temsil eder.



Şekil 14. Sarkacın faz portresi. Konum bir açı olduğu için dikdörtgenin sol ve sağ tarafları tanımlanmıştır. A: merkez. B: eyer. C: homoklinik yörünge. D: başka bir homoklinik yörünge.

A noktası sarkacın durağan olduğu, dikey olarak aşağı sarktığı durumdur. B noktası daha ilginçtir (ve eski sarkaçlı saatlerde bulunmaz): Sarkaç sabittir ve dikey olarak yukarıya bakar. Teorik olarak orada sonsuza kadar dengede kalabilir, ancak pratikte yukarı bakan durum kararsızdır. En ufak bir rahatsızlıkta sarkaç düşecek ve aşağı doğru bakacaktır. A noktası kararlıdır, hafif dürtmeler sarkacı yakındaki küçük bir kapalı eğriye iter, bu yüzden biraz sallanır.

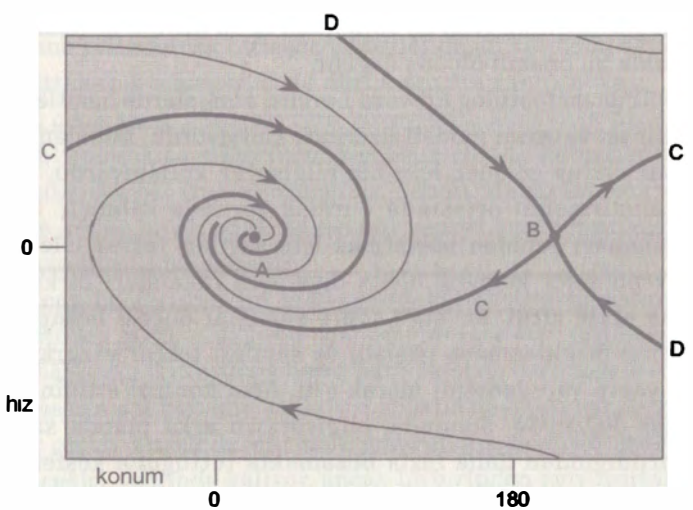
Kalın eğriler C ve D özellikle ilginçtir. Sarkacı dikeye çok yakın başlatır ve saat yönünün tersine dönmesi için çok küçük bir itme verirsek C eğrisi olur. Daha sonra neredeyse dikey olana kadar ileri geri sallanır. Ona doğru itmeyi verirsek, daha yavaş yükselir ve zaman sonsuza giderken dikey konuma yönelir. Zamanı geriye doğru çalıştırın, bu sefer diğer taraftan yine dikey konuma yaklaşır. Bu yörüngenin homoklinik olduğu söylenir: Hem ileri hem de geri sonsuz zaman için aynı (*homo*) durağan durumu sınırlar. Dönmenin saat yönünde olduğu ikinci bir homoklinik D yörüngesi var.

Şimdi tüm olası yörüngeleri tanımladık. İki durağan durum: A'da kararlı, B'de kararsız. İki tür periyodik durum: Sarkaçlı saat ve pervane. İki homoklinik yörünge: Saat yönünün tersine C ve saat yönünde D. Ayrıca, A, B, C ve D'nin özellikleri bunların hepsini tutarlı bir pakette düzenler. Ancak birçok bilgi eksiktir, özellikle zamanlama. Örneğin, şekil bize periyodik yörüngelerin periyodunu söylemez. (Oklar bazı zamanlama bilgilerini gösterir: Zaman geçtikçe yörüngenin izlediği yön.) Bununla birlikte, tüm bir homoklinik yörüngeyi kat etmek sonsuz miktarda zaman alır, çünkü sarkaç dikey konuma yaklaştıkça daha da yavaş hareket eder. Dolayısıyla yakındaki herhangi bir kapalı yörüngenin periyodu çok büyüktür ve C veya D'ye ne kadar yaklaşırsa periyodu o kadar uzar. Galileo'nun küçük salınımlar için haklı olmasının nedeni budur, ama daha büyükler için değil.

A gibi durağan bir noktaya (veya dengeye) merkez denir. B gibi bir nokta bir eyerdir ve yanındaki kalın eğriler bir çarpı şekli oluşturur. Bu eğrilerin ikisi B'ye doğru gider; diğer ikisi uzaklaşır. Bunlara B'ye giriş ve B'den çıkış diyeceğim. (Teknik

literatürde kararlı ve kararsız manifoldlar olarak adlandırılırlar, bence bu biraz kafa karıştırıcıdır. Buradaki fikir, B'ye giriş üzerindeki noktalar B'ye doğru hareket ederler, yani bu "kararlı" yöndür. B'den çıkış üzerindeki noktalar uzaklaşırlar, bu da "kararsız" yöndür.)

A noktası kapalı eğrilerle çevrilidir. Bu, sürtünmeyi görmezden geldiğimiz için olur, bu yüzden enerji korunur. Her eğri, (hızla ilgili) kinetik enerjinin ve (yerçekiminden kaynaklanan ve konuma bağlı olarak) potansiyel enerjinin toplamı olan belirli bir enerji değerine karşılık gelir. Az miktarda sürtünme varsa, "sönümlü" bir sarkacımız olur ve şekil değişir. Kapalı yörüngeler spirallere dönüşür ve A merkezi bir batak haline gelir, yani yakındaki tüm durumlar ona doğru hareket eder. B eyeri bir eyer olarak kalır, ancak B'den çıkış (C eğrileri), her ikisi de A'ya doğru spiral yapan iki parçaya bölünür. Bu, B'yi farklı bir (*hetero*) kararlı durum A'ya bağlayan bir heteroklinik yörüngedir. B'ye giriş (D eğrileri) de ikiye bölünür ve her biri silindirin etrafında dönerek asla A'ya yaklaşmaz.



Şekil 15. Sönümlü sarkacın faz portresi. A: batak. B: eyer. C: eyerden çıkış yapan iki dal batağa heteroklinik bağlantılar oluşturur. D: eyere giriş yapan iki dal.

Bu iki sürtünmesiz ve sönümlü sarkaçlar örneği, durum uzayı iki boyutlu olduğunda yani durum iki değişken tarafından belirlendiğinde, faz portrelerinin tüm temel özelliklerini sergiler. Bir uyarı, batakların yanı sıra kaynaklar yani yörüngelerin dışa doğru yöneldiği sabit noktalar da olabilir. Tüm okları ters çevirirseniz, A kaynak olur. Başka bir uyarıysa, enerji korunmadığında kapalı yörüngeler hâlâ oluşabilir, her ne kadar sürtünme tarafından yönetilen mekanik bir modelde olmasa da. Bunu yaptıklarında, genellikle izole olurlar; yakınlarda başka kapalı yörüngeler yoktur. Böyle bir kapalı yörünge, örneğin standart bir kalp atışı modelinde meydana gelir ve normal olarak atan bir kalbi temsil eder. Yakındaki herhangi bir başlangıç noktası, kapalı yörüngeye spiral yaparak daha da yakınlaşır, bu nedenle kalp atışı kararlıdır.

Poincaré ve Ivar Bendixson, temelde, iki boyutta herhangi bir tipik diferansiyel denklemin, homoklinik ve heteroklinik yörüngelerle ayrılabilen çeşitli sayıda batak, kaynak, eyer ve kapalı döngüye sahip olabileceğini söyleyen ünlü bir teoremi kanıtladılar. Hepsi oldukça basit ve tüm ana malzemeleri biliyoruz. Şimdi göreceğimiz gibi, üç veya daha fazla durum değişkeni olduğunda bu önemli ölçüde değişir.

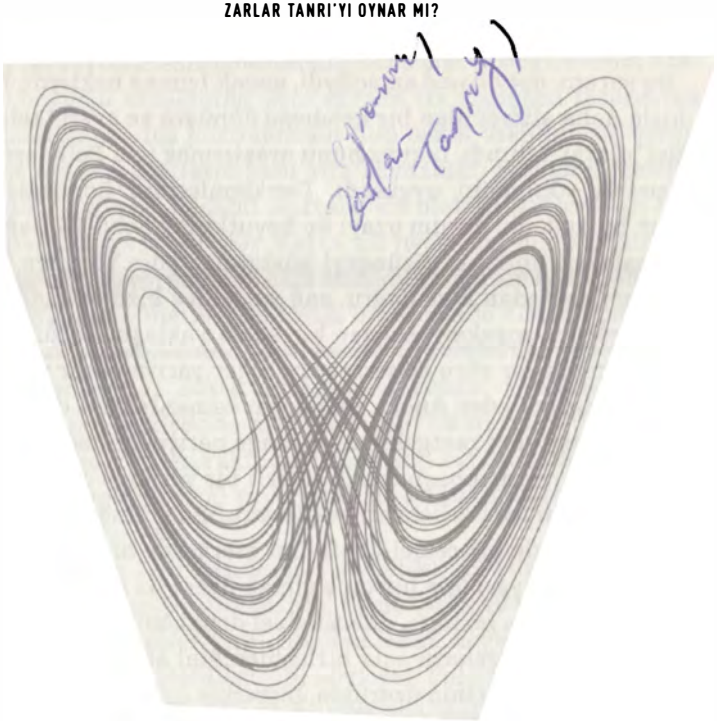
1961'de meteorolog Edward Lorenz, atmosferde basitleştirilmiş bir ısı aktarım modeli üzerinde çalışıyordu. Denklemlerini sayısal olarak çözmek için bir bilgisayar kullanıyordu, ancak bir çalıştırmanın ortasında durmak zorunda kalmıştı. Sonra, hesaplamayı yeniden başlatmak için sayıları tekrar elle girdi, ancak bu sefer kolaylık olsun diye aynı rakamları birkaç basamak eksik girdi. Bir süre sonra sonuçlar önceki hesaplamalarından farklılaşmaya başladı ve sayıları tekrar yazarken bir hata yapıp yapmadığını merak etti. Ama kontrol ettiğinde rakamlar doğruydu. Sonunda, bilgisayarın arka planda sayıları yazdırıldığından daha fazla basamakta tuttuğunu keşfetti. Bu küçük fark bir şekilde "büyümüş" ve yazdırdığı rakamları etkilemişti. Lorenz şöyle yazdı: "Bir meteorolog, eğer teori doğruysa, bir martının kanat çırpışlarının hava durumunun gidişatını sonsuza dek değiştirebileceğini belirtti."

Bu yorum, not düşme amaçlıydı, ancak Lorenz haklıydı. Martı hızla daha şiirsel olan bir kelebeğe dönüştü ve keşfi "kelebek etkisi" olarak tanındı. Lorenz bunu araştırmak için Poincaré'nin geometrik yöntemini uyguladı. Denklemlerinin üç değişkeni vardır, bu nedenle durum uzayı üç boyutludur. Şekil 16, sağ alttan başlayan tipik bir yörüngeyi göstermektedir. Yörünge hızla sol yarısı sayfadan bize doğru, sağ yarısı ise bizden uzağa bakacak şekilde, maskeye benzer bir şekle yaklaşır. Yörünge bir yarının içinde bir süre döner, sonra diğer yarıya geçer ve bunu yapmaya devam eder. Ancak geçişlerin zamanlaması düzensizdir –görünüşe göre rastgele– ve yörünge periyodik değildir.

Başka bir yerden başlarsanız, farklı bir yörünge elde edersiniz, ancak aynı maske benzeri şeklin etrafında dönerek biter. Bu nedenle bu şekle bir çekici denir. Üst merkezde bir araya gelen ve birleşen, her yarı için bir tane olmak üzere iki düz yüzey gibi görünür. Bununla birlikte, diferansiyel denklemlerle ilgili temel bir teorem, yörüngelerin asla birleşmediğini söyler. Bu yüzden iki ayrı yüzey birbirinin üzerinde, birbirine çok yakın olmalıdır. Ancak bu, alttaki tek yüzeyin aslında iki katmana sahip olduğu anlamına gelir. Ancak birleşen yüzeyler de iki katmana sahiptir, yani alttaki tek yüzey aslında dört katmana sahiptir. Ve...

Tek çıkış yolu, görünen tüm yüzeylerin, karmaşık bir şekilde birbirine sıkıca sıkıştırılmış sonsuz sayıda katmana sahip olmasıdır. Bu, bir fraktal örneğidir, Benoit Mandelbrot tarafından, ne kadar büyütseniz de detaylı yapıya sahip herhangi bir şekil için türetilmiş isimdir.

Lorenz, bu garip şeklin, bilgisayardaki ikinci çalışmasının neden ilkinden farklı olduğunu açıkladığını fark etti. Birbirine çok yakın başlayan iki yörünge hayal edin. İkisi de çekicinin bir yarısına, mesela sol yarısına yöneliyor ve ikisi de onun içinde spiral çiziyor olsun. Ancak devam ettikçe ayrılmaya başlıyorlar; spiral yollar çekici üzerinde kalıyor, ancak birbirinden ayrılıyorlar. Yüzeylerin birleştiği orta kısma yaklaştıklarında, birinin sağ yarıya yönelmesi, diğerininse sol yarının etrafında birkaç spiral daha yapması mümkündür. Biri sağ yarıya geçtiğinde, diğeri o kadar uzaklaşmıştır ki, hemen hemen bağımsız hareket etmektedir.



Şekil 16. Lorenz denklemlerinin üç boyutlu uzayda kaotik bir çekiciye yakınsayan tipik yörüngesi.

Bu farklılaşma, kelebek etkisini tetikleyen şeydir. Bu tür bir çekicide, birbirine yakın başlayan yörüngeler her ne kadar aynı diferansiyel denkleme uysalar bile birbirinden ayrılır ve aslında bağımsız hale gelirler. Bu, gelecekteki durumu tam olarak tahmin edemeyeceğiniz anlamına gelir, çünkü başlangıçtaki herhangi küçük bir hata, boyutu tüm çekiciyle karşılaştırılabilir olana kadar hızla büyüyecektir. Bu tür dinamiğe kaos denir ve dinamiğin bazı özelliklerinin neden tamamen rastgele göründüğünü açıklar. Ancak, sistem tamamen belirlenimcidir ve denklemlerde açık rastgele özellikler yoktur.[1]

[1] Şekil 16, aynı hatalara tabi olan bir bilgisayar hesaplamasıdır. Warwick Tucker, Lorenz sisteminin kaotik bir çekiciye sahip olduğuna dair bilgisayar destekli kesin bir kanıt buldu. Karmaşıklık gerçektir, sayısal bir yapaylık değil. W.Tucker. The Lorenz attractor exists. *C.R. Acad. Sci. Paris* 328 (1999) 1197–1202.

Lorenz bu davranışı "kararsız" olarak adlandırmıştı, ancak şimdi bunu bir çekiciyle ilişkili yeni bir kararlılık türü olarak görüyoruz. Gayri resmi olarak, bir çekici durum uzayının bir bölgesidir, bu bölgenin yakınında başlayan herhangi bir başlangıç koşulu bölgede bulunan bir yörüngeye doğru yakınsar. Klasik matematiğin geleneksel çekicileri olan noktaların ve kapalı döngülerin aksine, kaotik çekiciler daha karmaşık topolojiye sahiptir; fraktaldırlar.

Bir çekici, sabit veya periyodik bir duruma karşılık gelen bir nokta veya kapalı bir döngü olabilir. Ancak üç veya daha fazla boyutta çok daha karmaşık olabilir. Çekicinin kendisi kararlı bir nesnedir ve üzerindeki dinamik sağlamdır: Sistem küçük bir rahatsızlığa maruz kalırsa yörünge önemli ölçüde değişebilir; ancak *yine de aynı çekici üzerindedir*. Aslında, çekici üzerindeki hemen hemen her yörünge, çekicinin herhangi bir noktasına eninde sonunda bizim istediğimiz kadar yaklaşması anlamında, tüm çekiciyi tarar. Sonsuz zaman içinde, neredeyse tüm yörüngeler çekiciyi yoğun bir şekilde doldurur.

Bu tür bir kararlılık, kararsız durumların genellikle gerçekte bulunmadığı, örneğin bir kalemin kendi ucunda dengede durması gibi, olağan kararsızlık kavramının aksine, kaotik davranışın fiziksel olarak mümkün olduğunu ima eder. Ancak bu daha genel kararlılık kavramında, yalnızca genel "doku" tekrarlanabilirdir ayrıntılar değil. Lorenz'in gözleminin teknik adı bu durumu açıklar: "Kelebek etkisi" değil, "başlangıç koşullarına duyarlılık."

Lorenz'in makalesi, garip davranışın ortaya çıkmasının sebebinin Lorenz'in modelinin aşırı basitleştirilmiş olduğunu düşünen çoğu meteoroloğu şaşırttı. Basit bir model böyle tuhaf davranışlara yol açarken, karmaşık bir modelin daha da garip olabileceği akıllarına gelmedi. "Fiziksel sezgileri" onlara daha gerçekçi bir modelin daha iyi davranışlar sergileyeceğini söylüyordu. Yanılmış olduklarını 11. Bölümde göreceğiz. Matematikçiler, meteoroloji dergilerini takip etmedikleri için Lorenz'in makalesini uzun süre fark etmediler. Sonunda, Amerikalı Stephen Smale'in matematik literatüründe 1887-90'da Poincaré ta-

rafından keşfedilen daha eski bir ipucunu takip etmesiyle Lorenz'in makalesini fark edebildiler.

Poincaré geometrik yöntemlerini meşhur üç cisim problemine uygulamıştı: Dünya, Ay ve Güneş gibi üç cisimden oluşan bir sistem Newtoncı kütleçekim altında nasıl davranır? Önemli bir hatayı düzelttikten sonra davranışın olağanüstü derecede karmaşık olabileceğini buldu. "Çizmeye bile yeltenmediğim bu figürün karmaşıklığı insanı hayrete düşürüyor" diye yazdı. 1960'larda Smale, Rus Vladimir Arnold ve meslektaşları Poincaré'nin yaklaşımını genişletti ve Poincaré'nin de öncülük ettiği esnek bir geometri türü olan topolojiye dayalı sistematik ve güçlü bir doğrusal olmayan dinamik sistemler teorisi geliştirdiler. Topoloji, kapalı bir eğrinin bir düğüm oluşturması veya bir şeklin birbirinden kopuk parçalara ayrılıp ayrılmaması gibi herhangi bir sürekli deformasyonla değişmeden kalan herhangi bir geometrik özellikle ilgilidir. Smale, tüm olası niteliksel dinamik davranış türlerini sınıflandırmayı umuyordu. Sonunda bunun çok iddialı olduğu ortaya çıktı, ancak yol boyunca bazı basit modellerde kaosu keşfetti ve bunun çok yaygın olması gerektiğini fark etti. Sonra matematikçiler Lorenz'in makalesini ortaya çıkardılar ve çekicisinin bir başka oldukça büyüleyici kaos örneği olduğunu fark ettiler.

Sarkaçta karşılaştığımız bazı temel geometriler daha genel sistemlere sirayet ediyor. Durum uzayı artık çok boyutlu olmalıdır, her dinamik değişken için bir boyut. ("Çok boyutlu" terimi gizemli değildir; bu sadece cebirsel olarak uzun bir değişken listeniz olduğu anlamına gelir. Ancak geometrik düşünceyi iki ve üç boyuta benzeterek uygulayabilirsiniz.) Yörüngeler hâlâ eğrilerdir; faz portresi, daha yüksek boyutlu bir uzayda bir eğriler sistemidir. Sabit durumlar, periyodik durumları temsil eden kapalı yörüngeler ve homoklinik ve heteroklinik bağlantılar vardır. Sarkaç modelinde bulunan eyer noktasınınkiler gibi, giriş yapan ve çıkış yapan eğrilerin genellemeleri vardır. Ana ekstra bileşen, üç veya daha fazla boyutta kaotik çekiciler olabilmesidir.

Hızlı ve güçlü bilgisayarların ortaya çıkışı, tüm konuya bir ivme kazandırdı ve sistemin davranışını sayısal olarak yaklaş-

tırarak doğrusal olmayan dinamiği incelemeyi çok daha kolay hale getirdi. Bu seçenek prensipte her zaman mevcuttu, ancak elle milyarlarca veya trilyonlarca hesaplama yapmak uygun bir seçenek değildi. Şimdi artık bir makine bu görevi yapabilirdi ve bir insanın aksine, aritmetik hatalar yapmıyordu.

Bu üç itici güç –topolojik iç görü, uygulamaların ihtiyaçları ve kaba bilgisayar gücü– arasındaki sinerji, doğrusal olmayan sistemler, doğa ve insan kaygıları dünyasına dair anlayışımızda bir devrim yarattı. Özellikle kelebek etkisi, kaotik sistemlerin yalnızca bir "tahmin ufkuna" kadar olan bir süre için tahmin edilebilir olduğunu ima eder. Bundan sonra, tahmin *kaçınılmaz biçimde* yararlı olamayacak kadar yanlış hale gelir. Hava durumu için ufuk birkaç gündür. Gelgitler için, aylarca. Güneş sisteminin gezegenleri için on milyonlarca yıl. Ancak 200 milyon yıl sonra kendi gezegenimizin nerede olacağını tahmin etmeye çalışırsak, yörüngesinin fazla değişmeyeceğinden oldukça emin olabiliriz, ancak bu yörüngede nerede olacağı hakkında hiçbir fikrimiz olmaz.

Bununla birlikte, uzun vadeli davranış hakkında istatistiksel anlamda hâlâ çok şey söyleyebiliriz. Örneğin, bir yörünge boyunca değişkenlerin ortalama değerleri, çekicinin içinde bir arada bulunabilen kararsız periyodik yörüngeler gibi nadir şeyleri göz ardı edersek, çekici üzerindeki tüm yörüngeler için aynıdır. Bunun nedeni, hemen hemen her yörüngenin çekicinin her bölgesini taramasıdır, dolayısıyla ortalama değerler yalnızca çekiciye bağlıdır. Bu türün en önemli özelliği değişmez bir ölçüt olarak bilinir, Bölüm 11'de hava durumu ve iklim arasındaki ilişkiyi tartışırken ve Bölüm 16'da kuantum belirsizliği üzerine spekülasyon yaparken bunu bilmemiz gerekecek.

Ölçütün ne olduğunu zaten biliyoruz. "Alan" gibi şeylerin bir genellemesidir ve bir olasılık dağılımının yaptığı gibi ilgili uzayın uygun alt kümelerine sayısal bir değer verir. Burada ilgili uzay çekicidir. Bununla ilgili ölçütü tanımlamanın en basit yolu, çekici üzerinde herhangi bir yoğun yörüngeyi –yeterince uzun süre beklediğimiz sürece herhangi bir noktaya istediğimiz kadar yaklaşan bir yörüngeyi– almaktır. Çekicinin herhangi bir

bölgesi göz önüne alındığında, bu yörüngeyi çok uzun bir süre takip ederek ve o bölge içinde geçirdiği zamanın oranını hesaplayarak ona bir ölçüt atarız. Çok uzun zaman geçmesine izin verirseniz o bölgenin ölçütünü bulursunuz. Yörünge yoğun olduğu için, bu aslında çekicinin rastgele seçilmiş bir noktasının o bölgede olma olasılığını tanımlar.[2]

Bir çekici üzerinde bir ölçüt tanımlamanın birçok yolu vardır. İstediğimizin özel bir özelliği vardır, dinamik olarak değişmez olması. Bir bölgeyi alırsak ve tüm noktalarının belirli bir süre boyunca yörüngeleri boyunca akmasına izin verirsek, aslında tüm bölge akar. Değişmezlik, bölge akarken ölçütünün aynı kalması anlamına gelir. Bir çekicinin tüm önemli istatistiksel özellikleri değişmez ölçütten çıkarılabilir. Dolayısıyla, kaosa rağmen, ne kadar güvenilir olduklarına dair kestirimlerle birlikte gelecek hakkında en iyi tahminlerimizi vererek istatistiksel öngörüler yapabiliriz.

Bundan sonra dinamik sistemler, topolojik özellikleri ve değişmez ölçütler tekrar tekrar karşımıza çıkacaktır. Bu nedenle, bu konu hakkında ipucu vermişken, şimdi birkaç noktayı daha netleştirebiliriz.

İki farklı türde diferansiyel denklem vardır. Sıradan bir diferansiyel denklem, zaman geçtikçe sonlu sayıda değişkenin nasıl değiştiğini belirtir. Örneğin, değişkenler güneş sistemindeki gezegenlerin konumları olabilir. Kısmi diferansiyel denklem hem uzaya hem de zamana bağlı bir nicelik için geçerlidir. Zamanla değişim oranlarıyla uzayla değişim oranlarını ilişkilendirir. Örneğin, okyanustaki dalgalar hem uzaysal hem de zamansal yapıya sahiptir: Şekiller oluştururlar ve bu şekiller hareket ederler. Kısmi diferansiyel denklem, suyun belirli bir yerde ne kadar hızlı hareket ettiğini, genel şeklin nasıl değiştiğiyle ilişkilendirir. Matematiksel fizik denklemlerinin çoğu kısmi diferansiyel denklemlerdir.

---

[2] Teknik olarak, doğru olasılıkları veren değişmez ölçütlerin varlığı yalnızca özel çekici sınıfları için kanıtlanmıştır. Tucker, aynı makalede Lorenz çekicisinin bir tane değişmez ölçütünün olduğunu kanıtladı. Ancak kapsamlı sayısal kanıtlar, bunların yaygın olduğunu gösteriyor.

Bugün, herhangi bir sıradan diferansiyel denklem sistemine "dinamik sistem" denir ve bu terim mecazen sonsuz sayıda değişkenli diferansiyel denklemler olarak görülebilen kısmi diferansiyel denklemlere genişletilebilir. Bu nedenle, geniş anlamda, bazı sistemlerin gelecekteki davranışını belirleyen herhangi bir andaki durum –değişkenlerinin değerleri– türünden herhangi bir matematiksel kural koleksiyonu için "dinamik sistem" terimini kullanacağım.

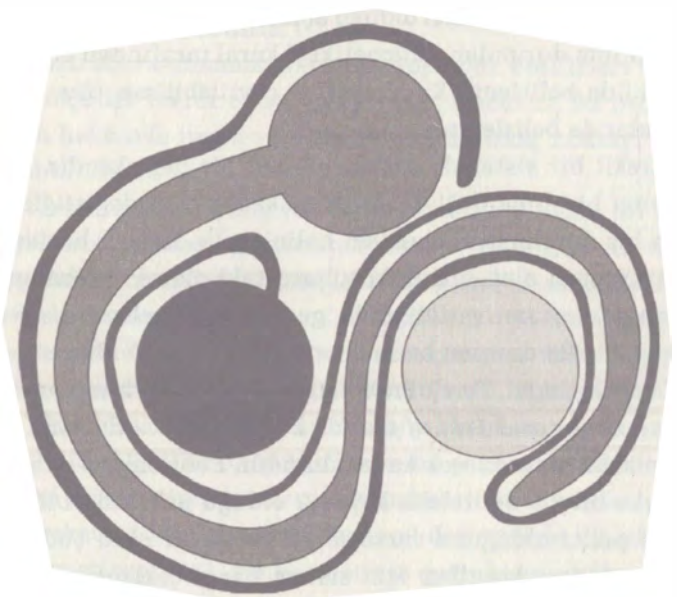
Matematikçiler iki temel dinamik sistem türünü ayrı tutarlar: ayrık ve sürekli. Ayrık bir sistemde zaman, bir saatin saniye ibresi gibi tam sayılarla işler. Kurallar bize mevcut durumun bir tık sonra ne olacağını söyler. Kuralı tekrar uygularsanız iki tık sonra ne olacağını bulursunuz vb. Bir milyon tık sonra ne olduğunu öğrenmek için kuralı bir milyon kez uygularsınız. Böyle bir sistemin belirlenimci olduğu açıktır: İlk durum verildiğinde, sonraki tüm durumlar matematiksel kural tarafından benzersiz bir şekilde belirlenir. Kural tersine çevrilebilirse, tüm geçmiş durumlar da belirlenir.

Sürekli bir sistemde zaman sürekli bir değişkendir. Kural, herhangi bir anda değişkenlerin ne kadar hızlı değiştiğini belirten bir diferansiyel denklem haline gelir. Hemen hemen her zaman geçerli olan teknik koşullara tabi olarak, herhangi bir başlangıç durumu verildiğinde, geçmiş veya gelecek herhangi bir zamandaki durumu bulmak prensipte mümkündür.

Kelebek Etkisi, Terry Pratchett'in Discworld kitapları *Interesting Times and Feet of Clay*'de kuantum hava durumu kelebeği olarak hicvedilecek kadar ünlüdür. Belirlenimci dinamikte başka birçok belirsizlik kaynağı olduğu pek fazla bilinmez. Birkaç çekici olduğunu varsayalım. Temel bir soru şudur: Verilen başlangıç koşulları için sistem hangi çekiciye yakınsar? Cevap, "çekim havzalarının" geometrisine bağlıdır. Bir çekicinin havzası, durum uzayında yörüngeleri bu çekiciye yakınsayan başlangıç koşulları kümesidir. Bu sadece soruyu yeniden özetlemektedir, ancak havzalar durum uzayını her bir çekici için bir tane olmak üzere bölgelere ayırır ve bu bölgelerin nerede oldu-

ğunu bulabiliriz. Çoğu zaman, havzaların, bir haritadaki ülkeler arası sınırlar gibi basit sınırları vardır. Nihai varış noktasıyla ilgili ana belirsizlik, yalnızca bu sınırlara çok yakın olan ilk durumlar için ortaya çıkar. Ancak, havzaların topolojisi çeşitli başlangıç koşulları için belirsizlik yaratacak şekilde çok daha karmaşık olabilir.

Durum uzayı bir düzlemse ve bölgelerin şekilleri oldukça basitse, bu bölgelerden ikisinin sınır çizgisi ortak olabilir, ancak üç veya daha fazlasının olamaz. En fazla ortak bir sınır *noktasına* sahip olabilirler. Ancak 1917'de Kunizo Yoneyama, yeterince karmaşık üç bölgenin izole noktalardan oluşmayan ortak bir sınırı olabileceğini kanıtladı. Fikrini öğretmeni Takeo Wada'ya atfetti ve bugün oluşturduğu yapıya Wada Gölleri denmektedir.



Şekil 17. Wada Göllerini oluşturmanın ilk birkaç aşaması. Her disk, diğerleri arasında dolaşan daha da ince çıkıntılar ortaya çıkarır. Bu süreç sonsuza kadar devam eder ve bölgeler arasındaki boşlukları doldurur.

Dinamik bir sistem, Wada Gölleri gibi davranan çekim havzalarına sahip olabilir. Önemli bir örnek, sayısal analizde Newton-Raphson yönteminde doğal olarak ortaya çıkar. Bu, bir cebirsel denklemin çözümlerini bir dizi ardışık yaklaşımla bulmak için kullanılan ve her yinelemede zamanın bir tık ileri hareket ettiği ayrık bir dinamik sistem haline getiren, gelenekselleşmiş bir sayısal şemadır. Wada havzaları, ışığın birbirine temas eden dört özdeş küreye yansıtılması gibi fiziksel sistemlerde de meydana gelir. Havzalar, küreler arasındaki dört açıklığa tekabül eder ve ışık ışını sonunda bunların içinden çıkar.

Bir kevgir gibi olan delikli havzalar Wada havzalarının daha aşırı bir versiyonudur. Artık hangi çekicilerin oluşabileceğini tam olarak biliyoruz, ancak bunların havzaları o kadar karmaşık bir şekilde iç içe geçmiş ki, sistemin hangi çekiciye yöneleceği hakkında hiçbir fikrimiz yok. Durum uzayının herhangi bir bölgesinde, ne kadar küçük olursa olsun, farklı çekicilerde sonlanan başlangıç noktaları vardır. Başlangıç koşullarını tam olarak, sonsuz hassasiyetle bilebilseydik, nihai çekiciyi tahmin edebilirdik, ancak en ufak bir hata, nihai hedefi tahmin edilemez hale getirir. Yapabileceğimiz en iyi şey, belirli bir çekiciye yakınsama *olasılığını* tahmin etmektir.

Delikli havzalar sadece matematiksel tuhaflıklar değildir. Birçok standart ve önemli fiziksel sistemde meydana gelirler. Az miktarda sürtünmeye maruz kalan, ekseninde periyodik olarak değişen bir kuvvet tarafından rahatsız edilen sarkaç buna bir örnektir; çekiciler çeşitli periyodik durumlardır. Judy Kennedy ve James Yorke, çekim havzalarının delik deşik olduğunu gösterdiler.[3]

[3] J. Kennedy ve J.A. Yorke. Basins of Wada, *Physica* D 51 (1991) 213–225.

11

HAVA DURUMU FABRİKASI

Kışın güzel bir gün bir fırtınanın habercisidir.
George Herbert, *Outlandish Proverbs*

Hava durumundan daha az belirli olan birkaç şey vardır. Yine de temeldeki fizik çok iyi anlaşılmıştır ve denklemleri de biliyoruz. Peki hava durumu neden bu kadar tahmin edilemez?

Sayısal hava tahmininin, denklemleri çözerek hava durumunu tahmin etmeyi uman ilk öncüleri iyimserdi. Gelgitler rutin olarak aylar öncesinden tahmin ediliyordu. Neden hava durumu tahmin edilemesin ki? Bu umutlar, hava durumunun farklı olduğu netleşince suya düştü. Fiziğin özellikleri, bilgisayarınız ne kadar güçlü olursa olsun, hava durumunu uzun vadede tahmin edilemez hale getirir. Tüm bilgisayar modelleri yaklaşıktır ve dikkatli olmadığınız sürece denklemleri daha gerçekçi yapmak daha kötü tahminler verebilir.

Gözlemleri iyileştirmek de pek yardımcı olmayabilir. Tahmin etmek, bir başlangıç değeri problemidir; atmosferin mevcut durumu göz önüne alındığında, gelecekte ne olacağını tahmin etmek için denklemleri çözersiniz. Ancak dinamik kaotik ise, atmosferin mevcut durumunu ölçerken yapılan en küçük hata bile katlanarak büyür ve tahmin değersiz hale gelir. Lorenz'in küçük bir hava durumunu modellerken keşfettiği gibi, kaos belirli bir tahmin ufkunun ötesinde doğru öngörüleri engeller. Gerçek hava durumu için bu, meteorologlar tarafından kullanılan en gerçekçi modeller için bile birkaç gündür.

1922'de Lewis Fry Richardson'un gelecekle ilgili bir vizyonu vardı ve bunu *Weather Prediction by Numerical Process*'de

yayınladı. Altta yatan fiziksel ilkelere dayalı olarak atmosferin durumu için bir dizi matematiksel denklem türetmişti ve bunları hava tahminleri yapmak için kullanmayı önerdi. Sadece bugünün verilerini girmeniz ve yarının hava durumunu tahmin etmek için denklemleri çözmeniz gerekiyordu. "Hava durumu fabrikası" dediği şeyi, patronun rehberliğinde devasa hesaplamalar yapan bilgisayarlarla (o zamanlar bu kelime "hesaplama yapan insanlar" anlamına geliyordu) dolu devasa bir bina şeklinde tasarlamıştı. Bu yüce şahsiyet, "enstrümanların sürgülü cetveller ve hesap makineleri olduğu bir orkestra şefi gibi" olacaktı. "Ama batonu sallamak yerine, diğerlerinden önde giden herhangi bir bölgeye pembe bir ışık huzmesi ve geride kalanlara da mavi bir ışık huzmesi çevirir."

Bugün Richardson'ın hava durumu fabrikasının birçok versiyonu var, ancak bu biçimde değiller: Bunlar, mekanik hesap makineli yüzlerce insan şeklinde değil, elektronik süper bilgisayarlarla donanmış hava durumu tahmin merkezleridir. O zamanlar yapabileceği en iyi şey, bir hesap makinesi alıp toplamları yavaş ve zahmetli bir şekilde yapmaktı. 20 Mayıs 1910'da sabah saat 7:00'daki meteorolojik gözlemleri kullanarak altı saat sonraki hava durumunu hesaplamayı denedi. Birkaç gün süren hesaplamaları, basınçta önemli bir artış olduğunu gösterdi. Gerçekteyse basınç neredeyse hiç değişmemişti.

Öncü çalışma her zaman acemicedir ve daha sonra Richardson'ın stratejisinin, sonucun gösterdiğinden çok daha iyi olduğu ortaya çıkmıştır. Denklemleri ve toplamları doğru bulmuştu, ancak taktikleri hatalıydı, çünkü atmosfer için gerçekçi denklemler sayısal olarak kararsızdırlar. Denklemleri dijital forma dönüştürdüğünüzde, basınç gibi nicelikleri her noktada değil, sadece bir şebekenin köşelerinde hesaplarsınız. Sayısal hesaplama, bu şebeke noktalarındaki değerleri alır ve bunları gerçek fizik kurallarına bir yaklaşım yaparak çok kısa bir süre içinde günceller. Hava durumunu belirleyen basınç gibi değişkenlerdeki değişimler yavaştır ve büyük ölçekte gerçekleşir. Ancak atmosfer, basınçtaki hızlı küçük değişiklikler olan ses dalgalarını da destekleyebilir ve dolayısıyla modelin denklemleri de. Bilgi-

sayar modelindeki ses dalgası çözümleri, şebekeyle rezonansa girebilir ve gerçek hava durumunu bozarak saçmalayabilir.

Meteorolog Peter Lynch, ses dalgalarını zayıflatmak için modern düzleştirme yöntemleri kullanılırsa, Richardson'ın tahminlerinin doğru olacağını keşfetti.[1] Bazen model denklemlerini daha az gerçekçi hale getirerek hava durumu tahminini iyileştirebiliriz.

Kelebek Etkisi matematiksel modellerde meydana gelir, peki gerçek dünyada olur mu? Elbette bir kelebek muhtemelen bir kasırgaya neden olamaz. Kanat çırpmak atmosfere çok az miktarda enerji eklerken, bir kasırga son derece enerjiktir. Enerji korunmuyor mu? İşte bu. Matematiksel olarak, kanat çırpmak yoktan bir kasırga yaratmaz. Etkisi katlanarak büyür, ilk başta küçük ve yereldir, ancak tüm küresel hava durumu belirgin bir şekilde farklı olana kadar hızla yayılarak hava örüntülerinin yeniden düzenlenmesini tetikler. Kasırganın enerjisi başından beri oradaydı, ancak kanat çırpmakla yeniden konuşlandırıldı. Yani enerji korunumu engel değildir.

Tarihsel olarak kaos bir sürprizdi çünkü bir formülle çözülebilecek kadar basit olan denklemlerde görünmüyordu. Ancak Poincaré'nin geometrik bakış açısından kaos, durgun durumlar ve periyodik döngüler gibi düzenli davranış biçimleri kadar makul ve yaygındır. Durum uzayının bir bölgesi yerel olarak esnetilir, ancak sınırlı bir bölgeyle kısıtlanırsa, kelebek etkisi kaçınılmazdır. Bu iki boyutta olamaz, ancak üç veya daha fazla boyutta kolaydır. Kaotik davranış egzotik görünebilir, ancak aslında fiziksel sistemlerde oldukça yaygındır; özellikle, birçok karıştırma işleminin işe yaramasının nedeni budur. Ancak gerçek hava durumu için olup olmadığına karar vermek daha zordur. Hava durumunu, kelebeğin bir kanat çırpması dışında tüm gezegen değişmeden ikinci kez çalıştıramayız, ancak daha basit akışkan sistemleri üzerinde yapılan testler, prensipte gerçek hava durumunun başlangıç koşullarına duyarlı olduğu görüşü-

[1] P. Lynch. *The Emergence of Numerical Weather Prediction*, Cambridge University Press, Cambridge, 2006.

nü desteklemektedir. Lorenz'i eleştirenler yanılıyordu; kelebek etkisi sadece aşırı basitleştirilmiş bir modelin kusuru değildir.

Bu keşif, hava tahminlerinin hesaplanma ve sunulma şeklini değiştirdi. Orijinal fikir, denklemlerin belirlenimci olduğuydu, bu nedenle uzun vadeli iyi tahminler elde etmenin yolu, gözlemlerin doğruluğunu ve mevcut verileri geleceğe yansıtmak için kullanılan sayısal yöntemleri geliştirmektir. Kaos tüm bunları değiştirir. Bunun yerine, sayısal hava tahmini topluluğu, bir dizi öngörü ve bunların doğruluğuna ilişkin bir tahmin sağlayan olasılıksal yöntemlere yöneldi. Pratikte, televizyon veya web sitelerinde yalnızca en olası tahminler sunulur, ancak genellikle "%25 yağmur ihtimali" gibi ne kadar olası olduğuna dair bir değerlendirme eşlik eder.

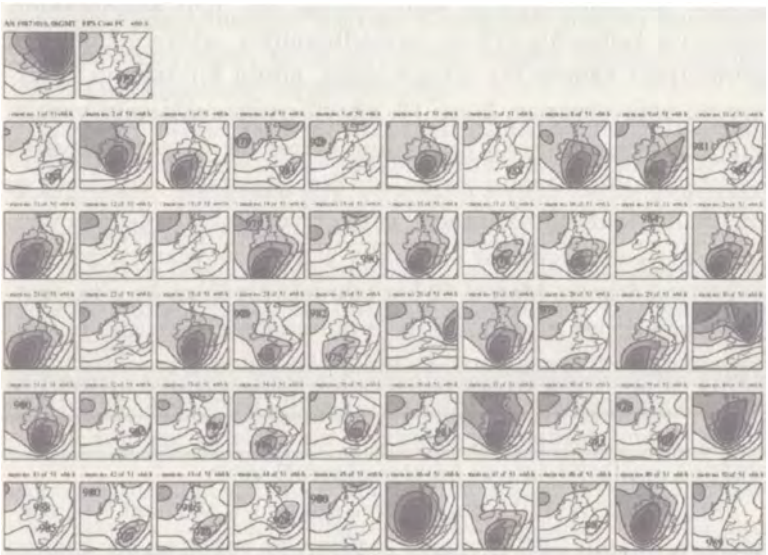
Buradaki temel tekniğe grup tahmini denir. "Grup," fizikçilerin matematikçilerin küme dediği şey için kullandıkları süslü bir kelimedir. (Terim termodinamikte ortaya çıkmış gibi görünüyor.) Sadece bir tahmin değil, bütün bir tahmin koleksiyonu yapıyorsunuz. Bunu 19. yüzyıl astronomlarının yaptığı gibi atmosferin mevcut durumunu tekrar tekrar gözlemleyerek yapmıyorsunuz. Bunun yerine, bir dizi gözlemsel veri alıyor ve on günlük tahmin yazılımınızı çalıştırıyorsunuz. Ardından verilerde rastgele küçük bir değişiklik yapıyor ve yazılımı yeniden çalıştırıyorsunuz. Mesela 50 kez tekrarlıyorsunuz. Bu size, rastgele değiştirilen gözlemlere dayandırsaydınız tahminin ne olacağına dair 50 örnek verir. Aslında, gözlemlenen sayılara yakın verilerden doğabilecek tahmin aralığını inceliyorsunuz. Daha sonra, tahminlerden kaç tanesinin bir yerlerde yağmur öngördüğünü sayabilirsiniz ve bu size olasılığı verir.

Ekim 1987'de BBC hava durumu sunucusu Michael Fish izleyicilere, birinin BBC'yi arayıp İngiltere'ye yaklaşan bir kasırga olduğunu ve herkesi uyarmak istediğini söyledi. "İzliyorsanız endişelenmeyin, çünkü bir kasırga yok" dedi.[2] Şiddetli rüzgârların muhtemel olduğunu, ancak en kötülerinin İspanya ve Fransa ile sınırlı olacağını da sözlerine ekledi. O gece, 1987'deki

[2] Fish daha sonra arayanın Florida'daki bir kasırgadan bahsettiğini söyledi.

Büyük Fırtına İngiltere'nin güneydoğusunu vurdu, rüzgârların sürati saatte 220 kilometreye ulaştı ve bazı bölgelerde saatte 130 kilometreyle devam etti. On beş milyon ağaç devrildi, yollar kapandı, birkaç yüz bin kişinin elektrikleri kesildi, Sealink feribotu da dahil olmak üzere tekneler karaya uçtu ve bir dökme yük gemisi alabora oldu. Sigortacılar 2 milyar sterlinlik hasar ödedi.

Fish'in sözleri, Şekil 18'in ilk satırında sağ taraftaki harita olan tek bir tahmine dayanıyordu. O zamanlar onun için mevcut olan tek şey buydu. Daha sonra, Avrupa Orta Vadeli Hava Tahminleri Merkezi, aynı verileri kullanarak şeklin geri kalanında gösterilen geriye dönük bir grup tahmini yaptı. Gruptaki tahminlerin yaklaşık dörtte biri, bir kasırganın özelliği olan çok derin bir depresyon göstermektedir.



Şekil 18. 15-16 Ekim 1987 için 66 saatlik bir grup tahmini. Üst sıra, ikinci harita: belirlenimci tahmin. Üst sıra, ilk harita: güney kenarı boyunca zararlı rüzgarlar ve derin bir depresyonla alternatif tahmin. Kalan 50 panel, başlangıç koşullarındaki küçük rastgele değişikliklere dayalı diğer olası sonuçları gösteriyor. Birçoğunda derin bir depresyon (koyu oval) görülmektedir.

Benzer yaklaşımlar daha spesifik problemler için kullanılabilir. Önemli bir uygulama, bir kasırganın oluştuktan sonra nereye gideceğini tahmin etmektir. Kasırgalar, karaya çarptıklarında büyük hasara neden olan ve yolları şaşırtıcı derecede düzensiz olan son derece enerjik hava sistemleridir. Muhtemel yollardan oluşan bir grubun hesaplanması, olası hata boyutlarıyla, bir tanesinin aşağı yukarı nerede ve ne zaman vuracağının tahminini verebilir. Böylece şehirler, en azından bazı güvenilir tehlike tahminleriyle önceden plan yapabilirler.

Grup tahminlerini etkili kılmak için birçok ayrıntılı matematiksel mesele söz konusudur. Tekniklerin geliştirilmesine yardımcı olmak için doğrulukları daha sonra değerlendirilmelidir. Sayısal modeller, sürekli bir atmosferin durumuna zorunlu olarak ayrık bir sayı kümesiyle yaklaşır. Hesaplamaları mümkün olduğunca basitleştirmek için, önemli etkiler korunurken çeşitli matematiksel hileler kullanılır. Okyanusların durumunu hesaplamalara dahil etmenin kolay kontrol edilebilir yollarını bulmak büyük bir ilerlemeydi. Birkaç farklı model mevcut olduğunda, yeni bir olasılıksal teknik olan çok modelli tahminler ortaya çıkar. Tek bir model kullanarak sadece çok sayıda simülasyon çalıştırmıyorsunuz. Simülasyonları birçok model kullanarak çalıştırıyorsunuz. Bu, yalnızca başlangıç koşullarına duyarlılıklarının değil, aynı zamanda modelde yerleşik varsayımlara duyarlılıklarının da bir göstergesidir.

Sayısal hava durumu tahmininin ilk günlerinde bilgisayarlar yoktu ve elle yapılan hesaplamaların 12 saat ilerisini tahmin etmesi günler sürerdi. Bu, kavram kanıtlama olarak faydalıydı ve sayısal yöntemlerin iyileştirilmesine yardımcı oldu, ancak pratik değildi. Bilgisayarlar geliştikçe, meteorologlar hava durumunu daha gerçekleşmeden önceden hesaplayabildiler, ancak büyük resmi kuruluşlar bile mevcut en hızlı bilgisayarları kullanarak günde yalnızca bir tahmin yapabiliyordu. Bugün, bir veya iki saat içinde 50 veya daha fazla tahmin üretmenin hiçbir zorluğu yok. Ancak, tahminlerin doğruluğunu artırmak için ne kadar çok veri kullanırsanız, bilgisayarın o kadar hızlı olma-

sı gerekir. Çok modelli yöntemler bilgisayarların kapasitelerini daha da genişletmektedir.

Gerçek hava durumu başka etkilere de tabidir ve başlangıç koşullarına duyarlılık her zaman öngörülemezliğin en önemli nedeni değildir. Özellikle, sadece tek bir kelebek yoktur. Atmosferde küçük değişiklikler her zaman gezegenin her yerinde olur. 1969'da Edward Epstein, atmosferik durumların ortalama ve varyansının zamanla nasıl değiştiğini tahmin etmek için istatistiksel bir model kullanmayı önerdi. Cecil Leith, yalnızca kullanılan olasılık dağılımlarıyla atmosferik durumların dağılımı iyi eşleştiğinde bu yaklaşımın işe yaradığını fark etti. Örneğin, sadece normal bir dağılım varsayamazsınız. Bununla birlikte, belirlenimci ancak kaotik modellere dayanan grup tahminleri, bu açıkça istatistiksel yaklaşımları kısa sürede kullanılamaz hale getirdi.

Astronomik gözlemlerdeki küçük hatalar gibi bu sayısız kelebek kanatlarının da çoğu zaman birbirini yok etmesi umulabilir. Ancak bu bile fazla iyimser görünüyor, Lorenz'e kadar uzanan bir bulgudur bu. Meşhur kelebek, Lorenz 1972'de "Brezilya'da bir kelebeğin kanat çırpışı Teksas'ta bir hortum yaratır mı?" başlıklı popüler bir konferans verdiğinde literatüre giriş yaptı. Uzun zamandır bu başlıkla 1963 tarihli makalesinden bahsettiği düşünülüyordu ancak Tim Palmer, A. Döring ve G. Seregin[3], 1969 tarihli farklı bir makaleye atıfta bulunduğunu ikna edici bir şekilde tartışmaktadır. Lorenz o makalede hava sistemlerinin, başlangıç koşullarına hassas bağımlılıktan çok daha güçlü bir anlamda tahmin edilemez olduğunu belirtmiştir.[4]

Lorenz, bir kasırgayı ne kadar önceden tahmin edebileceğimizi sormuştu. Bir kasırganın uzaysal ölçeği yaklaşık bin kilometredir. İçinde yüz kilometreye yakın orta ölçekli yapılar vardır ve bunların içinde de sadece bir kilometre çapında bulut sistemleri vardır. Bir buluttaki türbülanslı girdaplar birkaç

[3] T.N. Palmer, A. Döring, ve G. Seregin. The real butterfly effect, *Nonlinearity* 27 (2014) R123–R141.

[4] E.N. Lorenz. The predictability of a flow which possesses many scales of motion. *Tellus* 3 (1969) 290–307.

metre çapındadır. Lorenz, kasırgayı tahmin etmek için bu ölçeklerden hangisinin daha önemli olduğunu sordu. Cevap açık değil: Küçük ölçekli türbülans "ortalama" mıdır ve çok alakalı değil midir; yoksa zaman geçtikçe güçlenir ve büyük bir fark mı yaratır?

Cevabı, bu çok ölçekli hava sisteminin üç özelliğinin altını çizmiştir. Birincisi, büyük ölçekli yapıdaki hatalar kabaca her üç günde bir ikiye katlanır. Tek önemli etki bu olsaydı, büyük ölçekli gözlemlerdeki hataları yarıya indirmek, doğru tahminlerin aralığını üç gün uzatır ve haftalar öncesinden iyi tahminler yapma ihtimalini ortaya çıkarırdı. Ancak ikinci özellik nedeniyle bu mümkün değildir; tek tek bulutların konumu gibi ince yapıdaki hatalar çok daha hızlı büyür ve bir saat içinde iki katına çıkar. Bu başlı başına bir sorun değil, çünkü kimse ince yapıyı tahmin etmeye çalışmaz, fakat üçüncü özellik sayesinde bir sorun haline gelir; ince yapıdaki hatalar daha kaba yapıya sirayet eder. Aslında, ince yapı gözlemlerindeki hataları yarıya indirmek, tahmin aralığını günler değil, bir saat kadar uzatır. Bu üç özellik bir araya gelince, iki hafta öncesinden doğru bir tahmin söz konusu olamaz.

Bir noktaya kadar, bu ifadeler başlangıç koşullarına duyarlılıkla ilgilidir. Ancak sonlara doğru Lorenz, doğrudan 1969 tarihli makaleden alınan bir şey söyledi: "Başlangıçta küçük bir gözlemsel hatayla farklılık gösteren sistemin iki durumu, sonlu bir zaman aralığı içinde sistemin rastgele seçilmiş durumları kadar büyük ölçüde farklılık gösteren iki duruma evrilecektir. Bu sonlu zaman aralığı ilk hatanın genliği azaltılarak uzatılamaz." Başka bir deyişle, tahmin ufkunun mutlak bir sınırı vardır ve bu, gözlemleriniz ne kadar doğru olursa olsun genişletilemez. Bu kelebek etkisinden çok daha güçlüdür. Orada, gözlemleri yeterli ondalık basamağa kadar doğru yapabilirseniz, tahmin ufkunu istediğiniz kadar uzatabilirsiniz. Lorenz, gözlemleriniz ne kadar doğru olursa olsun, bu sınırın bir hafta kadar olduğunu söylüyordu.

