Sosyal Bilimler İçin

İstatistik

Editörler:
Şener BÜYÜKÖZTÜRK
Ömay ÇOKLUK
Nilgün KÖKLÜ

22. Baskı

PEGEM AKADEMİ

Prof. Dr. Şener BÜYÜKÖZTÜRK, Doç. Dr. Ömay ÇOKLUK, Prof. Dr. Nilgün KÖKLÜ

SOSYAL BİLİMLER İÇİN İSTATİSTİK

ISBN 978-975-6802-33-5
DOI 10.14527/9789756802335

Kitap içeriğinin tüm sorumluluğu yazarlarına aittir.

© 2019, PEGEM AKADEMİ

Bu kitabın basım, yayım ve satış hakları Pegem Akademi Yay. Eğt. Dan. Hizm. Tic. AŞ'ye aittir. Anılan kuruluşun izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri, kapak tasarımı; mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik, kayıt ya da başka yöntemlerle çoğaltılamaz, basılamaz, dağıtılamaz. Bu kitap T.C. Kültür Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır. Okuyucularımızın bandrolü olmayan kitaplar hakkında yayınevimize bilgi vermesini ve bandrolsüz yayınları satın almamasını diliyoruz.

Pegem Akademi Yayıncılık, 1998 yılından bugüne uluslararası düzeyde düzenli faaliyet yürüten **uluslararası akademik bir yayınevi**dir. Yayımladığı kitaplar; Yükseköğretim Kurulunca tanınan yükseköğretim kurumlarının kataloglarında yer almaktadır. Dünyadaki en büyük çevrimiçi kamu erişim kataloğu olan **WorldCat** ve ayrıca Türkiye'de kurulan **Turcademy.com** ve **Pegemindeks.net** tarafından yayınları taranmaktadır, indekslenmektedir. Aynı alanda farklı yazarlara ait 1000'in üzerinde yayını bulunmaktadır. Pegem Akademi Yayınları ile ilgili detaylı bilgilere http://pegem.net adresinden ulaşılabilmektedir.

1. Baskı: Ekim 2000, Ankara
22. Baskı: Ekim 2019, Ankara

Yayın-Proje: Şehriban Türlüdür
Dizgi-Grafik Tasarım: Ayşe Nur Yıldırım
Kapak Tasarımı: Pegem Akademi

Baskı: Vadi Grup Basım A.Ş.
İvedik Organize Sanayi 28. Cadde 2284 Sokak No:105
Yenimahalle/ANKARA
(0312 394 55 91)

Yayıncı Sertifika No: 36306
Matbaa Sertifika No: 26687

İletişim

Karanfil 2 Sokak No: 45 Kızılay / ANKARA
Yayınevi: 0312 430 67 50 - 430 67 51
Yayınevi Belgeç: 0312 435 44 60
Dağıtım: 0312 434 54 24 - 434 54 08
Dağıtım Belgeç: 0312 431 37 38
Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60
İnternet: www.pegem.net
E-ileti: pegem@pegem.net

2005 Yılında Aramızdan Ayrılan; Nezaketi,
Sevgisi ve Saygısı ile Andığımız Sevgili Hocamız
Prof. Dr. Nilgün Köklü'ye
İthaf Olunur.

Prof. Dr. Şener BÜYÜKÖZTÜRK

1958 yılında Osmaniye'nin Kadirli ilçesinde doğdu. İlk ve orta öğrenimini Kadirli ve Adana'da tamamladı. 1981 yılında Hacettepe Üniversitesinde Matematik Önlisans; 1985 yılında Ankara Üniversitesi (AÜ) Eğitim Bilimleri Fakültesi (EBF) Eğitim Yönetimi ve Planlaması Lisans; 1992 yılında AÜ Sosyal Bilimler Enstitüsü Eğitim Yönetimi ve Planlaması Anabilim Dalında Yüksek Lisans ve 1996 yılında aynı anabilim dalında (Eğitim İstatistiği ve Araştırma Bilim Dalı) doktora programını tamamladı.

1986-1991 yılları arasında Milli Eğitim Bakanlığı Özel Eğitim ve Rehberlik Dairesi Başkanlığında şef ve eğitim uzmanı olarak görev yaptı. 1991 -1999 yıllarında Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Eğitim İstatistiği ve Araştırma Anabilim Dalında araştırma görevlisi olarak görev yaptı. 1999 yılında aynı alana Yardımcı Doçent olarak atandı. Temmuz 1999 - Temmuz 2002 tarihleri arasında EBF Eğitim, Araştırma ve Uygulama Merkezinde müdür yardımcısı olarak görev yaptı. 1997 yılında alanındaki gelişmeleri izlemek amacıyla altı ay süre ile Amerika Birleşik Devletleri-Austin/TEXAS'da bulundu. Yazar, Ağustos 2004 tarihinde Ankara Üniversitesi'nden emekli olduktan sonra, Eylül 2004 tarihinde Başkent Üniversitesi Eğitim Fakültesi'nde yardımcı doçent olarak göreve başladı; Haziran 2005 tarihinde "Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme" alanında doçent unvanını aldı. Ekim 2009-Ağustos 2010 tarihleri arasında dekan yardımcısı olarak görev yaptı. Ekim 2010 tarihinde Gazi Üniversitesinde Prof. Dr. olarak göreve başladı.

Yazarın, "Sosyal Bilimler için Veri Analizi El Kitabı: İstatistik, Araştırma Deseni, SPSS Uygulamaları ve Yorum" ile "Deneysel Desenler: Öntest Sontest Kontrol Gruplu Desen ve Veri Analizi" isimli tek yazarlı; "Sosyal Bilimler için İstatistik", "Bilimsel Araştırma Yöntemleri" ve "Sosyal Bilimler İçin Çok Değişkenli İstatistik SPSS ve LISREL Uygulamaları" isimli ortak yazarlı kitapları ve çok sayıda yayımlanmış makalesi bulunmaktadır.

İletişim:

senerbuyukozturk@gmail.com

Doç. Dr. Ömay ÇOKLUK

1973 yılında Zonguldak'ta doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Karamürsel-Kocaeli'de tamamladı. 1994 yılında Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Rehberlik ve Psikolojik Danışmanlık programını tamamladı.

1994-1995 yılları arasında Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı olarak rehber öğretmenlik yaptı. 1997 yılında Ankara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Özel Eğitim Anabilim Dalı'nda yüksek lisans öğrenimine devam ederken 1997 yılında Ankara Üniversitesi Eğitim Yönetimi ve Planlaması Bölümü, Eğitim İstatistiği ve Araştırma Anabilim Dalı'na araştırma görevlisi olarak atandı.

1999 yılında "Zihinsel ve İşitme Engelliler Okullarında Görev Yapan Yönetici ve Öğretmenlerde Tükenmişliğin Kestirilmesi" konulu tezini vererek yüksek lisans öğrenimini tamamladı.

Mayıs 2004'de Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eğitim Bilimleri Anabilim Dalı, Eğitim Yönetimi Teftişi Planlaması ve Ekonomisi Bilim Dalı, Eğitim İstatistiği ve Araştırma Programı'nda "Eleştirel Düşünmeyi Destekleyici İşbirlikli Öğrenme Ortamında Gerçekleştirilen Öğretimin Eleştirel Düşünmeye ve İstatistiğe Giriş Dersindeki Öğrenci Başarısına Etkisi" konulu tezini vererek doktora öğrenimini tamamladı.

Yazar 2006 yılında Ankara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Fakültesi, Rehberlik ve Psikolojik Danışmanlık Bölümü, Ölçme ve Değerlendirme Anabilim Dalı'na Yardımcı Doçent Doktor olarak atandı. Halen aynı üniversitede Doçent Doktor olarak görev yapmaktadır. Hem lisans, hem de lisansüstü düzeyde; İstatistiğe Giriş, Eğitim İstatistiği, Davranış Bilimlerinde İleri İstatistik, Araştırma Yöntemlerine Giriş, Eğitim Araştırma Yöntemleri, Davranış Bilimlerinde İleri Araştırma, Araştırma Etiği ve benzeri dersler okutmaktadır.

Prof. Dr. Nilgün KÖKLÜ

Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Fen ve Edebiyat Fakültesi, Eğitim Bölümünde 1975-1980 yılları arasında lisans eğitimi aldı. 1980-1984 yılları arasıda Fen Bilimleri Eğitiminde Program Geliştirme üzerine yüksek lisans çalışmalarını yaparken aynı zamanda araştırma görevlisi olarak çalıştı. 1990 yılında Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Eğitim Bilimleri Bölümü'nde Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme Anabilim Dalında doktora derecesini aldı.

1989-1991 tarihleri arasında Hacettepe Üniversitesi part-time olarak Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme dersleri verdi. 1991'de Ankara Üniversitesi, Eğitim bilimleri Fakültesi, Eğitim Yönetimi ve Planlaması Bölümü'nde, Eğitim İstatistiği ve Araştırma Anabilim Dalı'nda yarımcı doçent oldu. 1995'de Eğitim İstatistiği ve Araştırma Anabilim Dalı Başkanlığı'na atandı. 1996'da Eğitim İstatistiği ve Araştırma Anabilim Dalı'nda "doçent" unvanını aldı. 1993-1996 yılları arasında MEB, EARGED'de danışman olarak görev yaptı. Öğrencilerin istatistiğe ve araştırmaya yönelik tutumları, kaygıları, yeterlikleri üzerine çok sayıda çalışması bulunmaktadır.

ÖN SÖZ

Bu kitabın oluşturulmasında daha önce Köklü ve Büyüköztürk tarafından yazılan "Sosyal Bilimler için İstatistiğe Giriş" isimli kitap temel alınmıştır. Anılan kitap ile ilgili okuyuculardan gelen öneriler doğrultusunda, metin üzerinde düzeltme ve bazı bölümlere yapılan eklemelerin yanısıra kitaba üç yeni bölüm daha eklenerek alan için giriş kitabı olmanın ötesine geçilmiştir. Yazarlar, bu nedenle çalışmalarını, "Sosyal Bilimler için İstatistik" ismi ile yeni bir kitap olarak desenlemişlerdir.

Kitap, sosyal alanlarda öğrenim gören öğrenciler düşünülerek yazılmıştır. İstatistik yöntem ve teknikler, kuramsal temellerine inilmeksizin yalın ve anlaşılır formülleriyle tanıtılmaya çalışılmıştır. Konuların işlenmesinde istatistiğin mantığına ve sonucun yorumlanmasına ağırlık verilmiştir.

Kitap, on bölümden ve eklerden oluşmaktadır. Bölümlerin içeriği bölümün ilk sayfasında tanıtılmış, konuların sonunda ise bölümün kısa bir özetine ve alıştırma sorularına yer verilmiştir.

İstatistik alanıyla ilgili temel kavramların açıklandığı "GİRİŞ" birinci bölümü; frekans dağılımlarının tablo ve grafik ile düzenlemelerini konu alan "FREKANS DAĞILIMLARI" ikinci bölümü; frekans dağılımlarının betimlenmesine ilişkin merkezi eğilim ölçülerinin ve değişkenlik ölçülerinin yer aldığı "FREKANS DAĞILIMLARININ BETİMLENMESİ" üçüncü bölümü; olasılık ve normal dağılım ile z ve T standart puanlarını konu alan "OLASILIK, STANDART NORMAL DAĞILIM VE STANDART PUANLAR" dördüncü bölümü; iki değişken arasındaki ilişki kavramının ve ilişkinin ölçülmesine yönelik tekniklerin tanıtılmasını kapsayan "KORELASYON: İKİ DEĞİŞKEN ARASINDAKİ İLİŞKİ VE İLİŞKİNİN ÖLÇÜLMESİ" beşinci bölümü; basit regresyon analizinin mantığını ve hesaplamalarını konu alan "BASİT REGRESYON ANALİZİ" altıncı bölümü; hipotez oluşturma, hipotez testinin adımları, karar verirken yapılan hatalar ve uygun yöntem seçimi hakkında kısa bilgilerin verildiği "KESTİRİSEL İSTATİSTİK" yedinci bölümü; tek örneklem, ilişkisiz ve ilişkili iki örneklem ortalamasını karşılaştırmayı sağlayan "T TESTİ: ORTALAMALAR ARASI FARKLARIN TEST EDİLMESİ" sekizinci bölümü; bağımsız örneklemler için tek yönlü varyans analizinin temel mantığını ve hesaplamalarını konu edinen "BAĞIMSIZ ÖRNEKLEMLER İÇİN TEK YÖNLÜ VARYANS ANALİZİ: K SAYIDA BAĞIMSIZ ORTALAMA ARASINDAKİ FARKLARIN TEST EDİLMESİ" dokuzuncu bölümü; iki kategorik değişken arasındaki ilişkinin araştırılması "Kİ-KARE BAĞIMSIZLIK TESTİ" ise onuncu bölümü oluşturmaktadır.

Bölümleri kitabın hazırlanmasında yararlanılan kaynakların listesi izlemektedir. Eklerde sırasıyla kitapta kullanılan formüllere, bölümlerin sonlarında yer alan alıştırma sorularının cevaplarına, standart normal dağılım eğrisi altındaki alanlar tablosuna ve standart normal dağılım eğrisinde p ve q alanlarını ayıran ordinatlar tablosuna, Student t dağılımı, F dağılımı ve Ki-kare dağılımı tablolarına yer verilmiştir.

Kitabın geliştirilmesine önemli katkılar sağlayan ve bizleri bu konuda sürekli destekleyen Prof. Dr. Ali Balcı, Prof. Dr. Ali Dönmez ve Yrd. Doç. Dr. Ömer Kutlu'ya teşekkür ederiz.

Ekim 2019

Prof. Dr. Şener Büyüköztürk

Doç. Dr. Ömay Çokluk

Prof. Dr. Nilgün Köklü

ÜÇÜNCÜ BASKIYA ÖN SÖZ

Parametrik olmayan istatistiklerden Mann-Withney U Testi, Wilcoxon Uyumlu Çiftler İşaretli Sıralar Testi, Kruskal-Wallis Testi okuyuculardan gelen istek üzerine kitabın üçüncü baskısına farklı bölümler olarak dahil edilmiştir.

Kasım 2008

Prof. Dr. Şener Büyüköztürk

Doç. Dr. Ömay Çokluk

Prof. Dr. Nilgün Köklü

2005 yılında aramızdan ayrılan; nezaketi, sevgisi ve saygısı ile andığımız
Sevgili Hocamız Prof. Dr. Nilgün Köklü'ye ithaf olunur.

İÇİNDEKİLER

Prof. Dr. Şener BÜYÜKÖZTÜRK....iv
Doç. Dr. Ömay ÇOKLUK....v
Prof. Dr. Nilgün KÖKLÜ....vi
Ön Söz....vii
Üçüncü Baskıya Ön Söz....ix

1. BÖLÜM
GİRİŞ

İstatistik Nedir? Nasıl Öğrenilir?....1
İstatistik ve Araştırma....2
İstatistiğe İlişkin Temel Kavramlar....3
Özet....11
Alıştırma Soruları....12

2. BÖLÜM
FREKANS DAĞILIMLARI

Frekans Dağılımlarının Tablo ile Gösterilmesi....15
Verilerin Grafik ile Gösterilmesi....20
Özet....25
Alıştırma Soruları....26

3. BÖLÜM
FREKANS DAĞILIMLARININ BETİMLENMESİ

Merkezi Eğilim Ölçüleri....29
Değişkenlik Ölçüleri....37
Özet....45
Alıştırma Soruları....47

4. BÖLÜM

OLASILIK, STANDART NORMAL DAĞILIM VE STANDART PUANLAR

Olasılık 53
Standart Normal Dağılım 57
Standart Puanlar 60
Özet 70
Alıştırma Soruları 71

5. BÖLÜM

KORELASYON: İKİ DEĞİŞKEN ARASINDAKİ İLİŞKİ VE İLİŞKİNİN ÖLÇÜLMESİ

Giriş 75
Saçılma Diyagramı (Scatterplot) 77
Korelasyon Katsayısı 79
Pearson Momentler Çarpımı Korelasyon Katsayısı (r) 86
Spearman Brown Sıra Farkları Korelasyon Katsayısı (Spearman Rho, R_s) 89
Nokta Çift Serili Korelasyon Katsayısı (r_{pb}) 93
Çift Serili Korelasyon Katsayısı (r_b) 95
Dörtlü (phi) Korelasyon Katsayısı 98
Kısmi Korelasyon 100
Çoklu Korelasyon 102
Özet 104
Alıştırma Soruları 106

6. BÖLÜM

BASİT DOĞRUSAL REGRESYON ANALİZİ

Giriş 113
Basit Doğrusal Regresyon Eşitliği ve İşlem 115
Tahminin Standart Hatası 123
Özet 125
Alıştırma Soruları 126

7. BÖLÜM
ANLAM ÇIKARTICI İSTATİSTİK

Giriş 131
Hipotez Oluşturma ve Hipotez Testinin Adımları 132
Karar Verirken Yapılan Hatalar 137
Serbestlik Derecesi 138
Örnekleme Dağılımı ve Ortaklamanın Güven Aralığı Tahmini 139
Uygun İstatistiğin Seçimi 140
Özet 142

8. BÖLÜM
T-TESTİ: ORTALAMALAR ARASI FARKLARIN TEST EDİLMESİ

Giriş 143
Tek Örneklem İçin T-Testi 145
Bağımsız Örneklemler İçin T-Testi 148
Bağımlı Örneklemler İçin T-Testi 155
Etki Büyüklüğü 158
Özet 160
Alıştırma Soruları 161

9. BÖLÜM
VARYANS ANALİZİ: ORTALAMALAR ARASI FARKLARIN TEST EDİLMESİ

Giriş 165
F İstatistiği ve Post Hoc Karşılaştırmalar (Post Hoc) 168
F İstatistiğinin Ögeleri 168
F Dağılımı 169
F Oranının Hesaplanması 170
Çoklu Karşılaştırma Testleri (Post-Hoc Test) 173
Fisher LSD Testi 173
Tukey HSD Testi 174
Etki Büyüklüğü 176
Özet 177
Alıştırma Soruları 178

10. BÖLÜM

Kİ-KARE BAĞIMSIZLIK TESTİ

Giriş 181
Yates Düzeltmesi 184
Özet 185
Alıştırma Soruları 186

11. BÖLÜM

MANN-WHITNEY U TESTİ: ORTALAMALAR ARASI FARKLARIN TEST EDİLMESİ

Giriş 187
Küçük Grup/Örneklemler İçin Mann-Whitney U Testi 189
Büyük Grup/Örneklemler İçin Mann-Whitney U Testi 192
Özet 194
Alıştırma Soruları 195

12. BÖLÜM

WILCOXON UYUMLU ÇİFTLER İŞARETLİ SIRALAR TESTİ: ORTALAMALAR ARASI FARKLARIN TEST EDİLMESİ

Giriş 197
Özet 201
Alıştırma Soruları 201

13. BÖLÜM

KRUSKAL-WALLIS H TESTİ: ORTALAMALAR ARASI FARKLARIN TEST EDİLMESİ

Giriş 203
Özet 207
Alıştırma Soruları 208

14. BÖLÜM

FRIEDMAN Kİ-KARE TESTİ: ORTALAMALAR ARASI FARKLARIN TEST EDİLMESİ

Giriş 209
Özet 214
Alıştırma Soruları 215

15. BÖLÜM

İKİ YÜZDE ARASINDAKİ FARKIN MANİDARLIĞININ TEST EDİLMESİ

Giriş 217
Özet 221
Alıştırma Soruları 222

Kaynaklar 223

EKLER

Ek-A Formüller 228
EK-B Alıştırma Sorularının Cevapları 237
EK-C Standart Normal Dağılım Eğrisi Altındaki Alanlar 246
EK-D Standart Normal Dağılım Eğrisinde P ve Q Alanlarını Ayıran Ordinatlar 248
EK-E Student t Dağılımı 249
EK-F F Dağılımı 250
EK-G Ki-Kare (x^2) Dağılımı 254
EK-H Mann-Whitney Testinde Gözlenen U Değerleri Kadar Küçük Değerlere İlişkin Olasılıklar Tablosu 255
EK-I Wilcoxon T İçin Kritik Değerler 257
EK-J Kruskal-Wallis Mertebeler Yoluyla Tek-Yönlü Varyans Analizinde Gözlenen H Değeri Kadar Büyük Değerlere İlişkin Olasılıklar Tablosu 259
EK-K Q Dağılımı 261

1. BÖLÜM

GİRİŞ

İçerik

- ☑ *İstatistik Nedir? Nasıl Öğrenilir?*
- ☑ *İstatistik ve Araştırma*
- ☑ *İstatistiğe İlişkin Temel Kavramlar*
- ☑ *Özet*
- ☑ *Alıştırma Soruları*

İSTATİSTİK NEDİR? NASIL ÖĞRENİLİR?

İstatistik, belirli bir amaç için verilerin toplanması, sınıflandırılması, çözümlenmesi ve sonuçların yorumlanması ile ilgili teknik ve yöntemleri içeren bir bilim dalıdır (Saraçbaşı ve Kutsal, 1987). Johnson (1987) istatistiği, sayısal verilerin toplanması, sınıflandırılması, sunulması ve yorumlanmasını konu alan bir bilim dalı olarak tanımlamaktadır. Linquist'e (1989) göre istatistik, bilimsel yöntemlerle toplanmış verilerin anlamlı hale getirilmesinde kullanılan matematiksel bir tekniktir. Heiman (1996) ise istatistiği hem verilerin analiz edilmesinde kullanılan istatistiksel yöntemler, hem de bu yöntemlerden elde edilen yanıtlar olarak görmektedir. Kısaca istatistik, araştırma sorularını yanıtlamak ya da araştırma hipotezlerini test etmek için kullanılan yöntemler ve teknikler olarak tanımlanabilir.

İstatistiği öğrenmede amaç, bir araştırmada elde edilen yanıtların ya da tepkilerin uygun istatistiksel yöntemler kullanılarak nasıl yorumlanacağını bilmektir.

İstatistiği öğrenmek için temel yol, istatistik yöntem ve tekniklerini bir istatistik problemi içinde uygulamaktır. Heiman'a (1996) göre aşağıdaki etkinliklerin sırasıyla yapılması, istatistik yöntem ve tekniklerin öğrenilmesini kolaylaştıracaktır:

- Çalışmak
- Düşünmek
- Uygulama (egzersiz) yapmak
- Düşünmek
- Daha fazla uygulama yapmak

İstatistikte her yeni istatistiksel kavram önceki kavramlara dayanır; bu nedenle istatistikte kavramlar ve dolayısıyla konular arasındaki aşamalılık ilişkisi güçlüdür. İstatistiğin daha kolay öğrenilebilmesi için yeni bir konuya geçmeden önce, bir önceki konunun kavranılıp kavranılmadığına dikkat edilmelidir (Heiman, 1996). İstatistik alanında yazılmış bir kitabın da, bu aşamalılık ilişkisine dikkat etmesi ve konular arasındaki bağlantıları öğrencinin anlamasına yardımcı olacak biçimde sunması gerekir.

Sosyal bilimler alanında istatistik öğretiminde sıkça karşılaşılan bir sorun da, öğrencilerin istatistiğe yönelik kaygılarının yüksek olmasıdır. Bu nedenle, istatistik öğretiminde mümkün olduğunca matematiksel ayrıntılardan kaçınılmış olması, bunun yanı sıra okutulacak ders kitaplarının olabildiğince basit ve anlaşılır örneklerle desteklenmiş olması yerinde olacaktır (Forte, 1995).

Sosyal bilimler alanında okutulan istatistik dersleri için hazırlanan bu kitap, içerdiği istatistiksel yöntem ve teknikleri matematiksel temellerine girmeksizin okuyucuya tanıtmayı amaçlamaktadır. Kitabın tüm bölümlerinin ilk sayfasında o bölümün kapsadığı konuların neler olduğu belirtilmiş, bölümlerin sonunda ise işlenen konular kısaca özetlenmiştir. Konu özetinin hemen sonunda ise uygulama yaparak öğrenmeyi pekiştirecek örnek alıştırma sorularına yer verilmiştir. Böyle bir düzenlemenin, sosyal bilimler alanında okutulan istatistiğin daha kolay ve daha kalıcı bir öğrenmeye yol açacağı umulmaktadır.

İSTATİSTİK VE ARAŞTIRMA

Sosyal bilimler ampirik, yani gözleme dayanan araştırmalar üzerine kurulur. Ampirik bulgular, gözlenen olaylardan elde edilen bulgulardır. Ampirik araştırma ölçme gerektirir. Bu ölçme sonuçları ya da ölçümler sayılar veya sembollerdir. Bir araştırmadan elde edilen ölçme sonuçları veriler olarak ifade edilebilir.

Sosyal bilimler için **araştırma**, insan davranışını anlamaya ve bu konuda bilgi birikimini artırmaya çalışan çok yönlü bir etkinlik olarak tanımlanabilir. Araştırmacılar, kafalarında bir araştırma problemi olduğunda araştırma yaparlar ve sorularını yanıtlamada **istatistik yöntem ve teknikleri** kullanırlar. Örneğin araştırmacılar, zekanın (IQ) çalışılmasında, farklı bireylerin IQ puanlarını ölçerler; çocukların farklı kokuları nasıl algıladıklarını öğrenmek için onlardan koku algılama verilerini elde ederler; öğretmen ve yöneticilerin okulda fiziksel cezaya yönelik tutumlarını değerlendirmek için buna yönelik tutumlarını ölçerler. Araştırmacılar, böylece düzenlenmesi ve anlamlı hale getirilmesi gereken bir yığın veri toplar ve toplanan bu verileri düzenlemek, özetlemek, yorumlamak ve sonuç çıkarmak için istatistiksel yöntemler kullanırlar.

Bu anlamda, bilimsel bir araştırmada toplanan verilerin çözümlenmesinde uygun istatistik yöntemlerin kullanılması: a) bulguları doğru bir biçimde açıklamaya b) karar vermeye c) tahmin yapmaya olanak sağlar (Johnson, 1980). Araştırma sonucunda elde edilen veriler uygun olmayan istatistikler kullanılarak çözümleniyorsa, ulaşılan sonuçların geçerli ve güvenilir olarak kabul edilmesi mümkün değildir. Bir araştırmada hangi istatistiğin seçileceği temel olarak araştırma sorusuna, toplanan verilerin hangi ölçek düzeyinde olduğuna, değişkenin türüne ve puanların dağılımına göre kararlaştırılır.

Bir kişi kendisi doğrudan araştırma yapmasa bile, başkalarının yaptığı araştırmaları anlamak ve öğrenmek istiyorsa istatistiğin bilgili bir kullanıcısı olmalıdır. İstatistik bilmeden, özellikle de nicel bir araştırmaların okunması, anlaşılması ve değerlendirilmesi mümkün değildir.

İSTATİSTİĞE İLİŞKİN TEMEL KAVRAMLAR

Evren (kitle, yığın, popülasyon), araştırma kapsamına giren ve aynı özellikleri taşıyan birimlerin tümüne denir. Evrenin büyüklüğü ilgilenilen özelliğe (değişkene) göre değişir. Araştırmanın evreni, araştırmanın amacına uygun olarak bir okul, mahalle, köy, ilçe, il olabileceği gibi ülkenin tamamı da olabilir. Bu bağlamda araştırmanın konusu ve sınırları dikkate alındığında, evrende yer alan birimlerin sayısı da her zaman tam olarak bilinmeyebilir. Örneğin üstün yetenekli çocuklarla ilgili bir araştırmada ülkedeki tüm üstün yeteneklileri listelemek mümkün değildir. Başka bir deyişle evren sınırlı ya da sınırsız olabilir.

Araştırma birimi, üzerinde ölçüm ya da gözlem yapılan birey ya da objelerden oluşur (Saraçbaşı ve Kutsal, 1987). Evrene ilişkin özelliklerin sayı ile belirtilen değerlerine **evrendeğer (parametre)** denir. Evren ortalaması μ, standart sapması σ sembolleri ile gösterilir. İhtiyaç duyulan veriler, evreni oluşturan birimlerin ta-

mamından toplanıyorsa bu işleme **tamsayım** denir (İşcil, 1977). Evren hakkında ayrıntılı bilgilere gereksinim duyulduğunda ya da evrenin bazı önemli parametrelerinin (varyans, korelasyon, ortalama vb.) elde edilmesinin, ileride yapılacak tahmin ya da başka türden çalışmalarda kullanılması gerektiğinde tamsayım yapılması gereklidir. Ancak çoğunlukla maliyetin yüksekliği, ulaşım, zaman darlığı ve veri eskimesi gibi güçlükler, kimi zaman da etik sorunlar ve kontrol güçlükleri nedeniyle evreni temsilen daha küçük gruplarla çalışılır.

Örneklem, bir evrenden örnekleme yöntemlerinden yararlanılarak seçilen ve evrendekilerle aynı özellikleri taşıyan daha küçük gruplardır. Örneklemden elde edilecek sonuçlara dayanılarak evren için tahminde bulunulur. Örneklem seçmek için uygulanan yöntemlerin tümüne **örnekleme** denir. Evren ve örneklemde yer alan birimlere **denek** ya da **katılımcı** denir. Evrendeki denek sayısı "N", örneklemdeki denek sayısı "n" ile gösterilir (Saraçbaşı ve Kutsal, 1987). Evren hakkında bilgi edinmek için onu temsilen seçilen bir örneklemden ilgilenilen özelliğe ilişkin olarak hesaplanan ve sayısal olarak ifade edilen değere **örneklemdeğer (istatistik)** denir. Örneklem ortalaması "$\overline{X}$", örneklem standart sapması "S" sembolleri ile gösterilir. Veriler, evrenin yansız bir temsilcisi olan örneklemden toplanıyor ve bazı işlemlerle sonuçlara ulaşılıyorsa bu tür işlemlere **örneklem tahminleri** denir.

İstatistiksel yöntemler, betimsel istatistik ve anlam çıkartıcı (kestirisel) istatistik olmak üzere iki kategoriye ayrılır. **Betimsel istatistik**, sayısal verilerin toplanması, betimlenmesi ve sunulmasına yarayan yöntem ve teknikleri içerir. Betimsel istatistik, bir örneklem üzerinde ya da ulaşılabilen durumlarda evrende, gözlem yaparak elde edilen verileri kullanmak suretiyle üzerinde çalışılan grubun özelliklerini saptamayı amaçlayan süreçtir. İstatistik denildiğinde genellikle akla gelen budur. **Anlam çıkartıcı istatistik** ise, örneklemden betimsel tekniklerle saptanan istatistiklere dayalı olarak evren değerlerine ilişkin doğru kestirimler yapılmasını sağlayan yöntem ve teknikler olarak tanımlanır (Howell, 1987; Johnson, 1980).

Kısaca betimsel istatistik grubun özelliklerini betimlemek amacıyla kullanılan frekans, yüzde, merkezi eğilim ölçüleri, değişkenlik ölçüleri ve korelasyon katsayısı gibi teknikleri içerir. Anlam çıkartıcı istatistik ise, evren hakkında hangi kestirimlerin (tahminlerin) yapılabileceğine karar vermeye yardımcı olur. Örneğin, evrenin ortalama, frekans, yüzde ve korelasyon değerlerini örneklem değerlerinden kestirmek anlam çıkartıcı istatistiğin konusudur. Ayrıca, örneklem puanları arasında gözlenen bir farkın ya da ilişkinin gerçekte, evrende olup olmadığını test etmek üzere kullanılan t-testi, varyans analizi ve kay-kare vb. hipotez test etmek için kullanılan tekniklerden oluşur.

Değişken, nicel ya da nitel anlamda bir özelliğin belirgin olarak bir durumdan diğerine farklılık göstermesidir. Bir değişken X, Y ve Z gibi sembollerle gösterilebilir. Değişkenin eğer sadece bir değeri var ise **sabit** olarak isimlendirilebilir. Değişkenle ilgili denek değerine **veri** denir. Veri, işlenmeye muhtaç ham bilgi olarak tanımlanabilir. Değişkenler **yapılarına** göre nicel ve nitel değişkenler olarak ikiye ayrılırlar. Birey ya da objenin belli bir özelliğe sahip olması miktar olarak açıklanabiliyorsa, bu tür değişkenlere **nicel değişken** denir. Burada birey ya da objeler sahip olunan özellik açısından sıralanabilirler. Örneğin, öğrenciler matematik testi puanlarına; aileler gelir miktarlarına göre yüksekten düşüğe doğru sıralanabilir. Akademik başarı puanı, ağırlık, zeka puanı, gelir miktarı, kütüphanedeki kitap sayısı, bir ailenin sahip olduğu çocuk sayısı nicel değişkenlere örnek olarak verilebilir. **Nitel değişken** ise birey ya da objelerin sahip olunan belli bir özellik açısından sınıflara ayrılmasını gösterir. Konuşulan dil, ten rengi, din, akademik ünvan, cinsiyet gibi değişkenler nitel değişkenlere örnektir. Bu değişkenlerin düzeyleri ya da alt kategorileri vardır. Örneğin cinsiyet değişkenin kız ve erkek olmak üzere iki alt kategorisi olup, bu kategorilerin birbirlerine karşı üstünlükleri söz konusu değildir (Heiman, 1996).

Değişkenler **aldıkları değerlere** göre sürekli ve süreksiz değişkenler olarak da sınıflandırılmaktadır. **Süreksiz değişken**, sadece sınırlı sayıda değer alabilen değişkendir. Örneğin, bir zarın beş kez atıldığı bir deneyde her atışta elde edilen sayı (1, 2, 3, 4, 5 ya da 6), süreksiz bir değişkenin gözlemidir ve üretilen veriler süreksiz verilerdir. Süreksiz değişkenler ölçerek değil, sayarak gözlenir (Tanis,1987). Süreksiz değişkenler nicel ya da nitel olabilir. Nicel süreksiz değişkenlerde özellikler tam sayılar ile belirlenir ve birey ya da objeler aldıkları değerlere göre sıraya konulabilir. Örneğin, bir ailenin sahip olduğu çocuk sayısı 1, 2 ve 3 gibi tam sayılarla ifade edilir, kesirli sayılarla açıklanamaz. Bir ailenin çocuk sayısı 1.2 ya da 1.7 gibi tanımlanamaz, ancak aileler sahip oldukları çocuk sayısına göre sıralanabilir. Cinsiyet, din, medeni durum ve saç rengi gibi değişkenler ise nitel süreksiz değişkenler olup, bu değişkenler bireyleri belli alt kategorilere ayırır. Burada kişileri sahip oldukları özellik açısından sıraya koymak anlamlı değildir. Örneğin, bireyler cinsiyet açısından kadın ve erkek olarak iki kategoriye ayrılır ve bu kategorilerin birbirlerine üstünlükleri söz konusu değildir. Süreksiz bir değişkenin özel bir tipi vardır. Değişkenin sadece iki kategorisi varsa buna **ikilem** (dichotomous) denir. Geçti-kaldı, erkek-kadın ve canlı-cansız, ikilem örnekleridir

Sürekli değişken, iki ölçüm arasında sonsuz sayıda değer alabilen, bireylerin ya da objelerin özelliklerini miktar olarak gösteren değişkendir. Genelde, ölçerek bulunan herhangi bir değerin, gerçek sayı değerlerinin ranjında (aralığında) herhangi bir değer olduğu düşünüldüğünden sürekli veri olarak tanımlanır. Örneğin,

uzunluk, ağırlık ve yaş ölçüldüklerinde sürekli veri oluşturan sürekli değişkenlerdir (Tanis, 1987). Sürekli değişkenlerden elde edilen veriler kesirli sayılarla gösterilebilirler, ancak bu değerler uygulamada sıklıkla tam sayılarla ifade edilirler. Örneğin, bir öğrencinin matematik testinden 80 puan aldığını söylediğimiz zaman, aslında onun gerçek puanının 79.5 ile 80.5 arasında bir değer olduğunu biliriz.

Zeka, uzunluk vb. değişkenler hem nicel hem sürekli değişkenlerdir. Cinsiyet, medeni durum, öğrenim durumu ise hem nitel hem süreksiz değişkenlerdir. Öte yandan bir okuldaki öğrenci sayısı ise nicel olmakla birlikte süreksiz bir değişkendir.

Sosyal bilimlerde yapılan pek çok araştırmada görüş ve tutum ölçmede kullanılan likert tipi dereceleme ölçeklerinden elde edilen verilerin sürekli kabul edildiği görülmektedir (Elifson, Runyon & Haber, 1990). Bu tür ölçümlerde, cevaplayıcının uyarıcıya olan tepkisinin sonsuz noktada yer alabileceği, ancak bireyin iki ucu belirlenen ölçek boyunca durumunu en iyi yansıtan seçeneği işaretleyeceği kabul edilir.

Uygulamada sürekli değişkenlere ilişkin ölçümler genellikle tam sayılarla ifade edilir. Bunun için ondalık sayı olarak elde edilen ölçme sonuçları en yakın tam sayıya tamamlanır (Arıcı, 1993). Burada temel kural yok edilmek istenen basamaktaki sayı 5'ten büyük ise önceki sayıya bir eklenir, küçük ise önceki sayı aynen kalır (**Kural1**). Örneğin, matematik sınav puanı 3.6 olan birinin puanı 4; 3.2 olan birinin puanı ise 3 olarak en yakın tama tamamlanır.

Ondalıklı sayı en yakın tama değil de, örneğin iki kesir haneli bir sayıya da tamamlanabilir. Örnek olarak 23.4682 sayısını iki kesir hanesine tamamlayalım. İlk olarak dördüncü kesir hanesinde bulunan 2 sayısı 5'ten küçük olduğu için atılır. Bu durumda sayı 23.468 olur. İkinci aşamada üçüncü kesir hanesinde bulunan 8 sayısı 5'ten büyük olduğu için bir önceki kesir hanesindeki sayıya bir eklenir ve sayı böylece 23.47 olur.

Yok edilmek istenen kesir hanesindeki sayının 5 ve 5'ten sonraki kesir hanelerinin 0 olması durumunda ise farklı bir yol izlenir. Bu durumda 5'ten önceki sayı tek ise ona bir eklenir, çift ise aynen kalır (**Kural2**). Örneğin, 19.25 sayısı 19.2; 19.35 sayısı 19.4; 2.1500 sayısı ise 2.2 olarak bir kesir haneli sayıya tamamlanabilir. Öte yandan sayıların en yakın ondalık basamağa tamamlanmasında karşılaşılabilecek bir durum ise 6.54501 sayısının yüzde birler basamağına (ikinci kesir hanesine) tamamlanmak istenmesidir. 6.54501 sayısı yüzde birler basamağına 6.55 şeklinde dönüştürülür. Bu örnek için Kural1-2 aynen uygulanamaz. Burada yüzde birler basamağından sonra gelen sayı 500'den büyük olduğu için yüzde birler basamağındaki sayıya bir eklenmiştir. 6.57478 sayısı yüzde birlere 6.57 olarak tamamlanır; çünkü, yüzde birler basamağından sonra gelen sayı 500'den küçüktür.

Değişkenler **kontrol şekillerine** göre de bağımlı ve bağımsız değişkenler diye ikiye ayrılmaktadır. **Bağımlı değişken** (Y), araştırmacının manipüle edemediği, bağımsız değişkene bağlı olarak ortaya çıkan ve araştırmanın sonucu durumunda olan değişkendir. **Bağımsız değişken** (X), araştırmacının manipüle edebildiği, ilgisini yoğunlaştırdığı nicel ya da nitel olabilen bir değişkendir. Başka bir anlatımla araştırmada değişkenliği araştırılan ve sonuç olan değişken bağımlı değişken; değişkenliği, sonucu etkileyen ya da etkileyecek olan değişken ise bağımsız değişkendir (Akhun, 1981; Howell, 1982; Saraçbaşı ve Kutsal, 1987). Bilgisayar destekli öğretim yönteminin istatistik başarısını artırıp artırmadığının araştırıldığı bir problemde, araştırmacının ilgi odağı olan ve bireyler ya da gruplar arası değişkenliği araştırılan değişken, yani bağımlı değişken, istatistik başarısıdır. İstatistik başarısı üzerinde manidar bir etkisi olup olmadığı araştırılan değişken, yani bağımsız değişken, bilgisayar destekli öğretim yöntemidir.

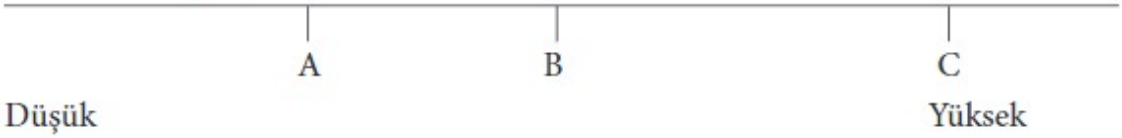
İstatistikle ilgili diğer bir önemli kavram da ölçmedir. **Ölçme**, gözlenen bir olayı bir sınıflandırma ya da bir değer verme ile sonuçlandıran bir işlemdir. Başka bir anlatımla ölçme, gözlenen olaylara sayısal değer verme ya da olayları belli kurallara göre sayısallaştırma işlemidir. Değişkenleri ölçmede kullanılan ölçme araçları da farklıdır. Örneğin uzunluk metre ile, başarı durumu başarı testleri ile ölçülür.

Birey ya da objelerin özellikleri aşağıda açıklanmaya çalışılan dört ayrı ölçek türüyle belirlenebilir (Akhun,1981; Arıcı, 1993; Elifson, Runyon & Haber, 1990; Ravid 1994):

Sınıflandırma ölçeği. Bu ölçekle elde edilen puanlar miktar göstermez, sadece bir kişi ya da nesneyi tanımlamak (isimlendirmek) için kullanılırlar. Örneğin, futbolcuların formalarındaki sayılar sınıflama ölçeği düzeyindedir. Bu değerler, bir sınıflandırmanın kategorilerini anlatır. Örneğin, kızların 1 ve erkeklerin 2 olarak kodlanması böyledir. Sınıflandırmada kategoriler a) homojen olmalı, b) karşılıklı birbirini dışta tutmalı ve c) kategoriler arasında sıralı ilişkiler hakkında hiçbir varsayım olmamalıdır. Örnek verilecek olursa, kentsel kökenli olup olmama denildiğinde, bu değişkenin yukarıda belirtilen üç kuralı karşılaması gerekir. Burada kentsel kökenliler kategorisindeki tüm cevaplayıcılar homojendir. Kentsel kökenli olmayanlar ise kendi içinde homojendir. Bu değişkenin kategorileri birbirini dışta tutar, yani bağımsızdır. Çünkü, hiçbir cevaplayıcı iki kategoride birden bulunamaz; ya kentsel kökenlidir ya da değildir. Kentsel kökenliler kategorisindeki bireyler ile bu kategoride olmayan bireyler arasındaki tek fark kısaca onların yaşadıkları bölgedir. Bu ölçek en düşük ölçme seviyesini anlatır.

Özet olarak bireyleri ya da objeleri ayırmada temel özelliğin eşitlik olduğu ve buna göre sınıflandırmanın olayların ya da olguların eşit olup olmadığına göre yapıldığı belirtilebilir. Örneğin öğrenciler, öğrenim gördükleri alanlara, dinlerine, yaşadıkları mekanlara göre sınıflandırılabilir. Bu ölçek düzeyinde elde edilen veriler için frekanslar çıkartılabilir, yüzdeler hesaplanabilir, kay-kare testi yapılabilir ve ilişki ölçüsü olarak bağlantı (olabilirlik) katsayısı bulunabilir.

Sıralama ölçeği. Bir değişken bu ölçek kullanılarak ölçüldüğü zaman, puanlar sıra dizisini gösterir. Örneğin, 1 puanı değişkenin en düşük ya da en yüksek değerini gösterirken, 2 puanı ikinci en düşük ya da en yükseğini gösterir. Psikolojik bir araştırmada denekleri saldırganlıklarına göre sıraya dizmek bu ölçeğe bir örnek olabilir. Her bir puan bir anlamda göreli bir miktarı gösterir. Bu ölçekte her bir puanı ayırmada eşit bir ölçme birimi yoktur. İlişkiler eşitliğin olmadığı terimlerle ifade edilirler, a<b, a>b gibi. Bir sıralama ölçeğinde noktalar arası ilişkiler Şekil1.1'deki gibi açıklanabilir.



Şekil 1.1 Sıralama Ölçeğinde Noktalar Arası İlişkiler

Şekil 1.1'de B ve C'nin A'dan yüksek olduğunu görüyoruz, ancak ne kadar yüksek olduğunu söyleyemiyoruz. Çünkü, A, B, C arasındaki uzaklıkları bilmiyoruz. A ve B arasındaki uzaklığın B ve C arasındaki uzaklıktan büyük, küçük ya da eşit olduğu konusunda emin olamayız.

Bu ölçekte karşılaşılan ilişki tipleri; daha büyük, daha kötü, daha sağlıklı, daha prestijli şeklinde olabilir. Ölçekte numaralar ya da sayılar, sıralı bir seride sadece bir durum belirtirler. Örneğin eğitim düzeylerini yüksekten düşüğe doğru sıralayabiliriz; doktora (4), yüksek lisans (3), lisans (2), önlisans (1) gibi. Ancak burada doktoranın lisanstan iki kat daha yüksek olduğunu söyleyemeyiz. Bir fakültenin akademik bölümlerini prestijlerine göre sıralayabiliriz, ancak kimya bölümünün fizikten kaç kat daha prestijli olduğunu söyleyemeyiz.

O halde bu ölçekte, temel özellik sıralamadır. Sıralama üstün ya da büyük olup olmama ölçüsü kullanılarak yapılır. Her bir sıra aynı zamanda bir sınıfı gösterdiğinden sıralamada eşitlik ölçüsü de gerçekleşmiş olur. Öğrencileri başarı puanlarına, subayları rütbelerine, okulları öğrenci sayılarına göre sıralama böyledir. Bu ölçekte kullanılan uygun istatistikler ortanca, yüzdelik, çeyrek sapma, sıra farkları korelasyon katsayısı, işaret testi, Mann-Whitney U-testi vb. dir.

Eşit aralıklı ölçek. Bir değişken aralıklı bir ölçek kullanılarak ölçüldüğü zaman, her puan bir miktar gösterir ve her puanı ayıran eşit bir ölçme birimi vardır. Örneğin 2 ve 3 arasındaki fark, 3 ve 4 arasındaki farka eşit kabul edilir. Aralık ölçeği sıfır sayısını içerir, ancak bu gerçek sıfır noktası değildir. Sıcaklık aralıklı bir ölçek ile ölçülebilen bir değişkendir. Burada sıfır derecelik ölçüm sıcaklığın olmadığı anlamına gelmez; sadece 1 dereceden az, -1 dereceden ise çok olduğunu gösterir. Aralıklı ölçekler, psikolojik testler ya da kişilik testleri ile ölçülen nicel değişkenler için sık sık kullanılır. Her ne kadar sıfır puanının ölçümü mümkün olsa da örneğin bu sıfır zeka ya da sıfır yetenek anlamına gelmez.

Buna göre aralık ölçeğinin temel özelliği, eşit ölçme birimine sahip olmasıdır. Bu ölçme biriminin keyfi bir başlangıç noktası vardır ve bu nokta sıfır ile tanımlanabilir; ancak sıfır ölçülen özelliğin yokluğunu göstermez. Örneğin üniversite sınavında kullanılan testlerin, zeka, kişilik, yetenek, ilgi vb. özellikleri ölçen standart testlerin, sıcaklığı ölçmede kullanılan termometrenin başlangıç noktası böyledir. Bu ölçekte uygun istatistikler olarak aritmetik ortalama, standart sapma, pearson korelasyon katsayısı, t-testi, F-testi (varyans analizi) kullanılabilir.

Oran ölçeği. Sadece bu ölçekle elde edilen puanlar, değişkenin gerçek miktarını yansıtır. Çünkü puanlar gerçek miktarı ölçer, ölçekte eşit ölçme birimi vardır ve sıfır değeri gerçekten ilgili değişkenin sıfır olan miktarını gösterir. Aralık ölçeği keyfi bir sıfır noktası kullanırken, bu ölçek gerçek sıfır (0) değerini kullanır. Bu nedenle oran ölçekleri negatif sayılar içermez ve bu ölçekte oransal karşılaştırmalar yapılabilir; yani 4 için 2'nin 2 katıdır denilebilir. Psikolojik araştırmalarda oranlı ölçekler nicel değişkenleri ölçmede kullanılır. Örneğin bir testte yapılan hata sayısı, birisinin sahip olduğu arkadaş sayısı veya bir günde harcanılan kalori sayısı gibi.

Sonuç olarak bu ölçekte temel özellik başlangıç noktası olarak bir sıfır değerinin olması ve bu sıfır noktasının yokluğu göstermesidir. Bu noktaya **gerçek sıfır** ya da **mutlak sıfır** adı verilir. Uzunluk ve ağırlık ölçüleri bu düzeyde elde edilen iki değişkendir. Ölçekte kullanılan uygun istatistikler arasında önceki ölçeklerde kullanılabilenlere ek olarak geometrik ortalamayı sayabiliriz.

Pek çok sosyal bilimci, sosyal bilimlerde araştırma konusu olan değişkenlerin genelde sınıflama ve en fazla sıralama ölçeğine uygun olduğunu düşünmektedir (Ravid, 1994; Siegel ve Castellan, 1988). Ancak, uygulamada psikoloji ve eğitim araştırmalarında kullanılan likert tipi ölçeklerin, başarı ve yetenek testi ham puanlarının da araştırmacılar tarafından daha güçlü parametrik istatistikler kullanabilmek amacıyla, eşit aralıklı bir ölçek olarak kabul edildiği görülmektedir. Örneğin, "kesinlikle katılıyorum", "katılıyorum", "kararsızım", "katılmıyorum" ve "kesinlikle katılmıyorum" seçeneklerinden oluşan ve 5'ten 1'e doğru puanlanan beşli likert tipi ölçekler böyledir (Ravid, 1994, 8).

Burada vurgulanması gereken bir başka nokta da, üst düzeydeki ölçeklerin alt düzeydeki ölçeklere dönüştürülebilir olmasıdır. Örneğin bir mil'lik yarış için zaman puanları (oranlı ölçek) 3:56, 3:58 ve 4:02 olduğunda, bu puanlar yarışı 1., 2. ve 3. bitirenler gibi sıralı ölçeğe dönüştürülebilir. Aynı örnek için veriler, zaman puanları değil de, yarış bitiş sırasını açıklayan sıralamalı veriler olarak toplanmış olsaydı, bu verilerin oranlı ölçek düzeyine getirilmesi düşünülemezdi. Ancak, sıralama ölçeği düzeyinde elde edilen bazı değişkenlere ait puanlar standart puanlara dönüştürülerek eşit aralıklı ölçek düzeyine çıkartılabilmektedir. Örneğin, üniversite sınavı puanları gerçekte sıralama ölçeğindedir, ama daha sonra bu puanlar T standart puanına dönüştürülerek eşit aralıklı ölçek haline getirilmektedir.

Yukarıda açıklanmaya çalışılan dört ölçeğin sahip oldukları özellikler, eşit ölçme birimine ve gerçek bir sıfır noktasına sahip olup olmama, matematiksel işlemlere uygunluk ve araştırmada kullanılma durumuna ilişkin bakımından karşılaştırmalı bir değerlendirme Tablo 1.1'de özet olarak verilmiştir.