Palmer ve meslektaşları, durumun aslında Lorenz'in düşündüğü kadar kötü olmadığını gösterdiler. Sonlu sınırı yaratan

teorik meseleler her zaman işlemez. Grup tahminiyle bazen iki hafta öncesinden doğru tahminler yapmak mümkün olabilir. Ancak bu, atmosferde daha yakın aralıklı yerlerde çok daha fazla gözlem yapmak ve süper bilgisayarların gücünde ve hızında ilerlemeler gerektirecektir.

Hava durumunu tahmin etmeden hava hakkında bilimsel tahminlerde bulunmak mümkündür. Buna bir örnek, atmosferin bir hafta veya daha uzun süre hemen hemen aynı durumda kaldığı ve aniden, görünüşe göre rastgele, uzun ömürlü başka bir modele geçtiği, blok hava örüntülerinin yaygın olarak ortaya çıkmasıdır. Örnekler arasında Kuzey Atlantik ve Arktik salınımı yer alır, bu bölgelerdeki doğu-batı akış periyotları kuzey-güney akış periyotlarıyla yer değiştirir. Bu tür durumlar hakkında çok şey biliniyor, ancak aralarındaki geçişler –ki bu belki de en önemli özellikleridir– tamamen başka bir konudur.

1999'da Tim Palmer, uzun vadeli atmosferik davranışın tahminini iyileştirmek için doğrusal olmayan dinamiğin kullanılmasını önerdi.[5] Daan Crommelin bu fikri takip ederek, blok atmosferik rejimlerin büyük ölçekli atmosferik dinamiğin doğrusal olmayan modellerinde bir heteroklinik döngünün ortaya çıkmasıyla ilgili olabileceğine dair ikna edici kanıtlar sağladı.[6] Bölüm 10'dan, heteroklinik döngülerin, bazı yönlerde kararlı bazılarında kararsız denge durumları olan eyer noktaları arasındaki bağlantı dizileri olduğunu hatırlayın. Heteroklinik bağlantılar, bu tür bir modelden bir başkasına hızlı geçişlerle kesintiye uğrayan, uzun süre devam eden akış örüntüleri yaratır. Bu görünüşte mantıksız olan davranış, bir heteroklinik döngü bağlamında mükemmel bir anlam kazanıyor.

Heteroklinik döngülerin bir öngörülemezlik unsuru vardır, ancak dinamikleri nispeten basittir ve çoğu fazlasıyla tahmin edilebilirdir. Uzun hareketsizlik dönemleriyle kesintiye uğrayan rastgele faaliyet patlamalarıyla karakterize edilirler. Hareketsiz

---

5 T.N. Palmer. A nonlinear dynamic perspective on climate prediction. *Journal of Climate* 12 (1999) 575–591.

6 D. Crommelin. Nonlinear dynamics of atmospheric regime transitions, PhD Thesis, University of Utrecht, 2003.

durumlar tahmin edilebilir, sistem bir dengeye yakın olduğunda ortaya çıkarlar. Belirsizliğin ana unsuru hareketsizliğin ne zaman sona ereceğidir, bu yeni bir hava örüntüsüne geçişe neden olur.

Crommelin, verilerdeki bu tür döngüleri tespit etmek için atmosferdeki "ampirik özfonksiyonları" veya yaygın akış örüntülerini analiz eder. Bu teknikte, gerçek akışa, bir dizi bağımsız temel örüntünün mümkün olan en yakın kombinasyonuyla yaklaşılır. Böylece meteorolojinin karmaşık kısmi diferansiyel denklemleri, bileşen örüntülerinin genel akışa ne kadar güçlü katkıda bulunduğunu temsil eden sınırlı sayıda değişkenli bir sıradan diferansiyel denklem sistemine dönüştürülür.

Crommelin, teorisini 1948-2000 dönemi için kuzey yarımküredeki verileri kullanarak test etti. Atlantik bölgesindeki çeşitli blok akış rejimlerini birbirine bağlayan yaygın bir dinamik döngünün kanıtını buldu. Döngü, Pasifik ve Kuzey Atlantik üzerinden kuzey-güney akışlarıyla başlar. Bunlar tek bir doğu-batı Arktik akışı oluşturmak için birleşir. Bu da Avrasya ve Kuzey Amerika'nın batı kıyısı boyunca uzar ve ağırlıklı olarak kuzey-güney akışına yol açar. Döngünün ikinci yarısında, akış örüntüleri orijinal durumlarına geri döner, ancak farklı bir sıra izlerler. Bütün döngü yaklaşık 20 gün sürer. Ayrıntılar, Kuzey Atlantik ve Arktik salınımlarının ilişkili olduğunu göstermektedir; her biri diğeri için kısmi bir tetikleyici görevi görebilir.

Gerçek hava durumu fabrikası, atmosferimize, okyanuslarımıza ve karalarımıza ısı enerjisi veren Güneş'tir. Dünya dönerken ve Güneş doğup batarken, tüm gezegen günlük bir ısınma ve soğuma döngüsünden geçer. Bu, hava sistemlerini yönlendirir ve oldukça düzenli büyük ölçekli modellere yol açar, ancak fiziksel yasaların güçlü bir şekilde doğrusal olmayışı, ayrıntılı etkileri oldukça değişken kılar. Eğer bir etki –Güneş'ten gelen ışınımda bir değişiklik, ne kadar ısının uzaya geri yansıdığı, ne kadarının atmosferde tutulduğuna dair bir değişiklik– ısı enerjisi miktarını etkilerse, hava durumu örüntüleri değişir. Sistematik değişiklikler çok uzun sürerse, küresel iklim değişebilir.

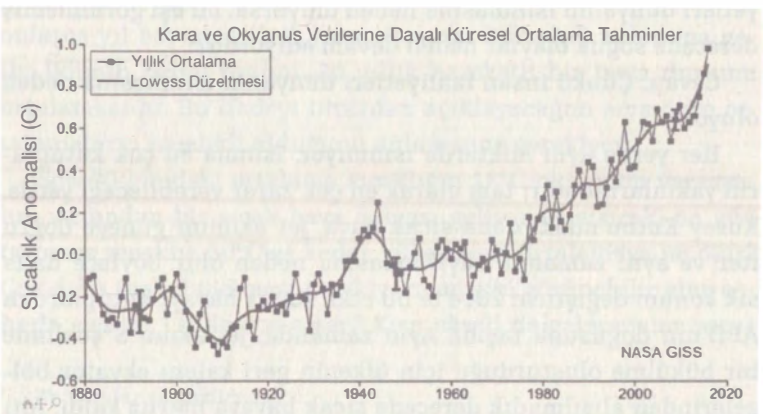
Bilim insanları, Fourier'in Dünya atmosferinin gezegenimizi sıcak tuttuğunu gösterdiği 1824'ten beri gezegenin ısı dengesindeki değişikliklerin etkilerini inceliyorlar. 1896'da İsveçli bilim insanı Svante Arrhenius, atmosferdeki karbondioksitin (CO_2) sıcaklık üzerindeki etkilerini inceledi. Bu, Güneş'in ısısını hapsetmeye yardımcı olan bir "sera gazıdır." Arrhenius, (Güneş'in ışığını ve ısısını yansıtan) buz örtüsündeki değişiklikler gibi diğer faktörleri hesaba katarak, gezegenin CO_2 seviyelerini yarıya indirmenin bir buzul çağını tetikleyebileceğini hesapladı.

Başlangıçta bu teori, iklim değişikliğinin fosil kayıtlarındaki ani geçişleri açıklayıp açıklayamayacağını merak eden paleontologların ilgisini çekiyordu. Ancak 1938'de İngiliz mühendis Guy Callendar, hem CO_2'nin hem de sıcaklığın son elli yıldır arttığına dair kanıtlar topladı ve problem daha acil hale geldi. Çoğu bilim insanı ya Callendar'ın teorisini görmezden geldi ya da ona karşı çıktı, ancak 1950'lerin sonlarında birkaç bilim insanı CO_2 konsantrasyonundaki değişikliklerin gezegeni yavaş yavaş ısıtıp ısıtmadığını merak etmeye başladı. Charles Keeling 1960 yılında CO_2 seviyelerinin kesinlikle yükseldiğini gösterdi. Birkaç bilim insanı, aerosollerin soğumaya neden olabileceğinden ve yeni bir buzul çağını başlatabileceğinden endişeliydi, ancak ısınmayı öngören makaleler, altı kat daha fazlaydı. 1972'de John Sawyer'ın *Man-made Carbon Dioxide and the "Greenhouse" Effect* makalesi, 2000 yılına kadar beklenen CO_2 artışının (yaklaşık %25) gezegenin 0,6°C ısınmasına neden olacağını öngördü. Medya yaklaşmakta olan bir buzul çağını vurgulamaya devam ediyordu, ancak bilim insanları küresel soğuma hakkında endişelenmeyi bıraktılar ve küresel ısınmayı daha ciddiye almaya başladılar.

1979'da Amerika Birleşik Devletleri Ulusal Araştırma Konseyi, CO_2'deki artış kontrol edilmezse küresel sıcaklıkların birkaç derece artabileceği konusunda uyarıyordu. 1988'de Dünya Meteoroloji Örgütü, konuyu incelemek için Hükümetler Arası İklim Değişikliği Panelini kurdu ve dünya nihayet yaklaşan felakete uyanmaya başladı. Gittikçe artan daha doğru gözlemler hem sıcaklık hem de CO_2 seviyelerinin arttığını gösterdi. 2010'daki bir

NASA çalışması Sawyer'ın tahminini doğruladı. Atmosferdeki karbon izotopları (farklı atomik formların) oranlarının ölçümleri, fazladan CO_2'nin ana nedeninin insan faaliyetleri, özellikle de kömür ve petrolün yanması olduğunu doğrulamaktadır. Küresel ısınma yoğun bir tartışma konusu haline geldi. Tartışmayı yıllar önce bilim insanları kazandı, ancak muhalifler (isterseniz "şüpheciler" veya "inkârcılar" diyebilirsiniz) bilime meydan okumaya devam ediyorlar. Standart karşı argümanları bazen naif bir çekiciliğe sahiptir, ancak iklim bilimciler on yıllar önce hepsini çürüttüler.

Neredeyse tüm ulusal hükümetler artık küresel ısınmanın gerçek olduğunu, tehlikeli olduğunu ve sebebin biz olduğumuzu kabul ediyorlar. Çok göze batan bir istisna, bilimsel kanıtlara duyarsız görünen ve sera gazı üretimini sınırlamayı hedefleyen 2015 Paris anlaşmasından kısa vadeli siyasi sebeplerle çekilen ABD'deki mevcut yönetimdir. İklim değişikliği inkârcılarının geciktirici taktikleri suları bulandırırken, elli yıllık titreklikten sonra dünyanın geri kalanı nihayet ciddi adımlar atıyor. Birkaç Amerikan eyaleti de Beyaz Saray'dan çıkan seslere rağmen bu adımlara katılıyor.



Şekil 19. Küresel Sıcaklık Eğilimleri 1880-2020.

"Doğu rüzgarları" farklıydı. Tipik bir İngiliz kış fırtınası, Kuzey Kutbu'nu çevreleyen devasa bir soğuk hava girdabı olan

jet akımı tarafından yönlendirilen düşük hava basıncı bölgesi olarak batıdan gelir. Bunun yerine, 2018'de Kuzey Kutbu'ndaki alışılmadık derecede sıcak koşullar, güneye çok fazla soğuk hava yönlendirdi ve bu da Sibirya'dan Orta Avrupa'ya ve oradan İngiltere'ye daha fazla soğuk hava getirdi. Bu aynı zamanda Emma fırtınasını tetikledi ve birlikte 57 santimetreye kadar kar, -11°C'ye kadar düşen sıcaklıklara sebep oldular ve on altı kişi hayatını kaybetti. Alışılmadık derecede soğuk koşullar bir haftadan fazla sürdü ve bir ay sonra aynı şekilde daha küçük bir olay meydana geldi.

Amerika da benzer olaylar yaşadı. 2014'te ABD'nin birçok bölgesi çok soğuk bir kış geçirdi; Superior Gölü, haziran ayına kadar buzla kaplandı, yeni bir rekordu bu. Temmuz ayına kadar Meksika Körfezine komşu olanlar dışındaki çoğu doğu eyaleti normalden 15°C'ye kadar daha soğuk hava yaşıyordu. Aynı zamanda, doğu eyaletlerinde önemli ölçüde *daha sıcak* hava vardı. Aynı şey Temmuz 2017'de tekrar oldu, Indiana ve Arkansas'ta kaydedilen en serin Temmuz ayıydı ve Doğu ABD'nin çoğunda hava normalden daha soğuktu.

İklim bilimcilerin güvenle iddia ettikleri gibi, insan faaliyetleri dünyanın ısınmasına neden oluyorsa, bu eşi görülmemiş derecede soğuk olaylar neden devam ediyordu?

Cevap: Çünkü insan faaliyetleri dünyanın ısınmasına neden oluyor.

Her yerde aynı miktarda ısınmıyor. Isınma en çok kutupların yakınlarındadır; tam olarak en çok zarar verebileceği yerde. Kuzey Kutbu'ndaki daha sıcak hava, jet akımını güneye doğru iter ve aynı zamanda zayıflamasına neden olur böylece daha sık konum değiştirir. 2014'te bu etki, soğuk havayı kutuplardan ABD'nin doğusuna taşıdı. Aynı zamanda, jet akımı S şeklinde bir bükülme oluşturduğu için ülkenin geri kalanı ekvator bölgelerinden alışılmadık derecede sıcak havaya maruz kaldı. Altı batı eyaletinde (Washington, Oregon, Idaho, California, Nevada ve Utah) kaydedilen en sıcak on Temmuz'dan biriydi.

İnternete erişimi olan ve ısınan bir dünyada olağandışı anlık soğuklar paradoksunu gerçekten çözmek isteyen herkes, bunun

açıklamasını ve destekleyici kanıtları kolayca bulabilir. Sadece hava durumu ve iklim arasındaki farkı anlamalısınız.

İklim her daim değişmektedir.

İklim değişikliğine yapılan bu itirazın geçmişi uzundur. ABD Başkanı Donald Trump, küresel ısınma ve iklim değişikliğiyle ilgili tweet'lerinde bunu tekrarladı. Birçok itirazın aksine, bu bir cevabı hak ediyor. Cevap: Hayır, iklim her daim *değişmiyor*. Bazı günler havanın parlak ve güneşli olduğu, bazı günler çılgınca yağmur yağdığı ve bazı günlerde her şeyin kalın bir kar tabakasının altına gömüldüğü düşünüldüğünde, bu size aptalca bir şey gibi gelebilir. *Tabii ki* sürekli değişiyor! Evet *öyle*. Ama değişen şey hava durumudur, iklim değil. Bu ikisi farklı şeylerdir. Belki günlük dilde değil fakat bilimsel anlamlarında farklıdırlar.

Hepimiz hava durumunun ne olduğunu anlıyoruz. Hava durumu sunucusunun televizyonda bize anlattığı şey bu: yağmur, kar, bulut, rüzgâr, güneş ışığı. Yarın ve belki birkaç gün sonra ne olacağını ifade eder. Bu, hava durumunun bilimsel tanımıyla uyumludur: Kısa zaman dilimlerinde, birkaç saat veya birkaç gün içinde neler olur. İklim ise farklıdır. Terim genellikle daha gevşek bir şekilde kullanılır, ancak uzun zaman dilimlerinde, onlarca yıl boyunca tipik hava durumu örüntüsü anlamına gelir. İklimin resmi tanımı, 30 yıllık hareketli bir hava durumu ortalamasıdır. Bu ifadeyi birazdan açıklayacağım ama önce ortalamaların incelikli olduğunu anlamamız gerekiyor.

Son 90 gündeki ortalama sıcaklığın 16°C olduğunu varsayalım. Ardından bir sıcak hava dalgası geliyor ve sonraki on gün boyunca sıcaklık 30°C'ye kadar yükseliyor. Ortalamaya ne olur? Çok daha fazla büyümesi gerekiyormuş gibi görünebilir ama aslında sadece 1,4 derece artar.[7] Kısa süreli dalgalanmalar varsa

[7] Toplamlar şu şekildedir:

90 günlük toplam	90 × 16 = 1440
10 günlük toplam	10 × 30 = 300
tüm 100 günlük toplam	1740
ortalama	1740/100 = 17,4

bu da 16'dan 1,4 fazladır.

ortalamalar pek değişmez. Öte yandan, sıcak hava dalgası toplam 90 gün devam ederse, 180 günlük süre boyunca ortalama sıcaklık 23 dereceye yükselir; 16 ile 30'un tam ortasına kadar. Uzun vadeli dalgalanmalar ortalamayı daha güçlü bir şekilde etkiler.

30 yıllık hareketli ortalama sıcaklık, son 30 yılın her günü için tüm sıcaklıkların toplanması ve ardından o kadar güne bölünmesiyle hesaplanır. Bu sayı çok kararlıdır ve yalnızca sıcaklıklar çok uzun bir süre boyunca bu değerden farklıysa ve yalnızca aynı yönde hareket etme eğilimindeyse (ortalama olarak daha sıcak veya ortalama olarak daha soğuk) değişebilir. Değişen sıcak ve soğuk dönemler bir dereceye kadar birbirini iptal eder; yaz genellikle kıştan daha sıcaktır ve yıl içindeki ortalamalar ikisinin arasında yer alır. 30 yılın ortalaması, her şeyin dalgalandığı tipik bir sıcaklığı belirler.

Bu nedenle iklim muhtemelen "sürekli" değişiyor olamaz. Bugün hava ne kadar dramatik bir şekilde değişiyorsa değişsin, değişiklik kalıcı olsa bile, bunun 30 yıllık ortalama üzerinde önemli bir etkisinin olması yıllar alacaktır.

Ayrıca, bizim göz önünde bulundurduğumuz şey, sadece mesela kendi şehrinizdeki yerel iklimdir. "İklim değişikliği" yaşadığınız şehre işaret etmez. İklim bilimcilerin bize ısındığını söylediği şey olan küresel iklim, ortalamanın sadece uzun bir süre için değil, tüm gezegen üzerinden –Sahra Çölü, Himalayalar, buzla kaplı kutup bölgeleri, Sibirya tundrası ve okyanuslar da dahil– alınmasını gerektiriyor. Indiana'da normalden daha soğuk, Özbekistan'da normalden daha sıcak olursa, iki etki birbirini yok eder ve küresel ortalama hemen hemen aynı kalır.

Terminoloji üzerine son bir not. İklim üzerinde bazı "doğal" (insanların neden olmadığı) orta vadeli etkiler vardır. En tanıdık olanı, Doğu Pasifik'te birkaç yılda bir doğal olarak meydana gelen bir ısınma olan El Niño'dur. Mevcut literatürün çoğunda, "iklim değişikliği," insan faaliyetinin neden olduğu iklim değişiklikleri anlamındaki "antropojenik iklim değişikliği"nin kısaltmasıdır. El Niño gibi etkiler doğal değişikliğin sorumlusudur. Tartışılan şey, doğal olmayan değişikliklerdir, çünkü bunlar ancak iklimi etkileyen bazı yeni faktörler olduğunda gerçekleşir.



Şekil 20. CO_2 seviyelerinin son 400.000 yıldaki değişimi. 1950'ye kadar milyonda 300'ün üzerine hiç çıkmadılar. 2018'de milyonda 407 kadarlar.

Pek çok kanıt, doğal olmayan etkilerin varlığını doğruluyor ve bu biziz. İnsan faaliyetleri, atmosferdeki CO_2 seviyesini 400 ppm'nin (milyonda birin) üzerine çıkardı. Önceki 800.000 yılın çoğunda 170 ppm ile 290 ppm arasında değişiyordu (Şekil 20 son 400.000 yılı gösteriyor).[8] 300 ppm'nin üzerindeki her şey sanayi devriminden bu yana meydana geldi. Artan CO_2'nin daha fazla ısıyı hapsettiğini temel fizikten biliyoruz. Buz çekirdekleri ve okyanus tortusundan çok dikkatli ölçümlerle çıkarılan küresel sıcaklıklar son 150 yılda yaklaşık 1°C arttı; fizik ilkeleri, artan CO_2'nin yaratması gereken değişikliğin de bu kadar olduğunu söylüyor.

Bir hafta önceden hava durumunu öngöremiyorsanız, yirmi yıl sonraki iklimi nasıl tahmin edebilirsiniz?

Hava durumu ve iklim aynı şey olsaydı, bu yıkıcı bir argüman olurdu, ama değiller. Bir sistemin bazı özellikleri tahmin edilemezken, bazıları tahmin edilebilir. Bölüm 1'deki Apophis asteroitini hatırlıyor musunuz? Kütleçekim yasası bize, Dün-

[8] 800.000 yıllık kayıt için:
E.J. Brook ve C. Buizert. An tarctic and global climate history viewed from ice cores, *Nature* 558 (2018) 200–208.

ya'ya ya 2029'da ya da 2036'da çarpma olasılığının kesin olduğunu söylüyor, ancak o yıllardan herhangi birinde gerçekten bir çarpışma olup olmayacağını bilmiyoruz. Ancak, herhangi birinde çarpışma olacaksa bunun 13 Nisan'da olacağından kesinlikle emin olabiliriz. Bir şeyi tahmin etme yeteneğimiz, onun ne olduğuna ve onun hakkında önceden ne bildiğimize bağlıdır. Bir sistemin bazı özellikleri tamamen tahmin edilemez olsa da bazı özellikleri büyük bir güvenle tahmin edilebilir. Quetelet, bireylerin özelliklerinin tahmin edilemez olduğunu, ancak bir popülasyon üzerinden ortalaması alındığında, çoğu zaman önemli bir doğrulukla tahmin edilebildiğini gözlemledi.

İklim için, modellememiz gereken tek şey, 30 yıllık hareketli ortalamadaki yavaş, uzun vadeli değişikliklerdir. İklim *değişikliği* için aynı zamanda bu uzun vadenin, insan faaliyeti tarafından eklenen sera gazlarının miktarı gibi değişen koşullarla nasıl ilişkili olduğunu da modellemeliyiz. Bu kolay bir iş değil, çünkü iklim sistemi çok karmaşık ve tepkisi inceliklidir. Yüksek sıcaklıklar, güneşten gelen ısıyı daha fazla yansıtan daha çok bulut oluşturabilir. Ayrıca daha fazla buzu eritirler ve onun yerini alan karanlık su, Güneş'ten gelen ısıyı daha *az* yansıtabilir. CO_2 seviyeleri daha yüksek olduğunda bitki örtüsü farklı şekilde büyür, bu da daha fazla CO_2 tüketilmesine yol açabilir, bu nedenle ısınma bir dereceye kadar kendi kendini düzeltebilir. (En son sonuçlar, başlangıçta CO_2'deki artışın daha fazla bitki örtüsüne yol açtığını gösteriyor, ancak ne yazık ki, bu etki on yıl kadar sonra kayboluyor.) Modeller, bu tür önemli etkileri oluşturmak için ellerinden gelenin en iyisini yapmalıdır.

İklim modelleri (ki sayıca çoktur), daha ince ölçekli hava durumu verileriyle değil, doğrudan iklim verileriyle çalışır. Bu modeller çok basitten aşırı derecede karmaşık olanlara kadar çeşitlilik gösterirler. Karmaşık olanlar, bilinen atmosferik akışkan fiziğini ve diğer ilgili faktörleri içeren daha "gerçekçi" modellerdir. Basit modeller sınırlı sayıda faktöre odaklanırlar; anlaşılması ve hesaplanması daha kolay oldukları için avantajlıdırlar. Aşırı gerçekçilik (dolayısıyla karmaşıklık) her zaman daha iyi değildir, ancak her zaman hesaplama açısından daha yoğundur.

İyi bir matematiksel modelin amacı, alakasız komplikasyonları dahil etmeden tüm önemli özellikleri korumaktır. Einstein'ın iddia ettiği gibi: "Mümkün olduğunca basit olmalı, ama daha basit değil."[9]

Size neyin dahil olduğu hakkında genel bir fikir vermek için, bir tür iklim modelinden genel terimlerle bahsedeceğim. Amacı, ortalama küresel sıcaklığın, geçmiş ve gelecekte zamanla nasıl değiştiğini anlamaktır. Prensipte bu bir sayma sürecidir: Bir yıldaki fazladan ısı enerjisi, gelen enerji –esas olarak Güneş'ten gelir, ancak örneğin volkanlar tarafından yayılan CO_2'yi de dahil edebiliriz– ve giden enerji –gezegen tarafından yayılan veya yansıyan ısı– arasındaki farktır. Gelen gideni aşarsa, gezegen daha da ısınacak; tersi olursa daha da soğuyacaktır. Ayrıca "birikeni" yani bir yerde belki de geçici olarak depolanan ısıyı da hesaba katmamız gerekiyor. Bu da bir tür giden enerjidir, ancak bunu gelen enerji olarak ele alırsak daha sonra bize sorun yaratabilir.

Gelen enerji (oldukça) basittir. Büyük bir kısmı Güneş'ten geliyor, Güneş'in ne kadar enerji yaydığını biliyoruz ve Dünya'ya ne kadarının çarptığını hesaplayabiliriz. Giden enerji, asıl baş ağrılarına neden olan şeydir. Her sıcak nesne ısı yayar ve bu sürecin fiziksel yasaları bilinmektedir. Sera gazları (esas olarak karbondioksit ve metan, aynı zamanda azot oksit) burada devreye girer, çünkü "sera etkisi" ile ısıyı hapsederler, böylece daha azı yayılır. Yansıma daha çetrefillidir çünkü ısı buz (beyazdır, dolayısıyla daha fazla ışığı ve ayrıca daha fazla ısıyı yansıtır), bulutlar vb. tarafından yansıtılır. Bulutlar, modellemesi zor, çok karmaşık şekillerdir. Ayrıca, ısı emilebilir; özellikle okyanuslar büyük bir ısı emici ortam (birikim) sağlar. Daha sonra yeniden ortaya çıkabilir (birikimlerin bir kısmını hesaptan geri çekmek gibi).

---

[9] Bu alıntı, Temmuz 1977'de Reader's Digest'te hiçbir belge olmadan yayınlandı. New York Times, 8 Ocak 1950'de besteci Roger Sessions'ın "'Zor' bir besteci nasıl bu hale gelir" başlıklı bir makalesini yayınladı. Makale şunları içeriyordu: "Albert Einstein'ın kesinlikle müzik için de geçerli olan bir sözünü de hatırlıyorum. Aslında, her şeyin olabildiğince basit olması gerektiğini ama daha basit olmaması gerektiğini söylemişti!'

Matematiksel model tüm bu faktörleri dikkate alır ve ısının Güneş, gezegen, atmosfer ve okyanuslar arasında nasıl aktığına dair denklemler yazar. Sonra onları çözeriz – bilgisayar için bir iş. Tüm bu modeller yaklaşımlardır; hepsi hangi faktörlerin önemli olduğu ve hangilerinin göz ardı edilebileceği konusunda varsayımlarda bulunur; hepsi bu özellikler nedeniyle tartışılabilir. Kesinlikle tek bir model hakikat olarak alınmamalıdır. Bu kaçamak cevaplar şüphecilere fırsat sağlar, ancak asıl nokta basittir: *Tüm* modeller, insan faaliyeti olmasaydı nasıl olacağıyla karşılaştırıldığında, fosil yakıtların kullanılması gibi insanlığın aşırı miktarda CO_2 üretimi ve ormanlar gibi depolanmış karbonun tüm gezegenin sıcaklığını yükselttiğini ve yükselteceğini tahmin etmektedir. Tüm bu fazladan enerji, hava örüntülerini yeni uç noktalara yönlendiriyor ve iklimdeki değişiklikler olarak ortaya çıkıyor.

Kesin artış oranı ve nasıl devam edeceği net değil, ancak tüm modeller önümüzdeki birkaç on yıl içinde birkaç santigrat derece olacağı konusunda hemfikir. Gözlemler, 1880'den beri zaten 0,85°C artmış olduğunu gösteriyor. Aslında, imalat sanayilerinin büyük miktarlarda fosil yakıt tüketmeye başladığı sanayi devriminin başlangıcından beri artıyor. Artış oranı, son yıllarda önceki yıllara göre iki kat daha hızlı ısınmayla hızlanmaktadır. Kısmen birçok ülkenin nihayet fosil yakıt kullanımını azaltmak için adımlar atması ve aynı zamanda 2008'deki bankacılık krizinin neden olduğu küresel durgunluk nedeniyle son on yılda yavaşladı. Şimdiyse yeniden hızlanıyor.

Belki de en büyük tehdit, eriyen buzun neden olduğu yükselen deniz seviyeleri ve okyanustaki suyun ısındıkça genişlemesidir. Ancak daha birçokları var: deniz buzu kaybı, permafrostun eriyerek metan gazı salması (daha da güçlü bir sera gazı), hastalık taşıyan böceklerin coğrafi dağılımındaki değişiklikler vb. Olumsuz etkiler hakkında koca bir kitap yazabilirsiniz, birçok kişi bunu yaptı, o yüzden yazmayacağım. Çevre üzerindeki etkiler, şüphecilerin anlamsızca talep ettikleri gibi, on yıllar sonra mükemmel bir doğrulukla tahmin edilemez, ancak çok çeşitli olumsuz etkiler halihazırda meydana geliyor. Tüm model-

ler, geniş bir ölçekte felaketler öngörüyor. Tartışmaya açık olan tek şey ne kadar geniş ölçekte ve ne kadar korkunç olduğudur.

Yüzyılda bir derece pek de kötü bir haber değil, değil mi?

Dünyanın birçok yerindeki yerel halk, iklim bir derece daha ısınsa çok sevinirdi. Her şey sadece bundan ibaret olsaydı, çoğumuz çok endişelenmezdik. Ama hadi kafamızı çalıştıralım. Bu kadar basit olsaydı, iklim bilimcileri bunu çoktan fark etmiş olurlardı. Endişelenmezler hatta uyarı bile yapmazlardı. Yani –hayattaki çoğu şey ve doğrusal olmayan dinamikteki her şey gibi– o kadar basit değil.

Bir derece pek fazla değilmiş gibi geliyor ama geçtiğimiz yüzyılda biz insanlar gezegenimizin tüm yüzeyini bu kadar ısıtmayı başardık. Basitleştiriyorum: atmosfer, okyanuslar ve karalar farklı miktarlarda ısınıyor. Lafı uzatmayalım, böylesine geniş çapta bir değişimi başarmak için gereken enerji miktarı çok büyüktür. İşte ilk problemimiz; gezegenin iklimini oluşturan doğrusal olmayan dinamik sisteme çok büyük miktarlarda fazladan enerji ekliyoruz.

İnsanların bu kadar büyük bir etkiye sebep olabileceğini hayal etmenin küstahlık olduğunu söyleyen insanlara inanmayın. Bir insan bir ormanı yakabilir, bu çok fazla CO_2 demektir. Küçücük olabiliriz ama sayımız çok ve çoğu CO_2 yayan çok sayıda makinelerimiz var. Ölçümler, bu etkiye sebep olduğumuzu açıkça gösteriyor, Şekil 20'deki grafiğe bakınız. Başka yollarla da benzer şekilde kapsamlı etkilerimiz oldu. Nehirlere ve denizlere çöp atmanın okyanuslara muazzam miktarda plastik atık saçtığını geç keşfettik. Üstelik, bu inkâr edilemez bir şekilde bizim hatamız. Bizden başka hiçbir şey plastik yapmaz. Sadece çöplerimizi atarak okyanusların besin zincirine zarar verebiliyorsak, muazzam miktarlarda, dünyadaki tüm volkanların (su altındakiler dahil) yaklaşık 120 katı kadar sera gazı salarak çevreye zarar verebileceğimizi önermek pek küstahlık olmaz.[10]

[10] ABD Jeolojik Araştırmalarından elde edilen veriler, dünyadaki volkanların yılda yaklaşık 200 milyon ton CO2 ürettiğini gösteriyor. İnsan ta-

Bir derece zararsız gibi gelebilir, ancak gezegen çapında enerjide büyük bir artış zararsız değildir. Doğrusal olmayan bir dinamik sisteme fazladan enerji pompalamak, sistemin davranışını her yerde aynı küçük miktarda değiştirmez. Sistemin ne kadar şiddetli dalgalandığını ne kadar hızlı değiştiğini, ne kadar değiştiğini ve ne kadar düzensiz değiştiğini değiştirir. Yaz sıcaklıkları düzgün bir şekilde bir derece ısınmaz. Mevsim normallerinin dışında inip çıkarak sıcaklık dalgalarına ve ani soğuklara neden olurlar. Böyle herhangi bir tekil olay, onlarca yıl önce meydana gelen bir olayla karşılaştırılabilir, ancak aşırı olaylar önemli ölçüde daha sık hale geldiğinde bir şeylerin değiştiğini fark edebilirsiniz. Küresel ısınma, geçmişte bir örneği olmayan sıcaklık dalgalarının meydana geldiği bir aşamaya geldi: 2010'da ABD ve 2011, 2012 ve 2013'te tekrar; 2011 yılında Güneybatı Asya; 2012-13'te Avustralya; 2015 yılında Avrupa; 2017'de Çin ve İran. Temmuz 2016'da Kuveyt 54°C'ye, Irak'ta Basra ise 53,9°C'ye ulaştı. Bunlar (bugüne kadar) Ölüm Vadisi dışında Dünya üzerinde şimdiye kadar kaydedilen en yüksek sıcaklıklardır.

2018'in ilk yarısında dünyanın birçok yerinde şiddetli sıcak hava dalgaları yaşandı. İngiltere, büyüyen mahsullere zarar veren uzun bir kuraklık yaşadı. İsveç orman yangınlarından zarar gördü. Cezayir, 51,3°C ile Afrika'nın şimdiye kadarki en yüksek sıcaklığını gördü. Japonya'da sıcaklık 40°C'yi aştığında ısıya maruz kalmaktan en az otuz kişi hayatını kaybetti. Avustralya'nın New South Wales eyaleti tarihin en kötü kuraklığını yaşadı ve susuzluğa, mahsul kıtlığına ve hayvancılık için yiyecek kıtlığına neden oldu. California, Mendocino Complex orman yangını tarafından harap oldu ve çeyrek milyon dönümden fazla arazi yandı. Her yıl yeni rekorlar kırılıyor. Aynı şey sel, fırtına, kar fırtınası için de geçerli, hangi ekstrem olayı seçerseniz seçin, gittikçe daha sık oluyor.

Hava sistemindeki ekstra enerji havanın akış şeklini de değiştirir. Örneğin, şu anda, Kuzey Kutbu gezegenin diğer bölge-

---

şımacılığı ve sanayi, 120 kat daha büyük, 24 milyar ton salıyor. https://www.scientificamerican.com/article/earthtalks-volcanoes-or-humans/

lerine göre çok daha fazla ısınmaktadır. Bu, kutup etrafında ve çevresinde yüksek enlemlerde akan soğuk rüzgarlar olarak bilinen kutup girdabının akışını değiştirir. Akışı zayıflatır, bu nedenle soğuk hava çok daha fazla dolaşır ve özellikle daha da güneye gelir. Aynı zamanda, sirküle eden tüm soğuk hava akımını daha güneye doğru sürükleyebilir, ki 2018'in başlarında olan buydu. Küresel ısınmanın normalden çok daha soğuk bir kışa neden olması paradoksal görünebilir, ama değil. Doğrusal olmayan bir sistemi daha fazla enerji vererek bozduğunuzda olan budur. Avrupa normalden beş derece daha düşük sıcaklıklarla durma noktasına gelirken, Kuzey Kutbu normalden yirmi derece daha yüksek sıcaklıklarda güneşin keyfini çıkarıyordu. Aslında aşırı CO_2 üretimimiz, Kuzey Kutbu'nun soğuk havasını *bize* göndermesine neden oldu.

Aynı şey gezegenin diğer tarafında da oluyor ve daha da kötü olabilir. Antarktika, Kuzey Kutbu'ndan çok daha fazla buz içerir. Eskiden Antarktika'nın Kuzey Kutbu'ndan daha yavaş eridiği düşünülüyordu. Ancak derin su altında kıyıdaki buz tabakalarının tabanlarında daha hızlı eridiği ortaya çıktı. Bu çok kötü bir haber çünkü buz tabakaları istikrarsızlaşabilir ve tüm bu buzlar daha sonra okyanuslara akar. Büyük buz parçaları kırılmaya başladı bile.

Kutuplardaki buzulların erimesi gerçekten küresel bir sorun çünkü okyanuslara fazladan su aktıkça okyanusların seviyesi yükselecek. Mevcut tahminler, Kuzey Kutbu ve Antarktika'daki tüm buzların erimesi durumunda deniz seviyelerinin 80 metre veya daha fazla yükseleceğini gösteriyor. Bu hemen gerçekleşecek bir şey değil ama ne yaparsak yapalım 2 metrelik bir yükselişin kaçınılmaz olduğu düşünülüyor. Isınma sadece bir dereceyle sınırlı olsaydı bu rakamlar daha düşük olurdu. Ama değil. *Ortalama* ısınma sadece bir derece olsaydı bile daha düşük olmazdı ki bu sanayi devriminden beri olan şeydir. Neden? Çünkü ısınma homojen *değildir*. Kutuplarda, yani ısınmanın mümkün olduğunca küçük olmasını istediğimiz yerlerde, sıcaklık artışı daha ılıman enlemlerdekinden çok daha fazladır. Kuzey Kutbu ortalama olarak yaklaşık 5°C ısındı. Antarktika'nın,

daha az ısınıyor gibi göründüğü için daha az tehdit oluşturduğu düşünülüyordu, ancak bu bilim insanları suyun altına bakmadan önceydi.

Buz kaybıyla ilgili doğru veriler, yüzeyde biriken yeni buz verileriyle birleştirildiğinde, deniz seviyesinin yükselmesinde Antarktika'nın katkısını anlamak için hayati önem taşır. Andrew Shepherd ve Erik Ivins tarafından yürütülen karşılaştırmalı buz tabakası kütle dengesi deneyi (IMBIE), eriyen buz tabakalarının neden olduğu deniz seviyesindeki yükselişin tahminlerini sağlayan uluslararası bir kutup bilimcileri ekibidir. 24 bağımsız çalışmanın sonuçlarını birleştiren 2018 raporu,[11] 1992 ile 2017 yılları arasında Antarktika buz tabakasının 2720 ± 1390 milyar ton buz kaybettiğini ve ortalama küresel deniz seviyesini 7,6 ± 3,9 milimetre artırdığını gösteriyor (± hatalar bir standart sapmayı temsil ediyor). Batı Antarktika'da, esas olarak kıtanın kenarındaki eriyen buz sahanlığından kaynaklanan buz kaybı oranı, son 25 yılda 53 ± 29 milyar tondan 159 ± 26 milyar tona çıkarak üçe katlandı.

Stephen Rintoul ve meslektaşları,[12] 2070'in Antarktika'sı için iki olası senaryoyu araştırdılar. Emisyonlardaki mevcut eğilimler, küresel ölçekte sert bir eylemde bulunulmadıkça olacağı gibi, kontrolsüz bir şekilde devam ederse o zaman 1900'daki referansa göre, ortalama küresel kara sıcaklıkları 3,5°C daha yüksek olacaktır, Paris anlaşmasında kabul edilen 1,5-2°C sınırının oldukça üzerinde. Antarktika buzunun erimesi, diğer nedenlerden kaynaklanan yükselmenin üzerinde, deniz seviyesinin 27 santimetrelik yükselmesine neden olacak. Güney Okyanusu 1,9°C daha sıcak olacak ve yaz aylarında Antarktika deniz buzunun %43'ü kaybolacak. "Yabancı" türlerin istilası on kat artacak; ekosistem, penguenler ve kril gibi mevcut türlerden, yengeç ve bir plankton türü olan salplara dönüşecek.

---

[11] The IMBIE team (Andrew Shepherd, Erik Ivins, ve 78 kişi daha). Mass balance of the Antarctic Ice Sheet from 1992 to 2017, *Nature* 558 (2018) 219–222.

[12] S.R. Rintoul ve 8 kişi daha. Choosing the future of Antarctica, *Nature* 558 (2018) 233–241.

Buz eridikçe, kısır bir pozitif geri bildirim döngüsüne neden olarak sorunu daha da kötüleştirir. Taze buz beyazdır ve Güneş'ten gelen ısının bir kısmını uzaya geri yansıtır. Deniz buzu eridikçe, beyaz buz daha fazla ısı emen ve daha az yansıtan koyu renkli su haline gelir. Böylece bölge daha da hızlı ısınır. Grönland buzullarında, eriyen buz beyaz buzulları kirletir, dolayısıyla onlar da daha hızlı erirler. Zeminin eskiden permafrost –yıl boyunca donuk halde– olduğu Sibirya ve kuzey Kanada'da, don artık o kadar kalıcı değil. Yani, permafrost eriyor. İçinde, çürüyen bitki örtüsü tarafından yaratılan sıkışıp kalmış büyük miktarlarda metan var, unutmayın metan bir sera gazıdır ve CO_2'den çok daha güçlü bir gazdır.

Metan moleküllerinin suyun kristal yapısı içinde tutulduğu, buza benzer bir katı olan metan hidrattan bahsetmiyorum bile. Dünya çapında kıta sahanlığının daha sığ bölgelerinde devasa metan hidrat birikintileri var. Mevcut nüfusun yaklaşık yüz yıllık üretimine eşdeğer üç trilyon ton CO_2 içerdiği tahmin ediliyor. Bu tortular erimeye başlarsa...

Yüzyılda bir derecenin hiç de kötü bir haber olmadığını mı düşünüyorsunuz? Tekrar düşünün.

Birlikte hareket edebilirsek durum o kadar vahim değil. Emisyonlar düşük tutulabilirse, küresel sıcaklık artışı 0,9°C olacak ve deniz seviyesinin yükselmesine 6 santimetre katkıda bulunacaktır. Güney Okyanusu 0,7°C daha sıcak olacak. Yaz aylarında, Antarktika deniz buzunun %12'si kaybolacak. Oradaki ekosistem şimdi olduğu gibi kalacak. Paris anlaşmasının 196 ülke tarafından onaylanması ve yenilenebilir enerji kaynaklarının verimliliği ve maliyetindeki hızlı iyileştirmelerle, daha düşük emisyon senaryosu tamamen olasıdır. ABD'nin, 2020'de yürürlüğe girecek olan, kömür madenciliği endüstrisini canlandırmak için anlaşmadan çekilme kararı talihsiz bir durumdur. Ancak, mevcut yönetimin yanılgısı ne olursa olsun, böyle bir canlanma ekonomik nedenlerle olası değildir. Oyunu kazanmak için her şeyi yapıyorlar, ancak dünya bir elli yıl daha aptalca siyasi geciktirme taktiklerini sürdürmeyi göze alamaz.

Doğrusal olmayan dinamikler bize hava durumu, iklim, bunların nasıl ilişkili oldukları ve nasıl değiştikleri hakkında yararlı bir bakış açısı verebilir. İşin içinde kısmi diferansiyel denklemler var, bu nedenle dinamik sistemlerin dili uygundur. Matematik hakkında düşünmenin bir yolunu çizmek için bir metafor olarak kullanacağım.

Herhangi bir yerdeki atmosfer için durum uzayı, sıcaklık, basınç, nem vb. şeylerin tüm olası kombinasyonlarından oluşur. Bu uzaydaki her nokta, olası bir hava durumu gözlem setini temsil eder. Zaman geçtikçe nokta hareket eder ve bir yörünge çizer. Hareket eden noktayı takip ederek ve durum uzayının hangi bölgelerinden geçtiğine bakarak hava durumunu okuyabiliriz. Farklı kısa vadeli hava durumu verileri, hepsi aynı (kaotik) çekici üzerinde yatan farklı yörüngeler verir.

Hava durumu ve iklim arasındaki fark, hava durumu bir çekiciden geçen tek bir yol iken iklim *tüm* çekicinin kendisidir. Değişmeyen bir iklimde, aynı çekiciden geçen birçok yol olabilir, ancak uzun vadede hepsinin benzer istatistikleri vardır. Aynı olaylar aynı genel sıklıkta gerçekleşir. Hava durumu her zaman değişir, çünkü dinamikler aynı çekici üzerinde birçok farklı yola sebep olur. Ancak çok sıra dışı bir şey olmadıkça *iklim* değişmez. İklim değişikliği sadece çekici değiştiğinde meydana gelir. Çekicideki değişiklik ne kadar büyük olursa, iklimdeki değişikliğin de o kadar dramatik olması muhtemeldir.

Benzer bir tasvir, tüm küresel hava sistemi için de geçerlidir. Durum uzayı sonsuz boyutlu bir fonksiyon uzayı haline gelir, çünkü değişkenler gezegen üzerindeki konuma bağlıdır, ancak aynı ayrım hâlâ geçerlidir: Bir hava durumu örüntüsü bir çekici üzerindeki bir yörüngedir, ancak iklim tüm çekicidir. Bu açıklama mecazidir, çünkü çekiciyi bir bütün olarak gözlemlemenin bir yolu yoktur; bunun için elimizde trilyonlarca küresel hava durumu örüntüsünün kaydı olması gerekir. Ancak daha az ayrıntılı bir şeyi, havanın belirli bir durumda olma olasılığını tespit edebiliriz. Bu, çekici üzerindeki değişmez ölçütle ilgilidir, bu nedenle olasılık değişiyorsa, çekicinin değişmiş olması gerekir. 30 yıllık istatistiksel ortalamaların iklimi tanımlamasının ne-

deni, iklimin değişip değişmediğini izlemek için onları kullanabilmemizin nedeni ve değiştiğinden emin olabilmemizin nedeni işte budur.

İklim değişse bile, çoğu hava durumu hâlâ iklim değişmeden önceki hava durumuna çok benziyor olabilir. İklimin değiştiğini fark edememizin bir nedeni de budur. Tenceredeki meşhur kurbağa gibiyiz, su yavaş yavaş kaynatılıyor ama zıplayıp kaçmıyoruz, çünkü o kadar yavaş ısınıyor ki farkına varmıyoruz. Bununla birlikte, iklim bilimcileri altmıştan fazla yıl önce durumu fark ettiler ve fark ettikleri, belgeledikleri, test ettikleri ve *aksini kanıtlamak* için çok uğraştıkları ancak başarısız oldukları şey, tüm dünyada aşırı hava olaylarının daha yaygın hale geldiğidir. Tıpkı küresel ısınmanın öngördüğü gibi aşırı hava olaylarının yaygınlaşması basit bir gerçektir.

Bilim insanlarının günümüzde küresel ısınma yerine iklim değişikliğinden bahsetmelerinin ana nedeni budur. İklim değişikliği tabiri, *etkileri* daha doğru bir şekilde tanımlıyor. Nedeni eskiden olduğu gibi: İnsanlar aşırı sera gazı ürettiği için gezegen ısınıyor.

İklim çekicisindeki değişiklikler endişe vericidir, çünkü küçük bir değişiklik bile büyük olumsuz etkilere neden olabilir. Belirtmek istediğim genel nokta, tüm aşırı hava olayları için geçerlidir, ancak uygun bir seçim olarak sel baskınları üzerinde duralım. Selden korunmanın yollarını tasarlayan mühendisler, on yıllık, elli yıllık ya da yüz yıllık sel gibi yararlı fikirlere sahiptir. Bu, ortalama olarak her on, elli veya yüz yılda bir meydana gelen belli seviyedeki bir seldir. Yüksek seviye seller nadirdir ve bunlara karşı savunma yapmak pahalıdır. Bir noktada, maliyet olası hasardan daha ağır basar. Bu seviyenin yüz yıllık sel olduğunu varsayalım.

Sel seviyelerinin istatistikleri aynı kaldığı sürece tüm bunlar gayet iyi. Ancak istatistikler değişirse ne olur? Ortalama sel seviyesi artarsa, daha yüksek seviyeler daha olası hale gelir. Aynı şey ortalama etrafındaki dalgalanmalar büyürse de yani standart sapma artarsa da geçerlidir. İkisini bir araya getirirseniz, ki küresel ısınmanın sağladığı tüm ekstra enerjinin yaratması

muhtemel olan şey budur, birbirlerini güçlendirirler. Şekil 21 bu etkilerin nasıl birleştiğini gösteriyor, basit olsun diye normal bir dağılım kullanılmış, ancak benzer mantık daha gerçekçi dağılımlar için de geçerlidir.



Şekil 21. Ortalama ve standart sapma arttığında 100 yıllık sel nasıl 5 yıllık sel olabilir.

Eski olasılık dağılımında, eğrinin altındaki tehlikeli sel seviyelerine karşılık gelen alan, küçük açık gri bölgedir. Ancak dağılım değiştiğinde, eğrinin altındaki tehlikeli sel seviyelerine karşılık gelen alan, çok daha büyük olan koyu gri bölgeyi de içerir. Belki de yeni bölge, her beş yılda bir böyle bir sel olasılığını temsil ediyordur. Eğer öyleyse, eskiden yüz yıllık bir sel şimdi beş yıllık bir sel demektir. Tehlikeli seller yirmi kat daha sık meydana gelebilir ve kritik düzeydeki sellere karşı koruma sağlamamayı haklı gösteren ekonomik hesaplar artık geçerli olmaz.

Kıyı bölgelerinde, fırtına dalgaları ve yükselen deniz seviyeleri, yoğun ve sürekli yağışların yol açtığı tehlikeleri artırır. Küresel ısınma, tüm bu sel nedenlerini çok daha kötü hale getiriyor. Gerçekçi matematiksel modeller, küresel CO_2 emisyonları büyük ölçüde azaltılmadığı takdirde, yakın zamanda Atlantic City, New Jersey'nin kronik selden zarar göreceğini gösteriyor.[13] Otuz yıl içinde, şu anda yüzyılda bir kez meydana gelen su seviyeleri yılda iki kez gerçekleşecek. Yüz yıllık sel, altı aylık sel olacak ve toplamda 108 milyar dolar değerindeki evleri riske atacak. Ve bu sadece bir sahil şehri. Şu anda, Amerikan nüfusunun %39'u sahil ilçelerinde yaşıyor.

[13] J. Schwartz. Underwater, *Scientific American* (August 2018) 44–55.

12

DÜZELTİCİ TEDBİRLER

Doğal ölüm, bir doktor müdahalesi olmadan
kendi başınıza ölmenizdir.
Bilinmeyen bir öğrenci, *Sınav kâğıdı*

1957'de yeni bir mucize ilaç Almanya'da piyasaya çıktı. Doktor reçetesi olmadan alabiliyordunuz. Başlangıçta anksiyete tedavisi için satılıyordu, ancak daha sonra hamile kadınlarda mide bulantısını önlemek için önerildi. Tescilli adı Contergan'dı, ancak jenerik terimi talidomiddir. Bir süre sonra doktorlar, fokomeliyle –vakaların bir kısmında ölüme yol açan, kısmen oluşmuş uzuvlarla– doğan bebeklerin sayısında büyük bir artış fark ettiler ve sebebinin bu ilaç olduğunu anladılar. 2000'i ölümle sonuçlanan yaklaşık 10.000 çocuk etkilendi. Hamile kadınlara ilacı kullanmamaları tavsiye edildi ve uzun süreli kullanımının sinir hasarına neden olabileceği keşfedildikten sonra 1959'da piyasadan kaldırıldı. Bununla birlikte daha sonra, bir tür cüzzam ve multipl miyelom (kandaki plazma hücrelerinin kanseri) gibi bazı spesifik hastalıklar için onaylandı.

Talidomid trajedisi, tıbbi tedavilerin belirsiz doğasının bir hatırlatıcısıdır. İlaç kapsamlı bir şekilde test edilmişti. Geleneksel görüş, talidomidin anne ve çocuk arasındaki plasenta bariyerini geçemeyeceği ve dolayısıyla fetüs üzerinde hiçbir etkisi olmayacağı yönündeydi. Yine de araştırmacılar, küçük laboratuvar hayvanları kullanarak teratojenik etkileri –fetüsteki malformasyonları– tespit etmek için standart testler gerçekleştirdiler. Bu testlerde zararlı hiçbir şeye rastlanmadı. Daha sonra insanların bu açıdan sıra dışı oldukları anlaşıldı. Tıp mesleği, ilaç

üreten ilaç şirketleri, kalça eklemi protezi gibi diğer tıbbi ekipmanların üreticileri veya sadece bazı prosedürlerin (örneğin bir kanser hastasına radyoterapinin en iyi nasıl uygulanacağı gibi) farklı versiyonlarını test eden doktorlar tedavilerin ne kadar etkili olduğunu anlamak ve hastalar için riskleri azaltmak adına test yöntemleri geliştirmiştir. Talidomidin gösterdiği gibi, bu yöntemler kusursuz değildir, ancak belirsizlikleri azaltmak için rasyonel bir yol sağlarlar. Ana araç istatistiktir ve tıpta nasıl kullanıldığını görerek birkaç temel istatistiksel kavram ve tekniği anlayabiliriz. İstatistikçiler yeni fikirler buldukça yöntemler sürekli olarak geliştirilmektedir.