***Tablo 1.1:** Ölçeklerin Karşılaştırılması*

Ölçek	Özellik	Eşit Ölçme Birimi	Gerçek Bir Sıfır Noktası	Matematiksel İşlemlere Uygunluğu	Ölçeğin Araştırmada Nasıl Kullanıldığına İlişkin Bazı Örnekler
Sınıflama	Kategoriler homojen, bağımsız ve kategoriler arası sıralı ilişkilere ilişkin sayılı yok	Yok	Yok	Kategoriler bazında olayların sayısını belirleme	Erkekleri 1 ve kızları 2 olarak tanımlama
Sıralama	Yukarıdakilerin tümü ve ek olarak kategorileri sıralama	Yok	Yok	Yukarıdakilerin tümü, ek olarak kategorileri sıralama	Kimin saldırganlıkta 1., 2. vb. olduğunu yargılama
Aralık	Yukarıdakilerin tümü ve ek olarak kategoriler arası gerçek farklar belirlenebilir, miktar ölçülebilir	Var	Yok	Yukarıdakilerin tümüne ek olarak fark bildirme	Standart zeka, kişilik ve başarı testi sonucunu değerlendir-me
Oran	Yukarıdakilerin tümü ve miktarı ölçmeye ek olarak oransal karşılaştırma yapılabilir	Var	Var	Dört işleme dayalı tüm işlemleri yapabilme	Bir testteki doğru cevapların sayısını açıklama

* Tablo, Elifson, Runyon & Haber (1992) ve Heiman (1996)'den uyarlandı.

ÖZET

- **Betimsel istatistik,** belirli bir gruba ait gözlemlere ilişkin sayısal verilerin özetlenmesi, düzenlenmesi ve sınıflanmasıyla ilgilenen istatistiktir.
- **Anlam çıkarıcı istatistik,** tanımlanmış bir evrenin yansız bir örneklemine ait istatistiklere dayalı olarak evren hakkında genellemeler ve tahminler yapmayı amaçlayan teknikleri anlatır.
- **Evren,** bazı ortak özellikleri olan birey ya da objeler topluluğudur.
- **Örneklem,** evrenden seçilen ve onun yansız bir temsilcisi olan birey ya da objeler topluluğudur. Bir örneklem evreni temsil edici olmalıdır; çünkü örneklemden elde edilen istatistikler evren parametresini tahmin etmede kullanılmaktadır. Yansız bir örneklem seçmek için evrendeki her bir üyenin örnekleme seçilme şansının eşit ve bağımsız olması gerekir.
- **Evren değer (parametre),** evrenin bir özelliğinin ölçümüdür.
- **Örneklem değer (istatistik),** örneklemin bir özelliğinin ölçümüdür.
- **Ölçme,** bazı kurallara göre gözlemleri sayılar veya sembollerle ifade etme olarak tanımlanabilir.
- **Değişken,** farklı değer ya da düzeyler alabilen ve değişebilen bir özelliktir. Verilen iki nokta arasında sınırsız değerler alabilen değişkenlere **sürekli,** sınırlı bir değer alabilen değişkenlere ise **süreksiz** değişkenler denir.
- **Sabit,** sadece tek bir değere sahip olan ölçülen bir özelliktir.
- Ölçümler dört ölçek düzeyinde elde edilebilir. **Sınıflamalı ölçek,** objelerin ya da durumların belirli özellikler içinde yer alıp almadığını, o özelliğe ait olup olmadığını gösterebilmek için gözlemleri sınıflamak veya gruplamak üzere kullanılır. **Sıralamalı ölçek,** büyüklük veya genişlik üzerine dayanır ve gözlemlerin daha büyük ya da daha küçük olmalarına göre sıralanmasını sağlar. **Aralık ölçeğinde,** gözlemler ölçek üzerindeki noktalar arasında eşit aralıklar ile sıralanır. Başlangıç noktasının keyfi olması nedeniyle oransal karşılaştırmalara elverişli değildir. **Oranlı ölçeklerde,** gözlemler noktalar arasındaki eşit aralıklarla sıralanır ve ölçeğin mutlak sıfır başlangıç noktası vardır. Bu nedenle oransal karşılaştırmalar yapılabilir. Bu ölçmenin tam şeklidir, ancak bu ölçek sosyal bilimlerinden daha çok fen bilimlerinde kullanılır.

ALIŞTIRMA SORULARI

1. Aşağıdaki değişkenlerin aldıkları değerlere göre ne tür değişkenler olduklarını ve hangi ölçeğe girdiklerini belirtiniz.
   a. Bir markette her gün satılan ekmek sayısı
   b. Her yarım saatte kaydedilen sıcaklıklar
   c. Bir şirket tarafından üretilen televizyon tüplerinin garanti süresi
   d. Üniversite öğretim üyelerinin yıllık gelir toplamı
   e. Bir fabrikada üretilen 1000 civatanın boyları
   f. Bir çift zarın atılmasından elde edilen sonuçlar
   g. Doğum yeri
   h. İstatistik standart başarı puanı
   i. Öğrenci numarası
2. Sınıflama, sıralama, eşit aralık ve oran ölçeklerinin her biri için iki değişken örneği veriniz. Örnek verdiğiniz değişkenlerin niçin bu ölçek düzeyinde olduğunu açıklayınız.

3. Aşağıda verilen değişkenler hangi ölçek düzeyindedir?
   a. Bir kitaptaki sayfa sayısı
   b. Olimpiyat Bayrağı üzerindeki daire sayısı
   c. Ankara'daki işsizlik oranı
   d. Ankara'daki işsiz kişilerin sayısı
   e. Araba renkleri
   f. Kitap başlıkları
   g. Bilgisayar kullanmaya ilişkin korku düzeyi

4. Aşağıdaki tabloda boşlukları doldurunuz.

Değişken	Nitel / Nicel	Sürekli / Süreksiz / İkilem	Ölçek Türü
Cinsiyet			
Akademik Alan			
Ders Saati Süresi			
Hız			
Saatlik Ücret (TL)			
Ailedeki Çocuk Sayısı			
Standardize Edilmiş Yetenek Testi Puanları			

5. Okulunuzdaki bir öğrenciyi tanımlayan, a) süreksiz, b) sürekli, c) nitel ve d) nicel birer değişken örneği veriniz.

6. Aşağıdaki sayıları yüzde birler basamağına (iki kesir hanesine) tamamlayınız.

a. 13.7462
b. 10.043
c. 10.047
d. 0.079
e. 1.004
f. 99.99500
g. 46.40501
h. 2.96500
i. 0.00501
j. 16.46500
k. 1.05499
l. 86.2139

2. BÖLÜM

FREKANS DAĞILIMLARI

İçerik

- ☑ *Frekans Dağılımlarının Tablo ile Gösterilmesi*
- ☑ *Verilerin Grafik ile Gösterilmesi*
- ☑ *Özet*
- ☑ *Alıştırma Soruları*

FREKANS DAĞILIMLARININ TABLO İLE GÖSTERİLMESİ

Araştırmacı tarafından gözlenerek ya da kaydedilerek elde edilen, işlenmemiş, anlamlı hale getirilmemiş sayılar yığını ham veriler olarak isimlendirilir (Balcı, 1997). Ham veriler, düzenlenmemiş verilerdir. Toplanan bu verilerin düzenlenmesinde kullanılan en basit yol frekans tablosu hazırlamaktır. Tablo, verilerin bir bütün halinde okuyucuya tanıtılmasını sağlar ve böylece okuyucu, verilerden bazı anlamlar çıkarabilir, hatta genel bazı sonuçlara ulaşabilir. Tablo hazırlamanın ilk aşamasını verilerin büyükten küçüğe ya da küçükten büyüğe doğru sıraya konulması oluşturur. Daha sonra tabloda açılan frekans sütununda ölçümlerin karşısına tekrar sayıları yazılır.

Örnek olarak 25 ilkokul öğrencisinden oluşan grubun verilen bir metni okuma hızları dakika olarak ölçülmüş olsun. Şimdi bu veriler için bir frekans tablosu hazırlayalım. Tablo 2.1'de toplanan veriler ilk olarak bir anlam ifade etmeyen dağınık sayılar şeklindedir. Bu veriler daha sonra aynı tablo üzerinde büyükten küçüğe doğru sıralanmıştır.

Tablo 2.1: *Öğrencilerin Okuma Hızı (Dakika olarak)*

Ham veri

2	6	1	7	5	4	3	3	7	5	5	3	4
2	6	4	4	6	4	5	4	4	5	2	3	

Sıralanmış veri

7	7	6	6	6	5	5	5	5	5	4	4	4	4	4	4	
4	3	3	3	3	2	2	2	1								

Büyükten küçüğe doğru yapılan sıralamanın ardından ölçümler tekrar sayıları (frekans) da dikkate alınarak yeniden düzenlenmiş ve Tablo 2.2'de sunulmuştur. Tabloda ilk üç sütunda sırasıyla ölçüm, ölçüme ait frekans ve toplamalı frekans yer almıştır. Toplamalı frekans, ölçümlerin en yüksek ya da en küçüğünden başlayarak bulunabilir. İlk başlanan noktadaki ölçümün frekansı, toplamalı frekansın ilk değeridir. Daha sonraki toplamalı frekans değeri ise, ikinci ölçümün frekansının önceki toplam frekansa eklenmesiyle elde edilir ve işlem bu mantıkla yürütülür. Ancak, küçük değere sahip ölçümden başlamak ileride görülecek bazı istatistiklerin hesaplanması açısından daha uygun olduğu için bu tabloda toplamalı frekans küçük ölçüm olan 1'den başlatılarak gösterilmiştir.

Tablo 2.2: *Öğrencilerin Okuma Hızı Ölçümlerine Ait Frekans, Toplamalı Frekans, Göreli Frekans Ve Toplamalı Göreli Frekans*

Ölçüm (X)	Frekans (f)	Toplamalı Frekans (t_f)	Göreli Frekans (rel.f)	Toplamalı Göreli Frekans ($t_{rel.f}$)
7	2	25	.08	1.00
6	3	23	.12	.92
5	5	20	.20	.80
4	7	15	.28	.60
3	4	8	.16	.32
2	3	4	.12	.16
1	1	1	.04	.04

Tablo 2.2'nin incelenmesinden (son iki sütundaki bilgiler hariç), en hızlı okumanın 1 dakikada ve bir kişi tarafından; en ağır okumanın ise 7 dakikada ve 2 kişi tarafından yapıldığı anlaşılmaktadır. Yine ortalama okuma düzeyinin 4 dakika civarında olduğu ve kişilerin metni çoğunlukla bu hız civarında okudukları anlaşılmaktadır. Toplamalı frekansa dayalı olarak 20 kişinin metni 5 dakika ve daha az sürede okudukları söylenebilir.

Frekans dağılımını betimlemede kullanılan bir başka yol da her bir puanın frekansını göreli frekansa dönüştürmektir. Göreli frekans (relative frequency/oranlı frekans), araştırmacıya daha kolay ve daha fazla yorum olanağı sağlar. Çünkü bir puanın frekansı sadece o puanın tekrar sayısını gösterir ve diğer verilerden bağımsızdır. Halbuki bir puanın göreli frekansı, puanın toplam içindeki oranıdır ve bu nedenle yorumlamada tüm veri seti ile ilişkilendirilebilir (Crow, Davis ve Maxfield, 1960; Heiman, 1996; Wagner, 1992). Buna göre, örneğin grubun 0.08'inin (%8) metni 7 dakikada okuduğu söylenebilir (Tablo 2.2). Öte yandan göreli frekanslar için de toplamalı (kümülatif) değerler hesaplanabilir ve bir başka sütunda gösterilebilir. Böylece herhangi bir ölçümden daha düşük ya da daha yüksek olan ölçümler toplamalı göreli frekanslar kullanılarak yorumlanabilir. Örneğin 5 dakika ve daha az sürede okuyanların (20 kişi) grubun 0.80'ini (%80) oluşturduğunu söyleyebiliriz (Tablo 2.2). Göreli frekans, 100 ile çarpılıp yüzdeye dönüştürülerek de yorumlanabilir (Arıcı, 1993; Elifson, Runyon & Haber, 1990).

Toplanan verilerin fazla ve ranjının geniş olması durumunda ham puana dayalı bir frekans tablosunun hazırlanması oldukça güçtür. Bu durumda, frekans tablosu veriler gruplandırılarak düzenlenebilir. Puanların gruplandırılması durumunda dağılımın özgünlüğü bozulmakta ve veri kaybı olmaktadır. Ancak bu yola pratik nedenlerle, özellikle analizlerde bilgisayar kullanılmadığı durumlarda sıkça başvurulmaktadır.

Arıcı (1993), verilerin gruplandırılmasının amacını ardışık ölçümleri bir grupta toplamak olarak açıklamaktadır. Gruplandırma işleminin en önemli unsuru grup açıklığını-aralığını gösteren aralık katsayısının bulunması ya da tahmin edilmesidir. **Aralık katsayısı** ya da genişliği, en yüksek ve en düşük ölçüm arasındaki farkın (ranjın), araştırmacı tarafından belirlenen tahmini grup sayısına bölünmesi ile hesaplanabilmektedir. İşlemlerde kolaylık sağlaması bakımından çıkan katsayı en yakın tek sayıya tamamlanarak gruplandırmada kullanılacak bir aralık katsayısı saptanır. Tahmini grup sayısı 10 ile 25 arasında alınabilmektedir. Daha küçük gruplar veri kaybına, büyük gruplar da işlemlerin güçleşmesine neden olmaktadır.

Verilerin gruplandırılmasında iki varsayım söz konusudur. Birincisine göre "bir aralığa rastlayan ölçümler aralığın gerçek sınırları boyunca eşit olarak dağılır." İkincisine göre "bir aralığa rastlayan ölçümlerin tümü aralığın orta noktası üzerinde yığılır" (Arıcı, 1993).

Tablo 2.3'te 100 kişilik bir başarı testi sonuçları verilmektedir. Bu verileri gruplandırarak bir frekans tablosu düzenleyelim.

Tablo 2.3: *Bir Grup Öğrencinin Başarı Testi Puanları*

09	35	33	57	56	51	75	87	98	78	77	75	65	67	63	61	68	43	41	48	48	23	25
11	17	10	21	29	27	26	34	35	33	31	52	55	53	58	77	76	71	79	72	73	93	83
87	86	84	88	20	20	21	22	43	44	45	49	55	56	53	51	58	48	42	30	30	31	37
38	39	41	40	69	68	61	60	31	30	33	37	56	66	69	64	59	55	54	56	41	43	45
48	69	64	40	43	53	55	58															

Verilen puanlar için dağılımın genişliği (ranj) 98-9=89'dur. Gruplandırma işlemi için tahmini grup sayısı 10 olsun. Dağılımın genişliğini 10'a bölersek 8.9 değerini buluruz. Aralık katsayısını hesaplama kolaylığı nedeniyle bir tek sayı olarak düşünürsek, bulunan değere en yakın tek sayı olan 9 aralık katsayısı olarak alınabilir.

Gruplandırmada puan aralıklarının her birinin aynı genişliğe sahip olması, en düşük ve en yüksek değerlerin de kapsanması gerekmektedir. İlk puan aralığının en düşük puanı kapsaması için, belirlenen aralık katsayısının sıfırdan başlayarak bulunan katlarına aralık katsayısının eklenmesiyle oluşturulan puan aralığının en düşük puanı kapsayıp kapsamadığına bakılır. En düşük puanın kapsandığı ilk aralık, gruplandırmanın ilk basamağını oluşturur. İkinci ve daha sonraki puan aralıkları benzer şekilde bulunur ve bu işlem dağılımdaki en yüksek puanın kapsandığı aralığın bulunmasına kadar sürdürülür. Her grubun alt sınırının kendinden önce ve sonra gelen aralığın alt sınırı ile olan farkı daima aralık katsayısına eşit olmalıdır. Benzer durum üst sınırlar arasındaki fark için de geçerlidir.

Tanis (1987) puanların gruplandırılmasında farklı bir yaklaşımdan söz etmektedir. Bu, karar verilen grup sayısı (g) ile aralık katsayısının (a) çarpımının, ranjı örten en düşük çarpım olmasıdır. Buna göre yukarıda verilen örnek için tahmini grup sayısı ve aralık katsayısı Tablo 2.4'te gösterildiği şekilde olabilir:

Tablo 2.4: *Tablo 2.3'deki Veriler İçin Tahmini Grup Sayısına Karşılık Gelen Aralık Katsayıları*

Grup sayısı (g)	Aralık katsayısı (a)	Çarpım (gxa)	(gxa) > Ranj
5	18	90	90>89
10	9	90	90>89
13	7	91	91>89
15	6	90	90>89

Söz konusu örnek için gruplandırılmış frekans tablosu, aralık katsayısı 9 ve grup sayısı 10 alındığında ilk puan aralığı 9-17 şeklinde belirlenerek puanlar en yüksek puanı da kapsayacak şekilde Tablo 2.5'te görüldüğü gibi düzenlenir.

Tablo 2.5: Başarı Testi Puanlarına Ait Gruplandırılmış Frekans Dağılımı

Puan Aralığı	f	rel.f	Orta Nokta	Gerçek Sınırlar	Toplamalı f	Toplamalı rel.f
90-98	2	.02	94	89.5-98.5	100	1.00
81-89	6	.06	85	80.5-89.5	98	.98
72-80	9	.09	76	71.5-80.5	92	.92
63-71	12	.12	67	62.5-71.5	83	.83
54-62	17	.17	58	53.5-62.5	71	.71
45-53	13	.13	49	44.5-53.5	54	.54
36-44	15	.15	40	35.5-44.5	41	.41
27-35	14	.14	31	26.5-35.5	26	.26
18-26	8	.08	22	17.5-26.5	12	.12
09-17	4	.04	13	08.5-17.5	4	.04

Tablo 2.5'te görüldüğü şekli ile verilerin düzenlenmesi ve özetlenmesi "gruplandırılmış verilerde frekans dağılımı" olarak tanımlanmaktadır. Her ne kadar verilerin gruplandırılması sırasında verilerin detaylarının yok olması -veri kaybı- söz konusu ise de, bu yola başvurmak gerekebilir. Tablo 2.5'te n=100 olduğundan bir bireyin toplam içindeki oranı 1.0'dır (100/n). Bu nedenle aralıklar için f ve % değerleri aynı olmaktadır.

Dağılımda yer alan "54-62" gibi matematiksel ifadelere **grup** (puan) **aralığı** denir. Bu aralığın sınır sayıları olan 54 ve 62, **grup sınırları** olarak isimlendirilir. En küçük değer (54), en alt grup sınırını; en büyük değer (62), en üst grup sınırını gösterir. Bir grup aralığının teorik olarak alt ya da üst sınırı yoksa, buna **açık grup aralığı** denir. Örneğin, kişilerin yaş gruplarıyla ilgili olarak "65 yaş ve üzeri" bir açık grup aralığıdır.

Puanlar en yakın tama tamamlanarak kaydedilmişse, 54-62 grup aralığı, teorik olarak 53.5'den başlar ve 62.5'e kadar tüm ölçümleri içerir. Bulunan bu yeni değerler grubun **gerçek sınır değerleri** olarak isimlendirilir. En küçük değer 53.5, en alt gerçek sınır ve en büyük değer 62.5, en üst gerçek sınır olarak tanımlanır. Gerçek sınırlar, pratikte, bir grup aralığının üst sınırı ile daha sonraki grup aralığının alt sınırı toplanıp ikiye bölünerek elde edilir.

Bir grup aralığının genişliği (aralık katsayısı), o grubun alt ve üst gerçek sınırları arasındaki farka eşittir. Örneğin, 54-62 aralığının aralık katsayısı 62.5-53.5=9'dur. **Orta nokta,** bir grup aralığının ortalama değeridir. Orta nokta, grup aralığının alt ve üst sınırların toplamının ikiye bölünmesiyle bulunabilir. Yukarıdaki örnek için orta nokta, [(54+62) /2]= 58'dir.

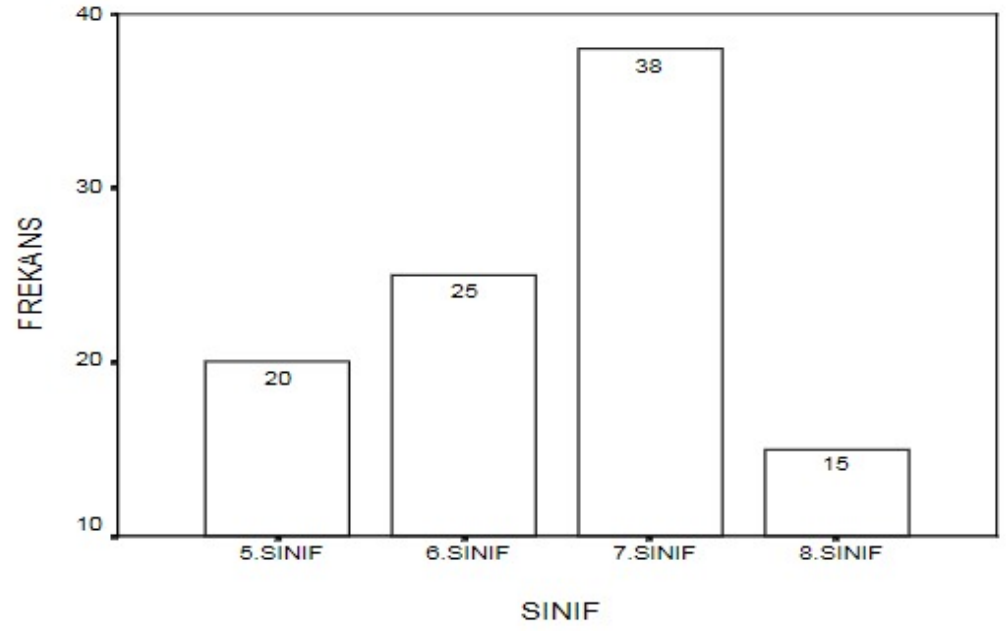
VERİLERİN GRAFİK İLE GÖSTERİLMESİ

Grafikler, nicel verileri görsel formlara dönüştürerek bu verilerde kolayca fark edilemeyen ilişkilerin görülmesini olanaklı hale getiren tekniklerdir (Ravid, 1994). Buna göre grafikler, verileri anlamlı olarak sınıflandırmanın ve özetlemenin yollarından biridir. Farklı veri türleri için uygun grafik formları vardır. En sık kullanılan türleri bar diyagram, histogram ve çizgi grafiğidir. Daire grafiği ise, bir bütünün parçalarının frekans ya da oran olarak gösterildiği bir grafik türü olup, özellikle kamuoyu araştırmalarının sunulmasında sıklıkla kullanılmaktadır. Grafikler el ile çizilebildiği gibi, istatistik paket programları, Excel ya da özel grafik programları kullanılarak da çizilebilmektedir.

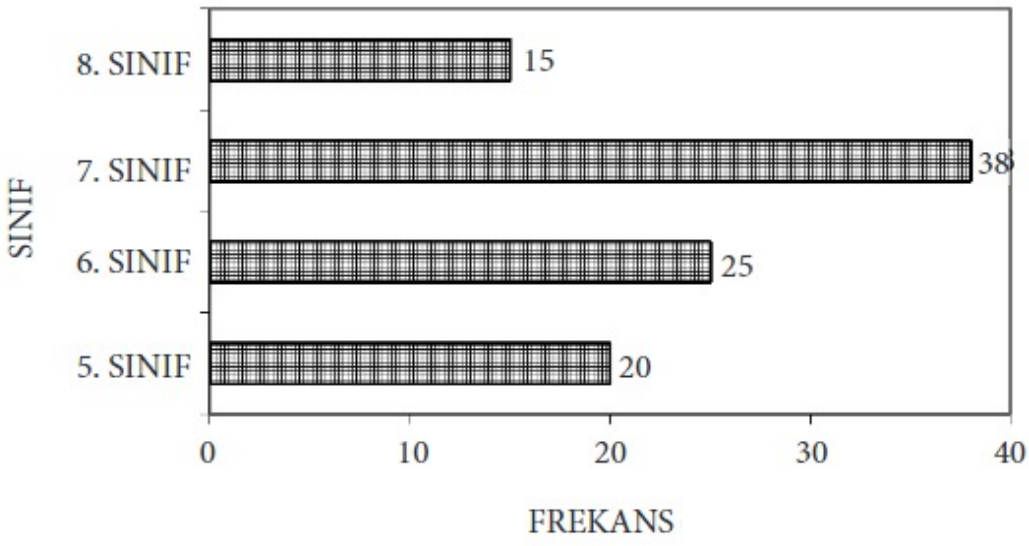
Bar diyagram, histogram ya da bir çizgi grafiği çizilirken genellikle, bir değişkenin düzeyleri ya da puanları yatay eksende (X), bu düzey ya da puanlara karşı gelen frekanslar ise dikey eksende (Y) gösterilir.

Bar diyagram, birbirini izleyen barların bir serisini gösterir. Barlar birbirine dokunmazlar ve genellikle düşükten yükseğe ya da tersine sıralanırlar. Bu grafik türü sınıflamalı (kategorik), yani süreksiz veriler için kullanılır. Bir eksen değişkenin düzeylerini, diğeri ise frekans ya da yüzdeleri gösterir.

Örneğin, yapılan bir araştırmanın örnekleminin 20 beşinci, 25 altıncı, 38 yedinci ve 15 sekizinci sınıf öğrencisinden oluştuğunu düşünelim. Burada öğrencilerin dağılımı sınıf değişkenine göre incelenmektedir. Beşinci, altıncı, yedinci ve sekizinci sınıflar ise bu değişkenin düzeylerini oluşturmaktadır. Gözlenen bu veriler için yatay eksene dayalı çizilen bar diyagram Şekil 2.1'de, dikey eksene dayalı çizilen bar diyagram (bar grafik) ise Şekil 2.2'de gösterilmiştir.



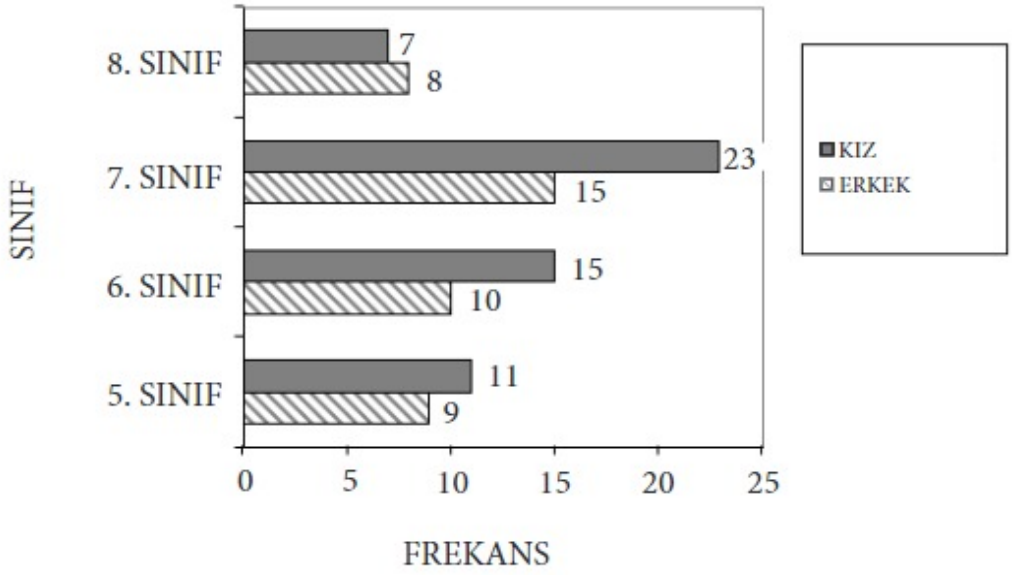
Şekil 2.1: *Öğrenci Sayısının Sınıflara Göre Dağılımını Veren Yatay Eksene Dayalı Bar Diyagram Örneği*



Şekil 2.2: *Öğrenci Sayısının Sınıflara Göre Dağılımını Veren Dikey Eksene Dayalı Bar Diyagram Örneği*

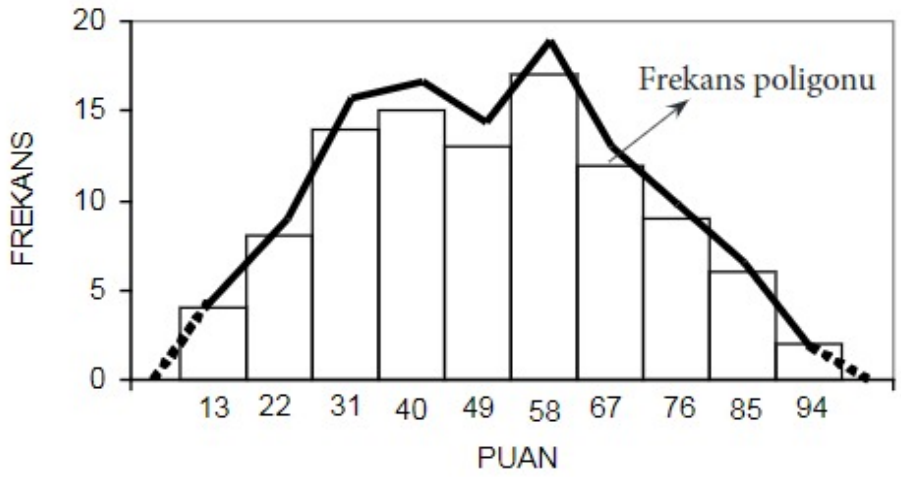
Aynı örnek için, sınıflardaki öğrenci sayılarının cinsiyete göre dağılımı biliniyorsa, her sınıf düzeyinde kız ve erkek öğrencilere ait sayıları gösteren barlar birbirine bitişik olarak çizilebilir. Örnekte beşinci sınıf öğrencilerinin 11'i kız, 9'u

erkektir. Aynı sayılar sırasıyla altıncı sınıf için 15 ve 10; yedinci sınıf için 23 ve 15; sekizinci sınıf için 7 ve 8'dir. Bu verilerin dikey eksene dayalı bar diyagramı Şekil 2.3'te gösterilmiştir.



Şekil 2.3: *Öğrencilerin Sınıf Düzeyi ve Cinsiyete Göre Dağılımlarının Bar Diyagramı Örneği*

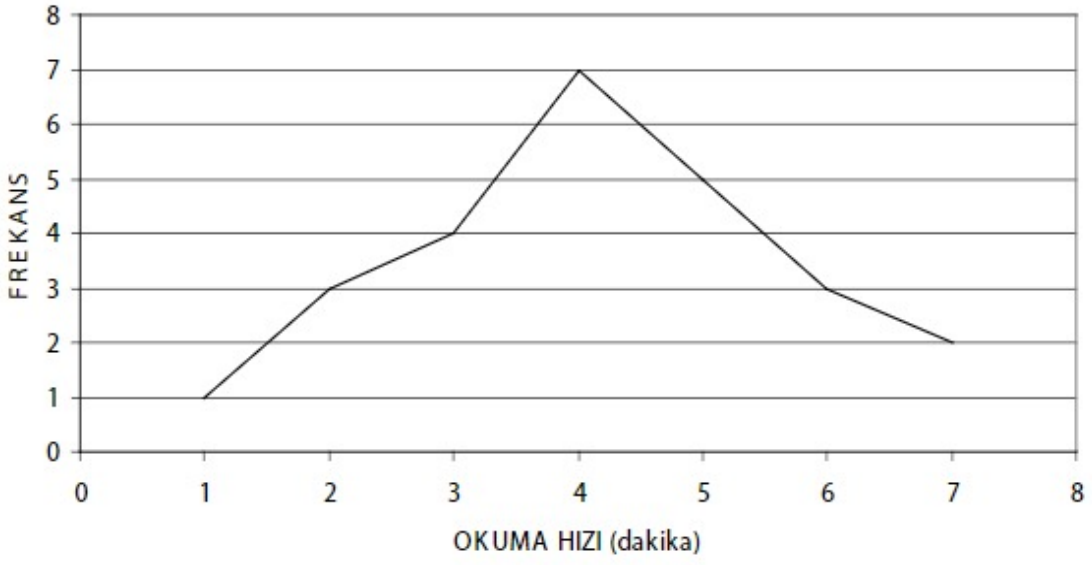
Histogram, sürekli veriler için uygun olan görsel bir formdur. Dikey eksen frekansları, yatay eksen de ölçümleri (puanları) ya da puan aralıklarını gösterir. İki eksenin kesiştiği nokta (orijin), her iki eksen için de en düşük değeri gösterir ve yukarıya/sağa doğru değerler büyür. Dikey eksen her zaman "0" değerinden başlarken, yatay eksen 0 ya da daha büyük bir değerden başlayabilir. Puanlar 1'den büyük bir değer ile başlarsa, yatay eksen kesişme noktasına (orjine) yakın bir noktada iki paralel çizgi (---/ /---) ile kesilerek en düşük değer olan, örneğin 15'ten, başlatılabilir. Dikey eksen mümkünse yatay eksenden küçük olmalıdır (3/4'ü kadar). Veriler sürekli olduğundan, grafiğin barları birbirine dokunmalıdır. Tablo 2.5'te sunulan veriler için histogram Şekil 2.4'te gösterilmiştir. Bu histogramda yatay eksen öğrencilerin başarı testine ait puan aralıklarını, dikey eksen ise bunlara ait frekansları göstermektedir. Bir puan aralığına ait sütunun yüksekliği, o aralığın frekansını gösterir. Grafikteki sütunların orta noktaları, ilgili puan aralığının orta noktalarına karşılıktır. Histogramda verilen sınıf aralıklarının orta noktaları birleştirildiğinde **frekans poligonu** elde edilmektedir. Poligonun Şekil 2.4'te görüldüğü gibi iki ucu aralıklı nokta ile yatay eksene birleştirilir ya da sürekli çizgi ile yatay eksene yaklaştırılır ancak birleştirilmez.



Şekil 2.4 Tablo 2.5'deki Veriler İçin Histogram

Frekans poligonunun iki ucu yatay eksen ile birleştirilmezse çizgi grafiği elde edilir.

Çizgi grafiği, sürekli bir değişkenin değerlerine karşılık gelen frekansların dağılımını göstermek amacıyla çok yaygın olarak kullanılan bir grafik türüdür. Öğrencilerin okuma hızlarına ilişkin Tablo 2.2'deki veriler için oluşturulan çizgi grafiği Şekil 2.5'te gösterilmiştir.



***Şekil 2.5:** Tablo 2.2'deki Veriler İçin Çizgi Grafiği*

Çizgi grafiği, yıllar ve birey başına düşen gayri safi milli hasıla; matematik ve fen bilgisi dersi başarı puanları; yaş ve ağırlık kaldırma gibi örnekler için iki değişken arasındaki ilişkiyi, iki ölçüm takımına ait puanların iki boyutlu düzlemde oluşturduğu noktaları çizgilerle birleştirerek görsel bir anlatım sunar. Yatay eksen

sürekli olan değişkenin verilerini göstermede kullanılır. Aynı grafik içinde birden fazla grup için çizgi grafiği çizilebilmesi de, farklı gruplar için gözlenen ilişkilerin görsel olarak birlikte değerlendirilmesini olanaklı kılar.

Herhangi bir değişkene ilişkin olarak elde edilen verilerin genel olarak betimlenmesinde kullanılan bir başka teknik, **gövde-yaprak diyagramıdır**. Bu diyagram, orijinal veri kaybı olmaksızın verileri gruplamada kullanılan açıklayıcı bir veri analizi tekniği olarak tanımlanabilir (Elifson, Runyon ve Haber, 1990). Başta gelen sayı ya da sayılar gövde olarak, daha sonra gelen sayı ya da sayılar yaprak olarak isimlendirilir ve düzenlenir. Böylece sayıların kendisi, bir veri grafiği olur.

Örneğin, bir golf oyununda yer alan 25 oyuncunun aşağıda verilen ortalama vuruş uzunlukları için bir gövde-yaprak diyagramı çizelim.

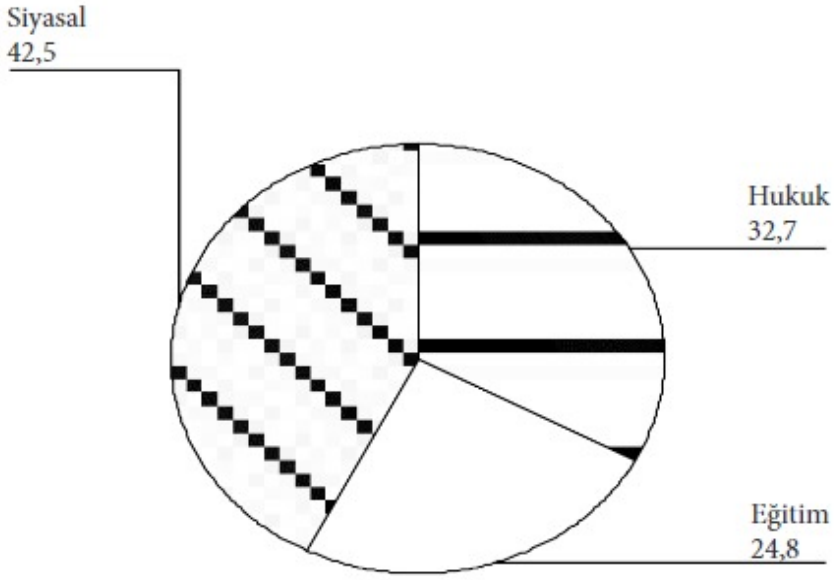
227	244	246	278	262	252	269	260	247	277	250	235	274	257	282	269
255	263	236	289	258	231	255	241	261							

Bu sayıların ilk iki basamağını, yani 22, 23, 24, 25, 26, 27 ve 28 sayılarını gövde olarak alalım. Daha sonra üçüncü basamaktaki sayıları da yaprak olarak alıp, yaprakları ilgili gövdelerin sağına Şekil 2.6'da gösterildiği gibi bir düzen içinde yerleştirelim. Sayıların bu şekilde oluşturduğu grafiğe gövde-yaprak diyagramı denir.

Gövde	Yaprak	Frekans
22	7	1
23	5 6 1	3
24	4 6 7 1	4
25	2 0 7 5 8 5	6
26	2 9 0 9 3 1	6
27	8 7 4	3
28	2 9	2

***Şekil 2.6:** Gövde-Yaprak Diyagramı*

Öte yandan bir grup üniversite öğrencisinin (n=113) öğrenim gördükleri alana göre dağılımları **daire grafiği** ile gösterilebilir. Bu grafik, özellikle kamuoyu sonuçlarını göstermede sıkça kullanılır. Öte yandan bir araştırma raporunda yer alan sınıflamalı bir değişkenin düzeylerini, toplam içindeki ağırlıkları bakımından göstermek amacıyla da kullanılır. Örneğin, araştırmaya dahil öğrencilerin %42.5'i siyasal, %32.7'si hukuk ve %24.8'i eğitim bilimleri alanında öğrenim görüyorsa, bunların alanlarına göre dağılımı daire grafiği ile Şekil 2.7'deki gibi gösterilebilir.



Şekil 2.7: Daire Grafiği Örneği

ÖZET

- **Verilerin düzenlenmesinde** ilk adım, verileri bazı kurallar çerçevesinde sıralamaktır. Sık uygulanan yöntem verileri büyükten küçüğe ya da tersine sıralamaktır.
- **Bir frekans dağılımı** sıralanan puanların bir listesidir. Frekans dağılımının ranjı 20 puandan fazla ise, puanlar birbirini izleyen ardışık puanların oluşturduğu küçük gruplar halinde gruplandırılır. Gruplar puan aralıklarını gösterir ve tüm puan aralıklarının genişliği aynıdır.
- **Grafikler** sayısal verileri görsel bir şekilde anlatırlar. Frekans dağılımlarını göstermek için genellikle sürekli veriler için **histogram** ya da **frekans poligonu**; süreksiz veriler için **bar diyagram (bar grafik)** kullanılır. Bunun için yatay (X) ve dikey (Y) olmak üzere iki eksenli bir düzlem kullanılır. Genellikle X ekseninde puanlar, Y ekseninde ise frekanslar gösterilir.
- Histogram ya da frekans poligonları çizildiği zaman orta değerler puan aralıklarını anlatabilmek için kullanılır. Histogramda sütunlar birbirine değerken, bar grafikte barlar (sütunlar) birbirine değmez.
- **Çizgi grafiği** genellikle, zaman içinde değerlerde meydana gelen değişiklikleri göstermek için kullanılır. Yatay eksende sürekli değişkenler gösterilir (ay, yıl vb).

- **Gövde-yaprak diyagramı**, puanları orijinal verileri koruyarak gruplandırmada kullanılan bir grafik türüdür. Bu grafikte, verilerin tümünü ve onların oluşturdukları şekli görmek mümkündür.

ALIŞTIRMA SORULARI

1. 1, 4, 5, 3, 2, 5, 7, 3, 4, 5 verileri için aşağıda verilen frekans tablosu düzenlenmiştir. Bu tabloda yapılan yanlışlar nedir?

Puan	f	Toplamalı f
1	1	0
2	1	1
3	2	3
4	2	5
5	3	8
7	1	9
	n=6	

2. Gruplanmış frekans dağılımı kullanılmasının avantajı ve dezavantajı nedir?

3. Aşağıda verilen puanların frekanslarını, her bir puanın göreli frekansını, toplamalı (kümülatif) frekans ve toplamalı göreli frekansını gösteren bir tablo düzenleyiniz ve 50 puan için f, rel.f toplamalı f ve toplamalı rel.f değerlerini yorumlayınız.

49	52	47	52	52	47	49	47	50
50	49	50	50	50	53	51	49	51

4. 60 üniversite birinci sınıf öğrencisine kardeş sayıları sorulmuş ve alınan cevaplar aşağıda verilmiştir.

1	6	3	5	5	3	4	1	2	7	3	2	3	4	5	3	1	3	2	1	4	4	2	2	3	3	4	3	3	5
3	5	7	3	1	1	3	5	2	6	4	3	3	3	3	3	2	3	4	3	5	7	3	2	1	2	3	2	3		

a) Bu veriler için gruplanmamış frekans dağılımını oluşturunuz.

b) Bar grafik çiziniz.

5. 55 arabanın radarla ölçülen hızları aşağıdadır.

27	23	22	38	43	24	35	26	28	18	20	25	23	22	52	31	30	41	45	29	27	43	29		
28	27	25	29	28	24	37	28	29	18	26	33	25	27	25	34	32	36	22	32	33	21	23		
24	18	48	23	16	38	26	21	23																

a) 15-19, 20-24, ..., 50-54 aralıklarını kullanarak verileri gruplandırılmış frekans dağılımı şeklinde gösteriniz.

b) Aralık katsayısı (a) nedir?

c) 20–24 aralığı için orta nokta, gerçek alt ve üst sınır nedir?

6. Öğretim döneminin başında 50 öğrenciye ev ile okul arasında gidip gelmede harcadıkları süre sorulmuş ve elde edilen cevaplar dakika olarak aşağıda verilmiştir. Gruplandırılmış frekans dağılımını ilk aralık "1-3" den başlamak üzere yapınız ve aralıkların gerçek sınırlarını tabloda gösteriniz. Bu frekans dağılımı için aralık katsayısı nedir?

6	5	3	24	15	15	6	2	1	3
5	10	9	21	8	10	9	14	16	16
10	21	20	15	9	4	12	27	10	10
3	9	17	6	11	10	12	5	7	11
5	8	22	20	13	1	8	13	4	18

7. 26 öğrencinin araştırma teknikleri dersinden aldıkları puanlar aşağıda verilmiştir. Bu veriler için gövde – yaprak diyagramı oluşturunuz.

15	19	20	23	28	33	35	37	39	40	46	46	48
48	49	51	54	55	57	62	65	68	70	77	79	85

8. Aşağıda bir istatistik sınıfındaki 27 öğrencinin yaşları verilmektedir. Bu veriler için gövde-yaprak diyagramı oluşturunuz.

17	21	23	19	27	18	20	21	28	31	18	21	24
30	25	19	22	27	35	18	29	22	20	30	28	
21	23											

9. Aşağıda verilen puan aralıkları için gerçek sınır değerlerini, aralık genişliğini ve aralıkların orta noktalarını bulunuz.

a) 8-12, b) 6-7, c) 0-2, d) 2.5-3.5

10. Aşağıda bir grup öğrencinin matematik testi puanları verilmiştir.

63	88	79	92	86	87	83	78	40	67
68	76	46	81	92	77	84	76	70	66
77	75	98	81	82	81	87	78	70	60
94	79	52	82	77	81	77	70	74	61

a) a=5 (aralık katsayısı) kullanarak bir frekans dağılımı oluşturunuz.

b) Her aralık için gerçek sınır değerlerini ve orta noktaları gösteriniz.

c) Toplamalı frekans ve toplamalı göreli frekansları hesaplayınız.

11. Çocukların yaşlarına ait bir frekans dağılımında yer alan üç aralık 1-5, 6-10, 11-15 olduğuna göre,

a) Aralık genişliği nedir?

b) Bu üç aralık için alt ve üst gerçek sınır değerleri nelerdir?

c) Her bir aralık için orta nokta nedir?

12. Aşağıda verilen 50 kişiye ait ölçümler için histogram, frekans poligonu ve çizgi grafiği çiziniz.

Grup Aralığı	f	Grup Aralığı	f
0-2	0	15-17	3
3-5	17	18-20	1
6-8	15	21-23	1
9-11	8	24-26	0
12-14	4	27-29	1

13. Aşağıda her bin kişiye karşılık gelen canlı doğum sayısı yıllara göre verilmiştir. Bu veriler için çizgi grafiği çiziniz.

Yıl	1000 kişideki doğum sayısı	Yıl	1000 kişideki doğum sayısı
1900	32	1950	24
1910	30	1960	24
1920	28	1970	18
1930	21	1980	16
1940	19	1990	15

3. BÖLÜM

FREKANS DAĞILIMLARININ BETİMLENMESİ

İçerik

- ☑ *Merkezi Eğilim Ölçüleri*
- ☑ *Değişkenlik Ölçüleri*
- ☑ *Özet*
- ☑ *Alıştırma Soruları*

MERKEZİ EĞİLİM ÖLÇÜLERİ

Konum ölçüsü ya da bir grup ölçüme ilişkin tipik puanlar olarak da bilinen merkezi eğilim ölçüleri (Howitt & Cramer, 1997), ilgilenilen değişkene ait bir grup ölçümün ortalama durumunu yansıtır. Örneğin, alınan istatistik testi sonuçlarına göre sınıfın başarı düzeyi, ortalama bir öğrenci düşünülerek tek bir ölçü ile betimlenebilir. Merkezi eğilim ölçüleri olarak tanımlanan bu ölçüler, ilgilenilen değişkene ilişkin ölçek üzerinde bir değer ya da noktaya karşılıktır. En sık kullanılan merkezi eğilim ölçüleri aritmetik ortalama, ortanca ve moddur. Bu ölçüler sırayla aşağıda açıklanmıştır.

Aritmetik ortalama (evren için μ, örneklem için $\overline{X}$). Bir dizi ölçümün aritmetik ortalaması, bir dağılımdaki puanların toplamının puan sayısına bölünmesiyle hesaplanır. Bu kitapta bundan sonra aritmetik ortalama yerine, kısaca ortalama sözcüğü kullanılacaktır.

Ortalama gruplandırılmamış ve gruplandırılmış veriler için ayrı formüller kullanılarak hesaplanmaktadır. Ortalama hesaplanırken dizideki tüm ölçümlerin kapsanması, bu tekniğin önemli bir avantajıdır. Ancak puanların dağılımının çarpık olması ya da aşırı uç değerlerin (sapan değerler) olması durumunda ortalama, yanıltıcı yorumlara neden olabilir. Bu nedenle ortalamanın, dağılımın normale yakın olması ve varsa sapan değerlerin diziden çıkartılması mümkün olduğunda kullanılması önerilmektedir. Aksi durumda ortancanın kullanılması daha uygun olacaktır (Saraçbaşı ve Kutsal, 1987). Puanların dağılımının şekline ve buna göre kullanılacak merkezi eğilim ölçülerine ilişkin açıklayıcı bilgiler ve örnekler bölümün ilerleyen kısımlarında verilecektir.

Ortalama, gruplandırılmamış ve tekrarlı ölçümlerin olmadığı durumlarda Formül 3.1; gruplandırılmamış, ancak tekrarlı ölçümlerin olduğu durumlarda Formül 3.2 kullanılarak hesaplanabilir. Ölçümlerin sayıca az olduğu durumlarda tekrarlı ölçümler olsa dahi, ortalamanın hesaplanmasında Formül 3.1 kullanılabilir.

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{n} \qquad \textbf{Formül 3.1}$$

$$\overline{X} = \frac{\sum fX}{n} \qquad \textbf{Formül 3.2}$$

Gruplandırılmamış verilerden ortalamanın hesaplanmasını iki ayrı örnekte gösterelim.

Örnek 3.1 Beş öğrencinin matematik testi puanları 5, 6, 9, 3 ve 7 olduğuna göre grubun ortalama puanı nedir?

Çözüm. Örnek için ortalama puan, verilen değerlerin toplamının beşe bölünmesiyle, yani Formül 3.1 kullanılarak elde edilir. Buna göre ortalama puan,

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{5+6+9+3+7}{5} = \frac{30}{5} = 6\text{'dır.}$$

Örnek 3.2 Bölüm 2'de yer alan Tablo 2.2'deki veriler için öğrencilerin ortalama okuma hızını bulalım.

Çözüm. Tablo 2.2'deki ölçüm sayısı fazla olup, tekrarlı ölçümleri de kapsamaktadır. Ortalamanın hesaplanmasında Formül 3.2'yi kullanabilmek için frekans tablosu fX sütununu kapsayacak şekilde Tablo 3.1 olarak yeniden düzenlenmiştir.

Tablo 3.1: Öğrencilerin Okuma Hızı

Ölçüm (X)	Frekans (f)	fX
7	2	14
6	3	18
5	5	25
4	7	28
3	4	12
2	3	6
1	1	1
	n=25	$\sum$ fX =104

Buna göre öğrencilerin verilen metni ortalama okuma hızı,

$$\overline{X} = \frac{\sum fX}{n} = \frac{104}{25} = 4{,}16$$ olarak hesaplanır.

Gruplandırılmış verilerden ortalama hesaplanırken iki yol izlenebilir. Birinci yol, ham puanlar ve onlara ilişkin her bir aralığın orta noktasının (X_0) hesaplanmasını temel alır. İkincisinde ise, grup aralıkları için bir kodlama yapılarak yapay bir değer (x^1) üretilir ve aralıkları temsilen bu değerler temel alınarak ortalama bulunabilir. Kodlama en küçük puan aralığına 0 değeri verilerek başlatılabilir ve sonraki puan aralıklarına sırasıyla 1,2,3 gibi değerler verilerek yapılır. Kodlama ile elde edilecek yeni değerler daha küçük olacağından, hesaplamada kolaylık sağlamaktadır. Buna göre gruplandırılmış verilerde ortalama aşağıda verilen iki formül kullanılarak hesaplanabilir:

$$\overline{X} = \frac{\sum fX_0}{n}$$ **Formül 3.3**

$$\overline{X} = \text{T.O.} + \left(\frac{\sum fx^1}{n}\right) a$$ **Formül 3.4**

Formülde a, aralık katsayısını ve n, gruptaki eleman sayısını gösterir. T.O ise 0 ile kodlanan aralığın orta noktası olan **tahmini ortalamadır**.

Örnek 3.3 Bölüm 2 Tablo 2.4'te gruplandırılmış olarak verilen puanlar için ortalamayı bulalım.

Çözüm. Tablo 2.4'te frekans dağılımı verilen gruplandırılmış puanların ortalamasını Formül 3.3 ve Formül 3.4'ü kullanarak ayrı ayrı hesaplayalım. Bunun için öncelikle formüllerde geçen terimlerin değerlerini bulmak amacıyla tablonun yeniden düzenlemesine ihtiyaç vardır. Buna göre yeniden düzenlenen frekans dağılımı Tablo 3.2'de gösterilmiştir. Şimdi, ortalamanın hesaplanmasında ihtiyaç duyulan değerleri Tablo 3.2'den bulalım ve formülde yerlerine koyalım.

Tablo 3.2: *Öğrencilerin Türkçe Başarı Testi Puanları*

Puan Aralığı	f	X_0	fX_0	X_0^2	fX_0^2	x^1	fx^1	$(x^1)^2$	$f(x^1)^2$	t_f
90-98	2	94	188	8836	17672	9	18	81	162	100
81-89	6	85	510	7225	43350	8	48	64	384	98
72-80	9	76	684	5776	51984	7	63	49	441	92
63-71	12	67	804	4489	53868	6	72	36	432	83
54-62	17	58	986	3364	57188	5	85	25	425	71
45-53	13	49	637	2401	31213	4	52	16	208	54
36-44	15	40	600	1600	24000	3	45	9	135	41
27-35	14	31	434	961	13454	2	28	4	56	26
18-26	8	22	176	484	3872	1	8	1	8	12
09-17	4	13	52	169	676	0	0	0	0	4
$\sum$ =			**5071**		**297277**		**419**		**2251**	

$\sum fX_0$ =5071 ve n=100 değerlerini Formül 3.3'te yerine koyduğumuzda:

$$\overline{X} = \frac{\sum fX_0}{n} = \frac{5071}{100} = 50.71 \text{ ve}$$

T.O=13, $\sum fX^1$ =419, n=100 ve a=9 değerlerini Formül 3.4'te yerine koyduğumuzda:

$$\overline{X} = \text{T.O.} + \left(\frac{\sum fx^1}{n}\right)a = 13 + \left(\frac{419}{100}\right)9 = 13 + (37.71) = 50.71 \text{ bulunur.}$$

Buna göre, öğrencilerin Türkçe dersindeki ortalama başarısı her iki formül ile de aynı değer (50.71) olarak hesaplanmıştır.

Ortanca (Medyan). Ölçek üzerinde tıpkı ortalama gibi bir noktanın değerini gösterir. Öyle ki bu nokta büyükten küçüğe dizilmiş ölçümlerin üst yarısını alt yarısından ayırır. Buna göre ortanca, küçükten büyüğe doğru sıralanmış bir ölçüm grubunun orta puanını gösterir (Howitt & Cramer, 1997).

Ortanca, verilerin dağılımının normalden uzak olması, sağa ya da sola çarpık olması (dağılımların şekline ilişkin bilgiler daha sonra verilecektir) durumunda kullanılır. Çünkü böyle durumlarda ortalama uç değerlerden etkilenirken, ortanca etkilenmez. Ancak ortancanın bir dizi ölçümün yarısını kullanması da onun önemli bir dezavantajıdır (Arıcı, 1993). Az sayıda ölçüm içeren bir dağılım için ortanca, n tek ise sıralanmış puan dizisinde (n+1)/2'inci sıradaki değere karşılıktır. Ortancayı hesaplamada ilk aşama, ölçümlerin küçükten büyüğe ya da büyükten küçüğe doğru sıraya dizilmesidir. Örneğin, "3, 11, 7, 9, 15" ölçümlerinden oluşan dağılımın ortancasını bulmak için öncelikle ölçümler sıraya dizilir. Buna göre sıralanmış ölçümler "3, 7, 9, 11, 15" olur ve ortanca, (n+1)/2=3. sıradaki değer olan 9'dur.

Dağılımdaki ölçüm sayısı n, çift ise önce n/2'inci sıra bulunur ve sıralanmış puan dizisinde sağdan ve soldan n/2.sıraya karşılık gelen iki değerin ortalaması alınarak ortanca hesaplanır. Örneğin, "2, 6, 7, 9, 10, 14" dağılımı için ortanca, sağdan ve soldan n/2=3. sıradaki değerler olan 7 ve 9'un toplamının yarısıdır. Buna göre dağılımın ortancası, 7+9/2=8'dir.

Ortanca, gruplandırılmış ve gruplandırılmamış, ancak tekrarlı ölçümleri içeren veriler için aşağıdaki formül kullanılarak hesaplanabilir.

$$\text{Ortanca} = L + \left[\frac{\frac{n}{2} - t_{fa}}{f_b}\right] a \qquad \textbf{Formül 3.5}$$

L: n/2. frekansın denk geldiği aralığın gerçek alt sınırını, t_{fa} : bu aralığa kadar olan toplamalı frekansı, f_b: bu aralığa karşılık gelen frekansı gösterir. Ortancanın hesaplanmasında ilk aşama Formül 3.5'te bilinmeyen parametreleri bulmak amacıyla uygun frekans tablosunun düzenlenmesidir. Örneğin, bu amaçla Tablo 3.1'deki frekans sütununun yanına toplamalı frekans sütunu açılır. Daha sonra ortanca Formül 3.5'e göre hesaplanır. Gruplandırılmamış tam sayılı verilerde aralık katsayısı daima 1 olarak alınır.

Burada ilk olarak n/2.değer hesaplanır ve bu değerin ilk defa kapsandığı toplamalı frekans işaretlenir. Ortanca bu toplamalı frekansa karşılık gelen ölçümün ya da grup aralığının gerçek alt ve üst sınırları arasında olacaktır.

Örnek 3.4 Tablo 3.1'deki ölçümler için ortanca nedir?

Çözüm. Ortancayı hesaplayabilmek amacıyla anılan tabloya toplamalı frekans (t_f) sütunun eklenmesi gerekir. Bu amaçla aşağıda verilen Tablo 3.3 oluşturulur.

Burada n/2=12.5'dir. Bu değerin ilk olarak gözlendiği toplamalı frekans "15" ve buna karşılık gelen puan 4 olup, buna göre L=3.5, t_{fa} =8, f_b =7 ve a=1'dir. Bu değerler Formül 3.5'te yerine konulduğunda,

$$\text{Ortanca} = L + \left(\frac{n/2 - t_{fa}}{f_b}\right) a = 3.5 + \left(\frac{(12.5) - 8}{7}\right) 1 = 4{,}14 \text{ olarak hesaplanır.}$$

Bu bulguya göre, grubun %50'sinin verilen metni 4,14 dakikadan daha az sürede, diğer yarısının ise daha uzun sürede okudukları söylenebilir.

Tablo 3.3: *Öğrencilerin Okuma Hızı*

Ölçüm (X)	Frekans (f)	fX	Toplamalı f(t_f)
7	2	14	25
6	3	18	23
5	5	25	20
4	7	28	15
3	4	12	8
2	3	6	4
1	1	1	1
	n=25	**$\sum$ fX =104**	

Örnek 3.5 Tablo 3.2'deki veriler için ortancayı bulalım.

Çözüm. Tablo 3.2'deki veriler için ortancayı, puan aralıkları, frekans (f) ve toplamalı frekans (t_f) sütunlarını kullanarak hesaplayabiliriz.

Burada, $\frac{n}{2} = \frac{100}{2}$ 50'dir. Bu değeri kapsayan ilk toplamalı frekans 54 ve buna karşılık gelen puan aralığı 45-53'dür. Bu puan aralığı için bulunan L=44.5, t_f=41ve f_b=13 ile a=9 değerlerini Formül 3.5'te yerine koyduğumuzda,

$$\text{Ortanca} = L + \left(\frac{n/2 - t}{f_b}\right) a = 44.5 + \left(\frac{50 - 41}{13}\right) 9$$

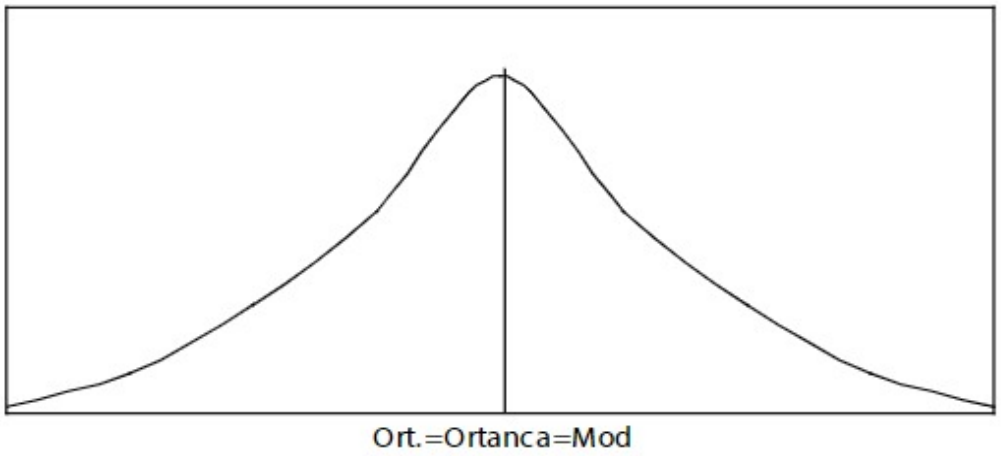
Ortanca= 44.5 + 6.23 = 50.73'dir.

Buna göre, grubun %50'sinin Türkçe testi puanının 50.73'ten küçük, diğer yarısının ise bu değerden büyük olduğu ifade edilir.

Frekans tablosunun oluşturulduğu bir dağılım için ortanca değeri, yığılmalı frekansın nerden başlatıldığına göre bir miktar değişir. Örneğin Tablo 3.3 için toplamalı (yığılmalı) frekans yüksekten düşüğe doğru oluşturulursa ortanca 3.86 olur.

Mod (Tepedeğer). Bir değişkenle ilgili olarak bir dizi ölçümden en çok tekrarlanan ölçüme denir. Mod, ortalama ve ortancanın hesaplanamadığı durumlarda kullanılabilen ve kaba bir betimleme olanağı veren bir merkezi eğilim ölçüsüdür. Bir dağılım için mod, genellikle bir tane olmasına karşılık, dağılımın normal olmadığı durumlarda birden fazla da olabilir. Bu durumda dağılım çok modludur denir. Tablo 3.1'deki veriler için mod 4'dür. Bu değer, grupta en çok kişinin aldığı aynı okuma hızı puanını gösterir. Tablo 3.2 için mod, en fazla tekrara (f=17) sahip aralığın orta noktasına, yani 54-62 aralığının orta noktası olan 58'e eşittir.

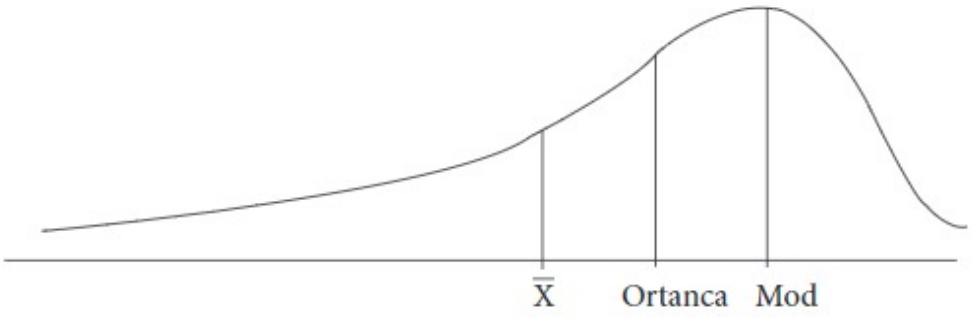
Ortalama, Ortanca ve Mod'un Karşılaştırılması. Aynı puan dağılımı için hesaplanacak tipik puanlar genellikle birbirinden farklı olacaktır. Sözü edilen üç tipik puanın ya da merkezi ölçünün tam olarak birbirlerine eşit olması için, dağılımın mükemmel bir şekilde simetrik olması gerekmektedir. Bu üç puan arasındaki büyük farklar, dağılımın simetrik olmadığını ya da bir yöne yatmış olduğunu gösterir. İstatistiksel analizler için dağılımların mükemmel bir şekilde simetrik olması gerekmez; ancak dağılımın normal dağılımdan çok fazla (aşırı) sapmaması gerekir (Howitt & Cramer, 1997). Üç merkezi eğilim ölçüsünün değerlerinin eşit olduğu bir dağılım, Şekil 3.1'de gösterilmiştir. Böyle bir dağılımda en kararlı ve tutarlı merkezi eğilim ölçüsü ortalamadır. Çünkü, ortalama dağılımdaki tüm puanlar dikkate alınarak hesaplanır ve ileri matematiksel işlemler için de en uygun olanıdır.



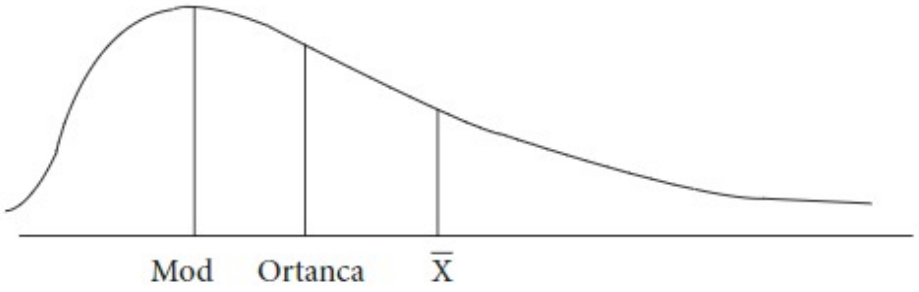
Şekil 3.1: Merkezi Eğilim Ölçülerinin Eşit Olduğu Dağılım

Ancak dağılım uç değerlerde belli bir birikimin sonucu olarak sağa ya da sola çarpık bir biçimde oluşuyorsa, uygun olan merkezi eğilim ölçüsü ortancadır. Çünkü ortalama, puanların daha az gözlendiği çarpık tarafa doğru eğilim gösterirken, ortanca bu çarpıklıktan etkilenmeyecektir. Şekil 3.2'de kolay bir testten alınan puanların dağılımı verilmektedir. Sola çarpık ya da negatif çarpık olarak tanımlanan bu dağılımda ortalama, aşırı puanların olduğu sol tarafa doğru çekilmekte ve

böylece ortalama, ortancanın soluna düşmektedir. Şekil 3.3'te ise zor bir testten alınan puanların dağılımı verilmektedir. Sağa çarpık ya da pozitif çarpık olarak tanımlanan bu dağılımda ortalama, aşırı puanların bulunduğu sağ tarafa doğru çekilmekte ve böylece ortalama ortancanın sağında kalmaktadır.



Şekil 3.2: Sola Çarpık Dağılım



Şekil 3.3: Sağa Çarpık Dağılım

Yüzdelik (Y_y), ölçümlerin istenen bir yüzdesinin kendisinden aşağıda kaldığı değeri gösterir. Başka bir anlatımla yüzdelik, ölçek üzerinde altında ve üstünde belirli oranları bulundurması istenilen noktanın değerine karşılıktır. Örneğin 40.yüzdelik denildiğinde ölçümlerin %40'ını altında, %60'ını üstünde bulunduran noktanın değeri anlaşılmalıdır. Yüzde kavramı ise, sadece belirli bir miktar ölçümün toplam içindeki oranını verir (Arıcı, 1993; Knoke & Bohrnstedt, 1991). Yüzdelik hesaplanmasında aşağıda verilen formül kullanılır.

$$Yy = L + \left(\frac{\frac{yn}{100} - t_{fa}}{f_b} \right) a \qquad \textbf{Formül 3.6}$$

y: istenilen yüzdelik düzeyini, yn/100 ise istenilen yüzdeliğe karşılık gelen frekansı gösterir. Hesaplamada ise ilk olarak yn/100'ün değeri bulunur. Daha sonra bu değerin kapsandığı ilk toplamalı frekans saptanır ve ortancanın hesaplanması ile ilgili süreç izlenir.

Örnek 3.6 Tablo 3.2'deki veriler için 45. yüzdeliği (Y_{45}) bulalım.

Çözüm. Çözüm için ilk aşama yn/100 değerini bulmaktır.

$\frac{yn}{100} = \frac{(45)(100)}{100}$ =45'dir. Bu değerin kapsandığı ilk toplamalı frekans 54 ve buna karşılık gelen puan aralığı 45-53'dür. Bu puan aralığı için bulunan L=44.5, t_{fa}=41, f_b=13 ve a=9 değerleri Formül 3.6'ya yerleştirilirse,

$$Y_{45} = L + \left(\frac{\frac{yn}{100} - t_{fa}}{f_b} \right) a = 44.5 + \left(\frac{45 - 41}{13}\right) 9$$

Y_{45} = 44.5 + 2.77 = 47.27 bulunur.

Bu bulgu, grubun %45'nin 47.27 puanından düşük, kalan %55'nin ise yüksek puan aldığı şeklinde yorumlanır.

DEĞİŞKENLİK ÖLÇÜLERİ

Bir dağılımda ölçümler arasında gözlenen farklılık ve değişikliğe değişim, veriler arasındaki değişimden kaynaklanan farklılıkların istatistiksel ölçülerine de **değişim ölçüleri** denir. Merkezi eğilim ölçüleri frekans dağılımında bir noktanın ölçekteki değerini, değişim ölçüleri ise bir aralığın değerini verir. Değişim ölçüleri bir merkezi eğilim ölçüsünden olan sapma miktarlarını gösterir ve araştırmalarda değişim ve onun kaynağı üzerinde durulur (Arıcı, 1993; Balcı, 1995; Howitt ve Cramer, 1997).

Değişkenlik ölçüleri ya da istatistiklerine olan ihtiyaç, merkezi eğilim ölçülerinin, puanların dağılımını betimlemede yetersiz kalmasından kaynaklanmaktadır. Bunun dışında iki ya da daha çok grubun belli bir değişkene ilişkin ölçümlerini karşılaştırmak, salt ortalama ölçüleriyle mümkün olmamaktadır.

Örneğin bir grubun bir değişkene ilişkin ortalamasının 50 olması, sadece gruptaki vasat bir bireyin alacağı değeri gösterirken, en yüksek ve en düşük değerlerin ne olduğu ile ölçümler arasında gözlenen değişmenin az ya da çok olduğu hakkında bir fikir vermez. Aynı değişkene ilişkin bir başka grubun ortalamasının bilinmesi durumunda bile, hangi grubun gerçek anlamda daha başarılı olduğu ya da hangi grupta değişmenin daha fazla olduğu bilinmez.

Bu kitapta değişim ölçülerinden ranj, varyans, standart sapma, çeyrek sapma, değişim katsayısı, kayışlılık ve basıklık katsayıları kısaca verilmeye çalışılacaktır.

Ranj (Dağılım genişliği). Bir dizi ölçümün ranjı, ölçümlerin en büyüğü ile en küçüğü arasındaki farktır. Ortalamaları eşit ve n'leri aynı olan iki grubun kabaca karşılaştırılmasında kullanılır. Tablo 3.2'deki veriler için ranj 98-9=89 iken, aynı değer Tablo 3.1'dekiler için 7-1=6'dır.

Varyans (Evren için σ^2, örneklem için S^2). İstatistiksel işlemlerde puanların dağılımıyla ilgili olarak kullanılan bir istatistiktir. Varyans, puanların ortalamadan olan sapmalarının kareleri toplamının evren için N'e, örneklem için n-1'e bölünmesiyle elde edilir. Uygulamada değişkenlik ölçüsü olarak varyansın yerine genellikle standart sapma kullanıldığından, burada varyans hesaplamaları üzerinde durulmamış, bunun yerine standart sapma ayrıntılı olarak verilmeye çalışılmıştır. Diğer yandan varyansın, standart sapmanın karesine eşit olduğu da akılda tutulmalıdır.

Standart sapma (Evren için σ, örneklem için S). Bir dağılımdaki ölçümlerin tümünü işleme katan ve ileri matematik hesaplar için uygun olan standart sapma en güvenilir ve kararlı değişim ölçüsüdür. Standart sapma bir dizi ölçümün ortalamadan olan farklarının kareleri ortalamasının karekköküdür. Evrenleri temsilen seçilen örneklemlerin standart sapmalarının gerçek evren standart sapmasından küçük olması eğilimi vardır. Bu nedenle örneklem için standart sapma bulunurken formülde payda değerinden (grup sayısından) 1 eksiltilerek düzeltme işlemi uygulanır.

Gruplandırılmamış ve tekrarlanmış ölçümlerin olmadığı bir dağılımın standart sapma değerinin hesaplanmasında kullanılan formüllerden ikisi aşağıda verilmiştir.

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X - \overline{X})^2}{n - 1}} \qquad \textbf{Formül 3.7}$$

$$S = \sqrt{\frac{n\sum (X - \overline{X})^2}{n - 1}} \qquad \textbf{Formül 3.8}$$

Örnek 3.7 Bir grup öğrencinin günlük ders çalışma saati 8, 1, 5, 10, 3, 9 olarak saptanmıştır. Bu veriler için standart sapmayı bulunuz.

Çözüm. Bu veriler için $\overline{X}$=36/6=6'dır. Formül 3.7-8'i kullanabilmek için Tablo 3.4 hazırlanır. İlk olarak Formül 3.7'yi kullanarak standart sapmayı hesaplayalım. Buna göre standart sapma:

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X - \overline{X})^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{64}{6 - 1}} = \sqrt{12.8} = 3.58\text{'dir.}$$

Tablo 3.4: Günlük Ders Çalışma Saatleri

X	$X-\overline{X}$	$(X-\overline{X})^2$	$(X)^2$
8	2	4	64
1	-5	25	1
5	-1	1	25
10	4	16	100
3	-3	9	9
9	3	9	81
$\sum = 36$	**0**	**64**	**280**

Aynı örnek için standart sapmayı, bu defa Formül 3.8 kullanarak hesaplayalım. Bunun için tabloda yer alan X ve X^2 sütunlarına bakmak yeterlidir.

$$S=\sqrt{\frac{n\sum X^2-\left(\sum X\right)^2}{n(n-1)}}=\sqrt{\frac{6(280)-(36)^2}{6(6-1)}}=\sqrt{\frac{1680-1296}{30}}$$

$S=\sqrt{12.8}=3.58$

Aynı veriler için dağılımın varyansı, standart sapmanın karesi olup:

$S^2=(3.58)^2=12.8$'dir.

Gruplandırılmamış, ancak tekrarlı ölçümlerin olduğu durumlarda standart sapma hesaplanırken tekrar eden ölçümlerin tekrar sayıları dikkate alınır. Burada **X** ölçümü gösterirken, **f** ölçümlerin frekansını (tekrar sayısını) gösterir. Bu tür veriler için standart sapmanın hesaplanmasında Formül 3.9-10 kullanılabilir. Ancak, hesaplama kolaylıkları nedeniyle Formül 3.10 daha sık kullanılır.

$$S=\sqrt{\frac{\sum f(X-\overline{X})^2}{n-1}} \qquad \textbf{Formül 3.9}$$

$$S=\sqrt{\frac{n\sum fx^2-\left(\sum fX\right)^2}{n(n-1)}} \qquad \textbf{Formül 3.10}$$

Örnek 3.8 20 öğrencinin resim dersi notları 1(f=5), 2(f=4), 3(f=7) ve 4(f=4) olarak verilmektedir. Bu veriler için $\overline{X}=2.5$'dir. Standart sapmayı hesaplayınız.

Çözüm. Standart sapmayı hesaplamada Formül 3.9-10'u kullanabilmek için Tablo 3.5 düzenlenir.

Tablo 3.5: Resim Dersi Notları

X	f	fX	X^2	fX^2	$(X-\overline{X})^2$	$f(X-\overline{X})^2$
1	5	5	1	5	2.25	11.25
2	4	8	4	16	0.25	1.00
3	7	21	9	63	0.25	1.75
4	4	16	16	64	2.25	9.00
$\sum =$	**20**	**50**		**148**		**23.00**

Standart sapmayı Formül 3.9'u kullanarak hesaplayalım.

$S=\sqrt{\frac{\sum f(X-\overline{X})^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{23}{19}}=\sqrt{1.21}=1.1$ ve şimdi de Formül 3.10'u kullanarak S'yi hesaplayalım.

$$S=\sqrt{\frac{n\sum fX^2-(\sum fX)^2}{n-(n-1)}}=\sqrt{\frac{20(148)-(50)^2}{20(20-1)}}=\sqrt{\frac{2960-2500}{380}}$$

$$S=\sqrt{\frac{460}{38}}=\sqrt{1.21}=1.1$$

Dağılımın varyansı ise, $S^2=(1.1)^2=1.21$'dir.

Gruplandırılmış verilerden standart sapmanın hesaplanmasında kullanılan formüllerden üçü aşağıda verilmiştir. Bu formüllerden ilk ikisi grup aralığının orta noktası (X_0) ve grup frekanslarını kullanmayı temel alırken, üçüncüsü puan aralıklarının kodlanmasını gerektirmektedir. Grup aralığının orta noktasının kullanıldığı formüllerden ikisi aşağıda verilmiştir.

$$S=\sqrt{\frac{\sum f(X_0-\overline{X})^2}{n-1}} \qquad \textbf{Formül 3.11}$$

$$S=\sqrt{\frac{n\sum fX_0^{\,2}-(\sum fX_0)^2}{n(n-1)}} \qquad \textbf{Formül 3.12}$$

Kodlama yöntemine dayalı formül:

$$S = a\sqrt{\frac{n\sum fX^2 - (\sum fx')^2}{n(n-1)}} \qquad \textbf{Formül 3.13}$$

Formül 3.13'de yer alan x', puan aralıklarını gösteren her bir grup için verilen yeni değerleri (kodları) gösterir. Gruplara yeniden değer vermede (kodlamada), bir başlangıç noktası temel alınır. Bu başlangıç noktası ortadaki puan aralığı olabileceği gibi, en küçük puan aralığı da olabilir. Kodlamada ilk değer "0" dan başlatılır. Başlangıç noktası puan aralıklarının ortasında kalan bir aralıktan başlatılıyorsa, ortadaki ilk aralık "0" kabul edilir: Daha sonra yüksek puana doğru pozitif değerler verilerek (+1, +2, ...vb.) kodlama yapılırken, düşük puana doğru negatif değerler (-1, -2, ... vb.) verilir. Eğer başlangıç noktası en küçük puan aralığı ise, bu aralıktan başlamak üzere yüksek puana doğru 0, 1, 2, 3..... şeklinde değerler verilir.

Örnek 3.9 Aşağıdaki frekans tablosunda 50 kız öğrenciye ait boy uzunlukları (cm) gruplandırılmış olarak verilmektedir. Bu veriler için standart sapmayı bulunuz.

Puan Aralığı	f	t_{fa}
150-154	1	1
155-159	9	10
160-164	8	18
165-169	13	31
170-174	16	47
175-179	3	50

Çözüm. Yukarıda verilen gruplandırılmış veriler için standart sapmanın hesaplanmasında yaygın olarak tercih edilen Formül 3.12-13'ü kullanabilmek için Tablo 3.6 düzenlenmiştir.

***Tablo 3.6:** Boy Uzunluklarına Ait Frekans Dağılımı*

Puan Aralığı	f	X_0	fX_0	$f(X_0)^2$	x'	fx'	$(x')^2$	$(x')^2$
150-154	1	152	152	23104	0	0	0	0
155-159	9	157	1413	221841	1	9	1	9
160-164	8	162	1296	209952	2	16	4	32
165-169	13	167	2171	362557	3	39	9	117
170-174	16	172	2752	473344	4	64	16	256
175-179	3	177	531	93987	5	15	25	75
∑ =	**50**		**8315**	**1384785**		**143**		**489**

Formül 3.12 kullanılırsa,

$$S=\sqrt{\frac{n\sum fX_0^{\,2}-(\sum fX_0)^2}{n(n-1)}}=\sqrt{\frac{50(1384785)-(8315)^2}{50(50-1)}}$$

$$S=\sqrt{\frac{100025}{2450}}=\sqrt{40.83}=6.39\text{'dır.}$$

Standart sapma, kodlama yöntemini içeren Formül 3.13 kullanılarak hesaplandığında:

$$S=a\sqrt{\frac{n\sum fx'^2-(\sum fx')^2}{n(n-1)}}=5\sqrt{\frac{50(489)-(143)^2}{50(50-1)}}$$

$$S=5\sqrt{\frac{4001}{2450}}=5\sqrt{1.63}=5\,(1.28)=6.39\text{'dir.}$$

Buna göre Formül 3.12 ve Formül 3.13 ile hesaplanan standart sapma değerleri farklılık göstermemektedir.

Dizideki ölçümlerin dağıldığı alan ile standart sapma arasında doğru bir orantı vardır. Standart sapma büyüdükçe alan genişler, küçüldükçe alan daralır. Ölçümlerin dağılımına ilişkin alanın daralması, grubun o değişken bakımından tepkilerinin homojen (benzeşik) olmasına, alanın genişlemesi ise heterojen (ayrışık) olmasına bir işarettir. Sadece standart sapmaya bakarak grubun ne kadar benzeşik ya da homojen olduğunu söylemek doğru değildir. Bir grubun benzeşik

olup olmadığına karar vermede ya da iki ya da daha çok gruptan hangisinin daha benzeşik ya da ayrışık olduğuna karar vermede değişim katsayısından yararlanılır.

Çeyrek sapma (φ). Merkezi eğilim ölçüsü olarak ortalama yerine ortancanın kullanıldığı bir durumda, değişkenlik ölçüsü olarak ortancadan olan sapmaya ilişkin bilgi veren çeyrek sapma kullanılmalıdır. Çünkü çeyrek sapma, standart sapma gibi aşırı uç değerlerden etkilenmez. Böylece aşırı uç değerlerin çok olduğu çarpık dağılımlarda çeyrek sapma, standart sapmaya tercih edilen bir değişkenlik ölçüsü olmalıdır. Çeyrek sapmanın hesaplanmasında tüm ölçümler yerine sadece ölçümlerin %50'si dikkate alınır. Çeyrek sapma, üçüncü yüzdelik (Y_{75}) ile birinci yüzdelik (Y_{25}) arasındaki farkın yarısına eşittir. Simetrik bir dağılımda çeyrek sapma, 25. ve 75.yüzdeliklerin ortancaya olan uzaklıklarını verir (Arıcı, 1993; Baykul, 1999; Spiegel, 1994). Çeyrek sapmayı hesaplamada aşağıdaki formül kullanılır.

$$\varphi = \frac{Y_{75} - Y_{25}}{2} \qquad \textbf{Formül 3.14}$$

Puanların dağılımının normal ya da normale yakın olması durumunda matematiksel yönden güçlü olan ve ileri istatistiksel işlemler için daha uygun olan standart sapma daha güvenilir bir değişkenlik ölçüsüdür.

Örnek 3.10 Tablo 3.2'de verilen öğrencilerin Türkçe başarı testi puanları için çeyrek sapmayı bulunuz.

Çözüm. Çeyrek sapmayı bulmak için öncelikle Formül 3.6 kullanılarak 25. ve 75.yüzdelikleri hesaplayalım.

$$Y_{25} = 26.5 + \frac{25 - 12}{14}\ 9 = 34.86 \text{ ve } Y_{75} = 62.5 + \frac{75 - 71}{12}\ 9 = 65.5$$

Bulunan bu değerleri Formül 3.14'te yerine koyalım.

$$\varphi = \frac{Y_{75} - Y_{25}}{2} = \frac{(65.5) - (34.86)}{2} = 15.32\text{'dir.}$$

Değişim katsayısı (V). Yüzde (%) olarak gösterilir ve ölçümler arasındaki değişimin azlığı ya da çokluğu hakkında bilgi verir. Gruplararası karşılaştırmalarda V'si küçük olan grubun diğerine göre daha benzeşik olduğu söylenir. Değişim katsayısı, standart sapmanın ortalamaya bölünmesi ile elde edilen değerin 100 ile çarpımına eşittir (Arıcı, 1993; Spiegel, 1994). Buna göre değişim katsayısının hesaplanmasında şu formül kullanılır:

$$V=\frac{S}{X}\ 100 \qquad \textbf{Formül 3.15}$$

Tek bir grubun ilgilenilen değişken bakımından benzeşik olup olmadığını kararlaştırmada %50 sınır değeri ölçüt olarak kabul edilebilir. Değişim katsayısı %50'den küçükse grup benzeşik, değilse ayrışık olarak yorumlanabilir (Saraçbaşı, Karaağaoğlu ve Saka, 1986).

Puanların dağılımını betimlemede ortalama ve standart sapma yerine ortanca ve çeyrek sapmanın tercih edildiği durumda değişim katsayısı, çeyrek sapmanın ortancaya göre yüzdesine eşittir (Arıcı, 1993; Saraçbaşı ve Kutsal, 1987).

Örnek 3.11 Burada Örnek 3.9 için V katsayısını bulalım.

Çözüm. Örnekte S=6.39 hesaplanmıştı. Tablo 3.6'daki veriler için önce Formül 3.4 kullanılarak ortalama hesaplanır. Buna göre ortalama,

$$\overline{X} = \text{T.O.} + \left(\frac{\sum fx'}{n}\right)\ a=152+\left(\frac{489}{50}\right)5=166.3\text{'dür.}$$

S ve $\overline{X}$, Formül 3.15'te yerine koyularak V hesaplanır.

$$V=\frac{S}{X}\ 100=\frac{6.39}{166.3}\ 100=(0.038)\ 100=\%3.8$$

Bu değerin %50'den küçük olması, bu gruptaki kız öğrencilerin boy uzunlukları bakımından benzeşik olduğunu göstermektedir.

Çarpıklık (Kayışlılık) ve Basıklık (Sivrilik) Katsayısı. Bir dağılımda ortalama ve ortanca ayrı ayrı noktalar üzerinde ise dağılım çarpıktır. Çarpıklık katsayısının sıfırdan küçük olması çarpıklığın sola (negatif), büyük olması ise sağa (pozitif) doğru olduğunu, sıfıra eşitse dağılımın ortalamaya göre simetrik olduğunu gösterir. Çarpıklık katsayısı şu iki formül ile hesaplanabilir (Arıcı, 1993).

$$\text{Çarpıklık Katsayısı}=\frac{3(\overline{X}-\text{Ortanca})}{S} \qquad \textbf{Formül 3.16}$$

$$\text{Çarpıklık Katsayısı}=\frac{\sum(X-\overline{X})^3/n}{S^3} \qquad \textbf{Formül 3.17}$$

Dağılımın genişliği yorumlanmak istenirse, basıklık katsayısı kullanılır. Basıklık katsayısının sıfırdan küçük olması dağılımın basık, büyük olması sivri, sıfıra eşit olması ise dağılımın standart normal dağılıma uygun olduğunu gösterir. Basıklık katsayısı aşağıda verilen formül ile hesaplanabilir.

$$\text{Basıklık Katsayısı} = \frac{\sum (X - \overline{X})^4 / n}{S^4} - 3 \qquad \textbf{Formül 3.18}$$

Çarpıklık ve basıklık katsayısının sıfır olduğu bir dağılımın standart normal dağılıma uygun olduğu söylenebilir. Ancak uygulamada her iki katsayının da sıfır olduğu durumlara pek rastlanmaz. Sıfıra yakın değerlere ulaşıldığında dağılımın normal dağılıma uygun olduğu kabul edilir ve buna göre yorum getirilip uygun istatistikler seçilebilir.

Çarpıklık katsayısının ∓ 1.0 sınırları içinde kalması, puanların normalden aşırı bir sapma göstermediği şeklinde yorumlanabilir.

Örnek 3.11 Bir grup öğrencinin boy uzunluklarının standart sapmasının hesaplanmasını konu alan Tablo 3.6'daki veriler için dağılımın çarpıklık katsayısını hesaplayalım.

Çözüm. Örnekte S=6.39 $\overline{X}$ =166.3 hesaplanmıştı. Şimdi, Formül 3.5'i kullanarak ortancayı bulalım.

$$\text{Ortanca} = 164.5 + \left(\frac{25 - 18}{13}\right) 5 = 164.5 + 2.69 = 167.2\text{'dir.}$$

Yukarıda verilen ve hesaplanan değerler Formül 3.16'da yerine konularak çarpıklık katsayısı bulunur.

$$\text{Çarpıklık} = 3\,\frac{(\overline{X} - \text{ortanca})}{S} = 3\,\frac{(166.3 - 167.2)}{6.39} = -0.42\text{'dir.}$$

Çarpıklık katsayısının – 0,42 bulunması, puanların dağılımının negatif çarpık olduğunu gösterir.

ÖZET

- **Merkezi eğilim ölçüsü,** puan takımlarını (setlerini) gösteren bir özet puandır.
- **Ortalama** (aritmetik ortalama), ölçümlerin toplamının ölçüm (puan) sayısına bölünmesiyle elde edilen bir değerdir. En çok kullanılan ve güvenilir bir merkezi eğilim ölçüsü olan ortalamanın evren için sembolü μ,; örneklem için $\overline{X}$ 'dır.
- **Ortanca** (medyan), bir dağılımda puanların %50'sini üzerinde, diğer %50'sini altında bulunduran puandır.

- **Mod,** bir dağılımda en fazla tekrarlanan puandır. Bir dağılımın bir ya da daha fazla modu olabileceği gibi dizi modsuz da olabilir.
- Mod tüm ölçeklerde; ortanca sıralamalı, aralıklı ve oranlı ölçeklerde; ortalama ise aralıklı ve oranlı ölçeklerde kullanılabilir. Bir dağılımda aşırı uç puanlar varsa, ortalama uygun bir merkezi eğilim ölçüsü değildir. Çünkü ortalama çarpıklığın olduğu tarafa doğru çekilir. Bu durumda uç değerlerden etkilenmeyen ortanca kullanılmalıdır. Mod ve ortanca puanları, dağılımı betimlemek amacıyla kullanılmakta iken, ortalama genellikle hem betimsel amaçlı, hem de hipotez testi işlemlerinde kullanılmaktadır.
- Puanların belli bir yüzdesini altında ve kalan kısmını üstünde bırakan puanı bulmak amacıyla **yüzdelik** kullanılır. Örneğin, 60.yüzdeliğe karşılık gelen puan, tüm puanların %60'ının bu puanın altında kaldığını, kalan %40'ının ise bu puanın üstünde olduğunu gösterir.
- Puanların dağılımını açıklamak için merkezi eğilim ölçüleri kadar değişkenliğe de bakmak gerekir. **Ranj**, dağılımdaki en yüksek ve en düşük puanlar arasındaki fark olup, değişkenliğin kullanışlı bir göstergesi olarak değil, çoğunlukla betimsel amaçlar için kullanılır.
- **Sapma puanı** ham puanın ortalamadan olan uzaklığını verir ve $(X-\overline{X})$ şeklinde gösterilir. Sapma puanlarının karelerinin ortalaması **varyans** olarak isimlendirilir ve örneklem için S^2 ile gösterilir. **Standart sapma** (örneklem için S), varyansın kare köküne eşittir ve puanların ortalamadan olan ortalama uzaklığını gösterir. Varyans ve standart sapma, sapma puanlarından hesaplandığı gibi ham puanlardan da hesaplanabilir.
- Puanların dağılımın normal ya da normale yakın olduğu durumlarda değişkenlik ölçüsü olarak standart sapma kullanılır. Dağılımın aşırı şekilde çarpık olması durumunda değişkenlik ölçüsü olarak **çeyrek sapma** kullanılmalıdır. Çeyrek sapma 75. yüzdelik ile 25. yüzdelik arasındaki farkın yarısına eşittir.
- Grubun ilgilenilen değişken bakımından durumunu daha iyi betimlemek amacıyla ortalama ve standart sapmanın birlikte kullanılması daha anlamlıdır. **Değişim katsayısı**, puanların dağılımının homojenlik ya da heterojenlik bakımından incelenmesine olanak veren bir göstergedir ve standart sapma puanının aritmetik ortalamaya bölünmesiyle elde edilen katsayının yüzde olarak ifade edilmesidir. Değişim katsayısı düşük olan bir grubun, yüksek olan bir gruba göre daha homojen olduğu, yani puanların birbirine daha yakın olduğu söylenebilir.

- Puanların dağılımının şekli konusunda yorum yapabilmek için ortalama, ortanca ve mod incelenebilir. Ancak, dağılımın şekli konusunda **çarpıklık** ve **basıklık** katsayılarının incelenmesi önerilmektedir. Bu iki katsayının sıfır olması dağılımın standart normal dağılım olduğunu, sıfırdan uzaklaşmaları ise dağılımın standart normal dağılımdan uzaklaştığını gösterir.

ALIŞTIRMA SORULARI

1. Bir araştırmacı aşağıdaki verileri toplamıştır. Her bir dağılım için hangi merkezi eğilim ölçüsünün hesaplanması gerektiğini açıklayınız.

   a) IQ puanları: 60 72 63 83 68 74 90 86 74 80

   b) Hata puanları: 10 15 18 15 14 13 42 15 12 14 42

   c) Kan tipleri: (-A) (-A) (0) (A) (-AB) (A) (0) (0) (0) (AB)

   d) Mezuniyet notu: B D C A D F C B C D D

2. Bir merkezi eğilim ölçüsü neyi gösterir? Mod, ortanca ve ortalama ne tür veriler için uygundur?

3. Aşırı çarpık bir dağılımda merkezi eğilim ölçüsü olarak ortalamanın kullanılması niçin uygun değildir?

4. Aşağıdaki veriler için a) ortalama, b) mod ve c) ortancayı hesaplayınız.

   55 57 59 58 60 57 56 58 61 58 59

5. Aşağıdaki veriler için a) ortalama, b) mod ve c) ortancayı hesaplayınız, d) bu üç değeri karşılaştırdığımızda dağılımın şekli hakkında ne söyleyebilirsiniz? Niçin?

18	16	19	20	18	19	28	54	20	16
18	19	18	19	18	40	30	19	18	38

6. Puanların normal dağıldığı bir durumda, dört deneğin sapma puanları –5, 0, +3, ve +1'dir.

   a) Hangi denek en düşük puana sahiptir? Niçin?

   b) Hangi deneğin ham puanı en düşük frekansa sahiptir? Niçin?

   c) Hangi deneğin ham puanı en yüksek frekansa sahiptir? Niçin?

   d) Hangi deneğin en yüksek ham puanı vardır? Niçin?

7. Herhangi bir araştırmada araştırmacının puanların dağılımını doğru bir biçimde açıklayabilmesi ve özetleyebilmesi için dağılımın hangi üç özelliği bilinmelidir?
8. Ranj nedir? Ranj niçin bir dağılımdaki tüm puanların değişkenliğini doğru bir biçimde özetleyemez?
9. Bir hafıza deneyinde, elde edilen aşağıdaki hata puanlarının,

   a) Ranjını ve

   b) Standart sapmasını hesaplayınız.

3	2	1	0	7	4	8	6	9	1
6	8	6	9	4	5	0	8	7	6

10. Aşağıdaki veri grubu bir istatistik sınıfındaki 27 öğrencinin yaşlarını göstermektedir.

17	21	23	19	27	18	20	21	28	31	18	21	24	30
25	19	22	27	35	18	29	22	20	30	28	21	23	

   a) Grup aralığını 5 alarak, frekans tablosu ve histogram düzenleyiniz. Yığılma frekansı düşük puan aralığından başlayarak bulunuz.

   b) Dağılımın şekli hakkında ne söyleyebilirsiniz?

   c) Mod, ortanca ve ortalamayı bulunuz ve dağılımdaki yerlerini tartışınız. Dağılımın şekli hakkında şimdi ne söyleyebilirsiniz? Niçin?

11. Aşağıdaki veri dağılımları için ortalama, ortanca ve modu hesaplayınız. Toplamalı (yığılmalı) frekansı düşük puandan başlayarak bulunuz.

   a) 10, 8, 6, 0, 8, 3, 2, 5, 8, 0

   b) 1, 3, 3, 5, 5, 5, 7, 7, 9

   c) 1, 9, 5, 4, 4, 4, 3, 1, 0

Ortalamanın hesaplanmasının uygun olmadığı veri dağılımı hangisidir? Tartışınız.

12. Aşağıdaki merkezi eğilim ölçülerine göre dağılımların çarpıklığı konusunda ne söyleyebilirsiniz? Niçin?

a) $\overline{X}$ =56, Ortn=62, Mod=68

b) $\overline{X}$ =68, Ortn=62, Mod=56

c) $\overline{X}$ =62, Ortn=62, Mod=62

d) $\overline{X}$ =62, Ortn=62, Mod=30 ve 94

13. Telefonla yapılan bir görüşme ile 10 kişinin üç değişkene ilişkin verileri aşağıdaki tabloda verilmiştir. Bu üç değişken için hangi merkezi eğilim ölçüsünün uygun olduğunu ayrı ayrı tartışınız.

Denek	Yaş	Cinsiyet	Tutum Puanı
1	32	E	19
2	43	K	24
3	21	K	11
4	19	K	30
5	76	K	50
6	50	K	42
7	40	E	17
8	26	K	33
9	21	K	24
10	63	K	47

14. Aşağıdaki dağılımlar için standart sapma değerlerini hesaplayınız. Hangi dağılımda standart sapma en büyüktür ve niçin? Uç puanların standart sapma üzerindeki etkisini açıklayınız. Frekans tablosu hazırlayarak açıklayınız.

a) 10, 8, 6, 0, 8, 3, 2, 2, 8, 0

b) 1, 3, 3, 5, 5, 5, 7, 7, 9

c) 20, 1, 2, 5, 4, 4, 4, 0

d) 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5

15. Bir grup öğrencinin sayı kavrama testi puanları gruplandırılarak aşağıda verilmiştir. Frekans tablosunda yığılmalı frekansı düşük puandan başlatınız.

Puan	f
0-2	13
3-5	6
6-8	3
9-11	2
12-14	4
15-17	2

a) Mod, ortanca ve ortalamayı bulunuz.

b) Standart sapma, değişim katsayısı ve kayışlılık katsayısını bulunuz.

c) Öğrencilerin sayı kavrama testi puanları için ne söyleyebilirsiniz (dağılımın şeklini de yorumlayınız)? Niçin?

16. Bir grup ilkokul öğrencisinin matematik testi ham puanları gruplandırılarak aşağıda verilmiştir. Yığılmalı frekansı düşük puandan başlatınız.

Puan	f
26-28	1
23-25	4
20-22	6
17-19	3
14-16	2

a) 35.yüzdeliği,

b) Ortalamayı,

c) Standart sapmayı,

d) Çarpıklık katsayısını bulunuz ve yorumlayınız.

17. Üç ayrı matematik sınıfında uygulanan istatistik testi puanları aşağıda özetlenmiştir. Hangi test puanının değişkenliği daha fazladır, açıklayınız.

Sınıf 1	Sınıf 2	Sınıf 3
$\overline{X}$ =72	$\overline{X}$ =74	$\overline{X}$ =70
S=2.1	S=5.6	S=4

18. Aşağıdaki tabloda bir parkta oynayan çocukların yaşlarına (X) ait frekans dağılımı verilmektedir. Yığılmalı frekansı düşük puandan başlatınız.

a) Verilerin histogramını çiziniz.

b) Merkezi eğilim ölçülerini bulunuz.

c) Üç değişim ölçüsünü (ranj, varyans ve standart sapma) bulunuz

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
f	16	20	18	12	9	7	6	3	5	3	1

19. Okulun ilk günü 50 öğrenciye evden okula kaç dakikada gittikleri sorulmuştur. Toplanan veriler aşağıda listelenmiştir.

20	20	30	25	20	25	30	15	10	40
35	25	15	25	25	40	25	30	05	25
25	30	15	20	45	25	35	25	10	10
15	20	20	20	20	25	20	20	15	20
05	20	20	10	05	20	30	10	25	15

a) Verilerin frekans dağılımını çıkarınız.

b) Histogram çiziniz.

c) Verilerin ortalamasını ve standart sapmasını bulunuz.

20. Aşağıdaki tabloda aile reislerinin yaş dağılımı gösterilmektedir.

a) Aile reislerinin yaş ortalamasını bulunuz.

b) Standart sapmayı hesaplayınız.

Yaş	f	Yaş	f
20-24	23	50-54	48
25-29	38	55-59	39
30-34	51	60-64	31
35-39	55	65-69	26
40-44	53	70-74	20
45-49	50	75-79	16

21. 1000 gramlık sıvı sabun şişelerinden 25 şişe örneklem olarak alınmış ve tartılmıştır. Aşağıdaki veriler, her bir şişenin 1000 gramın üstünde kalan ağırlığını göstermektedir. Buna göre,

a) Gruplanmamış veriler için standart sapmayı bulunuz.

b) a=10 ve grup sayısını 6 alarak ve en küçük aralığı 10-19'dan başlatarak oluşturulan gruplandırılmış veriler için standart sapma değerini bulunuz.

60	31	19	43	47	48	47	13	28	35	51	24	24	27
33	57	38	24	39	40	63	51	25	43	26			

4. BÖLÜM

OLASILIK, STANDART NORMAL DAĞILIM VE STANDART PUANLAR

İçerik

- ☑ *Olasılık*
- ☑ *Standart Normal Dağılım*
- ☑ *Standart Puanlar*
- ☑ *Özet*
- ☑ *Alıştırma Soruları*

OLASILIK

Olasılık, bir deneme sonrasında ilgilenilen olayın tüm olaylar içinde ortaya çıkma ya da gözlenme oranı olarak tanımlanabilir. Olasılık hesaplamalarının ilk olarak Girolama Cardano (1501-1576) ve Galilei (1564-1642) tarafından zarla oynanan şans oyunları için yapıldığı, ancak tam olasılık hesaplarının Blaise Pascal (1623-1662) ve Pierre Fermat (1601-1665) tarafından gerçekleştirildiği bilinmektedir (Akhun, 1983).

Bireylerin günlük yaşantılarında çeşitli olayların gerçekleşme olasılığına ilişkin sık sık tahminler yaptıkları görülür. Bu tür tahminler olasılıkların tam olarak hesaplanmasını içermemekle birlikte, ilgilenilen olayların gerçekleşebilirliği hakkında genel bir fikir verir. Örneğin, "bugün yağmur yağacak mı?" diye sorulduğunda, büyük bir olasılıkla yağacağı ya da yağmayacağı ifade edilebilir. Bir başarı testi alan öğrenciye beklediği puan sorulduğunda bu testi geçmem olanaksız ya da çok güç gibi bir cevap alınabilir. Zar oyunu oynayan bir kişinin kazanması için at-

tığı iki zarın toplamlarının 3 ya da daha fazla olması gerektiği durumda, o kişinin kazanma olasılığının yüksek olduğu söylenebilir.

Herhangi bir olayın gerçekleşme olasılığının hesaplanması, buna ilişkin olarak geliştirilen bir kurama dayanır. **Olasılık,** denemelerin olası sonuçları ile ilgilenen bu kuramı anlatır.

İstatistiksel test işlemlerinin temelini olasılık kuramı oluşturur. Araştırmacılar çoğu zaman birey ya da objelerden oluşan evrenin tümü üzerinde çalışamazlar; ancak onların yansız temsilcisi olan küçük gruplarla (örneklemlerle) çalışırlar. Bu koşullarda olaylar ya da olgular arasında gözlenen ilişkilerin gerçekte, evrende olup olmadığını ya da örneklemden elde edilen istatistiklerin evrendeki değerlerinin ne olabileceğini inceleyen bir araştırmacı, olasılık kuramından yararlanır. Yine, pratikte bir öğretmen öğrenci başarısını yorumlamada olasılık kavramıyla ilişkili olan normal dağılım ve bu dağılımdaki alan ilişkilerinden yararlanır. Bu tür örnekleri çoğaltmak mümkündür.

Olasılık konusu bu kitapta ayrıntılı bir şekilde verilmemekle birlikte, sosyal bilimcilerin olasılıkla ilgili olarak aşağıda kısaca özetlenen kavramlara aşina olmasında yarar görülmektedir (Howitt ve Cramer, 1997; Özden, 1981; Tanis, 1987).

İstatistikte sonuçları (çıktıları) olan hemen her şey bir deney konusu olabilir. Mümkün olan tüm sonuçları açıklayabileceğimiz bir deney **random (yansız) bir deney** olarak isimlendirilir. Herhangi bir deneyin mümkün olan tüm sonuçlarının dağılımına ya da oluşturduğu gruba **örneklem uzayı** denir. Örneklem uzayı "S" ile gösterilir ve genellikle bir random deney sonucunda ortaya çıkan sonuçlar { } şeklinde bir parantez içinde gösterilir.

Örnek 4.1 Bir zarın atılması ile ortaya çıkabilecek sonuçları gösteren örneklem uzayını açıklayınız.