Tüm bu araştırmaların etik bir boyutu vardır, çünkü bir noktada yeni bir ilaç, tedavi veya tedavi protokolü insan denekler üzerinde denenmelidir. Geçmişte, tıbbi deneyler bazen suçlular, askerler, yoksullar ve sefiller veya köleler üzerinde çoğu zaman onların bilgisi veya rızası olmadan yapılırdı. Günümüzün etik standartları daha katıdır. Etik olmayan deneyler hâlâ gerçekleşmektedir, ancak dünyanın çoğu yerinde bunlar nadir bir istisnadır ve keşfedilmeleri halinde cezai kovuşturmaya yol açarlar.

Üç ana tıbbi belirsizlik türü, ilaçlar, ekipman ve tedavi protokolleriyle ilgilidir. Üçü de laboratuvarda geliştirilir ve insanlar üzerinde denenmeden önce test edilirler. Testler bazen hayvanları da kapsayarak yeni etik sorunlara yol açar. Hayvanlar, gerekli bilgileri elde etmenin başka bir yolu olmadıkça kullanılmamalıdır ve kullanılacaksa yalnızca sıkı güvenlik önlemleri altında kullanılmalıdırlar. Bazı insanlar hayvan deneylerinin tamamen yasaklanmasını istiyor.

Doktorların ilacı, cihazı veya tedavi sistemini hastalar üzerinde kullanması için geçmek zorunda oldukları bu testlerin sonraki aşamaları genellikle insanlar üzerinde yapılan deneyler olan klinik denemeleri içerir. Hükümet düzenleyicileri, risklerin ve potansiyel faydaların değerlendirilmesine dayalı olarak bu tür testleri onaylar. Bir denemenin yapılmasına izin verilmesi, bunun güvenli kabul edildiği anlamına gelmez, bu nedenle istatistiksel risk kavramı tüm sürece derinden dahil olur.

Farklı durumlarda farklı deneme türleri kullanılır –tüm kapsam olağanüstü derecede karmaşıktır– ancak az sayıda gönüllü veya mevcut hastalar üzerinde pilot denemelerle başlamak yaygındır. İstatistiksel olarak, küçük örneklere dayanan sonuçlar, daha fazla sayıda bireyi içerenlere kıyasla daha az güvenilirdir, ancak pilot denemeler, riskler hakkında faydalı bilgiler vererek, sonraki denemeler için deneysel tasarımların geliştirilmesine ön ayak olur. Örneğin tedavi ciddi yan etkiler yaratırsa deneme sonlandırılır. Özellikle kötü herhangi bir şey olmazsa, deneme daha büyük insan gruplarına genişletilebilir, bu aşamada istatistiksel yöntemler ilgili tedavinin ne kadar etkili olduğuna dair daha güvenilir bir değerlendirme sağlar.

Böyle yeterli sayıda testten geçerse, tedavi, büyük olasılıkla uygun olduğu düşünülen hasta türüyle ilgili kısıtlamalarla, doktorların kullanması için uygun hale gelir. Araştırmacılar, tedavinin sonuçları hakkında veri toplamaya devam ediyor ve bu veriler, tedavinin kullanımında daha fazla güven verebilir veya orijinal denemelerde ortaya çıkmayan yeni sorunları ortaya çıkarabilir.

Uygulama ve etik problemlerin yanı sıra, bir klinik araştırmanın kurulma şekli, birbiriyle ilişkili iki konu etrafında toplanır. Bunlardan biri, deneme tarafından üretilen verilerin istatistiksel analizidir. Diğeri, verilerin mümkün olduğunca yararlı, bilgilendirici ve güvenilir olması için deneysel tasarımın nasıl yapılandırılacağıdır. Veri analizi için seçilen teknikler, hangi verilerin nasıl toplanacağını etkiler. Deney tasarımı, toplanabilecek veri aralığını ve sayıların güvenilirliğini etkiler.

Benzer süreçler tüm bilimsel deneyler için geçerlidir, bu nedenle klinik uzmanlar deneysel bilimden teknikler ödünç alabilirler ve çalışmaları da genel olarak bilimsel anlayışa katkıda bulunur.

Klinik denemelerin iki ana amacı vardır: Tedavi işe yarıyor mu ve güvenli mi? Uygulamada, hiçbir faktör mutlak değildir. Az miktarda su içmek neredeyse %100 güvenlidir (tam olarak değil: boğulabilirsiniz), ancak kızamığı iyileştirmez. Kızamığa karşı çocukluk aşısı neredeyse %100 etkilidir, ancak tamamen güvenli

değildir. Nadiren, bir çocuk aşıya şiddetli reaksiyon gösterebilir. Bunlar aşırı durumlardır ve birçok tedavi sudan daha riskli ve aşıdan daha az etkilidir. Yani bir bedeli olması gerekebilir. Riskin resme girdiği yer burasıdır. Olumsuz bir olayla ilişkili risk, meydana gelme olasılığı ile vereceği zararın çarpımıdır.

Tasarım aşamasında bile deneyciler bu faktörleri hesaba katmaya çalışırlar. İnsanların ciddi yan etkilere maruz kalmadan farklı bir durumu tedavi etmek için bazı ilaçları aldıklarına dair kanıtlar varsa, güvenlik sorunu bir dereceye kadar çözülmüştür. Değilse, en azından erken sonuçlar gelene kadar denemenin boyutu küçük tutulmalıdır. Deney tasarımının önemli bir özelliği, bir kontrol grubunun, ilaç veya tedavi verilmeyen kişilerin kullanılmasıdır. İki grubu karşılaştırmak bize, deneydeki insanları kendi başlarına test etmekten daha fazlasını söyler. Bir diğer önemli özellik, denemenin yürütüldüğü koşullardır. Sonucu güvenilir olacak şekilde tasarlanmış mı? Talidomid denemesi, bir fetüse yönelik potansiyel riski hafife almıştı; geriye dönüp bakıldığında, hamile kadınlar üzerinde yapılan denemelere daha fazla ağırlık verilmeliydi. Uygulamada, klinik araştırmaların yapısı yeni dersler öğrenildikçe gelişir.

Derin bir sorun, deneycinin topladığı veriler üzerindeki etkisiyle ilgilidir. Bilinçsiz önyargı sürece sızabilir. Aslında, birisi favori hipotezi "kanıtlamak" için yola çıktığında ve ona uyan verileri özenle seçtiğinde, bilinçli önyargı da sürece sızabilir. Günümüzde çoğu klinik denemede ortak olan üç önemli özellik vardır. Yeni bir ilacı test ettiğimizi varsayalım. Bazı deneklere ilaç verilecek ve bir kontrol grubuna, ilaca mümkün olduğunca benzeyen ancak önemli bir etkisi olmayan bir plasebo hap verilecektir.

İlk özellik rastgeleleştirmedir. Hangi hastaların ilacı, hangilerinin plaseboyu alacağına rastgele bir süreçle karar verilmelidir.

İkincisi körlüktür. Denekler ilacı mı yoksa plaseboyu mu aldıklarını bilmemelidir. Bilirseler, semptomlarını farklı şekilde bildirebilirler. Çift kör bir düzenlemede, araştırmacılar hangi deneklerin ilacı veya plaseboyu aldıklarından da habersizdir.

Bu, verilerin yorumlanmasında, toplanmasında veya istatistiksel aykırı değerlerin kaldırılması gibi şeylerde bilinçsiz yanlılığı önler. Daha da ileri gidecek olursak, çift plasebo tasarım, her deneğe hem ilacı hem de plaseboyu dönüşümlü olarak veren bir tasarımdır.

Üçüncüsü, kontrol olarak bir plasebo kullanımı, araştırmacıların, sadece doktor onlara bir hap verdiği için hastaların kendilerini daha iyi hissettikleri, artık iyi bilinen plasebo etkisini açıklamalarına olanak sağlar. Bu etki, hapın bir plasebo olduğunu *bildiklerinde* bile ortaya çıkabilir.

Deneyin doğası –tedavi etmeyi veya hafifletmeyi amaçladığı hastalık ve deneğin durumu– bu tekniklerin bazılarını ekarte edebilir. Bir hastaya ilaç yerine plasebo vermek, rızası olmadan yapılırsa etik olmayabilir. Ama hastaların rızası olursa deney kör olamaz. Bunu aşmanın bir yolu, deneme yeni bir tedaviyle ilgili olduğunda ve amaç, onu nispeten etkili olduğu bilinen mevcut bir tedaviyle karşılaştırmak olduğunda, bazı hastaların eski tedaviyi ve bazılarının yeni tedaviyi aldığı bir "aktif kontrol" denemesi kullanmaktır. Hatta onlara neler olduğunu anlatabilir ve iki tedavinin rastgele kullanımı için onaylarını alabilirsiniz. Bu gibi durumlarda deney hâlâ kör olabilir. Belki bilimsel olarak o kadar tatmin edici bir yöntem değil ama etik faktörler diğerlerinin çoğunu geçersiz kılıyor.

Klinik deneylerde kullanılan geleneksel istatistiksel yöntemler 1920'lerde bir tarımsal araştırma merkezi olan Rothamsted deney istasyonunda geliştirildi. Bu tıptan çok uzak görünebilir, ancak benzer deneysel tasarım ve veri analizi sorunları ortaya çıkıyor. En etkili figür, Rothamsted'de çalışan Ronald Fisher'dı. Fisher'ın *Principles of Experimental Design* kitabı, temel fikirlerin çoğunu ortaya koydu ve bugün hâlâ yaygın olarak kullanılan temel istatistiksel araçların çoğunu içeriyordu. Aralarında Karl Pearson ve ("Öğrenci" takma adını kullanan) William Gosset'in bulunduğu dönemin diğer öncüleri de katkıda bulundular. İstatistiksel testleri ve olasılık dağılımlarını onları temsil eden sembollerle adlandırma eğilimindeydiler, bu yüzden artık t-testi, kikare (X^2) ve gama dağılımı (Γ) gibi şeylere sahibiz.

İstatistiksel verileri analiz etmenin iki temel yolu vardır. Parametrik istatistik, ortalama ve varyans gibi sayısal parametreleri içeren belirli olasılık (binom, normal vb.) dağılımlarını kullanarak verileri modeller. Amaç, modelin verilere en iyi uyduğu parametre değerlerini bulmak ve olası hata aralığını ve uyumun ne kadar anlamlı olduğunu tahmin etmektir. Diğer yol, parametrik olmayan istatistik, belirgin modellerden kaçınarak yalnızca verilere dayanır. Verileri yorumsuz bir şekilde sunan histogram basit bir örnektir. Uyum çok iyiyse parametrik yöntemler daha iyidir. Parametrik olmayanlar daha esnektir ve yersiz olabilecek varsayımlarda bulunmazlar. Her iki tip de bol miktarda bulunur.

Tüm bu tekniklerin belki de en yaygını, bilimsel bir hipotezi destekleyen (ya da desteklemeyen) verilerin önemini test etmeye yönelik Fisher yöntemidir. Bu, genellikle normal dağılıma dayanan parametrik bir yöntemdir. 1770'lerde Laplace, yaklaşık yarım milyon doğumun cinsiyet dağılımını inceledi. Veriler erkek çocuklarında fazlalık olduğunu gösteriyordu ve bu fazlalığın ne kadar anlamlı olduğunu öğrenmek istiyordu. Bir binom dağılımıyla kız ve erkeklerin eşit olasılıklara sahip olduğu bir model kurdu. Ardından, bu model geçerliyse gözlemlenen rakamların ne kadar olası olduğunu sordu. Hesapladığı olasılık çok küçüktü, bu nedenle, kız ve erkek çocukların şansı gerçekten yarı yarıyaysa, gözlemlerin gerçekleşme olasılığının çok düşük olduğu sonucuna vardı.

Fisher'ın, yöntemini şekillendirdiği bu tür olasılık artık bir *p*-değeri olarak biliniyor. Yöntemi iki karşıt hipotezi karşılaştırır. Biri, boş hipotez, gözlemlerin tamamen şans eseri ortaya çıktığını belirtir. Diğeri, alternatif hipotez, onların şans eseri olmadığını belirtir ve bizim gerçekten ilgilendiğimiz şey budur. Boş hipotezi varsayarak, elimizdeki veriyi (veya uygun bir aralıktaki verileri, çünkü belirli sayıları elde etme olasılığı sıfırdır) elde etme olasılığını hesaplıyoruz. Bu olasılık genellikle *p* ile gösterilir ve *p*-değeri terimine yol açar.

Örneğin, 1000 doğumluk bir örneklemde erkek ve kız çocuklarını saydığımızı ve 526 erkek, 474 kız elde ettiğimizi varsayalım. Erkek çocukların fazlalığının anlamlı olup olmadığını

anlamak istiyoruz. Bu yüzden, bu rakamların tesadüfen ortaya çıktığı boş hipotezi formüle ediyoruz. Alternatif hipotez, tesadüf eseri olmamasıdır. Gerçekten *tam olarak* bu değerlerin tesadüfen meydana gelme olasılığıyla ilgilenmiyoruz. İlgimizi çeken şey verilerin ne kadar aşırı olduğu, kızlardan *daha fazla* erkek çocuklarının olmasıdır. Erkek çocukların sayısı 527 veya 528 veya daha büyük bir sayı olsaydı, olağandışı bir fazlalığı gösterebilecek kanıtlarımız da olurdu. O halde önemli olan tesadüfen 526 veya daha fazla erkek olma olasılığıdır. Uygun boş hipotez şudur: bu sayı veya *daha da fazla erkek çocuk* tesadüfen ortaya çıkar.

Şimdi boş hipotezin gerçekleşme olasılığını hesaplıyoruz. Bu noktada, boş hipotez ifademde hayati bir bileşen olan varsayılan teorik olasılık dağılımını kaçırdığım açıkça ortaya çıkıyor. Burada, Laplace'ı takip etmek ve erkek ve kızların yarı yarıya olasılığı olan bir binom dağılımı seçmek mantıklı görünüyor, ancak hangi dağılımı seçersek seçelim, bu boş hipotezde üstü kapalı olarak yer almaktadır. Çok sayıda doğumla çalıştığımız için, Laplace'ın binom dağılımı seçimini uygun normal dağılıma göre tahmin edebiliriz. Buradaki sonuç, $p = 0{,}5$'tir, yani bu tür uç değerlerin tesadüfen ortaya çıkma olasılığı sadece %5'tir. Bu nedenle, Fisher'ın jargonunda, *boş hipotezi %95 düzeyinde reddediyoruz*. Bu, boş hipotezin yanlış olduğundan %95 emin olduğumuz ve alternatif hipotezi kabul ettiğimiz anlamına gelir.

Bu, gözlemlenen rakamların istatistiksel olarak anlamlı olduğundan, tesadüfen ortaya çıkmadığından %95 emin olduğumuz anlamına mı geliyor? Hayır. Bunun anlamı, kaçamak sözlerle gevelemektir: Gözlemlenen rakamların, yarı yarıya binom dağılımı (veya karşılık gelen normal yaklaşım) tarafından belirtildiği gibi tesadüfen ortaya çıkmadığından %95 eminiz. Başka bir deyişle, gözlemlenen rakamların tesadüfen ortaya çıkmadığından veya varsayılan dağılımın yanlış olduğundan %95 eminiz.

Fisher'in dolambaçlı terminolojisinin bir sonucu, bu son ifadenin kolayca unutulabilmesidir. Eğer öyleyse, test ettiğimizi düşündüğümüz hipotez, alternatif hipotezle tamamen aynı değildir. İkincisinde ekstra yük, ilk etapta yanlış istatistiksel mo-

deli seçme olasılığımız da bulunmaktadır. Bu örnekte, bu çok endişe verici değil, çünkü bir binom veya normal dağılım çok makuldür, ancak bazen uygun olmasa da gıyaben normal bir dağılım varsayma eğilimi vardır. Öğrenciler genellikle bu yöntemle ilk karşılaştıklarında bu konuda uyarılırlar, ancak bir süre sonra gözden kaçabilir. Yayınlanan makaleler de bile yanlış kullanılıyor.

Son yıllarda, *p*-değerleriyle ilgili ikinci bir sorun önem kazanmaktadır. Bu, istatistiksel anlamlılıkla klinik anlamlılık arasındaki farktır. Örneğin, kansere yakalanma riski için tasarlanan bir genetik test, %99 düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı olabilir, bu kulağa oldukça iyi geliyor. Ancak pratikte her 100.000 kişide yalnızca bir fazladan kanser vakası tespit edebilirken, her 100.000 kişide 1000 kez "yanlış pozitif" –kanser gibi görünen, ancak olmayan– tespit çıkarabilir. Bu, yüksek istatistiksel anlamlılığına rağmen onu klinik olarak değersiz kılacaktır.

Tıpta olasılıklarla ilgili bazı sorunlar Bayes teoremi kullanılarak çözülebilir. İşte size tipik bir örnek[1]. Kadınlarda potansiyel meme kanserlerini saptamak için standart bir yöntem, memenin düşük yoğunluklu bir X-ray görüntüsü olan bir mamogram taraması yaptırmaktır. 40 yaşındaki kadınlarda meme kanseri görülme sıklığı yaklaşık %1 'dir. (Tüm yaşamları boyunca %10 gibi ve artıyor.) O yaştaki kadınların bu yöntemle tarandığını varsayalım. Meme kanseri olan kadınların yaklaşık %80'inin testi pozitif çıkacaktır ve meme kanseri olmayan kadınların da %10'unun testi pozitif çıkacak ("yanlış pozitif"). Bir kadının testlerinin pozitif çıktığını varsayalım. Meme kanserine yakalanma olasılığı nedir?

1995'te Gerd Gigerenzer ve Ulrich Hoffrage, doktorlara bu soru sorulduğunda, sadece %15'inin cevabı doğru bulduğunu keşfettiler.[2] Çoğu, %70-80 diyor.

---

1 E.S.Yudkowsky. An intuitive explanation of Bayes' theorem: http://yudkowsky.net/rational/bayes/

2 W. Casscells, A. Schoenberger, ve T. Grayboys. Interpretation by physicians of clinical laboratory results, *New England Journal of Medicine* 299 (1978) 999–1001.

Bayes teoremini kullanarak olasılığı hesaplayabiliriz. Alternatif olarak, Bölüm 8'deki aynı mantığı aşağıdaki gibi kullanabiliriz. Bu yaş grubundaki 1000 kadından oluşan bir örneklem düşünün. Örneklemin büyüklüğü önemli değil çünkü oranlara bakıyoruz. İlgili sayıların tam olarak olasılıklar tarafından belirtildiği gibi olduğunu varsayıyoruz; gerçek bir örneklemde durum böyle olmazdı, ancak olasılıkları hesaplamak için varsayımsal bir örneklem kullanıyoruz, bu nedenle bu varsayım mantıklıdır. Bu 1000 kadından 10'unda kanser var ve bunlardan 8'i testle tespit edilecek. Kalan 990 kadından 99'unun testi pozitif çıkacak. Toplam pozitif sayısı bu nedenle 107'dir. Bunlardan 8'inde kanser var, olasılık 8/107, yani yaklaşık %7,5'tir.

Bu, çoğu doktorun kontrollü çalışmalarda olasılığı tahmin etmeleri istendiğinde düşündüklerinin yaklaşık onda biridir. Gerçek bir hastayla ilgilenirken, kafadan bir tahmin soruldu-ğu durumdan daha fazla özen gösterebilirler. Umarım, onları hata yapmaktan kurtarmak için uygun yazılımlarla donatılırlar. Mantıktaki ana hata, %80 tahminine yol açan yanlış pozitifleri görmezden gelmek veya küçük bir etkiye sahip olduklarını varsaymak ve bu rakamı %70'e kadar düşürmektir. Bu mantık burada başarısız oluyor çünkü kanser olmayan kadınların sayısı kanserli olanlardan çok daha fazla. Yanlış bir pozitif gerçek bir pozitiften daha az olası olsa da kanser olmayan kadınların sayısal çokluğu, kanser olanların rakamlarını aşıyor.

Bu, koşullu olasılıklar hakkında yanlış akıl yürütmenin bir başka örneğidir. Doktorlar aslında

- Mamografi testi pozitif olan bir kadının meme kanseri olma olasılığını

düşünmeleri gerekirken

D.M. Eddy. Probabilistic reasoning in clinical medicine: Problems and opportunities, in: (D. Kahneman, P. Slovic, and A. Tversky, eds.), *Judgement Under Uncertainty: Heuristics and Biases*, Cambridge University Press, Cambridge, 1982.

G. Gigerenzer ve U. Hoffrage. How to improve Bayesian reasoning without instruction: frequency formats, *Psychological Review* 102 (1995) 684–704.

- Meme kanseri olan bir kadının mamografi testinin pozitif çıkma olasılığını

düşünüyorlar.

İlginç bir şekilde, Gigerenzer ve Hoffrage, rakamlar sözlü bir konuşmada söylendiğinde doktorların bu olasılığı daha doğru tahmin ettiklerini gösterdi. "% 1 olasılık" yerine "yüz kadında bir" gibi ifadeler kullanılırsa, az önce yaptığımız hesaplamaya daha çok benzer bir şeyi zihinsel olarak görselleştiriyorlar. Psikolojik araştırmalar, insanların matematiksel veya mantıksal bir soruyu, özellikle tanıdık sosyal bir ortamda geçen bir hikâye olarak sunulduğu takdirde, daha sıklıkla çözebileceklerini göstermektedir. Tarihsel olarak kumarbazlar, olasılığın birçok temel özelliğini matematikçiler üzerinde çalışmaya başlamadan çok önce sezmişlerdi.

Birazdan daha karmaşık istatistiksel yöntemler kullanan modern bir tıbbi deneye göz atacağım. Hazırlık olarak yöntemlerin kendisiyle başlayacağım. İkisi geleneksel en küçük kareler yöntemini ve Fisher'in hipotez testine yaklaşımını takip ediyor, ancak daha az geleneksel düzende. Üçüncüsü daha modern.

Bazen mevcut olan tek veri, bir sürüş testinde başarılı/başarısız gibi ikili bir evet/hayır seçeneğidir. Bir şeyin sonuçları etkileyip etkilemediğini, örneğin alınan direksiyon dersi sayısının sınavı geçme şansını etkileyip etkilemediğini öğrenmek istiyorsunuz. Sonucu ders saatlerinin sayısına göre çizebilirsiniz (başarısız için 0, başarılı için 1 olsun). Sonuç sürekli bir aralığa daha yakınsa, regresyon analizini kullanır, en iyi düz çizgiyi uydurur, korelasyon katsayısını hesaplar ve ne kadar anlamlı olduğunu test ederdiniz. Bununla birlikte, yalnızca iki veri değeriyle düz çizgi modeli pek bir anlam ifade etmez.

1958'de David Cox, lojistik regresyon kullanmayı önerdi. Lojistik eğri, 0'dan yavaşça artan, hızlanan ve 1'e yaklaştıkça tekrar yavaşlayan düzgün bir eğridir. Ortadaki yükselişin dikliği ve konumu, bu tür bir eğri ailesini veren iki parametredir. Bu eğriyi, sınav görevlisinin kötü ile mükemmele yakın arasındaki bir ölçekte sürücü hakkındaki *görüşünün* bir tahmini veya sürücünün testten aldığı gerçek puanlar hakkında bir tahmin olarak

düşünebilirsiniz. Lojistik regresyon, yalnızca başarılı/başarısız verilerini kullanarak bu varsayılan görüş veya puan dağılımını eşleştirmeye çalışır. Bunu, eğrinin verilere en iyi uyduğu parametreleri tahmin ederek yapar, tabii arzu ettiğimiz "en uygun" tanımına göre. En iyi düz çizgiyi uydurmaya çalışmak yerine, en iyi lojistik eğriyi uyduruyoruz. Ana parametre genellikle, iki olası sonucun göreli olasılıklarını veren ihtimaller oranı olarak ifade edilir.

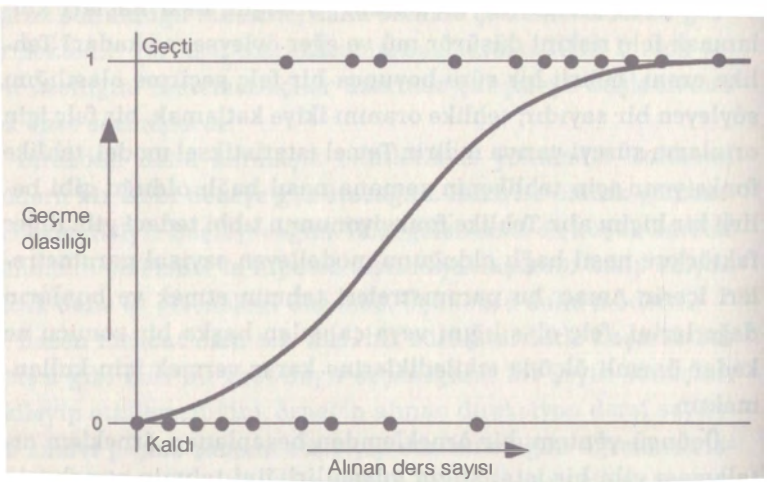
İkinci yöntem olan Cox regresyonu da 1972'de Cox tarafından geliştirildi. Bu, zamanla değişen olaylarla başa çıkabilen bir "orantılı tehlikeler" modelidir.[3] Örneğin, bazı ilaçları kullanmak felç riskini düşürür mü ve eğer öyleyse, ne kadar? Tehlike oranı, belirli bir süre boyunca bir felç geçirme olasılığını söyleyen bir sayıdır; tehlike oranını ikiye katlamak, bir felç için ortalama süreyi yarıya indirir. Temel istatistiksel model, tehlike fonksiyonu için tehlikenin zamana nasıl bağlı olduğu gibi belirli bir biçim alır. Tehlike fonksiyonunun tıbbi tedavi gibi diğer faktörlere nasıl bağlı olduğunu modelleyen sayısal parametreleri içerir. Amaç, bu parametreleri tahmin etmek ve bunların değerlerini, felç olasılığını veya çalışılan başka bir sonucu ne kadar önemli ölçüde etkilediklerine karar vermek için kullanmaktır.

Üçüncü yöntem, bir örneklemden hesaplanan örneklem ortalaması gibi bir istatistiğin güvenilirliğini tahmin etmek için kullanılır. Konu Laplace'a kadar uzanıyor ve astronomide aynı şeyleri defalarca ölçüp merkezi limit teoremini uygulayarak ele alınabilir. Tıbbi deneylerde ve bilimin diğer birçok alanında bu mümkün olmayabilir. 1979'da Bradley Efron, "Bootstrap yön-

---

3 Kaplan-Meier tahmincisinden de bahsetmek gerek, ancak bu hikâyemizi uzatır. Bazı deneklerin ölüm veya başka nedenlerle araştırmayı bitmeden önce bırakabildiği verilerden hayatta kalma oranlarını tahmin etmek için en yaygın kullanılan yöntemdir. Parametrik değildir ve en çok alıntı yapılan matematik makaleleri listesinde ikinci sıradadır. Bakınız: E.L. Kaplan ve P. Meier. Nonparametric estimation from incomplete observations, *Journal of the American Statistical Association* 53 (1958) 457-481. https://en.wikipedia.org/wiki/Kaplan%E2%80%93Meier_estimator

temleri: Yeniden örneklemeye başka bir bakış" başlıklı makalesinde daha fazla veri toplamadan ilerlemenin bir yolunu önerdi.[4] İlk terim, "kendi kendine başarmak" sözünden gelir; yeniden örnekleme daha önce kullanılan bir girişimdi. Bootstrap yöntemi, aynı verileri "yeniden örneklemeye" dayanır. Yani, mevcut verilerden bir dizi rastgele örnek almak, ortalamalarını (veya ilgilendiğiniz herhangi bir istatistiği) hesaplamak ve sonuçta ortaya çıkan değer dağılımını bulmaktır. Bu yeniden örneklenen dağılımın varyansı küçükse, orijinal ortalamanın orijinal popülasyonun gerçek ortalamasına yakın olması muhtemeldir.



Şekil 22. Varsayımsal sürüş testi verileri (noktalar) ve uydurulan lojistik eğri.

Örneğin, 20 kişilik bir örneklemin boyları hakkında verilerimiz olduğunu ve dünyadaki herkesin ortalama boyunu çıkarmak istediğimizi varsayalım. Bu oldukça küçük bir örneklem, bu nedenle örneklem ortalamasının güvenilirliği sorgulanabilir. Bootstrap'in en basit versiyonunda, bu insanlardan 20 tanesi rastgele seçilir ve bu örneklem için ortalama hesaplanır. (Ye-

[4] B. Efron. Bootstrap methods: another look at the jackknife, *Annals of Statistics* 7 B (1979) 1–26.

niden örnekleme yaptığınızda aynı kişi birden fazla seçilebilir; istatistikçiler buna "değiştirerek yeniden örnekleme" derler. Böylece her seferinde aynı ortalamayı elde edemezsiniz.) Verileri çok sayıda, diyelim 10.000 kez yeniden örneklendirirsiniz. Ardından, bu 10.000 yeniden örneklenmiş veri noktasının varyansı gibi istatistikleri hesaplarsınız. Veya bunların bir histogramını çizersiniz. Bu işlem bilgisayarlarda oldukça kolaydır, ancak modern çağdan önce pratik değildi, bu yüzden kimse bunu yapmayı önermemişti. Garip görünse de yeniden örnekleme, geleneksel normal dağılım varsayımından veya orijinal örneğin varyansının hesaplanmasından daha iyi sonuçlar verir.

Şimdi iyi tasarlanmış modern bir tıbbi deneye göz atmaya hazırız. Tıp literatüründen Alexander Viktorin ve çalışma arkadaşları tarafından 2018'de yayınlanan bir araştırma makalesi seçtim.[5] Çalışmaları halihazırda yaygın olarak kullanılan mevcut ilaçlar hakkındaydı ve istenmeyen etkiler arıyorlardı. Spesifik olarak amaç, bir kadının hamile kaldığı sırada eşinin antidepresan kullanıyor olmasının sonuçlarını incelemekti. Çocuğa herhangi bir zararlı etkisi olduğuna dair kanıt var mı? Prematüre (erken) doğumlar, malformasyonlar, otizm ve zihinsel engellilik gibi dört olasılığı incelediler.

Çalışma 170.508 çocuktan oluşan çok büyük bir örneklem üzerinde yapıldı; bu sayı 29 Temmuz 2005 ve 31 Aralık 2007 tarihleri arasında İsveç'te dünyaya gelen tüm çocukların sayısıdır, İsveç'teki doğumların yaklaşık %99'unu kayıt altına alan İsveç Tıbbi Doğum Sicili tarafından sağlanmıştır. Bu veri tabanı, gebe kalma tarihini en fazla bir hafta sapmayla hesaplamak için kullanılabilecek bilgileri içermektedir. Babalar, biyolojik babalar ve evlat edinen ebeveynler arasında ayrım yapan, İsveç İstatistik Kurumu tarafından sağlanan Çoklu Nesil Sicil kaydı kullanılarak belirlendi; çalışmaya sadece biyolojik babalar dahil edildi. Eğer bir çocuğun gerekli verileri mevcut değilse, o

[5] Alexander Viktorin, Stephen Z. Levine, Margret Altemus, Abraham Reichenberg, ve Sven Sandin. Paternal use of antidepressants and offspring outcomes in Sweden: Nationwide prospective cohort study, *British Medical Journal* 316 (2018); doi: 10.1136/bmj.k2233.

çocuk hariç tutuldu. Stockholm'deki bölgesel etik komitesi çalışmayı onayladı ve çalışmanın doğası gereği İsveç hukukunda bireylerden onay istenmesi gerekmedi. Gizliliği sağlamak için ek bir önlem olarak, tüm veriler isim ilişkilendirmesi yapılmayarak anonimleştirildi. Veriler, çocukların 8 veya 9 yaşına geldiği 2014 yılına kadar toplandı.

3983 vakada babanın gebelik sırasında antidepresan kullandığı ortaya çıktı. 164.492 çocuktan oluşan bir kontrol grubunda babalar antidepresan kullanmıyordu. 2033 çocuktan oluşan üçüncü bir "negatif kontrol grubu"nda ise, babalar gebelik sırasında değil de daha sonra anne hamileyken antidepresan kullanıyorlardı. (İlaç zararlıysa, bu birinci grupta ortaya çıkmalıdır, ikincide değil. Ayrıca üçüncü grupta da ortaya çıkmasını *beklemeyiz*, çünkü bir ilacın veya etkilerinin babadan çocuğa geçmesinin ana yolu gebelik sırasındadır. Bu beklentiyi test etmek faydalı bir kontroldür.)

Çalışma, araştırılan dört durumun hiçbirinin, gebelik döneminde babanın antidepresan kullanmasından kaynaklanmadığını bildirdi. Ekibin bu sonuçlara nasıl ulaştıklarına bakalım.

Verileri objektif hale getirmek için araştırmacılar, dört olumsuz durumu tespit etmek ve ölçmek için standart klinik sınıflandırmaları kullandılar. İstatistiksel analizlerinde, her biri ilgili koşul ve verilere uygun çeşitli teknikler kullandılar. Hipotez testi için araştırmacılar %95 anlamlılık seviyesini seçtiler. Erken doğum ve malformasyonlar için mevcut veriler iki seçenekliydi: çocukta bu durum ya vardı ya da yoktu. Erken doğum ve malformasyonlar için tahmini olasılık oranlarını sağlayan ve %95 güven aralıkları kullanılarak nicelenen lojistik regresyon uygun bir tekniktir. Bu teknik, istatistiğin bu aralığın içinde kaldığından %95 emin olduğumuz bir dizi değer tanımlar.[6]

---

[6] Güven aralıkları kafa karıştırıcıdır ve yaygın olarak yanlış anlaşılmaktadır. Teknik olarak, %95 güven aralığı, bir örneklemden bir güven aralığının hesaplandığı zamanların %95'i için istatistiğin gerçek değerinin bu aralığın içinde kalması özelliğine sahiptir. Bu, "gerçek istatistiğin bu aralıkta olma olasılığı %95'tir" anlamına gelmez.

Diğer iki durum, otizm spektrum bozukluğu ve zihinsel engellilik, psikiyatrik rahatsızlıklardır. Çocuklarda, bunlar çocuk büyüdükçe daha yaygın hale gelir, bu nedenle veriler zamana bağlıdır. Tehlike oranları için tahminler sağlayan Cox regresyon modelleri kullanılarak veriler bu tür etkiler için düzeltildiler. Aynı ebeveynlerden olan kardeşlerde veriler sahte korelasyonlar oluşturabileceğinden, ekip ayrıca istatistiksel sonuçların güvenilirliğini değerlendirmek adına duyarlılık analizleri yapmak için yeniden örnekleme kullandı.

Çalışmanın sonuçları, antidepresanların dört tip durumla olası ilişkilerini ölçmek için istatistiksel kanıtlar sağladı. Üç durum için, herhangi bir ilişki olduğuna dair bir kanıt yoktu. İkinci aşama, (babanın gebelik sırasında ilaç kullandığı) birinci grubu (babanın gebelik sırasında değil de annenin hamileliği sırasında ilaç kullandığı) üçüncü grupla karşılaştırmaktı. İlk üç durum için yine önemli farklılıklar yoktu. Dördüncüsü, zihinsel engellilik için küçük bir fark vardı. İlk grup için daha büyük bir zihinsel engellilik riski belirtmiş olsaydı, bu, ilacın gebelikte –fetüsü etkilemesinin muhtemel olduğu tek zamanda– bir miktar etkisi olduğunu ima edebilirdi. Ama aslında, birinci grubun zihinsel engelli olma riski üçüncü gruba göre marjinal olarak daha *düşüktü*.

Bu etkileyici bir çalışmadır. Deneylerin dikkatle tasarlanmış olduğunu ve doğru etik prosedürlerin kullanıldığını gösterir ve Fisher'in hipotez testi tarzının çok ötesine geçen bir dizi istatistiksel teknik uygular. Sonuçlardaki güven düzeyini belirtmek için güven aralıkları gibi geleneksel fikirleri kullanmıştır, ancak bunları kullanılan yöntemlere ve veri türüne göre uyarlamıştır.

13

FİNANSAL FALCILIK

> Spekülatörler, sürekli bir girişim akışında baloncuklar olarak hiçbir zarar veremezler. Ancak girişim bir spekülasyon girdabının balonu haline geldiğinde durum ciddiye biner. Bir ülkenin sermaye gelişimi kumarhane faaliyetlerinin bir yan ürünü haline geldiğinde, iş muhtemelen kötü yapılır.
>
> John Maynard Keynes, *The General Theory of Employment, Interest, and Money*.

15 Eylül 2008'de, büyük yatırım bankası Lehman Brothers çöktü. Düşünülemez olan gerçek oldu ve uzun vadeli ekonomik patlama aniden durdu. Amerikan ipotek piyasasının bir uzmanlık alanı hakkındaki endişeler, finans sektörünün her bölümünü etkileyen tam bir felakete dönüştü. 2008'deki ekonomik kriz, tüm dünya bankacılık sistemini çökertmekle tehdit etmişti; bu kriz, hükümetlerin vergi mükelleflerinin büyük miktarlardaki parasını buna neden olan bankalara akıtmasıyla önlenen bir felaketti. Sonucu her türden ekonomik faaliyette küresel bir gerilemeydi: Büyük Durgunluk. Kötü etkileri on yıl sonra hâlâ yaygın şekilde hissedilmektedir.

Ekonomik krizin karmaşık, çeşitli ve tartışmalı nedenlerine değinmek istemiyorum. Genel görüşe göre, kibir ve açgözlülüğün bir bileşimi, kimsenin gerçekten anlamadığı karmaşık finansal araçların, "türevlerin" değeri ve riski konusunda çılgınca aşırı iyimser değerlendirmelere yol açmıştı. Sebep ne olursa olsun, ekonomik kriz, finansal işlerin derin bir belirsizlik içerdiğinin açık bir kanıtıdır. Önceleri, çoğumuz finans dünyasının

sağlam ve istikrarlı olduğunu ve paramızdan sorumlu kişilerin, kapsamlı deneyimleri sağduyulu ve riske karşı muhafazakâr bir yaklaşımı doğuracak yüksek eğitimli uzmanlar olduğunu varsayıyorduk. Sonrasında daha iyi anladık. Aslında, önceki görüşümüzün çok pembe olduğuna dair uyarıda bulunan birçok kriz olmuştu, ancak bunlar büyük ölçüde fark edilmedi ve fark edilselerdi, asla tekrarlanmayacak hatalar olarak ekarte edilirdiler.

Birçok finansal kurum türü vardır. Bir çekle ödeme yapmak için girdiğiniz veya giderek artan bir şekilde dışarıda bir bankamatikte (ATM) bankacılık uygulamalarını kullandığınız veya para transferi yapmak veya ödemelerin gelip gelmediğini kontrol etmek için çevrimiçi oturum açtığınız türde bir banka vardır. Projeler, yeni işler ve spekülatif girişimler için borç veren bir yatırım bankası çok farklıdır. İlki risksizdir; ikincisi, belirli bir risk unsurundan kaçınamaz. Birleşik Krallıkta, bu iki banka türü eskiden birbirinden ayrıydı. İpotekler eskiden "karşılıklı" olan Yapı Kooperatifleri tarafından, yani kâr amacı gütmeyen kuruluşlar tarafından sağlanırdı. Sigorta şirketleri sigorta satışına, süpermarketler et ve sebze satışına odaklıydı. 1980'lerdeki ekonomik özelleştirme her şeyi değiştirdi. Bankalar ipotek kredisine boğuldu, Yapı Kooperatifleri sosyal rollerini bırakıp bankalara dönüştü, süpermarketler sigorta satmaya başladı. Zamanın hükümetleri, külfetli olduğu iddia edilen düzenlemeleri feshederek, farklı finansal kurum türleri arasındaki güvenlik duvarlarını da ortadan kaldırdı. Bu nedenle, birkaç büyük bankanın "yüksek faizli" ipoteklerle[1] başı belaya girdiğinde, herkesin aynı hatayı yaptığı ortaya çıktı ve kriz bir yangın gibi yayıldı.

Gerçi, finansal konuları tahmin etmek çok zordur. Borsa temelde bir kumarhanedir; son derece organize, iş için bir finans kaynağı olarak faydalı, iş yaratılmasına katkıda bulunan, ancak nihayetinde Sandown'da 4:30'da Galloping Girolamo üzerine bir bahis oynamaya benzer. Tüccarların doları avro veya yen, rub-

[1] "Bu insanlar bize asla geri ödeme yapamayacaklar" ifadesinin kurumsal örtmecesidir.

le veya sterlin karşılığında değiştirdiği döviz piyasaları, esas olarak çok büyük hacimli bir işlemde çok küçük bir yüzde kâr elde etmek için vardır. Deneyimli profesyonel kumarbazların ihtimalleri bilmesi ve bahislerini optimize etmeye çalışması gibi, profesyonel satıcılar ve tüccarlar da deneyimlerini riski düşük tutmak ve kârı yüksek tutmak için kullanırlar. Ancak borsa, bir at yarışından daha karmaşıktır ve günümüzde tüccarlar, bilgisayarlarda uygulanan matematiksel modeller olan karmaşık algoritmalara güvenirler. Birçok ticaret otomatikleştirilmiştir: Algoritmalar anlık kararlar verir ve herhangi bir insan müdahalesi olmadan birbirileriyle ticaret yapar.

Tüm bu gelişmeler, finansal konuları daha öngörülebilir hale getirme, belirsizliği ve dolayısıyla riski azaltmak arzusuyla motive edilmiştir. Ekonomik kriz, çok fazla bankacının bunu yaptığını düşündüğü için ortaya çıktı. Aslında yaptıkları finansal falcılıktan başka bir şey değildi.

Bu yeni bir problem değil.

1397 ile 1494 yılları arasında Rönesans İtalya'sındaki güçlü Medici ailesi, tüm Avrupa'nın en büyüğü ve en saygını olan bir banka işletiyordu. Bir süreliğine Medicileri Avrupa'nın en zengin ailesi yapmıştı. 1397'de Giovanni di Bicci de' Medici, yeğeniyle ortaklıktan ayrılıp kendi bankasını Floransa'ya taşıdı. Roma, Venedik ve Napoli'deki şubeleriyle büyüdü ve ardından Cenevre, Brugge, Londra, Pisa, Avignon, Milano ve Lyon'a şubeler açtı. 1464'te ölene ve yerine oğlu Piero geçene kadar her şey Cosimo de' Medici'nin kontrolü altında yolunda gidiyordu. Ancak perde arkasında Mediciler 1434'ten 1471'e kadar yılda, bugünün parasıyla 20 ila 30 milyon dolar civarında olan yaklaşık 17.000 altın florin gibi cömertçe harcamalar yapıyorlardı.

Kibir düşmanı doğurur ve sahtekâr bir menajeri olan Lyon şubesinde kaçınılmaz çöküş başlar. Ardından Londra şubesi mevcut yöneticilere büyük meblağlar ödünç verdi, bu riskli bir karardı çünkü krallar ve kraliçeler bir şekilde geçiciydi ve borçlarını ödememekle ün salmışlardı. 1478'de Londra şubesi 51.533 altın florinlik büyük bir zararla istifa etti. Bruges şubesi de aynı

hatayı yaptı. Niccolò Machiavelli'ye göre Piero, borçları geri isteyerek mali durumu düzeltmeye çalışmıştı, ancak bu, birkaç yerel işletmeyi iflas ettirmiş ve birçok nüfuzlu insanı rahatsız etmişti. Şubeler birer birer kapanmaya devam etti ve Mediciler 1494'te itibarlarını yitirip siyasi nüfuzlarını kaybettiklerinde, son görünmüştü. Bu aşamada bile Medici bankası Avrupa'nın en büyüğüydü, ancak bir ayak takımı Floransa'daki merkez bankasını ateşe vermiş ve Lyon şubesi düşmanca bir devralmaya maruz kalmıştı. Oradaki yönetici çok fazla batık krediyi kabul etmiş ve diğer bankalardan büyük miktarlarda borç alarak felaketi örtbas etmişti.

Hepsi korkunç derecede tanıdık geliyor değil mi?

1990'ların internet şirketleri patlaması sırasında, yatırımcılar gerçekten mal üreten devasa kârlı endüstrilerdeki varlıklarını sattıklarında ve bir çatı katında bir bilgisayar ve modem sahibi yarım düzine çocuğun üzerinde kumar oynadıklarında, Federal Rezerv Kurulu başkanı Alan Greenspan, 1996'da piyasayı "irrasyonel canlılığı" nedeniyle kınayan bir konuşma yaptı. Kimse bu konuşmayı fark etmedi ama 2000'de internet hisseleri düştü. 2002 yılına kadar piyasa değerinden 5 trilyon dolar kaybetmişlerdi.

Bu daha önce de olmuştu. Hem de birçok zaman.

On yedinci yüzyıl Hollandası müreffeh ve kendinden emindi, Uzak Doğu ile ticaretten büyük kârlar elde ediyordu. Türkiye'den gelen nadide bir çiçek olan lale, statü sembolü haline geldi ve değeri yükseldi. "Lale çılgınlığı" patladı ve uzman bir lale borsasının yaratılmasına yol açtı. Spekülatörler, yapay bir kıtlık yaratmak ve fiyatları artırmak için hisse senedi satın aldılar ve sakladılar. Gelecekteki bir tarihte lale soğanı almak veya satmak için bir vadeli işlem piyasası, ticaret sözleşmeleri ortaya çıktı. 1623'te oldukça ender bulunan bir lale, Amsterdamlı bir tüccarın evinden daha değerliydi. Balon patladığında, Hollanda ekonomisini kırk yıl geriye götürdü.

1711'de İngiliz girişimciler, "Güney Denizleri ve Amerika'nın diğer bölgelerine ticaret yapan ve Balıkçılığın Teşviki için Büyük Britanya Tüccarları Yöneticisi ve Şirketi" başlığıyla Güney

Denizi Şirketini kurdular. Kraliyet, Güney Amerika ile ticaret yapması için şirketi tekelleştirdi. Spekülatörler fiyatı on kat artırdı ve insanlar o kadar gaza geldiler ki, tuhaf yan şirketler kuruldu. Bunlardan birinin meşhur tanıtım afişinde "Büyük bir avantaja sahip, ancak kimsenin ne olduğunu bilmediği bir girişimi sürdürmek için" yazılıydı. Bir başkası kare gülleler yapmıştı. İnsanların aklı başına geldiğinde piyasa çöktü; sıradan yatırımcılar yaşam boyu birikimlerini kaybettiler, ancak büyük hissedarlar ve yöneticiler çok önceden gemiden kaçmışlardı. Sonunda, tüm hisselerini piyasanın tepesinde satan Hazine'nin Birinci Lordu Horace Walpole, borcu hükümetle Doğu Hindistan Şirketi arasında bölüştürerek düzeni yeniden sağladı. Yöneticiler yatırımcıları tazmin etmek zorunda kaldılar, ancak en azılı faillerin çoğu bundan paçayı sıyırdı.

Güney Denizi balonu patladığında, Darphanenin Üstadı ve bu nedenle yüksek finanstan anlaması beklenen Newton, "Yıldızların hareketini hesaplayabilirim ama insanların çılgınlığını hesaplayamam" demişti. Matematik zekâlı bilginlerin pazar mekanizmasına el atmaları zaman almıştı ve o zaman bile rasyonel karar vermeye veya en azından hangi davranışların rasyonel olduğuna dair en iyi tahminlerine odaklanmışlardı. 19. yüzyılda iktisatta matematik biliminden işaretler belirmeye başladı. Fikir, genellikle "istatistik" teriminin mucidi olarak tanınan Alman Gottfried Achenwall ve 1600'lerin ortalarında vergilendirme hakkında yazılar yazan İngiltere'deki Sir William Petty gibi kişilerin katkılarıyla bir süredir demleniyordu. Petty, vergilerin adil, orantılı, düzenli ve doğru istatistiksel verilere dayanması gerektiğini önermişti. 1826'da Johann von Thünen, tarım arazilerinin tarım için kullanılması gibi ekonomik sistemlerin matematiksel modellerini inşa ediyor ve bunları analiz etmek için teknikler geliştiriyordu.

Başlangıçta yöntemler cebir ve aritmetik üzerine kuruluydu, ancak sonra matematiksel fizik konusunda eğitimli yeni nesil bilim insanları devreye girdi. William Jevons, *The Principles of Political Economy* kitabında, ekonominin "sadece niceliklerle uğraştığı için matematiksel olması gerektiğini" savundu. Kaç

adet malın hangi fiyatlarla satıldığına dair yeterli veriyi toplarsanız ekonomik işlemlerin temelini oluşturan matematiksel yasalar kesinlikle ortaya çıkacaktır. Marjinal faydanın kullanımına öncülük etti: "Bir insanın tüketmesi gereken herhangi bir metanın, örneğin sade gıdanın miktarı arttıkça, kullanılan son kısımdan elde edilen fayda veya çıkar da derece olarak azalır." Bir şeyden yeteri kadar varsa, daha fazlası, yeterden daha az olduğu durumdakinden daha az kullanışlı hale gelir.

Matematiksel ekonomi, "klasik" biçiminde, bir malın onu satın alan kişi için ne kadar değerli olduğu anlamındaki fayda kavramını vurgulayan Léon Walras ve Augustin Cournot'un çalışmalarında açıkça görülebilir. Bir inek satın alıyorsanız, onu beslemek de dahil olmak üzere maliyeti süt ve etten elde edilen gelirle dengelersiniz. Teori, alıcının, çeşitli olası seçenekler arasından faydayı maksimize edeni seçerek karar vermesiydi. Fayda fonksiyonu için, faydanın seçime nasıl bağlı olduğunu kodlayan makul formüller yazarsanız, maksimumunu bulmak için kalkülüsü kullanabilirsiniz. Cournot bir matematikçiydi ve 1838'de iki şirketin aynı pazar için rekabet ettiği bir model geliştirdi, böyle bir kurguya düopol denir. Her biri fiyatlarını diğerinin ne kadar ürettiğine göre ayarlar ve birlikte, her ikisinin de yapabildikleri kadar iyi yaptıkları bir dengeye (ya da durağan duruma) gelirler. *Denge* kelimesi Latince'de "eşit balans" anlamına gelen kelimeden türemiştir ve böyle bir duruma ulaşıldığında değişmediğini gösterir. Bu bağlamdaki sebep, herhangi bir değişikliğin bir veya diğer şirket için dezavantaj yaratmasıdır.

Denge dinamikleri ve fayda, matematiksel ekonomik düşünceye egemen oldu ve bu yönde, Walras'ın bu tür modelleri bir ulusun tüm ekonomisine, hatta belki de tüm dünyaya genişletme girişimi büyük bir etki yarattı. Bu onun genel rekabet dengesi teorisiydi. Herhangi bir işlemde alıcı ve satıcının seçimlerini tanımlayan denklemleri yazar, gezegendeki *her* işlem için hepsini bir araya getirir ve bir denge durumu için bu denklemleri çözerseniz herkes için mümkün olan en iyi seçenekleri bulmuş olursunuz. Bu genel denklemler, o zamanlar mevcut olan

yöntemlerle çözülemeyecek kadar karmaşıktı, ancak iki temel ilkeye yol açtılar. Walras yasası der ki, biri hariç tüm piyasalar dengedeyse, o biri de dengededir; nedeni, eğer o biri değişebiliyorsa, diğerlerinin de değişmesine neden olacaktır. Diğer ilke, Walras'ın gerçek piyasaların dengeye nasıl ulaştığına dair görüşünü somutlaştıran, Fransızca bir kelime olan ("el yordamıyla ilerlemek" anlamındaki) *tâtonnement* idi. Piyasa, müzayedecinin fiyatlar önerdiği ve alıcıların fiyat tercihlerine uygun olduğunda istedikleri mal sepeti için teklif verdiği bir müzayede olarak görülür. Her mal için bu tür tercihlere (çekince fiyatlarına) sahip oldukları varsayılır. Bu teorinin bir kusuru, tüm mallar açık artırmaya çıkıncaya kadar hiç kimsenin gerçekten bir şey satın almaması ve müzayede ilerledikçe hiç kimsenin çekince fiyatlarını yenilememesidir. Gerçek piyasalarda böyle bir şey olmaz; aslında, "denge"nin gerçek piyasalar için anlamlı bir şekilde geçerli olan bir durum olduğu hiç de açık değildir. Walras, belirsizlikle dolu basit bir belirlenimci sistem modeli inşa ediyordu. Yaklaşımı kullanılmaya devam etti çünkü kimse daha iyi bir şey bulamamıştı.

Edgeworth, istatistiğin matematiksel formalizmini toparlamakla meşgulken, 1881'de *Mathematical Psychics: An Essay on the Application of Mathematical Sciences* makalesinde ekonomiye benzer bir yaklaşım uyguladı. Yeni matematiksel yöntemler 20. yüzyılın başlarında ortaya çıkmaya başladı. Vilfredo Pareto, ekonomik ajanların seçimlerini iyileştirmek amacıyla mal ticareti yaptığı modeller geliştirdi. Sistem, hiçbir ajanın başka bir ajanı daha da zarara sokmadan kendi seçimini iyileştiremeyeceği bir duruma ulaşırsa dengededir. Böyle bir duruma şimdi Pareto dengesi denmektedir. 1937'de John von Neumann, topolojiden güçlü bir teoremi, Brouwer sabit nokta teoremini kullanarak, uygun bir matematiksel model sınıfında denge durumlarının her zaman var olduğunu kanıtladı. Onun modelinde ekonomiler değer kazanabilirler ve Neumann denge durumunda büyüme oranının faiz oranına eşit olması gerektiğini kanıtladı. Ayrıca, kazançlarını maksimize etmek için sınırlı sayıda strateji arasından seçim yapan rakip ajanların basitleştirilmiş bir

matematiksel modeli olan oyun teorisini geliştirdi. Daha sonra John Nash, Pareto dengesiyle yakından ilgili olan oyun teorisindeki dengeler üzerine çalışmaları nedeniyle Nobel Ekonomi Ödülü'nü[2] kazandı.

20. yüzyılın ortalarına gelindiğinde, klasik matematiksel ekonominin temel özelliklerinin çoğu, hâlâ üniversitelerde yaygın olarak öğretilmekteydi, onlarca yıldır herhangi bir yerde öğretilen ekonomiye yönelik tek matematiksel yaklaşım olarak sağlam bir şekilde yerine oturuyordu. Bugün hâlâ kullanılan arkaik terminolojinin çoğu (piyasa, mal sepeti) ve sağlıklı bir ekonominin ölçüsü olarak büyümeye yapılan vurgu bu dönemden kaynaklanmaktadır. Teori, belirsiz bir ekonomik ortamda kararlar almak için sistematik bir araç sağlar ve fayda sağlamak adına yeterince işe yarar. Ancak, bu tür matematiksel modellerin ciddi sınırlamaları olduğu giderek daha da netleşiyor. Özellikle, ekonomik ajanların, kendi fayda eğrilerinin tam olarak ne olduğunu bilen ve onu maksimize etmeye çalışan tamamen rasyonel varlıklar olduğu fikri, gerçeklikle uyuşmamaktadır. Klasik matematiksel ekonominin yaygın bir şekilde kabul edilmesinin dikkate değer bir özelliği, çok az bir kısmının gerçek verilere karşı test edilmiş olmasıdır. Deneysel temeli olmayan bir "bilim"di. Büyük ekonomist John Maynard Keynes şöyle yazmıştı: "Son zamanlardaki 'matematiksel' ekonominin çok büyük bir kısmı, dayandıkları ilk varsayımlar kadar kesin olmayan ve yazarının gösterişli ve yararsız sembollerden oluşan bir labirentte gerçek dünyanın karmaşıklıklarını ve karşılıklı bağımlılıklarını gözden kaçırmasına izin veren safi uydurmalardır." Bu bölümün sonuna doğru, daha iyi bir şey için bazı modern önerilere hızlıca göz atacağız.

Louis Bachelier'in 1900'de Paris'te savunduğu doktora tezinde finansal matematiğin bir dalında çok farklı bir yaklaşım görülebilir. Bachelier, muhtemelen o dönemin önde gelen Fransız

[2] Teknik olarak, Nobel'in 1895 vasiyetinde belirlediği ödül kategorilerinden biri değildi, 1968'de kurulan İsveç Ulusal Bankasının Alfred Nobel Anısına İktisadi Bilimler Ödülü'ydü.

matematikçisi ve dünyanın en iyilerinden biri olan Henri Poincaré'nin öğrencisiydi. Tezin başlığı *Théorie de la spéculation* (Spekülasyon Teorisi) idi. Bu, matematikte teknik bir alanın adı gibi gelebilir, ancak Bachelier sermaye ve hisse senetlerindeki spekülasyonlardan bahsediyordu. Matematiğin geleneksel olarak uygulandığı bir alan değildi ve sonuç olarak Bachelier zorlanmıştı. Matematiği başlı başına muhteşemdi ve aynı fikirlerin farklı bir tasavvurda geçerli olduğu matematiksel fiziğe büyük bir katkıydı, ancak on yıllar sonra yeniden keşfedilene kadar iz bırakmadan ortadan kayboldu. Bachelier, yerleşik bir rastgele öğeye sahip modeller için teknik bir terim olan finansal belirsizlikte "stokastik" bir yaklaşıma öncülük etti.

Bir gazetenin finans sayfalarını okuyan veya internetten borsayı takip eden herkes, sermaye ve hisse senetlerinin değerlerinin düzensiz ve öngörülemez bir şekilde değiştiğini çabucak keşfeder. Şekil 23, FTSE 100 endeksinin (İngiltere borsasındaki en büyük 100 şirketin değerlerinin bir bileşiminin) 1984 ile 2014 arasında nasıl değiştiğini göstermektedir. Düz bir eğriden çok rastgele bir değişime benziyor. Bachelier bu benzerliği dikkate aldı ve hisse senedi fiyatlarındaki değişiklikleri Brown hareketi adı verilen fiziksel bir süreç açısından modelledi. 1827'de İs-



Şekil 23. 1984-2014 arası FTSE 100 endeksi.

koç botanikçi Robert Brown, suda asılı duran polen tanelerinin içindeki boşluklarda sıkışmış küçük parçacıkları incelemek için bir mikroskop kullanıyordu. Parçacıkların rastgele oraya buraya hareket ettiğini fark etmişti ama nedenini açıklayamıyordu. 1905'te Einstein parçacıkların su molekülleriyle çarpıştığını öne sürdü. Olayın fiziğini matematiksel olarak analiz etti ve sonuçları birçok bilim insanını maddenin atomlardan oluştuğuna ikna etti. (Bu fikrin 1900'de oldukça tartışmalı olması şaşırtıcıdır.) Jean Perrin, Einstein'ın açıklamasını 1908'de doğruladı.

Bachelier, borsa hakkında istatistiksel bir soruyu yanıtlamak için Brown hareketi modelini kullandı: Beklenen fiyat –istatistiksel ortalama– zaman içinde nasıl değişir? Daha ayrıntılı olarak, fiyatın olasılık yoğunluğu neye benziyor ve nasıl gelişiyor? Cevaplar, gelecekte en olası fiyatın ne olacağına dair bir tahmin sağlar ve bize bu fiyata göre ne kadar dalgalanabileceğini söyler. Bachelier, şimdi Chapman-Kolmogorov denklemi olarak adlandırılan olasılık yoğunluğu için bir denklem yazdı ve bunu çözerek varyansı (yayılımı) zamanla doğrusal olarak artan bir normal dağılım elde etti. Şimdi bunu difüzyon denkleminin olasılık yoğunluğu olarak biliyoruz, aynı zamanda ısı denklemi olarak da adlandırılır çünkü ilk ortaya çıktığı yer burasıdır. Bir ocakta saplı metal bir tencereyi ısıtırsanız, ısıtan elemanla doğrudan temas etmese bile tencerenin sapı da ısınır. Bunun nedeni, ısının metal içinde yayılmasıdır. 1807'de Fourier bu süreci yöneten bir "ısı denklemi" yazmıştı. Aynı denklem, bir bardak suda yayılan bir mürekkep damlası gibi diğer difüzyon türleri için de geçerlidir. Bachelier, Brown hareketi modelinde serbest bir işlemin fiyatının ısı gibi yayıldığını kanıtladı.

Ayrıca rastgele hareketleri kullanarak ikinci bir yaklaşım geliştirdi. Rastgele bir yürüyüşte ince ince adımlar gittikçe hızlanıyorsa, Brown hareketine yaklaşır. Bu şekilde düşünmenin de aynı sonucu verdiğini gösterdi. Daha sonra bir "hisse senedi opsiyonu" fiyatının zamanla nasıl değişmesi gerektiğini hesapladı. (Hisse senedi opsiyonu, gelecek bir tarihte, sabit bir fiyattan bir emtia satın alma veya satma sözleşmesidir. Bu sözleşmeler satın alınabilir veya satılabilir; bunun iyi bir fikir olup

olmadığı, emtianın gerçek fiyatının nasıl değiştiğine bağlıdır.) Mevcut fiyatın nasıl dağıldığını anlarsak gelecekteki fiili fiyat hakkında en iyi tahmini bulabiliriz.

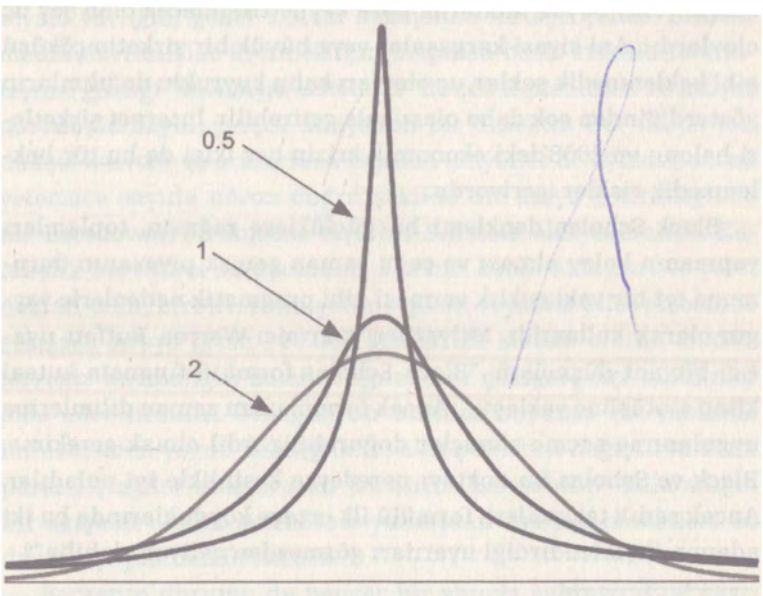
Tez jürisi, muhtemelen olağandışı uygulama alanı nedeniyle teze isteksiz bir yaklaşım sergilemiş ancak tezi kabul etmişti ve sonra en kaliteli bilimsel dergide yayınlandı. Bachelier'in kariyeri daha sonra trajik bir yanlış anlaşılmayla karardı. Difüzyon ve ilgili olasılıksal konularda araştırmalarına devam etti, Sorbonne'da profesör oldu, ancak I. Dünya Savaşı ilan edildiğinde orduya katıldı. Savaştan ve birkaç geçici akademik işten sonra Dijon'da kalıcı bir pozisyon için başvuruda bulundu. Adayları değerlendiren Maurice Gevrey, Bachelier'in makalelerinden birinde büyük bir hata bulduğuna inanıyordu ve bir uzman olan Paul Lévy de aynı fikirdeydi. Bachelier'in kariyeri mahvoldu. Ama ikisi de onun notasyonunu yanlış anlamıştı ve hiçbir hata yoktu. Bachelier buna işaret eden kızgın bir mektup yazdı, ama boşuna. Sonunda Lévy, Bachelier'in başından beri haklı olduğunu fark etti, özür diledi ve kavga etmekten vazgeçtiler. Yine de Lévy borsaya yapılan uygulamaya hiçbir zaman büyük bir hayranlık duymadı. Defterinde bu tezle ilgili şöyle bir yorum vardır: "Çok fazla finans üzerine!"

Bachelier'in, bir hisse senedi opsiyonunun değerinin zaman içinde rastgele dalgalanmalar yoluyla nasıl değiştiğine dair analizi, sonunda matematiksel ekonomistler ve piyasa araştırmacıları tarafından ele alındı. Amaç, temel emtialardan ziyade opsiyonların alınıp satıldığı bir piyasanın davranışını anlamaktı. Temel bir sorun, bir opsiyona, ilgili herkesin aynı kuralları kullanarak bağımsız olarak hesaplayabileceği bir değer atamanın rasyonel bir yolunu bulmaktır. Bu, herhangi bir özel işlemde yer alan riski değerlendirmeyi mümkün kılacak ve piyasa faaliyetini teşvik edecektir.

1973'te Fischer Black ve Myron Scholes, *Journal of Political Economy* dergisinde "Opsiyonların ve kurumsal yükümlülüklerin fiyatlandırılması" başlıklı makale yayınladılar. Önceki on yılda, bir opsiyona rasyonel bir fiyat belirlemek için matematiksel bir formül geliştirdiler. Formülle ticaret yapma deneyleri

pek başarılı olmamıştı ve bunun nedenini kamuya açıklamaya karar verdiler. Robert Merton, Black-Scholes opsiyon fiyatlandırma modeli olarak bilinen formüllerinin matematiksel bir açıklamasını yaptı. Opsiyonun değerindeki dalgalanmalar, temel emtia riskinden ayrı tutulur, bu da opsiyonla ilişkili riski ortadan kaldıracak şekilde temel emtianın tekrar tekrar alınıp satılması anlamına gelen deltahedging olarak bilinen bir ticaret stratejisine yol açar.

Model, Bachelier'in Brown hareketinden çıkardığı difüzyon denklemiyle yakından ilgili olan bir kısmi diferansiyel denklemdir. Bu, Black-Scholes denklemidir. Herhangi bir durumda sayısal yöntemlerle elde edilen çözümü, opsiyonun optimal fiyatını verir. Tek bir "mantıklı" fiyatın varlığı (gerçekte geçerli olmayabilecek belirli bir modele dayanmasına rağmen) finansal kurumları denklemi kullanmaya ikna etmek için yeterliydi ve opsiyonlarda devasa bir pazar ortaya çıktı.



Şekil 24. Karşılaştırma için iki kalın kuyruklu dağılım (siyah) ve bir normal dağılım (gri). Üçü de değerleri gösterilen (0,5, 1, 2) bir parametreyi içeren "kararlı dağılımlardır."

Black-Scholes denkleminde yerleşik matematiksel varsayımlar tamamen gerçekçi değildir. Temeldeki difüzyon süreci için olasılık dağılımının normal olması, bu nedenle uç olayların pek olası olmaması önemli bir varsayımdır. Pratikte, bunlar çok daha yaygındır, kalın kuyruklar olarak bilinen bir fenomendir.[3] Şekil 24, bir anahtar parametrenin belirli değerleri için kararlı dağılımlar olarak adlandırılan dört parametreli bir olasılık dağılımları ailesinin üç üyesini göstermektedir. Bu parametre 2 olduğunda kalın kuyruğu olmayan normal dağılımı (gri eğriyi) elde ederiz. Diğer iki dağılımın (siyah eğrilerin) kalın kuyrukları vardır: Siyah eğriler, şeklin kenarlarına yakın olan gri eğrinin üzerinde yer alır.

Aslında kalın kuyrukları olan finansal verileri modellemek için normal bir dağılım kullanmak, uç olayların riskini önemli ölçüde hafife alır. Bu olaylar, kalın kuyruklu veya kalın kuyruksuz normla karşılaştırıldığında nadirdir, ancak kalın kuyruklar onları ciddi bir sorun teşkil edecek kadar yaygın hale getirir. Ve elbette, size büyük miktarda para kaybettirebilecek olan şey uç olaylardır. Ani siyasi kargaşalar veya büyük bir şirketin çöküşü gibi beklenmedik şoklar, uç olayları kalın kuyruklu dağılımların gösterdiğinden çok daha olası hale getirebilir. İnternet şirketleri balonu ve 2008'deki ekonomik krizin her ikisi de bu tür beklenmedik riskler içeriyordu.

Black-Scholes denklemi bu güçlüklere rağmen, toplamları yapmanın kolay olması ve çoğu zaman gerçek piyasanın durumuna iyi bir yaklaşıklık vermesi gibi pragmatik nedenlerle yaygın olarak kullanıldı. Milyarder yatırımcı Warren Buffett uyarıcı bir not düşmüştü: "Black-Scholes formülü finansta kutsal kitap statüsüne yaklaştı... Ancak formül uzun zaman dilimlerine uygulanırsa saçma sonuçlar doğurabilir. Adil olmak gerekirse, Black ve Scholes bu noktayı neredeyse kesinlikle iyi anladılar. Ancak sadık takipçileri, formülü ilk ortaya koyduklarında bu iki adamın ilişkilendirdiği uyarıları görmezden geliyor olabilir."[4]

---

[3] Teknik olarak, bir $f(x)$ dağılımı bir kuvvet yasası gibi azalıyorsa kalın kuyruklara sahiptir; yani, $a > 0$ için x sonsuza giderken $f(x) \sim x^{-(1+a)}$.

[4] Warren Buffet. Berkshire Hathaway hissedarlarına mektup, 2008: http://www.berkshirehathaway.com/letters/2008ltr.pdf

Daha sofistike ve daha gerçekçi modeller yapıldı ve daha karmaşık finansal araçlar –"türevler"– için geliştirildi. 2008 krizinin bir nedeni, kredi temerrüt takasları ve teminatlandırılmış borç yükümlülükleri gibi en popüler türevlerden bazıları için gerçek risklerin tanınmamasıydı. Modellerin, risksiz olduğunu iddia ettiği yatırımlar risksiz değildi.

Geleneksel matematiksel ekonominin ve geleneksel istatistiksel varsayımlara dayalı finansal modellerin artık amaca uygun olmadığı netleşiyor. Bu konuda ne yapmamız gerektiği ise o kadar net değildir. İki farklı yaklaşıma hızlıca göz atacağım: Bireysel bayilerin ve tüccarların eylemlerini modelleyen bir "aşağıdan yukarıya" analiz ve piyasanın genel durumuna ve iflaslar olmaması için bunun nasıl kontrol edileceğine dair "yukarıdan aşağıya" bir yaklaşım. Bunlar geniş bir literatürden küçük bir örneklemdir.

1980'lerde matematikçiler ve bilim insanları, çok sayıda bireysel varlığın, genel sistem düzeyinde "ortaya çıkan" beklenmedik davranışlar üretmek için nispeten basit kurallarla etkileşime girdiği "karmaşık sistemler" ile çok ilgilendiler. 10 milyar nöronuyla beyin, gerçek dünyadan bir örnektir. Her nöron (oldukça) basittir ve aralarında taşınan sinyaller de öyledir, ancak yeterince sayıda nöron doğru şekilde bir araya getirildiğinde bir Beethoven, bir Austen veya bir Einstein elde edersiniz. Kalabalık bir futbol stadyumunu, her biri kendi amaçları ve yetenekleri olan, birbirlerinin yoluna çıkan veya bir bilet gişesinde sessizce sıraya giren 100.000 kişilik bir sistem olarak modellerseniz kalabalığın nasıl aktığına dair çok gerçekçi tahminler elde edebilirsiniz. Örneğin, bir koridor boyunca zıt yönlerde hareket eden yoğun kalabalıklar, akış yönlerini değiştiren uzun paralel çizgiler oluşturarak "birbirine karışabilir." Kalabalığın bir akışkan olarak geleneksel yukarıdan aşağıya modelleri bu davranışı yeniden üretemez.

Borsanın durumu da benzer bir yapıya sahiptir: Çok sayıda tüccar kâr etmek için birbirleriyle rekabet eder. W. Brian Arthur gibi ekonomistler, ekonomik ve finansal sistemlerin karmaşıklık modellerini araştırmaya başladılar. Bunun bir so-

nucu, şimdi ajan tabanlı hesaplamalı ekonomi (veya ACE) olarak adlandırılan bir modelleme tarzıydı. Tüm yapı oldukça geneldir. Birçok ajanın etkileşimde bulunduğu bir model kurun, nasıl etkileştiklerine dair makul kurallar belirleyin, modeli bir bilgisayarda çalıştırın ve ne olduğunu öğrenin. Herkesin kendi faydasını optimize etmeye çalıştığı mükemmel rasyonalitenin klasik ekonomik varsayımı, piyasanın durumuna uyum sağlayan "sınırlı rasyonalite"ye sahip ajanlarla değiştirilebilir. Herhangi bir zamanda, piyasanın nasıl davrandığına dair kendi *sınırlı* bilgilerine ve nereye gittiğine dair tahminlerine dayanarak kendilerine mantıklı görünen şeyi yaparlar. Onlar, kendilerinin ve herkesin görebileceği bir patika boyunca uzak bir zirveye tırmanan dağcılar değildirler; sisin içindeki yamaçlarda el yordamıyla gezinirler, genellikle yukarı doğru giderler, orada bir dağ olup olmadığından bile emin değildirler, ama dikkatli olmazlarsa bir uçurumdan düşebileceklerinden endişe ederler.

1990'ların ortalarında Blake LeBaron, borsanın ACE modellerini inceledi. Klasik ekonominin varsaydığı gibi her şeyin bir dengeye oturması yerine, ajanlar neler olduğunu gözlemledikçe ve stratejiyi buna göre değiştirdikçe fiyatlar dalgalanır. Tıpkı gerçek pazarlar gibi. Modellerden bazıları yalnızca bu niteliksel davranışı değil, aynı zamanda piyasa dalgalanmalarının genel istatistiklerini de yeniden üretir. 1990'ların sonlarında, New York'un NASDAQ borsası, fiyatları ($23^{2/3}$ gibi) kesirler şeklinde listelemeyi bırakıp (23,7 ve hatta belki 23,75 gibi) ondalık sayılar şeklinde listelemeye başlamıştı. Bu, daha doğru bir fiyatlandırmaya olanak sağlar, ancak fiyatlar daha küçük miktarlarda hareket edebileceğinden, tüccarların kullandığı stratejileri de etkileyebilir. Borsa, doğru istatistikleri üretecek şekilde ayarlanmış bir ACE modeli geliştirmek için BiosGroup'ta karmaşıklık üzerine çalışan bilim insanlarını işe aldı. Fiyat hareketlerinin *çok küçük* olmasına izin verilirse, tüccarların kendilerine hızlı kâr sağlayacak şekilde davranabileceğini bunun da piyasanın etkinliğini azaltacağını gösterdiler. Bu harika bir fikir değildi ve NASDAQ mesajı almıştı.

Bu aşağıdan yukarıya felsefenin aksine, İngiltere Merkez Bankasından Andrew Haldane ve ekolojist Robert May 2011'de bir araya gelerek bankacılığın ekolojiden dersler çıkarabileceğini öne sürdüler.[5] Karmaşık türevlerle ilintili sözde risklere (veya bunların yokluğuna) yapılan bir vurgunun bu araçların tüm bankacılık sisteminin genel istikrarı üzerindeki toplu etkisini göz ardı ettiğini gözlemlediler. Benzer şekilde, filler sayıca çoğalıyor olabilirler, ancak çok fazla olurlarsa, başka türlerin zayiat vermesine sebep olacak kadar çok ağaç devirirler. Ekonomistler, yüksek riskli yatırım fonlarının (ekonomik fillerin) muazzam bir şekilde büyümesinin piyasaları istikrarsızlaştırabileceğini zaten göstermişlerdi.[6] Haldane ve May, önerilerini basit olmaları için bilinçli olarak seçilen modelleri kullanarak, ekolojistlerin etkileşim halindeki türleri ve ekosistemlerin istikrarını incelemek için kullandıkları yöntemleri uyarlayarak açıkladılar. Bu modellerden biri besin ağlarıdır: Hangi türlerin hangi türleri avladığını temsil eden ağlar. Ağın düğümleri bireysel türlerdir; türler arasındaki bağlantılar hangisinin diğerini nasıl avladığını gösterir. Benzer fikirleri bankacılık sistemine uygularsanız, her büyük banka bir düğüm olarak temsil edilir ve aralarındaki akış yiyecek değil paradır. Analoji kötü değil. İngiltere Merkez Bankası ve New York Federal Rezerv Bankası, bir bütün olarak bankacılık sisteminde tek bir bankanın iflasının sonuçlarını araştırmak için bu yapıyı geliştirdiler.

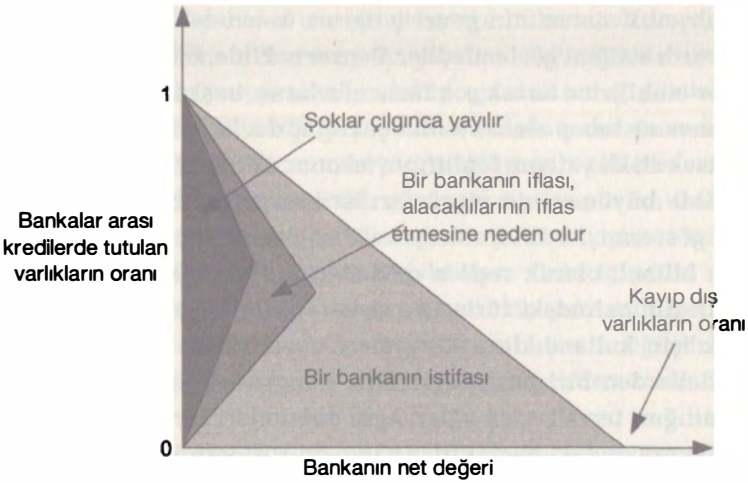
Bu tür ağlardaki temel matematiğin bir kısmı, her bankanın genel ortalama gibi davrandığı varsayılan bir "ortalama alan yaklaşımı" kullanılarak elde edilebilir. (Quetelet'in terimleriyle, her bankanın ortalama bir banka olduğunu varsayın. Bu çok mantıksız değil çünkü tüm büyükler birbirini kopyalıyor.) Haldane ve May, sistemin davranışının iki ana parametreyle; bankanın net değeriyle ve bankalar arası kredilerde elinde bu-

---

5 A.G. Haldane ve R.M. May. Systemic risk in banking ecosystems, *Nature* 469 (2011) 351–355.

6 W.A. Brock, C.H. Hommes, ve F.O.O. Wagner. More hedging instruments may destabilise markets, *Journal of Economic Dynamics and Control* 33 (2008) 1912–1928.

lundurduğu varlıkların oranıyla nasıl ilişkili olduğunu incelediler. İkincisi, kredi geri ödenmeyebileceğinden risk içerir. Bir banka başarısız olursa, ki gerçekten de olabiliyorlar, etkiler ağ üzerinden yayılır.



Şekil 25. Dış varlıkların kaybından kaynaklanan bir banka iflası, alacaklılara veya tüm sisteme nasıl sirayet edebilir. Bölgeler, karşılık gelen net değer ve bankalar arası kredilerde tutulan varlıkların oranının kombinasyonu için ne olduğunu gösterir.

Bu model, bir bankanın hem perakende bankacılıkta (ana cadde) hem de yatırım bankacılığında (kumarhane) son derece aktif olduğunda en kırılgan olduğunu tahmin eder. Ekonomik krizden bu yana, birçok hükümet gecikmeli de olsa, kumarhanenin iflasının ana caddeyi etkilememesi için büyük bankaların bu iki faaliyeti ayırmasını talep ettiler. Model ayrıca, 2008 krizi sırasında çok aşikâr olan bankacılık sistemi aracılığıyla şokların yayılmasının başka bir yolunu da içeriyor: Bankalar kendi kabuklarına çekiliyor ve birbirlerine borç vermeyi durduruyorlar. Jargonda, "finansman likidite şokları" meydana geldi denir. Prasanna Gai ve Sujit Kapadia[7] bu davranışın bir domino etkisiyle

[7] P. Gai ve S. Kapadia. Liquidity hoarding, network externalities, and in-

bankadan bankaya hızla yayılabileceğini ve merkezi bir strateji bankalar arasında yeniden kredi hareketi sağlamadıkça uzun bir süre bu şekilde kalma eğiliminde olduğunu göstermiştir.

Bu tür basit yukarıdan aşağıya modeller, karar vericileri bilgilendirmek için yararlıdır. Örneğin bankalardan sermayelerini ve likit varlıklarını artırmaları istenebilir. Geleneksel olarak, bu düzenleme biçimi, bireysel bankaların çok fazla risk almasını engellemenin bir yolu olarak görülüyordu. Ekolojik model, tek bir banka iflasının tüm sisteme yayılmasını önlemek gibi çok daha önemli bir işlevi olduğunu gösteriyor. Diğer bir sonuç, sistemin bazı kısımlarını diğerlerinden izole eden "yangın emniyet şeridi" ihtiyacıdır. (Bunlar tam olarak 1980'lerde politik güdümlü deregülasyon tarafından yıkılan şeylerdir.) Genel mesaj finansal düzenleyicilerin daha çok, sadece tek tek türlerin değil tüm ekosistemin sağlığıyla ilgilenen, ekolojistler gibi olması gerektiğidir.

terbank market collapse, *Proceedings of the Royal Society* A (2010) 466, 2401–2423.

14

BAYESCİ BEYNİMİZ

Eskiden kararsızdım. Ama şimdi o kadar emin değilim.
Bir Tişört üzerindeki mesaj

2. Bölümde, insanların neden geniş kapsamlı iddiaları destekleyici ciddi bir kanıt yokken bu kadar kolay kabul ettiklerini ve aleyhlerinde açık kanıtlar varken bile neden mantıksız inançları bu kadar kolayca benimsediklerini sordum. Doğal olarak, her birimizin hangi inançların mantıksız olup olmadığı konusunda kendi görüşü vardır, ancak hepimiz bu soruları başkaları hakkında da sorabiliriz.

Cevabın bir kısmı, beynimizin belirsiz fakat hayatımızı tehdit eden olasılıklar hakkında hızlı kararlar vermek için milyonlarca yıl boyunca nasıl evrimleştiğinde yatıyor olabilir. Bu evrimsel açıklamalar tahminlerdir –beyinler fosilleşmediğinden ve atalarımızın kafasında neler olup bittiğini kesin olarak öğrenmenin bir yolu olmadığından, bunların nasıl test edilebileceğini görmek zor– ama makul görünüyorlar. Modern insan beyninin nasıl çalıştığından daha çok emin olabiliriz çünkü beyin yapısını beyin işleviyle ve her ikisini de genetikle ilişkilendiren deneyler yapmak mümkündür.

Bırakın son derece karmaşık bir insanı, bir meyve sineğinin beynini bile anlamanın zorluklarını küçümsemek aptallık olur. Meyve sineği *Drosophila melanogaster*, genetik araştırmaların temelini oluşturur; beyni, aralarında elektrik sinyalleri ileten sinapslarla birbirine bağlı yaklaşık 135.000 nöron içerir. Bilim insanları şu anda meyve sineği konektomu olarak bilinen bu ağın yapısını araştırıyorlar. Şu anda, beynin 76 ana alt bölü-

münden sadece iki bölgesinin haritası çıkarıldı. Yani şu anda nasıl çalıştığını bırakın, meyve sineğinin konektomunun yapısını bile bilmiyoruz. Matematikçiler, sekiz veya on nörondan oluşan bir ağın bile çok şaşırtıcı şeyler yapabileceğini bilirler, çünkü bu tür ağların en basit gerçekçi modelleri doğrusal olmayan dinamik sistemlerdir. Ağlar, genel dinamik sistemlere özgü olmayan özel özelliklere sahiptir; doğanın onları bu kadar çok kullanmasının nedeni bu olabilir.

İnsan beyni yaklaşık 100 milyar nöron ve yüz trilyondan fazla sinaps içerir. Diğer beyin hücreleri de özellikle nöronlarla kabaca aynı sayıda ancak işlevleri gizemli olan gliyal hücreler olmak üzere, beynin işlevinde rol alıyor olabilirler.[1] İnsan konektomunun haritasını çıkarmak için araştırmalar devam ediyor, sadece bir beyni simule etmemize olanak sağlamayacak, gelecekteki tüm beyin araştırmaları için güvenilir bir veri tabanı sağlayacaktır.

Eğer matematikçiler on nöronlu bir "beyni" anlayamazlarsa, 100 milyar nöronlu bir "beyni" anlamak için umut nedir? Hava durumuna karşı iklim gibi, her şey sorduğunuz sorulara bağlıdır. Bazı on-nöronlu ağlar oldukça ayrıntılı olarak anlaşılabilir. Beynin bazı kısımları, bütünü şaşırtıcı derecede karmaşık kalsa bile anlaşılabilir. Beynin organize edildiği bazı genel prensipler açıklığa kavuşturulabilir. Her halükârda, bu tür bir "aşağıdan yukarıya" yaklaşım, bileşenleri ve bunların nasıl bağlantılı olduklarını listelemek ve ardından tüm sistemin ne yaptığının bir açıklamasına doğru yol almak, ilerlemenin tek yolu değildir. Beynin geniş ölçekli özelliklerine ve davranışına dayanan "yukarıdan aşağıya" analiz en bariz alternatiftir. Pratikte her ikisi-

[1] Uzun zamandır insan beyninin nöronların on katı kadar gliyal hücre içerdiği düşünülüyordu. Güvenilir internet kaynakları hâlâ yaklaşık dört katı olduğunu söylüyor. Ancak konuyla ilgili 2016 tarihli bir inceleme, insan beynindeki gliyal hücre sayısının nöronlardan biraz daha az olduğu sonucuna varıyor. Christopher S. von Bartheld, Jami Bahney ve Suzana Herculano-Houze, The search for true numbers of neurons and glial cells in the human brain: A review of 150 years of cell counting, *Journal of Comparative Neurology, Research in Systems Neuroscience* 524 (2016) 3865–3895.

ni de oldukça karmaşık şekillerde karıştırabiliriz. Aslında, bir nöron ağının nasıl bağlandığını ve ne yaptığını ortaya çıkaran teknolojik gelişmeler ve bu tür ağların nasıl davrandığına dair yeni matematiksel fikirler sayesinde kendi beynimiz hakkındaki anlayışımız hızla artıyor.

Beyin fonksiyonunun birçok yönü, karar verme biçimleri olarak görülebilir. Dış dünyaya baktığımızda görsel sistemimiz hangi nesneleri gördüğünü bulmalı, nasıl davranacaklarını tahmin etmeli, tehdit veya ödül potansiyellerini değerlendirmeli ve bu değerlendirmelere göre hareket etmemizi sağlamalıdır. Psikologlar, davranış bilimcileri ve yapay zekâ çalışanları, bazı hayati açılardan beynin Bayesci bir karar makinesi olarak işlev gördüğü sonucuna varmışlardır. Yapısına geçici veya kalıcı olarak işlenmiş dünya hakkındaki inançları bünyesinde barındırır ve bu da onu Bayesci olasılık modelinden ortaya çıkacak şeylere çok benzeyen kararlar almaya yönlendirir. (Daha önce, olasılık sezgimizin genellikle oldukça zayıf olduğunu söylemiştim. Bu, az önce söylediklerimle çelişmiyor, çünkü bu olasılık modellerinin iç işleyişi bilinçli olarak erişilebilir değil.)

Beynin Bayesci görüşü, belirsizliğe karşı insan tutumlarının diğer birçok özelliğini açıklar. Özellikle, batıl inançların neden bu kadar kolay kök saldığını açıklamaya yardımcı olur. Bayes istatistiğinde olasılıklar *inanç dereceleri* olarak yorumlanır. Bir olasılığı yarı yarıya olarak değerlendirdiğimizde, inanmaya olduğu kadar inanmamaya da istekli olduğumuzu söylüyoruz. Yani beyinlerimiz dünya hakkındaki inançları somutlaştırmak için gelişti ve bunlar geçici veya kalıcı olarak beynimizin yapısına işlendi.

Bu şekilde çalışan sadece insan beyni değil. Beyin yapımız, uzak geçmişe, memeli ve hatta sürüngen evrimsel atalarına kadar uzanır. Bu beyinler de "inançları" somutlaştırdı. "Ayna kırmak yedi yıl uğursuzluk getirir" gibi şimdi sözlü olarak ifade ettiğimiz türden inançlar değil. Beyin inançlarımızın çoğu da böyle değildir. Beynin ilgili kasları harekete geçiren bölgesindeki kablolarda kodlanmış, "dilimi bu şekilde aniden dışarı hareket ettirirsem sinek yakalama ihtimalim artar" gibi inançları

kastediyorum. İnsanın konuşması inançlara fazladan bir katman ekleyerek onları ifade etmeyi ve daha da önemlisi başkalarına aktarmayı mümkün kıldı.

Basit ama bilgilendirici bir model olarak, beynin birkaç nöron içeren bir bölgesini hayal edin. Bir "bağlantı gücü" olan sinapslarla birbirine bağlanabilirler. Bazıları zayıf, bazıları güçlü sinyaller gönderir. Bazıları hiç yok, bu yüzden hiç sinyal göndermiyorlar. Sinyal ne kadar güçlüyse, onu alan nöronun yanıtı da o kadar büyük olur. Bağlantı gücüne sayılar bile atfedebiliriz; uygun birimlerde, zayıf bir bağlantının gücü 0,2, güçlü bir bağlantı 3,5 ve var olmayan bir bağlantı 0 olabilir, matematiksel bir model belirlerken faydalı olan şeylerdir bunlar.

Bir nöron, elektriksel durumunda hızlı bir değişiklik üreterek gelen bir sinyale yanıt verir: "ateşler." Bu, diğer nöronlara iletilebilen bir elektrik atımı oluşturur. Hangi nöronlara iletileceği ağdaki bağlantılara bağlıdır. Gelen sinyaller, bir nöronun durumunu bir eşik değerinin üzerine çıkardıklarında ateşlenmesine neden olur. Ayrıca, iki farklı sinyal türü vardır: nöronu ateşleme eğiliminde olan uyarıcılar ve ateşlemeyi durdurma eğiliminde olan engelleyici olanlar. Sanki nöron, gelen sinyallerin gücünü topluyor, uyarıcıları pozitif, engelleyici olanları negatif sayıyor ve yalnızca toplam yeterince büyükse ateşleniyor gibi.

Yeni doğan bebeklerde birçok nöron rastgele bağlanmıştır, ancak zaman geçtikçe bazı sinapslar bağlanma güçlerini değiştirir. Bazıları tamamen ortadan kaybolur ve yenileri ortaya çıkabilir. Donald Hebb, sinir ağlarında şimdi Hebbci öğrenme olarak adlandırılan bir "öğrenme" biçimi keşfetti. "Birlikte ateşlenen sinir hücreleri birbirine bağlanır." Yani, iki nöron yaklaşık olarak eşzamanlı ateşlenirse, aralarındaki bağlantı gücü büyür. Bayesci inanç metaforumuzda, bir bağlantının gücü, nöronun biri ateşlendiğinde diğerinin de ateşlenmesi gerektiğine dair inanç derecesini temsil eder. Hebbci öğrenme, beynin inanç yapısını güçlendirir.

Psikologlar şunu gözlemlemişlerdir: Bir kişiye yeni bir bilgi söylendiğinde, onu sadece hafızasına kaydetmez. Bu evrimsel açıdan bir felaket olurdu çünkü size söylenen her şeye inanmak

iyi bir fikir değildir. İnsanlar yalan söyler ve genellikle başkalarını kendi kontrolleri altına almayı amaçlayan bir sürecin parçası olarak başkalarını yanıltmaya çalışırlar. Doğa da yalanlar söyler: Sallanan leopar kuyruğu, daha yakından bakıldığında, sarkan bir asma dalı ya da bir meyve olabilir; sopa böcekleri sopa gibi davranır. Dolayısıyla yeni bir bilgi aldığımızda, onu mevcut inançlarımıza göre değerlendiririz. Akıllıysak, bilginin güvenilirliğini de değerlendiririz. Güvenilir bir kaynaktan geliyorsa, buna inanmamız daha olasıdır; değilse, daha az olasıdır. Yeni bilgiyi kabul edip etmememiz ve inançlarımızı buna göre değiştirip değiştirmememiz, halihazırda inanıyor olduğumuz şey, yeni bilginin inancımızla nasıl ilişkili olduğu ve yeni bilginin doğru olduğuna ne kadar güvendiğimiz arasındaki içsel bir mücadelenin sonucudur. Genellikle bu mücadele bilinçaltındadır, ancak bilgi hakkında bilinçli olarak da akıl yürütebiliriz.

Aşağıdan-yukarıya bir tanımlamada, olan şey, karmaşık nöron dizilerinin hepsinin ateşlenmesi ve birbirine sinyal göndermeleridir. Bu sinyallerin birbirini nasıl yok ettiği veya birbirini nasıl güçlendirdiği, yeni bilgilerin kalıcı olup olmadığını ve bağlantı güçlerinin buna uyum sağlamak için değişip değişmediğini belirler. Bu, kanıtlar diğer herkese çok kuvvetli görünse bile, "gerçek inananları" yanıldıklarına ikna etmenin neden çok zor olduğunu zaten açıklıyor. Birinin UFO'lara güçlü bir inancı varsa ve Birleşik Devletler hükümeti, bariz bir gözlemin aslında bir balon deneyi olduğunu açıklayan bir basın açıklaması yaparsa, inanan kişinin Bayesci beyni, açıklamayı propaganda olarak düşünüp neredeyse kesinlikle dikkate almaz. Basın açıklaması büyük olasılıkla bu konuda hükümete güvenmediklerine dair inançlarını pekiştirecek ve hükümetin yalanlarına inanacak kadar saf olmadıkları için kendilerini tebrik edeceklerdir. İnançlar her iki taraf adına da çalışır, bu nedenle UFO'lara inanmayan biri, genellikle bağımsız doğrulama olmaksızın açıklamayı gerçek olarak kabul edecek ve bilgi, UFO saçmalıklarına güvenmediklerine dair inançlarını güçlendirecektir. UFO'lara inanacak kadar saf olmadıkları için kendilerini tebrik edeceklerdir.

İnsan kültürü ve dili, bir beynin inanç sistemlerinin bir diğerine aktarılmasını mümkün kılmıştır. İşlem ne tam olarak doğru ne de güvenilirdir, ancak etkilidir. Bu süreç, bahsi geçen inançlara ve süreci kimin incelediğine bağlı olarak, eğitim, beyin yıkama, çocukları iyi insanlar olarak yetiştirmek, Tek Gerçek Din gibi birçok isimle anılır. Küçük çocukların beyinleri şekillendirilebilir ve kanıtları değerlendirme yetenekleri hâlâ gelişmektedir: Noel Baba, Diş Perisi ve Paskalya Tavşanını düşünün; aslında çocuklar oldukça kurnazdırlar ve birçoğu ödülü almak için oyunu oynamaları gerektiğini anlar. "Bana yedi yaşından küçük bir çocuk ver, ben de sana adam vereyim" şeklindeki bir Cizvit özdeyişinin iki olası anlamı vardır. Birincisi, gençken öğrendikleriniz en kalıcı olanlardır; diğeri ise, masum çocukların bir inanç sistemini kabul etmeleri için beyinlerini yıkamak, bu inanç sisteminin yetişkin yaşamları boyunca zihinlerine kazınmasına sebep olur. Her ikisi de muhtemelen doğrudur ve bazı bakış açılarından özdeştirler.

Bayesci beyin teorisi, tabii ki Bayes istatistiğinden, ama aynı zamanda makine zekâsı ve psikoloji gibi çeşitli bilimsel alanlardan ortaya çıkmıştır. 1860'larda, fizik ve insan algısı psikolojisinde öncü olan Hermann Helmholtz, beynin dış dünyanın olasılıksal modellerini oluşturarak algılarını düzenlediğini öne sürdü. 1983 yılında yapay zekâ alanında çalışan Geoffrey Hinton, insan beyninin dış dünyayı gözlemlerken karşılaştığı belirsizlikler hakkında karar veren bir makine olduğunu öne sürdü. 1990'larda bu fikir, bir Helmholtz makinesi kavramında somutlaşan olasılık teorisine dayalı matematiksel modellere dönüştürüldü. Bu mekanik bir cihaz değil, matematiksel olarak modellenmiş ilişkili iki "nöron" ağından oluşan matematiksel bir soyutlamadır. Bu ağlardan biri, tanıma ağıdır, aşağıdan yukarıya doğru çalışır, gerçek veriler üzerinde eğitilir ve bunları bir dizi gizli değişken açısından temsil eder. Diğeri, yukarıdan aşağıya doğru çalışan bir "üretken" ağdır, bu gizli değişkenlerin ve dolayısıyla verilerin değerlerini üretir. Eğitim süreci, verileri doğru bir şekilde sınıflandırmaları adına iki ağın yapısını değiştirmek için bir öğrenme algoritması kullanır. İki ağ, uyan-

ma-uyuma algoritması olarak bilinen bir prosedürle dönüşümlü olarak değiştirilir.

"Derin öğrenme" olarak adlandırılan çok daha fazla katmana sahip benzer yapılar, şu anda yapay zekâda önemli başarılar elde ediyor. Bir bilgisayar tarafından doğal konuşmanın tanınması ve oryantal masa oyunu Go'daki bilgisayar zaferleri gibi uygulamaları vardır. Bilgisayarlar daha önce masa oyunu taslaklarının mükemmel bir oyunla her zaman berabere sonuçlanacağını kanıtlamak için kullanılıyordu. IBM'in Deep Blue'su 1996'da satranç ustası ve dünya şampiyonu Garry Kasparov'u yendi, ancak altı oyunluk seriyi 4-2 kaybetti. Büyük bir iyileştirmeden sonra bir sonraki seriyi 3-2 kazandı. Ancak, bu programlar Go'da kazanmak için kullanılan yapay zekâ algoritmaları yerine kaba kuvvet algoritmalarını kullanıyordu.

Go, 2500 yıldan fazla bir süre önce Çin'de icat edilmiş ve 19 × 19'luk bir tahtada oynanan sonsuz incelik derinliğine sahip görünüşte basit bir oyundur. Bir oyuncunun beyaz, diğerinin siyah taşları vardır; sırayla taşlarını yerleştirirler ve çevresini sardıkları rakip taşı yemiş olurlar. En çok bölgeyi kuşatan kazanır. Titiz matematiksel analiz çok sınırlıdır. David Benson tarafından geliştirilen bir algoritma, diğer oyuncu ne yaparsa yapsın bir taş zincirinin ne zaman ele geçirilemeyeceğini belirleyebilir.[2] Elwyn Berlekamp ve David Wolfe, tahtanın çoğunun ele geçirildiği oyun bitişlerindeki karmaşık matematiği inceleyerek mevcut hamlelerin sayısının normalden daha da şaşırtıcı olduğunu buldular.[3] Bu aşamada oyun, birbirleriyle pek etkileşime girmeyen bilfiil birkaç bölgeye bölünmüştür ve oyuncular bir sonraki hamlede hangi bölgede oynayacaklarına karar vermek zorundadır. Matematiksel teknikleri, her konumla bir sayı veya daha ezoterik bir yapı ilişkilendirir ve bu değerleri birleştirerek nasıl kazanılacağına dair kurallar sağlar.

---

2 D. Benson. Life in the game of Go, *Information Sciences* 10 (1976) 17–29.

3 Elwyn Berlekamp ve David Wolfe. *Mathematical Go Endgames: Nightmares for Professional Go Players*, Ishi Press, New York 2012.

2015'te Google şirketi DeepMind, Go-oynama algoritması AlphaGo'yu test etti; algortima, tahta üzerindeki bir pozisyonunun ne kadar uygun olduğuna karar veren bir değer ağı ve bir sonraki hamleyi seçen bir karar ağı olmak üzere iki derin öğrenme ağına dayanıyordu. Bu ağlar, uzman insanlar tarafından oynanan oyunların ve algoritmanın kendisine karşı oynadığı oyunların bir kombinasyonu kullanılarak eğitilmişti.[4] AlphaGo daha sonra elektronik zekâsını en iyi profesyonel Go oyuncusu olan Lee Sedol'e karşı kullandı ve onu dörde bir yendi. Programcılar neden bir oyunu kaybettiğini buldular ve stratejisini düzelttiler. 2017'de AlphaGo, dünyanın bir numarası olan Ke Jie'yi üç oyunluk bir maçta yendi. AlphaGo'nun oyun tarzı derin öğrenme algoritmalarının insan beyni gibi çalışması gerekmediğini gösteriyordu. Genellikle hiçbir insan oyuncunun düşünemeyeceği şeyler yapmış ve kazanmıştı. Ke Jie şunları söyledi: "İnsanlık, taktiklerimizi geliştirmek için binlerce yıl harcadıktan sonra, bilgisayarlar bize insanların tamamen yanlış olduğunu söylüyor... Tek bir insanın bile Go gerçeğinin sınırına dahi dokunmadığını söyleyecek kadar ileri gidebilirim."

Yapay zekânın insan zekâsıyla aynı şekilde çalışması için mantıklı bir neden yoktur; "yapay" sıfatının bir nedenidir bu. Ancak elektronik devrelerde vücut bulan bu matematiksel yapılar, nörologlar tarafından geliştirilen beynin bilişsel modelleriyle bazı benzerlikler taşır. Yani yapay zekâ ve bilişsel bilim arasında, her biri diğerinden fikir ödünç alan yaratıcı bir geri bildirim döngüsü ortaya çıktı. Ve beyinlerimiz ve yapay olanlar, bazen ve bir dereceye kadar benzer yapısal ilkeleri uygulayarak gerçekten de benzer şekilde çalışıyormuş gibi görünmeye başlıyor. Yapıldıkları malzeme ve sinyal işleme süreçleri açısından elbette çok farklılar.

Bu fikirleri somut bir şekilde görmek için, daha dinamik bir matematiksel yapıya sahip olsa da görsel yanılsamaları düşünün. Görsel algı, bir veya iki göze muğlak veya eksik bilgi su-

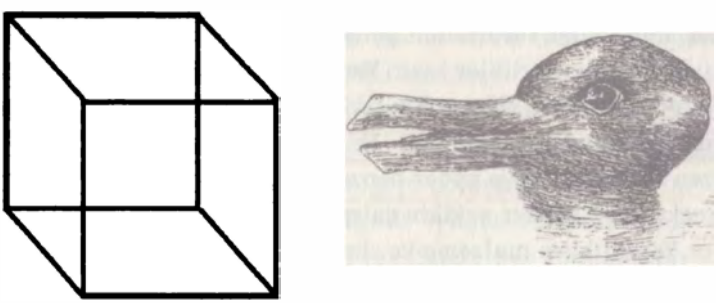
---

[4] David Silver ve 19 kişi daha. Mastering the game of Go with deep neural networks and tree search, *Nature* 529 (1016) 484–489.

nulduğunda şaşırtıcı fenomenler içerir. Muğlaklık bir tür belirsizliktir: Tam olarak ne gördüğümüzden emin değiliz. İki farklı türe hızlıca göz atacağım.

İlk tür 1593'te Giambattista della Porta tarafından keşfedildi ve optik üzerine bir inceleme olan *De refractione* (Kırılım Üzerine) başlıklı makalesinde yer almaktadır. della Porta bir kitabı bir gözünün önüne, bir başkasını da diğer gözünün önüne koydu. Bir bakışta sadece bir kitaptan okuyabildiğini ve "görsel üstünlüğü" bir gözünden diğerine aktararak bir kitaptan diğerine geçebildiğini bildirdi. Bu etki artık binoküler rekabet olarak adlandırılıyor. Her bir göze birer tane olmak üzere iki farklı görüntü sunulduğunda, muhtemelen her iki görüntüye de benzemeyen –beynin gördüğüne inandığı– değişen algılar ortaya çıkar.

İkinci tür illüzyonlar veya çok kararlı figürlerdir. Bunlar, statik veya hareketli tek bir görüntü birkaç şekilde algılanabildiğinde meydana gelir. Standart örnekler, İsviçreli kristalograf Louis Necker'in 1832'de ortaya attığı ve iki farklı yönde ters yüz oluyormuş gibi görünen Necker küpü ve 1900'de Amerikalı psikolog Joseph Jastrow tarafından icat edilen ve hem pek inandırıcı olmayan bir tavşan hem de biraz daha ikna edici bir ördek gibi görünebilen tavşan/ördek illüzyonudur.[5]



Şekil 26. Solda: Necker küpü. Sağda: Jastrow'un tavşanı/ördeği.

[5] L.A. Necker. Observations on some remarkable optical phenomena seen in Switzerland; and on an optical phenomenon which occurs on viewing a figure of a crystal or geometrical solid, *London and Edinburgh Philosophical Magazine and Journal of Science* 1 (1832) 329–337. J. Jastrow. The mind's eye, *Popular Science Monthly* 54 (1899) 299–312.

Necker küpünün algılanmasının basit bir modeli, sadece iki düğümü olan bir ağdır. Bunlar nöronları veya küçük nöron ağlarını temsil eder, ancak model yalnızca şematik amaçlar için tasarlanmıştır. Bir düğüm, küpün algılanan (ve yanıt vermek üzere eğitildiği varsayılan) bir yönüne, diğeri ise ters yönüne karşılık gelir. Bu iki düğüm birbirine engelleyici bağlantılarla bağlıdır. Bu "kazanan-her-şeyi-alır" yapısı önemlidir, çünkü engelleyici bağlantılar, bir düğüm aktifken diğerinin aktif olmamasını sağlar. Böylece ağ, herhangi bir zamanda kesin bir karara varır. Diğer bir modelleme varsayımı, bu kararın en aktif olan düğüm tarafından belirlenmesidir.

Başlangıçta her iki düğüm de aktif değildir. Ardından, Necker küpüne bakıldığında, düğümler etkinliği tetikleyen girdileri alır. Ancak kazanan-her-şeyi-alır yapısı, her iki düğümün de aynı anda aktif olamayacağı anlamına gelir. Matematiksel modelde sırayla aktifleşirler: önce biri daha aktif, sonra diğeri. Teorik olarak bu alternatifler, tam olarak gözlemlendiği gibi olmasa da düzenli aralıklarla tekrarlanır. Denekler benzer algı değişiklikleri yaşadıklarını bildirirler, ancak bunlar düzensiz aralıklarla meydana gelir. Dalgalanmalar genellikle beynin geri kalanından gelen rastgele etkiler olarak açıklanır, ancak bu tartışmaya açıktır.