Çözüm. Burada, bir zarın atılması random bir deneydir ve bu deneyin olası sonuçları zarın altı yüzündeki değerlerdir. Buna göre örneklem uzayı, S={1, 2, 3, 4, 5, 6}'dır.

Bir random deney ile ilişkili S örneklem uzayının bir alt seti bir **olaydır**. Bir A olayı S'ye ait sonuçların biri ya da daha fazlasıdır. Bir random deneyin her bir sonucu, S'nin her bir elemanı, basit bir olay olarak tanımlanır. Eğer A, S'nin sadece bir elemanını içeriyorsa, A bir **basit olay**; eğer A, S'nin bir elemanından fazlasını içeriyorsa, A bir **bileşik olaydır**.

Örnek 4.2 a) S'nin alt seti, atılan iki zarın toplamının 2 olduğu olay ve b) S'nin alt seti, atılan iki zarın toplamının 4 olduğu olay A ile tanımlandığına göre her iki durum için A'yı listeleyiniz ve olayın türünü yazınız.

Çözüm.

a) S={1, 1}, basit olaydır.

b) S={ (1,3), (2,2), (3,1) }, bileşik olaydır.

Bir Olayın Olasılığı. P(A) ile gösterilen bir A olayının olasılığı, A sonucunun ortaya çıkma durumudur. Bir olay için olasılık 0 ve 1 arasındadır. Bir olayın olması kesin ise, olasılığı 1'dir ve asla ortaya çıkmayacak bir olay ise olasılığı 0'dır.

$$P(A)=\frac{k}{h} \qquad \textbf{Formül 4.1}$$

k: ilgilenilen olayın sonuçlarının sayısı (A'daki sonuç sayısı)

h: muhtemel sonuçların toplam sayısı (Örneklem uzayındaki sonuçların sayısı)

Örnek 4.3 Bir deste kağıttan a) bir kupa seçme olasılığı P(A) ve b) bir as çekme olasılığı P(B) nedir?

Çözüm.

a) Burada k=13'dür, çünkü bir destede 13 kupa vardır ve bir destedeki kart sayısı h=52'dir. Buna göre,

P(A)=13/52=1/4=0.25 (%25)'dir.

b) Bir destede 4 tane as vardır, bu nedenle k=4'dür. Buna göre,

P(B)=4/52=1/13=0.08 (%8)'dir.

Bir deneyde birbirini dışta tutan olaylar **bağımsız olaylar** olarak isimlendirilir ve bu olayların olasılıklarını hesaplamada iki temel kural vardır.

Toplama Kuralı. Birbirini dışta tutan olaylardan birinin ya da diğerinin gerçekleşme olasılığı, olayların tek tek ortaya çıkma olasılıklarının toplamına eşittir. Yani, P(A veya B)=P(A)+P(B)'dir. Bu kural birbirinden bağımsız olayların ortaya çıkış olasılıkları toplamının 1.00'a eşit olduğunu gösterir. Örneğin, 100 kişilik bir sınıfta kızlar 60 ve erkekler 40 kişi ise, sınıf listesinden yansız bir çekiliş yapıldığında öğrencinin kız olma olasılığı P(A)=60/100=0.6'dır. Aynı tür bir çekilişte erkek öğrencinin seçilme olasılığı P(B)=40/100=0.4'dür. Yansız bir çekilişte öğrencinin kız ya da erkek olma olasılığı ise P(A veya B)=0.6 + 0.4=1.0'dır.

Olayların ya da kategorilerin birbirini dışta tutması demek, örneğin, birisinin hem kız hem erkek olamayacağı anlamına gelir. İki olası kategoriden birinin gerçekleşme olasılığı "P" ile, diğeri "Q" ile gösterilir. Böylece P+Q=1.0 olur. Yani Q=1-P yazılabilir. Birbirini dışta tutmayan olaylara örnek olarak, birisinin hem erkek hem de genç olması verilebilir.

Çarpma Kuralı. Birbirini dışta tutan, yani bağımsız olan olayların birlikte ortaya çıkış olasılığı, olayların tek tek ortaya çıkış olasılıklarının çarpımına eşittir. Yani, P(A ve B)=P(A) P(B)'dir. Burada bir olaylar seti vardır. Bir önceki örneği düşünelim. Yansız bir çekilişte ilk iki öğrencinin kız olma olasılığı nedir? Birinci çekilişte kız öğrenci çıkma olasılığı 0.6 idi. Bu ikinci, üçüncü, dördüncü ve beşinci çekilişte de aynıdır. Buna göre, örneğin, birinci ve ikinci çekilişte her iki öğrencinin de kız olma olasılığı, P(A ve B)= (0.6) (0.6) =0.36'dir, yani %36'dır. Sonuç her bir olayın ortaya çıkış olasılıklarının birbiriyle çarpımına eşittir. İlk iki çekilişte erkek öğrenci çıkma olasılığı ise Q=1–P'dir. Çünkü, burada birbirini dışta tutmakla birlikte herhangi bir kategori için bir denemeler seti vardır ve bu denemelerle ilgili olarak beklenen sonuçların birlikte ortaya çıkış olasılıkları araştırılmaktadır.

Bir diğer örnek, havaya atılan iki zardan birinin 3, diğerinin 5 gelme olasılığı, P(3 ve 5)=p(3, 5)=(1/6) (1/6)=1/36=0.028, yani %2.8'dir. 4 seçenekli üç soruluk bir testin şans eseri tümünün doğru cevaplanması olasılığı P(1, 2, 3) = (1/4) (1/4) (1/4) = 1/64 = 0.016, yani %1.6'dır. Bu kurala göre olasılık hesaplanırken, evrenden bir kez seçilen bir kişi, çekiliş sonrası tekrar evrene konulmuştur ve o bireyin tekrar seçilme şansı vardır. Buna, **yerine koyma ile yansız örnekleme** denir. Bu, sosyal bilim araştırmalarında örnekleme evrenden eleman seçmede ya da deney gruplarının oluşturulmasında başvurulan temel bir kuraldır.

Bir Olayın Olasılığını Etkileyen Faktörler

Random olayların tümü aynı değildir. Bir olayın olasılığını hesaplamada iki önemli faktöre dikkat etmek gerekir.

1. Olayların bağımsız veya bağımlı olması. Bir olayın ortaya çıkma olasılığı, diğer olayın ortaya çıkmasından etkilenmiyorsa, bu iki olay **bağımsız olaylardır**. En basitinden araba yıkama ve yağmur yağma olayları bağımsızdır; çünkü araba yıkadığınız zaman yağmur yağma olasılığı artmaz. Diğer taraftan, bir olayın gözlenme olasılığı, diğer bir olayın ortaya çıkmasından etkileniyorsa, bu iki olay **bağımlı olaylardır**. Örneğin, bir sınavda başarılı olmanız sizin çalışmanıza bağlıdır. Başarılı olma olasılığı, sizin çalışıp çalışmadığınıza bağlı olarak artar ya da azalır.

2. Bir olayın olasılığı örneklem tipinden etkilenir. **Yerine koyarak örnekleme**, ilave bir örneklem birimi seçmeden önce daha önce seçilen birimin evrene tekrar yerleştirilmesi yöntemidir. Örneğin, bir oyun destesinden iki kart seçilecektir, birinci kart seçildikten sonra bu kart oyun destesine tekrar yerleştirilir ve ikinci kart daha sonra seçilirse, bu yöntem yerine koyma yöntemidir. Böylece birinci ve ikinci olarak seçilen kartların seçilme olasılıkları değişmez, aynı kalır.

Bir diğer yöntem de **yerine koymadan örnekleme** yapmaktır. Bu yöntemde, bir önceki örnektekinden farklı olarak, birinci kart seçildikten sonra tekrar yerine konmaz ve devamında ikinci kart seçilir. Bu durumda ilk seçilen kartın olasılığı 1/52 iken, ikinci kartın olasılığı 1/51 olmaktadır. İstatistiksel işlemlerde, genellikle, olayların bağımsız olduğu ve yerine koyarak örneklemenin yapıldığı varsayılır.

STANDART NORMAL DAĞILIM

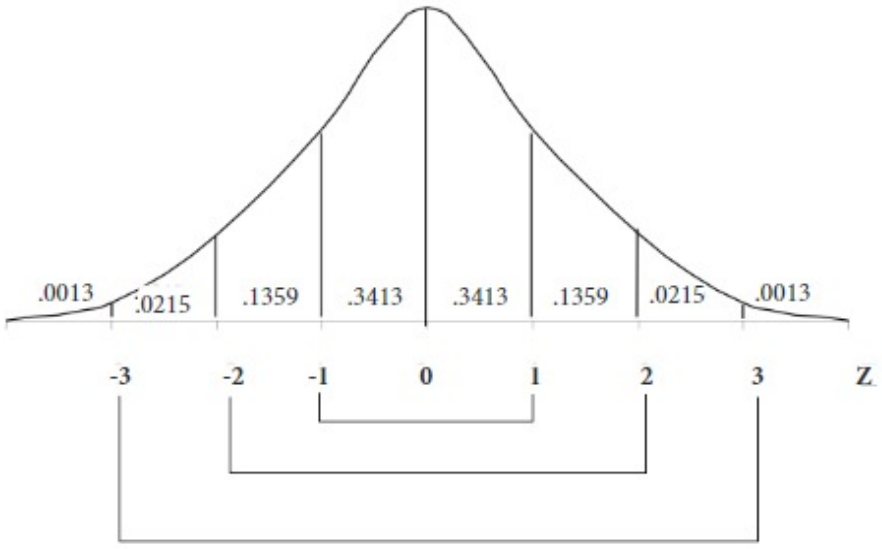
Evrende gözlenen değişkenlerin büyük çoğunluğunun çan eğrisine benzer bir dağılım gösterdikleri kabul edilmektedir. Değişkenlere ilişkin verilerin oluşturduğu çan eğrisine benzer olan bu eğriye **normal dağılım eğrisi,** bu eğrinin yatay eksene göre gösterdiği dağılıma da **normal dağılım** denilmektedir (Ravid, 1994). Normal dağılımda puanlar, evren ortalaması etrafında simetrik bir dağılım gösterir. Örneğin, 10000 yetişkinden oluşan bir grubun IQ puanlarının, frekans poligonu kullanılarak grafiği çizilse, grubun çoğunluğunun 100 ortalama puanının hemen altında ve üstünde kümelenen kişilerden oluştuğu, daha düşük ya da yüksek IQ puanına sahip olan kişilerin ise sayıca çok daha az oldukları ve ortalama puandan daha uzakta ve çan eğrisinin uç değerlerine doğru dağıldıkları gözlenecektir.

Normal dağılım eğrisinin matematik eşitliğinin geliştirilmesi, bazılarınca Fransız matematikçi Abraham Demoivre'e (1667-1754) dayandırılmakla birlikte, genelde Alman matematikçi Karl Friedrich Gauss'a (1777-1855) bağlanmakta ve bilim adamının ismiyle ilişkili olarak "Gaussian Model" olarak da tanımlanmaktadır. Normal dağılım, gerçekte matematiksel bir formül ile gösterilebilen kuramsal bir dağılımdır. Ancak normal dağılım, kuramsal öneminin yanı sıra pratik öneme de sahiptir ve pek çok davranışın ölçümlerinin, normal dağılıma benzer bir şekilde dağıldığı bilinmektedir (Ravid, 1994). Bu kitapta normal dağılımı açıklayan formüle yer verilmemektedir. Daha ayrıntılı bilgi için olasılık kitaplarına bakılabilir.

Normal dağılım, gerçekte, her biri bir ortalama ve standart sapma değeri ile tanımlanabilen dağılımların bir kümesidir. Bu dağılımların bazıları daha geniş ve basık, bazıları da daha dar ve sivridir. Normal dağılımlar aşağıda verilen dört temel özelliği taşırlar (Ferguson ve Takane, 1989; Ravid, 1994):

1. Eğri, dikey eksene göre simetriktir. Puanların yarısı, eksenin sağ, diğer yarısı da sol tarafındadır.
2. Puanlar merkez (ortalama ya da dikey eksen) etrafında kümelenme eğilimi gösterir.
3. Mod, ortanca ve ortalama birbirine eşittir.
4. Dağılımın her iki ucu giderek yatay eksene yaklaşır, ancak hiçbir zaman bu eksene değmez. Normal dağılım eğrisi altındaki alan sınırsızdır.

Pek çok kişi için, normal eğri ya da normal dağılım denildiğinde standart ya da birim normal dağılım akla gelir. Standart normal dağılım, her biri normal dağılım eğrisi altında kalan ve alanın belli oranlarını kapsayan parçalara ayrılır (Şekil 4.1).



Şekil 4.1: *Standart Normal Dağılım Eğrisi Altında Kalan Toplam Alanın Oranları*

Standart normal dağılım altındaki puanların ortalaması 0 ve standart sapması 1'dir. Ortalamanın sol tarafındaki (altındaki) birimler negatif (-1, -2 vb.), ortalamanın sağ tarafındaki (üstündeki) birimler ise pozitiftir (+1, +2, vb.). İki standart sapma değeri arasındaki uzaklıklar birbirine eşittir. Ancak iki S değeri arasında kalan alanlardan merkeze (ortalamaya) yakın olanlar, uzak olanlara göre daha fazla puan (ölçüm) kapsar (Ravid, 1994).

Örneğin, ortalaması 25 ve standart sapması 5 olan bir başarı testi için normal dağılımda birim sapmalar arasındaki alanlar kullanılarak aşağıdaki yorumlar yapılabilir:

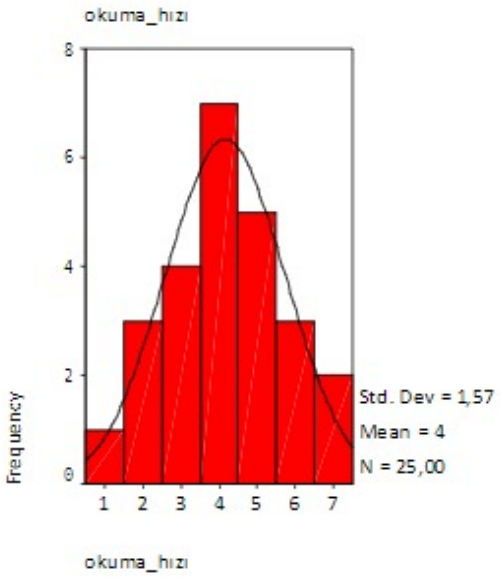
- Puanların %34.13'ü ortalama ile $\mp$1S arasındadır. Yani, puanların %34.13'ünün 25-30 ve %34.13'ünün de 20-25 değerleri arasında olduğu söylenir. Buna göre puanların %68.26'sı (%34.13 + %34.13= %68.26) 20 ile 30 puanları arasındadır.
- Benzer mantıkla puanların %47.72'sinin 25 $\mp$2S arasında olduğu ve puanların %95.44'ünün 15 ile 35 puanları arasında kaldığı ifade edilebilir.
- Yine puanların %49.87'sinin 25$\mp$3S arasında olduğu ve puanların %99.74'ünün de 10 ile 40 puanları arasında kaldığı söylenebilir.

Pek çok özellik evrende normal bir dağılım göstermesine karşılık, ilgilenilen bir özelliğe ilişkin ölçümlerin küçük bir gruptan (n<30) elde edilmesi durumunda normal dağılımdan sapmalar olacaktır. Grubun büyüklüğü arttıkça dağılım normale yaklaşacaktır (Ravid, 1994).

Tek Değişkenli Normal Dağılım Durumunun İncelenmesi

Sürekli bir değişkenden elde edilen puanların normal dağılım özelliği farklı yöntemlerle incelenebilir. Bunlardan biri, çarpıklık katsayısı (ÇK), aritmetik ortalama, ortanca ve mod gibi betimsel istatistiklerin kullanılmasıdır. ÇK'nın "0" olması, ortalamaya göre tam simetrik dağılımı, 0'dan küçük çıkması negatif (sola), büyük çıkması ise pozitif (sağa) çarpıklığı gösterir. Analizlerde temel olan, puanların normalden aşırı sapma göstermemesidir. ÇK, ∓1 sınırları içinde kalıyorsa, puanların normal dağılımdan önemli bir sapma göstermediği şeklinde yorumlanabilir. Öte yandan, ortalamanın, ortancanın ve modun eşit olması, normal dağılımı gösterir. Ortalamanın ortancadan büyük olması sağa (pozitif) çarpıklığı, küçük olması ise sola (negatif) çarpıklığı gösterir. Burada ortalama, ortanca ve modun birbirine yaklaşması dağılımın normalden aşırı uzaklaşmadığının bir ölçüsü olarak alınabilir. Ancak, bu üç istatistik için belirlenmiş bir ölçüt olmadığından, diğer yöntemlerin sonuçlarıyla birlikte yorumlamanın daha uygun olduğu söylenebilir. Dağılımın normalliği konusunda başvurulan bir başka yöntem ise grafik ile incelemedir. Bunun için, normal dağılım eğrisinin de çizdirildiği histogram, gövde-yaprak diyagramı, aşırı (outlier) puanların da gözlemlendiği kutu-çizgi grafiği (box plot, box-and-whiskers), normal Q-Q grafiği ve Detrended Normal Q-Q grafiği sıklıkla kullanılır. Q-Q grafiğinde noktalar 45 derecelik doğru üzerinde veya yakın bir durumda gözüküyorsa normal dağılıma uygunluktan söz edilebilir. Grafik ⌜ ise pozitif; ⌟ ise negatif çarpıklıktan söz edilebilir. Aşırı puanlar varsa, dağılım ∫ şeklinde olur. Q-Q yönetimi, grup 20 ve daha üzeri ise önerilir. Kutu-çizgi grafiği, alt çizgisi 25.yüzdeliği, üst çizgisi 75.yüzdeliği gösteren ve ortancayı (50. yüzdelik) tanımlayan yatay bir çizgi ile ikiye bölünen bir şekil sunar. Kutunun üst orta noktasından çıkan dikey çizgi en yüksek, alt orta noktasından aşağıya doğru çıkan dikey çizgi ise en düşük puana kadar uzanır. Ortanca çizgisinin kutunun üst çizgisine yaklaşması negatif, alt çizgisine yaklaşması pozitif çarpıklığı gösterir. Grafiğin dikey ekseninde puanlar vardır. Bir kutu-çizgi grafiğinde puanların yanı sıra faktörün tanımlanması durumunda faktöre ait birden fazla düzeye ait dağılım aynı kutu grafiğinde ayrı ayrı gösterilebilir (Alpar, 2003; Gren, Salkind ve Akey, 1997; Tabachnick ve Fidell, 1989). Normallik konusunda testlerinin kullanılması

ise başvurulan bir başka yöntemdir. Bu yönteme ilişkin açıklamalara kitabın 8. bölümünde yer verilmiştir.



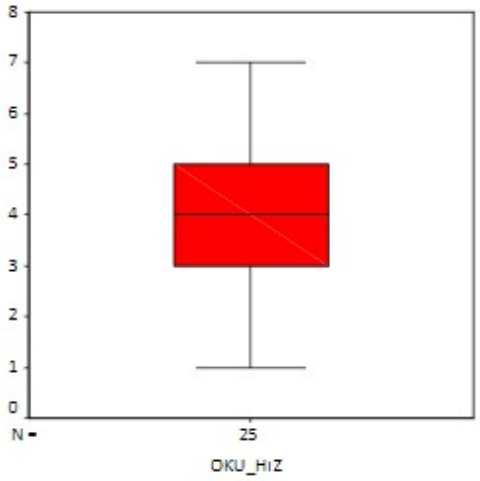
***Şekil 4.2** Histogram*

okuma_hızı Stem-and-Leaf Plot

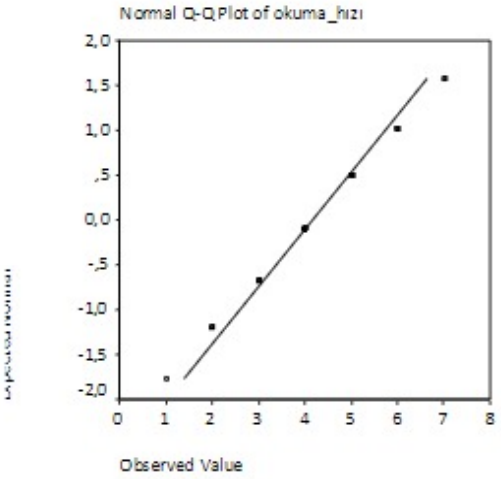
Frequency	Stem & Leaf
1,00	1 . 0
3,00	2 . 000
4,00	3 . 0000
7,00	4 . 0000000
5,00	5 . 00000
3,00	6 . 000
2,00	7 . 00

Stem width: 1
Each leaf: 1 case(s)

***Şekil 4.3** Gövde – Yaprak Diyagramı*



***Şekil 4.4** Q – Q Grafiği*



***Şekil 4.5** Kutu – Çizgi Grafiği*

STANDART PUANLAR

Kitabın bu kısmına kadar iki tür ölçümden söz edildi; bunlar bireysel puanlar (ham puanlar) ve grup puanları (ortalama, ortanca, standart sapma vb.)'dır. Varsayalım ki sınıf öğretmeni, öğrencisi Ali'nin matematik ve Türkçe testinin hangisinde daha başarılı olduğunu değerlendirmek istiyor. Burada öğrencinin iki testten

aldığı puanları bilmek, onun hangi derste daha başarılı olduğunu göstermeyecektir. Örneğin, Ali'nin matematik puanı 68, Türkçe puanı 50 iken, Ali'nin matematikte daha başarılı olduğunu söyleyebilir miyiz? Şüphesiz, cevap hayır olacaktır. Çünkü, testlerin ne kadar güç olduğunu ve diğer öğrencilerin testlerde ne kadar iyi olduğunu bilmiyoruz. Testlerin ortalama ve standart sapmaları da büyük bir olasılıkla farklı olacaktır. Bu nedenlerle iki dersteki puanların dağılımları farklı olabilir ki bu da öğrencinin dersteki başarı düzeyini etkiler. Ali'nin bu iki dersteki başarılarının sağlıklı bir şekilde karşılaştırılması için standart puanlar kullanılır. Bu puanlar, ham puanları ortak bir paydaya ya da aynı ölçeğe dönüştürürler. Puanlar, ancak aynı birimler kullanılarak ölçülmüşse böyle bir karşılaştırma yapmak anlamlı olabilir.

Bu kitapta uygulamada yaygın olarak kullanılan z ve T standart puanlarına yer verilmiştir.

z-Puanı

z puanı, bir testten elde edilen ham puanları ortalaması sıfır ($\overline{X}=0$) ve standart sapması bir (S=1) olan ve normal dağılım gösteren standart bir puana dönüştürür. z puanı, verilen bir puanın ortalamanın ne kadar altında ya da üstünde olduğunu anlamamıza yardımcı olur. z değeri ölçümlerin ortalamadan uzaklıklarının standart sapmaya oranını gösterir. Standart normal dağılım üzerinde ortalamadan uzaklıkların ölçüsü olarak z-değerleri de alınabilir. Çünkü, standart normal dağılımın da ortalaması 0 ve standart sapması 1'dir. Buna göre 1S=1z, 2S=2z ve 3S=3z'dir (Arıcı, 1993; Johson, 1980; Ravid, 1994).

Örneğin, $\overline{X}=20$ ve S=4 olan bir testte 24 puanı, ortalamanın 1S üstündedir ve bu 1z'ye karşılıktır. z puanı dağılımının şekli ile, z puanlarını hesaplamak için kullanılan ham puanların dağılımının şekli aynıdır. Ham puanı z puanına dönüştürmede şu formül kullanılır.

$$z = \frac{\text{ham puan} - \text{ortalama}}{\text{standart sapma}} = \frac{X - \overline{X}}{S}$$ **Formül 4.2**

z puanları normal dağılım eğrisi üzerinde karşılaştırılabilir. Çünkü, puanlar aynı birimlere dönüşmüştür, dolayısıyla aynı grafiğin ekseni üzerinde gösterilebilir. Örnek verilecek olursa, iki ayrı başarı testi için bir öğrencinin aldığı puanları z puanlarına dönüştürdüğümüzde, öğrencinin z değeri büyük olan derste daha başarılı olduğu söylenir.

Örnek 4.4 Aşağıda aynı öğrencinin dört ayrı dersten aldığı puanlar ile derslerin ortalama ve standart sapma değerleri ve ham puanlarına karşılık gelen z puanları, Formül 4.1 ile hesaplanarak aşağıda verilmiştir. Öğrencinin derslere göre başarı sırası hakkında ne söyleyebiliriz?

Ders	Ham Puan	$\overline{X}$	S	z
Türkçe	90	75	13	$\frac{90-75}{13} = 1.15$
Fen	55	65	16	$\frac{55-65}{16} = -0.62$
Sosyal	45	40	12	$\frac{45-40}{12} = 0.42$
Matematik	85	60	14	$\frac{85-60}{14} = 1.79$

Çözüm. Burada öğrencinin farklı alanlardaki başarılarını ortalama puanlarına göre değil z puanlarına göre karşılaştırmamız gerekir. Buna göre öğrencinin başarı sıralaması Matematik, Türkçe, Sosyal ve Fen'dir. Eğer ortalama puanları ölçüt alınsaydı bu sıralama Türkçe, Matematik, Fen ve Sosyal olacaktı. Görülüyor ki böyle bir sıralamada öğrencinin en başarılı ve en başarısız olduğu alan farklılık göstermektedir.

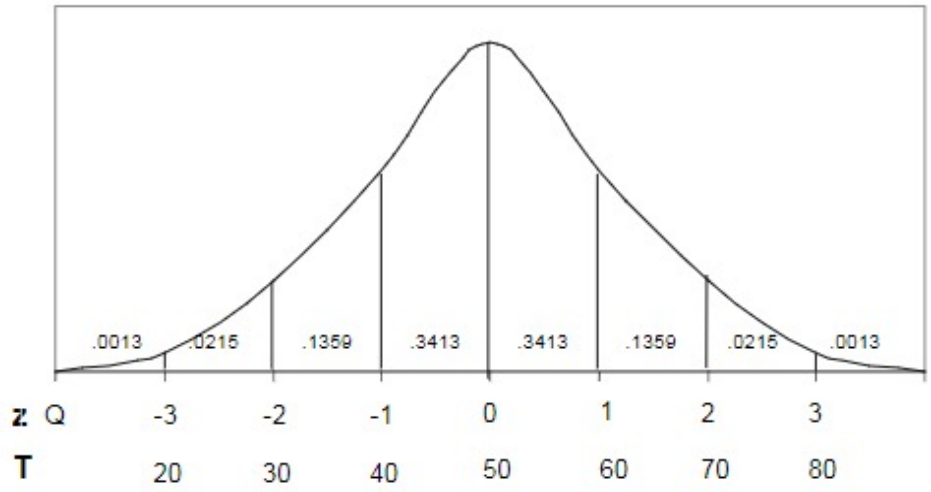
T Puanı

z puanı ile ilgili bazı problemlerin (negatif puanlar, 0 puan, kesirli puanlar) üstesinden gelmek için, bu puanlar başka standart puanlara dönüştürülebilir. Bu puanlardan en yaygın olanı T puanıdır. Ham puanlardan elde edilen z puanlarını T puanlarına dönüştürmek için, z puanı ilk önce 10 ile çarpılır ve buna 50 sabit değeri eklenir (Johnson, 1980; Ravid, 1994).

Buna göre, $T=10(z)+50$ eşitliği yazılabilir. T puanının formülde görülen katsayılar kullanılarak ortalaması 50, standart sapması 10 olan normal bir dağılım gösterdiği söylenir. T ve z puanları, aynı normal dağılım üzerinde Şekil 4.6'da gösterilmiştir.

T puanı, doğrudan ham puana dayalı olarak aşağıdaki formülle de hesaplanabilir. Dikkat edilecek olursa bunun bir önceki formülden tek farkı, z yerine onun ham puandan hesaplanmasını gösteren formülün konulmasıdır.

$$T = 10\left(\frac{X - \overline{X}}{S}\right) + 50 \qquad \textbf{Formül}$$



Şekil 4.6: *z Puanlarına Karşılık Gelen T Puanlarını Gösteren Normal Dağılım*

Şekil 4.6'da görüldüğü gibi, öğrencinin derslerdeki başarısı en yüksek standart puandan başlayarak sıralandığında her iki standart puanda da aynı sonuç çıkmaktadır. T puanının avantajı, negatif değerler almaması nedeniyle daha kolay anlaşılır olmasıdır.

Örnek 4.12 Örnek 4.4'deki bilgilere göre öğrencinin derslerdeki başarı sıralamasını T puanına göre hesaplayalım.

Çözüm. Bunun için z puanlarını T puanlarına dönüştürmemiz gerekmektedir. Formül 4.3 kullanıldığında dört ders için aşağıda hesaplanan T puanları bulunur.

Ders	z	T
Türkçe	1.15	10 (1.15) + 50 = 61.5
Fen	-0.62	10 (-0.62) + 50 = 43.8
Sosyal	0.42	10 (0.42) + 50 = 54.2
Matematik	1.79	10 (1.79) + 50 = 67.9

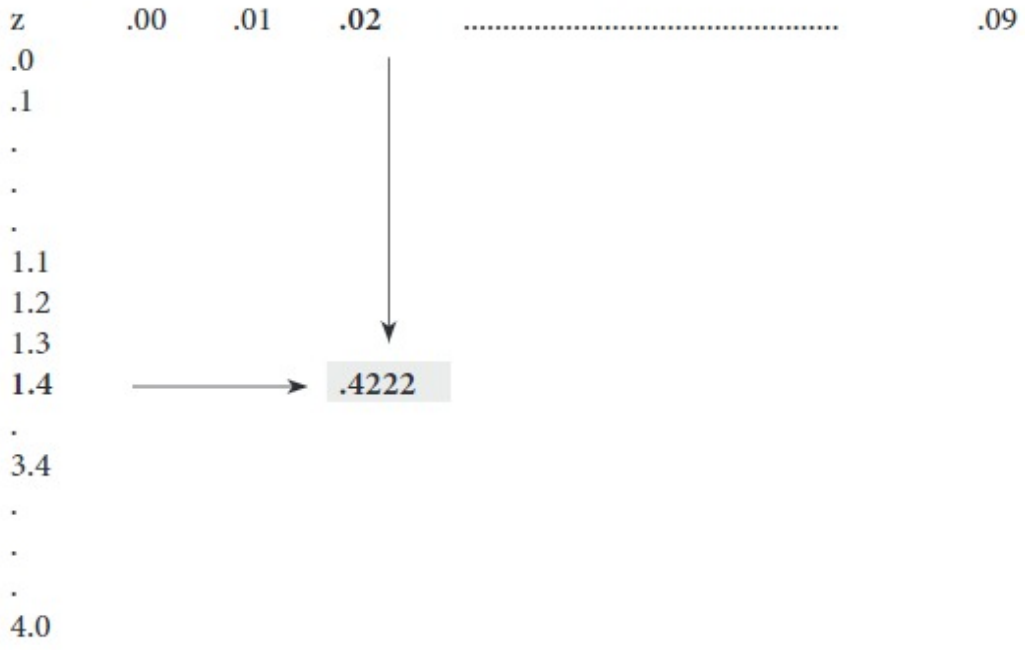
Yukarıda görüldüğü gibi, T puanlarına göre yapılan sıralama, z puanlarına göre yapılan sıralama ile aynıdır.

Normal Dağılımda Alan İlişkileri

Standart hale getirilmiş bir değişkene ait ölçümleri gösteren z standart puanı ile ilişkili olan normal olasılık dağılımı, "standart normal dağılım " olarak isimlendirilir. EK C'de "**Standart Normal Dağılım Eğrisi Altında Kalan Alanlar**" verilmektedir. Bu tabloda gerçekte, belirli z değerleri ile ortalama arasında kalan alanlar (olasılıklar) gösterilmektedir. Tablonun birinci sütunu birler basamağı ve onda birleri gösterirken, ikinci, üçüncü ve diğer sütunlar yüzde birler basamağını göstermektedir. Böylece tablo yüzde birler basamağına karşılık olan tüm z değerlerini içermektedir. Bu değerlere karşılık gelen alan ya da olasılıklar ise tablonun iç kısmında yer almaktadır. Aşağıda bu tablonun kullanımına ilişkin bir örneğe yer verilmiştir.

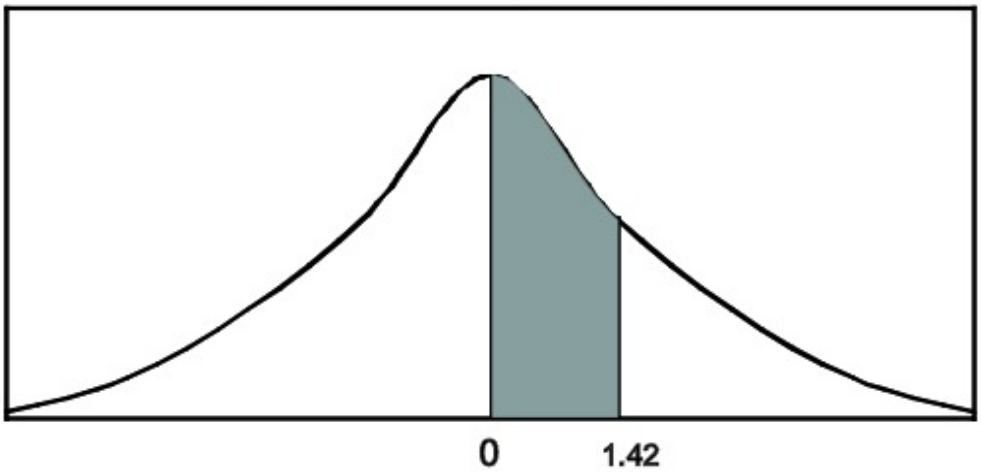
Örnek 4.5 z=1.42 ile ortalama arasında kalan alan ya da olasılık nedir?

Çözüm. Verilen bir z değeri ile ortalama arasındaki alanı bulmak için EK C'de verilen tablodan yararlanırız. İlk olarak z değerinin tam ve onda birlik kısmı (1.4) birinci sütun üzerinde işaretlenir ve bu noktadan sağa doğru düz bir çizgi çizilir. Daha sonra yüzde birlik kısmı (.02) yüzde1'likler sırasından bulunarak işaretlenir ve bu noktadan aşağıya doğru düz bir çizgi çizilir. İki ayrı noktadan tablonun alanları gösteren iç kısmına doğru çizilen bu iki doğrunun kesişim noktası z=1.42'ye karşılık gelen alanı gösterir. Buna göre verilen z değeri ile ortalama arasında kalan alan toplam alanın .4222'ne (%42.22) karşılık gelir (Şekil 4.2).



Şekil 4.7: z=1.42'ye Karşılık Gelen Alan

P(0<z<1.42)=0.4222 şeklinde semboller kullanılarak da açıklanabilen sonuç, Şekil 4.8'de normal dağılım eğrisi üzerinde gösterilmiştir.

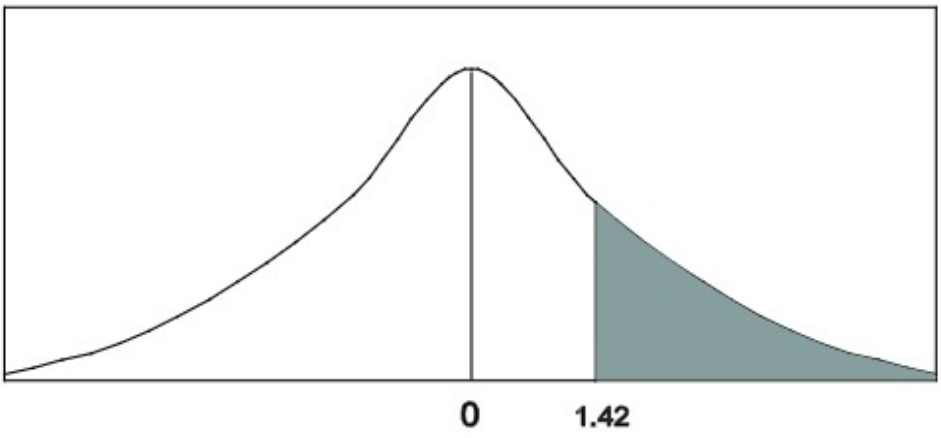


Şekil 4.8: z=1.42 ile Ortalama Arasında Kalan Alan

Bu defa ortalama ile verilen bir z değeri arasındaki alanın hesaplanması yerine, verilen bir z değerinin sağında ya da solunda kalan alanı hesaplayalım.

Örnek 4.6 P(z >1.42)=?

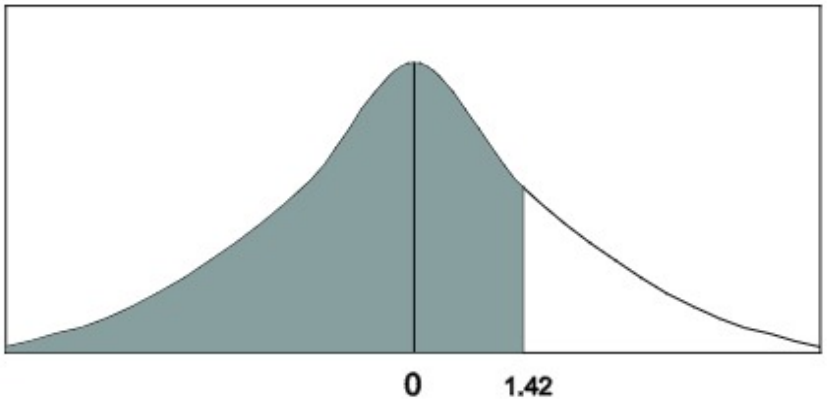
Çözüm. Burada biz, z=1.42 ile ortalama arasında kalan alanın .4222 olduğunu biliyoruz. Şekil 4.9'da görüldüğü gibi istenilen taralı alanı bulmak için normal dağılımın simetriklik özelliğinden yararlanabiliriz. Ortalamanın sağında ve solunda kalan alanların birbirine eşit ve .50 olduğu biliniyor. Bu durumda z=1.42'nin sağındaki alanı bulmak için bu değere karşılık gelen alanın .50'den çıkartılması gerekmektedir. Buna göre P(z >1.42)=(.5000)-(.4222)= .0778'dir.



Şekil 4.9: P(z>1.42)'e Karşılık Gelen Alan

Örnek 4.7 Aynı z değerinin sol tarafındaki alan yani P (z<1.42) nedir?

Çözüm. Bu soruyu cevaplamak için bir normal dağılım eğrisi çizip üzerinde z değerini ve istenilen alanı tarayalım. Şekil 4.10'da görüleceği üzere P(z<1.42)'yi hesaplamak için, ilk önce verilen bu değer ile ortalama arasındaki alanın bulunması gereklidir.



Şekil 4.10: *P(z <1.42)'e Karşılık Gelen Alan*

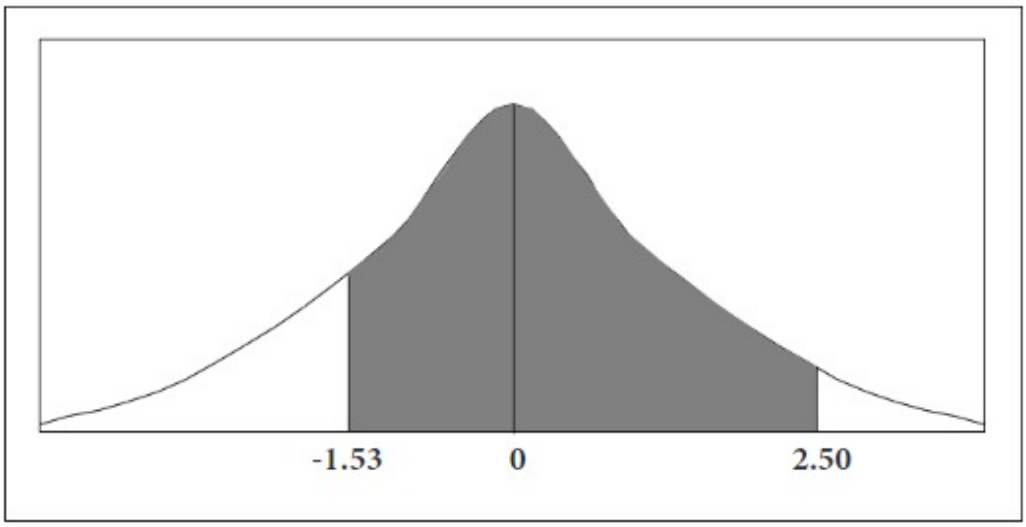
Z=0 ile z=1.42 arasında kalan alan 0.4222'dir. Buna z=0'ın solunda kalan alan (0.5000) eklenirse sonuç:

P(z<1.42)=(.4222)+(.5000)=.9222'dir.

Bu tür alan hesaplamaları için başlangıç adımı, istenilen alanın normal dağılım eğrisi üzerinde taranarak gösterilmesi olmalıdır. Görsel bir açıklama problemi anlamamıza önemli katkı sağlar.

Örnek 4.8 Farklı bir örnek olarak z=-1.53 ile z=2.5 arasında kalan alanı hesaplayalım.

Çözüm. Problemde araştırılan alanı, Şekil 4.11'de olduğu gibi tarayalım.



Şekil 4.11: *z=-1.53 ile z=2.5 Arasında Kalan Alan*

Bu tür bir problemi çözmek için ilk olarak verilen z değerleri ile ortalama (z=0) arasında kalan alanlar ortalamanın sol ve sağ tarafı için ayrı ayrı EK C'deki tablodan bulunur. Daha sonra iki alan toplanır.

P(-1.53<z<2.5) = P(-1.53<z<0) + P(0<z<2.5)' dir. Tablodan, z=-1.53'e karşılık gelen alan .4370 ve z=2.5'e karşılık gelen alan .4938 olarak bulunur. Dikkat edilecek olursa tabloda sadece pozitif z değerleri gösterilmektedir. Burada, normal dağılımın simetrik bir dağılım olması nedeniyle z değerinin işareti dikkate alınmaz.

Sonuç, P(-1.53<z<2.5)=(.4370)+(.4938)=.9308'dir.

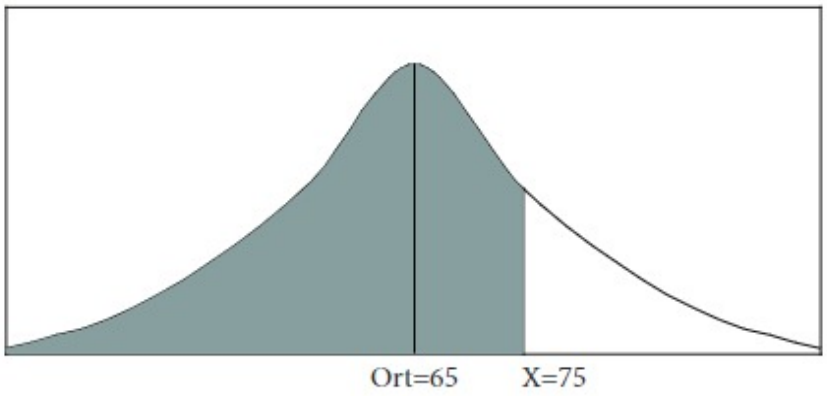
Bir standart puan olarak z puanını tanımladık; z puanlarının standart normal bir dağılım gösterdiklerini gördük ve bu dağılımın özelliklerinden yararlanarak verilen z değerlerine karşılık gelen alan ya da olasılıkları hesapladık. Bir sonraki aşama olarak ortalaması ve standart sapması bilinen yansız bir değişkene ilişkin bir ham puanı kullanarak, örneğin öğrencinin tüm öğrencilerin yüzde kaçından daha başarılı ya da başarısız olduğu hakkında bir sonuca varabilir miyiz? Bu sorunun cevabına evet diyebiliriz.

Örnek 4.9 Matematik başarı testi puanları ortalaması 65 ve standart sapması 15 ile normal dağılım gösterdiğine göre, bu testten 75 alan bir öğrencinin başarısı hakkında ne söylenebilir?

Çözüm. Öğrencinin başarısı hakkında bir şeyler söyleyebilmek için onun bu ham puanına karşılık gelen z değerlerinin hesaplanması gerekmektedir. Ancak ilk olarak matematik testi puanlarının dağılımını ve bu dağılımda öğrencinin aldığı puanı gösterelim (Şekil 4.12).

$$z= = \frac{X-\overline{X}}{S} = \frac{75-65}{15} = \frac{10}{15} = 0.666 \cong 0.67$$

z=0.67 ile ortalama (z=0) arasında kalan alan, .2486'dır (Bakınız EK C). Bu değere z=0'ın sol tarafında kalan alan eklendiğinde öğrencinin puanına karşılık gelen z değerinin altında kalan tüm alan bulunmuş olur.

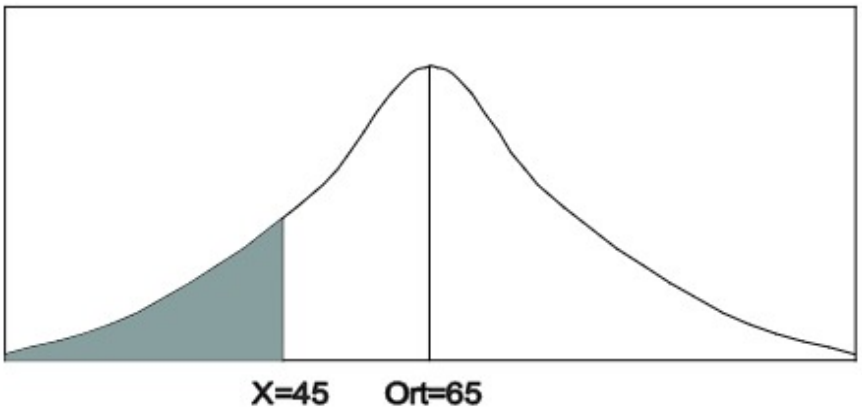


Şekil 4.12: *Matematik Testi Puanı 75 Olan Bir Öğrencinin Normal Dağılımdaki Yeri*

P(z<0.67)=(.2486)+(.5000)=.7486 olur. Bu bulgu, öğrencinin grubun %74.86'dan daha başarılı olduğunu ya da %25.14'ünden (%100- %74.86) daha başarısız olduğunu gösterir.

Örnek 4.10 Bir önceki örnek için araştırma sorusu şu şekilde yöneltilebilir: "gruptan yansız çekilen bir öğrencinin 45 ve daha küçük bir puan alması olasılığı nedir?"

Çözüm. Şimdi soruyu cevaplayalım. İlk olarak problemi normal dağılım üzerinde inceleyelim (Şekil 4.13).



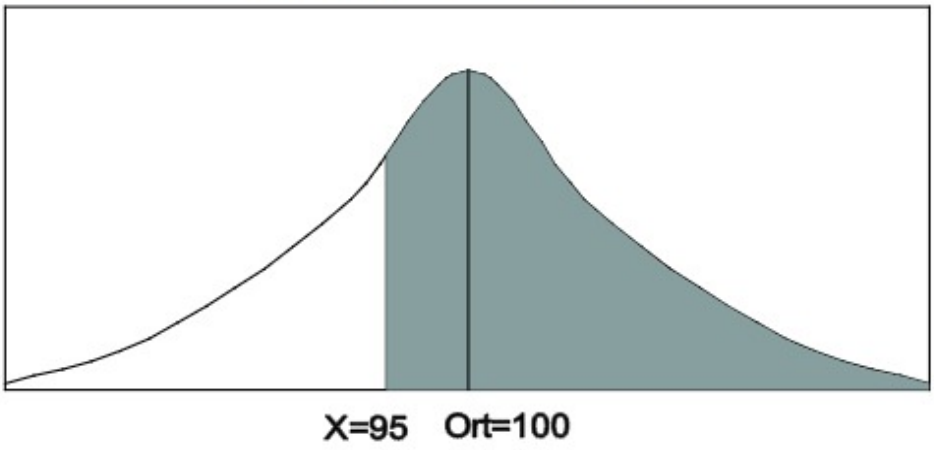
Şekil 4.13: *P(X<45)'nı Gösteren Normal Dağılım*

$$z= = \frac{X - \overline{X}}{S} = \frac{45 - 65}{15} = \frac{-20}{15} = -1.33$$

z=1.33 ile z=0 arasında kalan alan .4082'dir (EK C). Bu değeri z=0'ın altında kalan alandan (.50) çıkartalım. Buna göre P(X<45)=(.5000)-(.4082)=.0918'dir. Bu, aynı zamanda grubun yaklaşık %9'unun matematik puanının 45 ve altında olduğunu gösterir.

Örnek 4.11 İnsanların IQ puanlarının ortalaması 100 ve standart sapması 10 olan bir normal dağılım gösterdiği bilinmektedir. Yansız çekilen birinin IQ puanının 95'den büyük olması olasılığı nedir?

Çözüm. Problemin anlatımı, Şekil 4.14'de gösterilmiştir.



Şekil 4.14: *P(X>95) İçin Hesaplanacak Alan*

$$z= = \frac{X - \overline{X}}{S} = \frac{95 - 100}{10} = \frac{-5}{10} = -0.50 \text{ bulunur.}$$

Problem, P(z>-0.50)=P(-0.50<z<0)+P(z>0)'dir. Buna göre P(z>-0.50)=(.1915)+(.5000)=.6915 olarak bulunur. Yansız çekilen birinin IQ puanının 95'den büyük olması olasılığı %69.15'dir.

ÖZET

- **Olasılık,** deneme ile ortaya çıkan bir olayın tüm olaylar içindeki gözlenme oranını gösterir ve genelde denemelerin olası sonuçları ile ilgilenen bir kuramı anlatır.
- Mümkün olan tüm sonuçların açıklanabildiği bir deney, **random (yansız) bir deney** olarak isimlendirilir. Herhangi bir deneyin mümkün olan tüm sonuçlarının oluşturduğu takıma ise **örneklem uzayı** (S) denir.
- Bir random deney ile ilişkili örneklem uzayının bir alt setine bir **olay** denir. Eğer bir A olayı, S'nin sadece bir elemanını içeriyorsa, A, bir **basit olay**; eğer A, S'nin bir elemanından fazlasını içeriyorsa, A, bir **bileşik olaydır**.
- Bir A olayının ortaya çıkma olasılığı **P(A)** ile gösterilir ve A'nın sonuç sayısının örneklem uzayındaki toplam sonuç sayısına bölünmesiyle elde edilir.
- **Toplama Kuralı,** birbirini dışta tutan olaylardan birinin ya da diğerinin gerçekleşme olasılığının, olayların tek tek ortaya çıkma olasılıklarının toplamına eşit olmasıdır.
- **Çarpma Kuralı,** birbirini dışta tutan yani birbirinden bağımsız olan olayların birlikte ortaya çıkış olasılığının olayların tek tek ortaya çıkış olasılıklarının çarpımına eşit olmasıdır.
- Bir olayın olasılığını etkileyen iki faktör: a) Olayın **bağımsız** (bir olay, diğer olayın ortaya çıkmasından etkilenmiyorsa) ya da **bağımlı** (bir olay, diğer olayın ortaya çıkmasından etkileniyorsa) olması ve b) **örneklem tipi** (yerine koyarak ya da yerine koymayarak örnekleme)'dir.
- Değişkenlere ilişkin verilerin oluşturduğu ve çan eğrisine benzer olan eğriye, **normal dağılım eğrisi**, bu eğrinin yatay eksen ile gösterdiği dağılıma da **normal dağılım** denir. Ortalaması "0" ve standart sapması "1" olan dağılıma da **standart normal dağılım** denir.
- **z puanı**, ortalaması 0 ve standart sapması 1 olan normal dağılım gösteren standart bir puandır. **T Puanı**, ortalaması 50 ve standart sapması 10 olan normal dağılım gösteren ve tüm değerleri pozitif olan standart bir puandır.