Binoküler rekabet de aynı ağla modellenir. Burada iki düğüm, deneğe gösterilen iki görüntüye karşılık gelir: biri sol göze, diğeri sağ göze. İnsanlar iki görüntüyü üst üste binmiş şekilde algılamazlar; bunun yerine, birini görmekle diğerini görmek arasında gidip gelirler. Yine, algılar arasındaki geçişlerin zamanlaması daha düzenli olmasına rağmen, modelde olan budur.

Matematiksel model, yalnızca bilinen iki olasılık arasında bir geçiş öngörseydi, bu çok ilginç olmazdı. Ancak biraz daha karmaşık durumlarda, benzer ağlar daha şaşırtıcı şekillerde davranır. Klasik bir örnek, Ilona Kovács ve meslektaşlarının maymun/metin deneyidir.[6] Bir maymun resmi (daha çok genç

[6] I. Kovács, T.V. Papathomas, M. Yang, ve A. Fehér. When the brain changes its mind: Interocular grouping during binocular rivalry. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA* 93 (1996) 15508–15511.

bir orangutana benziyor, ama herkes ona maymun diyor) altı parçaya bölünmüştür. Yeşil bir arka plan üzerinde mavi renkli bir metnin resmi, benzer şekilli altı parçaya bölünür. Daha sonra her resimdeki parçalardan üçü diğer resimdeki karşılık gelen parçalarla değiştirilerek iki karışık görüntü oluşturulur. Bunlar daha sonra deneğin sol ve sağ gözlerine ayrı ayrı gösterilir.

Ne görürler? Çoğu denek, iki karışık görüntüyü dönüşümlü olarak gördüğünü bildirmektedir. Bu mantıklı, Porta'nın iki kitabında olan da buydu. Sanki önce bir göz kazanıyor, sonra diğeri vb. Ancak bazı denekler, tam bir maymun görüntüsüyle tam metin arasında geçiş olduğunu bildiriyor. Bunun üstünkörü bir açıklaması şu şekildedir: Beyinleri bütün bir maymunun ve tam bir metnin nasıl olması gerektiğini "biliyor," bu yüzden uygun parçaları bir araya getiriyor. Ancak her iki karışımı da gördüğü için hangisine baktığına hâlâ karar veremez, bu yüzden ikisi arasında geçiş yapar. Ancak, bu pek tatmin edici değildir ve bazı deneklerin neden bir çift resim gördüğünü ve diğerlerinin neden farklı bir çift gördüğünü gerçekten açıklamaz.

Matematiksel bir model olaya daha fazla ışık tutuyor. Nörolog Hugh Wilson tarafından, beyinde üst düzey karar verme için önerilen bir ağ modeline dayanmaktadır. Bu tür modellere Wilson ağları diyeceğim. En basit haliyle, (eğitimsiz) bir Wilson ağı, dikdörtgen bir düğüm dizisidir. Bunlar, model nöronlar veya nöron popülasyonları olarak düşünülebilir, ancak modelleme amacıyla bunlara herhangi bir spesifik fizyolojik yorum verilmesine gerek yoktur. Rekabet ortamında, dizinin her sütunu, göze sunulan görüntünün bir "niteliğine," renk veya yön gibi bir özelliğine karşılık gelir. Her özelliğin bir alternatifler kümesi vardır; örneğin, renk kırmızı, mavi veya yeşil olabilir; yön dikey, yatay veya çapraz olabilir. Bu ayrık olasılıklar, o özelliğin "seviyeleri"dir. Her seviye, o nitelik sütunundaki bir düğüme karşılık gelir.



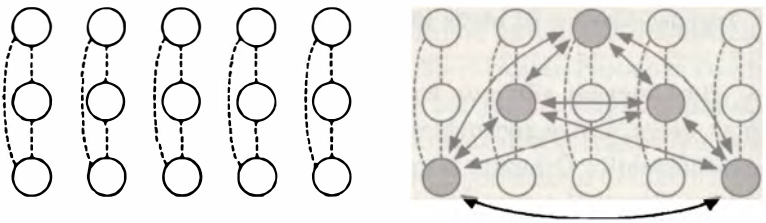
Şekil 27. İlk iki "karışık" görüntü her bir göze ayrı ayrı gösterilirse, bazı denekler son iki bütün görüntü arasında gidip gelirler.

Herhangi bir görüntü, her bir ilgili nitelik için bir tane olmak üzere, seviye seçeneklerinin bir kombinasyonu olarak görüntülenebilir. Örneğin, kırmızı yatay bir görüntü, renk sütununun "kırmızı" seviyesini, yön sütununun "yatay" seviyesiyle birleştirir. Bir Wilson ağının mimarisi, her bir nitelik için bir tane olmak üzere belirli seviyelerin "öğrenilmiş" kombinasyonlarına daha güçlü yanıt vererek örüntüleri tespit etmek için tasarlanmıştır. Her sütunda, tüm farklı düğüm çiftleri, engelleyici bağlantılarla birbirine bağlanır. Bu yapı, daha fazla girdi veya değişiklik olmadan, sütunda bir kazanan-her-şeyi-alır dinamiği yaratır, böylece genellikle yalnızca bir düğüm dinamik olarak en aktiftir. Sütun daha sonra niteliğinin karşılık gelen seviyesini algılar. Göze sunulan görüntülerle yapılan eğitim, uygun seviye kombinasyonuna karşılık gelen düğümler arasına uyarıcı bağlantılar eklenerek modellenir. Bir rekabet modelinde, bu tür bağlantılar her iki görüntü için de eklenir.

Casey Diekman ve Martin Golubitsky, bir rekabet Wilson ağı modelinin bazen beklenmedik etkileri olabileceğini göstermiştir.[7] Maymun/metin deneyinde, ağ dinamikleri, onun iki farklı şekilde salınabileceğini tahmin etmektedir. Beklediğimiz gibi, iki öğrenilmiş model –göze gösterilen karışık görüntüler– arasında gidip gelebilir. Ama aynı zamanda bütün bir maymun ve tam metin arasında da gidip gelebilir. Hangi çiftin meydana

[7] C. Diekman ve M. Golubitsky. Network symmetry and binocular rivalry experiments, *Journal of Mathematical Neuroscience* 4 (2014) 12; doi: 10.1186/2190-8567-4-12.

geldiği bağlantı kuvvetlerine bağlıdır, bu da denekler arasındaki farkın, kişinin beyninde karşılık gelen nöron popülasyonlarının ne kadar güçlü veya zayıf bir şekilde bağlantılı olduğuyla ilgili olduğunu düşündürür. Deneyi temsil eden en basit Wilson ağının deneylerde tam olarak ne gözlemlendiğini tahmin etmesi çarpıcıdır.



Şekil 28. Solda: Her biri üç seviyeye sahip beş nitelikli eğitimsiz Wilson ağı. Kesikli çizgiler engelleyici bağlantılardır. Sağda: Bir örüntü (her nitelik için gölgeli seviye), bu düğümler arasındaki uyarıcı bağlantılarla (düz oklarla) temsil edilir. Bu bağlantıları orijinal ağa eklemek, onu bu örüntüyü tanıması için eğitir.

Wilson ağları, basit dinamik ağların dış dünyadan alınan bilgilere dayanarak prensipte nasıl kararlar alabildiğine ışık tutmayı amaçlayan şematik matematiksel modellerdir. Beyindeki bazı bölgeler Wilson ağına çok benzer bir yapıya sahiptir ve kararlarını hemen hemen aynı şekilde verirler. Neye baktığımıza karar vermek için gözlerden gelen sinyalleri işleyen görsel korteks buna bir örnektir.

Ders kitapları ne derse desin, insan görüşü bir kamera gibi çalışmaz. Adil olmak gerekirse, gözün görüntüleri algılama şekli, gelen ışığı arkadaki retinaya odaklayan bir merceğe sahip bir kamera gibidir. Retina, eski moda bir filmden çok, modern bir dijital kameradaki şarj bağlantılı bir cihaz gibidir. Çubuklar ve koniler adı verilen çok sayıda ayrı alıcıya sahiptir; bunlar gelen ışığa tepki veren ışığa duyarlı özel nöronlardır. Üç tür koni vardır ve her biri belirli bir dalga boyu aralığındaki ışığa, yani (kabaca) belirli bir rengin ışığına karşı daha duyarlıdır. Renkler

genel olarak kırmızı, yeşil ve mavidir. Çubuklar düşük ışık seviyelerine tepki verir. "Açık mavi" dalga boylarındaki ışığa en güçlü şekilde tepki verirler, ancak görsel sistemimiz bu sinyalleri grinin tonları olarak yorumlar, bu yüzden geceleri fazla renk görmeyiz.

Bu noktadan sonra insan görüşü bir kameradan önemli ölçüde farklılaşmaya başlar. Gelen sinyaller, optik sinirler boyunca beynin görsel korteks adı verilen bölgesine iletilir. Korteks, bir dizi ince nöron tabakası olarak düşünülebilir ve görevi, gözlerden alınan sinyal örüntülerini işlemektir, böylece beynin diğer bölgeleri gördüklerini tanımlayabilir. Her katman gelen sinyallere dinamik olarak yanıt verir, tıpkı bir Wilson ağının bir Necker küpüne veya maymun/metin görüntü çiftine yanıt vermesi gibi. Bu yanıtlar, yapısı farklı niteliklere yanıt vermesine neden olan daha derindeki bir sonraki katmana iletilir, vb. Sinyaller ayrıca derindeki katmanlardan yüzeydeki katmanlara da geçerek bir sonraki sinyal grubuna nasıl tepki vereceklerini etkiler. Sonunda, bu sinyaller dizisi boyunca bir yerde, *bir şey* görüntünün "büyükanne" olduğuna karar verir ya da her neyse. Bu şey belki de büyükanne hücresi olarak adlandırılan belirli bir nörondur veya bunu daha karmaşık bir şekilde yapabilir. Henüz bilmiyoruz. Beyin bir kez büyükanneyi tanıdığında, "paltosunu çıkarmasına yardım et" veya "geldiğinde her zaman bir fincan çayı sever" veya "bugün biraz endişeli görünüyor" gibi diğer bilgileri başka bölgelerden çekebilir.

Kameralar, bilgisayarlara bağlandığında, fotoğraflarınızı içindeki kişilerin adlarıyla etiketlemek için yüz tanıma algoritmalarını kullanmak gibi bazı görevleri de gerçekleştirmeye başlıyor. Dolayısıyla görsel sistem bir kamera gibi olmasa da kamera giderek görsel sisteme benzemektedir.

Nörologlar, görsel korteksin bağlantı şemasını biraz ayrıntılı olarak incelediler ve beyindeki bağlantıları tespit etmenin yeni yöntemleri, şüphesiz daha rafine sonuçların patlamasına yol açacaktır. Elektrik voltajlarına duyarlı özel boyalar kullanarak, hayvanlarda görsel korteksin en üst katmanı V1'deki bağlantıların genel doğasını haritalandırdılar. Kabaca söylemek

gerekirse, V1, gözler neye bakarsa baksın düz çizgi parçalarını algılar ve çizgilerin hangi yöne baktığını da hesaplar. Bu nesnelerin sınırlarını bulmak için önemlidir. Sonunda V1'in, çeşitli yönlerde düz çizgiler kullanılarak eğitilmiş bir Wilson ağı gibi yapılandırıldığı anlaşıldı. Ağdaki her sütun, V1'deki bir "hiper sütuna" karşılık gelir; bu sütunun niteliği "bu konumda görülen bir çizginin yönü"dür. Bu niteliğin seviyeleri, çizginin işaret edebileceği kaba taneli bir yönler kümesidir.

Gerçekten zekice olan kısım, bir Wilson ağındaki öğrenilmiş örüntülerin analogudur. V1'de bu örüntüler, birçok hiper sütundan oluşan görsel alanları kesen daha uzun düz çizgilerdir. Tek bir hiper sütunun bir yerde 60° açıyla kısa bir çizgi parçası tespit ettiğini varsayalım, böylece bu "seviye"nin nöronu ateşlenir. Daha sonra komşu hiper sütunlardaki yalnızca aynı 60° seviyesindeki nöronlara uyarıcı sinyaller gönderir. Ayrıca, bu bağlantılar yalnızca V1'deki o çizgi parçasının devamı boyunca uzanan hiper sütunlara bağlanır. Mesele o kadar kesin değil tabii ve daha zayıf bağlantılar da var, ancak en güçlüleri tarif ettiğime oldukça yakın. V1'in mimarisi, düz çizgileri ve işaret ettikleri yönü algılamaya yatkındır. Böyle bir çizgi parçasını görürse, çizginin devam edeceğini "varsayar," bu yüzden boşlukları doldurur. Ama bunu körü körüne yapmıyor. Diğer hiper sütunlardan gelen yeterince güçlü sinyaller bu varsayımla çelişirse, bu sinyaller kazanır. Diyelim ki, bir nesnenin iki kenarının buluştuğu bir köşede, yönlerde bir çelişki var. Bu bilgiyi bir sonraki katmana gönderirseniz artık çizgileri olduğu kadar köşeleri de algılayacak bir sisteminiz olur. Sonunda, bu veri dizisi boyunca bir yerde, beyniniz büyükanneyi tanır.

"Ben neredeyim?" sorusu çoğumuzun bir noktada deneyimlediği bir belirsizlik şeklidir. Nörologlar Edvard ve May-Britt Moser ve öğrencileri 2005'te fare beyinlerinin şebeke hücreleri olarak bilinen ve uzayda konumlarını modelleyen özel nöronlara sahip olduğunu keşfettiler. Şebeke hücreleri, beynin adı biraz söylemesi zor olan bir bölümünde, dorsokaudal medial entorhinal kortekste yaşarlar. Konum ve bellek için merkezi bir işlemci

birimdir. Görsel korteks gibi katmanlı bir yapıya sahiptir, ancak ateşleme örüntüsü katmandan katmana farklılık gösterir.

Bilim insanları, farelerin beyinlerine elektrotlar yerleştirdiler ve ardından açık alanda serbestçe dolaşmalarına izin verdiler. Bir fare hareket ederken, beynindeki hangi hücrelerin ateşlendiğini izlediler. Fare, uzayın birkaç küçük parçasından ("ateşleme alanları") birinde olduğunda belirli hücrelerin ateşlendiğini buldular. Bu parçalar altıgen bir şebeke oluşturur. Araştırmacılar, bu sinir hücrelerinin, uzayın zihinsel bir temsilini, bir tür koordinat sistemi sağlayan ve farenin beynine hayvanın nerede olduğunu söyleyen bilişsel bir harita oluşturduğunu çıkardılar. Hayvan hareket ettikçe şebeke hücrelerinin aktivitesi sürekli olarak güncellenir. Bazı hücreler, fare hangi yöne giderse gitsin ateşlenir; diğerleri yöne bağlıdır ve bu nedenle ona duyarlıdır.

Şebeke hücrelerinin fareye nerede olduğunu nasıl söylediğini henüz tam olarak anlamıyoruz. İlginçtir ki, beyindeki şebeke hücrelerinin geometrik düzeni düzensizdir. Bir şekilde, bu şebeke hücre katmanları, fare etrafta dolaşırken küçük hareketleri integre ederek farenin konumunu "hesaplar." Matematiksel olarak, bu işlem, vektör hesaplamaları kullanılarak gerçekleştirilebilir; bu işlemde, hareketli bir nesnenin konumu, her biri kendi büyüklüğü ve yönü olan çok sayıda küçük değişikliğin eklenmesiyle belirlenir. Temel olarak, daha iyi seyir aletleri geliştirilmeden önce denizcilerin "parakete seyri" ile yön bulmaları gibidir.

Şebeke hücreleri ağının herhangi bir görsel girdi olmadan çalışabileceğini biliyoruz, çünkü ateşleme örüntüleri zifiri karanlıkta bile değişmiyorlar. Bununla birlikte, herhangi bir görsel girdiye de oldukça güçlü bir şekilde yanıt verirler. Örneğin, farenin silindirik bir mahfaza içinde koştuğunu ve duvarda referans noktası olarak işlev görecek bir kart olduğunu varsayalım. Belirli bir şebeke nöronu seçin ve bunun uzaysal parçalar şebekesini ölçün. Ardından silindiri döndürür ve işlemi tekrarlarsanız şebekenin aynı miktarda döndüğünü bulursunuz. Fare yeni bir ortama yerleştirildiğinde şebekeler ve aralıkları değişmez. Yine şebeke hücreleri konumu hesaplar, sistem çok sağlamdır.

2018'de Andrea Banino ve meslektaşları, benzer bir yön bulma görevini gerçekleştirmek için derin öğrenme ağlarını kullandıklarını bildirdiler. Ağları çok sayıda geri bildirim döngüsüne sahipti, çünkü yön bulma, bir işlem adımının çıktısını bir sonraki adımın girdisi olarak kullanmaya bağlı gibi görünüyor; aslında, işlevin yinelendiği ağ ile ayrık bir dinamik sistem gibidir. Ağı, çeşitli (sıçanlar ve fareler gibi) kemirgenlerin yiyecek ararken kullandığı kayıtlı yol örüntülerini kullanarak eğittiler ve ona beynin geri kalanının şebeke nöronlarına gönderebileceği türden bilgiler sağladılar.

Ağ, çeşitli ortamlarda etkin bir şekilde yön bulmayı öğrendi ve performans kaybı olmadan yeni bir ortama aktarılabildi. Ekip, ağın yeteneklerini ona belirli hedefler vererek ve daha gelişmiş bir ortamda labirentlerde (tüm kurulum bir bilgisayarın içinde olduğu için simülasyonda) çalıştırarak test etti. Verileri üç farklı normal dağılım karışımlarına uydurarak ve Bayes yöntemlerini kullanarak istatistiksel anlamlılık için performansını değerlendirdiler.

Dikkate değer bir sonuç, öğrenme süreci ilerledikçe, derin öğrenme ağının orta katmanlarından birinin, şebeke nöronlarında gözlemlenenlere benzer aktivite örüntüleri geliştirmesiydi; tıpkı hayvan uzamsal yamalar şebekesinin belli bir yerindeyken şebeke nöronlarının aktif olması gibi. Ağ yapısının ayrıntılı matematiksel analizi, ağın vektör hesaplamalarını simüle ettiğini gösteriyordu. Bunun, bir matematikçinin yaptığı gibi vektörleri yazıp bunları bir araya toplayarak yaptığını varsaymak için hiçbir sebep yok. Yine de sonuçları, şebeke hücrelerinin vektör tabanlı navigasyon için kritik olduğu teorisini desteklemektedir.

Daha genel olarak, beynin dış dünyayı anlamak için kullandığı devreler bir dereceye kadar dış dünyada modellenmiştir. Beynin yapısı yüzbinlerce yıl içinde çevremizle ilgili bilgileri "yapısına kablolayarak" evrimleşmiştir. Ayrıca biz öğrendikçe çok daha kısa sürelerde değişim gösterir. Öğrenme, kablolu yapılarda "ince ayarlar" yapar. Öğrendiklerimiz, bize öğretilenler tarafından koşullandırılır. Bu nedenle, çok erken yaşlardan iti-

baren bize belirli inançlar öğretilirse, bunlar beynimize kablolanma eğilimi gösterir. Bu, daha önce bahsedilen Cizvit özdeyişinin nörobilimsel bir doğrulaması olarak görülebilir.

O halde kültürel inançlarımız, içinde yetiştiğimiz kültür tarafından güçlü bir şekilde koşullanır. Dünyadaki yerimizi ve çevremizdekilerle olan ilişkilerimizi, bildiğimiz ilahiler, desteklediğimiz futbol takımları, çaldığımız müzikler yoluyla belirleriz. Çoğu insan için ortak olan veya kanıt açısından rasyonel olarak tartışılabilen, beyin kablolarımızda kodlanmış herhangi bir "inanç" daha az tartışmalıdır. Ancak, böyle bir dayanağı olmayan inançlarımız, biz farkını anlamadıkça sorunlu olabilir. Ne yazık ki bu inançlar kültürümüzde önemli bir rol oynamaktadır, bu da onların var olma nedenlerinden biridir. Kanıta değil inanca dayalı inançlar, Bizleri Onlardan ayırmada çok etkilidir. Evet hepimiz 2 + 2 = 4 olduğuna "inanıyoruz," yani bu beni sizden farklı yapmaz. Ama her çarşamba kedi-tanrıçaya dua eder misiniz? Sanmıyorum. O zaman Siz Bizden değilsiniz.

Bu, küçük gruplar halinde yaşadığımızda oldukça işe yarıyordu, çünkü neredeyse tanıştığımız herkes kedi-tanrıçaya tapınıyordu ve öyle değilse de uyarılmak iyi bir fikirdi. Ancak kabilelere yayıldığında bile bir sürtüşme kaynağı haline geldi ve çoğu zaman şiddete yol açtı. Günümüzün küresel dünyasında, büyük bir felaket haline geliyor.

Günümüzün popülist siyaseti bize eskiden "yalan" veya "propaganda" denilen şey için yeni bir tabir verdi. Yani Yalan Haber. Gerçek haberleri sahte olanlardan ayırt etmek giderek zorlaşıyor. Birkaç yüz doları olan herkes büyük bilgi işlem gücüne sahip olabiliyor. Sofistike yazılımların yaygınlaşması gezegeni demokratikleştiriyor ki bu prensipte iyi bir şey, ancak çoğu zaman gerçeği yalanlardan ayırma sorununu şiddetlendiriyor.

Kullanıcılar ne tür bilgileri göreceklerini kendi tercihlerini güçlendirecek şekilde ayarlayabildiklerinden, aldığınız tek haberin size söylenmesini istediğiniz şey olduğu bir bilgi balonunda yaşamak giderek daha kolay hale geliyor. China Miéville, Beszel şehrinin Aşırı Suç Biriminde bir dedektif olan Müfettiş

Borlú'nun bir cinayeti araştırdığı bir bilim-kurgu/suç karışımı olan *The City & the City*'de bu eğilimin aşırı uçlarda bir parodisini yaptı. Müfettiş Borlú ikiz şehir Ul Qoma'yu, oradaki polisle çalışmak için, aralarındaki sınırı geçerek defalarca ziyaret eder. İlk başta, hayal ettiğiniz resim, duvar yıkılmadan önceki Doğu ve Batı'ya bölünmüş Berlin'e benziyor, ancak yavaş yavaş şehrin iki yarısının da *aynı coğrafi alanda* bulunduğunu anlamaya başlıyorsunuz. Her bir şehrin vatandaşları, binaları ve insanları arasında dolaşırken bile diğer şehri fark etmemeleri için doğuştan eğitilmiştir. Bugün, çoğumuz aynı şeyi internette yapıyoruz ve aldığımız tüm bilgilerin haklı olduğumuz görüşünü pekiştirmesi için doğrulama yanlılığı içinde yüzüyoruz.

Sahte haberlerle neden bu kadar kolay manipüle ediliyoruz? Sebebi, somutlaşmış inançlar üzerinde çalışan eski Bayesci beynimizdir. İnançlarımız, bilgisayardaki, bir fare hareketiyle silinebilecek veya değiştirilebilecek dosyalar gibi değildir. Daha çok kablolanmış donanım gibidirler. Kablo örüntülerini değiştirmek zordur. Ne kadar güçlü inanırsak, hatta sadece ne kadar güçlü inanmak *istersek*, mesele o kadar zorlaşır. Bize uyduğu için inandığımız yalan haberlerin her unsuru, bu kablolanmış bağlantıların gücünü pekiştiriyor. İnanmak istemediğimiz her unsur da göz ardı ediliyor.

Bunu önlemenin iyi bir yolunu bilmiyorum. Belki eğitim? Bir çocuk belirli inançları destekleyen özel bir okula giderse ne olur? Gerçeklik durumu net olan ancak inançlarla çelişen konuların öğretilmesi yasaklandığında ne olur? Bilim, insanlığın gerçeği kurgudan ayırmak için tasarladığı en iyi yoldur, ancak bir hükümet uygunsuz gerçeklerle, bunlar üzerinde araştırma yapmak için finansmanı keserek uğraşmaya karar verirse ne olur? Silah sahibi olmanın etkileri üzerine araştırmalar için federal fon ABD'de zaten yasa dışı ve Trump yönetimi aynı şeyi iklim değişikliği için de yapmayı düşünüyor.

Bunun bir sonu olmayacak maalesef.

Bir öneri, yeni bekçilere ihtiyacımız var. Ancak bir ateistin güvenilir web sitesi, gerçek bir inanan için lanettir ve bunun

tersi de geçerlidir. Kötü bir kurum güvendiğimiz bir web sitesinin kontrolünü ele geçirirse ne olur? Her zaman olduğu gibi, bu yeni bir sorun değil. Romalı şair Juvenal'in MS 100 civarında *Hicivler*'inde yazdığı gibi, *Quis custodiet ipsos custodes*? Muhafızları kim koruyacak? Ancak bugün sorun daha da kötü, çünkü tek bir tweet tüm gezegene yayılabiliyor.

Belki de çok kötümserimdir. Velhasıl, daha iyi eğitim insanları daha rasyonel hale getirir. Ancak mağaralarda ve ağaçlarda yaşarken basit-ve-kalitesiz hayatta kalma algoritmaları bize çok iyi hizmet eden Bayesci beyinlerimiz, yanlış bilgi çağında artık amaca uygun olmayabilir.

15

KUANTUM BELİRSİZLİK

Bir parçacığın hem konumunu hem de yönünü
ve hızını aynı anda doğru olarak belirlemek imkansızdır.
Werner Heisenberg, *Die Physik der Atomkerne*

İnsan etkinliğinin çoğu alanlarında, belirsizlik cehaletten kaynaklanır. Bilgi, en azından prensipte belirsizliği çözebilir. Pratik engeller var: Demokratik bir oylamanın sonucunu tahmin etmek için her seçmenin aklından neler geçtiğini bilmemiz gerekebilir. Ama bunu bilseydik, kimlerin oy kullanacağını ve oylarının ne olacağını bulabilirdik.

Bununla birlikte, fiziğin bir alanında, belirsizliğin doğanın doğal bir özelliği olduğu konusunda büyük bir fikir birliği vardır. Hiçbir ekstra bilgi, olayları tahmin edilebilir hale getiremez, çünkü sistemin kendisi ne yapacağını "bilmez." Sadece yapar. Bu alan kuantum mekaniğidir. Yaklaşık 120 yıllık geçmişi var ve sadece bilimde değil, bilimle gerçek dünya arasındaki ilişki hakkındaki düşüncemizde de tamamen bir devrim yarattı. Hatta felsefi düşünen bazı insanları gerçek dünyanın ne anlamda var olduğunu sorgulamaya bile yöneltti. Newton'ın bilime en büyük katkısı, doğanın matematiksel kurallara uyduğunu göstermekti. Kuantum teorisi bize kuralların bile doğası gereği belirsiz olabileceğini gösteriyor. Ya da neredeyse tüm fizikçiler böyle iddia ediyor ve iddiayı destekleyecek çok sayıda kanıtları var. Bununla birlikte, olasılık zırhında birkaç çatlak da var. Kuantum belirsizliğinin önceden tahmin edilebilir hale getirilebileceğinden şüpheliyim, ancak bunun belirlenimci bir açıklaması olabilir. Bölüm 16'da bu daha spekülatif

fikirlere bakmadan önce, geleneksel hikâyeyi çözmemiz gerekiyor.

Her şey bir ampülle başladı. İlham geldiğinde bir dehanın kafasının üzerinde süzülen türden mecazi anlamda değil, gerçek bir ampül. 1894'te birkaç elektrik şirketi, Alman bir fizikçi olan Max Planck'tan mümkün olan en verimli ampulü geliştirmesini istedi. Planck doğal olarak işe temel fizikten başladı. Işık, insan gözünün algılayabileceği dalga boylarında bir elektromanyetik ışınım şeklidir. Fizikçiler, en verimli elektromanyetik enerji yayıcısının bir "kara cisim" olduğunu biliyorlardı, kara cisimler tüm dalga boylarındaki ışınımı mükemmel bir şekilde *soğurmalarıyla* karakterize edilirler. 1859'da Gustav Kirchhoff, kara cisim ışınım yoğunluğunun, yayılan ışınımın frekansına ve kara cismin sıcaklığına nasıl bağlı olduğunu sormuştu. Deneyciler ölçümler yaptı, teorisyenler açıklamalar yaptı; sonuçlar uyuşmuyordu. Ortalık biraz dağınıktı ve Planck durumu toplamaya karar verdi.

İlk girişimi işe yaradı, ancak varsayımları oldukça keyfi olduğu için onu tatmin etmedi. Bir ay sonra bu varsayımları haklı çıkarmanın daha iyi bir yolunu buldu. Radikal bir fikirdi: Elektromanyetik enerji sürekli bir nicelik değil, ayrık bir şeydir. Her zaman sabit, çok küçük bir miktarın tam sayı katları halinde gelir. Daha doğrusu, belirli bir frekans için, enerji her zaman bir tam sayı çarpı frekans çarpı çok küçük bir sabittir, bu sabit şimdi Planck sabiti olarak adlandırılmaktadır ve h sembolü ile gösterilir. Resmi değeri $6{,}626 \times 10^{-34}$ joule-saniyedir, yani 0,0...0626 ondalık virgülden sonra 33 tane sıfır var. Bir joule enerji, bir çay kaşığı suyun sıcaklığını yaklaşık dörtte bir santigrat derece artırır. Yani h gerçekten çok küçük bir enerji miktarıdır, o kadar küçüktür ki deneysel enerji seviyeleri hâlâ sürekli görünür. Bununla birlikte, sürekli bir enerji aralığını, çok ince aralıklı ayrık bir dizi enerjiyle değiştirmek, yanlış sonuçlar veren bir matematiksel problemden kurtulmasını sağladı.

Planck o sırada bunun farkında değildi, ancak enerji hakkındaki tuhaf varsayımı, tüm bilimde büyük bir devrim başlatacaktı: Kuantum mekaniği. Bir "kuantum" çok küçük ama ayrık

bir niceliktir. Kuantum mekaniği, maddenin çok küçük ölçeklerde nasıl davrandığına dair elimizdeki en iyi teoridir. Kuantum teorisi deneylere şaşırtıcı bir doğrulukla uysa da kuantum dünyası hakkında bildiklerimizin çoğu açıkça kafa karıştırıcıdır. Büyük fizikçi Richard Feynman'ın şöyle dediği bilinir: "Kuantum mekaniğini anladığınızı düşünüyorsanız, kuantum mekaniğini anlamamışsınızdır."[1]

Örneğin: Planck formülünün en bariz yorumu, ışığın şimdi fotonlar olarak adlandırılan küçük parçacıklardan oluştuğudur ve bir fotonun enerjisi, frekansının Planck sabitiyle çarpımına eşittir. Işık, bu değerin tamsayı katları şeklinde gelir çünkü tam sayıda fotona sahip olmanız gereklidir. Bu açıklama oldukça mantıklıdır ama farklı bir soruyu ortaya çıkarıyor: Bir parçacığın nasıl frekansı olabilir? Frekans, dalgalar için anlamlıdır. Yani bir foton dalga mı yoksa parçacık mı?

Her ikisi de.

Galileo, doğa yasalarının matematik dilinde yazıldığını iddia etti ve Newton'ın *Principia*'sı bu görüşü doğruladı. Birkaç on yıl içinde, Avrupalı matematikçiler bu kavrayışı ısı, ışık, ses, esneklik, titreşimler, elektrik, manyetizma ve akışkanlara kadar genişlettiler. Matematiksel denklemlerdeki bu patlamanın yarattığı klasik mekanik çağı, fiziğe iki ana bileşen kattı. Biri parçacıktı; modelleme amaçları için bir nokta olarak düşünülebilecek kadar küçük bir madde parçası. Diğer ikonik kavram ise dalga konseptiydi. Okyanus boyunca hareket eden bir su dalgası düşünün. Çok fazla rüzgâr yoksa ve karadan uzaksa, dalga şeklini değiştirmeden sabit bir hızla hareket eder. Dalgayı oluşturan gerçek su molekülleri onunla birlikte hareket etmez. Hemen hemen oldukları yerde kalırlar. Dalga geçerken, su molekülleri yukarı ve aşağı ve bir yandan diğer yana hareket eder. Bu hareketi, benzer şekilde hareket ederek aynı temel şekli oluşturan yakındaki moleküllere iletirler. Yani dalga hareket eder ama su bir yere gitmez.

---

1 Richard Feynman, "Fiziksel Kanunun Karakteri" başlıklı bir derste. Daha önce Niels Bohr, "Kuantum teorisine şaşırmayan kimse onu anlamamıştır" demişti, ancak bu tam da aynı mesaj değil.

Dalgalar her yerdedir. Ses, havadaki bir basınç dalgasıdır. Depremler yerde dalgalar oluşturarak binaların yıkılmasına neden olur. Bize televizyonu, radarı, cep telefonlarını ve interneti veren radyo sinyalleri, elektrik ve manyetizma dalgalarıdır.

Ve sonunda ışığın da bir dalga olduğu anlaşıldı.

17. yüzyılın sonlarına doğru, ışığın doğası bazı tartışmalara konu oldu. Newton, ışığın çok sayıda küçük parçacıktan oluştuğuna inanıyordu. Hollandalı fizikçi Christiaan Huygens, ışığın bir dalga olduğuna dair güçlü kanıtlar sundu. Newton bu kanıtlara ustaca parçacık açıklamalarıyla karşı çıktı ve yaklaşık bir yüzyıl boyunca onun görüşleri hâkim oldu. Sonra Huygens'in başından beri haklı olduğu ortaya çıktı. Sonunda dalga görüşü lehine argümanı perçinleyen şey, girişim fenomeniydi. Işık bir mercekten veya bir yarıktan geçerse, kabaca aydınlık ve karanlık bölgelerden oluşan paralel şeritler şeklinde desenler oluşturur. Bunu mikroskopla görmek daha kolaydır ve ışık tek bir renkse daha iyi çalışır.

Dalga teorisi, bu tür fenomenleri basit ve doğal bir şekilde açıklar: bunlar girişim desenleridir. İki dalga grubu üst üste bindiğinde, tepe noktaları birbirini ve çukurlar da birbirini güçlendirir, ancak bir tepe ve çukur birbirini yok eder. Bir gölete iki taş atarak bunu rahatlıkla görebilirsiniz. Her taş, çarpma noktasından dışarıya doğru yayılan bir dizi dairesel dalga oluşturur. Bu dalgalanmaların kesiştiği yerde, Şekil 29'da gösterilen daha çok kavisli bir dama tahtası gibi karmaşık bir desen elde edersiniz.

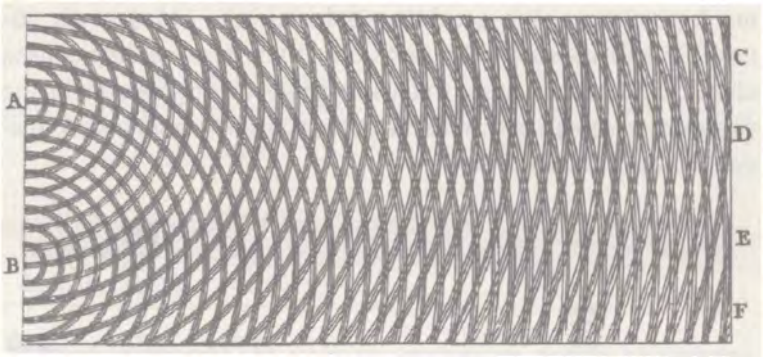
Bütün bunlar oldukça inandırıcı görünüyordu ve bilim insanları ışığın bir parçacık değil bir dalga olduğunu kabul ettiler. Çok barizdi. Sonra Planck geldi ve birdenbire artık bariz değildi.

Fotonların ikili bir doğaya sahip olduklarının –bazen parçacık, bazen dalga olduklarının– klasik kanıtı bir dizi deneyden ortaya çıktı. 1801'de Thomas Young, iki ince paralel yarıktan bir ışık huzmesi geçirmeyi hayal etti. Işık bir dalgaysa, ince bir yarıktan geçerken "kırınım" yapacaktır. Yani, bir gölet üzerindeki dairesel dalgalar gibi yayılacaktır. İki yarıkla, kırınım, iki taşın

birbirine yakın düşürülmesiyle oluşan, karakteristik bir girişim deseni üretmelidir.

Young'ın resmi (Şekil 29), tepeleri karanlık bölgeler, çukurları beyaz bölgeler olarak gösteriyor. A ve B yarıklarından kaynaklanan eş merkezli iki dalga halkası üst üste gelerek girişirler ve C, D, E ve F'ye doğru yayılan tepe çizgilerine yol açarlar. Resmin sağ kenarından yapılan bir gözlem, sırayla aydınlık ve karanlık bantları algılayacaktır. Young aslında bu deneyi yapmadı, ancak bir parça kartla ikiye bölünmüş ince bir güneş ışığı huzmesi kullanarak benzer bir deney yaptı. Beklendiği gibi kırınım bantları ortaya çıktı. Young, ışığı bir dalga olarak ilan etti ve bantların boyutlarından kırmızı ve mor ışığın dalga boylarını tahmin etti.

Şimdiye kadar, bu deney ışığın bir dalga olduğunu doğruluyor. Bir sonraki gelişme, etkilerinin anlaşılması biraz zaman alan adım adım bir ilerlemeydi. 1909'da o zamanlar bir lisans öğrencisi olan Geoffrey Ingram Taylor, çift yarık deneyinin bir versiyonunu bir dikiş iğnesinin her iki tarafında kırılan çok zayıf bir ışık kaynağı kullanarak gerçekleştirdi. Young'ın kartında olduğu gibi, "yarıklar" iğnenin her iki tarafındaki bölgelerdi. Üç aylık bir süre boyunca, bir fotoğraf plakasında bir kırınım deseni oluştu. Yazısı fotonlardan bahsetmiyor, ancak ışık o kadar zayıftı ki çoğu zaman iğneden yalnızca tek bir foton geçiyordu, bu yüzden deney daha sonra, ortaya çıkan desenin birbiriyle girişen iki fotondan kaynaklanmadığının bir kanıtı olarak yorumlandı. Eğer öyleyse, bu tek bir fotonun bir dalga gibi davranabileceğini kanıtlar. Daha sonra Feynman, fotonun hangi yarıktan geçtiğini gözlemlemek için detektörler yerleştirirseniz, desenin kaybolması gerektiğini savundu. Bu bir "düşünce deneyi"ydi, gerçekte yapılmamıştı. Ama hepsini bir araya getirdiğimizde, fotonların bazen parçacıklar, bazen de dalgalar gibi davrandıkları görülüyordu.



Şekil 29. Young'ın, su dalgalarının gözlemlerine dayanan iki yarık girişimi çizimi.

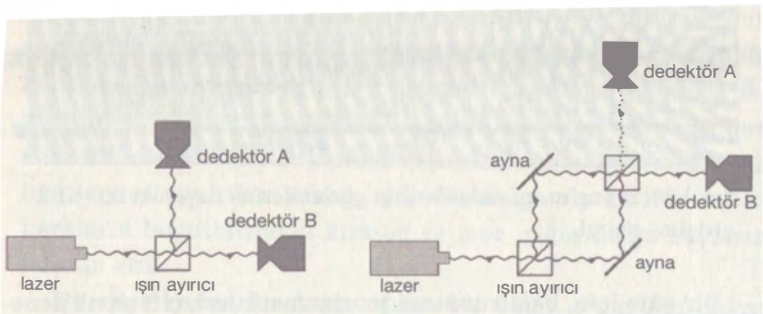
Bir süre için, bazı kuantum teorisi metinleri, çift yarık deneyini ve Feynman'ın sonradan ortaya koyduğu düşünceyi, her iki deney de gerçekte yapılmamış olsa bile, gerçek olarak sunarak fotonun ikili dalga/parçacık yapısını destekledi. Modern zamanlarda bu deneyler düzgün bir şekilde yapıldı ve fotonların ders kitaplarında söylendiği gibi davrandıkları anlaşıldı. Aynı şey elektronlar, atomlar ve (mevcut rekor) 810 atomlu bir molekül için de geçerlidir. 1965'te Feynman, "bu fenomenin herhangi bir klasik yolla açıklanması imkânsızdır ve içinde kuantum mekaniğinin kalbini barındırır" şeklinde yazdı[2].

Kuantum tuhaflığının pek çok benzer örneği keşfedildi ve ben Roger Penrose'un bir makalesinden[3] dalga/parçacık problemini çarpıcı bir şekilde ortaya koyan bir çift deneyi özetleyeceğim. Bu deneyler daha sonra faydasını göreceğimiz bazı yaygın gözlemsel teknikleri ve modelleme varsayımlarını barındırır. Buradaki anahtar ekipman deneycilerin favorisi olan bir ışın ayırıcıdır; üzerine düşen ışığın yarısını dik açıyla yansıtır, diğer yarısının geçmesine izin verir. Yansıtıcı metalik kaplama-

[2] Richard P. Feynman, Robert B. Leighton, ve Matthew Sands. *The Feynman Lectures on Physics*, Volume 3, Addison-Wesley, New York, 1965, sayfa 1.1–1.8.

[3] Roger Penrose. Uncertainty in quantum mechanics: Faith or fantasy? *Philosophical Transactions of the Royal Society* A 369 (2011) 4864–4890.

nın bir miktar ışığın geçebileceği kadar ince olduğu yarı gümüş bir ayna, buna bir örnektir. Genellikle bir cam küp çapraz olarak iki prizmaya kesilir ve çapraz bir yüz boyunca birbirine yapıştırılır. Yapıştırıcının kalınlığı, iletilen ve yansıyan ışık arasındaki oranı kontrol eder.



Şekil 30. Solda: Işık bir parçacıktır. Sağda: Işık bir dalgadır.

İlk deneyde, bir lazer bir foton yayar ve yayılan foton bir ışın ayırıcıya çarpar. A ve B detektörlerinden yalnızca birinin bir foton gözlemlediği görülür. Bu parçacık benzeri bir davranıştır: Foton ya ışın ayırıcıda yansıtılmış ve A'da algılanmıştır ya da ışın ayırıcıdan geçmiş ve B'de algılanmıştır. ("Işın ayırıcı"daki "ayırma," fotonun yansıtılma veya iletilme *olasılığını* ifade eder. Fotonun kendisi bozulmadan kalır.) Foton bir dalga ise bu deney bir anlam ifade etmez.

İkinci deneyde kare şeklinde düzenlenmiş iki ışın ayırıcı ve iki aynadan oluşan bir Mach-Zehnder interferometresi kullanılır. Fotonlar parçacık olsaydı, fotonların yarısının ilk ışın ayırıcıda yansımasını ve diğer yarısının ayırıcıdan geçmesini beklerdik. Sonra aynalar onları ikinci ışın ayırıcıya gönderecek ve %50 A'ya gitme ve %50 B'ye gitme şansları olacak. Ancak gözlemlenen şey bu değildir. Bunun yerine, B her zaman bir foton kaydeder, ancak A'da asla bir şey gözlenmez. Bu sefer, foton bir dalgaysa, ilk ışın ayırıcıda iki küçük dalgaya bölünerek gözlemlenen şeye mükemmel bir anlam katar.



Şekil 31. Solda: İki dalganın genliği ve bağıl faz kayması. Sağda: 1/2'lik bir faz kayması tepeleri çukurlarla hizalar, böylece dalgalar üst üste bindiğinde yok olurlar.

Her biri ikinci ışın ayırıcıya çarpar ve tekrar bölünürler. Birazdan bahsedeceğim ayrıntılı hesaplamalar, A detektörüne yönelen iki dalganın faz dışı olduğunu (birinin tepe noktası olduğu yerde diğerinin çukuru var) ve birbirini yok ettiğini gösteriyor. B'ye giden iki dalga aynı fazdadır (tepe noktaları çakışır) ve tek bir dalga oluşturmak, yani bir foton vermek üzere yeniden birleşirler.

Yani birinci deney, bir fotonun bir dalga değil bir parçacık olduğunu ve ikinci deney de bir fotonun bir parçacık değil bir dalga olduğunu kanıtlıyor gibi görünüyor. Fizikçilerin neden şaşkına döndüğünü görebilirsiniz. Dikkat çekici bir şekilde, her ikisini de bir araya getirmenin mantıklı bir yolunu buldular. İşin içindeki fiziğin gerçek bir açıklaması olmasa da matematiksel olarak kaba bir taslağı şu şekildedir. Dalga fonksiyonu $a + ib$ biçimindeki karmaşık sayılar kullanılarak ifade edilir, a ve b sıradan reel sayılardır ve i eksi birin karekökü dür.[4] Akılda tutulması gereken ana nokta, bir kuantum dalgası bir aynada ya da bir ışın ayırıcıyla yansıtıldığında dalga fonksiyonu i ile çarpılır. (Bu, açık olmasa da ışın ayırıcıda bir kayıp olmadığı varsayımından kaynaklanır: Tüm fotonlar ya iletilir ya da yansıtılır.[5])

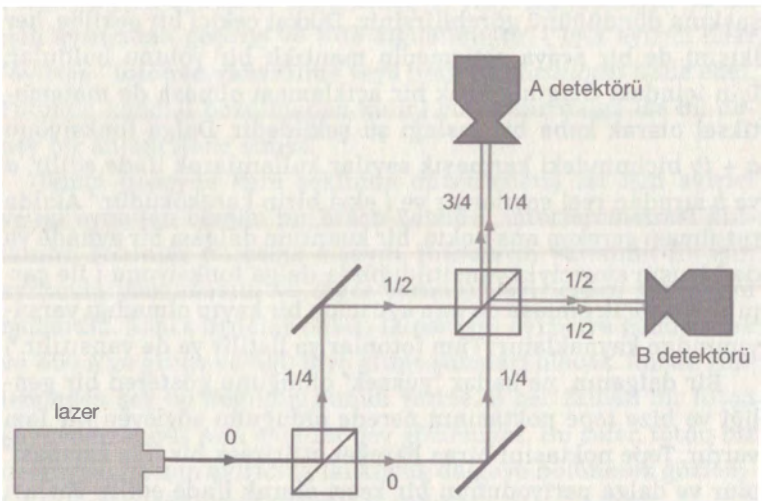
Bir dalganın, ne kadar "yüksek" olduğunu gösteren bir genliği ve bize tepe noktasının nerede olduğunu söyleyen bir fazı vardır. Tepe noktasını biraz hareket ettirirsek bir "faz kayması" olur ve dalga periyodunun bir kesri olarak ifade edilir. Fazları

[4] https://en.wikipedia.org/wiki/Complex_number

[5] François Hénault. Quantum physics and the beam splitter mystery: https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1509/1509.00393.

1/2 farklı olan dalgalar birbirini yok eder, aynı faza sahip dalgalar birbirini güçlendirir. Dalga terimlerinde, dalga fonksiyonunu i ile çarpmak 1/4'lük bir faz kayması gibidir, çünkü $i^4 = (-1)^2 = 1$. Dalga iletildiğinde, ışın ayırıcıdan yansıtılmadan geçer, yapısı değişmez, faz kayması 0'dır.

Her ardışık iletim veya yansımada, faz kaymaları toplanır. Işın ayırıcılarda dalga, her biri bir yöne giden iki yarım dalga olur. Yansıyan dalganın fazı 1/4 oranında değişirken iletilen dalga aynı fazı korur. Şekil 32, düzenek boyunca elde edilen yolları göstermektedir. Yarım dalgalar gri renktedir ve sayılar faz kaymalarını göstermektedir. Bir yol boyunca her yansıma, toplam faz kaymasına 1/4 daha ekler. Yolları izleyerek ve yansımaları sayarak, A detektörüne 1/4 ve 3/4 fazlı iki yarım dalga geldiğini bulabilirsiniz. Bu 1/2'lik bir faz farkıdır, yani birbirlerini yok ederler ve hiçbir şey gözlemlenmez. B detektörüne de iki yarım dalga gelir, ancak bunların fazları 1/2 ve 1/2'dir. Bu, 0'lık bir faz farkıdır, bu nedenle tek bir dalga vermek üzere birleşirler ve B'de bir foton gözlemlenir.



Şekil 32. Cihazdan geçen yollar. Yarım dalgalar gri olarak gösterilmektedir. Sayılar faz kaymalarıdır.

Sihir!

Hesaplamaların tamamını Penrose'un makalesinde bulabilirsiniz. Benzer yöntemler, pek çok deney için geçerlidir ve bunlarla uyumlu sonuçlar verir, matematiksel yöntemler için dikkate değer bir başarıdır bu. Fizikçilerin kuantum teorisini insan zekâsının bir zaferi olarak görmeleri ve doğanın en küçük ölçeklerinde Newton ve haleflerinin klasik mekaniğine çok az benzerlik gösterdiğinin kanıtı olarak görmeleri pek şaşırtıcı değil.

Bir parçacık nasıl aynı zamanda bir dalga olabilir?

Kuantum teorisinin genel cevabı, doğru türde dalganın bir parçacık gibi davranabileceğidir. Aslında, tek bir dalganın biraz bulanık bir parçacık olduğu algısı vardır. Tepe noktası, şekil değiştirmeden hareket eder, bu tam olarak bir parçacığın hareket şeklidir. Kuantum teorisinin iki öncüsü olan Louis de Broglie ve Erwin Schrödinger, bir parçacığı, küçük bir bölgede yoğunlaşmış, hareketli ve yukarı ve aşağı sallanan ancak bir arada kalan küçük bir dalga demeti olarak temsil ettiler. Buna dalga paketi dediler. 1925'te Schrödinger, kuantum dalgaları için şimdi kendi adını taşıyan genel bir denklem geliştirdi ve ertesi yıl yayınladı. Sadece atom altı parçacıklar için değil, herhangi bir kuantum sistemi için de geçerlidir. Sistemin ne yaptığını bulmak için, Schrödinger denkleminin uygun versiyonunu yazar ve denklemi çözerseniz sistemin dalga fonksiyonunu elde edersiniz.

Matematik jargonunda Schrödinger'in denklemi doğrusaldır. Yani, bir çözümü alıp bir sabitle çarparsanız veya iki çözümü toplarsanız sonuç yine bir çözümdür. Bu yapıya *üst üste binme* denir. Klasik fizikte de benzer bir şey olur. İki parçacık aynı anda aynı yerde olamasa da iki dalga mutlu bir şekilde bir arada var olabilir. Dalga denkleminin en basit versiyonlarında, çözümler üst üste binerek çözümler verir. Gördüğümüz gibi, üst üste binmelerin bir etkisi girişim desenlerinin yaratılmasıdır. Schrödinger denkleminin bu özelliği, çözümlerinin en iyi dalgalar şeklinde düşünüldüğünü ima eder ve sistemin kuantum durumu için "dalga fonksiyonu" terimine yol açar.

Kuantum olayları çok küçük uzamsal ölçeklerde meydana gelir ve doğrudan gözlemlenemezler. Bunun yerine, kuantum

dünyası hakkındaki bilgimiz *gözlemleyebileceğimiz* etkilerden çıkarılır. Mesela bir elektronun tüm dalga fonksiyonunu gözlemlemek mümkün olsaydı, birçok kuantum bulmacası ortadan kalkardı. Ancak bu mümkün değil gibi görünüyor. Dalga fonksiyonunun bazı özel *yönleri* gözleme açıktır, ancak tamamı değil. Aslında, bir yönünü gözlemlediğinizde, diğerleri ya gözlemlenemezdir ya da o kadar çok değişmiştir ki ikinci gözlemin birincisiyle hiçbir yararlı ilişkisi yoktur.

Dalga fonksiyonunun bu gözlemlenebilir yönlerine *özdurumlar* denir. İsim, "karakteristik durumlar" gibi bir anlama gelen Almanca/İngilizce karışımıdır ve kesin bir matematiksel tanımı vardır. Özdurumları bir araya toplayarak herhangi bir dalga fonksiyonu oluşturulabilir. Fourier'in ısı denkleminde benzer bir şey olur, ancak titreşen bir keman telinde modellenen yakından ilişkili dalga denklemini görselleştirmek daha kolaydır. Özdurumların analogları, Şekil 29'daki gibi sinüs fonksiyonlarıdır ve uygun kombinasyonlar eklenerek herhangi bir dalga şekli oluşturulabilir. Ana sinüs dalgası, keman telinin ürettiği temel saf notadır; diğer daha yakın aralıklı sinüs dalgaları onun harmonikleridir. Klasik mekanikte telin şeklini bütünüyle ölçebiliriz. Ancak bir kuantum sisteminin durumunu gözlemlemek istiyorsanız, önce bir özdurum seçmeli ve ardından dalga fonksiyonunun sadece bu bileşenini ölçmelisiniz. Daha sonra farklı bir tane ölçebilirsiniz, ancak ilk gözlem dalga fonksiyonunu bozar, bu nedenle ilk özdurum muhtemelen o zamana kadar değişmiştir. Bir kuantum durumu, özdurumların bir üst üste binmesi olabilse de (ve genellikle öyledir), bir kuantum ölçümünün sonucu saf bir özdurum olmalıdır.