ALIŞTIRMA SORULARI

1. Bir örneklemin bir değişkene ilişkin ölçümlerinin ortalaması 50 ve standart sapması 4'tür. Aşağıdaki her bir X değeri için z puanını bulunuz.

   a) X=54

   b) X=50

   c) X=59

   d) X=45

2. Bir örneklemin bir değişkene ilişkin ölçümlerinin ortalaması 120 ve standart sapması 20'dir. Her bir standart puana karşılık gelen X değerini bulunuz.

   a) z=0.0

   b) z=1.2

   c) z=-1.4

   d) z=2.05

3. Aşağıda verilen durumlar için, normal eğri altında kalan alanları bulunuz.

   a) z=0 ve z=1.30 arası

   b) z=0 ve z=-3.2 arası

4. Bir öğrencinin ekonomi ve tarih derslerinden aldığı puanlar ile gruba ait istatistikler aşağıda verilmiştir. Öğrencinin iki dersteki başarı düzeyini karşılaştırınız.

Ders	Puanı	$\overline{X}$	S
Ekonomi	85	72	8
Tarih	93	87	5

5. Aşağıdaki z değerleri arasında kalan alanları bulunuz.

   a) z=-1.20 ve z=1.22 arası

   b) z=-2.75 ve z=-0.48 arası

   c) z=1.29 ve z=3.21 arası

6. Aşağıdaki olasılıkları bulunuz.

   a) P(-2.10<z<2.34)

   b) P(z>0.13)

   c) P(z<1.48)

7. z değeri ile ortalama arasında kalan alanın, toplam alanın %40'ı olabilmesi için z değeri ne olabilir?

8. Bir X değişkenine ilişkin ölçümlerin, ortalaması 60 ve standart sapması 10 ile normal bir dağılım gösterdiği düşünülmektedir. Buna göre, aşağıdaki olasılıkları bulunuz?

   a) P(X>60)

   b) P(57<X<83)

   c) P(X<38)

9. Bir Y değişkenine ilişkin ölçümler ortalaması 8 ve standart sapması 3 olan normal bir dağılım göstermektedir. Evrenden bir Y değeri yansız olarak alındığında, bunun 10 ve 13 arasında olması olasılığı nedir?

10. $\overline{X}$ =100, S=16 ve N=500 olan bir dağılım için aşağıdakileri cevaplayınız.

    a) 76 ve ortalama arasında puan alanların yüzdesi ve sayısı nedir?

    b) Puanı 76'nın üstünde olan kaç kişi vardır?

11. Büyük bir sınıfta öğretmen, sınavdan A alınabilmesi için sınıfın en iyi %10'luk grubuna girilmesi gerektiğini söylemiştir. Bu sınav için ortalama ve standart sapmanın daha önceki deneyimlerine dayalı olarak 72 ve 13 olacağını belirtmektedir. Puanlar normal dağılım göstereceğine göre, bir öğrencinin A alabilmesi için alması gereken minimum puan ne olmalıdır?

12. Bir ölçümden elde edilen puanlar 9, 5, 10, 7, 9, 10, 11, 8, 12, 7, 6, 9 olduğuna göre bunlardan,

    a) 10 ham puanı için z'yi hesaplayınız?

    b) 6 ham puanı için z'yi hesaplayınız?

13. Aşağıda 3000 öğrenciye uygulanan üç farklı test için ortalamalar, standart sapmalar ve Ahmet'in puanları verilmektedir.

Test	Ortalama	Standart Sapma	Ahmet'in Ham Puanları
Matematik	47.2	4.8	53
Türkçe	64.6	8.3	71
Coğrafya	75.4	11.7	72

a) Ahmet'in puanlarını standart puana dönüştürünüz.

b) Ahmet hangi testte daha iyidir?

c) Ahmet'in matematikteki puanını kaç kişi geçmiştir?

d) Ahmet'in arkadaşı Zeynep'in coğrafya dersindeki z puanı –1.1 olduğuna göre, onun ham puanı kaçtır?

14. Ortalaması 72 ve standart sapması 12 olan bir normal dağılımda,

a) 25. yüzdelikteki puan nedir?

b) 75. yüzdelikteki puan nedir?

c) 80 puanın üzerinde olanların yüzdesi nedir?

d) 66 puanın altında olanların yüzdesi nedir?

5. BÖLÜM

KORELASYON: İKİ DEĞİŞKEN ARASINDAKİ İLİŞKİ VE İLİŞKİNİN ÖLÇÜLMESİ

İçerik

- ☑ *Giriş*
- ☑ *Saçılma Diyagramı (Scatterplot)*
- ☑ *Korelasyon Katsayısı*
- ☑ *Pearson Momentler Çarpımı Korelasyon Katsayısı*
- ☑ *Sperman Brown Sıra Farkları Korelasyon Katsayısı*
- ☑ *Nokta Çift Serili Korelasyon Katsayısı*
- ☑ *Çift Serili Korelasyon Katsayısı*
- ☑ *Dörtlü (Phi) Korelasyon Katsayısı*
- ☑ *Kısmi Korelasyon*
- ☑ *Çoklu Korelasyon*
- ☑ *Özet*
- ☑ *Alıştırma Soruları*

GİRİŞ

Araştırmacı olayları ya da olguları tek tek betimleyebileceği gibi olaylar arasındaki ilişkileri de anlamak ve açıklamak isteyebilir. Deneklerin ya da bireylerin iki değişkene ait değerlerine sahip olunduğunda, iki değişken arasındaki ilişkiyi bulmak için korelasyon teknikleri kullanılır. Uygulamada genellikle değişkenler-

den birinin değerlerini göstermek için X, diğer değişkenin değerlerini göstermek için Y sembolü kullanılır. İki değişken arasındaki korelasyonu hesaplayabilmek için aynı kişiye ait X ve Y değerleri elde edilir ve her bir kişinin X değeri, ona karşılık gelen Y değeri ile eşleştirilir.

Örneğin bir akademisyen üniversite giriş puanı ile performans arasındaki ilişkiyi incelemek isteyebilir ve "üniversite giriş puanı yüksek olan öğrenciler, üniversitede daha mı başarılı olurlar?" ya da "üniversite giriş puanı düşük olan öğrenciler, üniversitede daha az mı başarılı olurlar?" sorularının yanıtlarını arayabilir. Bir okul yöneticisi ise, "öğrencilerin okula olan ilgilerinin artması durumunda başarıları da artmakta mıdır?" ya da "annesi çalışan öğrencilerin başarıları, çalışmayan öğrencilere göre daha düşük müdür?" sorularının yanıtlarını araştırabilir. Bu örnekler çoğaltılabilir: "Sosyo-ekonomik statü ile suç işleme arasında bir ilişki var mıdır?", "eğitim düzeyi arttıkça kazanç da artmakta mıdır?" vb.

Söz konusu, örneklerde verilen değişkenler arasındaki ilişkiyi konu edinen araştırma sorularını yanıtlayabilmek için korelasyon katsayısı adı verilen bir ilişki ölçüsünü hesaplamaya ihtiyaç vardır.

Veri grupları için hangi ilişki ölçüsünün kullanacağına karar vermede şu faktörler göz önünde tutulur (Heiman, 1996): (1) Herhangi bir değişkenin hangi ölçek düzeyinde açıklandığı (sınıflamalı, sıralamalı, eşit aralıklı ve oranlı), (2) değişkenlerin sürekli veya süreksiz olmaları ve (3) iki veri grubunun doğrusal olup olmaması.

Ölçek düzeylerine göre uygun korelasyon teknikleri Tablo 5.1'de verilmiştir.

Tablo 5.1: *Ölçek Düzeylerine Göre Korelasyon Teknikleri*

Ölçek	Sembol	Teknik
Sınıflamalı	λ	Lambda
	ϕ	Phi
	C	Kontincensi
	V	Cramer V
Sıralamalı	G	Goodman ve Kruskal Gamma
	Tau	Kendal Tau
	W	Kendal'ın Uyuşum Katsayısı
	r_s	Spearman Rho
Aralık/Oranlı	r	Pearson
	R	Çoklu Korelasyon

Kaynak: Elifson, Runyon &Haber'den (1990, 200) uyarlandı.

İki değişken arasındaki ilişki miktarı, ikili ya da basit korelasyon ismi verilen korelasyon teknikleriyle bulunur. Buna karşılık, bir değişkenin iki ya da daha çok değişken ile olan ilişkisi çoklu korelasyonun, bu değişkenlerden birinin dışlanarak (sabitlenerek) diğer değişkenlerle olan ilişkisi ise kısmi korelasyon tekniklerinin konusudur. Basit korelasyon tekniklerinin çoğunluğu değişkenler arasındaki ilişkinin doğrusal olduğunu kabul eder. Ancak böyle bir varsayımı gerektirmeyen teknikler de bulunmaktadır. Bu bölümde sadece değişkenler arasındaki ilişkinin doğrusal olduğunu kabul eden basit korelasyon tekniklerine yer verilmiştir.

Saçılma Diyagramı (Scatterplot)

Saçılma (yayılma) diyagramı, iki değişken arasındaki ilişkiyi görsel olarak betimlemede kullanılan bir grafik türüdür. Saçılma diyagramı, X-Y puanlarının her bir çiftinin iki boyutlu bir düzleme yerleştirilmesini gösterir. X ve Y değişkenlerine ait puan çiftlerinin saçılma diyagramındaki yerleri, nokta ya da bir başka sembol ile gösterilir. İki değişkene ait puan çiftleri, grafikteki noktaların konumlarını tanımlayan koordinatlar olarak da isimlendirilir. Buna göre her bir koordinat, X değişkeni için bir puan ve Y değişkeni için bir puan olmak üzere iki değer gösterir.

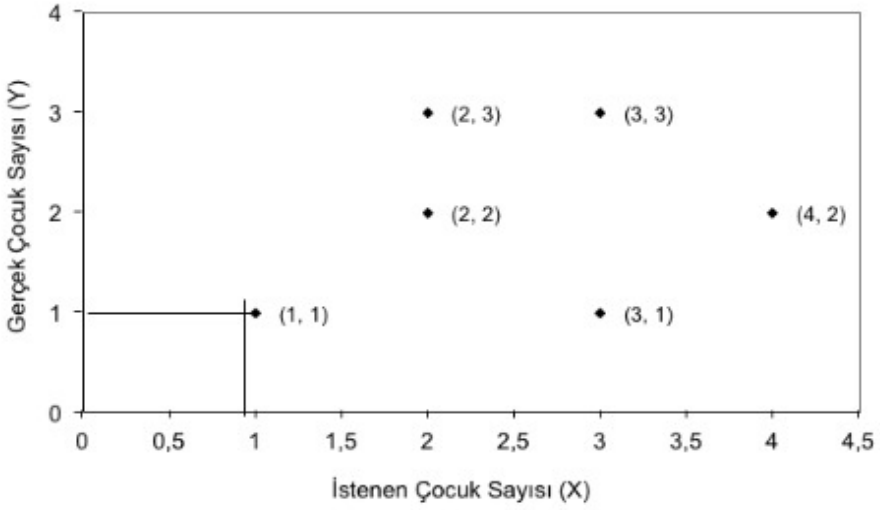
Genelde, yatay olan X ekseni bağımsız değişkene ilişkin ölçümleri; dikey olan Y ekseni ise bağımlı değişkene ilişkin ölçümleri gösterir. Değişkenler bağımsız ve bağımlı olarak isimlendirilmemiş olabilir. İki eksen birbirine dik olacak şekilde yerleştirilir ve yaklaşık olarak uzunlukları birbirine eşit ve tüm puan ranjını içerecek şekilde hazırlanırlar. Tablo 5.2'de altı aileye ilişkin "istenen çocuk sayısı" ve "sahip oldukları çocuk sayısı" verilmiştir.

***Tablo 5.2:** Ailelerin İstediği ve Sahip Oldukları Çocuk Sayısı*

Aile	İstenen Çocuk Sayısı (X)	Sahip olunan Çocuk Sayısı (Y)
1	2	2
2	2	3
3	3	3
4	4	2
5	3	1
6	1	1

İstenen ve sahip olunan çocuk sayıları arasındaki korelasyonu (ilişkiyi) gösteren saçılma diyagramı Şekil 5.1'de verilmiştir. Şekilde yer alan herhangi bir noktanın yerinin nasıl belirlendiğini bir örnek ile açıklayalım. Örneğin, altıncı aileye

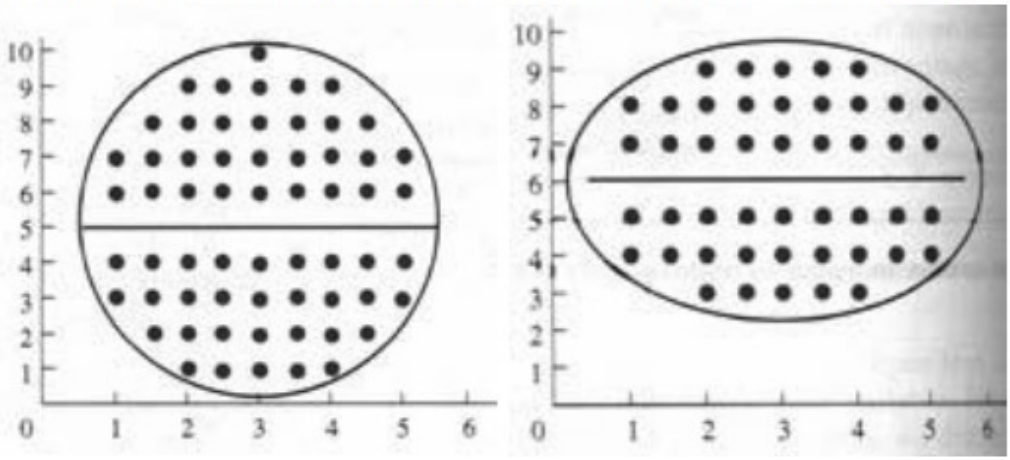
ait puan çiftinin (1, 1) grafikteki yerini belirlemek için, ilk olarak yatay eksendeki X=1 değerinden Y eksenine paralel bir doğru çizeriz. İkinci aşamada dikey eksendeki Y=1 değerinden X eksenine ikinci bir paralel doğru çizeriz. Her iki paralel doğrunun kesim noktası sözü edilen puan çiftinin saçılma diyagramındaki yerini gösterir.



***Şekil 5.1.** İstenen ve Sahip olunan Çocuk Sayılarına Ait Saçılma Diyagramı*

Saçılma diyagramının şekli, ilişkinin doğası ve varlığının önemli bir göstergesidir. Görsel olarak dış kenarlar etrafında bir çizgi çizilerek saçılma diyagramı özetlenebilir. Eğer ilişki yok ise, bu şekil daire ya da elips görünümünde olacaktır.

Kahve tüketimi (X) ile asabiyet (Y) arasında bir ilişkinin olmadığını gösteren daire ve elips şekli veren saçılma diyagramı örnekleri Şekil 5.2a-b'de gösterilmiştir



a *b*

***Şekil 5.2: a-b.** Aralarında İlişki Bulunmayan İki Değişkene İlişkin Saçılma Diyagramları*

Ayrıca yukarıdaki saçılma diyagramları, merkezlerini en uygun biçimde gösterebilen bir doğru çizilerek de özetlenebilir. Değişkenler arasındaki ilişkiyi en iyi özetleyen doğruya **regresyon doğrusu** denir. Eğer değişkenler ilişki yoksa, regresyon doğrusu Şekil 5.2a-b'de görüldüğü gibi X eksenine paralel yatay bir çizgi şeklindedir (Heiman, 1996). Regreyon doğrusu ve buna ilişkin analizler altıncı bölümde açıklanmaktadır.

Korelasyon Katsayısı

Değişkenler arasında ilişki olduğu zaman, saçılma diyagramı bir daireden ya da yatay bir elipsten farklı bir şekil alacaktır ve regresyon doğrusu yatay eksene paralel bir doğru olmayacaktır. Bir saçılma diyagramının şekli ve yönelimi, veriler tarafından şekillendirilmiş ilişkinin özelliğini yansıtır. Bu özellikleri özetlemek için, korelasyon katsayısı olarak bilinen istatistik hesaplanır. Korelasyon katsayısı, iki değişken arasındaki ilişkinin önemli özelliklerini açıklayan ve özetleyen bir sayıdır. Bir ilişkinin iki önemli özelliği vardır: İlişkinin tipi ve ilişkinin gücü.

İlişkinin Tipi

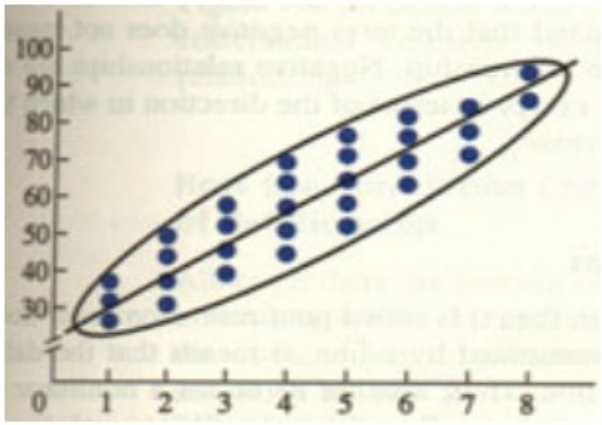
Bir veri grubunda varolan ilişki tipi, X puanları değiştikçe Y puanlarının değişiminde gözlenen yön tarafından belirlenir. Genelde doğrusal ve doğrusal olmayan iki türlü ilişki söz konusudur. Bu iki ilişki tipi aşağıda açıklanmıştır (Ferguson ve Takane, 1989; Heiman, 1996).

1. Doğrusal İlişki. Doğrusal terimi, doğru çizgi (straight line) anlamına gelir. Doğrusal bir ilişkiyi bir doğru çizgi olan regresyon doğrusu özetler. Şekil 5.3 ve Şekil 5.4'te verilen iki saçılma diyagramı, bir ilişkinin olduğu durumu göstermektedir. Çünkü bir daire ya da yatay bir elips oluşturmamışlardır. Her ikisi de doğrusal bir ilişki gösterir; çünkü bir doğru ile özetlenebilmektedirler. Doğrusal ilişkide X puanları artarken Y puanları da tek bir yönde (aynı) yönde değişme eğilimindedir. Şekil 5.3'teki saçılma diyagramında öğrencilerin çalışma saatleri artarken, puanları da artma eğilimindedir. Şekil 5.4'te ise televizyon seyretmeye ayrılan süre arttıkça, uykuya ayrılan süre de azalma eğilimi görülmektedir.

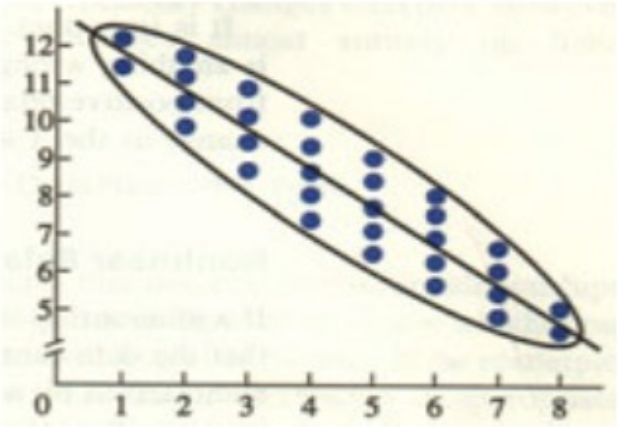
Şekil 5.3 ve Şekil 5.4'te verilen saçılma diyagramları iki tür doğrusal ilişkiyi göstermektedir. Doğrusal ilişkinin türü Y puanlarının değişme yönüne bağlıdır. **Pozitif doğrusal ilişkide**, X değişkenine ait puanlar artarken Y değişkenine ait puanlar da artma eğilimindedir. Böylece düşük X puanları düşük Y puanları ile; yüksek X puanları ise yüksek Y puanları ile eşleşmektedir. Genel bir ifade ile "daha fazla X, daha fazla Y" pozitif doğrusal bir ilişkidir. Örneğin, daha fazla yemek yenirse daha fazla kilo alınır; daha uzun süreli telefon konuşması yapılırsa daha fazla

para ödenir. Şekil 5.3'te çalışma süresi ile test puanı arasındaki pozitif doğrusal ilişki gösterilmektedir.

Diğer taraftan, televizyon seyretme ile uyuma ilişkisine bakılırsa, bu örnek negatif doğrusal ilişkiyi anlatmaktadır. **Negatif doğrusal ilişkide** X değişkenine ait puanlar artarken, Y değişkenine ait puanlar azalmaya eğilim göstermektedir. Düşük X puanları yüksek Y puanları ile, yüksek X puanları ise düşük Y puanları ile eşleşmektedir. Genel olarak "daha fazla X, daha az Y" ifadesi negatif doğrusal ilişkiyi kısaca özetlemektedir. Örneğin, "sınav kaygısı arttıkça başarı puanı düşer", "fazla yenildiğinde daha az aç olunur" bu türden ilişkilerdir. Şekil 5.4'te bir günde izlenen TV süresi (saat) ile uykuya ayrılan süre (saat) arasındaki negatif doğrusal ilişki gösterilmektedir.



Şekil 5.3: *Çalışma Süresi (X) ile Test Puanı (Y) Arasındaki Pozitif Doğrusal İlişkiyi Gösteren Saçılma Diyagramı*

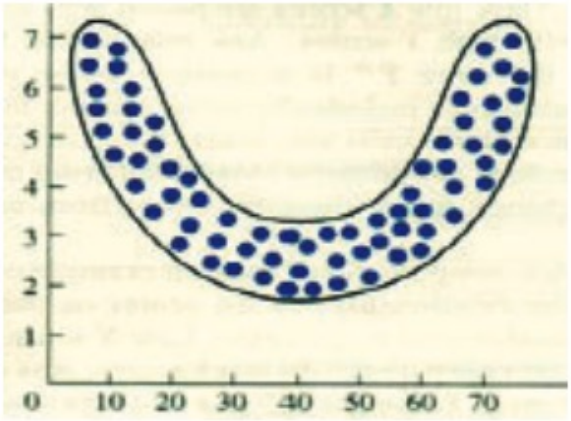


Şekil 5.4: *İzlenen TV Süresi ile Uykuya Ayrılan Süre Arasındaki Negatif Doğrusal İlişkiyi Gösteren Saçılma Diyagramı*

2. Doğrusal Olmayan İlişki. Eğer bir ilişki doğrusal değilse, o zaman doğrusal olmayan ilişki adını alır. Doğrusal olmama (non-linear, curvilinear), verilerin

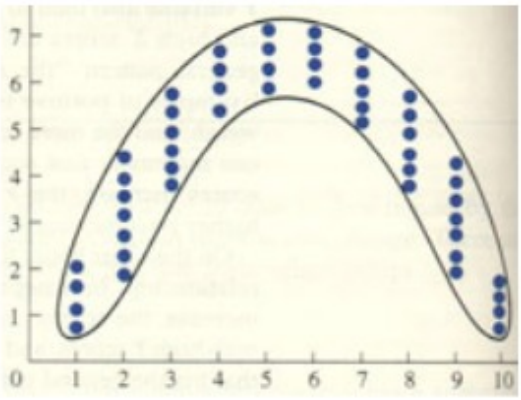
bir doğru ile özetlenemeyeceği anlamına gelir. Bu tür ilişkide X puanları değişirken, Y puanları sadece artma ya da sadece azalma eğiliminde değildir.

Doğrusal olmayan ilişkiler değişik şekillerde olabilir. Şekil 5.5, bir kişinin yaşı ile bir yerden bir yere hareket etmesi için gerekli olan zaman (süre) arasındaki ilişkiyi göstermektedir. Küçük çocukların bir hareket için harcadıkları süre fazla iken (yavaş hareket ederlerken), yaş arttıkça bu süre azalır. Ancak belli bir yaştan sonra yaş artmaya devam ederken, hareket süresinde tekrar artış (sürenin uzadığı) görülür. Bu iki değişkene ilişkin saçılma diyagramı Şekil 5.5'te gösterilmektedir. Saçılma diyagramının şeklinden dolayı böyle bir ilişki, U-şekilli bir fonksiyon olarak tanımlanır.



Şekil 5.5: *Yaş (X) ve Hareket Süresi (Y) Arasındaki U-Şekilli Doğrusal Olmayan İlişki*

Şekil 5.6'da ise kişilerin aldıkları alkol miktarı ile kendilerini iyi hissetme duyguları arasındaki ilişki verilmektedir. İnsanlar önce içtikçe kendilerini iyi hissederken, belli bir noktadan sonra, içmeye devam ettikçe kendilerini daha kötü hissetmektedirler. Böyle bir ilişki, ters U-şekilli fonksiyon olarak isimlendirilmektedir.



Şekil 5.6: *Alkol Miktarı (X) ve Kendini İyi Hissetme (Y) Arasındaki Ters U-Şekilli Doğrusal Olmayan İlişki*

İlişkinin Gücü

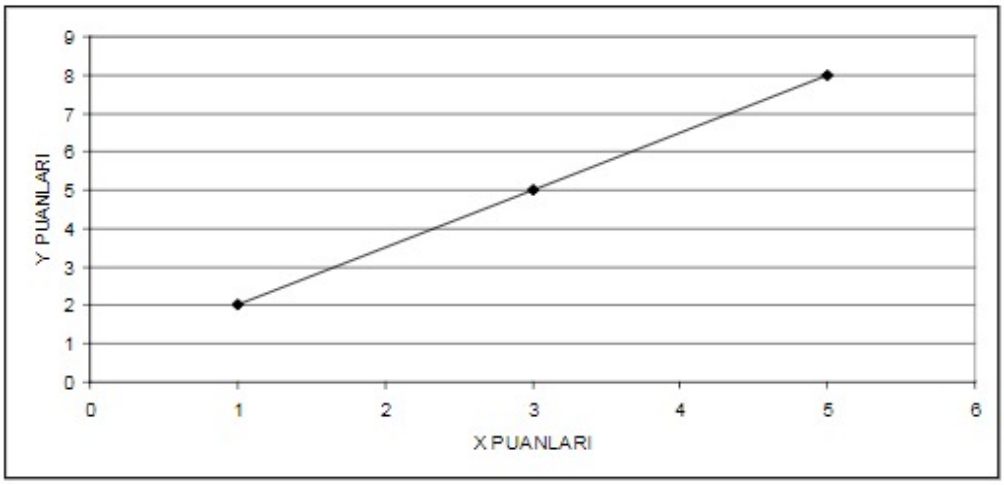
Bir ilişkinin gücü, iki değişken arasındaki ilişkinin miktar ya da derecesi anlamına gelir. Kuvvetli ilişkilerde, bir X değerine bağlı olarak daha tutarlı bir Y değeri veya birbirine yakın Y değerine rastlanmaktadır (Heiman, 1996). Örneğin, Tablo 5.3 incelendiğinde X, "1" olduğunda tüm Y değerlerinin "2" olduğunu görmekteyiz. Bu tür bir veri grubu, ilişkinin mükemmel olduğunu gösterir. Zayıf ilişkilerde ise, bir X değerine bağlı olarak bir Y değerine veya yakın bir Y değerine rastlanmamaktadır. Örneğin, Tablo 5.4'e baktığımızda X, "1" olduğunda Y'nin "9", "6" ve "3" olmak üzere birbirinden farklı ve uzak değerler aldığını görüyoruz.

Korelâsyon katsayısının mutlak değeri ilişkinin gücünü gösterir. En büyük değer 1.0, en küçük değer ise 0.0'dır. Korelasyon katsayısının değeri ise +1.0 ile –1.0 arasında değişebilmektedir. Bir korelasyon katsayısının işaret ve mutlak değer olmak üzere iki öğesi vardır.

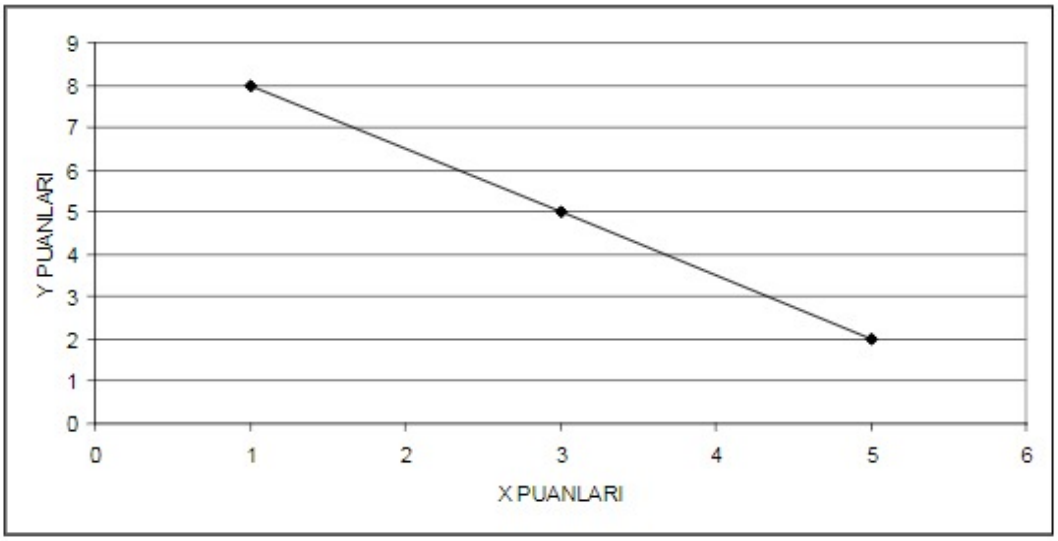
Bir korelasyon katsayısının işareti pozitif ya da negatif doğrusal ilişkiyi gösterir. Daha büyük mutlak değer, daha kuvvetli ilişki demektir. ∓1.0 korelasyon katsayısı mükemmel bir doğrusal ilişkiyi açıklar. ∓1.0 mükemmel doğrusal ilişki için verilen iki örneğe ait veriler Tablo 5.3'de, grafikleri ise Şekil 5.7/a-b'de gösterilmektedir.

Tablo 5.3: *Mükemmel Doğrusal İlişkiye Ait Veriler*

Pozitif İlişki		Negatif İlişki	
X	Y	X	Y
1	2	1	8
1	2	1	8
1	2	1	8
3	5	3	5
3	5	3	5
3	5	3	5
5	8	5	2
5	8	5	2
5	8	5	2



Şekil 5.7a: *Mükemmel Pozitif İlişki = +1.0*



Şekil 5.7b: *Mükemmel Negatif İlişki = -1.0*

∓1.0 korelasyon katsayısı için dört özellik:

(1) X puanına sahip her bir bireyin sadece ve sadece bir Y değeri vardır. X'in her değişmesinde, Y puanları yeni bir değer alır. Yani, ∓1.0, bire-bir karşılığı ya da mükemmel tutarlı eşleşmeyi gösterir.

(2) ∓1.0 katsayısı, her bir X ile ilişkilenen Y puanları arasında fark olmadığını gösterir. Yani her bir X'deki Y puanlarında değişkenliğin olmadığını gösterir.

(3) ∓1.0 katsayısı, mükemmel yordanabilirliği garanti eder. Bu durumda bireylerin X puanlarını bilmek, buna karşılık gelen Y puanlarının mükemmel olarak yordanabileceğini gösterir.

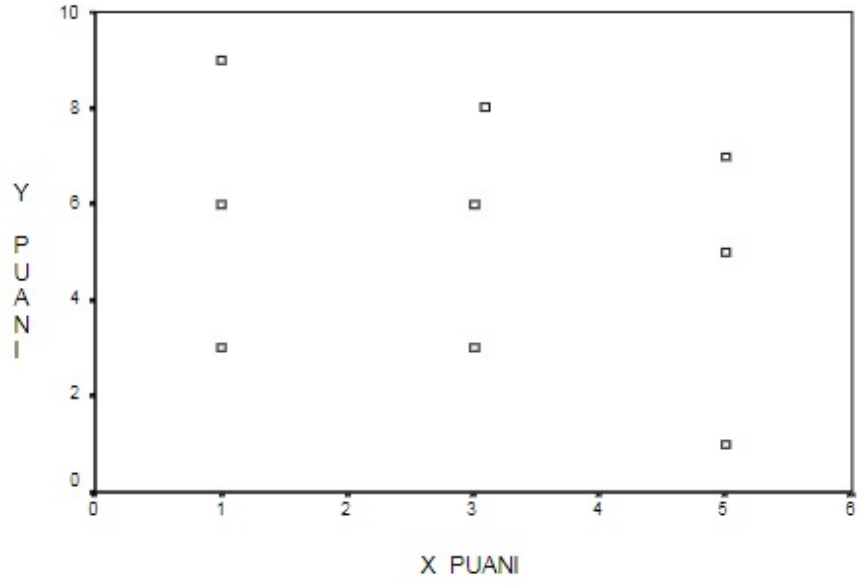
(4) ∓Her bir X'deki Y'lerde dağılma yoktur. Saçılma diyagramı bir regresyon doğrusu ile özetlenmek istenirse, veri noktalarının tümü regresyon doğrusu üzerinde yer alır.

Ara İlişki

Bir ilişkinin derecesini (gücünü) anlamanın bir yolu şudur: Her bir X için Y puanlarındaki değişkenlik ne kadar büyükse, ilişki o kadar zayıftır. Bu nedenle her bir X'deki Y puanlarının değişkenliği artarsa, korelasyon katsayısı sıfıra yaklaşır. Tablo 5.4'te gösterilen veri grubu zayıf bir ilişkiyi göstermektedir. Bu ilişkiye ait saçılma diyagramı Şekil 5.8'de gösterilmektedir. Tablo 5.4'teki veriler için hesaplanan -0.28'lik korelasyon katsayısı, ∓1.0'e çok yakın değildir. Bu ilişki katsayısı, bize her bir X'deki Y'ler arasında geniş bir dikey uzaklığın olduğunu gösterir. Her bir X için Y puanlarındaki büyük değişkenlik ilişkinin gücünü zayıflatır; yani korelasyon katsayısını küçültür (Elifson, Runyon ve Haber, 1990; Heiman, 1996).

Tablo 5.4: *Düşük Korelasyon Katsayısı (r=-0.28) İçin Örnek*

X	Y
1	9
1	6
1	3
3	8
3	6
3	3
5	7
5	5
5	1



Şekil 5.8: *Tablo 5.4'deki Veriler İçin Saçılma Diyagramı*

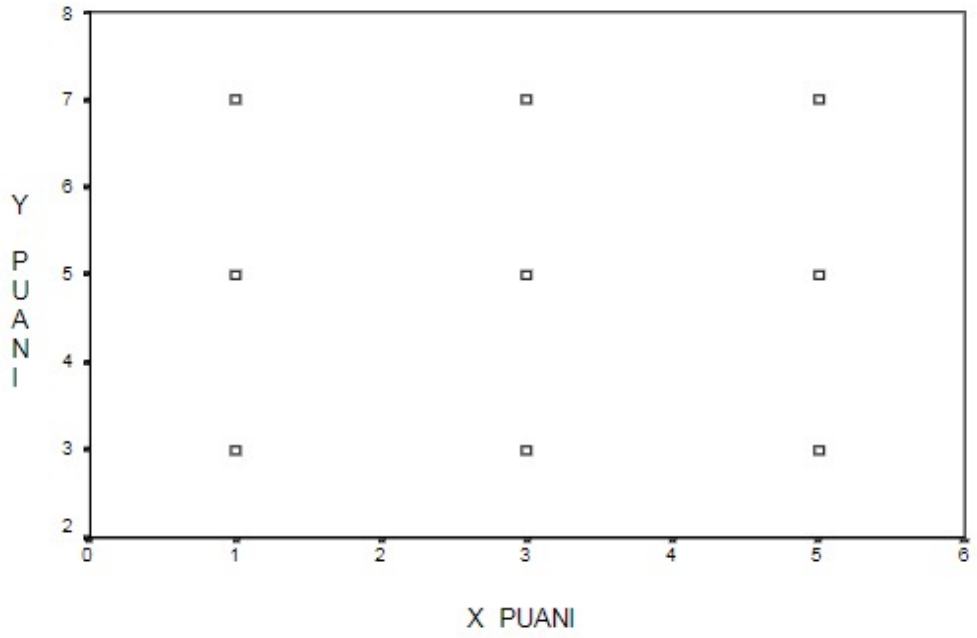
Sıfır İlişki

Sıfır (0.0) korelasyon katsayısı, ilişkinin olmadığını gösterir. Tablo 5.5'de bu tür bir ilişkiye ait veriler ve Şekil 5.9'de ise bu verilere ilişkin saçılma diyagramı gösterilmektedir.

Tablo 5.5: *Sıfır Korelasyon Katsayısı İçin Örnek Veriler*

X	Y
1	3
1	5
1	7
3	3
3	5
3	7
5	3
5	5
5	7

Burada X'in sadece bir değeri ile ilişkili olan bir Y değeri ya da değerleri yoktur. Bir X'de bulunan Y değerleri başka bir X'deki Y değerleriyle aynı olmaktadır. Bu durum X puanı bilinirken, buna karşılık gelen Y puanını kestirme konusunda (yordama, tahmin) bize yardımcı olmaz. Bu durumda saçılma diyagramı bir daire ya da yatay bir elips şeklinde olur. Şekil 5.9 buna bir örnektir.



Şekil 5.9: *Sıfır Korelasyon Katsayısı İçin Saçılma Diyagramı*

Aralarında doğrusal ilişki olan eşleştirilmiş iki veri grubu arasındaki ilişkinin ne derece kuvvetli olduğunun sayısal bir ölçüsünü vermek üzere bir korelasyon katsayısı hesaplanır. Çalışmada hangi korelasyon katsayısının kullanılacağına karar vermede puanların ölçek türü temel alınır. Bu kitapta, iki değişken arasındaki ilişkiyi hesaplamada kullanılan yedi farklı korelasyon katsayısı tanıtılacaktır.

PEARSON MOMENTLER ÇARPIMI KORELASYON KATSAYISI (r)

Pearson Momentler Çarpımı Korelasyon Katsayısı, kısaca Pearson r'si, aralık ya da oran ölçeğinde ölçülen iki sürekli değişken arasındaki doğrusal ilişkiyi açıklamak üzere kullanılır. Böyle bir analiz ile, her bir Y değerinin her bir X değeri ile doğrusal bir biçimde ne kadar tutarlı bir eşleşme gösterdiği açıklanmaya çalışılır (Arney, 1990; Baykul, 1999; Borg ve Gall, 1989; Knoke ve Bohrnstedt, 1991). Bunun yanısıra değişkenlerin ikili olarak normal dağılım gösterdiği de varsayılır (Green, Salkind ve Akey, 1997; Howell, 1987; Knoke ve Bohrnstedt, 1991). Pearson r'sinin hesaplanmasında bir çok yaklaşım kullanılabilmektedir. Burada sadece ham puanları temel alan bir formül tanıtılacaktır. Buna göre X ve Y iki sürekli değişken olmak üzere aralarındaki ilişki miktarı Formül 5.1 ile hesaplanabilir. Formülde n eşleştirilmiş ölçüm çiftinin sayısını, yani denek sayısını gösterir.

$$r = \frac{n\sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{\left[n\sum X^2 - (\sum X)^2\right]\left[n\sum Y^2 - (\sum Y)^2\right]}}$$ **Formül 5.1**

Korelasyon Katsayısının Yorumlanması

Bir korelasyon katsayısı **büyüklüğüne, yönüne** ve **açıklanan varyansa** (determinasyon katsayısına) göre yorumlanabilir.

Korelasyon katsayısının 1.00 olması, tüm noktaların eğimi pozitif olan bir doğru üzerinde olduğunu yani mükemmel pozitif korelasyonu; -1.00 olması tüm noktaların eğimi negatif olan bir doğru üzerinde olduğunu, mükemmel negatif korelasyonu gösterir. Katsayının 0.00 olması ise ilişkinin olmadığını gösterir. Eğer r, 0.30 - 0.70 arasında kalıyor ise, iki değişken arasında orta düzeyde (moderate) bir ilişkinin olduğu söylenebilir. Bu değer, 0.70'den büyük ise yüksek (high) ve 0.30'dan küçük ise düşük (low) düzeyde bir ilişkiyi gösterdiği ifade edilebilir. İlişkinin pozitif tarafı için düşünülen bu yorum, negatif tarafı için de benzer şekilde yapılabilir (Roscoe, 1975).

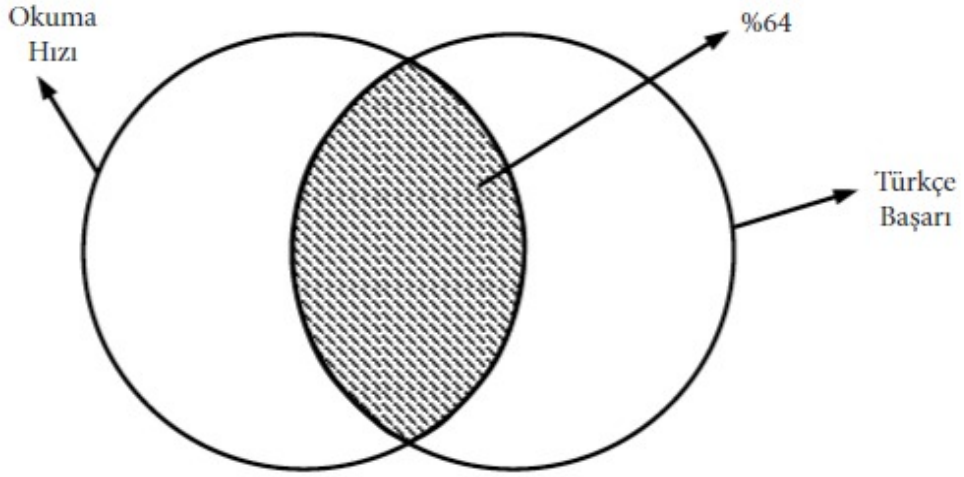
İki değişken arasındaki ilişki miktarının negatif olması, değişkenlerden birine ait ölçümler artarken diğer değişkene ait ölçümlerin azaldığını gösterir. Bu durumda örneğin, Türkçe dersi başarısı ile verilen bir metni okuma hızı arasındaki ilişki negatif bulunmuş ise, bu bulgu Türkçe dersindeki başarının artması durumunda verilen metni ortalama okuma hızının azalacağı şeklinde yorumlanır. Korelasyon katsayısının pozitif çıkması ise, iki değişkenin birlikte değişim yönünün aynı olduğunu yani ölçümlerin her iki değişkende de birlikte arttığını ya da azaldığını anlatır.

Örneğin, Türkçe başarısı ile matematik başarısı arasında pozitif bir ilişki var ise, bu bulgu öğrencinin Türkçe başarısının artması durumunda matematik başarısının da artacağını, düşmesi durumunda da düşeceğini gösterir. Korelasyon katsayısının sıfır olması ise ilişkinin olmadığını gösterir. İki ayrı korelasyon katsayısı miktar yönünden karşılaştırılacaksa mutlak değerleri alınır.

Açıklanan varyans, değişkenlerden birindeki değişmenin ne kadarının diğer değişken tarafından açıklandığını yüzde olarak ifade edebilmemizi mümkün kılar. Değişkenlerin birbirlerinde açıkladıkları varyans miktarı korelasyon katsayısının karesine (r^2) eşit olup, bu değer **determinasyon katsayısı** olarak isimlendirilir (Bryman ve Cramer, 1990; Ferguson ve Takane, 1989; Heiman, 1996). Örneğin, Türkçe başarısı ile okuma hızı arasındaki korelasyon r=0.80 olarak hesaplanmış ise, r^2=0.64'dür. Buna göre, öğrencilerin okuma hızlarındaki toplam varyansın (değişkenliğin) %64'ünün Türkçe dersindeki başarılarından kaynaklandığı ifade

edilebilir. Bunun tersi olarak, öğrencilerin Türkçe dersindeki başarı puanlarında gözlenen değişmenin %64'ünün onların okuma hızlarındaki değişmelerden kaynaklandığı da ifade edilebilir. Bu örnek için açıklanan varyansın grafiği Şekil 5.10'da gösterilmiştir.

Eldeki bilgiler ışığında her iki değişkende gözlenen toplam değişkenlikteki açıklanamayan %36'lık kısmın başka değişkenlerden kaynaklandığı söylenebilir. Sadece iki değişken arasında hesaplanan ilişki katsayısı dikkate alınarak değişkenler arasında bir neden-sonuç ilişkisinden söz edilemez. Yukarıda verilen örnekte olduğu gibi, okuma hızı değişkeninin neden, Türkçe başarısının sonuç olduğunu ya da tersini söylemek doğru olmaz.



Şekil 5.10: *r=.80 İçin Açıklanan Varyans Miktarı*

Örnek 5.1 İki değişken için dört kişiden elde edilen puanlar Tablo 5.6a'da verilmiştir. Çalışma saati (X) ve başarı puanı (Y) arasındaki ilişkiyi açıklayınız.

Tablo 5.6a: *Çalışma Saati ve Başarı Puanları*

Birey	Çalışma Saati (X)	Başarı Puanı (Y)
1	2	3
2	4	5
3	1	1
4	5	3
n=4	$\sum X = 12$	$\sum Y = 12$

Çözüm: Çalışma saati ile başarı puanları arasındaki ilişkiyi açıklamak için Pearson korelasyon katsayısını hesaplayalım. Bunun için Formül 5.1'de geçen X ve Y değerlerinin kareleri toplamları ile XY değerlerinin toplamının bilinmesine ihtiyaç vardır. Bu değerleri bulmak için tablo aşağıda görüldüğü gibi yeniden düzenlenmiştir (Tablo 5.6b).

Tablo 5.6b: *Çalışma Saati ve Başarı Puanları*

Birey	X	X^2	Y	Y^2	XY
1	2	4	3	9	6
2	4	16	5	25	20
3	1	1	1	1	1
4	5	25	3	9	15
n=4	**$\sum X=12$**	**$\sum X^2=46$**	**$\sum Y=12$**	**$\sum Y^2=44$**	**$\sum XY=42$**
	$(\sum X)^2=144$		**$(\sum Y)^2=144$**		

Tablodaki değerleri Formül 5.1'de yerlerine koyalım.

$$r=\frac{4(42)-(12)(12)}{\sqrt{[4(46)-(12)^2][4(44)-(12)^2]}}=\frac{24}{\sqrt{(40)(32)}}=\frac{24}{35.8}=0.67$$

Buna göre X ve Y arasında pozitif ve orta düzeyde bir ilişki vardır. Çalışma saati arttıkça, başarı puanı da artmaktadır. Y'deki X tarafından açıklanan değişkenliğin oranını yorumlamak için r^2 olarak tanımlanan determinasyon katsayısı bulunur. Buna göre $r^2=(0.67)^2=0.4489$'dir. Bu durumda başarı puanındaki (Y) değişkenliğin %44.89'unun çalışma saati (X) tarafından açıklanabildiği söylenebilir. Bu aynı zamanda doğal olarak Y'deki değişkenliğin %55.11'nin X tarafından açıklanmadığını da göstermektedir. Bu bulgu, başarı puanını etkileyen diğer faktörlerin olduğu anlamına gelir. Başarı puanını etkileyen diğer faktörlerin neler olabileceği üzerinde düşünülmelidir.

SPEARMAN BROWN SIRA FARKLARI KORELASYON KATSAYISI (SPEARMAN RHO, r_s)

Spearman rho (r_s), sıralı puanlar kullanılarak ölçülen iki değişken arasındaki doğrusal ilişkiyi açıklar. Sosyal bilimler araştırmalarında Spearman rho'su üç farklı durumda kullanılabilir. **Birincisi**, değişkenlerin miktar olarak ölçülmesinin zor

olduğu, nesne ya da bireye ilişkin yargılar doğrudan sıra değerleri ile gösterildiği durumda. **İkincisi,** bir sıralı değişken ile bir aralıklı veya oranlı değişken arasındaki ilişki bulunmak istendiğinde, aralıklı veya oranlı puanların sıralı puanlara dönüştürülmesi (en yüksek aralıklı veya oranlı ölçüme 1, ikinci en yüksek olana 2 ve bu şekilde sıra değerleri verilerek) gerektiği durumda. **Üçüncüsü** ise, ölçümlerin iki değişken için de en az aralık ölçeğinde olduğu, ancak dağılımın normallik varsayımını karşılamadığı durumda. Bunun için, ölçümler her iki değişken için de sıra değerlerine dönüştürülür (Baykul, 1999; Heiman, 1996; Siegel & Castellan, 1988).

Aşağıda Spearman rho (r_s)'nun formülü verilmektedir.

$$rs = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)} \qquad \textbf{Formül 5.2}$$

Formülde d ($sıra_X$-$sıra_Y$), X ve Y değişkenlerine ait sıralar arasındaki farkı; n ise sıra çiftlerinin sayısını gösterir.

r_s değeri, iki sıra seti arasındaki uyuşma ya da uyuşmazlığın derecesinin bir ölçüsü olarak da tanımlanabilir. Deneklerin iki ayrı değişkenden aldıkları puanların sıralamaları ya da iki gözlemcinin belli bir ölçüte göre denekleri sıralamaları birbirine yaklaştıkça, yani aynı denekler için iki sıra değeri birbirine yakın olursa iki sıra seti için r_s , +1.0'e yaklaşık bir değer alır. Böyle durumlarda sıralar arasındaki fark, ilişki katsayısı +1.0'e yaklaştıkça azalır. Sıralar arasında tam bir uyuşma (perfect agreement) olursa, yani her bir denek iki gözlemcinin sıralamalarında ya da iki değişkende aynı sıra değerini alıyorsa r_s, +1.0'e eşit olur. Aynı deneğe verilen sıra değerlerinden biri yüksekken, diğeri düşükse, yani bir deneğin iki değişkendeki sıra değerleri ya da iki gözlemcinin aynı deneğe verdikleri sıralar farklılaştıkça, sıralar arasındaki uyuşmazlık artar ve r_s, -1.0'e yaklaşık bir değer alır. Tam uyuşmazlık (perfect disagreement) olduğunda, yani deneklerin bir değişkendeki ya da gözlemciden aldığı sıra değeri, diğer değişkende ya da gözlemcide tam tersi ise ilişki katsayısı –1.0'e eşit olur. Deneklerin sıra çiftleri arasında belli bir derecede uyum var ise r_s, 0 ile $\mp$ 1.0 arasında bir değer alır. Sıralar arasında hiç uyuşma (no agreement) yok ise r_s, 0.0'a eşit olacaktır (Elifson, Runyon ve Haber, 1990; Heiman, 1996).

Örnek 5.2 Bir sosyolog olarak karı kocaların evlilik öncesi sosyal sınıflarının aynı olduğuna ilişkin kuvvetli bir yargınız var. Fikrinizi test etmek için 15 çiftten oluşan bir örneklem alarak sosyal sınıf geçmişlerini ölçtünüz. Ölçme sonucunda karı ve koca için ayrı ayrı olmak üzere en yüksek sosyal sınıf puanını alana 1.sırayı vererek sıra değerlerini belirlediniz. Sıra değerleri Tablo 5.7'de verilmiştir. Bu veriler için sıra farkları korelasyon katsayısını bulunuz.

Çözüm. Burada ilk yapılacak işlem, her bir çift için verilen sıra değerlerinin farklarının kareleri toplamını bulmaktır. Bunun için Tablo 5.7'ye sıra farkları (d) ve farkların karesi (d^2) sütunları eklenmiş ve toplamları tabloda gösterilmiştir.

$\sum d$, her ne kadar hesaplamalarda kullanılmazsa da elde edilir. Bu değer hesaplamanın doğruluğunu değerlendirmede kullanılır. Söz konusu değer her zaman sıfıra eşit olmalıdır.

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6(204)}{15(224)} = 1 - \frac{1224}{3360} = 1 - 0.36 = 0.64$$

***Tablo 5.7:** 15 Çifte Ait Sosyal Sınıf Sıra Değerleri*

Hanımın Sırası (X)	Kocanın Sırası (Y)	X-Y=d	d^2
1	4	-3	9
2	2	0	0
3	9	-6	36
4	1	3	9
5	7	-2	4
6	10	-4	16
7	8	-1	1
8	13	-5	25
9	5	4	16
10	3	7	49
11	11	0	0
12	6	6	36
13	12	1	1
14	15	-1	1
15	14	1	1
n=15		**$\sum d$ =0**	**$\sum d^2$ =204**

Analizde r_s =0.64 bulunmuştur. Bu bulgu, 15 karı kocanın evlilik öncesi sosyal sınıf sıralamaları arasında bir uyuşmanın olduğunu gösterir. Buna göre, karı ve kocanın sosyal sınıf sıralamalarının birbirine yakın olduğu söylenebilir.

Bazen, puanların sıra değerlerine dönüştürülmesinde aynı puanlara rast gelinebilir. Böyle durumlarda, aynı puanlara sıra değerleri olarak bu puanlar için öngörülen sıra değerlerinin ortalaması verilir. Başka bir anlatımla aynı puanlar için sıra değeri, verilecek sıra değerlerinin toplamının puan sayısına bölünmesiyle elde edilir. Örneğin, 50, 50, 45, 40, 30 puanlarına sıra değerleri verili-

yor olsun. En yüksek puan (50) iki tane olduğundan bu iki puan için sıra değeri, (1+2)/2=1.5'dir. Sıra değeri 45 için 3, 40 için 4 ve 30 için 5'tir. Aşağıda hem tekrarlı puanların, hem de tekrarlı olmayan ölçümlerin bir arada kullanıldığı örneğe yer verilmiştir.

Örnek 5.3 Bir grup öğrencinin fizik testi sınavı puanları ile öğrencilerin sınavı bitirme sıraları aşağıda verilmektedir. Bu iki değişken arasındaki ilişki katsayısını hesaplayınız.

Bitirme Sırası	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Sınav puanı	90	74	74	60	68	86	92	60	78	74	78	64

Çözüm. Problemde öğrencilerin sınav kağıtlarını öğretmene teslim etme durumları sıralanmış olarak verildiği için, bu değişkene ilişkin değerlere ayrıca sıra değeri vermeye gerek yoktur. İkinci değişken olan sınav puanlarına sıra değerleri verebilmek için puanlar yüksekten düşüğe doğru sıraya dizilir, daha sonra en yüksek puana 1 verilerek sıra değerleri elde edilir. Sınav puanlarına sıra değerlerinin verilmesine ilişkin işlemler aşağıda gösterilmiştir.

Sınav puanı	92	90	86	78	78	74	74	74	68	64	60	60
Sıra Değeri	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
				4.5	4.5	7	7	7			11.5	11.5

Tablo 5.8'de birinci sütuna fizik testi sınav puanlarının sıra değerleri yerleştirilmiştir. İkinci sütuna ise, her bir öğrencinin sınav puanlarına ilişkin sıra değerlerine karşılık gelen sınavı bitirme sıraları konulmuştur. Örneğin fizik puanı 92 olan öğrencinin sıra değeri 1 olup, bu öğrencinin sınavı bitirme sırası 7'dir. Şimdi, Formül 5.2'ye göre Tablo 5.8'deki değerleri kullanarak r_s'yi hesaplayalım.

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n-1)} = 1 - \frac{6(247)}{12(143)} = 1 - \frac{1482}{1716} = 1 - 0.86 = 0.14$$

Tablo 5.8: *Fizik Sınavı Puanı Sıraları İle Sınavı Bitirme Sıraları Ve Sıra Farkları*

Fizik Puanı Sırası	Sınavı Bitirme Sırası	Fark (d)	d^2
1	7	-6	36.00
2	1	1	1.00
3	6	-3	9.00
4.5	9	-4.5	20.25
4.5	11	-6.5	42.25
7	2	5	25.00
7	3	4	16.00
7	10	-3	9.00
9	5	4	16.00
10	12	-2	4.00
11.5	4	7.5	56.25
11.5	8	3.5	12.25
n=12		$\sum d=0$	$\sum d^2=247.00$

Bu iki değişken arasında hesaplanan korelasyon katsayısı $r_s=0.14$ düşüktür. Bu bulgu, fizik sınavını önce bitiren öğrencilerin sınav puanlarının yüksek olmayabileceğini gösterir.

NOKTA ÇİFT SERİLİ KORELASYON KATSAYISI (r_{pb})

Bazen sürekli ve en az bir aralık ölçeğindeki bir değişkenin puanları (Y) ile sadece iki kategorisi olan gerçek süreksiz bir değişkenin puanları arasındaki ilişkiyi incelemek isteyebiliriz. Nokta çift serili korelasyon katsayısı, biri sürekli, diğeri iki kategorili olan gerçek bir süreksiz değişken arasındaki doğrusal ilişkiyi açıklama olanağı verir. Nokta çift serili korelasyon katsayısı, aşağıda verilen formül yardımıyla hesaplanabilir:

$$r_{pb} = \left(\frac{\overline{Y}_p - \overline{Y}_q}{S_y} \right) \sqrt{pq} \qquad \textbf{Formül 5.3}$$

p, süreksiz değişkenin oluşturduğu gruplardan birinde yer alan deneklerin toplam denek sayısı içindeki oranını, $\overline{Y}_p$, ise bu denekler için Y değişkenine ilişkin ortalamayı; q, ikinci grup için aynı oranı ve $\overline{Y}_q$, ise bu gruptaki deneklerin Y değişkeni ortalamasını gösterir.

Örnek 5.4 Tablo 5.9'daki veriler için cinsiyet ile kişilik testinden alınan puanlar arasındaki ilişkiyi bulunuz.

Çözüm. Cinsiyetin iki kategorisi olan erkek ve kız öğrenciler için bazı sayılar kullanabiliriz. Bunlar herhangi bir sayı olabilir. En kolayı, erkek için 1 ve kız için 2 değeri vermektir. Burada r_{pb}, kişilik testi puanlarının cinsiyet ile nasıl eşleştiğini açıklar.

Tablo 5.9: *Cinsiyete Göre Kişilik Testi Puanları*

Denek	Cinsiyet X	Kişilik Testi Puanı Y		Y^2
	Erkek			
1	1	50	$\sum Y_p = 182$	2500
2	1	38		1444
3	1	41		1681
4	1	53	$\overline{Y}_p = 45.50$	2809
	Kız			
5	2	60	$\sum Y_q = 321$	3600
6	2	50		2500
7	2	44		1936
8	2	68	$\overline{Y}_q = 53.50$	4624
9	2	53		2809
10	2	46		2116
n=10	**p= 4/10=0.40** **q=6/10=0.60**	$\sum Y = 503$		$\sum Y^2 = 26019$

Bu örnekte p, erkeklerin oranı ve $\overline{Y}_p$ erkeklerin kişilik testi puanlarının ortalamasını gösterir. q, kızların oranı ve $\overline{Y}_q$ ise kızların kişilik testi puanlarının ortalamasını gösterir. Sy, grup ayırımı yapılmaksızın (tüm puanlar için) kişilik testi puanlarının standart sapmasıdır. Tablo 5.9'da erkek ve kızların kişilik testi puanları verilmektedir. Ayrıca bu tabloda r_{pb} hesaplama formülü için gerekli işlemler de gösterilmektedir.

r_{pb}'yi bulmak için Tablo 5.9'da hesaplanan değerleri formülde yerlerine koyalım. Ancak bunun için önce S_y'yi Formül 3.8'de X yerine Y (kişilik testi puanı) kullanarak hesaplayalım.

$$S_y = \sqrt{\frac{n\sum Y^2 - (\sum Y)^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{10(26019) - (503)^2}{10(10-1)}}$$

$$S_y = \sqrt{\frac{(260190) - (253009)}{90}} = \sqrt{\frac{7181}{90}} = 8.93$$

Hesaplanan standart sapma değerini formüldeki diğer terimlerle birlikte yerine koyalım.

$$r_{pb} = \left(\frac{45.50 - 53.50}{8.93}\right)\sqrt{(0.40)(0.60)} = \frac{-8}{8.93}\sqrt{0.24}$$

$r_{pb} = (-0.90)\ (0.49) = -0.44$

Burada korelasyon katsayısı negatif çıkmıştır, ancak bu değer yorumlanırken mutlak değeri alınmalıdır. Çünkü r_{pb}'nin negatif veya pozitif çıkması verilerin düzenlenmesi ile ilgilidir. Örneğin, başlangıçta kızların oranı p olarak belirlenmiş olsaydı, Formül 5.3'te verilen ($\overline{Y}_p$ - $\overline{Y}_q$) değeri pozitif çıkardı (53.5–45.5=8).

$r_{pb} = |-0.44| = 0.44$'dür. Buna göre, cinsiyet ile kişilik testi puanları arasında orta düzeyde bir ilişki olduğu söylenebilir.

ÇİFT SERİLİ KORELASYON KATSAYISI (r_b)

Çift serili korelasyon katsayısı, sürekli bir değişken ile gerçekte sürekli, ancak yapay olarak iki kategorili süreksiz bir duruma getirilen bir değişken arasındaki ilişkinin miktarını hesaplamada kullanılır. Bu korelasyon eğitimde başarı testlerinin geliştirilmesinde, ayırt etme gücü (başarılı öğrenci ile başarısız öğrenciyi ayırma kuvveti) yüksek olan maddelerin seçiminde sıkça başvurulan tekniklerden biridir. Bu kapsamda, testin toplamından alınan puan (sürekli değişken) ile tes-

tin her bir maddesinden alınan puan (0 ya da 1) arasındaki ilişki bulunur. Testte maddeye verilen doğru cevaba 1 ve yanlış, boş bırakılan ya da birden fazla işaret düşülen cevaba 0 puanı verilir. Burada soruyu cevaplama gücü gerçekte 0 ile 1 arasında değişir; ancak uygulamada madde puanları 1 ve 0 olmak üzere iki kategorili bir değişkeni gösterir (Arıcı, 1993; Baykul, 1999).

Öğrencilerin okula uyum testi puanları ile akademik olarak başarılı ya da başarısız olma durumları arasındaki ilişki miktarını hesaplamak için de r_b'yi kullanırız. Okula uyum testi puanları sürekli bir değişkeni göstermektedir. Akademik başarı ya da başarısızlık gerçekte sürekli bir değişken olmasına karşın, belli bir başarı düzeyi esas alınarak öğrenciler başarılı yada başarısız olmak üzere iki kategoriye ayrılmaktadır. Bir diğer deyişle akademik başarı değişkeni yapay olarak süreksizleştirilmektedir.

Çift serili korelasyon katsayısını hesaplamada aşağıdaki formül kullanılabilir.

$$r_b = \left(\frac{\overline{Y}_p - \overline{Y}_q}{S_Y} \right) \frac{pq}{y} \qquad \textbf{Formül 5. 4}$$

p, süreksiz değişkenin birinci kategorisindeki ölçüm sayısının toplam içindeki oranı; q ise ikinci kategori için aynı oranı verir. $\overline{Y}_p$ ve $\overline{Y}_q$, yapay süreksiz değişkene ait iki kategorinin sürekli değişken için ortalamalarını; S_Y, sürekli değişkene ait tüm ölçümlerin standart sapmasını; y, normal dağılım eğrisi altında kalan alanda p ve q'yu ayıran noktanın ordinat yüksekliğini göstermektedir. Burada p, başarılı bir grubun oranını tanımlıyorsa ve bu grubun ilgilenilen değişkendeki ortalama puanı başarısız grubun ortalamasından daha yüksek ise korelasyon daima pozitif çıkacaktır. Aksi durumda korelasyon negatif bir değer alacaktır. y değerlerini ve aynı zamanda (pq/y) değerini bulmada EK D'deki tablodan yararlanılabilir (Roscoe, 1975).

Örnek 5.5 Aşağıda 20 öğrencinin bir matematik testinden aldıkları toplam puanlar ile o testteki ikinci maddeye ait puanları verilmiştir. Madde puanı ile test puanı arasındaki ilişki miktarını bulunuz (ikinci maddeyi yanlış cevaplayanlar 0, doğru cevaplayanlar 1 ile kodlanmıştır).

Madde Puanı	Test Puanı	Madde Puanı	Test Puanı	Madde Puanı	Test Puanı	Madde Puanı	Test Puanı
1	80	0	50	1	40	1	70
1	60	1	70	1	55	0	60
0	40	1	50	0	40	1	70
1	60	1	55	0	50	0	40
1	55	0	60	1	65	1	70

Çözüm. Madde puanı ile test puanı arasındaki ilişkiyi hesaplayabilmek için öncelikle verilerin düzenlenmesinde yarar vardır. Bu amaçla maddeyi doğru ve yanlış cevaplayanlara ait veri çiftleri bir araya getirilerek Tablo 5.10 oluşturulmuştur.

Maddeyi doğru cevaplayan öğrenci sayısı 13 iken, yanlış cevaplayanlar 7 kişidir. Probleme ilişkin p ve q değerleri ile maddeyi doğru ve yanlış cevaplayanların test puan ortalamaları hesaplanarak Tablo 5.10'da gösterilmiştir.

Tablo 5.10: *Matematik Testi ve Testteki İkinci Maddeye Ait Puanlar*

Madde Puanı	Test Puanı		Madde Puanı	Test Puanı	
1	80		0	40	
1	60		0	50	
1	60	$p=\frac{13}{20}=0.65$	0	60	$q=\frac{7}{20}=0.35$
1	55		0	40	
1	70		0	50	
1	50	$\overline{Y}_p=\frac{800}{13}=61.54$	0	60	
1	55		0	40	$\overline{Y}_q=\frac{340}{7}=48.57$
1	40				
1	55				
1	65				
1	70				
1	70				
1	70				
		$\sum Y=1140$		$\sum Y^2=67600$	

EK D'de yer alan tablo incelendiğinde p ve q için ordinatın y=0.37 ve $\frac{pq}{y}$ =0.614 olduğu görülmektedir.

Matematik test puanlarının (Y) standart sapmasını Formül 3.8'de X yerine Y kullanarak hesaplayalım.

$$S=\sqrt{\frac{n\sum Y^2-\left(\sum Y\right)^2}{n(n-1)}}=\sqrt{\frac{20(67600)-(1140)^2}{20(20-1)}}$$

$$S=\sqrt{\frac{1352000-1299600}{380}}=\sqrt{\frac{52400}{380}}=\sqrt{137.89}=11.74$$

Şimdi bulunan değerleri Formül 5.4'te yerine koyarak r_b'yi hesaplayalım.

$$r_b=\left(\frac{\overline{Y}_p-\overline{Y}_q}{S_Y}\right)\frac{pq}{y}=\frac{(61.54)-(48.57)}{11.74}=(1.1)(0.614)=0.67$$

Buna göre matematik testi puanı ile ikinci maddeden alınan puanlar arasında orta düzeyde bir ilişkiden bahsedilebilir. Bu korelasyon katsayısı madde ayırt ediciliği bakımından yorumlanmak istenirse, maddenin başarılı ve başarısız öğrencileri ayırt ettiği şeklinde yorumlanabilir. İlişki miktarı 0'a yaklaştıkça maddenin ayırt etme düzeyi düşecektir.

Örnek 5.6 Yüksek lisansa kayıt yaptıran öğrencilerden %60'ı eğitimini tamamlarken, kalan kısmı bu eğitimini tamamlayamamışlardır. Öğrencilerin IQ puanlarının ortalaması anılan eğitimi tamamlayanlarda 120, tamamlayamayanlarda ise 110'dur. IQ puanlarının standart sapması 15 olduğuna göre, IQ puanı ile yüksek lisans eğitimini bitirip bitirmeme arasındaki ilişkinin miktarını bulunuz.

Çözüm. Öğrenimini başarıyla tamamlayanların oranı, p=0.60 olduğuna göre başarısız olanların oranı q=0.40'dır. Bu iki değer için (pq/y)=0.621'dir (EK D). Verilen ve bulunan değerleri Formül 5.4'te yerine koyalım.

$$r_b=\frac{(120)-(110)}{15}(0.621)=0.41\text{'dir.}$$

DÖRTLÜ (PHI) KORELASYON KATSAYISI

Dörtlü korelasyon katsayısı, sınıflama ölçeğinde ölçülmüş iki kategorili (düzeyli) süreksiz iki değişken arasındaki ilişkinin incelenmesinde kullanılan bir tekniktir. Başka bir anlatımla bu teknik, 2x2'lik bir veri matrisine (çapraz tabloya) sahip olunduğu durumda kullanılan bir korelasyon tekniğidir. Hesaplanmasının kolay oluşundan dolayı son derece kullanışlıdır. Dörtlü korelasyon katsayısı ϕ sembolü ile gösterilir ve aşağıda gösterilen 2x2'lik bir çapraz tablo için Formül 5.5 kullanılarak hesaplanır.

	Y1	Y2	
X1	a	b	a+b
X2	c	d	c+d
	a+c	b+d	n

$$\phi = \frac{cb - ad}{\sqrt{(a+c)(b+d)(a+b)(c+d)}} \qquad \textbf{Formül 5.5}$$

Phi korelasyon katsayısının hesaplanmasında kullanılan formüldeki "pay" değerinin bulunmasında temel olan nokta, tabloda sol alt ile sağ üst gözenek frekanslarının çarpımından (yukarıdaki örnek için cxb), sol üst ve sağ alt gözenek frekanslarının çarpımının (yukarıdaki örnek için axd) çıkartılmasıdır. Bu kurala dikkat etmek koşuluyla hangi gözeneğe hangi harfin verildiğinin bir önemi yoktur. Bu teknik sonucu elde edilen korelasyon değerinin pozitif ya da negatif olmasının bir anlamı yoktur. Çünkü, "pay" değeri ve buna bağlı olarak da korelasyon katsayısının işareti, değişkenlerin düzeylerinin (kategorilerinin) tabloda yerleştirilme şekline göre pozitif veya negatif çıkabilir. Bu nedenle elde edilen korelasyon katsayısı mutlak değeri alınarak rapor edilir ve yorumlanır.

Örnek 5.7 Kişilik tipleri (A ve B tipi) ile kaygı bozuklukları yaşayıp yaşamama durumu arasında ilişkinin araştırıldığı bir çalışmada 100 A tipi ve 120 B tipi kişilik tanımlanmıştır. Toplam 220 bireyin katıldığı çalışmada, A tipi kişiliğe sahip olanların 70'inde, B tipi kişiliğe sahip olanların ise 20'sinde kaygı bozukluğu yaşandığı gözlenmiştir. Buna göre kişilik tipi ile kaygı bozukluğu yaşama durumu arasındaki korelasyonu hesaplayınız.

Çözüm. Bu iki değişken de iki düzeyli (kategorili) süreksiz birer değişken olup, veri matrisi aşağıdaki gibi gösterilebilir ve değişkenler arasındaki korelasyon için Formül 5.5 kullanılır.

Kişilik Tipi	Kaygı Bozukluğu		Satır Toplamları
	Yaşıyor	Yaşamıyor	
A Tipi	70 (a)	30 (b)	a+b=100
B Tipi	20 (c)	100 (d)	c+d=120
Sütun Toplamları	a+c=90	b+d=130	Genel Toplam=220

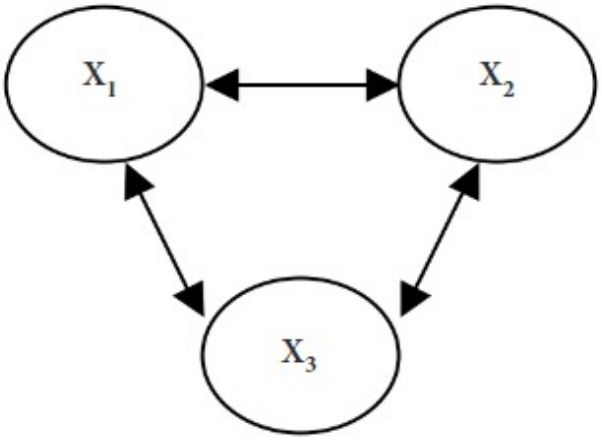
Yukarıdaki örnekteki verileri Formül 5.5'de yerlerine koyacak olursak:

$$\phi = \frac{(20)(30) - (70)(100)}{\sqrt{(90)(130)(100)(120)}} = -0.54 \text{ bulunur.}$$

Burada elde edilen katsayının negatif olmasının, sadece değişkenlerin düzeylerinin kodlanmasıyla, başka bir anlatımla tabloda yerleştirilmesiyle ilgili olduğunu daha önce belirtmiştik. Dolayısıyla korelasyonun 0.54 olduğu, yani kişilik tipleri ile kaygı bozuklukları arasında orta düzeyde bir ilişkinin olduğu söylenebilir.

KISMİ KORELASYON

İki değişken arasındaki ilişki sadece bu iki değişkenden kaynaklanabileceği gibi, bu iki değişkenle ilişkili olan bir ya da daha çok değişkenden de kaynaklanabilir. Bir ya da daha çok değişkenin yol açtığı varyansların kontrol edilmesiyle hesaplanan iki değişken arasındaki doğrusal ilişkiye kısmi korelasyon denir. X ve Y değişkenleri ile ilişkili olan bir Z değişkenin olduğu durumda, Z değişkeninin kontrol edilerek X ve Y değişkenleri arasındaki ilişkinin hesaplanması kısmi korelasyona bir örnektir. Kısmi korelasyonun hesaplanabilmesi için (a) aralarında ilişki araştırılan değişkenler ile, bu değişkenlerdeki varyanslarının sabitleneceği kontrol değişkenlerinin sürekli olması, b) analize dahil edilecek tüm değişkenlerin normal dağılım göstermesi gerekmektedir. Aşağıda X_1, X_2 ve X_3 gibi üç değişken arasındaki ilişkiyi gösteren bir şema verilmiştir. X_1 ve X_2 arasındaki ilişki araştırılacaksa, bu iki değişkenle ilişkili olan X_3'ün kontrol edilmesi uygun olacaktır. Çünkü, hem X_1 hem de X_2'deki varyansın içinde X_3'ün payı vardır. X_3'ün X_1 ve X_2 değişkenlerinde yol açtığı varyanslar kontrol edilmeden hesaplanacak ikili korelasyonun sadece bu iki değişkenden kaynaklanmayacağı açıktır.



Şekil 5.11: *X_1, X_2 ve X_3 Değişkenleri Arasındaki İlişki*

Örneğin gelir ile üniversite başarısı arasındaki ilişkinin araştırıldığı bir problemi düşünelim. Araştırmacı bu iki değişkenle IQ arasında bir ilişki olduğunu düşünmektedir. Burada, "IQ'su yüksek olanlar üniversitede daha başarılı olup, daha iyi ücret alırlar mı?" sorusu akla gelmektedir. Bu durumda, gelir ile üniversite başarısı arasındaki ilişkinin hesaplanmasında uygun olan istatistik kısmi korelasyondur. Analizde IQ değişkeni, gelir ve üniversite başarısı değişkenlerinde yol açtığı varyans sabitlenecek yani kontrol edilecek değişkendir.

Bir değişkenin kontrol edildiği durum için kısmi korelasyon katsayısı "$r_{12.3}$" sembolü ile gösterilir. r'nin altında noktadan önce gösterilen iki sayı, ilişkisi araştırılan iki değişkeni, noktadan sonraki sayı ise kontrol edilen yani sabit tutulan değişkeni gösterir. Elle hesaplamalarda, kısmi korelasyon için değişkenler arasındaki basit "pearson r" değerleri kullanılır. Kısmi korelasyonun, üç değişken arasındaki ikili korelasyonların bir fonksiyonu olduğunu gösteren formül aşağıda verilmektedir.

$$r_{123} = \frac{r_{12} - r_{13}r_{23}}{\sqrt{\left(1 - r_{13}^2\right)\left(1 - r_{23}^2\right)}} \qquad \textbf{Formül 5.6}$$

Örnek 5.8 Aşağıda daha önce söz edilen IQ değişkeni kontrol edildiğinde gelir ve başarı arasındaki kısmi korelasyon örneğine ait veriler sunulmaktadır.

Gelir (X_1)	Başarı(X_2)	IQ (X_3)
4	2	4
3	4	1
6	6	5
1	1	2
5	3	3

Çözüm. Gelir, başarı ve IQ arasındaki ilişkileri gösteren ikili korelasyon katsayıları şunlardır:

r_{12}=0.757(gelir ve başarı),

r_{13}=0.740 (gelir ve IQ) ve

r_{23}=0.411(başarı ve IQ)

Bu değerler Formül 5.6'da yerlerine konulduğunda,

$$r_{12.3} = \frac{0.757 - (0.740)(0.411)}{\sqrt{(1 - 0.740^2)(1 - 0.411^2)}} = 0.739 \text{ bulunur.}$$

Buna göre IQ' dan bağımsız olarak gelir ve başarı arasındaki korelasyon, 0.739'dur. Elde edilen sonucun IQ değişkeninin bu iki değişken üzerindeki etkisinin kontrol edilmediği durumda hesaplanan korelasyon katsayısından (0.757) farklı olduğu görülmektedir.

X, Y ve Z değişkenleri ile ilgili olarak XY, XZ ve YZ korelasyonları hesaplanmış olsun. X ve Y arasındaki kısmi korelasyonun, Z'nin etkisinin kaldırılması (sabit tutulması) ile hesaplanması durumunda aşağıdaki genel formül kullanılır (Lowry, 2000) :

$$r_{XY.Z} = \frac{r_{XY} - (r_{XZ})(r_{YZ})}{\sqrt{\left(1 - r_{XZ}^2\right)\left(1 - r_{YZ}^2\right)}} \qquad \textbf{Formül 5.7}$$

X ve Z arasındaki kısmi korelasyonun, Y'nin etkisinin kaldırılması ile hesaplanması için gereken formül aşağıda verilmektedir:

$$r_{XZ.Y} = \frac{r_{XZ} - (r_{XY})(r_{YZ})}{\sqrt{\left(1 - r_{XY}^2\right)\left(1 - r_{YZ}^2\right)}} \qquad \textbf{Formül 5.8}$$

Y ve Z arasındaki kısmi korelasyon için, X' in sabit tutulması ile kullanılan formül aşağıdaki gibidir:

$$r_{YZ.X} = \frac{r_{YZ} - (r_{XY})(r_{XZ})}{\sqrt{\left(1 - r_{XY}^2\right)\left(1 - r_{XZ}^2\right)}} \qquad \textbf{Formül 5.9}$$

ÇOKLU KORELASYON (R)

Sosyal bilimlerin temel amacı insan davranışlarını, sosyal olayları önce anlamak sonra açıklamaktır. İnsan davranışlarını tek bir değişkenle açıklamak mümkün değildir. Örneğin, akademik başarıyı sadece yetenek ile açıklamak yetersiz olacaktır. Çünkü, yapılan araştırmalar yeteneğin akademik başarıda yol açtığı varyansın, toplam varyansın dikkate değer olmakla birlikte küçük bir bölümünü oluşturduğunu göstermiştir. Bu iki değişken arasındaki korelasyonun .40 olduğunu varsayarsak, yeteneğin akademik başarıda yol açtığı varyansın %16 olduğu, kalan %84'lük varyansın ise kaynağının belli olmadığı söylenebilir. Açıklanan varyansı arttırmanın ya da açıklanamayan varyansı azaltmanın temel yollarından biri, yeteneğin dışında tutum gibi psikolojik değişkenlerle, sosyo-ekonomik bazı değişkenlerin analize dahil edilmesidir. Başka bir anlatımla akademik başarıyı, çok sayıda değişkenin bir fonksiyonu olarak açıklamaya çalışmak daha uygun bir yaklaşım olacaktır. Ancak uygulamada bağımlı değişken olarak ele alınacak bir değişken ile sınırlı sayıdaki değişken arasındaki ilişkinin incelenmesi mümkün olabilmektedir. Önemli olan bağımlı değişkendeki varyansın dikkate değer bir kısmını açıklayabilen sayıda bağımsız değişkeni analize dahil edebilmektir.

Çoklu korelasyon, k tane bağımsız değişkenin doğrusal bir kombinasyonu ile bir bağımlı değişken arasındaki ilişkinin incelenmesinde kullanılan bir teknik olup, "R" sembolü ile gösterilir.

R, 0.00 ile 1.00 arasında değer alır. R değeri sıfır olduğunda, yordayıcı değişkenler yordanan değişkene ilişkin varyansı hiç açıklamazken, R değerinin 1 ol-

ması, yordanan değişkene ilişkin tüm varyansın açıklandığı anlamına gelir. Aynı mantık, çok sayıda yordayıcı değişkeni de içerecek şekilde genişletilebilir. Yani yordayıcı değişken sayısı ikiden fazla olabilir. İki yordayıcı değişken ile bir bağımlı değişken arasındaki çoklu korelasyonun hesaplanmasında aşağıdaki formülden yararlanılabilir:

$$R_{Y.X1X2} = \sqrt{\frac{r^2XY1 + r^2YX2 - 2r_{YX1}r_{YX_2}r_{X1X2}}{1 - r^2_{X1X2}}} \qquad \textbf{Formül 5.10}$$

Örnek 5.9 Tablo 5.11'de, bir ruh sağlığı kliniğine başvuran 10 hastanın "tedavi gördüğü hastalığın şiddeti (1:çok hafif, 10:çok ağır) (X_1); sağlık sigortası tarafından ödenebilecek maksimum miktar (bin dolar olarak) (X_2) ve tedavi süresi (gün olarak) (Y) değişkenlerine ilişkin veriler, değişkenlere ilişkin betimsel istatistikler ve değişkenler arasındaki ikili korelasyonlar verilmiştir.

Tablo 5.11: *Çoklu Korelasyon İçin Hipotetik Veriler*

Hastalığın Şiddeti (X_1)	**Sağlık Sigortası Ödemesi (X_2)**	**Tedavi Süresi (Y)**
5	25	20
3	0	10
7	150	120
5	20	80
4	0	2
10	10	60
6	20	60
8	10	30
5	15	60
8	100	120
$\overline{X}_1 = 6.10$	$\overline{X}_2 = 35.00$	$\overline{Y} = 56.20$
Sx_1=2.02	Sx_2=47.01	S_Y=39.77
	r_{x1Y}= .51	
	r_{x2Y}= .83	
	r_{x1x2}= .33	

Çözüm Tablo 5.11'de verilen değerler Formül 5.10'da yerine konulduğunda çoklu korelasyon katsayısı:

$$R_{Y.x1\,x2} = \sqrt{\frac{.51^2 + 83^2 - 2(.51)(.83)(.33)}{1 - .33^2}}$$

$R_{Y.x1\,x2}$= .87'dir.

ÖZET

- Bir değişkendeki puanlar değiştikçe, diğer değişkendeki puanlar tutarlı bir biçimde değişme gösteriyorsa, bu iki değişken arasında bir ilişki söz konusudur. Öyle ki Y'nin bir değeri X'in bir değeri ile ilişkili olma eğilimindedir. Buna karşılık X puanları değişirken Y puanları tutarlı bir değişim örüntüsü oluşturmazsa ilişki yoktur.
- Korelasyonel bir çalışmada, araştırmacı değişkenleri ölçer fakat manipule etmez. Bu tür bir çalışmada bir ilişkinin varlığı, iki değişken arasında nedensel bir ilişki olduğu anlamına gelmez. Bir başka değişle korelasyonel araştırmalarda nedensellikten bahsetmek mümkün değildir.
- Doğrusal ve doğrusal olmayan iki tip ilişki vardır. **Pozitif doğrusal ilişkide** X puanları arttıkça Y puanları artma eğilimindedir. **Negatif doğrusal ilişkide** X puanları arttıkça Y puanları azalma eğilimindedir. **Doğrusal olmayan bir ilişkide** X puanları arttıkça Y puanları ne sadece artacak ne de azalacaktır.
- **Saçılma diyagramı,** X ve Y puanlarının her bir çiftinin iki eksenli düzlemdeki yerini gösterir. Bir saçılma diyagramı bir regresyon doğrusu çizilerek özetlenebilir. Yatay bir regresyon doğrusu veren daire ya da elips şeklindeki saçılma diyagramları ilişkinin olmadığını gösterir.
- X değeri arttıkça Y değerlerinin arttığını gösteren eğimli elips şeklindeki saçılma diyagramları, pozitif doğrusal ilişkiyi; X'in artıp Y'nin azaldığı durumu gösteren eğimli elips şeklindeki saçılma diyagramları, negatif doğrusal ilişkiyi; eğimsiz elips şeklindeki saçılma diyagramları ise ilişkinin olmadığını gösterir. Örneğin U şeklinde olan kavisli saçılma diyagramları doğrusal olmayan bir ilişkiyi gösterir.
- Bir **korelasyon katsayısı** ilişkinin gücünü (miktarını) ve yönünü açıklayan bir istatistiktir. Pozitif bir korelasyon katsayısı pozitif bir doğrusal ilişki olduğunu; negatif bir korelasyon katsayısı ise negatif doğrusal bir ilişki olduğunu gösterir.

- Bir korelasyon katsayısının mutlak değeri 0.0 (doğrusal bir ilişki yok) ya da 1.0 (mükemmel doğrusal bir ilişki) olabilir. Korelasyon katsayısının mutlak değeri ilişkinin gücünü gösterir. Katsayı ± 1.0'eşit olduğunda, Y'nin bir değeri X'in bir ve sadece bir değeri ile eşleşir ve bu durumda eğer bir deneğin X puanını bilirsek Y puanını mükemmel derecede yordayabiliriz. Mutlak değeri küçük olan bir korelasyon katsayısı, X'in belli bir değeri ile ilişkili olan Y'lerdeki değişkenliğin ya da yayılmanın büyük olduğunu gösterir.
- Katsayının büyük olan bir mutlak değeri, göreli olarak dar bir saçılma diyagramı gösterir ve veri noktalarının çoğu regresyon doğrusuna yakındır. Katsayının küçük bir değeri geniş bir saçılma diyagramı gösterir ve bu durumda veri noktalarının çoğu regresyon doğrusundan uzaktır.
- **Pearson korelasyon katsayısı** (r), en az aralık ölçeğinde olan iki sürekli değişken arasındaki doğrusal bir ilişkiyi açıklamak amacıyla kullanılır.
- **Spearman sıra farkları korelasyon katsayısı** (r_s), en az sıralamalı ölçek üzerinde ölçülen iki değişken arasındaki doğrusal ilişkiyi açıklar.
- **Nokta çift serili korelasyon katsayısı** (r_{pb}), iki kategorili gerçek süreksiz bir değişken ile en az aralık ölçeğinde ölçülen bir değişken; **çift serili korelasyon katsayısı** (r_b), iki kategorili yapay süreksiz bir değişken ile en az aralık ölçeğinde ölçülen sürekli bir değişken arasındaki doğrusal bir ilişkiyi açıklamada kullanılır.
- **Dörtlü (Phi) korelasyon katsayısı,** her iki değişken de iki kategorili ve süreksiz değişken olduğunda (2x2'lik bir çapraz tablo) kullanılır. ϕ korelasyon değerinin negatif veya pozitif olmasının bir anlamı yoktur. Bu sadece oluşturulan çapraz tabloda değişkenlere ilişkin kategorilerin tabloya yerleştirilmesi ile ilgilidir. Bu nedenle elde edilen korelasyon katsayısı, mutlak değeri alınarak yorumlanır.
- Bir ya da daha fazla değişkenin sabit tutulması yani kontrol edilmesi ile, iki değişken arasındaki doğrusal ilişkinin hesaplanmasına **kısmi korelasyon** ($r_{12.3}$) denir. Analiz tüm değişkenlerin sürekli olmasını ve normal dağılım göstermesini gerektirir. Üçüncü değişkenin kontrol edildiği durumda iki değişken arasındaki kısmi korelasyon katsayısı "$r_{12.3}$" ile gösterilir. Elle hesaplamalarda, kısmi korelasyon için değişkenler arasındaki basit "pearson r" değerleri kullanılır. Kısmi korelasyon, değişkenler arasındaki ikili korelasyonların bir fonksiyonudur.

- **Çoklu korelasyon** ($R_{Y.XZ}$), K sayıda bağımsız değişkenin doğrusal bir kombinasyonu ile bir bağımlı değişken arasındaki ilişkinin hesaplanmasında kullanılan bir korelasyon yöntemidir.

ALIŞTIRMA SORULARI

1. Bir deneysel ve bir korelasyonel çalışma arasında, araştırmacının a) veri toplaması ve b) ilişkiyi açıklaması bakımından ne gibi farklar vardır?
2. Bir korelasyon katsayısı hesaplamanın avantajı nedir?
3. Korelasyonel çalışmalarda nedensel bir ilişki sonucuna varılamamasının nedenini açıklayınız.
4. Bir korelasyon katsayısı ile açıklanan doğrusal bir ilişkinin özelliği nedir?
5. Aşağıdakilerden her biri için ilişkinin niteliğini açıklayınız.
   a) Ağır jokeyler (X), daha az at yarışı kazanırlar (Y).
   b) Haftalık olarak egzersiz süresi (X) arttıkça, daha fazla kilo (Y) verilir.
   c) Matematik dersindeki başarı düzeyi (X) düştükçe, Türkçe dersindeki başarı düzeyi de (Y) düşmektedir.
6. "İnsanların ayıların yaşadıkları bölgelere gitmelerini durdurabiliriz. Böylece ayı popülasyonunu koruyabiliriz" sonucu nasıl bir ilişkiye işaret eder? Buna göre problem nedir?
7. Bir grup denek için matematik testindeki hata sayısı (X) ile deneklerin performanslarından memnuniyet düzeyine (Y) ilişkin ölçümler aşağıda verilmiştir. Bu iki değişken arasındaki ilişki hakkında ne söylenebilir?

Denek	Hata Sayısı (X)	Memnuniyet (Y)
1	9	3
2	8	2
3	4	8
4	6	5
5	7	4
6	10	2
7	5	7

8. Aşağıdaki veriler, deneklerin kolejden mezun olup / olmaması (E/H) ve bu kişilerin kendine saygı ölçeğinden aldıkları puanları göstermektedir. Burada iki değişken arasındaki doğrusal ilişkinin derecesi nedir?

Denek	Kolej Mezunu	Kendine Saygı Ölçeği Puanı
1	E	8
2	E	7
3	E	12
4	E	6
5	E	10
6	H	2
7	H	8
8	H	6
9	H	1
10	H	9

9. Aşağıdaki veriler 5 öğrencinin iki testten aldıkları puanlardır. Bu iki test puanı arasındaki Pearson r'sini hesaplayınız.

Öğrenci	Test X	Test Y
A	5	1
B	5	3
C	5	5
D	5	7
E	5	9

10. Aşağıdaki verilerde X puanları deneklerin birinci sınıftaki sıralamasını, Y puanları ise ikinci sınıftaki sıralamasını gösteriyor. İki sınıftaki başarı sıralamaları arasındaki ilişkinin düzeyi nedir?

Denek	1. Sınıf (X)	2. Sınıf (Y)
1	2	3
2	9	7
3	1	2
4	5	7
5	3	1
6	7	8
7	4	4
8	6	5
9	8	6

11. Bir hemşirenin bir ay içindeki iş devamsızlığı (Y) ile onun psikolojik tükenmişlik ölçeği puanları (X) arasındaki ilişkiyi bilmek istiyorsunuz. Aşağıdaki verilerden ne gibi bir sonuç çıkartabilirsiniz?

Denek	Tükenmişlik (X)	Devamsız Gün (Y)	Denek	Tükenmişlik (X)	Devamsız Gün (Y)
1	2	4	6	4	8
2	1	7	7	7	7
3	2	6	8	7	10
4	3	9	9	8	11
5	4	6			

12. Bir araştırmacı bir yuvadaki çocukların davranışlarını gözlemektedir. Araştırmacı, çocukların gruptaki göreli güç sıralamasını (en güçlü 1) ve ağırlık sıralamasını (en hafif 1) inceler. Aşağıda verilen bilgilere göre güç ile ağırlık arasında nasıl bir ilişki vardır?

Denek	Güç (X)	Ağırlık (Y)	Denek	Güç (X)	Ağırlık (Y)
1	1	10	6	7	3
2	2	8	7	3	9
3	5	6	8	6	4
4	4	7	9	8	1
5	9	5	10	10	2

13. Aşağıdaki veriler 20 öğrencinin koleje giriş sınavı (KGS) ve sözel anlama testi (SAT) puanlarıdır. Bu puanlar için bir saçılma diyagramı çiziniz ve korelasyon katsayısını hesaplayınız.

Öğrenci	KGS (X)	SAT (Y)	Öğrenci	KGS (X)	SAT (Y)
A	52	49	K	64	53
B	49	49	L	28	17
C	26	17	M	49	40
D	28	34	N	43	41
E	63	52	O	30	15
F	44	41	P	65	50
G	70	45	R	35	28
H	32	32	S	60	55
I	49	29	T	49	37
J	51	49	U	66	50

14. Bir grup öğrencinin istatistik sınavı puanları ve final başarı notları verilmektedir. Bu değerlere ilişkin saçılma diyagramını çiziniz ve korelasyon katsayısını hesaplayınız.

Öğrenci	İstatistik Sınavı Puanı (X)	Final Başarı Notu (Y)	Öğrenci	İstatistik Sınavı Puanı (X)	Final Başarı Notu (Y)
A	90	2.5	F	70	1.0
B	85	2.0	G	70	1.0
C	80	2.5	H	60	0.5
D	75	2.0	I	60	0.5
E	70	1.5	J	50	0.5

15. Aşağıda X ve Y değişkenlerine ait puanlar bulunmaktadır. Puanların dağılımının normal olmadığı bilindiğine göre, iki değişken arasındaki ilişkiyi uygun korelasyon katsayısı kullanarak hesaplayınız.

Denek	X	Y	Denek	X	Y
A	0	42	G	5	86
B	0	46	H	6	56
C	1	39	I	7	62
D	1	37	J	8	92
E	3	65	K	8	54
F	4	88	L	12	81

16. Bir kurumda çalışanların iş performanslarıyla (Y) denetim odağı (X) arasındaki ilişki inceleniyor. Çalışanlar denetim odağı puanları 13'in altında olanlar (0=içten denetimli), 14 ve daha üstünde olanlar (1=dıştan denetimli) olmak üzere iki kategoriye ayrılıyor. Bu duruma ilişkin veriler aşağıda verilmiştir. Değişkenler arasındaki ilişki miktarını bulunuz.

X	Y	X	Y
0	15	1	11
0	17	1	12
0	14	1	13
0	13	1	10
0	17	1	14
0	11	1	15
0	19	1	12
0	14	1	13
0	15	1	11
0	12	1	12
0	14	1	12
1	11	1	13
1	10		

17. 850 kişilik bir gruptan 375 kişinin matematik öğretmeni, 475 kişinin ise Türkçe öğretmeni olduğu bilinmektedir. Matematik öğretmenlerinden 225'i, Türkçe öğretmenlerinden ise 150'si erkektir. Cinsiyet ile branş arasındaki ilişki nedir?

18. 1200 kişiden oluşan bir öğrenci grubunun 685'inin anneleri çalışmamakta, geri kalanların ise çalışmaktadır. Anneleri çalışanların 225'i ev sahibi, anneleri çalışmayanların ise 500'ü kirada oturmaktadır. Annenin çalışıp çalışmaması ile ev sahibi olup olmama arasındaki ilişki ne düzeydedir?

19. Yetişkinlere ait bir IQ testinin üç alt ölçeği kavrama (K), aritmetik yetenek (AY) ve kelime bilgisi (KB)'dir. Bu üç alt ölçek puanlarından elde edilen korelasyonlar aşağıda verilmektedir:

$r_{K;AY}=0.49$

$r_{K;KB}= 0.73$

$r_{AY;KB}=0.59$

a. Kelime bilgisi değişkenini sabit tutarak kavrama ve aritmetik yetenek arasındaki kısmi korelasyonu hesaplayınız.

b. Aritmetik yetenek değişkenini sahip tutarak kavrama ve kelime bilgisi arasındaki kısmi korelasyonu hesaplayınız.

c. Kavrama değişkenini sabit tutarak aritmetik yetenek ve kelime bilgisi arasındaki kısmi korelasyonu hesaplayınız.

20. Bir ilkokuldan rasgele seçilen 15 öğrencinin yaş (yıl olarak), ağırlık (Kg) ve ayakkabı numaraları verilmektedir. Yaş bağımlı, ağırlık ve ayakkabı numarası bağımsız değişken ise, yaş ile ağırlık ve ayakkabı numarası arasındaki korelasyon nedir?

Öğrenci	Yaş (Y)	Ağırlık (X)	Ayakkabı Numarası (Z)
1	7	27	26
2	8	28	30
3	8	33	29
4	9	35	33
5	9	36	37
6	9	38	35
7	10	34	35
8	10	37	40
9	10	42	36
10	11	38	34
11	11	41	38
12	11	45	44
13	12	43	39
14	12	48	44
15	13	45	40

6. BÖLÜM

BASİT DOĞRUSAL REGRESYON ANALİZİ

İçerik

- ☑ *Regresyon Analizinin Amacı ve İlgili Kavramlar*
- ☑ *Basit Doğrusal Regresyon Eşitliği ve İşlem*
- ☑ *Özet*
- ☑ *Alıştırma Soruları*

GİRİŞ

Olaylar ve olgular arasındaki ilişkilerin betimlenmesindeki temel amaç, çoğu kez, ortaya konulan bu ilişkiye dayanarak ileriye yönelik tahmin yapmaktır. Böyle bir tahmin, bilim adamı tarafından bilimsel amaçlarla yapılırken, sıradan bir birey tarafından günlük yaşamını kolaylaştırmak amacıyla yapılabilir. Örneğin, bilim adamı "bir derse yönelik tutumlar ile dersin başarısı arasındaki ilişkiye dayanarak, tutumun başarıya dayalı olarak ne derece kestirilebilir olduğunu" araştırma konusu edinebilir. Buna karşın sıradan birinin ise, günlük yaşantısında "planlı ve yeterli çalışırsan başarılı olursun", "sporda ne kadar çok antreman yaparsan o kadar çok başarılı olursun", "aracın hızını artırırsan kaza yapabilirsin" türünden tahminlerde bulunduğu görülebilir.

Sadece deneyim ve bilgi birikimine bağlı olarak iki olay arasında kurulan ilişkiyi temel alan tahminler yapılabilir. Bu tür tahminlerde yanılma payı bilinmediği gibi, yapılan tahminin formülleştirilmesi de mümkün değildir. Çünkü, sayısallaştırmaya olanak veren bir formülleştirme, ancak sistematik verilere dayalı bir hesaplama ile mümkündür.

Bir önceki bölümde, basit korelasyon tekniklerinde iki değişken arasındaki ilişkinin yönünü ve miktarını bulup yorumladık. Değişkenler arasındaki ilişki miktarından yola çıkarak, birinde olacak birim değişmenin, diğerinde ne kadar bir değişmeye yol açabileceğini "determinasyon katsayısı" ile açıklamaya çalıştık. Şimdi aralarında ilişki olan değişkenlerden birinin değeri bilindiğinde, diğer değişkenin alabileceği değeri tahmin etme işlemi ile ilgileneceğiz. Anılan tahmin için iki değişken arasındaki ilişkiyi bir fonksiyonel eşitlik ile tanımlayacağız.

İngiliz bilim adamı Galton 19. yüzyılda yaptığı bir çalışmada, uzun boylu anne ve babaların çocuklarının ortalama olarak anne ve babalarından daha kısa; kısa boylu anne ve babaların çocuklarının ise ortalama olarak daha uzun boylu olduklarını belirlemiştir. Galton, örnekteki boy uzunluklarının grup ortalamalarına doğru çekilmesine "regresyon" adını vermiştir (Ravid, 1994).

Başka bir deyişle **regresyon**, bir değişkene ilişkin ölçümlerin grup ortalamasına doğru çekilmesine denir. **Regresyon analizi** ise, aralarında ilişki olan iki ya da daha fazla değişkenden birinin bağımlı değişken, diğerlerinin bağımsız değişkenler olarak ayrımı ile aralarındaki ilişkinin bir matematiksel eşitlik ile açıklanması sürecini anlatır. Regresyon analizinin amaçlarını dört grupta toplayabiliriz (Ünver, 1986; Howell, 1987):

1. Bağımlı değişken ile bağımsız değişken ya da değişkenler arasındaki ilişkiyi regresyon eşitliği ile açıklamak.
2. Regresyon modelinin bilinmeyen parametreleri tahmin edildiğinde, bağımsız değişken ya da değişkenlerin bilinen değerleri için bağımlı değişkenin alacağı değeri tahmin etmek.
3. Bağımsız değişkenin ya da değişkenlerin bağımlı değişkende gözlenen değişmelerin ne kadarını açıkladıklarını determinasyon katsayısı ile belirlemek.
4. Bağımsız değişken ya da değişkenlerin bağımlı değişkeni manidar bir şekilde kestirip kestirmediklerini; birden fazla bağımsız değişken var ise bunların bağımlı değişken üzerindeki göreli önemliliklerini saptamak.

Değişkenler arasındaki ilişki doğrusal ise doğrusal regresyon analizi, değil ise doğrusal olmayan (eğrisel) regresyon analizi söz konusudur. Öte yandan analizde bağımlı değişken bir değişken tarafından tahmin ediliyorsa işleme basit regresyon, iki ya da daha fazla değişken tarafından tahmin ediliyorsa çoklu regresyon denir. Eğer, bağımlı değişken birden fazla ise işleme çok değişkenli regresyon analizi denir.

BASİT DOĞRUSAL REGRESYON EŞİTLİĞİ VE İŞLEM

Basit regresyon analizinde regresyon eşitliği (modeli ya da denklemi) i. gözlem için şu şekilde yazılabilir:

$$Y_i = a + bX_i + e_i \qquad \textbf{Formül 6.1}$$

Bu eşitlikte yer alan a, kesim noktasını gösteren sabit değer; b regresyon katsayısı (regresyon doğrusunun eğimi); e ise hata miktarıdır. Regresyon eşitliğini oluşturmada izlenen yöntemde amaç, hatayı (e) minimize etmek ve sıfırlamaktır. Bu nedenle i.gözlem için regresyon eşitliğini yazarken hata terimi çıkartılır ve $Y_i = a+bX_i$ şeklinde yazılır.

Buna göre basit doğrusal regresyon eşitliği genel olarak şu şekilde formüle edilir:

$$\widehat{Y} = a+bX \qquad \textbf{Formül 6.2}$$

Regresyon eşitliği, iki değişken arasındaki korelasyon katsayısı ile değişkenlerin ortalama ve standart sapma değerlerinin bilinmesi durumunda aşağıda verilen formül yardımıyla da bulunabilir (Tanis, 1987):

$$\widehat{Y} = \overline{Y} + r\frac{S_Y}{S_X}(X - \overline{X}) \qquad \textbf{Formül 6.3}$$

Bu kitapta verilen örneklerde regresyon eşitliğini hesaplamada, uygulamada daha çok tercih edilen ve daha basit işlemler gerektiren Formül 6.2 kullanılmıştır. Regresyon eşitliğinde tahmin edilen değişkeni göstermek için burada kullanılan $\widehat{Y}$ sembolü yerine bazı kaynaklarda Y' sembolü kullanılmaktadır.

Regresyon katsayısı ve sabit değer, aşağıda verilen birer örnek ile açıklanmıştır (Elifson, Runyon ve Haber, 1990; Hamilton, 1992; Lewis ve Michael, 1980):

b (eğim): X'deki bir birim değişmenin Y'de yol açtığı ortalama değişim miktarıdır. Ancak doğaldır ki bu tahminde bir hata payı söz konusudur. Örneğin, gelir (Y) bağımlı, eğitim (X) bağımsız değişken olmak üzere, gelirin tahmin edilmek istendiği bir problemde şu eşitlik bulunsun: $Y=35000000+5000000X$. Buna göre bir yıllık eğitimin ortalama 5000000 TL'lık bir gelir artışına karşılık olduğu ifade edilir. Regresyon katsayısının işareti, iki değişken arasındaki korelasyonun yönünü gösterir. Bu örnekte, eğitim ile gelir arasında pozitif bir ilişkinin olduğu söylenebilir.