Örneğin bir elektron, *spin* olarak bilinen bir özelliğe sahiptir. İsmi, erken dönem mekanik bir benzetmeden gelir ve herhangi bir anlam kaybı olmaksızın tamamen farklı bir isim de olabilirdi; sonraki kuantum özelliklerinin "tılsım" ve "alt" gibi isimlerle sonuçlanmasının bir nedenidir bu. Elektronun spini, klasik spinle bir matematiksel özelliği paylaşır: bir ekseni vardır. Dünya kendi ekseni etrafında dönerek bize gece ve gündüzü yaşatır ve eksen gezegenin yörüngesine 23,4°'lik bir açıyla eğilir.

Bir elektronun da bir ekseni vardır, ancak herhangi bir zamanda herhangi bir yöne işaret edebilen matematiksel bir yapıdır. Öte yandan, spinin büyüklüğü her zaman aynıdır: 1/2. Herhangi bir kuantum parçacığı için bir tam sayı ya da tam sayının yarısı olan ve belirli bir parçacık türü için her zaman aynı olan ilişkili "kuantum sayısı"dır.[6] Üst üste binme ilkesi, elektronun, siz ölçene kadar, *aynı anda* birçok farklı eksen etrafında dönebileceği anlamına gelir. Bir eksen seçer ve spini ölçerseniz +1/2 veya -1/2 elde edersiniz, çünkü her eksenin iki yönü vardır.[7]

Bu tuhaf. Teori, durumun hemen hemen her zaman bir üst üste binmiş durum olduğunu söyler; gözlemler öyle olmadığını söylüyor. İnsan faaliyetinin bazı alanlarında, bu büyük bir tutarsızlık olarak kabul edilebilir, ancak kuantum teorisinde herhangi bir yere varmak için kabul etmeniz gereken bir şeydir. Ve bunu yaptığınızda o kadar güzel sonuçlar elde edersiniz ki teoriyi reddetmek için deli olmanız gerekir. Bunun yerine, bir kuantum sistemini ölçme eyleminin, ölçmeye çalıştığınız şeyin özelliklerini bir şekilde yok ettiğini kabul ediyorsunuz.

Bu tür sorunlarla boğuşan fizikçilerden biri, 1921'de Kopenhag'da kurduğu enstitüde çalışan Niels Bohr'du; Teorik Fizik Enstitüsü ismini, 1993'te Niels Bohr Enstitüsü olarak değiştirdi. Werner Heisenberg 1920'lerde burada çalışmıştı ve 1929'da Chicago'da (Almanca) "kuantum teorisinin Kopenhag ruhu"na atıfta bulunan bir konferans verdi. Bu, 1950'lerde kuantum gözlemlerinin "Kopenhag yorumu" terimine yol açtı. Bu yorum, bir kuantum sistemini gözlemlediğinizde, dalga fonksiyonunun tek bileşenli bir özduruma çökmeye zorlandığını savunuyordu.

Schrödinger dalga fonksiyonlarının çökmesinden pek memnun değildi, çünkü bunların gerçek fiziksel şeyler olduğuna ina-

---

[6] Spin kuantum sayısı n ise, spin açısal momentumu $S = (h/4\pi)\sqrt{n(n+2)}$ dir, h Planck sabitidir.

[7] Elektron spini tuhaftır. Zıt yönlere işaret eden ↑ ve ↓ iki spin durumunun üst üste binmesi, yönü orijinal durumların üst üste geldiği oranlarla ilgili olan bir eksene sahip tek bir spin durumu olarak yorumlanabilir. Ancak, herhangi bir eksenle ilgili bir ölçüm ya 1/2 ya da –1/2 verir. Bu, 3. referansta atıfta bulunulan Penrose'un makalesinde açıklanmıştır.

nıyordu. Kopenhag yorumuna karşı çıkmak için bir kediyi içeren ünlü düşünce deneyini buldu. Ancak bir başka kuantum belirsizliği örneğini, radyoaktif bozunmayı içermektedir. Bir atomdaki elektronlar belirli enerji seviyelerinde bulunurlar. Seviye değiştirdiklerinde, atom, aralarında fotonların da bulunduğu çeşitli parçacıklar biçiminde enerji yayar veya emer. Radyoaktif bir atomda, bu tür geçişler, çekirdekten parçacıklar çıkaracak ve atomu farklı bir elemente dönüştürecek kadar şiddetli olabilir. Bu etkiye radyoaktif bozunma denir. Nükleer silahlar ve elektrik santrallerinin çalışma prensibi buna dayanır.

Bozunma rastgele bir süreçtir, bu nedenle şu anda gözlemlenmeyen tek bir radyoaktif atomun kuantum durumu, "bozunmamış" ve "bozunmuş" durumların bir üst üste binmesidir. Klasik sistemler böyle davranmaz. Kesin gözlemlenebilir durumlarda bulunurlar. İnsan ölçeğinde (çoğunlukla) klasik, ancak yeterince küçük ölçeklerde tamamen kuantum olan bir dünyada yaşıyoruz. Bu nasıl olur? Schrödinger'in düşünce deneyi, kuantum dünyasıyla klasik dünyayı birbirine düşürdü. Bir kedi, bir zehirli gaz şişesi, bir parçacık detektörü ve bir çekiç (klasik bir sistem) içeren bir kutunun içine radyoaktif bir atom (kuantum biti) koyun. Atom bozunduğunda, detektör şişeyi parçalayan çekici tetikler, zavallı kedicik için üzücü bir son olur.

Kutu herhangi bir gözlem yöntemi için geçirgen değilse, atom "bozunmamış" ve "bozunmuş" durumların üst üste binmiş bir durumundadır. Bu nedenle, Schrödinger der ki, kedi de üst üste binmiş bir durumda olmalıdır: uygun oranlarda hem "canlı" hem de "ölü."[8] Sadece kutuyu açıp içindekini gözlemlediğimizde atomun dalga fonksiyonunu çökertiriz, dolayısıyla kedinin

[8] Eğer klasik bir neden klasik bir etki yaratıyorsa, o zaman bu nedenin bir kuantum kısmı (bazı üst üste binmiş durumda) aynı etkinin bir kuantum kısmını üretiyor olması burada incelenmemiş bir varsayımdır. Yarı bozunmuş bir atom, yarı ölü bir kedi yaratır. Olasılıklar açısından bir mantığı var, ancak genel olarak doğru olsaydı, bir Mach-Zehnder interferometresindeki yarım foton dalgası, bir ışın ayırıcıya çarptığında yarım bir ışın ayırıcı yaratırdı. Dolayısıyla, kuantum dünyasının davranışı klasik hikâyelerin bu tür bir üst üste binmesi şeklinde olamaz.

dalga fonksiyonunu da çökertiriz. Şimdi atomun ne yaptığına bağlı olarak kedi ya ölü ya da diridir. Benzer şekilde, atomun ya bozunduğunu ya da bozunmadığını öğreniriz.

Burada bu düşünce deneyinin tüm ayrıntılarına girmek istemiyorum[9] ama Schrödinger yarı canlı, yarı ölü bir kedinin mantıklı olduğunu düşünmüyordu. Daha temeldeki problemi, dalga fonksiyonunun *nasıl* çöktüğünü ve örneğin bir kedi gibi büyük bir temel parçacıklar topluluğu olarak kabul edilen büyük kuantum sistemlerinin neden klasik hale geldiğini kimsenin açıklayamamasıydı. Fizikçiler, üst üste binmenin meydana geldiğini göstermek için daha büyük kuantum sistemleriyle deneyler yaptılar. Henüz kedilerle değil ama elektronlardan çok küçük elmas kristallerine kadar her şeyle deneyler yaptılar. Simon Gröblacher bunu tardigradlarla –"su ayıları" veya "yosun domuzcukları" olarak da adlandırılan ve olağanüstü derecede sağlam olan küçük yaratıklarla– onları bir kuantum trambolin üzerine koyarak yapmayı umuyor.[10] (Ciddiyim. Buna geri döneceğim.) Ancak bu deneyler Schrödinger'in sorusuna cevap vermiyor.

Temel felsefi mesele şudur: Bir gözlem nedir? Schrödinger senaryosunu varsayarsak, kutunun içindeki detektör bozunmayı "gözlemlediğinde" kedinin dalga fonksiyonu çöküyor mu? *Kedi* zehirli gazı fark ettiğinde dalga fonksiyonu çöküyor mu? (Bir kedi gözlemci olabilir: Kedilerimizden biri Japon balığını saplantılı bir şekilde gözlemler.) Ya da dalga fonksiyonu kutunun içinde ne olduğunu görmek için bir insan kutuyu açana kadar bekler mi? Bunlardan herhangi biri için tartışabiliriz ve eğer kutu gerçekten geçirimsiz ise, hangisi olduğunu söylemenin bir yolu yok. Kutunun içine bir video kamera koysak? Ah, ama kutuyu açmadan ne kaydettiğini öğrenemezsiniz. Belki siz gözlemleyene kadar "canlı kedi kaydı" ve "ölü kedi kaydı"nın üst üste binmiş halindedir. Belki de atom bozunduğu anda durumu çoktan çökmüştü. Belki arada bir yere çökmüştür.

---

[9] Schrödinger'in kedisini *Calculating the Cosmos*, Profile, London, 2017 kitabımda uzun uzadıya tartıştım.

[10] Tim Folger. *Crossing the quantum divide*, Scientific American 319 (July 2018) 30–35.

"Kuantum gözlemin ne olduğu" sorunu hâlâ çözülmüş değil. Matematikte modelleme şeklimiz net ve düzenlidir ve ölçüm cihazının bir kuantum sistemi olmadığını varsaydığı için gerçek bir gözlemin nasıl yapıldığıyla ciddi bir benzerlik göstermez. Bunu düşünme şeklimiz çoğu fizikçi tarafından göz ardı edilmektedir ve diğerleri tarafından hararetle tartışılmaktadır. Bu tartışmaya Bölüm 16'da geri döneceğim. Şimdilik, hatırlanması gereken ana şeyler, üst üste binme ilkesi, genellikle ölçebildiğimiz tek şeyin bir özdurum olduğu gerçeği ve bir kuantum gözleminin çözülmemiş doğasıdır.

Bu temel meselelere rağmen kuantum mekaniği gerçekten başarılı oldu. Birkaç parlak öncünün elinde, daha önce kafa karıştırıcı olan uzun bir deney listesine açıklık getirdi ve birçok yenisini motive etti. Albert Einstein, uygun bir metale çarpan bir ışık demetinin elektrik oluşturduğu fotoelektrik etkiyi açıklamak için kuantum teorisini kullandı. Bu çalışmasıyla Nobel Ödülü'nü aldı. İronik olarak, kuantum teorisinden hiçbir zaman tamamen mutlu olmadı. Onu endişelendiren şey belirsizlikti. Aklında değil, teorinin kendisinde.

Mekanik nicelikler (klasik veya kuantum olsun) doğal olarak ilişkili çiftler halinde gelir. Örneğin, konum momentumla (kütle çarpı hızla) ilişkilidir ve hız, konumun değişim oranıdır. Klasik mekanikte bu iki niceliği aynı anda ölçebilirsiniz ve prensipte bu ölçümler istediğiniz kadar hassas olabilir. Sadece ne yaptığını ölçerken parçacığı çok fazla rahatsız etmemeye özen göstermelisiniz. Ancak 1927'de Heisenberg, kuantum mekaniğinin böyle olmadığını savundu. Bunun yerine, bir parçacığın konumunu ne kadar doğru ölçerseniz, hızını o kadar az doğru olarak belirleyebilirsiniz ve bunun tersi de geçerlidir.

Heisenberg, "gözlemci etkisi" açısından gayri resmi bir açıklama yaptı: Gözlemleme eylemi, gözlemlediğiniz şeyi rahatsız eder. İnsanları onun haklı olduğuna ikna etmeye yardımcı oldu, ama aslında bu bir aşırı basitleştirmedir. Gözlemci etkisi klasik mekanikte de ortaya çıkar. Bir futbol topunun konumunu gözlemlemek için üzerine bir ışık tutabilirsiniz. Çarpan ışık yansıtılır ve top çok az yavaşlar. Daha sonra, diyelim ki topun bir

metre yolu ne kadar sürede aldığını ölçerek hızı ölçtüğünüzde, ışık tutmadan hemen önce olduğundan biraz daha düşük bir sonuç bulursunuz. Yani topun konumunu ölçmek, hızının ölçümünü değiştirir. Heisenberg, klasik fizikte dikkatli ölçümlerin bu değişikliği ihmal edilebilir kıldığını belirtti. Ancak kuantum aleminde, ölçümler daha çok topa güçlü bir vuruş yapmak gibidir. Ayağınız vuruş yaptığınız anda topun nerede olduğunu söyler ama nereye gittiği hakkında hiçbir fikriniz yoktur.

Güzel bir benzetme ama teknik olarak yanlış. Heisenberg'in kuantum ölçümlerinin doğruluğu konusundaki sınırlaması çok daha derinlere iniyor. Aslında, herhangi bir dalga fenomeni için geçerlidir ve maddenin çok küçük ölçeklerde dalga doğasının bir başka kanıtıdır. Kuantum dünyasında resmi olarak Heisenberg'in belirsizlik ilkesi olarak ifade edilir. Matematiksel olarak 1927'de Hesse Kennard ve bir yıl sonra Hermann Weyl tarafından formüle edilmiştir. Konumdaki belirsizlikle momentumdaki belirsizliğin çarpımının en az $h/4\pi$ olduğunu söyler, burada h Planck sabitidir. Sembollerle şu şekildedir:

$$\sigma_x \sigma_p \geq h/4\pi$$

sigmalar standart sapmalar, x konum ve p momentumdur.

Bu formül, kuantum mekaniğinin doğal bir belirsizlik düzeyi içerdiğini gösterir. Bilim teoriler önerir ve bunları deneylerle test eder. Deneyler, doğru olup olmadıklarını görmek için teori tarafından tahmin edilen nicelikleri ölçer. Ancak belirsizlik ilkesi, belirli ölçüm kombinasyonlarının *imkânsız* olduğunu söylüyor. Bu, mevcut cihazın bir sınırlaması değil, doğanın bir sınırlamasıdır. Dolayısıyla kuantum teorisinin bazı yönleri deneysel olarak doğrulanamaz.

Heisenberg ilkesi, daha da garibi, bazı değişken çiftleri için geçerlidir, ancak diğerleri için geçerli değildir. Konum ve momentum gibi belirli "eşlenik" veya "tamamlayıcı" değişken çiftlerinin ayrılmaz bir şekilde bağlantılı olduğunu söyler. Birini çok doğru bir şekilde ölçersek, matematiksel olarak bağlantı kurma biçimleri, diğerini de çok doğru bir şekilde ölçemeyeceğimiz anlamına gelir. Ancak bazı durumlarda, kuantum dünyasında bile iki farklı değişken aynı anda ölçülebilir.

Artık Heisenberg'in açıklamasının aksine, belirsizlik ilkesinin ifade ettiği belirsizliklerin gözlemci etkisinden gelmediğini biliyoruz. 2012'de Yuji Hasegawa, nötron gruplarının spinlerini ölçtü ve gözlem eyleminin Heisenberg tarafından belirtilen belirsizlik miktarını yaratmadığını buldu.[11] Aynı yıl, Aephraim Steinberg yönetimindeki bir ekip, çok hassas fotonlar üzerinde ölçümler yapmayı başardı, tekil fotonların ölçümlerinde belirsizlik ilkesinin belirttiğinden daha az belirsizlik buldular.[12] Ancak, fotonların ne yaptığına dair toplam belirsizlik hâlâ Heisenberg sınırını aştığı için matematiğinde sorun yok.

Deney, konum ve momentumu değil, polarizasyon adı verilen daha ince bir özelliği kullanır. Bu, bir fotonu temsil eden dalganın titreştiği yöndür. Yukarı ve aşağı, sağdan sola veya başka bir yönde olabilir. Birbirine dik açılı yönlerdeki polarizasyonlar eşlenik değişkenlerdir, bu nedenle belirsizlik ilkesine göre bunları aynı anda yüksek hassasiyetle ölçemezsiniz. Deneyciler, bir fotonun bir düzlemdeki polarizasyonunun zayıf bir ölçümünü yaptılar, bu da onu fazla rahatsız etmedi (bir futbol topunu tüyle gıdıklamak gibi). Sonuç çok doğru değildi, ancak polarizasyon yönü hakkında bir tahmin sağladı. Sonra aynı fotonun ikinci düzlemdeki polarizasyonunu aynı şekilde ölçtüler. Son olarak, çok doğru bir sonuç veren güçlü bir ölçüm (sert bir vuruş) kullanarak polarizasyonunu orijinal yönde ölçtüler. Bu onlara zayıf ölçümlerin birbirini ne kadar rahatsız ettiğini söylüyordu. Bu son gözlem fotonu çok rahatsız etmişti ama artık bunun bir önemi yoktu.

Bu gözlemler birçok kez tekrarlandığında, bir polarizasyonun ölçümü fotonu Heisenberg ilkesinin belirttiği kadar ra-

---

[11] Jacqueline Erhart, Stephan Sponar, Georg Sulyok, Gerald Badurek, Masanao Ozawa, ve Yuji Hasegawa. Experimental demonstration of a universally valid error-disturbance uncertainty relation in spin measurements, *Nature Physics* 8 (2012) 185–189.

[12] Lee A. Rozema, Ardavan Darabi, Dylan H. Mahler, Alex Hayat, Yasaman Soudagar, ve Aephraim M. Steinberg. Violation of Heisenberg's measurement-disturbance relationship by weak measurements, *Physics Review Letters* 109 (2012) 100404. Erratum: *Physics Review Letters* 109 (2012) 189902.

hatsız etmedi. Gerçek rahatsızlık yarısı kadar büyük olabilirdi. Ancak bu ilkeyle çelişmez, çünkü *her iki* durumu da yeterince doğru bir şekilde ölçemezsiniz. Fakat belirsizliği yaratanın her zaman ölçüm eylemi olmadığını gösterir. Rahatsızlık zaten orada mevcuttur.

Kopenhag bir yana dursun, dalga fonksiyonlarının üst üste binmesi, Einstein, Boris Podolsky ve Nathan Rosen'in şimdi EPR paradoksu olarak adlandırılan ünlü bir makale yayınladıkları 1935'e kadar basit görünüyordu. Kopenhag yorumuna göre, iki parçacıktan oluşan bir sistemin, bir tanesi üzerinde yapılan bir ölçümün – birbirlerinden ne kadar uzak olursa olsunlar – diğeri üzerinde anlık bir etkisi olmadıkça belirsizlik ilkesini ihlal etmesi gerektiğini savundular. Einstein bunu "uzaktan tuhaf etki" olarak tanımladı, çünkü hiçbir sinyalin ışıktan daha hızlı hareket edemeyeceği temel görelilik ilkesiyle tutarlı değildi. Başlangıçta, EPR paradoksunun Kopenhag yorumunu çürüttüğüne inanıyordu, bu nedenle kuantum mekaniği eksikti.

Bugün, kuantum fizikçileri her şeyi çok farklı görüyor. EPR'nin ortaya çıkardığı etki gerçek. İki (veya daha fazla) "dolaşık" parçacık veya başka kuantum sistemleri gibi çok özel bir düzenekte ortaya çıkar. Parçacıklar dolaşık olduğunda kendi kimliklerini kaybederler, çünkü herhangi uygun bir gözlem, tek tek bileşenlere değil, tüm sistemin durumuna atıfta bulunur. Matematiksel olarak, birleşik sistemin durumu, bileşenlerin durumlarının "tensör çarpımı" şeklinde verilir (bunu birazdan açıklamaya çalışacağım). Karşılık gelen dalga fonksiyonu, her zamanki gibi, sistemi herhangi bir durumda gözlemleme olasılığını verir. Ancak durumların kendileri, ayrı bileşenlerin gözlemlerine bölünmezler.

Tensör çarpımları kabaca şu şekilde çalışır. İki kişinin bir şapkası ve bir ceketi olduğunu varsayalım. Şapkalar kırmızı veya mavi olabilir; ceketler yeşil veya sarı olabilir. Her kişi şapkalar ve ceketlerden birini seçer, bu nedenle kıyafetlerinin "durumu" (kırmızı şapka, yeşil ceket) veya (mavi şapka, sarı ceket) gibi bir çifttir. Bir kuantum evreninde, şapkaların durumları üst üste bindirilebilir, böylece "1/3 kırmızı + 2/3 mavi şapka"

mantıklıdır ve benzer şekilde ceketler için de. Tensör çarpımı, üst üste binmeleri (şapka, ceket) çiftlerine genişletir. Matematiksel kurallar bize, sabit bir ceket rengi seçimi için, diyelim yeşil, iki şapka durumunun üst üste binmesinin tüm sistemi şu şekilde ayrıştırdığını söyler:

(1/3 kırmızı + 2/3 mavi şapka, yeşil ceket) = 1/3(kırmızı şapka, yeşil ceket) + 2/3(mavi şapka, yeşil ceket)

Aynı şey, sabit bir şapka seçimiyle iki ceket durumunun üst üste binmesi için de geçerlidir. Bunun gibi durumlar aslında bize şapka ve ceket durumları arasında önemli bir etkileşimin meydana gelmediğini söylüyor. Bununla birlikte, bu tür etkileşimler, örneğin aşağıdaki gibi "dolaşık" durumlar için gerçekten de meydana gelir

1/3(kırmızı şapka, yeşil ceket) + 2/3(mavi şapka, sarı ceket)

Kuantum mekaniğinin kuralları, şapkanın rengini ölçmenin sadece şapkanın durumunu değil, tüm şapka/ceket sisteminin durumunu da çökerteceğini öngörür. Bu, doğrudan ceket durumu üzerindeki kısıtlamaları ifade eder.

Aynı şey kuantum parçacık çiftleri için de geçerlidir: biri şapka için, biri de ceket için. Renkler yerine spin veya polarizasyon gibi değişkenler gelir. Ölçülen parçacık bir şekilde durumunu diğerine *aktarıyor* ve üzerinde yapılan herhangi bir ölçümü etkiliyor gibi görünebilir. Parçacıklar birbirlerinden ne kadar uzakta olursa olsun bu etki gerçekleşir. Göreliliğe göre, sinyaller ışıktan daha hızlı hareket edemezler, ancak bir deneyde, bu etkiyi açıklamak için ışıktan 10.000 kat hızlı hareket etmeleri gerekirdi. Bu nedenle, dolaşıklıkların gözlemler üzerindeki etkisine bazen kuantum ışınlanma denir. Kuantum dünyasının klasik fizikten ne kadar farklı olduğunu gösteren ayırt edici bir özellik –belki de *en* ayırt edici özellik– olarak kabul edilir.

Uzaktan tuhaf etki hakkında kaygılanan Einstein'a geri dönelim. Başlangıçta dolaşık durumlar muammasına farklı bir cevap vermeyi tercih etmişti: Bir gizli-değişken teorisi. Temelde yatan belirlenimci bir açıklama. 4. Bölüm'deki gibi yazı tura

atmayı düşünün. Olasılıksal yazı/tura durumu, konum ve spin hızı değişkenleriyle birlikte madeni paranın daha ayrıntılı bir mekanik modeliyle açıklanır. Bunlar ikili yazı/tura değişkeniyle ilişkili değildir. Bu, madeni paranın yörüngesini bir masa, bir el veya zeminle keserek durumunu "gözlemlediğimizde" ortaya çıkar. Madeni para gizemli bir şekilde yazı ve tura arasında rastgele bir şekilde titreşmiyor; çok daha egzotik bir şey yapıyor.

Her kuantum parçacığının, bir gözlemin sonucunu benzer bir şekilde belirleyen gizli bir dinamiği olduğunu varsayalım. Ayrıca, iki parçacık başlangıçta dolaşık olduğunda, onların gizli dinamiklerinin senkronize olduğunu da varsayalım. Bundan sonra, herhangi bir anda ikisi de aynı gizli durumdadır. Birbirlerinden ayrılsalar bile hâlâ aynı gizli durumdadırlar. Bir ölçümün sonucu rastgele değil de bu iç durum tarafından öngörülüyorsa, aynı anda her iki parçacık üzerinde yapılan ölçümler de uyumlu olmalıdır. Aralarında haberleşmeleri için bir sinyale gerek yoktur.

Buluşan, saatlerini senkronize eden ve ayrılan iki casus gibidirler. Herhangi bir anda birisi saatine bakar ve saat 18:34'ü gösteriyorsa, o anda diğerinin saatinin de 18:34'ü gösterdiğini tahmin edebilir. Her ikisi de aralarında herhangi bir haberleşme olmadan, önceden belirlenmiş aynı anda harekete geçebilirler. Bir kuantum parçacığının gizli dinamiği de bir saat gibi davranarak aynı şekilde çalışabilir. Tabii ki senkronizasyon çok hassas olmalıdır, yoksa iki parçacık ritmi kaçırırlar, ancak kuantum durumları çok hassastır. Örneğin tüm elektronlar, birçok ondalık basamağa kadar aynı kütleye sahiptir.

Güzel bir fikir. Deneylerde dolaşık parçacıkların nasıl üretildiğine çok yakın.[13] Prensipte belirlenimci bir gizli-değişken

[13] Toplam spin sıfır olacak şekilde her biri sıfırdan farklı spine sahip bir çift parçacık üretirseniz, o zaman (spin için başka bir terim olan) açısal momentumun korunumu ilkesi, parçacıklar birbirlerinden ayrıldıklarında –rahatsız edilmedikleri sürece– spinlerinin mükemmel bir şekilde ilintisiz kalacağını ima eder. Yani, spinleri aynı eksen boyunca her zaman zıt yönleri gösterir. Şimdi birini ölçer ve dalga fonksiyonunu çökertirseniz, belirli bir yönde kesin bir spin elde edersiniz. Dolayısıyla

teorisinin dolaşıklığı uzaktan tuhaf bir etki olmadan açıklayabileceğini göstermekle kalmaz, böyle bir teorinin var olması gerektiğine dair bir kanıta da yaklaşır. Ancak fizikçiler, bir sonraki bölümde göreceğimiz gibi, hiçbir gizli-değişken teorisinin mümkün olmadığına karar verdiğinde, bu ikinci plana atıldı.

diğeri de çökmeli ve tam tersi sonuç vermelidir. Kulağa çılgınca geliyor, ama işe yarıyor gibi görünüyor. Aynı zamanda benim casus çiftimin bir varyasyonu; sadece saatlerini senkronize etmemişler.

16

ZARLAR TANRI'YI OYNAR MI?

Kozmos'tan önce Kaos vardı ve biz de biçimsiz
ve boşluksuz bir Kaos'a daldık.
John Livingstone Lowes, *The Road to Xanadu*

Fizikçiler, maddenin en küçük ölçeklerinde kendine ait bir iradesi olduğunu kabul etmek zorunda kaldılar. Madde, parçacıktan dalgaya, bir elementin radyoaktif atomundan tamamen farklı bir elemente kendiliğinden değişmeye karar verebilir. Harici hiçbir ajana ihtiyaç yoktur, sadece *değişir*. Kural yok. Einstein'ın homurdandığı gibi, tam olarak Tanrı'nın zar atmaması meselesi değildi. Bundan daha kötüydü. Zar bir rastgelelik simgesi olabilir, ancak Bölüm 4'te aslında belirlenimci olduklarını gördük. Bunu akılda tutarak, Einstein'ın şikâyeti gerçekten de Tanrı'nın, nasıl düştüklerini gizli dinamik değişkenleri belirleyen zarlar attığı şeklinde olmalıydı. Einstein'ın karşı çıktığı kuantum görüşü, Tanrı'nın zar atmadığı, ancak atmış olsaydı aynı sonuçları elde edeceğiydi. Ya da daha doğrusu, zarlar kendilerini atarlar ve sonuç olarak evren meydana gelir. Temel olarak, kuantum zarları Tanrı'yı oynuyor. Ama bunlar mecazi zarlar mı, gerçek rastgeleliğin somutlaşmış örnekleri mi, yoksa kozmosun dokusunda kaotik bir şekilde sıçrayan belirlenimci zarlar mı?

Antik Yunanistan'ın yaratılış mitlerinde, "Kaos," evrenin yaratılışından önce gelen biçimsiz bir ilkel durumdur. Bu, Cennet ve Dünya ayrıldığında ortaya çıkan boşluktu, Dünya'nın üzerinde durduğu Dünya'nın altındaki boşluk ve –Hesiodos'un *Theogony*'sinde– ilk ilkel tanrıydı. Kozmos'tan önce Kaos vardı. Ancak modern fiziğin gelişiminde, Kozmos Kaos'tan önce gelir.

Spesifik olarak, kuantum teorisi, belirlenimci kaos olasılığının tam olarak anlaşılmasından yarım yüzyıl önce icat edildi ve geliştirildi. Bu nedenle, kuantum belirsizliğinin, baştan beri, evrenin dokusunda yerleşik olarak tamamen rastgele olduğu varsayıldı.

Kaos teorisi artık yaygın olarak bilinir hale geldiğinde, kuantum belirsizliğinin doğası gereği rastgele olduğu, bunu açıklamak için daha derin bir yapı olmaksızın ve daha derin bir yapıya *ihtiyaç* da olmadığı paradigması o kadar kökleşmişti ki, onu sorgulamak bile tabuydu. Ancak, fizikçiler kuantumları merak etmeye başlamadan *önce*, matematikçiler kaos teorisini –sadece Poincaré tarafından ortaya çıkarılan tuhaf bir örnek değil, iyi gelişmiş bir matematik dalı olarak– ortaya atmış olsaydı, her şeyin farklı olabileceğini düşünmekten kendimi alamıyorum.

Sorun, kuantum rastgeleliğinin nereden geldiğidir. Geleneksel görüş hiçbir yerden gelmediğidir; sadece oradadır. Sorun, bu durumda kuantum olaylarının neden böyle düzenli istatistiğe sahip olduğunu açıklamaktır. Her radyoaktif izotopun kesin bir "yarı ömrü" vardır, yarı ömür büyük bir numunedeki atomların yarısının bozunması için geçen süredir. Bir radyoaktif atom, yarı ömrünün ne olması gerektiğini nasıl bilebilir? Ne zaman bozunacağını söyleyen nedir? Her şey "şans" demek çok güzel, ancak diğer her bağlamda, şans ya olayları yaratan mekanizmalara dair bilgisizliği ya da bu mekanizmalar hakkındaki bilgiden matematiksel çıkarımları yansıtır. Kuantum mekaniğinde şans mekanizmadır.

Öyle olması gerektiğini söyleyen bir matematik teoremi bile var; muhtemelen John Bell'e Nobel Fizik Ödülü kazandıracak olan Bell teoremi. 1990'da bu onur için aday gösterildiğine yaygın olarak inanılıyor, ancak adaylar gizli tutulduğu ve Bell, kazananlar açıklanmadan önce felçten öldüğü için Nobel alma şansı olmadı. Ancak, aşırı tutucu fiziğin çoğu açıklamasında olduğu gibi, daha derine inerseniz, meseleler herkesin iddia ettiği kadar basit değildir. Bell eşitsizliğinin kuantum mekaniği için herhangi bir gizli-değişken teorisini mümkün kılmadığı sıklıkla söylenir, ancak bu ifade çok geniştir. Gerçekten de gizli değiş-

kenler *türünden* bazı açıklamaları dışlar, ancak hepsini değil. Teoremin ispatı, tamamı açıklanmayan bir dizi matematiksel varsayımı içerir. Daha yakın tarihli çalışmalar, belirli türdeki kaotik dinamiklerin, prensipte, kuantum belirsizliğinin altında yatan belirlenimci bir mekanizma sunabileceğini öne sürüyor. Şu anda bunlar ipuçları, kesin bir teori değil, ancak kaos kuantum teorisinden önce keşfedilmiş olsaydı, belirlenimci bir görüşün geleneksel bir görüş olabileceğini öne sürüyorlar.

İlk günlerde bile, birkaç fizikçi kuantum belirsizliğinin geleneksel görüşüne meydan okudu. Ve son yıllarda, bazı kapıların açılmaması gerektiğine dair hâkim görüşe bir alternatif sunan yeni başına buyruk fikirler ortaya çıktı. Dünyanın önde gelen fizikçilerinden biri olan Roger Penrose, kuantum belirsizliğine karşı mevcut tutumdan rahatsız olan birkaç kişiden biridir. 2011'de şöyle yazmıştı: "Kuantum mekaniği yalnızca derin yorum bulmacalarıyla değil, aynı zamanda derin bir içsel tutarsızlıkla da yaşamak zorundadır, teoriyle ilgili ciddi bir şeyler olduğuna inanılmasına neden olan da budur."[1]

Kuantum gelenekselliğine alternatifler önerme girişimleri, genellikle fizik camiasının büyük bir kısmı tarafından derin bir şüpheyle karşılanır. Bu, nesiller boyu temel fiziğe yönelik mantıksız saldırılara ve kuantum bilmecelerine sözlü açıklamalar arayan ve ara sıra fizikçileri her şeyi yanlış anladıkları için kınayan filozofların baskınlarına karşı anlaşılabilir bir tepkidir. Tüm bu sorunlardan kaçınmanın kolay bir yolu var ve bunu kullanmanın cazibesi güçlü olmalı. Kuantum mekaniği tuhaftır. Fizikçiler bile böyle diyor. Ne kadar tuhaf olduğu konusunda mutlulular. Açıkçası, onlarla aynı fikirde olmayan herkes, dünyanın muhtemelen bu kadar tuhaf olabileceğini kabul edecek hayal gücünden yoksun, önyargılı bir klasik mekanikçidir. "Aptalca sorular sormayı bırakın ve hesaplara devam edin" söylemi baskın tutum haline geldi.

Ancak, her zaman bir karşı kültür olmuştur. Aralarında dünyanın en iyi ve en parlak fizikçilerinin de bulunduğu bazı

[1] Bakınız dipnot 3.

insanlar, yine de aptalca sorular sormaya devam ettiler. Hayal gücü eksikliğinden değil, fazlalığından. Kuantum dünyasının geleneksel tanımından bile *daha tuhaf* olup olmadığını merak ediyorlar. Aptalca sorularla ilgili derin keşifler fiziğin temellerini sarstı. Kitaplar yazıldı, makaleler yayınlandı. Kuantum gerçekliğinin daha derin yönlerine değinmek için umut verici girişimler ortaya çıktı, bazıları kuantum teorisi hakkında şu anda bilinen hemen hemen her şeyle aynı fikirde olup yeni bir açıklama seviyesi getirdi. Bu başarı onlara karşı bir silah olarak kullanılmıştır. Geleneksel deneyler yoluyla yeni teoriyi mevcut olandan ayırt etmenin bir yolu olmadığı için, yeni teorinin anlamsız olduğu ve mevcut olana bağlı kalmamız gerektiği konusunda tartışmalar devam ediyor. Bu tuhaf asimetrik argümanın, aynı mantıkla eski teori anlamsız ve hepimiz yenisine geçmeliyiz şeklinde bariz bir karşı tezi de var. Bu noktada, muhalefet Bayesci beynini kapatıyor ve eski usullerine geri dönüyor.

Ve yine de kuantum dünyasının geleneksel tanımında *çok fazla* yanıtlanmamış sorular var. Hiçbir mantığı yokmuş gibi görünen fenomenler var. Kendileriyle çelişen varsayımlar var. Açıklamayan açıklamalar var. Ve hepsinin altında, çok utanç verici olduğu için aşırı bir telaşla halının altına süpürülen rahatsız edici bir gerçek var, "Kapa çeneni ve hesapla" güruhu da bunu gerçekten anlamıyor. Gerçek şu ki, bu kanaate sahip kuantum fizikçileri bile sadece hesaplama yapmıyor. Karmaşık toplamları yapmadan önce, gerçek dünyayı modellemek için kuantum-mekaniksel denklemleri kuruyorlar ve bu denklemlerin seçimi salt kural tabanlı hesaplamanın ötesine geçiyor. Örneğin, bir fotonu ileten veya onu yansıtan ve yansıyan dalgada çeyrek periyotluk bir faz kayması dışında durumunu mucizevi bir şekilde değiştirmeden bırakan bir ışın ayırıcıyı, denklemlerin haricinde net bir evet/hayır şeklinde matematiksel varlık olarak modelliyorlar. Bu tür net varlıklar yoktur. Kuantum düzeyinde bakıldığında gerçek bir ışın ayırıcı, son derece karmaşık bir atom altı parçacıklar sistemidir. Bir foton bir ışın ayırıcıdan geçtiğinde, tüm bu sistemle etkileşime girer. Bu konuda net bir şey yok. Yine de şaşırtıcı bir şekilde, net model işe yarıyor gibi

görünüyor. Nedenini kimsenin gerçekten bildiğini sanmıyorum. Bir ışın ayırıcı çok fazla parçacık içerdiğinden toplamlar imkânsız olurdu. Kapa çeneni ve hesapla.

Çoğu kuantum denklemi, bulanık bir kuantum dünyasında var olmayan keskin bir şekilde tanımlanmış nesneleri matematiğe aktaran bu tür bir modelleme varsayımını içerir. Denklemlerin bağlamı, denklemler kurulmadan ve çözülmeden önce belirtilmesi gereken "sınır koşulları" ihmal edilerek içeriği vurgulanmaktadır. Kuantum fizikçileri, matematiksel numaralarla dolu çantalarını nasıl kullanacaklarını biliyorlar; onlar şaşırtıcı derecede karmaşık hesaplamalar yapabilen ve dokuz ondalık basamağa kadar doğru cevaplar alabilen parlak sanatçılardır. Ancak çok azı modellerin neden bu kadar iyi çalıştığını sorguluyor.

Dalga fonksiyonu gerçek mi? Yoksa bir bütün olarak gözlemleyemeyeceğimize göre, bu sadece matematiksel bir soyutlama mı? Gerçekte var mı, yoksa uygun bir kurgu mu; belki de Quetelet'in ortalama insanının bir fizikçi versiyonudur? Ortalama insan yoktur; doğru kapıya gidip, kapıyı çalıp onunla yüz yüze gelemeyiz. Bununla birlikte, bu kurgusal karakter, gerçek insanlar hakkında birçok bilgiyi kapsar. Belki dalga fonksiyonu da böyledir. Aslında hiçbir elektronun bir dalga fonksiyonu yoktur, ancak hepsi varmış gibi davranır.

Klasik bir benzetme için bir madeni para düşünün. Şu olasılık dağılımına sahiptir: $P(Y) = P(T) = 1/2$. Bu standart matematiksel anlamda mevcuttur: iyi tanımlanmış bir matematiksel nesnedir ve tekrar tekrar yapılan yazı tura atışları hakkında söylenebilecek hemen hemen her şeyi yönetir. Fakat dağılım gerçek bir fiziksel nesne olarak *var* mıdır? Madeni para üzerinde işaretli değil. Hepsini bir anda ölçemezsiniz. Madeni parayı her attığınızda kesin bir sonuç alırsınız. Yazı. Yine yazı. Bu sefer tura. Madeni para, olasılık dağılımı gerçekmiş *gibi* davranır, ancak yazı tura "enstrümanını" kullanarak dağılımı ölçmenin tek yolu parayı tekrar tekrar atmak ve ne olduğunu saymaktır. Bundan, dağılımı *çıkarırsınız*.

Madeni para sadece masada duruyor ve bir şekilde yazı ve tura arasında rastgele geçiş yapıyorsa, tüm bunlar çok gizem-

li olurdu. Madeni para, oranları yarı yarıya yapmayı nasıl *bilebilir*? Bir şey ona söylemeli. Yani ya olasılık dağılımı madeni paranın gerçekliğinde vücut buluyor ya da görmediğimiz daha derin bir şey oluyor ve dağılım da daha derin bir gerçeğin orada bulunabileceğinin bir işaretidir.

Bu durumda, nasıl çalıştığını biliyoruz. Madeni para, ölçebileceğimiz iki Y ve T durumu arasında gelip giderek masada durmuyor. Havada dönüp duruyor. Bunu yaparken de durumu ne yazı ne de tura değil. Yazı ve turaların bir üst üste binmesi bile değil, yarı yarıya. Tamamen farklı, bir masada yukarı/aşağı seçimi değil, uzayda bir konum ve dönüş hızıdır. Madeni paranın bir "ölçüm aleti" olan masayla (veya bir insan eliyle, ya da inişini durduran herhangi bir şeyle) etkileşime girmesini sağlayarak yazı/tura seçimini "gözlemliyoruz." Masanın tamamen habersiz olduğu gizli bir spin dünyası var. Bu gizli dünyada, madeni paranın kaderine karar verilir: Para masaya çarptığında yazı tarafı üstteyse, hangi açıyla çarparsa çarpsın yazı gelir. Aksi halde tura. Uzaydaki hareketin tüm ince ayrıntıları, gözlem eylemiyle yok olur; kelimenin tam anlamıyla, paramparça olur.

Kuantum belirsizliği de böyle olabilir mi? Bu makul bir fikir. Einstein dolaşıklığı böyle açıklamayı umuyordu. Dönen elektron, doğrudan gözlemlenmeyen, ancak ölçüm cihazıyla etkileşime girdiğinde elektronun spininin hangi değere atanacağına karar veren gizli bir değişkeni olan bir tür *içsel* dinamik duruma sahip olabilir mi? Eğer öyleyse, elektron, gizli değişkeni dinamik durumu olan madeni paraya çok benzer. Rastgele gözlemlenebilen, sadece bir masaya çarpmasıyla "ölçülen" son durgun durumudur. Aynı fikir, radyoaktif bir atomun nasıl rastgele, ancak düzenli istatistiksel örüntülerle bozunduğunu açıklayabilir. Uygun bir kaotik dinamik icat etmek kolay olurdu.

Klasik mekanikte, bu tür gizli değişkenlerin gizli dinamikleriyle varlığı, paranın atışların yarısında nasıl tura geleceğini bildiğini açıklar. Bu bilgi dinamiğin matematiksel bir sonucudur; sistemin belirli bir dinamik duruma gelme olasılığı. (Bu değişmez bir ölçü gibidir ancak teknik olarak farklı: Belirli bir gözleme yol açan durum uzayındaki başlangıç koşullarının da-

ğılımıyla ilgilidir.) Madeni para dönerken, matematiksel olarak tamamen belirlenimci geleceğine doğru ilerleyebilir ve masaya yazı veya tura olarak düşeceğini çözebiliriz. Daha sonra mevcut durumu kavramsal olarak bu sonuçla etiketleriz. Tura gelme olasılığını bulmak için, noktaları "tura" olarak etiketlenen durum uzayının (veya seçilen bazı bölgelerin) oranını hesaplarız. Bu kadar.

Dinamik bir sistemdeki hemen hemen her rastgelelik belirlenimci fakat kaotik dinamiklerle ilişkili doğal bir olasılık ölçütüyle açıklanabilir. Öyleyse neden kuantum sistemleri de böyle olmasın? Ne yazık ki, gizli değişkenleri arayanlar için oldukça iyi bir cevap gibi görünen bir şey var.

Kopenhag yorumunda, atomik ve atom altı süreçlerin "iç işleyişini" gözlemlemeye yönelik herhangi bir girişimin, gözlemlerin anlamsız olacağı kadar onları rahatsız etmesi gerektiği gerekçesiyle, gizli değişkenler hakkında spekülasyon yapmanın anlamsız olduğu düşünülür. Ancak bu, pek de yıkıcı bir argüman değil. Bugün, hızlandırıcıları kullanarak kuantum parçacıklarının iç yapısının özelliklerini rutin olarak gözlemliyoruz. Hızlandırıcılar pahalıdırlar –Higgs bozonunu keşfeden Büyük Hadron Çarpıştırıcısı 8 milyar avro gibi bir rakama mâl oldu– ama imkânsız değil. 18. yüzyılda Auguste Comte, yıldızların kimyasal bileşimini asla öğrenemeyeceğimizi savunmuştu, ancak kimse yıldızların kimyasal bir bileşimi *olmadığını* iddia etmemişti. Daha sonra Comte'un fevkalade (ve spektrografik olarak) yanıldığı ortaya çıktı; yıldızların kimyasal bileşimi, *gözlemleyebildiğimiz* başlıca şeylerden biridir. Yıldızdan gelen ışıktaki tayf çizgileri, içindeki kimyasal elementleri ele verir.

Kopenhag yorumu, 20. yüzyılın başlarında hâkim olan ve ölçmediğiniz sürece hiçbir şeyin var olduğunun düşünülemeyeceğini savunan bir bilim felsefesi görüşü olan mantıksal pozitivizmden büyük ölçüde etkilenmiştir. Hayvan davranışlarını inceleyen bilim insanları bu görüşü kabul ettiler ve bu da onları bir hayvanın yaptığı her şeyin beynindeki mekanik bir "dürtü" tarafından kontrol edildiğine inanmaya yöneltti. Bir köpek susadığı için kâseden su içmez; hidrasyon seviyesi kritik

bir değerin altına düştüğünde devreye giren bir içme dürtüsü vardır. Mantıksal pozitivizmin kendisi, karşıtı olan, hayvanların da tıpkı insanlar gibi duyguları ve motivasyonları olduğunu varsayma eğilimi antropomorfizme bir tepkiydi. Ama bu, zeki organizmaları akılsız makinelere dönüştüren bir aşırı tepkiydi. Artık daha incelikli bir görüş mevcut. Örneğin Galit Shophat-Ophir'in yaptığı deneyler, erkek meyve sineklerinin seks sırasında zevk aldığını gösteriyor. "Cinsel ödül sistemi çok eski bir mekanizmadır" diyor.[2]

Muhtemelen kuantum mekaniğinin kurucuları da aşırı tepki göstermişti. Son birkaç yıl içinde bilim insanları, kuantum sistemlerini, Bohr'un zamanında tasavvur edildiğinden çok daha fazla iç işleyişini ortaya çıkarmak için kandırmanın kurnaz yollarını buldular. Bölüm 15'te, Aephraim Steinberg'in belirsizlik ilkesini yenme yöntemiyle karşılaştık. Artık dalga fonksiyonunun gerçek bir fiziksel özellik olduğu kabul edilmiş görünüyor; ayrıntılı olarak gözlemlemek çok zor, belki de imkânsız, ancak sadece faydalı bir kurgudan ibaret değil. Gizli değişkenleri, 1920'lerde Kopenhag'daki birkaç ünlü fizikçinin bu şekilde yapılamayacağına karar verdiği gerekçesiyle reddetmek, Comte ne olduğunu asla öğrenemeyeceğimizi söyledi diye yıldızlar için bir iç kimyayı reddetmekten daha mantıklı değil.

Ancak çoğu fizikçinin gizli değişkenleri kuantum belirsizliğinin açıklaması olarak reddetmesinin daha iyi bir nedeni var. Böyle bir teori, kuantum dünyası hakkında şu anda bilinen her şeyle tutarlı olmalıdır. John Bell'in eşitsizliği hakkındaki destansı keşfinin hikâyeye girdiği yer burasıdır.

1964'te Bell, kuantum mekaniğinin gizli-değişken teorileri üzerine en önemlilerden biri olarak kabul edilen makalesini yayınladı: "Einstein Podolsky Rosen paradoksu üzerine."[3] Bell, daha önce 1932'de John von Neumann'ın bir girişiminden ilham almıştı. Neumann'ın *Mathematische Grundlagen der Quanten-*

---

[2] Even male insects feel pleasure when they "orgasm," New Scientist, 28 Nisan 2018, sayfa 20.

[3] J.S. Bell. On the Einstein Podolsky Rosen paradox, *Physics* 1 (1964) 195–200.

mechanik (Kuantum Mekaniğinin Matematiksel Temelleri) adlı kitabı, kuantum mekaniğinin hiçbir gizli-değişken teorisinin mümkün olmadığının bir kanıtını içeriyordu.

Matematikçi Grete Hermann, 1935'te argümandaki bir kusuru fark etti, ancak çalışmasının hiçbir etkisi olmadı ve fizik topluluğu, von Neumann'ın kanıtını onlarca yıl sorgusuz sualsiz kabul etti.[4] Adam Becker, kadınların üniversitelerde ders vermesinin yasak olduğu bir zamanda cinsiyetinin bir neden olup olmadığını merak ediyor.[5] Hermann, dönemin en büyük kadın matematikçisi olan Göttingen Üniversitesinden Emmy Noether'in doktora öğrencisiydi. Noether, 1916'da ismen David Hilbert'in öğretim asistanı olarak ders vermeye başladı, ancak 1923'e kadar ders vermesi için para almadı. Her neyse, Bell bağımsız olarak von Neumann'ın kanıtının eksik olduğunu fark etti. Bir gizli-değişken teorisi bulmaya çalışırken, bunun yerine çok daha güçlü bir imkânsızlık kanıtı keşfetti. Ana sonucu: Gizli değişkenleri olan herhangi bir kuantum belirsizliği modeli olası değildir, ve bu sonuç her ikisi de klasik bir bağlamda tamamen makul olan iki temel koşulu sağlar:

- *Gerçeklik*: mikroskobik nesneler, kuantum ölçümlerinin sonucunu belirleyen gerçek özelliklere sahiptir.
- *Yerellik*: Herhangi bir konumdaki gerçeklik, uzak bir yerde eş zamanlı olarak gerçekleştirilen deneylerden etkilenmez.

Bu varsayımlar göz önüne alındığında, Bell, belirli ölçümlerin bir eşitsizlikle, gözlemlenebilir niceliklerin bazı kombinasyonlarının başka bir kombinasyona eşit veya daha az olduğunu iddia eden matematiksel bir ifadeyle ilişkilendirilmesi gerektiğini kanıtladı. Bir deney eşitsizliği ihlal eden ölçümler üretiyorsa, o zaman üç şeyden birinin gerçekleşmesi gerekir: ya gerçek-

---

4. Jeffrey Bub, Bell ve Hermann'ın von Neumann'ın kanıtını yanlış yorumladığını ve gizli değişkenlerin tamamen imkânsız olduğunu kanıtlamayı amaçlamadığını savundu. Jeffrey Bub. Von Neumann's "no hidden variables" proof: A reappraisal, *Foundations of Physics* 40 (2010) 1333-1340.
5. Adam Becker, *What is Real?*, Basic Books, New York 2018.

lik koşulu geçersiz olur ya yerellik geçersiz olur ya da varsayılan gizli-değişken teorisi yoktur. Deneysel çalışma Bell'in eşitsizliğiyle tutarsız sonuçlar ürettiğinde, gizli-değişken teorilerinin var olmadığı ilan edildi. Kuantum fizikçileri "kapa çeneni ve hesapla" moduna geri döndüler, kuantum dünyasının çok tuhaf olduğundan ve yapabileceğiniz tek şeyin bu olduğundan memnundular ve daha fazla açıklama isteyen herkes kendi ve diğer herkesin zamanını boşa harcıyordu.

Matematiksel ayrıntılara çok fazla girmek istemiyorum ama Bell'in ispatının nasıl ilerlediğini kabaca görmemiz gerekiyor. Birçok kez gözden geçirildi ve yeniden çalışıldı ve bu varyasyonlar topluca Bell eşitsizlikleri olarak bilinir. Mevcut standart düzenek, etkileşime giren ve daha sonra ayrılan dolaşık parçacık çiftleri üzerinde gözlemler yapan ünlü kriptografik çift Alice ve Bob'u içerir. Alice birini, Bob diğerini ölçer. Mesela, spinlerini ölçtüklerini varsayın. Anahtar bileşenler şunlardır:

- Bir gizli değişkenler uzayı. Bunlar her parçacık içinde varsayımsal bir iç mekanizmayı temsil ederler, durumları ölçümlerin sonuçlarını belirler, ancak doğrudan gözlemlenmezler. Bu uzayın kendi ölçütünü taşıdığı varsayılır ve bize gizli değişkenlerin belirli bir aralıkta olma olasılığını söyler. Bu düzenek belirtildiği gibi belirlenimci değildir, ancak gizli değişkenler üzerinde bir dinamik belirtirsek ve sonra olasılıklar için değişmez bir ölçü kullanırsak belirlenimci modelleri dahil edebiliriz.
- Alice ve Bob'un her birinin bir detektörü vardır ve bir "ayar" seçerler. *a* ayarı, Alice'in spini ölçtüğü eksendir; *b* ayarı, Bob'un spini ölçtüğü eksendir.
- Alice tarafından ölçülen spinler ile Bob tarafından ölçülen spinler arasında gözlemlenen korelasyonlar. Bunlar her ikisinin de aynı "yukarı spin" veya "aşağı spin" sonucunu, zıt sonuçlar elde etmekle karşılaştırıldığında, ne sıklıkla elde ettiğini ölçen niceliklerdir. (İstatistiksel korelasyon katsayılarıyla tamamen aynı değildirler, ancak aynı görevi yerine getirirler.)