Ancak, burada X neden ve Y sonuç demek uygun olmayabilir. Biz eşitliği $X=a + bY$ şeklinde yazarsak bu defa Y neden ve X sonuç olur. Doğru nedensellik düzeni ancak iyi bir kuramsal bilgi ve dışarıdan gözlem ile belirlenebilir. X'den Y'nin

kestirilmesine ilişkin regresyon katsayısının hesaplanmasında kullanılan formüller aşağıda verilmiştir.

$$b_{YX} = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 (\sum X)^2} \qquad \textbf{Formül 6.4}$$

$$b_{YX} = r_{XY} \frac{S_Y}{S_X} \qquad \textbf{Formül 6.5}$$

Yukarıda verilen iki formül matematiksel olarak birbirine eşittir. Formül 6.5'de görüldüğü gibi Y ve X'in standart sapmaları eşit ise $b_{YX} = r_{XY}$ olur.

a (sabit): X=0 iken Y'nin alacağı ortalama değeri gösterir. Örneğin Y gelir ve X eğitim olmak üzere bulunan Y=35000000+5000000X eşitliği için sabiti yorumlayalım. Buna göre formal bir eğitim almamış birinin gelir düzeyi ortalama 35000000 TL'dır. Regresyon eşitliğinde yer alan sabit değerin hesaplanmasında aşağıdaki formül kullanılmaktadır.

$$a_{YX} = \overline{Y} - b_{YX}\ \overline{X} \qquad \textbf{Formül 6.6}$$

Sabitin negatif çıkması durumunda yorumlamada bir sorunla karşılaşılabilir. Çünkü sabit negatif olursa, X=0 için Y'nin değeri de negatif olacaktır. Ancak yukarıda verilen örnek düşünüldüğünde, gelir için böyle bir durum söz konusu olabilir mi? Yani eğitimsiz de olsa bireyin emeğinin karşılığı negatif bir gelir olabilir mi? Ya da negatif bir kazancın yorumlanması anlamlı olabilir mi? Kısaca negatif bir gelir kavramı söz konusu olabilir mi? Araştırmacı bu tür örneklerde, X=0 ve sabit negatif olduğunda, bağımlı değişkeni (Y) yorumlarken bu durumu dikkate almalıdır.

Regresyon analizinin $r_{XY} \neq 0$ olduğunda yapılması anlamlıdır. Regresyon eşitliğinin bilinmeyen a ve b parametrelerinin tahmini, gözlenen veri çiftlerinin $(X_i, ; Y_i)$ oluşturduğu noktalar ile regresyon doğrusu arasındaki sapmaların kareleri toplamını en küçük yapacak şekilde gerçekleştirildiğinden bu yönteme **En Küçük Kareler Yöntemi** denir (Hamilton, 1992; Nie ve diğerleri, 1975; Roscoe, 1975).

Regresyon analizinde bağımlı ve bağımsız değişkenler en az eşit aralık ölçeğinde ölçülen sürekli değişkenler olmalıdır. Ancak, bazı araştırmalarda istisna olarak sınıflama ve sıralama ölçeğine giren bağımsız değişkenlerin de bağımlı değişken üzerindeki etkileri incelenmek istenebilir. Analizde sıralamalı veriler için logaritmik dönüştürme yapılabilirken, ancak bu tür verilerin böyle bir dönüştürme yapılmaksızın da analize alındığına rastlanmaktadır. Sınıflamalı veriler ise, kukla ya da göstermelik (dummy) değişken olarak isimlendirilen yeni yapay bir değişkene dönüştürülerek analize dahil edilmektedirler (Hamilton, 1992; Howell, 1987; Lewis ve Michael, 1980; Nie ve diğerleri, 1975).

Regresyon analizinde araştırmacının temel ilgi odağı, yapılan tahminin ne kadar güçlü olduğu noktasındadır. Yani, ulaşılan regresyon modeli, Y'deki değişmelerin ne kadarını açıklamaktadır? Bu sorunun cevabını determinasyon katsayısı ile buluruz. Regresyon analizinde determinasyon katsayısı (r^2), X'in Y'de açıkladığı değişme oranını gösterir. X ve Y arasındaki korelasyon katsayısı ∓ 1'e eşit, yani bu iki değişkenin değerlerinden oluşan noktalar (gözlemler) regresyon doğrusu üzerinde ise anılan değişkenlerin birbirini hatasız (tam) açıklaması söz konusudur. Bu durumda, r^2=1.00 'dır. İki ve daha fazla tahmin edici değişkenin olduğu çoklu regresyon analizinde korelasyon katsayısı R ve determinsayon katsayısı R^2 ile gösterilir.

Regresyon analizinde değişkenlere ilişkin uç değerler gözlenmişse iyi bir tahmin için alınabilecek önlemler şunlardır (Lewis ve Michael, 1980): a) Bu tür gözlemler analizin dışında tutulabilir, b) uç değerin gözlendiği değişkenin değerleri dönüştürme işlemine tabii tutulabilir, c) daha fazla gözlem yapılabilir. Hangi seçenek işletilirse işletilsin bu uç değerler araştırma raporunda açıklanmalıdır. Şimdi regresyon analizini değişik veri grupları için uygulayalım.

Örnek 6.1 X ve Y iki sürekli değişken olmak üzere, a) r_{XY}=0.0, b) $r_{XY}=\mp 1.0$ olduğunda, X'den Y tahmin edilmek isteniyorsa ne söylenebilir ?

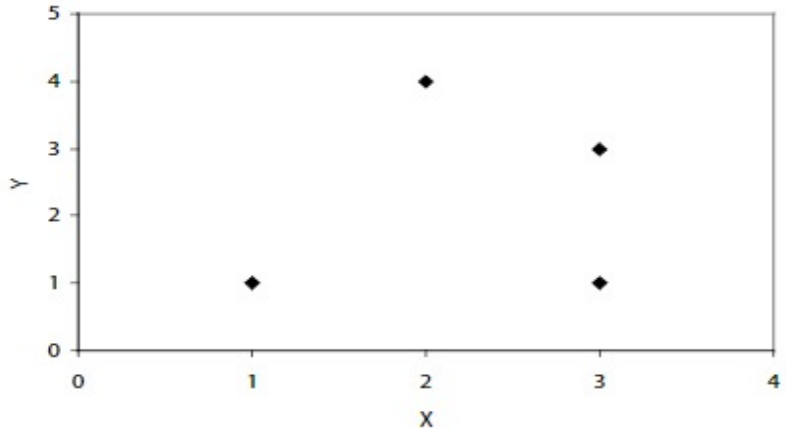
Çözüm. a) X ve Y arasında ilişki bulunmadığından tahmin (kestirim) yapmak anlamsızdır. Çünkü, tahmin için değişkenler arasında ilişkinin olması gerekmektedir. b) İlişkinin pozitif/negatif mükemmel olması nedeniyle X'den Y'nin kestirimi de mükemmeldir. Yani hatasız bir kestirim söz konusudur. Çünkü, determinasyon katsayısı R^2=1.00'dır. Bu, Y'deki değişkenliğin %100'ünün X değişkenince açıklandığını gösterir.

Örnek 6.2 İki sürekli değişkene ait veri çiftleri üç farklı durum için Tablo 6.1'de verilmiştir. Buna göre, X=2.5 iken Y'nin alabileceği değerin ne olacağını tartışınız?

Tablo 6.1: *X ve Y Değişkenlerine Ait Veri Çiftleri*

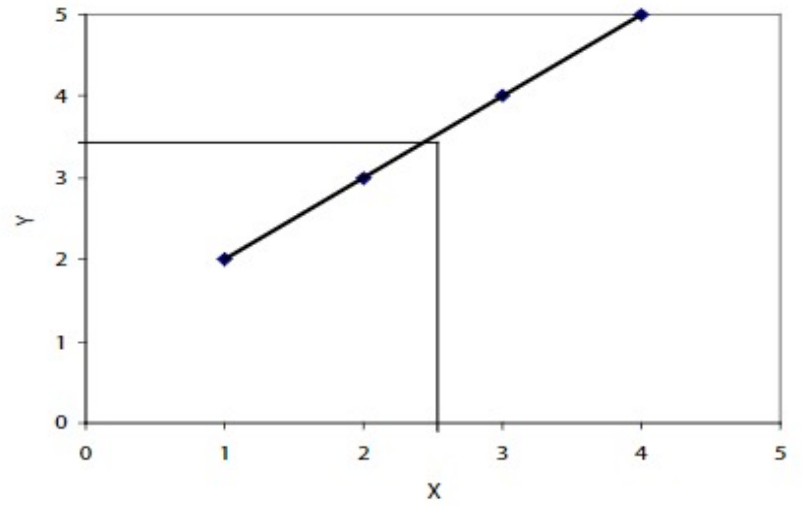
a		b		c	
X	Y	X	Y	X	Y
1	1	1	2	1	4
2	4	2	3	2	3
3	3	3	4	3	2
3	1	4	5	4	1

Çözüm. Tablo 6.1'deki veri gruplarına ilişkin saçılma diyagramları Şekil 6.1a-b-c'de gösterilmiştir.

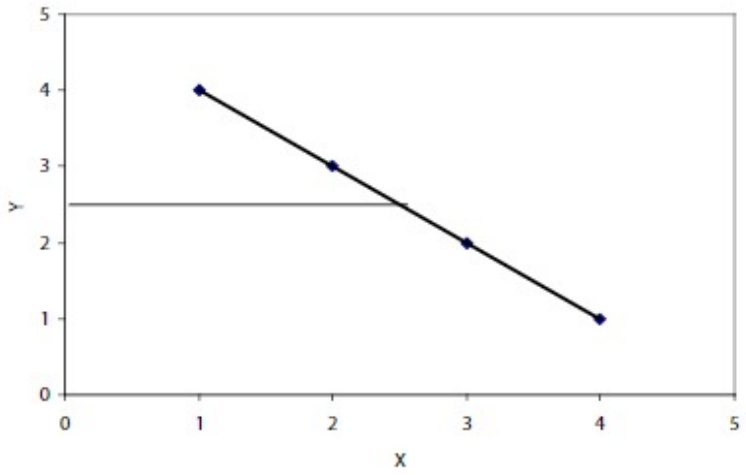


***Şekil 6.1a:** Tablo 6.1a'daki Veriler İçin Saçılma Diyagramı*

Şekil 6.1a incelendiğinde iki değişkenin birlikte değişip değişmedikleri ve birlikte değişim var ise bunun yönünün, eğiliminin ne olduğu açık değildir. Dolayısıyla bu veri seti için sağlıklı bir tahmin ileri sürmek güçtür. Şekil 6.1b incelendiğinde ise var olan veri çiftlerine ait noktaların, bir doğru üzerinde olduğu ve birlikte azalan-artan bir özelliğe sahip oldukları görülmektedir. Şekilde, X=2.5 değerinden apsise çizilen bir dik çizginin noktaları birleştiren doğruyu kestiği noktaya düşen Y değeri, anılan X değeri için tahmini bir değer olarak alınabilir. Bu durumda Y'nin kestirilen değeri 3.5'dir. Benzer durum Şekil 6.1c için de geçerlidir. Ancak bu defa iki değişkenin birlikte değişiminin yönü negatifdir ve X=2.5 için Y'nin kestirilen değeri 2.5'dur.



***Şekil 6.1b;** Tablo 6.1b'deki Veriler İçin Saçılma Diyagramı*

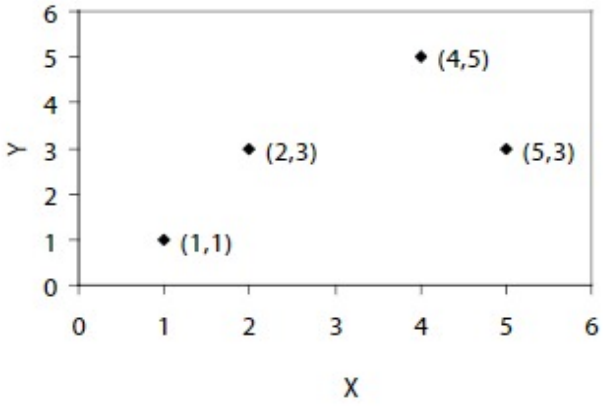


Şekil 6.1c: Tablo 6.1c'deki Veriler İçin Saçılma Diyagramı

Örnek 6.3 Bir grup öğrencinin bir günlük ders çalışma saati ve başarı puanları aşağıda verilmiştir. Bu iki puan seti için saçılma diyagramını oluşturunuz. Çalışma saati (X) bağımsız değişken ve başarı puanı (Y) bağımlı değişken olarak alındığında regresyon eşitliğini bulunuz, grafik ile gösteriniz.

X:	2	4	1	5
Y:	3	5	1	3

Çözüm. Çalışma saati ve başarı puanlarına ait dört kişiden elde edilen veriler için, saçılma diyagramı aşağıda verilmiştir. Grafiğin oluşturulmasında veri çiftlerinden yararlanılmıştır. Burada dört veri çifti vardır. Bunlar, (2; 3), (4; 5), (1; 1) ve (5; 3)'dir. Şimdi bu veri çiftlerinin tanımladığı noktaları iki boyutlu düzlemde gösterelim.



Şekil 6.2a: Çalışma Saati ve Başarı Puanlarına İlişkin Saçılma Diyagramı

Şimdi de, X'den Y'yi tahmin etmede kullanılabilecek regresyon eşitliğini bulmaya çalışalım. Bu aşamada ilk olarak eşitliğin sabit ve regresyon katsayısını (a ve b parametrelerini) hesaplayabilmek için verilerin, Tablo 6.2a'da gösterildiği gibi yeniden düzenlenmesi gerekmektedir. Daha sonra, tablodaki bazı bilgiler kullanılarak söz konusu parametreler hesaplanır.

Tablo 6.2a: *Çalışma Saati (X) ve Başarı Puanı (Y)*

X	Y	XY	X^2	Y^2
2	3	6	4	9
4	5	20	16	25
1	1	1	1	1
5	3	15	25	9
$\Sigma X=12$	**$\Sigma Y=12$**	**$\Sigma XY=42$**	**$\Sigma X^2=46$**	**$\Sigma Y^2=44$**

Regresyon katsayısı, $b_{YX} = \dfrac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2}$ formülü kullanılarak aşağıda hesaplanmıştır.

$$b_{YX} = \frac{4(42) - (12)(12)}{4(46) - 144} = \frac{(168) - (144)}{(184) - (144)} = \frac{24}{20}$$

$b_{YX} = 0.60$

Şimdi de, $a_{YX} = \overline{Y} - b_{YX}\ \overline{X}$ formülünü kullanılarak sabit değeri bulalım.

$a_{YX} = 3-(0.60)3 = 3-(1.8) = 1.2$

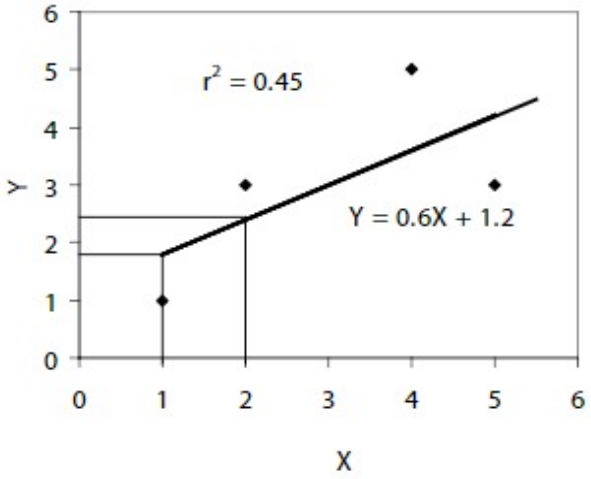
Hesaplanan b_{YX} ve a_{YX} katsayıları regresyon eşitliğinde yerlerine koyulduğunda,

$\widehat{Y} = 1.2 + 0.6X$ bulunur.

Bu eşitliğe göre, ders çalışma saati ile başarı puanı arasında pozitif bir ilişki olduğu ve çalışma saatindeki 1 birimlik (saat) artışın başarı puanında 0.6'lık bir puan artış yaratacağı; çalışma saati sıfır olan birinin (hiç çalışmayan) başarı puanının da 1.2 olacağı söylenebilir. Şimdi de bu iki değişken arasındaki ilişkiye ait korelasyon katsayısını ve determinasyon katsayısını kullanarak yorum yapalım. Aynı veriler için Örnek 5.1'de $r=0.67$ ve $r^2=(0.67)^2=0.45$ bulunmuştu.

Buna göre, iki değişken arasında pozitif ve orta düzeyde bir korelasyon söz konusudur ve çalışma saati, başarı puanlarındaki toplam varyansın (değişkenliğin) %45'ini açıklamaktadır.

Matematiksel eşitliği bulunan regresyon doğrusunu, iki noktasını belirleyerek çizelim. Bunun için iki ayrı X değerine karşılık gelen Y değerlerini bulmak yeterlidir. X=1 için, $\widehat{Y}$ =1.2+(0.6)1=1.8 'dir. Buna göre doğrunun geçeceği birinci nokta, (1; 1.8)'dir. X=2 için $\widehat{Y}$ =1.2+(0.6)2=2.4'dür. Buna göre ikinci noktamız, (2; 2.4)'dür. Şimdi regresyon doğrusunu, bu verilere ilişkin saçılma diyagramı üzerinde bulunan iki noktayı kullanarak çizelim (Şekil 6.2b).



Şekil 6.2b: *Çalışma Saatine (X) Göre Başarı Puanının (Y) Tahminine Yönelik Regresyon Doğrusu*

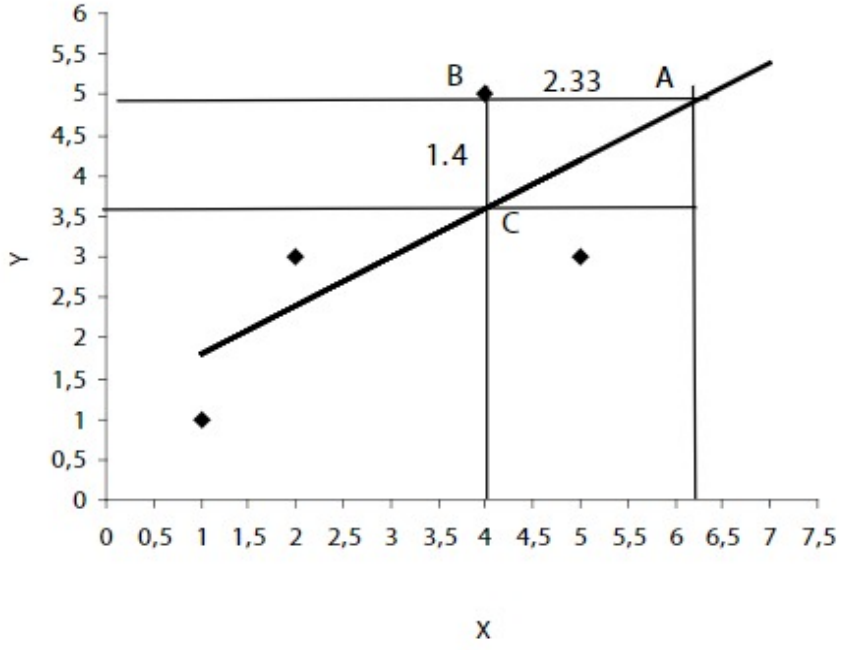
Bir regresyon doğrusu her zaman X ve Y değişkenlerine ait ortalama değerlerinin kesiştiği noktadan geçer. Şekil 6.2b'de görüldüğü gibi, regresyon doğrusu ($\overline{X}$ =3, $\overline{Y}$ =3) noktasından geçmektedir.

Şimdi regresyon eşitliğini kullanarak X'in bilinen bir değeri için Y'nin ne olabileceğini görelim ve daha sonra benzer hesaplamayı grafik üzerinde yapalım, bu yolla regresyon doğrusunun eğimini bulalım. Bunun için gözlenen değerler, tahmini değerler ve her bir X için sapma miktarı hesaplanmış ve Tablo 6.2b'de gösterilmiştir.

Tablo 6.2b: *Gözlenen Değer (X, Y), Tahmini Değerler ($\widehat{Y}$), Sapma Miktarları ($Y-\widehat{Y}$)*

X	Y	$\widehat{Y}$	$Y-\widehat{Y}=(e)$	$(Y-\widehat{Y})^2=e^2$
2	3	2.4	0.6	0.36
4	5	3.6	1.4	1.96
1	1	1.8	-0.8	0.64
5	3	4.2	-1.2	1.44
			$\sum e=0.0$	$\sum e^2=4.4$

Örneğin, sözü edilen eşitlik kullanılarak X=4 için $\widehat{Y}=3.6$ bulunur. Ancak gözlenen veri çiftlerine bakıldığında X=4 için Y=5 olduğu görülmektedir. Burada ortaya çıkan sapma miktarı, 5-(3.6)=1.4'dür. Bunu grafik üzerinde görebiliriz. Grafikte, X=4'ten Y eksenine paralel bir doğru ve daha sonra X=4 için gözlenen değer olan Y=5 noktasından bu defa X eksenine paralel bir doğru çizelim. X ve Y'nin gözlenen değerlerinin (4, 5) oluşturduğu nokta (P) ile X=4 için Y'nin tahmin edilen değerlerinin (4, 3.6) oluşturduğu nokta (C) arasındaki uzaklık sapma miktarını (1.4) gösterir (Şekil 6.2c).



Şekil 6.2c: *Gözlenen Değerler, X=4 için Tahmin Edilen Değer ve Sapma Miktarı*

Şekil 6.2c'de X=4 için gözlenen değer olan Y=5'ten X eksenine çizilen parelel doğrunun regresyon doğrusunu kestiği nokta A ile B ve C noktaları bir dik üçgen oluşturmaktadır. Dik üçgenin X=4 için sapma miktarını gösteren [BC] kenarının, üçgenin diğer dik kenarı [BA]'ya oranı regresyon katsayısını (b) veya regresyon doğrusunun eğimini verir. Örneğimizde, regresyon katsayısı,

$$b=\frac{[BC]}{[BA]}=\frac{1.4}{2.33}=0.6\text{'dır.}$$

Burada izlenen yöntem, En Küçük Kareler Yöntemi'dir. Bu yöntemde, gözlenen değerler ile tahmin edilen değerler arasında kalan uzaklığın, yani gözlenen değerler ile regresyon doğrusu arasındaki uzaklıkların kareler toplamını $[\sum(Y-\widehat{Y})^2]=\sum e^2$ en küçük olacak şekilde doğruya ait parametrelerin (a ve b) değerlerini bulmak söz konusudur. Anılan farkların kareleri toplamının sıfır olması durumunda, gözlenen değerler ile tahmin edilen değerler birbirine eşittir. Bu durumda $S_{YX}=0$ olur ve bu tahminin mükemmel olduğunu gösterir. Böyle bir sonuç, ancak iki değişken arasındaki korelasyonun ∓ 1.0 olduğu durumda görülür.

Örneğimiz ile ilgili olarak daha önce X=4 için $\widehat{Y}=3.6$ bulunmuştu. Yapılan bu tahmini nasıl yorumlayabiliriz? Bir günde 4 saat çalışan bir öğrencinin başarı puanının 3.6 olacağı söylenebilir. Bu tahmin evrenin nokta tahmini olarak açıklanır. Evrenin nokta tahmini, onun yansız bir temsilcisi olan örneklemden elde edilen istatistiğin kendisidir. Ancak araştırmacılar uygulamada nokta tahmin ile nadiren ilgilenirler, ilgi daha çok tahmin edilen değer için belli hata olasılıkları ya da güven düzeyinde hesaplanacak aralık tahmini üzerinde yoğunlaşır. Bununla birlikte nokta tahmini verilecek ise, yanında tahminin standart hatasının da verilmesi gerekir.

Tahminin Standart Hatası

Aralarında ilişki bulunan iki değişkenden birinden diğerini tahmin etmede, mükemmel ilişki dışında, tahminin doğruluk derecesi tartışılır. Çünkü yapılan tahminler ile gözlenen değerler arasında bir fark olacaktır. Bu farkın ortalama değerine ilişkin bir ölçünün bilinmesi, tahminin doğruluğunu açıklamada kullanılır. Gerçekte cevabı aranılan soru şudur: "Bir değişkenin belli bir değeri için diğer değişkenin değeri tahmin edildiğinde, bu tahmine ne derece güvenebiliriz ya da tahminin evrende alabileceği değer hangi aralıkta olabilir?"

Tahminin doğruluk derecesini bulmada kullanılan ölçü, tahminin standart hatasıdır. Tahminin standart hatası gerçekte, gözlenen ve tahmin edilen değerler arasındaki fark puanlarının standart sapmasıdır. Bunun için fark puanlarının kareleri toplamı (hata kareler toplamı) serbestlik derecesine (a ve b katsayıları için,

sd=n-2) bölünerek karekökü alınır (Howell, 1987). Buna göre X'den Y'nin tahmin edilmesine ilişkin olarak tahminin standart hatası şu şekilde formüle edilebilir:

$$S_{Y.X}=\sqrt{\frac{\sum(Y-\widehat{Y})^2}{n-2}} \qquad \textbf{Formül 6.7}$$

$\widehat{Y}$: Tahmin edilen değer

Y : Gözlenen değer

Fark puanlarına dayanılarak tahminin standart hatasını hesaplamak küçük grup ve tam sayılı küçük değerler için kolay olmakla birlikte, büyük grup ya da büyük puanlarda hayli zordur. Bu nedenle, genelde, tahminin standart hatasını bulmada korelasyon katsayısına bağlı aşağıdaki formül kullanılmaktadır.

$$S_{Y.X}=S_Y\sqrt{\frac{n-1}{n-2}(1-r^2)} \qquad \textbf{Formül 6.8}$$

S_Y : Y puanlarına ait standart sapma

Örneklem büyüklüğü arttıkça $\frac{n-1}{n-2}$ kesrinin değeri 1'e yaklaşır. Büyük gruplarda yapılan çalışmalarda bu kesirin sonuca etkisi önemsizdir ve ihmal edilebilir. Bu kesir, n=10 için 1.125, n=15 için 1.076 ve n=30 için 1.035'dir ve bu değer n=100 için 1.01'dir. Bu nedenle, çoğu istatistik kitaplarında geçtiği gibi, büyük gruplarda sözü edilen kesir formülden çıkartılabilir ve bu durumda tahminin standart hatası formülü aşağıdaki gibi yazılır.

$$S_{Y.X}=S_Y\sqrt{(1-r^2)} \qquad \textbf{Formül 6.9}$$

Örnek 6.4 Tablo 6.2a'daki veriler için X'den Y'nin tahmin edilmesinde ne kadar bir standart hata söz konusudur, hesaplayalım.

Çözüm. İki değişken arasındaki korelasyon r=0.67 olarak hesaplanmıştı. Başarı puanlarının standart sapması ise Formül 3.8 ile S_Y=1.63 olarak hesaplanmıştır. Bu değerler Formül 6.9'da yerlerine konulduğunda,

$$S_{Y.X}=1.63\sqrt{(1-0.67^2)}=1.63\sqrt{0.55}=(1.63)\ (0.74)=1.21\text{'dir}$$

Tahminin standart hatası Formül 6.8 kullanıldığında ise,

$$S_{Y.X}=1.63=\sqrt{\frac{4-1}{4-2}(1-0.67^2)}\ 1.63\sqrt{(1.5)(0.55)}=1.63\ \sqrt{0.83}$$

$S_{Y.X}$=(1.63) (0.91)=1.48 olarak hesaplanır.

Bu çalışmada örnek küçük olduğundan tahminin standart hatasının belirtilen iki formül ile hesaplanan değerleri, birbirinden oldukça farklıdır. Burada tahminin standart hatasını 1.48 olarak almak yerinde olacaktır. Hesaplanan bu değer, bir birimlik standart hataya karşılık ortalama sapma miktarını gösterir. Sapma miktarı tahmin edilen değerin her iki tarafı (sağı ve solu) için de geçerlidir. Araştırmacı nokta tahmini olarak regresyon eşitliğinden bulunacak değeri verecek ise, bu değerin yanı sıra tahminin standart hatasını da vermelidir. Araştırmacı hesaplanan tahmini değer için aralık tahmini yapacak ise, bunu belli güven düzeyleri ya da hata olasılıkları için oluşturabilir ve sonuçlarını normal dağılımda alan ilişkilerinden yararlanarak yorumlayabilir.

Örneğimizde, X=4 için $\widehat{Y}$ =3.6 bulunmuştu. Aynı örnek için X'den Y'nin tahmin edilmesinde standart hata (tahminin birim standart sapması) 1.48 bulundu. Normal dağılımda $\mp$ bir birim sapma aralığında kalan alan toplam alanın %68.26'sına karşılıktır. Buna göre %68.26 güvenle (olasılıkla) çalışma saati X=4 olan birinin başarı puanının, 3.6 ∓ 1.48 aralığında kalacağı söylenebilir. Buna göre X=4 için tahmin edilen Y değerinin gerçekte %68.26 olasılıkla 2.12 ile 5.08 arasında olacağı ($2.12 < \widehat{Y} < 5.08$) ya da bir başka anlatımla 2.12'den küçük ve 5.08'den büyük bir değer alamayacağı ifade edilebilir. Güven düzeyi %95 alındığında tahminin güven aralığını bulmak için ilk olarak tahminin standart hatası 1.96 ile çarpılarak tahmine ilişkin ortalama sapma miktarı bulunur. Bulunan sapma miktarı tahmin edilen değere eklenip çıkartılarak anılan güven aralığının alt ve üst sınır değerleri elde edilir.

ÖZET

- **Regresyon analizi**, aralarında ilişki olan iki ya da daha fazla değişkenden birinin bağımlı değişken, diğerlerinin bağımsız değişkenler olarak ayrımı ile aralarındaki ilişkinin bir matematiksel eşitlik ile açıklanması sürecini anlatır.
- **b (eğim)**, X deki bir birim değişmenin Y'de yol açtığı ortalama değişim miktarını gösterir ve regresyon katsayısı olarak isimlendirilir. **a (sabit)**, X=0 iken Y'nin alacağı ortalama değeri gösterir.
- Regresyon analizinde **sapma miktarı,** gözlenen değer ile tahmin edilen ortalama değer arasındaki farka eşittir.
- **En Küçük Kareler Yöntemi,** regresyon analizinin, gözlenen değerler ile regresyon doğrusu arasındaki uzaklıkların kareler toplamının en küçük olduğu kabulüne dayanır.

- **Tahminin standart hatası**, gözlenen ve tahmin edilen değerler arasındaki fark puanlarının standart sapmasıdır ve bilinen bir X değeri için Y değerini tahmin ederken yapılan ortalama hata miktarını gösterir.

ALIŞTIRMA SORULARI

1. Aşağıdaki soruları kısaca cevaplayınız.
   a) Doğrusal regresyon doğrusu nedir?
   b) Doğrusal regresyon için kullanılan yöntem nedir?
   c) $\widehat{Y}$ nedir? Nasıl hesaplanır?
   d) Doğrusal regresyon eşitliğini yazınız ve eşitlikteki sembolleri açıklayınız.
   e) r^2 nedir ve nasıl yorumlanır?
2. Bir araştırmacı istatistik puanı (X) ile okul bitirme testi puanı (Y) arasındaki korelasyonu 0.41 olarak bulur. S_Y=3.90 olduğuna göre,
   a) Bu veriler için tahminin standart sapmasını (hatasını) bulunuz.
   b) Ali'nin istatistik puanı 70, Ayşe'nin 98 ise, hangisinin bitirme sınav puanının yüksek olacağı tahmin edilir, niçin?
3. X ve Y değişkenlerine ait veriler için,
   a) İki değişken arasındaki korelasyonu bulunuz.
   b) Y için regresyon eşitliğini hesaplayınız.
   c) X puanı 9 olan birisi için Y puanını tahmin ediniz.
   d) Tahminlerinizde ne kadar bir hata söz konusudur?

Denek	X	Y
1	2	8
2	6	14
3	1	5
4	3	8
5	6	10
6	9	15
7	6	8
8	6	8
9	4	7
10	2	6

4. Aşağıdaki tabloda bir grup öğrencinin matematik ve yaratıcılık testi puanları verilmektedir. Buna göre,

   a) Saçılma diyagramını çiziniz.

   b) Korelasyon katsayısını hesaplayınız.

   c) Regresyon eşitliğini bulunuz.

   d) Saçılma diyagramı üzerinde regresyon doğrusunu gösteriniz.

   e) Matematik testi puanı 6.5 olan bir öğrencinin yaratıcılık testi puanını tahmin ediniz.

   f) Anılan tahmine ne denli güvenebilirsiniz? Açıklayınız.

Matematik Testi Puanı (X)	Yaratıcılık Testi Puanı (Y)
4	45
2	20
3	28
4	55
7	62
5	45
7	40
10	80
12	90
1	20

5. X ve Y değişkenleri arasındaki ilişki ile ilgili bir çalışmada aşağıdaki bilgiler elde edilmiştir.

$\overline{X} = 119$ $\overline{Y} = 1.30$ $r = 0.70$

$S_X = 10$ $S_Y = 0.55$ $n = 100$

   a) Ali'nin X değişkeni puanı 130'dur. Y değişkenindeki puanını tahmin ediniz.

   b) Y'nin tahmini standart hatasını bulunuz.

6. Ailedeki uyum ile kolejdeki başarı arasındaki ilişkinin incelenmesi sonucunda aşağıdaki istatistikler elde edilmiştir.

Uyum Puanı	Kolej Başarı Puanı
$\overline{X}$ =49	$\overline{Y}$ =1.35
S_X=12	S_Y=0.50
r=0.36, n=60	

a) X puanı 60 olan bir öğrencinin Y puanını tahmin ediniz.

b) Y'nin tahmini standart hatasını bulunuz.

c) X değişkeni ile açıklanan Y'deki toplam varyans nedir?

7. X ve Y değişkenlerine ait iki puan seti aşağıda verilmiştir.

X	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Y	4	3	5	6	8	7	9	9	11

a) Korelasyon katsayısını bulunuz.

b) Y puanlarını tahminde kullanılacak regresyon doğrusunu bulunuz ve çiziniz.

c) Determinasyon katsayısını bulunuz ve yorumlayınız.

8. Aşağıda psikolojik bir deneyden elde edilen X ve Y değişkenlerine ait değerler verilmiştir.

X	Y	X	Y
310	3.2	250	2.5
280	3.0	360	3.4
120	2.6	215	2.6
230	3.5	365	3.8
175	2.8	230	3.0
295	3.8	325	3.8
135	2.2	280	3.3

a) Saçılma diyagramını çiziniz.

b) Korelasyon katsayısını hesaplayınız.

c) Regresyon doğrusunu bulunuz.

d) Saçılma diyagramı üzerinde doğruyu gösteriniz.

e) X=300 için Y'nin değerini tahmin ediniz.

9. $\widehat{Y} = 0.5X + 2$ ise,

   a) Doğrunun eğimi ve sabiti nedir?

   b) Doğrunun grafiğini çiziniz.

10. $\widehat{Y} = 3 - 0.5X$ ise,

    a) Doğrunun eğimi ve sabiti nedir?

    b) Doğrunun grafiğini çiziniz.

11. Aşağıda bir eğitim programı öncesi ve sonrasında öğrencilerin tutum puanları verilmektedir.

Önce (X):	120	119	122	120	121	119	115	122
Sonra (Y):	150	165	177	157	165	167	159	163

    a) r'yi hesaplayınız.

    b) Regresyon doğrusunu bulunuz.

    c) Aynı grafik üzerinde puan çiftlerini gösteren noktaları ve regresyon doğrusunu gösteriniz.

7. BÖLÜM

ANLAM ÇIKARTICI İSTATİSTİK

İçerik

- ☑ *Giriş*
- ☑ *Hipotez Oluşturma ve Hipotez Testinin Adımları*
- ☑ *Karar verirken Yapılan Hatalar*
- ☑ *Serbestlik Derecesi*
- ☑ *Örnekleme Dağılımı ve Ortalamanın Güven Aralığı Tahmini*
- ☑ *Uygun İstatistiğin Seçimi*
- ☑ *Özet*

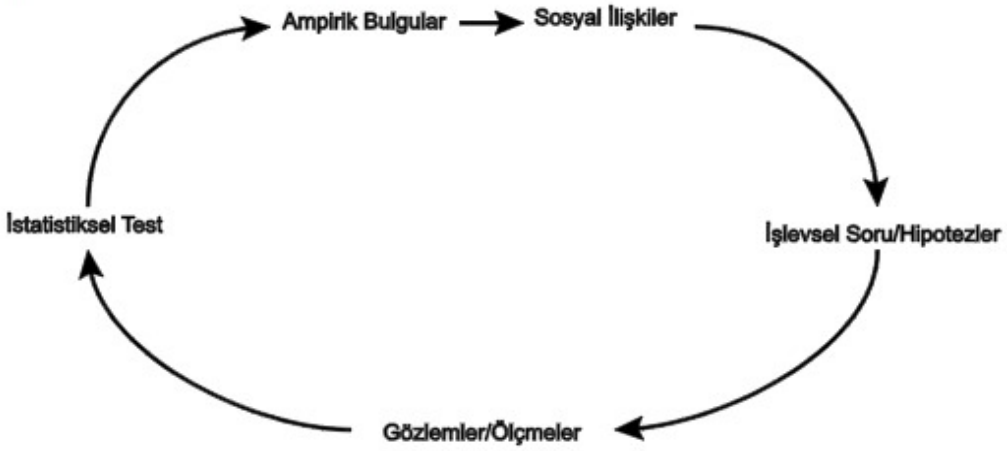
GİRİŞ

Kestirisel istatistik olarak da isimlendirilen anlam çıkartıcı istatistik kavramı, örneklem üzerinde yapılan çalışmalarda, araştırmacının "evren hakkında ne biliyorum?" sorusunu cevaplamak için kullanacağı istatistiksel yöntem ve teknikleri tanımlar. Bir araştırmacı, a) iki ya da daha fazla grubun herhangi bir değişkene ilişkin puanları arasında hesaplanan farkın ya da iki değişken arasında bulunan ilişkinin evrende olup olmadığını öğrenmek isteyebilir, b) örneklemden hesapladığı bir istatistiğe (örneklem değere) dayanarak parametreyi (evren değeri) kestirmeye çalışabilir. Anlam çıkartıcı istatistiğin iki boyutunu oluşturan bu iki işlemden ya da süreçten birincisi hipotez testi (manidarlık testi), ikincisi istatistiksel kestirim olarak isimlendirilir (Glass ve Stanley, 1970). Bu bağlamda anlam çıkar-

tıcı istatistiğin amacının, örneklemin karekterlerinden evrenin karekterlerini tanımak, kestirmek ya da ilgilenilen değişkenler bakımından örneklemde gözlenen değerler arasındaki ilişkiye dayanarak evrendeki ilişki hakkında kestirim yapmak olduğu söylenebilir (Williamson ve diğ., 1977).

HİPOTEZ OLUŞTURMA VE HİPOTEZ TESTİNİN ADIMLARI

Bir araştırmacı çalışmasına, araştırmasına temel olan hipotezi oluşturmak ile başlar. Daha sonra araştırma, bu hipotezi test etmeye yönelik olarak düzenlenir. Bu kapsamda araştırmacı ilk olarak hipotezinin desteklenip desteklenmediğine karar vermek için ihtiyaç duyduğu verileri uygun araçları kullanarak toplar, analiz eder ve sonuçları yorumlar. Knoke ve Bohrnstedt (1991) araştırma sürecini, birbirini izleyen ve sürekli etkileşim halinde olan etkinliklerden oluşan bir araştırma döngüsü (Şekil 7.1) olarak açıklamaktadır.



Şekil 7.1: Araştırma Döngüsü

Şekil 7.1, araştırma döngüsünün olaylar ya da değişkenler arasındaki "ilişki" kavramıyla başlatılabileceğini göstermektedir. Buna göre ilişki, araştırma için bir başlangıç noktası olarak bir koşul ya da olay hakkındaki fikirleri açıklar. Bu fikirler, literatür bilgisine dayalı olarak bir kuramdan, önceki araştırma bulgularından ya da günlük yaşantıdan esinlenebilir. Gerçekte araştırmacının cevabını aradığı sorular, bu fikirleri yansıtmaktadır. Olaylar ya da değişkenler arasındaki ilişkiye dayalı fikirleri yansıtan soruların ya da hipotezlerin soyut kavramlar yerine ölçülebilir, gözlenebilir değişkenler kullanılarak formüle edilmesi gerekmektedir.

Bu aşamayı, ihtiyaç duyulan verilerin uygun olan araçlarla (gözlem, anket, görüşme, kütüphane taraması vb.) toplanması izlemektedir. Toplanan veriler çoğunlukla sayısaldır ve elde edilen puanların geçerli ve güvenilir olması temeldir. Araştırmacı, verileri çözümlemek ve verilerin temsil ettiği olaylar hakkında karar

vermek için istatistik yöntem ve tekniklerinden yararlanır. Verilerin çözümlenmesinden elde edilen bulgular, olaylar ya da kavramlar arasındaki ilişkiyi anlamamıza yardım eder ve yeni araştırma önerilerinin ortaya çıkmasına zemin hazırlar.

Bir araştırmada değişkenler arasındaki farklar ya da ilişkiler hakkında tahmin yapmak ve olayları açıklamak için gerçekte iki hipotez kullanılır. Bunlar null hipotezi ve araştırma (alternatif) hipotezdir. **Null hipotezi** (Ho ile gösterilir), değişkenler arasında farkın ya da ilişkinin olmadığını ileri sürer. Örneğin null hipotezi, bir müdahalenin sonucu olarak deney ve kontrol grubu arasında fark olmadığını ileri sürebilir. Bir diğer null hipotezi, IQ ve okuma becerisi gibi iki değişkenin ilişkili olmadığını ifade edebilir. Çoğu kez, aynı zamanda istatistiksel hipotez olarak da isimlendirilen null hipotezi, genellilke araştırma raporlarında yer almaz; fakat ona her zaman işaret edilir (Ravid, 1994).

Araştırma hipotezi ya da alternatif hipotez (Ha ya da H_1 ile gösterilir), araştırma desenine yön verir ve çalışmaya rehberlik eder. **Alternatif hipotez**, değişkenler arasında bir ilişki ya da farkın olduğunu ileri sürer. Örneğin alternatif hipotez, yeni bir deneysel okuma yöntemi kullanan gruptaki öğrencilerin yıl sonunda okuma testinden alacakları puanların, geleneksel okuma yöntemini kullanan gruptaki öğrencilerin aynı testten alacakları puanlardan manidar bir şekilde daha yüksek olacağını ileri sürebilir. Diğer örnek durum için alternatif hipotez, IQ ile okuma becerisi arasında pozitif bir korelasyon olduğunu ileri sürebilir (Ravid, 1994).

Çalışmalar null hipotezinin kabulüne ya da reddine karar vermede kullanılacak istatistiksel sonuçlar üretir. Bu karar verildiğinde, araştırmacı Ha'nın desteklenip desteklenmediğini kararlaştırabilir. İstatistiksel karar verme, olasılık yaklaşımlarına dayandırılır. Bir çalışmada, bir ilişki ya da farkın doğruluğunu kanıtlayamayız; sadece örnekleme hatasına bağlı olarak oluşan bu sonuçların elde edilme olasılığını betimleyebiliriz. Örneğin, deney ve kontrol grubu ortalamalarını, t-testi olarak isimlendirilen bir test kullanarak karşılaştırmak isteyebiliriz. Burada null hipotezi, iki ortalama arasındaki farkın sıfır olduğunu gösterir. İstatistiksel sonuçlar, bizi iki farklı karara götürebilir (Ravid, 1994):

1. İki ortalamanın aynı evrenden gelmesi olası değildir ve aradaki fark da sadece şanstan kaynaklanmanın ötesinde, daha büyüktür.
2. İki ortalama arasındaki fark gerçekten sıfırdan daha büyük değildir ve iki ortalamanın aynı evrenden gelmiş olması olasıdır. Bu gibi durumlarda iki ortalama arasında farklar gözlense bile, biz bu farkları örnekleme hatasına bağlarız ve deneysel işlemin sonucu olarak oluşan farklar olmadığını belirtiriz.

İstatistiksel test etme ve bulguların değerlendirilmesi, null hipotezi ile ilgili bir karar verme ile başlar. Örneklem istatistiğini hesapladığımızda, elde edilen değeri genellikle istatistiksel tablodan kararlaştırılan uygun kritik bir değer ile karşılaştırırız. Hesaplanan değer kritik değeri aşıyorsa, null hipotezi rededilir. Null hipotezini reddetmenin anlamı, bu sonuçların sadece şansla elde edilme olasılığının çok küçük olmasıdır (%5, %1 gibi). Böylece, ilişkinin (alternatif hipotez ile ileri sürülen) muhtemelen doğru olduğu sonucuna varırız. H_0'ı kabul etmenin anlamı, bu sonuçların (örneğin, iki ortalama arasındaki farkın) örnekleme hatasından kaynaklandığı ve sadece şansla oluşması olasılığının 100 kez de 5 kez'den daha fazla olduğunu gösterir.

Pek çok istatistiksel test %5'lik olasılık düzeyini, sonuçlar arasındaki kesim noktası olarak (istatistiksel manidarlık) tanımlar ve buradaki p manidarlık düzeyi, doğru olan bir null hipotezinin reddedilmesinin olasılığını gösterir. Olasılık düzeyi (p), %5 ya da daha küçük ($p \leq .05$) ise, bulguların istatistiksel olarak manidar olduğu rapor edilir. Bunun aksine, $p > .05$ ise manidar olmadığı rapor edilir.

Olasılık düzeyi, araştırmanın başlangıcında kararlaştırılabilir ve bu değer α (alfa) ile gösterilir. Alfa, genellikle .05 ya da .01 olarak alınır. Bununla birlikte açımlayıcı (exploratory) çalışmalarda .10 olarak alındığı da görülebilir (Ravid, 1994).

Null hipotezini test etme süreci, birbirini izleyen dört adımda açıklanabilir (Johson, 1980):

1. Adım: Null Hipotezi ve Alternatif Hipotezin Belirlenmesi

Olaylar ya da değişkenler arasındaki ilişki ya da fark ile ilgili olarak null hipotezinin ve alternatif hipotezin oluşturulması hipotez test etmenin ilk adımıdır. Her iki hipotez de semboller kullanılarak yazılabildiği gibi, sözcükler kullanılarak da yazılabilir. Alternatif hipotezin kuruluş şekline göre, hipotez testi yönlü (tek yönlü) ya da yönsüz (iki yönlü) olarak yapılır. Araştırmacının değişkenlerle ilgili olarak gözlenen bir farkın ya da ilişkinin yönü konusunda bir beklentisinin olmaması durumunda (sadece ilişki ya da farkın var olup olmadığı sorgulanacaksa) hipotez testi iki yönlü; farkın ya da ilişkinin yönü hakkında bir öngörüde bulunulmuşsa hipotez testi tek yönlü yürütülür.

Null hipotezi daha önceleri vurgulandığı gibi, örneklemden hesaplanan istatistiksel bir farkın ya da ilişkinin gerçekte, evrende var olmadığını açıklar. Buna bağlı olarak null hipotezi sembollerle ifade edilirken farkın ya da ilişkinin olmadığını gösteren bir formül ile verilir. Örneğin, IQ ile okuma becerisi değişkenleri arasında ilişkinin olmadığına dair null hipotezi, Ho: $r_{IQ\text{-}OB}=0$ şeklinde yazılabilir. Deney grubu öğrencilerinin matematik testi puanlarının kontrol grubu öğrencilerinin matematik testi puanlarından farklı olmadığı ise:

Ho: $\mu_D - \mu_K$ ya da Ho: $\mu_D = \mu_K$ biçimde yazılabilir.

Alternatif hipotez ise, tek ya da çift yönlü olmasına bağlı olarak farklı biçimlerde yazılır. IQ ile okuma becerisi arasında a) pozitif bir ilişki olduğu ileri sürülüyorsa ya da b) iki değişken arasında sadece bir ilişkinin olup olmadığı, yani hesaplanan korelasyon katsayısının sıfırdan farklı olup olmadığı inceleniyorsa alternatif hipotez, evren için,

a. Ha: $r_{IQ\text{-}OB} > 0$

b. Ha: $r_{IQ\text{-}OB} \neq 0$ biçiminde yazılır.

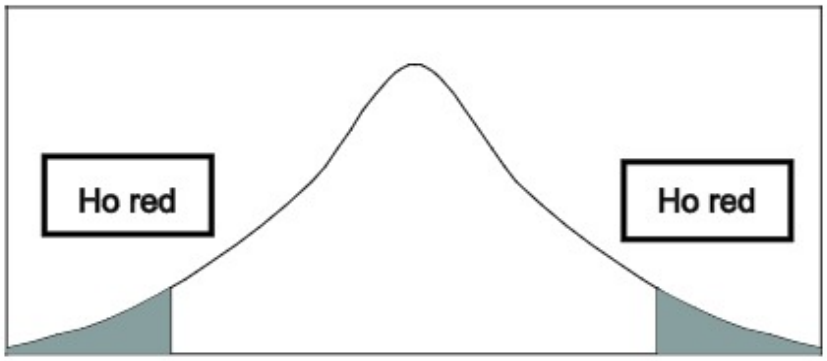
Deney grubu öğrencilerinin matematik testi puanlarının kontrol grubu öğrencilerinden a) daha yüksek olacağı öngörülüyor ya da b) sadece iki grup ortalama puanları için hesaplanan farkın manidar olup olmadığı ile ilgileniliyorsa alternatif hipotez,

a. Ha: $\mu_D > \mu_K$

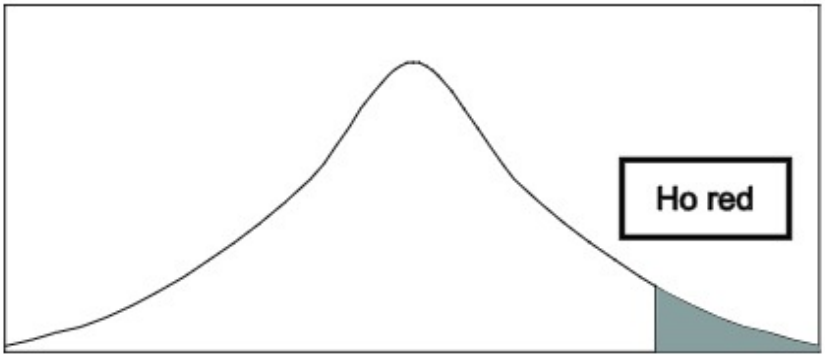
b. Ha: $\mu_D \neq \mu_K$ biçiminde yazılır.

2. Adım: Test Ölçütlerinin Belirlenmesi

Araştırmacı üç tür test ölçütünü çalışmasının başında belirlemek durumundadır. Bunlar: a) null hipotezini test etmede kullanılacak istatistiksel testi tanımlayan *test istatistiği*, b) gerçekte doğru olan bir null hipotezinin reddedilmesi durumunda yapılacak hatayı gösteren *manidarlık düzeyi* (α), c) serbestlik derecesi ve a manidarlık düzeyine göre test istatistiğinin örneklem dağılımı üzerinde tahmin edilen tablo değeri (kritik değer)'dir. Null hipotezi hakkında karar vermek için gerekli olan test istatistiğinin tablo değeri, null hipotezinin kabul ve red bölgelerini ayıran ordinatın değeridir ve düzenlenmiş hazır tablolar yardımıyla kolayca belirlenir. Red bölgesi, null hipotezin hangi durumlarda reddedileceğini gösteren, test istatistiğinin alabileceği değerlerin bir kümesidir. Şekil 7.2a-b'de İki yönlü ve tek yönlü hipotez testinde null hipotezinin red bölgesi ve kabul bölgesi ile tablo değerlerinin konumları gösterilmektedir.