Deneysel olarak gözlemlenen, standart kuantum teorisi tarafından tahmin edilen ve bazı varsayımsal gizli-değişken teorileri tarafından tahmin edilen üç tür korelasyon tasavvur edebiliriz. Bell, *a*, *b*, *c* gibi üç özel ekseni göz önünde bulundurdu ve *C(a,b)* ile gösterilen, çiftler halinde spin korelasyonları için gizli-değişken tahminlerini hesapladı. Bu korelasyonları gizli değişkenler uzayındaki varsayılan olasılık dağılımıyla ilişkilendirerek, genel matematiksel gerekçelerle, gizli-değişken teorisi ne olursa olsun, korelasyonların aşağıdaki eşitsizliği sağlaması gerektiğini gösterdi:[6]

$$C(a, c) - C(b, a) - C(b, c) \leq 1$$

Bu eşitsizlik, gizli-değişken dünyasının özelliğidir. Kuantum teorisine göre, kuantum dünyası için yanlıştır. Deneyler, bunun gerçek dünyada yanlış olduğunu onaylıyor. Kuantum'a karşı gizli değişkenler için skor 1-0.

Klasik bir benzetme, bu genel türden bir koşulun neden geçerli olması gerektiğini açıklamaya yardımcı olabilir. Üç deneycinin yazı tura attığını varsayalım. Sonuçlar rastgeledir, ancak madeni paralar veya onları fırlatan cihazlar bir şekilde yüksek düzeyde ilişkili sonuçlar üretecek şekilde tasarlanmıştır. Alice ve Bob, atışların %95'inde aynı sonucu elde ederler; Bob ve Charlie de atışların %95'inde aynı sonucu elde ediyorlar. Yani Alice ve Bob atışların %5'inde ve Bob ve Charlie de atışların %5'inde farklı sonuçlar buluyorlar. Bu nedenle Alice ve Charlie, atışların en fazla 5 + 5 = %10'unda farklı sonuçlar elde ederler, bu nedenle atışların en az %90'ında aynı sonucu almaları gerekir. Bu Boole-Fréchet eşitsizliğinin bir örneğidir. Bell'in eşitsizliği, kuantum bağlamında kabaca benzer bir mantığı takip eder, ancak biraz daha karmaşıktır.

Bell'in eşitsizliği, gizli-değişken teorilerinin araştırılmasında, temel özelliklerini ayırt ederek ve çok fazla şey yapmaya çalışan teorileri dışlayarak hayati bir aşamayı işaret etti. Eins-

[6] Tam olarak söylemek gerekirse, Bell'in orijinal versiyonu, detektörler paralel olduğunda deneyin her iki tarafındaki sonuçların tam olarak karşıt korelasyonlu olmasını gerektirir.

tein'ın dolaşıklığın paradoksal özelliklerine ilişkin parçacıkların senkronize gizli değişkenlere sahip olduğu şeklindeki basit açıklamasını yıktı. Gizli bir dinamik olmadığından, senkronize edilecek bir şey olamaz.

Yine de Bell'in teoremini atlatmak mümkün olsaydı, dolaşıklık çok daha anlamlı olurdu. Oynamaya değer bir oyun gibi görünüyor. Bazı olası boşluklara bakalım.

Bir dalga birbirine çok yakın iki küçük yarığı olan bir bariyere doğru ilerliyor olsun. Her bir yarıktan dalganın farklı bölgeleri geçerek öbür tarafta ortaya çıkar ve yayılır. Ortaya çıkan iki dalga, değişen tepe ve çukurlardan oluşan karmaşık bir örüntüde üst üste gelir. Bu bir kırınım örüntüsüdür ve bir dalgadan beklediğimiz şey budur.

Küçük bir parçacık birbirine çok yakın iki küçük yarığı olan bir bariyere doğru ilerliyor olsun, bu durumda ya birinden ya da diğerinden geçecektir. Hangi yarıktan geçerse geçsin, görünüşte rastgele bir şekilde yön değiştirebilir. Ancak parçacığın konumuna ilişkin gözlemlerin çok sayıda tekrar üzerinden ortalaması alınırsa, bunlar da düzenli bir örüntü oluşturur. Tuhaf bir şekilde, tıpkı bir dalganın kırınım desenine benzer. Bu hiç de bir parçacıktan beklediğimiz şey değil. Garip.

Meşhur çift yarık deneyidir bu, bir fotonun bazı durumlarda parçacık gibi davrandığını, bazı durumlarda ise dalga gibi davrandığını gösterir. Bu, kuantum dünyasının ne kadar tuhaf olduğunu ortaya çıkaran ilk deneylerden birinin açıklaması olarak karşınıza çıkar.

Gerçekten de öyledir. Ama aynı zamanda, kuantum teorisiyle hiçbir ilgisi olmayan daha yeni bir deneyin de açıklamasıdır. Hatta bu daha da gariptir.

Deneyde, parçacık küçük bir yağ damlasıdır ve dalgalar aynı yağla dolu bir kapta ilerler. Şaşırtıcı bir şekilde, damlacık dalgaların üzerinde seker. Normalde, bir yağ damlası aynı sıvı kabına düşerse, onun kaba karışmasını ve kaybolmasını bekleriz. Ancak çok küçük yağ damlacıkları yutulmadan aynı yağla doldurulmuş bir kabın üzerine oturtulabilir. İşin püf noktası kabın dikey yönde hızla titreşmesini sağlamaktır, örneğin bir hoparlö-

rün üzerine yerleştirerek. Akışkanlarda birleşmelere bir dereceye kadar karşı çıkan kuvvetler vardır ve buradaki kuvvet yüzey gerilimidir. Akışkan bir yüzey, daha çok ince, yumuşak elastik bir zar gibi davranır; yüzeyi bir arada tutan deforme olabilen bir torba gibidir. Bir damla kaba değdiğinde, yüzey gerilimi yüzeyle damlayı ayrı tutmaya çalışırken, yerçekimi kuvveti de onları birleştirmeye çalışır. Hangisinin kazanacağı koşullara bağlıdır. Kabı titretmek yüzeyde dalgalar oluşturur. Aşağı inen damlacık yukarı çıkan bir dalgaya çarptığında, çarpışma birleşme eğiliminin üstesinden gelebilir, böylece damlacık sıçrar. Uygun şekilde küçük damlacıklar ve doğru titreşim genlikleri ve frekanslarıyla, damlacık dalgalarla rezonans içinde seker. Bu etki çok güçlüdür; 40 hertz frekansta, yani saniyede 40 defada, damlacık genellikle saniyede 20 kez seker (yarısı hızda, matematiksel nedenlerden dolayı sebebine girmeyeceğim). Damlacık, milyonlarca sıçramada bile bozulmadan kalabilir.

2005 yılında Yves Couder'in araştırma grubu, zıplayan damlacıkların fiziğini araştırmaya başladı. Damlacıklar kaba kıyasla çok küçüktür ve bir mikroskop ve ağır çekim kamera kullanılarak gözlemlenir. Titreşimin genliği ve frekansı değiştirilerek, damlacığın yavaşça hareket ederek düz bir çizgide "yürümesi" sağlanabilir. Bunun nedeni dalgayla tam senkronize olmamasıdır, bu yüzden tam olarak tepe noktasından çarpmak yerine hafif bir açıyla seker. Dalga örüntüsü de hareket eder ve rakamlar doğruysa, bir sonraki karşılaşmalarında da tamamen aynı şey olur. Artık damlacık hareket eden bir parçacık gibi davranır (ve tabii ki dalga da hareket eden bir dalga gibi davranır).

John Bush yönetimindeki bir grup, Couder'in çalışmalarını daha da ileri götürdü ve iki ekip çok ilginç şeyler keşfettiler. Özellikle, zıplayan ve yürüyen damlacıklar, ilgili fizik tamamen klasik olmasına ve davranışı yeniden üreten ve açıklayan matematiksel modeller yalnızca Newton mekaniğine dayanmasına rağmen tıpkı kuantum parçacıkları gibi davranabilirler. 2006'da Couder ve Emmanuel Fort, damlacıkların, kuantum teorisinin kurucularını çok şaşırtan çift yarık deneyini taklit ettiğini gös-

terdiler.[7] Titreşimli kabı iki yarık analoglarıyla donattılar ve bir damlacığı tekrar tekrar yarıklara doğru yürüttüler. Damlacık, tıpkı bir parçacık gibi ya bir yarıktan ya da diğerinden geçiyor ve yarıktan belirli miktarda rastgele varyasyona sahip bir yönde çıkıyordu. Ancak yarıktan geçen damlacıkların konumlarını ölçtüklerinde ve bunları istatistiksel histogramlar olarak çizdiklerinde, sonuç tıpkı bir kırınım deseni gibiydi.

Bu, Feynman'ın çift yarık deneyinin klasik bir açıklaması olmadığı iddiasına şüphe düşürüyor. Bush, ışığı kullanarak parçacığın hangi yarıktan geçtiğini gözlemlemiş olsa bile, bu, çok daha enerjik bir şeyi içermesi gereken bir kuantum gözleminin doğru analoğu değil. Feynman'ın, bir yarıktan geçerken fotonu tespit etmenin kırınım desenlerini bozacağının açık olduğunu düşündüğü düşünce deneyinin ruhuna uygun olarak, kuantum ölçümünün uygun bir analoğunun –damlacığa ciddi bir darbe vererek– kırınım desenini bozduğundan emin olabiliriz.

Başka deneyler, kuantum mekaniğiyle daha çarpıcı paralellikler sergiler. Bir damlacık, onu yolunda durdurması gereken bir bariyere çarpabilir, ancak diğer tarafta mucizevi bir şekilde ortaya çıkabilir; bu bir parçacığın bunu başarabilmesi için gereken enerjiden yoksun olmasına rağmen bir bariyerden geçebileceği bir tür kuantum tünellemedir. Bir elektronun hidrojen atomunda bir protonun yörüngesinde dönmesine benzer şekilde, bir çift damlacık birbirinin etrafında dönebilir. Bununla birlikte, Güneş'in etrafında dönen gezegenlerin aksine, damlacıklar arasındaki mesafeler nicemlenmiştir; sadece belirli ayrık enerjilerin mümkün olduğu bir atom çekirdeğindeki enerji seviyelerinin olağan nicemlemesi gibi, bir dizi spesifik ayrık değer olarak ortaya çıkarlar. Bir damlacık, kendi başına, ona açısal momentum sağlayan dairesel bir yörüngeyi bile takip edebilir; kuantum spinin kaba bir analoğu.

Hiç kimse bu özel klasik akışkan sisteminin kuantum belirsizliğini açıkladığını öne sürmüyor. Bir elektron muhtemelen,

---

[7] E. Fort ve Y. Couder. Single-particle diffraction and interference at a macroscopic scale, *Physical Review Letters* 97 (2006) 154101.

uzayı dolduran bir kozmik sıvı banyosunda zıplayan mikroskobik bir damlacık değildir ve damlacıklar her ayrıntıda kuantum parçacıklarına benzemezler. Ancak bu, türünün en basit akışkan sistemidir. Kuantum etkilerinin garip göründüğünü, çünkü onları yanlış klasik modellerle karşılaştırdığımızı gösterir. Bir parçacığın sadece küçücük katı bir top olduğunu ya da bir dalganın yalnızca sudaki dalgalanmalara benzediğini düşünürsek, o zaman dalga/parçacık ikiliği gerçekten tuhaftır. Ya dalgadır ya da parçacık, değil mi?

Damlacıklar bize bunun yanlış olduğunu açıkça söylüyor. Belki her ikisi de etkileşim halinde olabilir ve hangi yönü gördüğümüz, hangi özellikleri gözlemlediğimize bağlıdır. Damlacık üzerinde odaklanma eğilimindeyiz, ancak o, dalgasıyla yakından bağlantılıdır. Damlacık (şimdi "parçacık" olarak adlandırın) sisteme bir parçacığın nasıl davranması gerektiğini söyler, ancak dalga ona bir dalganın nasıl davranması gerektiğini söyler. Örneğin çift yarık deneyinde *parçacık* sadece bir yarıktan geçer, ancak *dalga* her iki yarıktan da geçer. Birçok denemenin istatistiksel ortalamalarında, dalga deseninin parçacık deseninde ortaya çıkması şaşırtıcı değildir.

Kuantum mekaniği "kapa çeneni ve hesapla" güruhunun soğuk denklemlerinin derinliklerinde gerçekten de böyle olabilir mi?

Olabilir. Ama bu yeni bir teori değil.

Max Born, bir parçacığın kuantum dalga fonksiyonunun mevcut yorumunu 1926'da geliştirdi. Parçacığın nerede olduğunu bize söylemez; bize herhangi bir yerde olma olasılığını söyler. Günümüz fiziğinin tek ikazı, bir parçacığın aslında bir konumu olmadığıdır; dalga fonksiyonu bize bir *gözlemin* onu belirli bir konumda bulma olasılığını söyler. Gözlemlenmeden önce o yerde "gerçekten" olup olmadığı, en iyi ihtimalle felsefi spekülasyon ve en kötü ihtimalle bir yanlış anlamadır.

Bir yıl sonra, de Broglie, Born'un fikrinin, parçacığın belki bir konumu olduğu, ancak uygun deneylerde bir dalgayı taklit edebileceği şeklindeki yeniden yorumlanmasını önerdi. Belki de parçacığın görünmez bir yoldaşı, ona nasıl bir dalga gibi

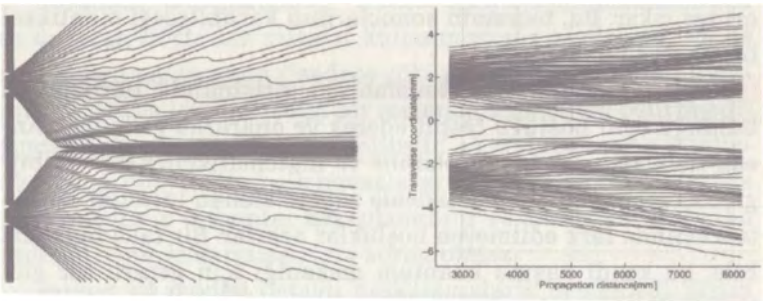
davranacağını söyleyen bir "pilot" dalgası vardır. Aslında, dalga fonksiyonunun gerçek fiziksel bir nesne olduğunu ve davranışının Schrödinger denklemi tarafından belirlendiğini öne sürdü. Parçacık herhangi bir zamanda belirli bir konuma sahiptir, bu nedenle belirlenimci bir yol izler, ancak dalga fonksiyonu tarafından *yönlendirilir*. Parçacıklardan oluşan bir sisteminiz varsa, bunların birleşik dalga fonksiyonu Schrödinger denkleminin uygun bir versiyonuna tabidir. Parçacıkların konumları ve momentumları, dalga fonksiyonuyla bağlantılı olarak gözlemlerin sonuçlarını etkileyen gizli değişkenlerdir. Özellikle pozisyonların olasılık yoğunluğu, Born formülü takip edilerek dalga fonksiyonundan çıkarılır.

Wolfgang Pauli, pilot dalga teorisinin parçacık saçılmasındaki belirli fenomenlerle uyuşmadığını söyleyerek itiraz etti. De Broglie tatmin edici bir cevap veremedi, bu yüzden bu fikirden vazgeçti. Her durumda, fizikçiler olasılık dağılımını gözlemleyebiliyorlardı, ancak hem parçacığı hem de pilot dalgasını aynı anda gözlemlemek imkânsız görünüyordu. Gerçekten de dalga fonksiyonunun bütünüyle gözlemlenebilir olmadığı, tabiri caizse sadece parçalarının gözlemlenebilir olduğu genel bir kabul haline geldi. Von Neumann, hiçbir gizli-değişken teorisinin mümkün olmadığına dair hatalı kanıtını sunduğunda, pilot dalgalar iz bırakmadan yok olup gittiler.

1952'de David Bohm adlı başına buyruk bir fizikçi pilot-dalga teorisini yeniden keşfetti ve Pauli'nin itirazının asılsız olduğunu gösterdi. Gizli değişkenler tarafından yönetilen belirlenimci bir pilot dalgalar sistemi olarak kuantum teorisinin sistematik bir yorumunu geliştirdi. Kuantum ölçümlerinin tüm standart istatistiksel özelliklerinin hâlâ geçerli olduğunu gösterdi, bu nedenle pilot-dalga teorisi Kopenhag yorumuyla uyuşuyordu. Resimler, Bohm'un teorisi kullanılarak çift-yarık deneyinin tahminlerini ve tekil fotonların durumlarını bozmayan zayıf ölçümlerinin son gözlemlerini göstermektedir.[8] Dikkat çe-

[8] Sacha Kocsis, Boris Braverman, Sylvain Ravets, Martin J. Stevens, Richard P. Mirin, L. Krister Shalm, ve Aephraim M. Steinberg. Observing

kici bir benzerlik var. Düzgün eğriler uydurup, bir dalga modeli tarafından tahmin edilen kırınım desenini yeniden yaratarak fotonların olasılık dağılımını çıkarmak bile mümkündür.



Şekil 33. Solda: Bohm'un pilot dalga teorisine göre çift yarık deneyinde elektronların izlediği yollar. Sağda: Tek fotonların zayıf ölçümlerini kullanan deneysel ortalama yollar.

Bohm'un önerisi kuantum uzmanları tarafından pek iyi karşılanmadı. Fizikle ilgisi olmayan bir neden, gençliğinde komünist olmasıydı. Daha iyisi, pilot-dalga teorisinin tanımı gereği yerel olmamasıydı. Lokalize edilmiş bir parçacık sisteminin davranışı, onların birleşik dalga fonksiyonuna bağlıdır, ki dalga fonksiyonu lokalize değildir. Dalga fonksiyonu uzay boyunca yayılır ve parçacıklar kadar sınır koşullarına da bağlıdır.

John Bell daha olumluydu ve Bohm-de Broglie pilot-dalga teorisini destekledi. Başlangıçta, yerel olmama durumunun kaldırılıp kaldırılamayacağını merak etti. Sonunda, kaldırılamayacağına dair meşhur kanıtını buldu. Yine de bazı fizikçiler yerel olmayan alternatifler üzerinde çalışmaya devam ettiler. Bu göründüğü kadar aptalca değildi. Nedenini inceleyelim.

Herhangi bir matematiksel teorem varsayımlara dayalıdır. Bu bir eğer-o zaman ifadesidir: eğer belirli varsayımlar geçerliyse, o zaman mantıksal olarak belirli sonuçlar takip etmelidir. Kanıt, *nasıl* takip ettiklerini açıklar. Teoremin ifadesi tüm var-

---

the average trajectories of single photons in a two-slit interferometer, *Science* 332 (2011) 1170–1173.

sayımları listelemelidir, ancak çoğu zaman bazıları örtüktür; bunlar ilgili alanda çok standart olanlardır ve açık bir ifadeye gerek yoktur. Bazen kanıt yakından incelendiğinde, bunun belirtilmeyen ve standart olmayan bazı varsayımlara bağlı olduğu ortaya çıkar. Bu, teoremin sonuçlarının kaçabileceği mantıksal bir boşluğu temsil eder.

Bell, teoremini, von Neumann'ın girişiminde Hermann'ın bulduğu aynı boşluğu tespit ederek ve onararak geliştirdi. Ancak fizikçiler çok inatçı olabilir ve matematikçiler de çok bilgiçlik taslayabilirler, bu nedenle zaman zaman insanlar Bell'in teoreminde fark edilmeyen boşluklar ararlar. Bir tane bulsanız bile, bu kendi başına kuantum mekaniği için geçerli bir gizli-değişken teorisi sağlamaz, ancak bir tane olabileceğine dair bir ipucudur.

Eskiden fizikçi fakat sonradan meteorolog olan ve hâlâ fizikle ilgilenen Tim Palmer, 1995'te böyle bir boşluk buldu. Belirlenimci fakat kaotik olan gizli bir dinamik olduğunu varsayalım. Dinamik sistem yeterince kötü davranırsa, dikkate aldığı korelasyonlar hesaplanamaz olduğundan Bell eşitsizliğinin kanıtının geçersiz olacağını fark etti. Örneğin, bir elektronun spinini modellemek istediğimizi varsayalım. Spinin belirtilen herhangi bir yönde ölçülebileceğini ve her zaman (uygun birimlerde) 1/2 veya -1/2 olduğunu gördük. İşaretinin hangisi olacağı rastgeleymiş gibi görünür. Gizli değişkenlerin, biri 1/2'lik bir spine ve diğeri -1/2'lik bir spine karşılık gelen iki çekiciyle doğrusal olmayan bir dinamik sistem oluşturduğunu hayal edin. Verilen başlangıç koşullarından, spin bu iki değerden birine evrilir. Hangisine? Her çekicinin kendi çekim havzası vardır. Değişkenler bir havzada başlarsa, spin 1/2 çekicisine çekilirler; diğer havzada başlarlarsa, spin -1/2 çekicisine çekilirler.

Havzalar güzel sınırlara sahip oldukça basit şekillere sahipse, Bell teoreminin kanıtı işe yarar ve bu iki-çekici fikri başarısız olur. Ancak, çekim havzaları çok karmaşık olabilir. Bölüm 10'da, iki (veya daha fazla) çekicinin, en ufak bir bozulmanın durumları bir havzadan diğerine değiştirecek kadar karmaşık bir şekilde iç içe geçmiş delikli havzalara sahip olabileceğinden

bahsettik. Şimdi Bell teoreminin kanıtı başarısız olur, çünkü incelediği korelasyonlar mantıklı matematiksel nesneler olarak mevcut değildirler.

Buradaki "hesaplanamaz" ifadesi ince bir anlama sahiptir ve doğanın böyle bir sistemi kullanmasını engellemez. Ne de olsa Kopenhag yorumu ("sadece çöküyor, nasıl olduğunu bilmiyoruz"), çöküş için herhangi bir matematiksel süreç belirtmediğinden daha da az hesaplanabilirdir. ±1/2 durumların istatistiksel dağılımı, delik deşik havzaların istatistiksel özellikleriyle ilgili olmalıdır ve bunlar hesaplanabilir ve anlamlı olabilir, bu nedenle deneyle karşılaştırma sorun olmaz.

Palmer bu modeli detaylı hesaplamalarla destekledi. Hatta dalga fonksiyonunun çöküşünün nedeninin kütleçekimi olabileceğini bile öne sürdü. Başka fizikçilerin de daha önce benzer fikirleri vardı, çünkü kütleçekimi doğrusal değildir ve üst üste binme ilkesini yok eder. Palmer'ın modelinde, kütleçekimi elektronun durumunu bir veya diğer çekiciye doğru iter. O zamandan beri Palmer, Bell teoremindeki diğer boşlukları inceleyen bir dizi makale yazdı. Kuantum mekaniğinin tamamını belirlenimci kaosa dayandıracak bir gizli-değişken dinamiği için henüz belirli bir öneriye yol açmadılar, ancak neyin işe yarayabileceğine dair keşifler olarak değerliler.

Spekülatif bir ruhla, Bell teoremindeki başka potansiyel boşluklardan bahsetmek istiyorum.

Teoremin kanıtı, üç korelasyonun karşılaştırılmasına dayanır. Bell bu korelasyonlar arasında, gizli değişkenler uzayı üzerinde varsayılan bir olasılık dağılımına atıfta bulunarak, bir eşitsizlik şeklinde bir ilişki türetiyor. Bu ilişki, ölçülen korelasyonlar tarafından belirlenen gizli değişkenler uzayının alt kümeleri üzerindeki olasılık dağılımının integre edilmesiyle elde edilir. Daha sonra bu integrallerin Bell eşitsizliğine yol açacak şekilde ilişkili olduğu kanıtlanabilir.

Hepsi çok zarif, peki ama ya gizli değişkenler uzayı bir olasılık dağılımına sahip değilse? O zaman eşitsizliği kanıtlamak için kullanılan hesaplamaların bir anlamı yoktur. Olasılık dağılımı özel bir ölçüt türüdür ve birçok matematiksel uzayın man-

tıklı ölçütleri yoktur. Özellikle, tüm olası dalga fonksiyonlarının uzayı genellikle sonsuz sayıda özdurumun tüm kombinasyonlarıyla sonsuz boyutludur. Bunlara Hilbert uzayları denir ve mantıklı ölçütleri yoktur.

Burada "mantıklı" kelimesiyle ne demek istediğimi açıklamalıyım. Her uzayın en az bir ölçütü vardır. Bir nokta seçin, bu noktaya "özel" diyelim. Özel noktayı içeren tüm alt kümelere 1 ölçütünü ve geri kalanına 0'ı atayın. Bu ölçütün (özel nokta atomsa "atomik" olduğu söylenir) kullanımları vardır, ancak hacim gibi ikincil bir kullanım değildir. Üç boyutlu uzayda bir nesnenin hacmi, nesneyi yana doğru hareket ettirirseniz değişmeyeceğinden bu tür basit ölçütleri ortadan kaldırabilirsiniz. Buna öteleme değişmezliği denir. (Nesneyi döndürürseniz de değişmez, ancak bu özelliğe ihtiyacımız yok.) Az önce açıklanan atomik ölçüt, öteleme değişmez değildir, çünkü bir öteleme özel noktayı (ölçüt 1) başka bir konuma (ölçüt 0'a) taşıyabilir. Kuantum bağlamında Hilbert uzayı üzerinde benzer bir öteleme-değişmez ölçüt aramak doğal olacaktır. Bununla birlikte, George Mackey ve André Weil'in bir teoremi, Hilbert uzayının sonlu boyutlu olduğu nadir durumlar dışında bize böyle bir şey olmadığını söyler.

Şimdi, gizli değişkenler uzayının tamamı mantıklı bir olasılık ölçütüne sahip olmasa da gözlemlerin korelasyonları hâlâ anlamlı olabilir. Bir gözlem, dalga fonksiyonları uzayından tek bir özduruma bir iz düşümdür ve her bir özdurum, bir ölçütü olan sonlu boyutlu bir uzayda yaşar. Bu nedenle, bir kuantum sistemi için gizli bir dinamik varsa, bunun sonsuz boyutlu bir durum uzayına sahip olması gerektiği tamamen makul görünmektedir. Sonuçta, *gizli olmayan* değişkenler böyle çalışır. Aslında, dalga fonksiyonu gizli değişkendir, onu bir bütün olarak gözlemleyemeyeceğiniz için "gizli"dir.

Bu yeni bir önerme değildir. Lawrence Landau, klasik bir (Kolmogorov) olasılık uzayına dayanan bir gizli-değişken teorisi varsayıldığında, Einstein-Podolsky-Rosen deneyinin Bell eşitsizliğine yol açtığını, ancak sonsuz sayıda bağımsız gizli değişken varsayılırsa, böyle bir olasılık uzayı olmadığından

deneyin Bell eşitsizliğine sebep olamayacağını gösterdi. Bu bir boşluktur.

Bir diğeri, pilot dalgalara yönelik ana itiraz olan yerel olmamayla ilgilidir. Dalgalar tüm evreni boydan boya kaplar ve ne kadar uzakta olurlarsa olsunlar değişimlere anında yanıt verirler. Ama bu itirazın abartılıp abartılmadığını merak ediyorum. Belirlenimci bir ortamda kuantum teorisine oldukça benzer fenomenler üreten ve pilot dalgalar için etkili bir büyük-ölçekli fiziksel analoji olan damlacık deneylerini düşünün. Damlacığın yerel olduğu kolaylıkla ispatlanabilir. Karşılık gelen dalga ise yerel değildir, ama kesinlikle tüm evrene yayılmıyor. Bir kapla sınırlıdır. Çift yarık deneyinin açıklamasına gelince, ihtiyacımız olan tek şey, iki yarığı da *fark edecek kadar yayılan* bir dalgadır. Hatta bir tür yarı-yerel olmayan "hale" olmadan, bir fotonun bırakın iki seçeneği bir yana, geçmesi gereken bir yarık olduğunu bile bilemediği iddia edilebilir. Modeldeki yarık çok ince olabilir ama gerçek yarık bir fotondan çok daha geniştir. (Bu, kesin sınır koşullarıyla dağınık gerçeklik arasındaki başka bir uyumsuzluktur.)

Üçüncü bir boşluk, gizli değişkenlerin olasılık uzayının bağlamsal olmadığı, yani yapılan gözlemden bağımsız olduğu şeklindeki üstü kapalı varsayımdır. Gizli değişkenlerin dağılımı gözleme bağlıysa, Bell eşitsizliğinin kanıtı başarısız olur. Bağlamsal olmayan bir olasılık uzayı mantıksız görünebilir: Gizli değişkenler ne şekilde gözlemleneceklerini nasıl "bilebilir"? Bir yazı tura atarsanız, madeni para masaya çarpana kadar masaya çarpacağını bilmez. Bununla birlikte, kuantum gözlemleri Bell eşitsizliğini bir şekilde aşar, bu nedenle kuantum formalizmi eşitsizliği ihlal eden korelasyonlara izin vermelidir. Nasıl? Çünkü kuantum durumu bağlamsaldır. Yaptığınız ölçümler yalnızca kuantum sisteminin gerçek durumuna değil –bir tane olduğunu varsayarsak– aynı zamanda ölçümün türüne de bağlıdır. Aksi takdirde, deneylerde Bell eşitsizliği ihlal edilmeyecektir.

Bu garip değil; tamamen doğaldır. "Madeni para bir masaya çarpacağını bilmez" dedim, ama bu alakasız. Madeni paranın bilmesine gerek yok. Bağlamı sağlayan madeni paranın duru-

mu değil, madeni parayla masa arasındaki etkileşim olan gözlemdir. Sonuç, madeni paranın nasıl gözlemlendiğine ve onun iç durumuna bağlıdır. Basit olsun diye madeni paranın sıfır yerçekiminde döndüğünü hayal edersek ve sonra onu bir masayla durdurursak, sonuç bunu ne zaman yaptığımıza ve madeni paranın dönme ekseniyle masanın düzlemi arasındaki açıya bağlıdır. Eksene paralel bir düzlemden bakıldığında, madeni para yazı ve tura arasında gidip gelir. Eksene dik bir düzlemden bakıldığında, kendi kenarında döner.

Kuantum dalga fonksiyonları bağlamsal olduğundan, gizli değişkenlerin de bağlamsal olmasına izin vermek adil görünüyor.

Kuantum fenomeninin anlamı hakkındaki felsefi spekülasyonların yanında, belirlenimci gizli-değişken teorilerini dikkate almanın, kuantum teorisini görelilikle birleştirme arzusu gibi başka bir nedeni daha vardır.[9] Einstein'ın kendisi de kuantum teorisini kütleçekimle birleştiren birleşik bir alan teorisini arayarak –başarısız bir şekilde– yıllarını harcadı. Böyle bir "her şeyin teorisi," temel fiziğin kutsal kâsesidir. Yarışı önde götüren sicim teorisi, son yıllarda bir dereceye kadar gözden düştü; Büyük Hadron Çarpıştırıcısının süper sicimler tarafından tahmin edilen yeni atom altı parçacıkları saptamadaki başarısızlığı, muhtemelen bunu tersine çevirecek hiçbir şey yapmadı. Halka kuantum kütleçekimi gibi diğer teorilerin de taraftarları var, ancak ana akım fizikçileri tatmin eden hiçbir şey henüz ortaya çıkmadı. Matematiksel olarak, oldukça temel bir düzeyde bir uyumsuzluk var: Kuantum teorisi doğrusaldır (durumlar üst üste binebilir), ancak genel görelilik değildir (durumlar üst üste binemez).

Bir birleşik alan teorisi kurmaya yönelik çoğu girişim, kuantum mekaniğine dokunmaz ve birleşik alan teorisine uydurmak için kütleçekim teorisini kurcalar. 1960'larda bu yaklaşım neredeyse işe yaramıştı. Einstein'ın genel görelilik için temel denklemi, bir kütleçekim sistemindeki madde dağılımı-

[9] Bu bölüm Anil Anathaswamy'nin Perfect disharmony başlıklı makalesine dayanmaktadır, *New Scientist*, 14 Nisan 2018, sayfa 35–37.

nın uzay-zamanın eğriliğiyle nasıl etkileşime girdiğini açıklar. Orada, madde dağılımı net bir fiziksel yorumu olan net bir matematiksel nesnedir. Yarı klasik Einstein denkleminde, madde dağılımının yerini, birçok gözlemde beklenen ortalama madde dağılımını tanımlayan bir kuantum nesnesi alır; kesin bir ifadeden ziyade, maddenin nerede olduğuna dair iyi bir tahmindir. Bu, uzay-zaman klasik kalırken maddenin kuantum olmasına izin verir. İşe yarayan bir uzlaşma olarak, Einstein denklemlerinin bu varyantı, aralarında Stephen Hawking'in kara deliklerin radyasyon yaydığına dair keşfi de dahil olmak üzere birçok başarı elde etti. Ancak, kuantum gözlemlerinin nasıl davrandığına dair zor bir soruyla karşı karşıya kalındığında pek işe yaramıyor. Dalga fonksiyonu aniden çökerse, denklemler tutarsız sonuçlar verir.

Roger Penrose ve Lajos Diósi bağımsız olarak 1980'lerde göreliliği Newton kütleçekimiyle değiştirerek bu sorunu çözmeye çalıştılar. Bu versiyonda öğrenilen herhangi bir şey şansı varsa göreli kütleçekimine genişletilebilir. Bu yaklaşımla ilgili sorun, Schrödinger'in Ay'ı olarak daha da aşırı bir şekilde ortaya çıkan Schrödinger'in kedisidir. Ay, bir yarısı Dünya'nın etrafında, diğer yarısı başka bir yerde olmak üzere üst üste binmiş iki parçaya bölünebilir. Daha da kötüsü, bu tür makroskopik üst üste binmiş durumların varlığı, sinyallerin ışıktan daha hızlı hareket etmesine izin verir.

Penrose, bu başarısızlıkların izini kuantum mekaniğiyle oynamama konusundaki ısrara kadar sürdü. Belki de suçlu olan kütleçekim değil kuantum mekaniğiydi. Tüm meselenin anahtarı, Kopenhag yorumunu kabul eden fizikçilerin bile bize dalga fonksiyonunun nasıl çöktüğünü gerçekten söyleyemeyecekleri gerçeğiydi. Ölçüm cihazının kendisi başka bir parçacık gibi küçük bir kuantum sistemiyse, dalga fonksiyonu çökmeyebilir. Ancak standart bir cihazla bir fotonun spinini ölçerseniz, üst üste binme değil, belirli bir sonuç elde edersiniz. Ölçüm cihazının gözlemlediği şeyin dalga fonksiyonunu çökertmesi için ne kadar büyük olması gerekir? Neden bir ışın ayırıcıya bir foton göndermek onun kuantum durumunu bozmaz da onu bir parça-

cık detektörüne göndermek bozar? Standart kuantum teorisinin buna bir cevabı yoktur.

Bu sorun tüm evreni incelerken vahim hale gelir. Uzay-zamanın kökenlerine ilişkin Büyük Patlama teorisi sayesinde, kuantum gözlemlerinin doğası kozmoloji için son derece önemli bir sorudur. Bir kuantum sisteminin dalga fonksiyonu, yalnızca harici bir şey tarafından gözlemlendiğinde çöküyorsa, evrenin dalga fonksiyonu nasıl tüm bu gezegenleri, yıldızları ve galaksileri verecek şekilde çökmüş olabilir? Bunun için evrenin dışından bir gözlem gerekir. Her şey oldukça kafa karıştırıcıydı.

Schrödinger'in kedisi üzerine bazı yorumcular, "gözlem" teriminden, gözlemin bir gözlemci gerektirdiği sonucunu çıkardılar. Dalga fonksiyonu, yalnızca bazı bilinçli zeki varlıklar onu gözlemlediğinde çöker. Bu nedenle, insanların var olmasının bir nedeni, biz olmadan evrenin kendisinin var olmayacağı olabilir ve bu bize yaşamda bir amaç verir ve aynı zamanda neden burada olduğumuzu açıklama erdemine sahiptir. Ancak bu düşünce silsilesi insanlığa ayrıcalıklı bir konum vermektedir ki bu kibirli görünür ve bilim tarihi boyunca sürekli yaptığımız standart hatalardan biridir. Aynı zamanda, evrenin yaklaşık 13 milyar yıldan beri var olduğu ve görünüşe göre biz onu gözlemlemek için orada olmadığımız halde aynı genel fiziksel kurallara uyduğuna dair kanıtlarla da rahatsız edici bir şekilde uyuşuyor. Dahası, bu "açıklama" tuhaf bir şekilde kendine atıfta bulunuyor. Var olduğumuz için evreni gözlemleyebilir, böylece onun var olmasına neden olabiliriz... bu da bizim var olmamıza neden olur. Buradayız çünkü buradayız çünkü buradayız. Bu tür itirazların etrafından dolanmanın bir yolu olmadığını söylemiyorum ama tüm fikir, insanlık ve evren arasındaki ilişkiyi yeniden öne çıkarıyor. Evren var olduğu için buradayız, tersi değil.

Kolay telaşa kapılmayan kişilikler; yalnızca küçük bir kuantum sistemi yeterince büyük bir sistemle etkileşime girdiğinde dalga fonksiyonunun çöktüğü sonucuna varır. Dahası, büyük olan klasik bir varlık gibi davranır, dolayısıyla dalga fonksiyonu çoktan çökmüş olmalıdır. Belki de olan şey, yeterince büyük sis-

temlerin otomatik olarak çökmesidir.[10] Daniel Sudarsky şu anda bir kendiliğinden çöküş yaklaşımını araştırıyor. Onun görüşüne göre, kuantum sistemleri kendi kendilerine rastgele çökerler, ancak bir parçacık çöktüğünde, diğerlerinin de çökmesini tetikler. Ne kadar çok parçacık varsa, birinin çökme olasılığı o kadar artar ve sonra hepsi çöker. Yani büyük sistemler klasikleşiyor.

Maaneli Derakshani, kuantum teorisinin kendiliğinden çöken bir versiyonunun Newton kütleçekimiyle daha iyi uyabileceğini fark etti. 2013'te, Newton'ın kütleçekimiyle kendiliğinden çökme teorisi birleştirildiğinde, Schrödinger'in Ay'ının tuhaf durumlarının kaybolduğunu keşfetti. İlk denemeler yine de sinyallerin ışıktan daha hızlı hareket etmesine izin veriyordu ve bu kötüydü. Sorunun bir kısmı, göreliliğin aksine Newton fiziğinin bu tür sinyalleri otomatik olarak yasaklamamasıdır. Antoine Tilloy, uzay-zamanda rastgele konumlarda kendiliğinden meydana gelen değiştirilmiş bir tür çökmeyi araştırıyor. Sonuç olarak, önceden bulanık olan madde dağılımları, kütleçekimine yol açan belirli konumlar kazanıyor. Uzay-zaman klasik kalıyor, bu yüzden bir Schrödinger'in Ay'ı olamıyor. Böylece ışıktan hızlı sinyaller ortadan kalkıyor. Asıl büyük gelişme, çöken bir kuantum teorisini genel görelilikle birleştirerek Newton'ı terk etmek ve onun yerine Einstein'ı getirmek olacaktır. Sudarsky'nin grubu şimdi tam da bunu deniyor.

Oh evet, zıplayan su ayıları hakkında açıklama yapacağıma söz vermiştim. Gröblacher, kare bir çerçeveyi kapsayan ince bir zarla bir milimetre çapında küçük bir trambolin yaparak kuantum çöküşü teorilerini test etmeyi planlıyor. Zarı titreştirin ve bir lazer kullanarak bir kısmı "yukarı" ve bir kısmı "aşağı" olan üst üste bindirilmiş bir duruma sokun. Daha da iyisi, üstüne bir su ayısı oturtun ve bunun durumlarını üst üste bindirip bindiremeyeceğinize bakın.

---

[10] Mesele sadece boyut olamaz, değil mi? Bir ışın ayırıcının (1/4 faz kaymasının) ve bir parçacık detektörünün (dalga fonksiyonunun karışmasının) etkisini düşünün. Her ikisine de gönül rahatlığıyla makroskopik diyebiliriz. Birincisi meselenin kuantum olduğunu düşünüyor, ikincisi ise olmadığını biliyor.

Schrödinger'in yosun domuzcuğu. Bunu seviyorum!

İşler daha da tuhaflaşıyor...

Fizikçilerin çoğu, kuantum teorisinin Kopenhag ve tüm formalizminin yalnızca elektronlar, yosun domuzcukları ve kediler için değil, ne kadar karmaşık olursa olsun herhangi bir gerçek dünya sistemi için de geçerli olduğuna inanıyor. Ancak 2018'de Daniela Frauchiger ve Renato Renner[11] tarafından yayınlanan Schrödinger'in kedisine ilişkin son yorum, bu inanca şüphe düşürüyor. Zorluk, fizikçilerin, kuantum mekaniğini kullanan fizikçiler sistemini modellemek için kuantum mekaniğini kullandığı bir düşünce deneyinde ortaya çıkıyor.

Temel fikir, Eugene Wigner'in Schrödinger'in senaryosunu değiştirerek geleneksel kuantum formalizminin gerçekliğin tutarsız tanımlarını üretebileceğini iddia ettiği 1967 yılına kadar gidiyor. Kedinin dalga fonksiyonunu gözlemlemek ve kedinin iki olası durumdan hangisinde bulunduğunu ortaya çıkarmak için kutuya bir fizikçi, "Wigner'in arkadaşını" yerleştiriyor. Kutunun dışındaki bir gözlemci ise hâlâ kedinin "canlı" ve "ölü" durumlarının üst üste binmiş bir halinde olduğunu düşünüyor, bu nedenle iki fizikçi kedinin durumu hakkında aynı fikirde değiller. Ancak, bir kusur var: Wigner'in arkadaşı, gözlemini dış gözlemciye iletemez, dolayısıyla dış gözlemci makul bir şekilde Wigner'in arkadaşının "ölü kedi gözlemliyor" ve "canlı kedi gözlemliyor" durumlarının bir üst üste binmiş halinde olduğunu düşünebilir. Dışarıdan bakıldığında, bu durum sonunda iki olasılıktan yalnızca birine çöker, ancak kutu açıldığında. Bu senaryo, Wigner'in arkadaşının başından beri düşündüğünden farklıdır, ancak mantıksal bir tutarsızlık yoktur.

Gerçek bir çelişki elde etmek için Frauchiger ve Renner bir adım daha ileri gidiyor. Açıkçası kediler yerine daha etik olan ve daha karmaşık bir kuruluma da izin veren fizikçileri kullanıyorlar. Fizikçi Alice, bir parçacığın spinini rastgele yukarı

[11] D. Frauchiger and R. Renner. Quantum theory cannot consistently describe the use of itself, *Nature Communications* (2018) 9:3711; doi: 10.1038/S41467-018-05739-8.

veya aşağı olarak ayarlar ve parçacığı meslektaşı Bob'a gönderir. Bob, kendileri ve laboratuvarları kutuların içindeyken bunu gözlemler ve durumları dolaşık hale gelir. Başka bir fizikçi, Albert, Alice ve laboratuvarını kuantum mekaniğini kullanarak modeller ve dolaşık durumların olağan matematiği, Bob'un gözlemlediği durumu bazen (her zaman değil!) tam bir kesinlikle çıkarabileceğini söyler. Albert'in meslektaşı Belinda, Bob ve laboratuvarı için aynısını yapıyor ve aynı matematik, Alice'in ayarladığı spin durumunu bazen tam bir kesinlikle çıkarabileceğini söylüyor. Açıkçası bu, Bob'un ölçtüğü durum olmalıdır. Ancak, kuantum teorisinin geleneksel matematiğini kullanarak toplamları yaptığınızda, bu süreç birçok kez tekrarlanırsa, vakaların küçük bir yüzdesinde Albert'in ve Belinda'nın –her ikisi de tamamen doğru olan– çıkarımlarının uyuşmaması gerektiği ortaya çıkar.

Oldukça karmaşık ayrıntıları bir kenara bırakırsak makale, hepsi de geleneksel kuantum fiziğiyle uyumlu olan üç varsayım üzerine odaklanmaktadır:

- Kuantum mekaniğinin standart kuralları herhangi bir gerçek-dünya sistemine uygulanabilir.
- Bu kuralları aynı sisteme doğru bir şekilde uygulayan farklı fizikçiler çelişkili sonuçlara ulaşmazlar.
- Bir fizikçi bir ölçüm yaptığında sonucu benzersizdir. Örneğin, bir spini "yukarı" olarak ölçüyorsa aynı zamanda (doğru bir şekilde) "aşağı" olarak ölçemez.

Frauchiger ve Renner'ın düşünce deneyi "işe yaramayan" bir teoremi kanıtlar: *üç ifadenin de doğru olması imkânsızdır.* Bu nedenle, kuantum mekaniğinin geleneksel formalizmi kendi içinde çelişkilidir.

Kuantum fizikçileri bu haberden pek hoşlanmadılar ve mantıkta gedikler bulmaya umut bağlamış görünüyorlar, ancak şimdiye kadar kimse bir gedik bulamadı. Argüman geçerliyse, bu üç varsayımın en az birinden vazgeçilmesi gerekir. Feda edilmesi en muhtemel olan birincisidir, bu durumda fizikçiler bazı gerçek-dünya sistemlerinin standart kuantum mekaniğinin kap-

samı dışında olduğunu kabul etmek zorunda kalacaklar. İkinci veya üçüncü varsayımı reddetmek daha da şok edici olurdu.

Bir matematikçi olarak, "kapa çeneni ve hesapla" yaklaşımının önemli bir şeyi kaçırma tehlikesiyle karşı karşıya olduğunu hissetmekten kendimi alamıyorum. Bunun nedeni, gerçekten çenenizi kaparsanız hesaplar mantıklı olacaktır. Kurallar vardır, çoğu zaman güzel kurallar. Çalışırlar. Bunların arkasındaki matematik derin ve zariftir, ancak indirgenemez bir rastgelelik temeli üzerine inşa edilmiştir.

Peki kuantum sistemi kurallara uyması gerektiğini nereden biliyor?

Bunu açıklayan daha derin bir teori olup olmadığını merak eden tek kişi ben değilim ve bunun indirgenemez bir şekilde olasılıksal olması gerektiğine dair geçerli bir neden göremiyorum. Bir başlangıç olarak, damlacık deneyleri öyle değildir ama kesinlikle kuantum bulmacalarına benziyorlar. Doğrusal olmayan dinamikler hakkında ne kadar çok şey öğrenirsek, bunu kuantum dünyasını keşfetmeden önce yapmış olsaydık, tarih o kadar farklı olurdu gibi görünüyor.

David Mermin, "kapa çeneni ve hesapla" zihniyetinin izini, kuantum fiziğinin atom silahları geliştirme amacı olan Manhattan projesiyle yakından ilişkili olduğu 2. Dünya Savaşı'na kadar sürüyor. Ordu, fizikçileri toplamlarla uğraşmaları ve anlamları hakkında endişelenmeyi bırakmaları için aktif olarak teşvik etti. 1976'da Nobel ödüllü fizikçi Murray Gell-Mann şöyle dedi:[12] "Niels Bohr, [kuantum teorisini yorumlama] işinin 50 yıl önce bittiğini düşünmeleri için bütün bir teoremci kuşağının beynini yıkadı." Adam Becker *What is Real?* kitabında, bu tutumun köklerinin, Bohr'un Kopenhag yorumu üzerindeki ısrarında yatmakta olduğunu öne sürüyor. Önerdiğim gibi, yalnızca deneylerin sonuçlarının anlamlı olduğu ve bunların arkasında daha derin bir gerçeklik olmadığı konusundaki ısrar, mantıksal pozitivizme aşırı bir tepki gibi görünüyor. Becker, tıpkı be-

[12] A. Sudbery. *Quantum Mechanics and the Particles of Nature*, Cambridge University Press, Cambridge, 1986, sayfa 178.

nim gibi, kuantum teorisinin *işe yaradığını* kabul ediyor, ancak onu mevcut durumunda bırakmanın "dünya anlayışımızdaki bir boşluğun üstünü örtmek ve bir insan süreci olarak bilim hakkındaki daha büyük bir hikâyeyi görmezden gelmek" anlamına geldiğini ekliyor.[13]

Ne bu ne de bu bölümdeki başka hiçbir şey, ipuçları olmasına rağmen, bize boşluğu nasıl dolduracağımızı söylemiyor. Kesin olan bir şey var: Gerçekliğin daha derin bir katmanı söz konusuysa, aramaya değmeyeceğine kendimizi inandırarak onu asla bulamayız.

[13] Adam Becker, ***What is Real?***, Basic Books, New York, 2018.

17

BELİRSİZLİKTEN FAYDALANMAK

En iyi hesaplanmış planlar bile ters gidebilir.
Robert Burns, To *a Mouse*

Şimdiye kadar belirsizliği genel anlamda bir sorun olarak ele aldım; gelecekte olabilecekleri anlamamızı zorlaştıran bir şey, en iyi şekilde kurguladığımız tüm planlarımızın "ters," yani yanlış gitmesine olanak sağlayan bir şey olarak. Belirsizliğin nereden geldiğini, ne şekilde olduğunu, nasıl ölçüleceğini ve etkilerinin nasıl azaltılacağını araştırdık. Onu nasıl kullanabileceğimize bakmadık. Aslında, biraz belirsizliğin bizim lehimize olduğu birçok durum vardır. Dolayısıyla belirsizlik genellikle bir sorun olarak görülse bile her zaman *aynı* probleme olmasa da bir çözüm de olabilir.

Rastgeleliğin en doğrudan kullanımı, doğrudan yöntemlerle zor görünen matematiksel problemlerin çözümünde ortaya çıkar. Çözümü simüle etmek ve daha sonra ilgili belirsizlikleri tahmin etmek için birçok çalışmayı örneklemek yerine, bu yaklaşım birçok örnek simülasyon yaparak ve bunlardan çözümü çıkararak her şeyi alt üst eder. Bu, adını meşhur kumarhaneden alan Monte Carlo yöntemidir.

Geleneksel basit örnek, karmaşık bir şeklin alanını bulmaktır. Doğrudan yöntem, şekli, bilinen formüllerle hesaplanabilen parçalara ayırmak ve sonuçları birbirine eklemektir. Daha karmaşık şekiller, esasen aynı şeyi yapan ve çok sayıda çok ince dikdörtgenle şekle yaklaşan integral hesabı kullanılarak ele alınabilir. Monte Carlo yaklaşımı çok farklıdır. Şekli, alanı bilinen bir sınırın içine koyun, mesela bir dikdörtgen. Şekle çok sayıda

rastgele dart atın ve dikdörtgene isabet eden tüm dartlara kıyasla şekle isabet eden dartların oranını bulun. Örneğin dikdörtgenin alanı bir metrekare ise ve dartlar %72 oranında şekle isabet ediyorsa, alanı 0,72 metrekare civarında olmalıdır.

Bu yöntemin satır aralarında çok sayıda önemli nokta vardır. İlk olarak, tahmini bir sonuç ararken en iyisidir. Sonuç yaklaşıktır ve hatanın olası boyutunu tahmin etmemiz gerekir. İkincisi, dartların dikdörtgene düzgün dağılmış olması gerekir. Şekle nişan alan iyi bir dart oyuncusu, her seferinde onu vurabilir. İstediğimiz şey, tercih ettiği bir yön olmaksızın dartları her yere fırlatan çok kötü bir dart oyuncusudur. Üçüncüsü, kötü tahminler bazen tesadüfen ortaya çıkar. Ancak avantajları da var. Kötü dart oyuncusu, rastgele sayı tabloları veya daha iyisi bilgisayar hesaplamaları kullanılarak ayarlanabilir. Yöntem daha yüksek boyutlarda çalışır; karmaşık bir üç boyutlu uzaysal hacimde veya çok daha fazla boyutta daha kavramsal bir "hacim"de. Matematikte, yüksek boyutlu uzaylar çoktur ve gizemli değildirler; sadece çok sayıda değişkenden bahsetmek için kullanılan geometrik bir dildir. Son olarak, genellikle doğrudan bir yöntemden çok daha etkilidir.

Monte Carlo yöntemleri (açıkça genel bir teknik olarak tanınması anlamında) Stanislaw Ulam tarafından 1946'da ABD'de Los Alamos Ulusal Laboratuvarı'nda nükleer silahlar üzerinde çalışırken icat edildi. Bir hastalık sırasında Canfield solitaire adlı sabır gerektiren bir iskambil oyunu oynayarak zaman geçiriyor ve hastalıktan kurtulmaya çalışıyordu. Bir matematikçi olarak, kombinatorik ve olasılık teorisini uygulayarak kazanma şansını hesaplayıp hesaplayamayacağını merak etmişti. Deneyip başarısız olduktan sonra, "soyut düşünme"den daha pratik, örneğin oyunu yüz kez oynayıp başarılı oyunların sayısını saymak gibi bir yöntemin olup olmayacağını merak etti.

Zamanın bilgisayarları toplamları yapacak kadar iyiydi. Ama aynı zamanda matematiksel bir fizikçi olduğu için Ulam hemen, nükleer fizikteki ilerlemeyi engelleyen, nötronların nasıl dağıldığı gibi, büyük sorunlar üzerinde düşünmeye başladı. Aynı fikrin, karmaşık bir diferansiyel denklemin rastgele bir süreç ola-

rak yeniden formüle edilebildiği her durumda pratik çözümler sağlayacağını fark etti. Fikri von Neumann'a anlattı ve birlikte bunu gerçek bir problem üzerinde denediler. Bir kod adına ihtiyaçları vardı ve Nicholas Metropolis, Ulam'ın kumar oynayan amcasının favori uğrak yeri olan "Monte Carlo"yu önerdi.

Monte Carlo yöntemleri, hidrojen bombasının geliştirilmesi için hayati öneme sahipti. Bazı açılardan bakıldığında, Ulam bu sezgiye hiç sahip olmasaydı dünya daha iyi bir yer olabilirdi ve matematik yapmak için bir neden olarak nükleer silahlar geliştirmek bana doğru gelmiyor. Ancak matematiksel fikirlerin yıkıcı gücünü ve rastgelelikten güçlü bir şekilde faydalanılabileceğini gösteriyor.

İronik bir şekilde, Monte Carlo yöntemlerinin geliştirilmesinin önündeki en büyük engel, bir bilgisayarın rastgele davranmasını sağlamaktı.

Dijital bilgisayarlar belirlenimcidir. Bir bilgisayara bir program verirseniz, her talimatı harfiyen uygulayacaktır. Bu özellik, bezgin programcıların bir kandırmaca olan DWIT (Do What I'm Thinking - Düşündüğümü Yap) komutunu icat etmesine ve kullanıcıların da yapay aptallık üzerine şüphe duymasına yol açtı. Ancak bu belirlenimcilik, bilgisayarların rastgele davranmasını da zorlaştırır. Üç ana çözüm vardır. Öngörülemeyen şekilde davranan bazı dijital olmayan bileşenler yapabilirsiniz; radyo gürültüsü gibi bazı öngörülemeyen gerçek dünya süreçlerinden girdiler sağlayabilirsiniz veya yalancı rastgele sayılar oluşturmak için talimatlar ayarlayabilirsiniz. Bunlar, belirlenimci bir matematiksel prosedürle oluşturulmuş olmasına rağmen rastgele görünen sayı dizileridir. Uygulaması kolaydır ve programınızda hata ayıklarken tam olarak aynı sırayı yeniden çalıştırabilme avantajına sahiptirler.

Genel fikir, bilgisayara tek bir sayı söyleyerek, "tohum" atarak başlamaktır. Daha sonra bir algoritma, dizideki bir sonraki sayıyı elde etmek için tohumu matematiksel olarak dönüştürür ve işlem tekrarlanır. Tohumu ve dönüştürme kuralını biliyorsanız, diziyi yeniden oluşturabilirsiniz. Bilmiyorsanız, prosedürün ne olduğunu bulmak zor olabilir. Arabalardaki SatNav (GPS – Kü-

resel Konumlandırma Sistemi), yalancı rastgele sayılar kullanır. GPS'in çalışması için zamanlama sinyalleri gönderen bir dizi uydu gerekir, bu sinyaller arabanızdaki cihaz tarafından algılanır ve arabanızın nerede olduğunu bulmak için analiz edilirler. Parazitlerden kaçınmak için sinyaller yalancı rastgele sayı dizileri şeklinde gönderilir ve arabanızdaki cihaz doğru sinyalleri tanıyabilir. Her bir uydudan gelen mesajın dizi boyunca ne kadar ilerlediğini karşılaştırarak, tüm sinyaller arasındaki göreli zaman gecikmelerini hesaplar. Bu, eski usul trigonometri kullanılarak konumunuzun bulunabileceği uyduların göreli mesafelerini verir.

Kaos teorisi sonrası dünyamızda, yalancı rastgele sayıların varlığı artık paradoksal değildir. Herhangi bir kaotik algoritma bu sayıları üretebilir. Teknik olarak kaotik olmayan algoritmalar da. Pratik olanların çoğu sonunda tam olarak aynı sayı dizisini defalarca tekrar etmeye başlar, ancak bunun gerçekleşmesi için bir milyar adım geçecekse kimin umurunda? İlk algoritmalar büyük bir tamsayı tohumuyla başlardı, örneğin

554.378.906

bunun karesini alırsanız

307.335.971.417.756.836

elde edersiniz.

Her iki uca yakın sayıların karelerinde düzenli matematiksel örüntüler vardır. Örneğin burada son basamaktaki 6 tekrar eder çünkü $6^2 = 36$ da 6 ile biter. Ve $55^2 = 3025$ de 3 ile başladığı için ilk basamağın 3 olması gerektiğini tahmin edebilirsiniz. Bu tür örüntüler rastgele değildir, bunlardan kurtulmak için uçlarını keseriz (mesela en sağdan altı basamağı silin, sonraki dokuz basamağı alın) ve şunu elde ederiz

335.971.417

Şimdi bunun karesini alın

112.876.793.040.987.889

ve sadece orta kısmını kullanın

876.793.040.987

Şimdi tekrar edin.

Bu tarifle ilgili teorik bir sorun, gerçekten rastgele bir dizi gibi davranıp davranmadığını anlamak için onu matematiksel olarak analiz etmenin çok zor olmasıdır. Bu nedenle, bunun yerine genellikle farklı kurallar kullanılır, en yaygın olanı doğrusal eşleşik üreteçlerdir. Buradaki prosedür, sayıyı sabit bir sayıyla çarpmak, başka bir sabit sayı eklemek, daha sonra elde edilen sayıyı belirli bir büyük sayıya bölerek kalanına indirgemektir. Etkili olması için her şeyi ikili aritmetikte yapın. Makoto Matsumoto ve Takuji Nishimura tarafından 1997 yılında Mersenne bükücüsünün icadı büyük bir ilerleme oldu. $2^{19.937} - 1$ sayısına dayanmaktadır. Bu bir Mersenne asalıdır; 2'nin bir kuvvetinden bir eksik olan bir asal sayı, 1644'te keşiş Marin Mersenne'e kadar uzanan bir sayı kuramsal tuhaflıktır. İkili sistemde ardışık 19.937 tane 1'den oluşur. Dönüşüm kuralı tekniktir. Avantajı, ürettiği sayı dizisinin yalnızca $2^{19.937} - 1$'inci adımdan sonra tekrar etmesidir, yani 6002 basamaklı bir sayıdır ve 623'üncü basamağına kadar sayının alt dizileri düzgün dağılmıştır.

O zamandan beri daha hızlı ve daha iyi yalancı rastgele sayı üreteçleri geliştirildi. Aynı teknikler, mesajların şifrelenmesi için kullanıldığı internet güvenliği için de yararlıdır. Algoritmadaki her adım, bir önceki sayıyı "şifrelemek" olarak görülebilir ve amaç, sayılarını kırılması son derece zor olan bir kod kullanarak üreten kriptografik olarak güvenli yalancı rastgele sayı üreteçleri oluşturmaktır. Kesin tanım daha tekniktir.

Biraz haylazlık yaptım.

İstatistikçiler, rastgeleliğin *süreçlerin* sonuçları değil, bir özelliği olduğunu açıklamak için biraz ileri giderler. Arka arkaya on kez adil bir zar atarsanız, 6666666666 *elde edebilirsiniz.* Aslında bu, ortalama olarak her 60.466.176 denemede bir gerçekleşmelidir.

Bununla birlikte, "rastgeleliğin" sonuçlara mantıklı bir şekilde uygulandığı biraz farklı bir anlam da vardır, bu nedenle

2144253615 gibi bir dizi, 6666666666'dan daha rastgeledir. Aralarındaki fark en iyi şekilde çok uzun dizilerde formüle edilir ve rastgele bir süreç tarafından oluşturulan tipik bir diziyi karakterize eder. Yani, dizinin beklenen tüm istatistiksel özellikleri mevcut olmalıdır. 1-6 arasındaki her rakam tüm zar atışların kabaca 1/6'sında görünmelidir; ardışık rakamlardan oluşan iki basamaklı her dizi, kabaca atışların 1/36'sında meydana gelmelidir ve bu böyle devam eder. Dahası, herhangi bir uzun vadeli korelasyon olmamalıdır; belirli bir konumda ve bir iki adım ötesinde meydana gelen şey, herhangi bir sayı çiftini diğerlerinden önemli ölçüde daha sık tekrarlamamalıdır. Bu nedenle, 3412365452 gibi bir şeyi ekarte ediyoruz çünkü sırayla tek ve çift sayılar geliyor.

Matematiksel mantıkçı Gregory Chaitin, algoritmik bilgi teorisinde bu tür koşulların en uç biçimini ortaya koydu. Geleneksel bilgi teorisinde, bir mesajdaki bilgi miktarı, onu temsil etmek için gereken ikili rakamların ("bitlerin") sayısıdır. Yani 1111111111 gibi bir mesaj on bitlik bilgi içerir ve 1010110111 de öyle. Chaitin diziye değil, onu oluşturabilecek kurallara, onu üretecek algoritmalara odaklandı. Bunlar aynı zamanda bazı programlama dillerinde ikili olarak da kodlanabilir, bu da diziler yeterince uzadığında çok da önemli değildir. Tekrarlanan 1'ler, diyelim ki bir milyon terim boyunca devam ederse, dizi bir milyon tane 1'den oluşan 111...111 gibi görünür. Mantıklı herhangi bir şekilde ikili olarak kodlanmış "Bir milyon kez 1 yaz" programı çok daha kısadır. Belirli bir çıktı üretebilen en kısa programın uzunluğu, o dizide yer alan algoritmik bilgidir. Bu tanım bazı incelikleri göz ardı eder, ancak burada yeterli olacaktır.

1010110111 dizisi, 1111111111'den daha rastgele görünür. Rastgele olup olmaması, nasıl devam ettiğine bağlıdır. Devamı π'nin ilk on ikili basamağı şeklinde olsun. Bir milyon basamak boyunca böyle devam ettiğini varsayalım. Son derece rastgele görünecektir. Ancak "π'nin ilk bir milyon tane ikili basamağını hesapla" algoritması bir milyon bitten çok daha kısadır, bu nedenle π'nin rakamları rastgelelik için tüm standart istatistiksel

testleri sağlasa da milyon basamaklı dizideki algoritmik bilgi bir milyon bitten çok daha azdır. Ancak "π'nin rakamlarından farklı" ifadesini sağlamazlar. Aklı başında hiç kimse π'nin rakamlarını bir şifreleme sistemi olarak kullanmaz; düşman kısa zamanda çözebilir. Öte yandan, dizi π'den gelmek yerine gerçekten rastgele bir şekilde devam ederse, onu üreten daha kısa bir algoritma bulmak muhtemelen zor olacaktır.

Chaitin, bir bit dizisinin eğer sıkıştırılamazsa rastgele olacağını tanımladı. Yani, bir bit dizisini belirli bir basamağa kadar oluşturmak için bir algoritma yazarsanız, basamak sayısının çok olması koşuluyla, algoritma en az dizi kadar uzundur. Geleneksel bilgi teorisinde, bir ikili dizideki bilgi miktarı içerdiği bitlerin sayısı yani uzunluğudur. Bir ikili dizideki algoritmik bilgi, onu üreten en kısa algoritmanın uzunluğudur. Dolayısıyla, rastgele bir dizideki algoritmik bilgi aynı zamanda onun uzunluğudur, ancak π'nin basamaklarındaki algoritmik bilgi, onu üreten en kompakt programın uzunluğudur. Bu çok daha küçük.

Chaitin'in tanımını kullanarak, mantıklı bir şekilde belirli bir dizinin rastgele olduğunu söyleyebiliriz. Rastgele diziler hakkında iki ilginç şey kanıtladı:

- Rastgele 0'lar ve 1'ler dizileri mevcuttur. Aslında, neredeyse her sonsuz dizi rastgeledir.
- Bir dizi rastgele ise, asla rastgele olduğunu kanıtlayamazsınız.

İlkinin kanıtı, dizileri üretebilecek daha kısa programlarla karşılaştırıldığında, belirli uzunlukta kaç dizi olduğunu saymaktan gelir. Örneğin, 1024 tane on-bitlik dizi var, ancak yalnızca 512 tane dokuz-bitlik program var, bu nedenle dizilerin en az yarısı daha kısa programlar kullanılarak sıkıştırılamaz. İkincinin ispatı, temel olarak, bir dizinin rastgele olduğunu ispatlayabilirseniz, ispat dizinin içindeki verileri sıkıştırır, yani rastgele değildir.

Şimdi, bir dizi oluşturmak istediğinizi ve bunun gerçekten rastgele olduğuna ikna olmak istediğinizi varsayalım. Örneğin, bir şifreleme şemasının anahtarını ayarlıyor olabilirsiniz. Görü-

nüşe göre, Chaitin'in çalışması böyle bir şeyi dışarlamaktadır. Ancak 2018'de Peter Bierhorst ve çalışma arkadaşları, kuantum mekaniğini kullanarak bu kısıtlamayı aşabileceğinizi gösteren bir makale yayınladılar.[1] Aslında, buradaki fikir, kuantum belirsizliğinin, Chaitin'in kastettiği anlamda rastgele olduklarına dair fiziksel bir garantiyle, belirli dizilere çevrilebilmesidir. Yani, hiçbir potansiyel düşman onları üreten matematiksel algoritmayı çıkaramaz; çünkü böyle bir matematiksel algoritma yoktur.

Bir rastgele sayı üretecinin güvenliğinin ancak iki koşulu sağlaması durumunda garanti edilebileceği düşünülebilir. Kullanıcı, sayıların nasıl üretildiğini bilmelidir, aksi takdirde gerçekten rastgele sayılar ürettiğinden emin olamaz. Ve düşman, rastgele sayı üretecinin iç işleyişini çıkaramamalıdır. Bununla birlikte, pratikte geleneksel bir rastgele sayı üreteci kullanarak ilk koşulu sağlamanın bir yolu yoktur, çünkü uyguladığı algoritma ne olursa olsun, işler yanlış gidebilir. İç işleyişine göz kulak olmak işe yarayabilir, ancak bu genellikle pratik değildir. İkinci koşul, Kerckhoff ilkesi adı verilen temel bir kriptografi ilkesini ihlal eder: Düşmanın kodlama sisteminin nasıl çalıştığını bildiğini varsaymalısınız. Ne olur ne olmaz diye. Yerin kulağı var. (Bilmemelerini umduğunuz şey *kod çözme* sistemidir.)

Kuantum mekaniği dikkat çekici bir fikre yol açar. Hiçbir belirlenimci gizli-değişken teorisinin var olmadığını varsayarak, yukarıdaki iki koşulun da başarısız olacağı, kanıtlanabilir şekilde güvenli ve rastgele olan bir kuantum mekaniksel rastgele sayı üreteci oluşturabilirsiniz. Paradoksal olarak, kullanıcı rastgele sayı üretecinin nasıl çalıştığı hakkında hiçbir şey bilmez, ancak düşman bunu tüm ayrıntılarıyla bilir.

Cihaz dolaşık fotonlar, bir verici ve iki alıcı istasyon kullanır. Yüksek oranda ilişkili polarizasyonlara sahip dolaşık foton çiftleri oluşturun. Her bir çiftten bir fotonu bir istasyona, di-

---

1 Peter Bierhorst ve 11 kişi daha. Experimentally generated randomness certified by the impossibility of superluminal signals, *Nature* 223 (2018) 223–226.

ğerini de ikinci istasyona gönderin. Her istasyonda polarizasyonu ölçün. İstasyonlar, bu ölçümü yaparken aralarında hiçbir sinyalin dolaşamayacağı kadar uzaktadır, ancak dolaşıklık nedeniyle gözlemledikleri polarizasyonlar yüksek oranda ilişkili olmalıdır.

Şimdi işin püf noktası geliyor. Görelilik, fotonların ışıktan hızlı bir iletişim aracı olarak kullanılamayacağını söyler. Bu, ölçümlerin yüksek korelasyona sahip olmalarına rağmen öngörülemez olması gerektiği anlamına gelir. Bu nedenle, çeliştikleri ender durumlar gerçekten rastgele olmalıdır. Dolaşıklıktan kaynaklanan Bell eşitsizliklerinin ihlali, bu ölçümlerin sonuçlarının rastgele olduğunu garanti eder. Düşman, rastgele sayı üreteci tarafından kullanılan süreç hakkında ne biliyor olursa olsun, bu değerlendirmeyle hem fikir olmalıdır. Kullanıcı, yalnızca rastgele sayı üreteci çıktılarının istatistiklerini gözlemleyerek Bell eşitsizliklerinin ihlallerini test edebilir; iç işleyişi bu amaç için önemsizdir.

Bu genel fikir bir süredir ortalıkta dolaşıyordu ancak Bierhorst'un ekibi, Bell eşitsizliklerindeki bilinen gediklerden kaçınan bir düzenek kullanarak bunu deneysel olarak gerçekleştirdi. Yöntem hassastır ve Bell eşitsizliklerinin ihlalleri azdır, bu nedenle rastgele olduğu garanti edilen bir dizi oluşturmak uzun zaman alır. Deneyleri, atışların %99,98'inde tura veren bir yazı tura oyunu oynayarak eşit derecede olası iki sonuçtan oluşan rastgele bir dizi oluşturmak gibiydi. Dizi üretildikten sonra analiz edilerek yapılabilir. İşte bir yol. Ardışık atışların farklı olduğu ilk noktaya ulaşana kadar dizi boyunca ilerleyin: YT veya TY. Bu çiftler aynı olasılığa sahiptir, bu nedenle YT'yi "yazı" ve TY'yi "tura" olarak kabul edebilirsiniz. T olasılığı çok büyük veya çok küçükse, dizideki verilerin çoğunu reddedersiniz, ancak geriye kalanlar adil bir madeni para gibi davranır.

Deneyi on dakika boyunca sürdürmek, 55 milyon çift foton gözlemlemeyi içeriyordu ve 1024 bit uzunluğunda rastgele bir diziye yol açtı. Geleneksel kuantum rastgele sayı üreteçleri, kanıtlanmış bir şekilde güvenli olmasalar da saniyede milyonlarca rastgele bit üretir. Yani şu anda, bu yöntemin garanti ettiği

ekstra güvenlik, uğraşmaya değmez. Diğer bir sorun da düzeneğin boyutu: iki istasyon birbirinden 187 metre uzaktadır. Bu, bırakın bir cep telefonuna koymayı, evrak çantanızda taşıyabileceğiniz bir alet değil. Kurulumu minyatürleştirmek zor görünüyor ve onu bir çipe yerleştirmek yakın gelecekte bile söz konusu değil. Yine de deney bir kavram kanıtı sağlar.

Rastgele sayılar ("yalancı" sıfatını kullanmıyorum artık) çok çeşitli uygulamalarda kullanılmaktadır. Sanayi ve ilgili alanlardaki birçok problem, mümkün olan en iyi sonucu elde etmek için bazı prosedürlerin optimize edilmesini gerektirir. Örneğin, bir havayolu, rotalarını en az sayıda uçağı kullanacak şekilde veya belirli sayıda uçağı kullanarak mümkün olduğu kadar çok rotayı kapsayacak şekilde planlamak isteyebilir. Veya daha doğrusu ortaya çıkan kârı maksimize edecek şekilde. Bir fabrika, makinaların "yatış süresini" en aza indirmek için bakımlarını planlamak isteyebilir. Doktorlar, ilacın en etkili olabilmesi için aşı yapmak isteyebilirler.

Bu tür bir optimizasyon problemi, matematiksel olarak bir fonksiyonun maksimum değerini bulmak şeklinde temsil edilebilir. Geometrik olarak bu, bir arazideki en yüksek zirveyi bulmaya benzer. Arazi genellikle çok boyutludur, ancak üç boyutlu uzayda iki boyutlu bir yüzey olan standart bir araziyi düşünerek neler olduğunu anlayabiliriz. Optimum strateji, en yüksek zirvenin konumuna karşılık gelir. Onu nasıl bulabiliriz?

En basit yaklaşım tepe tırmanışıdır. İstediğiniz herhangi bir yerden başlayın. Yukarıya çıkan en dik yolu bulun ve takip edin. Sonunda daha yükseğe çıkamayacağınız bir noktaya ulaşırsınız. Bu nokta zirvedir. Belki de değil. Bu bir zirvedir, ancak en yükseği olması gerekmez. Himalayalardaysanız ve en yakın dağa tırmanıyorsanız, muhtemelen Everest değildir.

Tepe tırmanışı, yalnızca bir zirve varsa işe yarar, ancak daha fazla tepe varsa, tırmanıcı yanlış olanda sıkışıp kalabilir. Her zaman (yakındaki hiçbir şeyin daha yüksek olmadığı) yerel bir maksimum bulur, ancak (başka *hiçbir şeyin* daha yüksek olmadığı) küresel bir maksimum olmayabilir. Kapana kısılmaktan kaçınmanın bir yolu, tırmanıcıyı sık sık tekmelemek ve onu bir

konumdan diğerine ışınlamaktır. Yanlış zirvede takılmışsa, bu onun farklı bir zirveye tırmanmasını sağlar ve yeni zirve eskisinden daha yüksekse eskisinden daha yükseğe tırmanır *ve* tekmeyi çok erken yemez. Bu yönteme benzetilmiş tavlama adı verilir, çünkü sıvı metaldeki atomların metal soğurken ve sonunda donarak katılaşırken nasıl davrandığına mecazi bir benzerlik gösterir. Isı, atomların rastgele hareket etmesini sağlar ve sıcaklık ne kadar yüksek olursa, o kadar fazla hareket ederler. Bu yüzden temel fikir, büyük tekmeleri erkenden kullanmak ve ardından sanki sıcaklık düşüyormuş gibi tekmelerin boyutlarını küçültmektir. Başlangıçta farklı zirvelerin nerede olduğunu bilmediğinizde, tekmelerin rastgele olması en iyi sonucu verir. Dolayısıyla, doğru türden rastgelelik, yöntemin daha iyi çalışmasını sağlar. Etkili bir tavlama programı, yani tekmelerin boyutunun nasıl küçüldüğüne dair kuralı seçerken kullanılan matematiğin çoğu akıllıcadır.

Pek çok farklı türdeki sorunu çözebilen bir başka teknik, genetik algoritmaları kullanmaktır. Bu algoritmalar, biyolojik sürecin basit bir taklidini uygulayarak Darwinci evrimden ilham alırlar. Alan Turing, yöntemi 1950'de varsayımsal bir öğrenme makinesi olarak önerdi. Evrim taklidi şu şekildedir. Organizmalar özelliklerini rastgele varyasyonla (mutasyonla) yavrularına aktarırlar. Çevrelerinde hayatta kalmaya daha uygun olanlar, özelliklerini bir sonraki nesle aktarmak için yaşarken, daha az uygun olanlar bunu yapmaz (en uygun olanın hayatta kalması veya doğal seçilim). Yeterli sayıda nesiller boyunca seçmeye devam ederseniz organizma gerçekten çok fit, optimale yakın hale gelir.

Evrim, kabaca bir optimizasyon problemi olarak modellenebilir: Bir organizma popülasyonu, bir uyum arazisinde rastgele dolaşır, yerel zirvelere tırmanır ve çok aşağıda olanlar ölür. Sonunda hayatta kalanlar bir zirvenin etrafında toplanır. Farklı zirveler, farklı türlere karşılık gelir. Aslında çok daha karmaşıktır, ancak taklit yeterli bir motivasyondur. Biyologlar, evrimin doğası gereği rastgele olduğu konusunda büyük bir şarkı söyler ve dans ederler. Bununla, (tamamen mantıklı bir şekilde)

evrimin bir hedefle başlamadığını ve bir hedefinin olmadığını kastederler. Evrim, milyonlarca yıl önce insanı evrimleştirmeye karar vermedi ve bizde mükemmelliğe ulaşana kadar nesillerce bu ideale gittikçe yaklaşan maymunları seçmedi. Evrim, uyum arazisinin nasıl göründüğünü önceden bilmez. Aslında, diğer türler geliştikçe arazinin kendisi de zaman içinde değişebilir, bu nedenle arazi metaforu biraz zorakidir. Evrim, mevcut olana yakın ancak rastgele yer değiştirmiş farklı olasılıkları test ederek neyin daha iyi çalıştığını bulur. Sonra daha iyi olanları tutar ve aynı işleme devam eder. Böylece organizmalar adım adım gelişmeye devam ederler. Bu şekilde, evrim eş zamanlı olarak uyum arazisinin zirvelerini inşa eder, nerede olduklarını bulur ve onları organizmalarla doldurur. Evrim, beynin sinir sisteminde gerçekleşen stokastik bir tepe-tırmanma algoritmasıdır.

Genetik bir algoritma evrimi taklit eder. Bir problemi çözmeye çalışan bir algoritma popülasyonuyla başlar, bunları rastgele değiştirir ve diğerlerinden daha iyi performans gösterenleri seçer. Yeni nesil algoritmalar için bunu tekrar yapın ve performanstan memnun kalana kadar tekrarlayın. Algoritmaları bir eşeyli üreme parodisinde birleştirmek bile mümkündür, böylece iki farklı algoritmanın her birinden birer tane olmak üzere iki iyi özellik bir araya getirilebilir. Bu, algoritma popülasyonunun deneme yanılma yoluyla en iyi çözümü keşfettiği bir tür öğrenme süreci olarak görülebilir. Evrim, algoritmalar yerine organizmalara uygulanan karşılaştırılabilir bir öğrenme süreci olarak düşünülebilir.

Yüzlerce genetik algoritma uygulaması var ve nasıl çalıştıklarına dair bir fikir vermek için sadece birinden bahsedeceğim. Üniversite ders programları oldukça karmaşıktır. Binlerce öğrencinin sayısız farklı dersi takip edebilmesi için yüzlerce dersin programlanması gerekir. Öğrencilerin farklı konularda seçmeli dersler alması yaygındır; Amerikan "ana" ve "yan" dal alanları basit bir örnektir. Dersler, bir öğrencinin iki derse aynı anda girmesini gerektiren çakışmaları önleyecek ve aynı konudaki üç dersi arka arkaya saatlere sıkıştırmaktan kaçınacak şekilde planlanmalıdır. Bir genetik algoritma, bir zaman çizelge-

siyle başlar ve kaç tane çakışma veya üçlü ders olduğunu bulur. Daha sonra zaman çizelgesini rastgele değiştirerek daha iyisini arar ve tekrarlar. Oldukça başarılı iki çizelgenin bazı bölümlerini cinsel birleşmeyi taklit ederek birleştirmek bile mümkün olabilir.

Hava tahmininin doğal sınırlamaları olduğu için, hava durumu *kontrolüne* ne dersiniz? Yağmurun pikniği mi yoksa istilayı mı mahvedeceğini sormayın, mahvetmediğinden emin olun.

Kuzey Avrupa'daki halk hikâyelerinde, top atışlarının dolu fırtınalarını önleyebileceği rivayet edilirdi. Bu etkinin anekdotsal kanıtı, Napolyon savaşı ve Amerikan İç Savaşı da dahil olmak üzere birçok savaştan sonra ortaya çıktı: Ne zaman büyük bir savaş olsa, ardından yağmur yağar. (Buna inanacak kadar saf değilsinizdir herhalde.) 19. yüzyılın sonlarına doğru ABD Savaş Bakanlığı patlayıcılara 9000 dolar harcadı ve onları Teksas'ta patlattı. Bilimsel geçerliliği olan hiçbir şey gözlemlenmedi. Günümüzde yağmur yağdırmak için gümüş iyodür parçacıkları içeren tohumlama bulutları yaygın olarak kullanılmaktadır. Çok katışıksız olan gümüş iyodür parçacıkları teorik olarak etrafında su buharının yoğunlaşabileceği çekirdekler oluşturabilir ancak bu olduğunda, yağmurun yine de yağıp yağmayacağı net değildir. Kasırgaları, göz duvarlarına gümüş iyodür enjekte ederek zayıflatmak için birkaç girişimde bulunuldu ve yine sonuçlar ikna edici değildi. ABD Ulusal Oşinografi ve Atmosfer İdaresi, kasırgaları durdurmak için mesela onlara sebep olabilecek fırtınalara lazerler ateşlemek, yıldırım deşarjlarını tetiklemek ve fırtınalardaki enerjinin bir kısmını dağıtmak gibi teorik fikirler üzerinde çalışmaktadır. Bunun yanında, iklim değişikliğinin insanların CO_2 üretiminden kaynaklanmadığına, Amerika'nın aleyhine olacak şekilde havayı kontrol eden kötü niyetli gizli bir grubun işi olduğuna dair komplo teorileri de var.

Rastgeleliğin birçok biçimi vardır ve kaos teorisi bize bir kelebeğin kanat çırpmasının hava durumunu radikal biçimde değiştirebileceğini söyler. Bunun ne anlamda doğru olduğunu tartıştık: "değişmek" aslında "yeniden dağıtmak ve modifiye etmek" anlamına gelir. Von Neumann'a bu etkiden bahsedildiğin-

de, hava durumunu tahmin edilemez hale getirmenin yanı sıra potansiyel olarak kontrol de edilebilir hale getirdiğine dikkat çekmişti. Bir kasırgayı yeniden dağıtmak için doğru kelebeği bulmalısınız.

Bunu bir kasırga veya tornado için yapamayız. Hafif bir çiseleme için bile olmaz. Ancak bunu bir kalp pilindeki elektrik dalgaları için yapabiliriz ve zamanın hayati olmadığı durumlarda, yakıt tasarruflu uzay görevlerini planlamak için yaygın olarak kullanılmaktadır. Her iki durumda da ana matematiksel çaba doğru kelebeği seçmektir. Yani, istenen sonucu elde etmek için sisteme nasıl, ne zaman ve nerede ufak bir müdahalede bulunmayı çözmek demektir. Edward Ott, Celso Grebogi ve James Yorke 1990'da kaotik kontrolün temel matematiğini geliştirdiler.[2] Kaotik çekiciler tipik olarak çok sayıda periyodik yörünge içerir, ancak bunların hepsi kararsızdır: Bu yörüngelerden herhangi bir ufak sapma katlanarak büyür. Ott, Grebogi ve Yorke, dinamik sistemi doğru şekilde kontrol etmenin böyle bir yörüngeyi stabilize edip edemeyeceğini öğrenmek istediler. Bu gömülü periyodik yörüngeler tipik olarak eyer noktalarıdır, böylece bazı yakın durumlar başlangıçta onlara doğru çekilir, ancak hepsi değil. Yakındaki durumların neredeyse tamamı sonunda bu yörüngelere çekilmekten kurtulur ve itici bölgelere düşerler dolayısıyla istikrarsızlık ortaya çıkar. Ott-Grebogi-Yorke kaotik kontrol yöntemi, sistemi tekrar tekrar küçük miktarlarda değiştirir. Bu pertürbasyonlar, yörünge her kaçmaya başladığında yeniden yakalanacak şekilde seçilir; duruma bir itme vererek değil, sistemi değiştirerek ve çekiciyi hareket ettirerek, böylece durum kendisini tekrar periyodik yörüngenin üzerinde bulur.

Bir insan kalbi oldukça düzenli bir şekilde atar, periyodik bir durumdur, ancak bazen çarpıntı başlar ve kalp atışı ciddi şekilde düzensiz hale gelir; hızlı bir şekilde durdurulmazsa ölüme neden olabilir. Çarpıntı, kalbin düzenli periyodik durumu bozularak özel bir tür kaos sergilediğinde ortaya çıkar: Kalp boyunca

---

[2] E. Ott, C. Grebogi, ve J.A. Yorke. Controlling chaos, *Physics Review Letters* 64 (1990) 1196.

ilerleyen olağan dairesel dalgalar dizisinin birçok lokalize spirale ayrıldığı sarmal kaos.[3] Düzensiz kalp atışları için standart bir tedavi, kalp atışlarını senkronize tutmak için kalbe elektrik sinyalleri gönderen bir kalp pili takmaktır. Kalp pili tarafından sağlanan elektriksel uyarıcılar oldukça büyüktür. 1992'de Alan Garfinkel, Mark Spano, William Ditto ve James Weiss bir tavşan kalbinden alınan doku üzerinde deneyler yaptılar.[4] Sarmal kaosu tekrar düzenli periyodik davranışa dönüştürmek için kalp dokusunun atmasına sebep olan elektrik atımlarının zamanlamasını değiştirerek kaotik bir kontrol yöntemi kullandılar. Bu yöntemle, geleneksel kalp pillerindekilerden çok daha küçük voltajlar kullanarak düzenli kalp atışlarını geri getirmeyi başardılar. Prensip olarak, benzer şekilde daha az rahatsız edici bir kalp pili üretilebilirdi ve 1995'te bunun üzerine bazı insan testleri gerçekleştirildi.

Kaotik kontrol artık uzay görevlerinde yaygındır. Bunu mümkün kılan dinamik özelliğin geçmişi, Poincaré'nin üç-cisim kütleçekimindeki kaosu keşfetmesine kadar uzanır. Uzay görevlerine uygulanırken, üç cisim Güneş, bir gezegen ve uydularından biri olabilir. 1985 yılında Edward Belbruno tarafından önerilen ilk başarılı uygulama Güneş, Dünya ve Ay'ı içeriyordu. Dünya Güneş'in etrafında ve Ay da Dünya'nın etrafında dönerken, birleşik kütleçekim alanları ve merkezkaç kuvvetleri, tüm kuvvetlerin birbirini götürdüğü beş durağan noktalı, bir tepe, bir vadi ve üç eyerden oluşan bir enerji arazisi yaratır. Bu noktalara Lagranj noktaları denir. Bunlardan biri, L_1, Ay ile Dünya arasında yer alır ve burada Ay ile Dünya'nın kütleçekim alanla-

---

[3] Kalp yetmezliğinde, sadece rastgelelikten ziyade, kaos oluşumu insanlarda tespit edilmiştir:
Guo-Qiang Wu ve 7 kişi daha, Chaotic signatures of heart rate variability and its power spectrum in health, aging and heart failure, *PLos Online* (2009) 4(2): e4323; doi:10.1371/journal.pone.0004323.

[4] A. Garfinkel, M.L. Spano, W.L. Ditto ve J.N. Weiss. Controlling cardiac chaos, *Science* 257 (1992) 1230–1235. Model bir kalbin kaos kontrolü üzerine daha yeni bir makale: B.B. Ferreira, A.S. de Paula ve M.A. Savi. Chaos control applied to heart rhythm dynamics, *Chaos, Solitons and Fractals* 44 (2011) 587–599.

rıyla Güneş'in çevresinde dolanan Dünya'nın merkezkaç kuvveti birbirini götürür. Bu noktanın yakınlarında dinamik kaotiktir, bu nedenle küçük parçacıkların yolları küçük pertürbasyonlara karşı oldukça hassastır.

Bir uzay sondası burada küçük bir parçacık olarak düşünülür. 1985'te Uluslararası Güneş-Dünya Kâşifi ISEE-3'ün yörüngesini değiştirmek için kullandığı yakıt neredeyse tamamen tükenmişti. Çok fazla yakıt tüketmeden L_1'e taşınabilseydi, yine neredeyse hiç yakıt kullanmadan onu uzaktaki bir hedefe yönlendirmek için kelebek etkisinden yararlanmak mümkün olabilirdi. Bu yöntem, uydunun Giacobini-Zinner kuyruklu yıldızıyla buluşmasını sağladı. 1990'da Belbruno, Japon uzay ajansını, ana görevini tamamlarken yakıtının çoğunu tüketmiş olan sondası *Hiten*'de benzer bir teknik kullanmaya zorladı. Böylece sondayı bir ay yörüngesine park ettiler ve ardından hapsolmuş toz parçacıklarını gözlemlemek için diğer iki Lagranj noktasına yönlendirdiler. Bu tür kaotik kontrol, insansız uzay görevlerinde çok sık kullanıldı ve artık yakıt verimliliği ve düşük maliyetlerin hızdan daha önemli olduğu durumlar için standart bir teknik haline geldi.

18

BİLİNMEYEN BİLİNMEYENLER

> Bilinen bilinenler var; bildiğimizi bildiğimiz şeyler var. Bilinen bilinmeyenler olduğunu da biliyoruz; yani bilmediğimiz bazı şeyler olduğunu biliyoruz. Ama aynı zamanda bilinmeyen bilinmeyenler de var, bilmediğimizi bilmediğimiz şeyler.
>
> Donald Rumsfeld, *ABD Savunma Bakanlığı, bilgilendirme toplantısı, 12 Şubat 2002*

Rumsfeld bu meşhur konuşmasını, El Kaide'nin 2001'de Manhattan'ın Dünya Ticaret Merkezi kulelerine düzenlediği terör saldırısıyla bağlantılı hiçbir kanıt olmamasına rağmen, Irak'ın işgalini savunmak için yapmıştı. Bahsettiği "bilinmeyen bilinmeyenler," ne olabileceği hakkında hiçbir fikri olmamasına rağmen, Irak'ın başka nelerin peşinde olabileceğini ima ediyordu ve bu askerî harekât için bir sebep olarak sunulmuştu.[1] Ancak daha az militarist bir bağlamda, yaptığı ayrım tüm kariyeri boyunca söylediği en mantıklı şey olabilirdi. Cehaletimizin farkına vardığımızda, bilgimizi geliştirmeye çalışabiliriz. Cahil olup bunun farkında değilsek, bir hayal aleminde yaşıyor olabiliriz.

Bu kitabın çoğu, insanlığın bilinmeyen bilinmeyenleri nasıl alıp onları bilinen bilinmeyenlere dönüştürdüğü hakkında-

[1] O sırada Başkan George W. Bush, 11 Eylül'e yanıt olarak Irak'a saldırmamaya karar vermişti. Ancak kısa bir süre sonra ABD ve müttefikleri, Saddam Hüseyin'in "teröre verdiği desteği" gerekçe göstererek Irak'ı işgal ettiler. 7 Eylül 2003 tarihli Guardian gazetesi, hiçbir kanıt olmamasına rağmen, "on Amerikalıdan yedisinin saldırılarda Saddam Hüseyin'in rolü olduğuna inanmaya devam ettiğini" gösteren bir anket paylaştı. https://www.theguardian.com/world/2003/sep/07/usa.theobserver

dı. Doğal afetleri tanrılara atfetmek yerine, onları kaydettik, ölçümleri inceledik ve faydalı örüntüler çıkardık. Mutlak bir kehanette bulunmadık, ancak geleceği rastgele tahminlerden daha iyi öngören istatistiksel bir kehanet elde ettik. Birkaç durumda, bilinmeyen bilinmeyenleri bilinen bilinenlere dönüştürdük. Gezegenlerin nasıl hareket edeceğini biliyorduk ve bunu *neden* bildiğimizi de biliyorduk. Ancak doğa yasaları hakkındaki yeni kehanetimiz yetersiz kaldığında, belirsizliği ölçmek için deney ve mantıklı düşünmenin bir karışımını kullandık; hâlâ net olmasak da ne kadar belirsiz olduğumuzu biliyorduk. Böylece olasılık teorisi doğdu.

Altı Belirsizlik Çağı bölümünde, neden belirsiz olduğumuzu ve bu konuda ne yapabileceğimizi anlamadaki en önemli ilerlemelerden bahsetmiştim. Bunda farklı insan faaliyetlerinin parmağı var. Kumarbazlar, olasılık teorisinin temel kavramlarını ortaya çıkarmak için matematikçilerle güçlerini birleştirdiler. Matematikçilerden biri bir kumarbazdı ve ilk başta matematiksel bilgisini büyük bir fayda sağlamak için kullandı, ancak sonunda aile servetini kaybetti. Aynı hikâye, bu yüzyılın başlarında, matematiğin kumarın riskini ortadan kaldırdığına o kadar sıkı bir şekilde inanan ve aile servetlerini kaybeden dünya bankacıları için de geçerli. Gerçi aileleri biraz daha büyüktü: gezegenin tüm nüfusu. Şans oyunları, matematikçilere büyüleyici problemler sunuyordu ve bu oyunların sunduğu oyuncak örnekler, ayrıntılı olarak incelenebilecek kadar basitti. İronik biçimde, ne zarların ne de madeni paraların hayal ettiğimiz kadar rastgele olmadığı ortaya çıktı; rastgeleliğin çoğu zar atan veya yazı tura oynayan insandan gelmektedir.

Matematiksel anlayışımız geliştikçe, aynı kavrayışları önce doğaya sonra da kendimize nasıl uygulayacağımızı keşfettik. Eksik gözlemlerden doğru sonuçlar elde etmeye çalışan astronomlar, verileri en küçük hataya sahip bir modele uydurmak için en küçük kareler yöntemini geliştirdiler. Yazı tura atmanın oyuncak modelleri, hataların ortalamasının nasıl daha küçük hatalara dönüştüğünü açıkladı, bu da binom dağılımına pratik bir yaklaşım olan normal dağılımı ve merkezi limit teoremine

yol açtı ve merkezi limit teoremi de, tekil hataların olasılık dağılımı ne olursa olsun, çok sayıda küçük hata birleştiğinde normal bir dağılımın beklenebileceğini kanıtladı.

Bu sırada Quetelet ve halefleri, astronomların fikirlerini insan davranışını modellemek için uyarlıyorlardı. Çok geçmeden, normal dağılım *mükemmel* bir istatistiksel model haline geldi. Yepyeni bir konu olan istatistik ortaya çıktı ve yalnızca modelleri verilere uydurmayı değil, aynı zamanda uyumun ne kadar iyi olduğunu değerlendirmeyi ve deney ve gözlemlerin önemini ölçmeyi de mümkün kıldı. İstatistik, sayısal olarak ölçülebilen her şeye uygulanabilirdi. Sonuçların güvenilirliği ve önemi tartışmaya açıktı, ancak istatistikçiler bu özellikleri de tahmin etmenin yollarını buldular. "Olasılık nedir?" felsefi sorunu, olasılıkları verilerden hesaplayan frekansçılar ile bunları inanç dereceleri olarak gören Bayesciler arasında derin bir ayrılığa neden oldu. Bayes'in kendisi artık kendi adını taşıyan bakış açısına katılır mıydı bilmiyorum, ama bence koşullu olasılığın önemini kabul ettiği ve bize onu hesaplamamız için bir araç verdiği için kendine pay çıkarmaya istekli olurdu. Oyuncak örnekler, koşullu olasılığın ne kadar kaygan bir kavram olabileceğini ve bu tür durumlarda insan sezgisinin ne kadar zayıf performans gösterebileceğini gösteriyor. Tıp ve hukuktaki gerçek dünya uygulamaları bazen bu endişeyi pekiştirmektedir.

İyi tasarlanmış klinik deneylerden elde edilen veriler üzerinde kullanılan etkili istatistiksel yöntemler, doktorların hastalıkları anlamasını büyük ölçüde artırdı ve güvenli olduklarına ilişkin güvenilir değerlendirmeler sağlayarak yeni ilaç ve tedavileri mümkün kıldı. Bu yöntemler klasik istatistiğin çok ötesine geçiyor ve bazıları şimdi çok büyük miktarlarda veriyi işleyebilen hızlı bilgisayarlara sahip olduğumuz için artık uygulanabilirler. Ekonomi dünyası, tüm tahmin yöntemleri için sorunlar çıkarmaya devam ediyor, ancak klasik ekonomiye ve normal dağılımlara çok fazla güvenmemeyi öğreniyoruz. Karmaşık sistemler ve ekoloji gibi birbirinden tamamen farklı alanlardan gelen yeni fikirler yeni bir ışık tutuyor ve bir sonraki ekonomik çöküşü önlemek için mantıklı politikalar öneriyor.

Psikologlar ve nörologlar, beyinlerimizin, inançları sinir hücreleri arasındaki bağlantıların gücü olarak somutlaştırarak Bayesci yollarda ilerlediğini düşünmeye başlıyorlar. Ayrıca belirsizliğin bazen dostumuz olduğunu da fark ettik. Genellikle çok önemli olan yararlı görevleri gerçekleştirmek için kullanılabilir. Uzay görevleri ve kalp pilleri için uygulamaları var.

Aynı zamanda nefes alabilmemizin de nedeni budur. Gazların fiziğinin, mikroskobik mekaniğin makroskopik sonuçları olduğunu öğrendik. Moleküllerin istatistiği, atmosferin neden tek bir yerde toplanmadığını açıklıyor. Termodinamik, daha verimli buhar motorları arayışından doğdu ve bu da yeni ve biraz anlaşılması zor olan entropi kavramına yol açtı. Bu da zamanın okunu açıklıyor gibi görünüyordu, çünkü zaman geçtikçe entropi artar. Bununla birlikte, makroskopik ölçekteki entropi açıklaması, mikroskobik ölçekteki temel bir ilke olan mekanik sistemlerin zaman-tersinir olmasıyla çelişir. Paradoks kafa karıştırıcı olmaya devam ediyor; bunun, zamanı tersine çeviren simetriyi yok eden basit başlangıç koşullarına odaklanmaktan kaynaklandığını öne sürdüm.

Belirsizliğin tanrıların kaprisi değil de insan cehaletinin bir işareti olduğuna karar verdiğimiz sıralarda, fiziğin sınırlarındaki yeni keşifler bu açıklamayı alt üst ettiler. Fizikçiler, kuantum dünyasında doğanın indirgenemez bir şekilde rastgele ve genellikle düpedüz tuhaf olduğuna ikna oldular. Işık hem bir parçacık hem de bir dalgadır. Dolaşık parçacıklar bir şekilde "uzaktan tuhaf etki" yoluyla iletişim kurarlar. Bell eşitsizlikleri, yalnızca olasılıksal teorilerin kuantum dünyasını açıklayabileceğinin garantisidir.

Yaklaşık altmış yıl önce, matematikçiler "rastgele" ve "öngörülemez" kavramlarının aynı şey olmadığını keşfederek tekere çomak soktular. Kaos, belirlenimci yasaların öngörülemeyen davranışlar üretebileceğini gösteriyor. Tahminlerin doğru olmaktan çıktığı bir tahmin ufku olabilir. Sonuç olarak, hava tahmin yöntemleri tamamen değişti ve artık en olası tahmini bulmak için bir tahminler topluluğu çalıştırılıyor. Kaotik sistemlerin bazı yönleri çok daha uzun zaman ölçeklerinde tahmin

edilebilir olabilir, bu da her şeyi karmaşıklaştırıyor. Hava durumu (bir çekici üzerindeki yörünge) birkaç gün sonra tahmin edilemez; iklim (çekicinin kendisi) on yıllar boyunca tahmin edilebilir. Küresel ısınmanın ve buna bağlı iklim değişikliğinin doğru bir şekilde anlaşılması, aradaki farkın anlaşılmasına bağlıdır.

Kaosun da bir parçası olduğu doğrusal olmayan dinamikler, bir dizi mantıksal gedik nedeniyle saldırı altında olan Bell eşitsizliklerinin bazı yönleri hakkında artık şüphe uyandırıyor. Bir zamanlar kuantum parçacıklarının özelliği olduğu düşünülen fenomenler, eski güzel klasik Newton fiziğinde ortaya çıkıyor. Belki kuantum belirsizliği hiç de belirsiz değildir. Belki Kaos, eski Yunanlıların düşündüğü gibi Kozmos'tan önce gelmiştir. Belki de Einstein'ın Tanrı zar atmaz sözünün gözden geçirilmesi gerekiyor: Tanrı gerçekten de zar atıyor ama zarlar saklanıyor ve gerçekten rastgele değiller. Tıpkı gerçek zarlar gibi.

Belirsizlik Çağlarının nasıl hâlâ birbirilerine ilham verdiğini görmek beni büyülüyor. Olasılık, kaos ve kuantum gibi farklı çağlara ait yöntemlerin bir arada kullanıldığını sık sık görürsünüz. Öngörülemeyeni tahmin etmeye yönelik uzun arayışımızın bir sonucu, artık bilinmeyen bilinmeyenlerin olduğunu *bilmemizdir*. Nassim Nicholas Taleb onlar hakkında *The Black Swan* adlı bir kitap yazdı ve onlara siyah kuğu olayları adını verdi. 2. yüzyıl Romalı şair Juvenal, "var olmayan" kavramının metaforu olarak (Latince) "topraklarda ender görülen bir kuş ve siyah bir kuğuya çok benziyor" diye yazmıştı. Her Avrupalı, kuğuların hep beyaz olduğunu *biliyordu*, ta ki 1697'de Hollandalı kaşiflerin Avustralya'da fazlaca sayıda siyah kuğular bulduğu ana kadar. Juvenal'ın bildiğini sandığı şeyin aslında bilinen bir bilinen olmadığı ancak o zaman anlaşıldı. Aynı hata, 2008 krizinde bankacıların peşini bırakmadı; dikkate bile alınmayacak kadar nadir olan "beş-sigma"lık potansiyel felaketlerin, daha önce karşılaşmadıkları koşullar altında sıradan oldukları anlaşıldı.

Altı Belirsizlik Çağının hepsinin insanlık durumu üzerinde kalıcı etkileri oldu ve bugün hâlâ bizimle birlikteler. Kuraklık varsa bazılarımız yağmur duasına çıkar. Bazıları buna neyin sebep olduğunu anlamaya çalışır. Bazıları herkesin aynı hatayı

tekrar yapmasını engellemeye çalışır. Bazıları yeni su kaynakları arar. Bazıları sipariş üzerine yağmur yaratıp yaratamayacağımızı merak eder. Ve bazıları, kuraklıkları bilgisayarla tahmin etmek için elektronik devrelerdeki kuantum etkilerini kullanarak daha iyi yöntemler arar.

Bilinmeyen bilinmeyenler hâlâ bizi tökezletiyor (plastik çöplerin okyanusları boğduğunun geç fark edilmesine tanık oluyoruz), ancak dünyanın hayal etmek istediğimizden çok daha karmaşık olduğunu ve her şeyin birbirine bağlı olduğunu anlamaya başlıyoruz. Her gün belirsizlik hakkında, birçok farklı biçim ve anlamda yeni keşifler ortaya çıkıyor. Gelecek belirsizdir ama belirsizliğin bilimi geleceğin bilimidir.

ŞEKİLLER

Şekil 1: David Aikman, Philip Barrett, Sujit Kapadia, Mervyn King, James Proudman, Tim Taylor, Iain de Weymarn ve Tony Yates. Uncertainty in macroeconomic policy-making: art or science? *Bank of England* makalesi, Mart 2010.

Şekil 18: Tim Palmer ve Julia Slingo. Uncertainty in weather and climate prediction, *Philosophical Transactions of the Royal Society* A 369 (2011) 4751–4767.

Şekil 27: I. Kovács, T.V. Papathomas, M. Yang ve A. Fehér. When the brain changes its mind: Interocular grouping during binocular rivalry, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA* 93 (1996) 15508–15511.

Şekil 33: (Soldaki figür): Sacha Kocsis, Boris Braverman, Sylvain Ravets, Martin J. Stevens, Richard P. Mirin, L. Krister Shalm, ve Aephraim M. Steinberg. Observing the average trajectories of single photons in a twoslit interferometer, *Science* (3 Haziran 2011) 332 sayı 6034, 1170–1173.

Yanlış bir inanç vardır: Bir zar attığımızda eğer atış yönü, rüzgâr hızı vs gibi zarı etkileyen bütün fiziksel olguları bilirsek sonucu tahmin edebiliriz. Bu inanç ne klasik fizikte ne de kuantum fiziğinde temellendirilebilir. Ama yine de pek çok kişi tarafından gözü kapalı savunulur, çünkü bazı şeyleri kesin olarak bilebileceğimize inanmak isteriz. Seçimi kimin kazanacağını, borsanın çöküp düşmeyeceğini veya bir şüphelinin kesinlikle suç işleyip işlemediğini öğrenebilmek isteriz. Oysa bir tesadüfi olayın sonucunu tahmin etmemiz istendiğinde, neredeyse her zaman yanılıyoruz. Stewart tarih boyunca olasılık matematiğinin gelişiminin özetini vererek, gerek bilebileceğimiz gerekse asla bilemeyeceğimiz şeylere dair şaşırtıcı ve tatmin edici bir anlatı sunuyor.

"Kaos teorisine ve kuantum evreninin belirsizliklerine büyüleyici bir bakış... Schrödinger'in ünlü kedisinin gerçekten ölü mü yoksa canlı mı olduğu ya da Heisenberg'in belirsizlik ilkesinin gerçekten ne kadar belirsiz olduğuyla ilgilenen okurlar, Stewart'ın araştırmasını tatmin edici bulacaktır."
–Publishers Weekly

"Stewart'ın çok ustaca gösterdiği gibi, belirsizlik hayatın ta kendisidir... Burada eğlenecek ve üzerinde kafa yoracak çok şey var."
–The Telegraph

"Stewart matematik, kumar ve bilim tarihine yaptığı ilginç gezilerle, kuantum dolaşıklığı ile iletişim arasındaki bağlantıyı araştırıyor."
–Nature

"Hayat belirsizliklerle doludur, ancak Ian Stewart'ın bu büyüleyici yeni kitabında gösterdiği gibi, insanlık geleceği öngörmek için bitmek tükenmek bilmeyen bir çaba içindedir.
–Paul Halpern, *The Quantum Labyrinth*