Şekil 7.2a: İki Yönlü Hipotezin Testinde Tablo Değeri ve Red Bölgesi



Şekil 7.2b: Tek Yönlü Hipotezin Testinde Tablo Değeri ve Red Bölgesi

Örneklemden toplanan veriler kullanılarak hesaplanan test istatistiğinin değeri, tablo değerine eşit ya da büyük çıkarsa, bir başka deyişle hesaplanan değer red bölgesine düşerse null hipotezi reddedilir. Null hipotezin reddedilmesi ise, ilişkinin ya da farkın olduğunu öngören araştırma hipotezinin desteklendiği anlamına gelir.

3.Adım: Test İstatistiğinin Değerinin Hesaplanması

Bu adımda, daha önce kullanılmasına karar verilen test istatistiği (t, F, χ^2 vb.), gözlemlerden elde edilen verilere dayalı olarak hesaplanır.

4.Adım: Kararın Verilmesi ve Yorumlanması

Üçüncü adımda hesaplanan test istatistiğinin, hesaplandığı örneklem için istatistiksel olarak manidar olup olmadığına, başka bir deyişle ilişkinin ya da farkın olmadığını tanımlayan null hipotezinin reddedilip reddedilemeyeceğine yönelik karar vermede genelde iki temel ölçüt kullanılır.

Birincisi ve bilgisayarda istatistik paket programlarının yaygın olarak kullanılmaya başlanması ile birlikte çok daha sık kullanılanı, null hipotezinin doğru

olma olasılığını gösteren bir *"p" olasılığının* kullanılmasıdır. Manidarlık düzeyi olarak da isimlendirilen p olasılığının, araştırmacı tarafından belirlenen I.tür hata yapma olasılığı olan α düzeyi ile gösterilen null hipotezinin reddedilmesine ilişkin red bölgesinin toplam olasılık değerine eşit ya da daha küçük olması (≤) durumunda null hipotezi reddedilir; aksi durumda null hipotezi reddedilemez yani kabul edilir.

Null hipotezi hakkında karar oluşturmada kullanılan ikinci ölçüt ise, daha önce değinilen test istatistiğinin gözleme dayalı hesaplanan değeri ile tablo değerinin karşılaştırılmasıdır. Hesaplanan değerin tablo değerinden büyük ya da eşit olması null hipotezinin reddedilmesini gerektirir.

KARAR VERİRKEN YAPILAN HATALAR

Hipotez testinde karar verirken iki tür hata riski vardır. Birincisi, null hipotezi gerçekte doğru ve reddedilmemesi gerektiğinde, biz onu *reddedersek I.tür hata* (α) yaparız. Null hipotezinin gerçekte reddedilmesi gerekirken onu kabul edersek ise *II.tür hata (β)* yaparız. Yanlış bir null hipotezini reddettiğimizde ya da doğru bir null hipotezini kabul ettiğimizde ise uygun karar vermiş oluruz. Karar vermede yapılan hata türleri, Tablo 7.1'de gösterilmiştir.

Tablo 7.1: *Hipotez Testinde Karar Verirken Olası Sonuçlar*

KARAR	***GERÇEK***	
	H_0 doğru	***H_0 yanlış***
H_0 red	**I.Tür Hata** (α)	Doğru Karar (1-β) Testin Gücü
H_0 kabul	Doğru Karar (1-α) Güven Düzeyi	**II.Tür Hata** (β)

Sözü edilen iki hata türü birbirleriyle ters orantılıdır. Araştırmacı I.tür hatayı küçülttüğünde, II.tür hatayı artırmış olacaktır. Araştırmacının hipotez testi için karar vereceği ve manidarlık düzeyi olarak da tanımlanabilen I.tür hatayı yapmanın olasılığı olan a düzeyinin belirlenmesinde problemin özelliği dikkate alınır. Sosyal bilim araştırmalarında I.tür hata yapmanın riski genellikle .01 ya da .05 olarak belirlenir.

İki tür hatayı aynı anda azaltmak için daha büyük örneklemlerin seçilmesi ve örnekleme varyansının azaltılması önerilmektedir.

Hipotez testinin kararına ilişkin yorumun ifadelendirilmesinde de uygulamada bazı hataların yapıldığı gözlenmektedir. Yorumlamaya ilişkin olası hatalar aşağıda verilmiştir (Borg ve Gall, 1989; Williamson ve diğerleri, 1977):

1. Manidarlık düzeyinin (p), gruplar arasında bulunan farkın ya da ilişkinin şans ile oluşmasının olasılığını verdiği şeklinde yorumlanması. Bu durum, örneğin α=.01 düzeyinde null hipotezinin reddedilmesinde araştırmacının bulunan farkın ya da ilişkinin yüz kezde bir kez şanstan kaynaklandığı ifadesine götürür. Oysa a manidarlık düzeyi I.tür hata yapma olasılığını, yani null hipotezinin reddedilmesi durumunda dahi onun doğru olma olasılığını gösterir.

2. Manidarlık düzeyi p'nin yapılan çalışmanın tekrarı durumunda aynı sonuçların bulunması olasılığını vereceğinin ifade edilmesi. Oysa çalışmanın tekrarlarında örneklemler arasında gözlenen farkın yada ilişkinin miktarında bir değişiklik olabilir. Manidarlık düzeyi gelecekteki çalışmaların kestiriminde bulunmaz; o sadece null hipotezinin reddine ya da kabulüne karar vermede kullanılır.

3. Araştırma sonuçlarının pratik ve kuramsal manidarlığı ile istatistiksel manidarlık düzeyinin karıştırılmasıdır. Büyük bir grupta (n=1000), r=.08 düzeyindeki bir ilişki α=.01 düzeyinde manidardır; ancak bu düzeydeki bir ilişkinin pratik ve kuramsal açıdan manidar olduğu söylenemez. Hesaplanan bu ilişki miktarının örneklem büyüklüğü evrene yaklaştıkça daha da küçüleceği unutulmamalıdır.

4. Manidarlık düzeyi, sadece evrenden yansız olarak seçilen örneklemlerin olduğu durumlarda, null hipotezi hakkında karar vermede kullanılır. Yine, manidarlık düzeyi evrende yapılan bir çalışmada da kullanımaz. Çünkü, tamsayım da denilen evrene ulaşılma durumunda, gözlenen fark ya da ilişki zaten evrendeki bir farkı ya da ilişkiyi yansıtacağından ayrıca manidarlık testine gerek yoktur.

5. Null hipotezinin kabulü durumunda, farkın ya da ilişkinin olmadığı şeklindeki mutlak bir yorumun yapılması durumudur. Oysa örneğin iki örneklem ortalamasının özdeş olması ya da ilişkin sıfır olması olasılığı çok düşüktür ve genelde çok küçük de olsa gözlenen bir fark ya da ilişki söz konusudur. Bu durumda, gözlenen farkın manidar olmadığı, yani iki ortalamanın birbirinden manidar bir şekilde farklı olmadığı gibi bir yoruma gitmek gerekir.

SERBESTLİK DERECESİ

Örneklemden hesaplanan bir istatistiğin evren değerini kestirmek amacıyla yapılan hesaplamalarda ya da test istatistiğinin tablo değerlerini belirlemede ser-

bestlik derecesinin bilinmesine ihtiyaç vardır. **Serbestlik derecesi**, bir değişkene ilişkin elde edilen puanların değişiklik gösterebilme serbestliği olarak ifade edilebilir. Buna göre serbestlik derecesi, toplam gözlem sayısından serbestçe değişiklik gösteremeyen puan sayısının çıkartılmasıyla bulunur. Serbestlik derecesinin bulunması, kullanılan istatistiksel teste ve işleme göre değişir. Örneğin, örneklem ortalamasına dayalı olarak evren ortalamasının tahmin edilmeye çalışıldığı durumda serbestlik derecesi örneklem büyüklüğünden bir çıkartılarak (n-1) bulunur. Serbestlik derecesine ilişkin açıklamalara ileriki konularda değinilecektir.

ÖRNEKLEME DAĞILIMI VE ORTALAMANIN GÜVEN ARALIĞI TAHMİNİ

Örnekleme dağılımı, örneklemlerden hesaplanan istatistiklerin dağılımını tanımlar. Araştırmacı, örneklemden hesaplanan bir istatistiğin evren değerini tahmin etmek için örnekleme dağılımının özelliklerini kullanır.

Örneklemlerin ortalaması, evren ortalamasının yansız bir tahmini olarak düşünülür. Her biri aynı büyüklükte olan örneklemlerin sayısı sonsuz sayıda arttırıldığında, örneklem tahminlerin ortalaması giderek gerçek evren değerine yaklaşacaktır.

İlgilenilen bir değişkenle ilgili olarak puanların evrendeki dağılımı normalden aşırı bir sapma göstermedikçe, örneklemden hesaplanan istatistiklerin örnekleme dağılımı normale yaklaşacaktır. Örneğin, evrenden çekilen çok sayıda yansız örneklemlerin ortalamaları, örneklem ortalamalarının ortalaması (evren ortalaması) etrafında normal dağılım gösterir. Evrenden alınan yansız örneklemlerin büyüklükleri arttırıldıkça, örneklem ortalamalarının evren ortalaması etrafında normal dağılıma daha da yaklaşacağı söylenebilir (Hirsch, 1963). Bu durumda evrenin yansız bir temsilcisi olan örneklemden hesaplanan ortalamanın, evren ortalamasının yansız bir tahmini olduğu belirtilebilir.

Evren ortalaması, iki farklı yaklaşımla tahmin edilebilir: Nokta tahmini ve aralık tahmini. Evren ortalamasının **nokta tahmini**, örneklemden hesaplanan ortalamadır. Evrenin nokta tahmini olarak örneklem ortalamasının verilmesi, ancak ortalamanın standart hatasının verilmesi ile bir anlam taşır. Araştırmacılar da esasen evrenin nokta tahmini değil, aralık tahmini ile ilgilenirler. Aralık tahmini, evren değeri belli olasılıklarla kapsayan bir güven aralığının oluşturulması işlemidir. Özden (1981) aralık tahminini, istatistiğin değer bölgesine ait bir aralık oluşturma işlemi olarak açıklamaktadır.

Aralık tahmini, bir evren değerininin tahmininde kullanılan, örneklemden hesaplanan istatistiğe dayalı olarak bulunan ve iki değerle sınırlandırılan bir aralıktır. Evren ortalaması m ve varyansı σ^2 olan bir normal dağılıma sahip evrenden

yansız olarak seçilen bir örneklemin ortalaması $\overline{X}$ ise, evren ortalaması m'nün aralık tahmini (1-a) güven düzeyi için;

$\overline{X} \pm (t_{\alpha/2}) \left(\sigma/\sqrt{N}\right)$ şeklinde formüle edilebilir (Johnson, 1980; Tanis, 1987).

Formülde yer alan $(t_{\alpha/2}) \left(\sigma/\sqrt{N}\right)$ değeri örneklem ortalamasının evren değerinden olan sapma miktarını gösterir. Bu değer hata miktarı olarak da tanımlanmaktadır. Hata miktarı, formülden de anlaşılacağı gibi örneklem büyüklüğü ile ters, varyans ile doğru orantılıdır.

UYGUN İSTATİSTİĞİN SEÇİMİ

Araştırmalarda toplanan veriler için uygun istatistiklerin seçimi, veri çözümlemenin en önemli sorunudur. Bir istatistiksel tekniğin seçiminde dikkate alınması gereken noktalar şöyle özetlenebilir (Roscoe, 1975; Siegel, 1977):

1. Bağımlı değişkenin ölçme düzeyi, sayısı, türü ve dağılımı: Tüm istatistiksel çözümleme işlemleri bağımlı değişkenin ölçme düzeyine göre sınıflandırılır. Örneğin parametrik olmayan istatistikler sınıflama ve sıralama, parametrik istatistikler ise en az eşit aralıklı ölçme düzeylerini gerektirir.

Bağımlı değişkenin tekli olması, tek değişkenli bir çözümlemenin (merkezi ve değişkenlik ölçülerini ve bunlara dayalı analizleri), iki değişkenli olması basit korelasyon ve regresyon türü analizlerin, üç ya da daha fazla olması çoklu korelasyon ve çok değişkenli regresyon, faktör analizi, kanonik korelasyon ve diskriminant analizi gibi çok değişkenli tekniklerin kullanılmasına olanak sağlar.

Bağımlı değişkenin sürekli olup olmaması ve bağımlı değişkene ilişkin ölçümlerin evrendeki dağılımlarının normal olup olmaması da istatistik seçimini etkiler. Parametrik istatistikler dağılımın normalliği varsayımını gerekli kılar. Araştırmacı dağılımın normal olduğuna yönelik yeterli kanıta ya da güçlü işaretlere sahip değilse, yani dağılım çarpıksa, parametrik olmayan istatistikler kullanmalıdır. Yine gruplar arası bir karşılaştırma yapılması söz konusu ise, grupların ait oldukları evrendeki varyanslarının eşit olup olmaması da istatistik seçimini etkiler. Bu tür bir varsayımın test edilmesi mümkün olup karşılanamadığı durumlarda parametrik olmayan istatistik seçimi uygundur. Ayrıca pek çok istatistik, ölçümlerin (verilerin) evrendeki dağılımlarının sürekli olmasını gerektirir.

2. Alt örneklemlerin sayısı ve büyüklükleri: Planlanan bir araştırmada desenin tekli, ikili ya da çoklu olması, yani çalışmanın tek grup, iki grup ya da daha fazla grup üzerinde yürütülmesi istatistik seçimini etkiler. Örneğin bir grup öğ-

rencinin başarısına ilişkin değerlendirmeler tek grup istatistiklerin hesaplanmasını ve yorumlanmasını gerektirirken, bir bağımsız değişkene göre oluşan iki alt grubun başarısını karşılaştırmak için ikili karşılaştırma teknikleri (ilişkisiz t-testi gibi), üç ya da daha fazla grup için yapılacak karşılaştırmalarda ise çok gruplu karşılaştırma tekniklerinden bir boyutlu varyans analizi (F-testi) vardır. İkinci bir bağımsız değişkene göre başka alt gruplar oluşturulur ve iki bağımsız değişkenin bağımlı değişkendeki ortak etkisi alıştırılmak istenirse, iki boyutlu varyans analizi uygulanır.

Araştırmanın veri kaynağı olan örneklemlerin büyüklüğü de istatistik seçimini etkiler. Büyük gruplar üzerinden toplanan verilerin, normal dağılıma yakın dağılım gösterdikleri kabul edilebilir ve buna uygun istatistikler seçilebilir. Ancak grup sayısı örneğin kimilerine göre 30 ve kimilerine göre de 15'in altına düştüğünde puanların normal dağıldığını varsaymak güçtür. Öyle ki grup sayısı altıya indiğinde parametrik olmayan istatistiklerin kullanılması gerektiği belirtilmektedir. Bununla birlikte literatürde, küçük gruplu deneysel çalışmalar yapan araştırmacıların, topladıkları verilerin dağılımlarının uygun olması durumunda parametrik istatistikleri kullandıkları görülmektedir.

3. Deneysel ya da istatistiksel kontrol: Kestirisel istatistiklerin tümü araştırma birimlerinin ait oldukları evrenden yansız olarak çekildiklerini ya da bu birimlerin yansız olarak çeşitli denemelere atanmış olduklarını kabul eder. Deneysel kontrol amacıyla yapılan herhangi bir eşleştirme, istatistiğin seçimini etkiler. Araştırmada kontrol altına alınmak istenen bazı değişkenlerin varlığı, buna ilişkin istatistik seçimini etkiler. İstatistiksel kontrole ilişkin parametrik bir istatistik kovaryans analizidir.

Parametrik istatistikler ilgilenilen değişken bakımından ölçümlerin evrendeki dağılımlarıyla ilgili bazı varsayımları gerektiren, buna karşılık **parametrik-olmayan istatistikler** böyle bir varsayım gerektirmeyen, bir başka deyişle dağılıma bağlı olmayan istatistiklerdir. Parametrik istatistiklerin dağılıma ilişkin temel varsayımlarından ikisi "ölçümlerin evrendeki dağılımının normal olduğu" ve "örneklemlerin ait oldukları evrenlerin varyanslarının eşit olduğu" şeklindedir. Gruplar arasında karşılaştırma yapmaya yönelik parametrik istatistiklerden bazıları z-testi, t-testi, varyans analizi (F-testi) ve ilişki ölçüsü olarak Pearson momentler çarpımı korelasyon katsayısı; parametrik olmayan istatistiklerden bazıları ise kay-kare, işaret testi, Mann-Whitney U-testi, Kruskall-Wallis H-testi ve ilişki ölçüsü olarak sıra farkları korelasyon katsayısıdır. Parametrik olmayan istatistikler ölçeklerin tümünden elde edilen veriler üzerinde kullanılabilirken, parametrik istatistikler verilerin en az aralık ölçeğinde olmasını gerektirir.

Buna göre istatistik, verilerin toplanması, düzenlenmesi, özetlenmesi, sunulması ve analiz edilmesinin yanısıra analizlere dayalı anlamlı kararlar verebilme ve geçerli sonuçlar çıkarabilme ile de ilgilidir. Daha dar anlamda istatistik terimi, verilerin kendisini (örneğin, kaza istatistikleri, eğitim istatistikleri vb.) ya da verilerden üretilen sayıları (örneğin, ortalama, ortanca vb.) göstermede de kullanılır.

İstatistiksel tekniğin önemi, bilimsel yöntemlerle elde edilmiş verilerin çözümlenmesinde araştırmanın amacına ve verilerin özelliklerine uygun tekniklerin kullanılıp kullanılmaması noktasında belirginleşir. Araştırmada toplanan sayısal bilgilerin uygun olmayan istatistikler kullanılarak betimlenmesi, özetlenmesi ve genellenmesi ile ulaşılan sonuçların geçerli ve güvenilir kabul edilmesi mümkün değildir. Başka bir anlatımla, bilimsel yöntemlerle toplanan veriler uygun istatistiklerle çözümlenmemişse ulaşılan sonuçların bilimsel değeri tartışılır.

Pek çok birey, bir araştırma üreticisi olmaktan çok, araştırma tüketicisi olmak durumundadır. Bir meslek elemanı olarak öğretmen, yönetici, uzman ya da bir başka profesyonelin istatistiksel çözümlemeye ilişkin kavramların yer aldığı bilimsel bir yazı, rapor ya da kitabı okuyup yararlanabilmesi için temel araştırma teknikleri bilgisinin yanı sıra, belli düzeyde istatistik bilgisine de sahip olması gerekir. Linquist'in (1989) de vurguladığı gibi, bu yeterliğin çoğu kez matematik teorileri ve işlemlerin ötesinde istatistik alanıyla ilgili asgari düzeyde bilgi ve onunla ilgili açıklama ve yorum yapabilme ile sınırlı olduğu söylenebilir.

İstatistiksel çözümleme gerçekte, belli düzeyde matematik bilgisine ve işlem becerisine sahip olmayı gerektirir. Ancak özellikle sosyal bilimler için ileri düzeyde bir yeterlik gerekli değildir. Sadece dört işlem becerisi yeterli görülmekte, hatta işlemlerde hesap makinesi kullanımı böyle bir ihtiyacı da azaltmaktadır. Ayrıca bilgisayar ve istatistik paket programlarının kullanımının yaygınlaşması, matematiksel işlemlerin gerekliliğini de ortadan kaldırmaktadır denilebilir.

ÖZET

- **Anlam çıkartıcı (kestirisel) istatistik,** örneklem üzerinden hesaplanan istatistiklere dayalı olarak evrene ait parametrelerin (değerlerin) kestirilmesi sürecini tanımlar ve hipotez testleri ile istatiksel kestirimleri içerir.
- **Hipotez testi,** A) null hipotezinin ve alternatif hipotezin belirlenmesi, b) test ölçütlerinin belirlenmesi, c) test istatistiğinin hesaplanması ve d) kararın verilmesi ve yorumlanması aşamalarından oluşur.
- **Aralık tahmini (kestirimi),** örneklem değerlere dayalı olarak belli güven düzeyi için evren değerlerin alabileceği alt ve üst sınırların belirlenmesi işlemidir.

8. BÖLÜM

T-TESTİ: ORTALAMALAR ARASI FARKLARIN TEST EDİLMESİ

İçerik

- ☑ *Giriş*
- ☑ *Tek Örneklem İçin t Testi*
- ☑ *Bağımsız Örneklemler için t Testi*
- ☑ *Bağımlı Örneklemler İçin t Testi*
- ☑ *Etki Büyüklüğü*
- ☑ *Özet*
- ☑ *Alıştırma Soruları*

GİRİŞ

Pek çok araştırmacı grupları birbirleriyle karşılaştırmakla ilgilenir. Gruplar arasındaki farkların istatistiksel olarak manidar olup olmadığını ya da şansla ortaya çıkıp çıkmadığını tahmin eden hipotezleri test ederler. T testi iki ortalama arasındaki farkları test etmede kullanılan parametrik bir tekniktir. T testi kullanmak için, aynı değişken:

a) farklı gruplarda,

b) farklı zamanlarda ya da

c) bilinen bir evren ortalaması ile karşılaştırmak üzere ölçülmelidir.

En çok uygulananlar "bağımsız gruplar" ya da "bağımlı gruplar" arasındaki farkı test etmek üzere yapılan t testleridir.

Bağımsız gruplar için t testi, aynı değişken iki farklı grupta ölçüldüğü zaman kullanılır. Bağımsız ya da ilişkisiz gruplar, grupların farklı bireylere sahip olması, yani kişilerin herhangi bir şekilde eşleştirilmemiş olması anlamına gelmektedir. Bağımlı ya da ilişkili gruplar ise, aynı kişilerin iki farklı durumda ya da farklı zamanlarda ölçülüyor olması ya da kişilerin eşleştirilerek, her çiftten birinin iki gruptan birine yerleştirilmesini tanımlar. Örneğin deney grubu ile kontrol grubunun ya da erkeklerle kızların istatistik dersi başarı puanları açısından farklı olup olmadıklarının değerlendirilmesi bağımsız t testi kullanılmasını gerektirir. Bağımlı t testi ise, bir öğrenci grubunun bir program öncesi ve sonrası tutum puanları ya da kaygı düzeyleri vb. puanları arasındaki farkı test eder.

Gruplara ait ortalamalar elde edildiğinde, bunların farklı olup olmadığı ilk bakışta belirlenemez. Örneğin ortalamalar arasındaki 2 puanlık bir fark, bazı durumlarda istatistiksel olarak manidar bulunurken, bazen de bulunmaz. Ortalamalar arasındaki farkın gerçek fark olduğunu belirlemede, grup ortalama ve varyanslarının yanı sıra örneklem büyüklüğü de rol oynar.

t testi, Dublin'de bira fabrikasında çalışan W.S.Gosset tarafından 1908'de geliştirilen t dağılımına dayanır. Gosset bir dergiye gönderdiği makalesinin kendi ismiyle yayınlanmasına izin verilmediğinden "student" ismini kullanmıştır ve bu nedenle t dağılımı "student t dağılımı" olarak bilinmektedir. t dağılımının türetilmesinde Gosset, örneklemlerin normal dağılımdan alındığını varsayar. t dağılımı şu özelliklere sahiptir:

- t ortalaması 0 olan bir dağılımdır.
- t ortalamaya göre simetrik dağılır.
- t varyansı 1'den büyük olan bir dağılımdır; ancak örneklem büyüklüğü (n) arttıkça, varyans 1'e yaklaşır.
- t dağılımı normal dağılıma göre ortalamada daha az sivri, uçlarda ise daha yoğundur.
- t her örneklem büyüklüğü için ayrı bir dağılıma sahiptir; yani dağılımın şekli örneklemdeki sayıya göre değişir. Değişkenlik, örneklem büyüklüğüne bağlıdır. Örneklem büyüklüğü arttıkça, dağılımın her iki ucu da incelerek normal dağılıma yaklaşır (Johnson,1980; Wagner,1991).

t testi, deneysel ve deneysel olmayan araştırmalarda kullanılabilir. t testi, örneklemlerin yansız olarak seçilmiş olmasını gerektirmekle birlikte, güçlü bir parametrik yöntem olması nedeniyle yansız olarak seçilmeyen örneklemlerde de

kullanılabilmektedir. Araştırma desenine bağlı olarak ortalama puanların karşılaştırılmasında kullanılan üç farklı t testi vardır. Bunlar:

1. **Tek örneklem için t testi.** Bir örneklem ortalamasının, bir evrenin ortalaması ile karşılaştırılmasında kullanılan parametrik bir tekniktir. Örneğin, psikoloji bölümünden doktora sınavına giren öğrencilerin sınav puanları (örneklem) ortalamasının, üniversitedeki tüm doktora öğrencilerinin doktora sınavı puanlarının (evren) genel ortalamasından manidar olarak farklı olup olmadığının test edilmesi.
2. **Bağımsız örneklemler için t testi.** İki bağımsız örneklem grubundan elde edilen ortalamalar arasındaki farkın manidarlığını karşılaştırmak için kullanılan parametrik bir tekniktir. Tipik bir örnek, deney ve kontrol gruplarının karşılaştırılmasıdır.
3. **Bağımlı örneklemler için t testi.** İki ilişkili örneklemden elde edilen iki örneklem ortalaması arasındaki farkın manidarlığını karşılaştırmak için kullanılan parametrik bir tekniktir. Bir örneklemdeki her puan, diğer örneklemdeki her bir puanla eşleştirildiğinde iki örneklem ilişkilidir. Tipik bir örnek, bir grup bireyin öntest ve sontest puanlarının karşılaştırılmasıdır.

TEK ÖRNEKLEM İÇİN T-TESTİ

Tek bir örneklem ortalamasının manidarlığını test etmek üzere kullanılan parametrik bir tekniktir. Bir örneklem ortalaması, tahmin edilen bir evren ortalamasına karşı test edilir (Wagner,1991).

Varsayımlar

Tek örneklem t testinin uygulanabilmesi için şu varsayımların karşılanması gerekir:

1. Bağımlı değişkene ait puanlar aralıklı ya da oranlı ölçek düzeyindedir.
2. Bağımlı değişkene ait puanlar evrende normal dağılım gösterir.

Puanların Dağılımının Normal Dağılıma Uygunluğunun İncelenmesi

Puanların dağılımlarının normal dağılıma uygunluğu ya da normal dağılımdan aşırı bir sapma gösterip göstermediğini incelemek için kullanılan betimsel yöntemler ve grafiklere ilişkin bilgiler kitabın 4. bölümünde açıklanmıştı. Burada, normalliğin hipotez testleri ile incelenmesine ilişkin bazı bilgilere yer verilecektir. Normallik konusunda testlerin kullanılması ise başvurulan bir başka yöntemdir. Burada üç farklı testten söz edilecektir. Birincisi, çarpıklık katsayısının standart

hatasına bölünmesi ile elde edilecek z-istatistiğinin α=.05 için 1.96 ve α=.01 için 2.58'den küçük çıkmasının, dağılımın normalden aşırı sapma göstermediği şeklinde yorumlanmasıdır. Grup büyüklüğünün 50'den küçük olması durumunda Shapiro-Wilks, büyük olması durumunda Kolmogorov-Smirnov (K-S) testi, puanların normalliğe uygunluğunu incelemede kullanılan iki testtir. Örneklemden elde edilen puanların normal dağılımdan aşırı sapma gösterip göstermediğine ilişkin işlemler SPSS istatistik programı kullanılarak incelenebilir. Analizde istatistiksel (null) hipotez "puanların dağılımı normal dağılımdan manidar farklılık göstermez" şeklinde kurulduğu için hesaplanan p-değerinin α=.05'den büyük çıkması, bu manidarlık düzeyinde puanların normal dağılımdan manidar (aşırı) sapma göstermediği, normal dağılıma uygun olduğu şeklinde yorumlanır. (Alpar, 2003; Gren, Salkind ve Akey, 1997; Tabachnich ve fidell, 1989). "Puanların normal dağılımdan amlamlı (aşırı) bir sapma göstermediği" şeklinde kurulan null hipotezinin testinde kullanılan bir başka istatistik de çarpıklık katsayısının standart hatasına bölünmesiyle elde edilen z istatistiğidir (Howilt ve Cramer, 1997). Bu değerin 2.58'den düşük çıkması α=.01'de, 1.96'dan düşük çıkması da α=.05'de puanların normal dağılıma yaklaşık dağıldığı şeklinde yorumlanabilmektedir.

Puan dağılımlarının normalden aşırı sapma göstermesi durumunda "normallik" varsayımını gerektiren istatistiklerin kullanılmaması gerekir. Araştırmacı, normallik gerektiren istatistikleri kullanmak istiyorsa bir yol, puanların yeni bir dağılıma dönüştürülmesidir. Puanların dönüştürülmesi olarak tanımlanan bu işlem sonunda, veriler farklı bir birimle yeniden tanımlanmış olacaktır. Puanların normalliği sözü edilen yöntemlerle incelendiğinde normale uygun olmayan pozitif bir çarpıklık saptanırsa "karekök", aşırı pozitif çarpıklık varsa "logaritmik" dönüşüm yerinde olacaktır. Puanlarda 1'den küçük değer olması durumunda puanlara 1 değeri eklendikten sonra dönüşüm yapılması önerilmektedir. Negatif bir dağılım için her bir puan, en yüksek puana 1 eklenerek bulunan bir sabitten çıkartılarak pozitif çarpık bir dağılıma dönüştürüldükten sonra, anılan iki dönüşümden biri uygulanabilir. Dönüştürmede kullanılan bir başka yol da puanların tersini almaktır. Dönüşümler puanların normal dağılıma dönüşmesini garanti etmez; ancak eskisine normale oranla daha yakın bir dağılım elde edilir.

Hipotezler

Tek örneklem t-testinde hipotezler, örneklemden elde edilen ortalama ile evren ortalaması arasında fark olup olmamasına göre oluşturulur. Hipotezler sembolik olarak:

$H_0 : \mu - \overline{X} = 0$ ve

$H_a: \mu - \overline{X} \neq 0$ şeklinde oluşturulur. Burada μ evrene ait ortalamayı, $\overline{X}$ ise örnekleme ilişkin ortalamayı temsil etmektedir.

H_0, evren ortalaması ile örneklem ortalaması arasında fark olmadığını ya da farkın tesadüften ileri gidemeyeceğini ve sıfır kabul edilebileceğini gösterirken; H_a bu farkın tesadüften kaynaklanmadığını ve sıfır kabul edilemeyeceğini gösterir.

İşlem

Öncelikle evrene ait tahmini standart sapmayı bulabilmek için, örnekleme ait veriler kullanılarak S_x hesaplanır.

$$S_X = \sqrt{\frac{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}}{n-1}}$$

Daha sonra ortalamanın tahmini standart hatası ($S_{\overline{X}}$) hesaplanır. Bunun için tahmini standart sapma, n'nin kare köküne bölünür.

$$S_{\overline{X}} = \frac{S_X}{\sqrt{n}} \qquad \textbf{Formül 8.1}$$

Son olarak t değeri bulunur.

$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{S_{\overline{X}}} \qquad \textbf{Formül 8.2} \text{ ya da}$$

$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{S_X}{\sqrt{n}}} \qquad \textbf{Formül 8.3}$$

Burada $\overline{X}$ örnekleme ait ortalamadır. μ ise null hipotezinde söz edilen evren ortalamasıdır. S_X örneklemin standart sapması ve n ise örneklem büyüklüğüdür (Heiman,1996; Wagner,1991).

Örnek 8.1 Bir ilköğretim okulunda altıncı sınıf öğretmeni, öğrencilerinin başarı ortalamalarının 2.5'den büyük olduğunu iddia etmektedir. Bu hipotez, başarı ortalamasının 2.5'e eşit olduğunu savunan null hipotezine karşı test edilecektir. Bu amaçla yansız olarak 10 öğrenci seçilir ve başarı ortalamaları bulunur. Bu puanlar: 2.23, 2.03, 2.58, 3.02, 1.01, 3.57, 3.65, 3.33, 2.92, 1.98 olsun.

Çözüm:

Hipotezler:

$H_0 : \mu = 2,5 \;, \quad H_a : \mu > 2.5$

Öncelikle örnekleme ait ortalama ve standart sapma hesaplanır.

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{26.32}{10} = 2.632$$

$$S_X = \sqrt{\frac{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}}{n-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{75.494 - \frac{26.32^2}{10}}{10-1}} = \sqrt{\frac{75.494 - 69.274}{9}} = \sqrt{.691} = 831$$

Hesaplanan ortalama ve standart sapma değerleri t formülüne yerleştirilir.

$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{S_X}{\sqrt{n}}} = \frac{2.632 - 2.5}{\frac{.831}{\sqrt{10}}} = \frac{.132}{.263} = .502$$

Şimdi hesaplanan bu değer (t_{hesap}), manidarlık düzeyi .05 için tablo (kritik) değeri ile karşılaştırılır (Ek E). Eğer hesaplanan değer, kritik değeri aşıyorsa ya da ret bölgesine düşüyorsa, H_0 hipotezi ret edilir. Bu çalışmada serbestlik derecesi, 9'dur (sd=n-1). $\alpha = .05$ ve sd=9 için tabloda verilen kritik değer, $t_{kritik(.05,\ 9)}$= 1.833'dür.

t_{hesap}=.502< t_{kritik}=.833 olduğundan null hipotezi kabul edilir ve buna göre 6. sınıf başarı ortalamasının 2.5'den büyük olmadığı sonucuna varılır.

Not: Tek Örneklem t testinin temel varsayımlarından biri olan "Ham puan evreni normal dağılım göstermelidir" varsayımı karşılanmadığı taktirde, bu tekniğin parametrik olmayan karşılığı Kolmogorow-Smirnov Tek Örneklem Testi kullanılabilir. Bu konuda daha fazla bilgi için Siegel (1977)'in çalışmasına bakılabilir.

BAĞIMSIZ ÖRNEKLEMLER İÇİN T-TESTİ

Bu test, iki bağımsız örneklemden elde edilen ortalamalar arasındaki farkın manidarlığını test etmek üzere kullanılan parametrik bir tekniktir. Deneysel desenlerde ve karşılaştırmalı tarama desenlerinde iki gruba ait ortalamaların kar-

şılaştırılmasında kullanılır. Örneğin hipnozun hafıza üzerindeki etkisine yönelik olarak, hafif ve derin hipnoz uygulanan kişilerin bir olayı hatırlamaları arasında fark olup olmadığı araştırılıyor olsun. Yansız olarak, her biri 25 önemli detay içeren bir hikaye okumuş olan iki grup seçilir. Daha sonra birinci gruba hafif, diğer gruba da derin hipnoz uygulanır ve her iki grubun da hikayeyi hatırlamaları istenir. Her deneğin puanı, hikayeden hatırladığı detay sayısı olmaktadır. Böylece bağımsız değişken "hafif ve derin hipnoz" ve bağımlı değişken ise "deneklerin hatırladıkları detay sayısı"dır. Burada hafif ve derin hipnoza maruz kalmış bireylerin hatırladıkları detay sayılarına ait ortalamalar arasındaki fark, ilişkisiz t-testi kullanılarak test edilir.

Sırasıyla izlenmesi gereken adımlar şunlardır: (1) istatistiksel yöntemin varsayımları kontrol edilir ve istatistiksel hipotezler oluşturulur, (2) istatistiksel test yapılır ve (3) sonuçlar manidar ise, kurulan ilişki açıklanır (Heiman,1996).

Varsayımlar

Bağımsız örneklemler için t testi aşağıdaki varsayımları gerektirir:

1. İki örneklem (grup) birbirinden bağımsızdır.
2. Bağımlı değişken aralık veya oran ölçeği düzeyinde ölçülmüş olmalıdır.
3. Her örneklemin temsil ettiği evrenin ham puanları dağılımı normal dağılım göstermelidir. Eğer örneklem 30'dan büyükse, evrenin sadece kabaca bir normal dağılım göstermesi yerli sayılır.
4. Örneklemler tarafından temsil edilen evrenlerin varyansları homojendir. Varyansların homojenliği bir evrendeki varyans değerinin diğer evrendeki varyans değerine eşit olması anlamına gelmektedir. Bu varyansların birbirine eşit olup olmadığı test edilmelidir.

t testi güçlü bir parametrik test olup, "varyansların homojenliği" varsayımı karşılanamasa bile kullanılabilir. Genel bir kural olarak özellikle gruplar küçükse, gruplara ait n'lerin eşit olması yani grup büyüklüklerinin aynı olması istenir. Büyük gruplar, küçük gruplar ile karşılaştırıldığında daha güvenlidir ve null hipotezini reddetmek için daha küçük bir t değeri yeterli olmaktadır. Bu nedenle, araştırmacılar grup büyüklüğünün en az 30 olmasını sağlamaya çalışılmalıdırlar (Ravid,1997).

Hipnoz örneği için, yukarıda sözü edilen varsayımlar karşılanıyorsa araştırma hipotezi ve istatistiksel hipotez tanımlanır.

Hipotezler

Hipnoz örneğine döndüğümüzde, araştırmacının hafif hipnozun derin hipnoza göre daha yüksek ya da daha düşük hatırlama puanlarına neden olacağı konusunda bir ön görüşü yoksa, yani ilişkinin yönünden söz edilmiyorsa, iki uçlu (iki yönlü ya da yönsüz) bir test söz konusudur. Bu durumda, iki uçlu araştırma (alternatif) hipotezi, iki evren ortalamasının birbirine eşit olmadığına ilişkindir. İki μ eşit değilse, farkları da sıfıra eşit olmayacaktır. Hipotezler aşağıda sembolik olarak ifade edilmektedir:

$H_a : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$ ya da $H_a : \mu_1 \neq \mu_2$

H_a, iki evrene ait hatırlama puanları ortalamasının farklı olduğunu açıklamaktadır.

Burada μ evren ortalamasının sembolü olup, hipotez yazılırken kullanılır. Her ne kadar çalışmalar örneklem kullanılarak yapılsa da, evren hakkındaki hipotezler test edilir.

Eğer çalışmada derin hipnozun, hafif hipnoza göre hatırlamayı daha fazla arttıracağı görüşü olsaydı, o zaman alternatif hipotez aşağıdaki gibi tek yönlü kurulurdu:

$H_a : \mu_1 > \mu_2$ (Grup 1 derin, grup 2 ise hafif hipnoz alanları gösterir.)

H_a derin hipnoz alan evrene ait hatırlama puanları ortalamasının, hafif hipnoz alan gruba göre büyük olduğunu göstermektedir.

Null hipotez ise iki ortalama arasında fark olmadığını belirten hipotezdir. İki durumda da aynı evren (μ) değeri elde edilecek yani μ_1 ve μ_2 eşit olacaktır. Aşağıda null hipotezinin sembolik ifadesi yer almaktadır:

$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$ ya da $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

H_0 her iki örneklemin de aynı hatırlama puanları ortalamasına sahip olan evrenleri temsil ettiğini gösterir. Null hipotezi her çalışmada, iki ortalama arasında fark olup olmadığını ya da evrende ilişki olup olmadığını test etmek üzere açıklanır.

Bağımsız örneklemler için t-testinde, H_0 ile açıklanan μ_1 ve μ_2 arasındaki farktan, $\overline{X}_1$ ve $\overline{X}_2$ arasındaki farkın manidar olarak farklı olup olmadığını test ederiz.

İşlem

t testi için gerekli olan hesaplamalarda, ham puan evreninin tahmini varyansı, örnekleme dağılımının tahmini standart hatası ve daha sonra da t değeri

bulunur. Aşağıda verilen yöntemde evren varyansları ($\sigma_1^2 = \sigma_2^2$) eşit kabul edilmektedir. Karşılaşılabilecek diğer bir durum ise, evren varyanslarının ($\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$) eşit olmadığı durumdur. İki evren varyansı bilinmez, ancak iki örneklemden edilen varyanslar kullanılarak F testi ile varyansların eşit olup olmadığı öncelikle test edilir ve ona göre kullanılan yöntem değişir.

Evren varyansının tahmini

Öncelikle, her örneklem grubu için s_x^2 hesaplanır. Bunların her biri evrenin varyansının bir tahminidir. Ancak her birine örnekleme hatası karışmıştır. Evren varyansının daha iyi bir tahmini için, iki s_x^2'ın ağırlıklı ortalaması hesaplanır. Her varyans, örneklemdeki serbestlik derecesinden (sd) etkilenecek şekilde ağırlıklandırılır (Ravid,1996; Johnson,1980). Örneklem varyanslarının ağırlıklı ortalaması, ortak varyans (pooled varyans) olarak isimlendirilir ("pooled" mümkün olan en iyi tahmini vermek üzere, iki örneklemden elde edilen bilgi anlamına gelir). Aşağıda ortak varyansın formülü verilmektedir:

$$s_{ortak}^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)} \qquad \textbf{Formül 8.4}$$

Farkın standart hatası

Ortalamalar arasındaki farkların örneklem dağılımının standart hatası, "farkın standart hatası" olarak isimlendirilir. **Farkın standart hatası** ortalamalar arasındaki farkların örneklem dağılımının tahmini standart sapmasıdır.

$$S_{\overline{X}1-\overline{X}2} = \sqrt{\left(s_{pool}^2\right)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)} \qquad \textbf{Formül 8.5}$$

ya da formülün s_{pool}^2 kısmı açık bir şekilde yazılırsa:

$$S_{\overline{X}1-\overline{X}2} = \sqrt{\left(\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)}\right)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)} \qquad \textbf{Formül 8.6}$$

Formüller farkın standart hatasının hesaplanmasına ilişkindir.

İki bağımsız örneklem için t değerinin hesaplanması

t değerinin hesaplanabilmesi için genel olarak aşağıdaki formül kullanılmaktadır:

$$t=\frac{(\overline{X}_1-\overline{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{S_{\overline{X}_1-\overline{X}_2}} \qquad \textbf{Formül 8.7}$$

Burada $\overline{X}_1$ ve $\overline{X}_2$ örneklem ortalamalarıdır. $S_{\overline{X}_1-\overline{X}_2}$ ise farkın standart hatasıdır. $\mu_1-\mu_2$ null hipotez ile belirlenen farkı açıklamaktadır. Aşağıda t değerinin hesaplanmasında kullanılan formül yer almaktadır.

$$t=\frac{(\overline{X}_1-\overline{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{(n_1-1)+(n_2-1)}\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} \qquad \textbf{Formül 8.8}$$

Burada s_1^2 grup 1'in varyansı, s_2^2 ise grup 2'nin varyansıdır. n_1 grup 1'deki kişi sayısı, n_2 ise grup 2'deki kişi sayısıdır. Null hipotez ile belirlenen $\mu_1-\mu_2$ farkı 0 olduğuna göre, formül aşağıdaki gibi kullanılabilir.

$$t=\frac{(\overline{X}_1-\overline{X}_2)}{\sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{(n_1-1)+(n_2-1)}\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} \qquad \textbf{Formül 8.9}$$

t değeri hesaplandıktan sonra, hesaplanan bu değer serbestlik derecesi ve α düzeyine göre tablo değeri ile karşılaştırılır (Ek E). Hesaplanan t değeri, kritik değeri aşarsa null hipotezi reddedilir. Bu durum, ortalamalar arasındaki farkın sıfırdan büyük olduğu ve bu büyüklükteki bir farkın sadece şansla ortaya çıkabilmesinin mümkün olmadığını gösterir.

Örnek 8.2 Bir araştırmacı, hipnozun hatırlama üzerindeki etkisini incelemek ister. Yansız olarak oluşturulan derin hipnoz (grup 1) ve hafif hipnoz (grup 2) alan iki gruba ait bazı bilgiler aşağıda verilmiştir. Bu durumda hipotezlerinizi oluşturunuz ve test edip sonuçları yorumlayınız.

***Tablo 8.1:** Hipnoz Çalışmasına İlişkin Veriler*

Hipnoz Çalışması	Örneklem 1: Derin hipnoz	Örneklem 2: Hafif hipnoz
Hatırlanan detayların ortalaması	$\overline{X}_1 = 23$	$\overline{X}_2 = 20$
Denek sayısı	$n_1 = 17$	$n_2 = 15$
Örneklem varyansı	$s_1^2 = 9.0$	$s_2^2 = 7.5$

Çözüm. Çalışmanın alternatif hipotezi (H_a) iki yönlü olup, şu şekilde yazılabilir:

$H_a : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

Burada derin ve hafif hipnoz alan grupların evren ortalamalarının farklı olduğu söylenmektedir. İki ortalama arasında fark olup olmadığını test etmek üzere ortaya konan null hipotezi ise, aşağıda verilmektedir:

$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$

Burada derin ve hafif hipnoz alan grupların evren ortalamalarının farklı olmadığı söylenmektedir. t değerini hesaplamak için öncelikle grupların ortalama varyansını Formül 8,4'ü kullanarak bulalım.

$$s_{ort}^2 = \frac{(17-1)9.0 + (15-1)7.5}{(17-1)+(15-1)} = \frac{144+105}{30} = \frac{249}{30} = 8.30$$

Ortalama varyans 8.30 olarak bulunmuştur. Bu örneklemlerle temsil edilen hatırlama puanları evreninin varyans tahminidir. İkinci olarak fark puanlarına ait standart hata bulunur. Bunun için ortalama varyans ve n değerleri Formül 8.5'e yerleştirilir:

$$S_{\overline{X}1-\overline{X}2} = \sqrt{(8.3)\left(\frac{1}{17}+\frac{1}{15}\right)} = \sqrt{8.3(0.126)} = 1.02$$

Şimdi t değerini bulabilmek için, örneklem ortalamalarını ve farkın standart hatasını t test formülüne yerleştirelim:

$$t = \frac{(23-20)-0}{1.02} = \frac{3}{1.02} = 2.94$$

t değerinin yorumlanması

t değerinin manidar olup olmadığını test edebilmek için, bu değer Ek E'de verilen tablodaki kritik değer ile karşılaştırılmalıdır. Serbestlik derecesini kullanarak kritik değer bulunur. Bağımsız örneklemler t testi için, serbestlik derecesi, sd= $(n_1 -1)+(n_2 -1)= n_1+n_2-2$ formülü ile hesaplanır. Bu örnek için serbestlik derecesi, sd= (17-1)+(15-1)= 30'dur. α= 0.05 olarak alınırsa, bu serbestlik derecesinde, t-tablo değeri iki yönlü bir test için $t_{kritik} = \pm 2.042$'dir. Elde edilen t değeri kritik değeri aştığından, null hipotez reddedilir. Bu durumda $\alpha = 0.05$ düzeyinde, ortalamalar arasındaki farkın sıfırdan manidar derecede farklı olduğu sonucuna varılır ($t_{(30)}$=+2.94, p<.05). Burada, 1.tür hata yapma (doğru bir H_0 hipotezini reddetme) olasılığının .05'den küçük olduğu söylenmiştir. Derin hipnoz alanların hatırlama puanları ortalamasının ($\overline{X}$ =23), hafif hipnoz alanlara ($\overline{X}$ =20) göre daha büyük olması, derin hipnozun, hafif hipnoza göre daha yüksek hatırlama puanlarına neden olduğunu ortaya çıkartmıştır. Bu durum hipnoz ile hatırlama arasında bir ilişki olduğunu göstermektedir.

İki durum arasındaki farkın yönü önceden tahmin edilmiş olsa idi, o zaman hipnoz çalışması ile ilgili olarak, tek yönlü hipotez testi yapılabilirdi. Derin hipnoz alan kişilerin hafif hipnoz alan kişilere göre ortalamalarının daha yüksek olacağı şeklindeki bir alternatif hipotez aşağıdaki gibi sembolize edilebilir:

$$H_a: \mu_{derin} - \mu_{hafif} > 0$$

Büyük olan ortalama, küçük olan ortalamadan çıkarılır ve bu durumda ortalamalar arası fark sıfırdan büyük olacaktır. İlgilenilen ret bölgesi dağılımın sağ ucudur. Hesaplanan t değeri (2.94), tek yönlü bir test için, kritik değer (α= .05) 1.697 ile karşılaştırılacaktır. Bu durumda yine null hipotezi reddedilir ve alternatif hipotez kabul edilir. Bu şu anlama gelmektedir: .05 düzeyinde, derin hipnoz alanların diğer gruba göre daha iyi hatırlama puanları vardır.

Eğer evrene ait varyansların eşit olmadığı varsayılıyorsa, t değerini hesaplamak için aşağıdaki formül önerilmektedir (Johnson,1980):

$$t = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{(s_1^2/n_1) + (s_2^2/n_2)}} \qquad \textbf{Formül 8.10}$$

Serbestlik derecesi küçük olan örnekleme göre; n_1-1 ya da n_2-1 olarak alınır.

Ancak bu kitapta daha önce verilen yöntem üzerinde durulmaktadır. Çünkü evrenin varyansının en iyi tahmini ortak (pooled) varyansla mümkün olmaktadır.

BAĞIMLI ÖRNEKLEMLER İÇİN T-TESTİ

Karşılaştırılan iki ortalama, birbirleriyle ilişkili olan iki puan setine ilişkin olduğunda, bağımlı (ilişkili) örneklemler için t test kullanılır. Kısaca ilişkili t testi, ilişkili iki örneklemden elde edilen iki ortalama arasındaki farkın manidarlığını test etmek üzere kullanılan parametrik bir tekniktir. İlişkili örneklemler, iki farklı araştırma deseninde söz konusu olmaktadır (Heiman, 1996). Bunlar "eşleştirilmiş örneklemler deseni" ve "tekrarlı ölçümler deseni"dir.

Eşleştirilmiş örneklemler deseninde, bir örneklemdeki her bir denek, diğer örneklemdeki bir denekle eşleştirilir. Örneğin, yuvaya giden ve gitmeyen ikiz kardeşlerden oluşturulmuş iki örneklem için, sosyal iletişim puanları arasındaki fark araştırılmak istenebilir. Burada ikiz kardeşler "eşleştirilmiş çiftler"dir. Başka bir örnek ise, aynı uzunluktaki basketbol oyuncularından oluşturulmuş çiftlerden birisinin standart basket topu kullanan gruba, diğerinin ise yeni tip top kullanan gruba yansız olarak atanması ve performansları arasındaki farkların incelenmesi olabilir.

Diğer bir uygulama ise, daha genel bir kullanımı olan tekrarlı ölçümler içindir. Bu desende aynı deneklerin, bir program öncesinde ve sonrasında ölçümleri alınarak tekrarlı ölçümler elde edilir. Özbakım becerilerini geliştirmeye yönelik bir eğitim programının etkisini incelemek için yansız olarak seçilen bir grubun özbakım becerilerinin eğitim uygulamaları öncesi (öntest) ve sonrasında (sontest) ölçülerek bu iki ölçüm setine ait ortalamaların karşılaştırılması buna örnektir.

Varsayımlar

İlişkili (bağımlı) örneklem gerektirmesi dışında, bağımsız örneklemler için t testinin gerektirdiği tüm varsayımlar aynıdır. Bu varsayımlar şunlardır: (1) bağımlı değişken aralık ya da oran ölçeği düzeyindedir, (2) her bir örneklemin temsil edildiği evrende puanlar normal dağılım gösterir ve (3) örneklemler ile gösterilen evrenlerin varyansları homojendir. İlişkili örneklemler puan çiftleri oluşturduğu için, doğal olarak her örneklemdeki n'ler eşit olmalıdır. Bu varsayımların karşılanması durumunda, hipotezlerin test edilmesine gidilir.

Hipotezler

Bir çalışmada terapi programının, deneklerin böcek korkusunu azaltmadaki etkisi araştırılmaktadır. Bu çalışmada araştırma (alternatif) hipotezi tek yönlü olacaktır. Terapi sonrası puanların ortalaması, terapi öncesi puanlarının ortalamasından düşük olacaktır. Bağımlı örneklemlerde, ham puanlar fark puanlarına dönüştürülür. Her bir çiftteki iki ham puan arasındaki fark, fark puanıdır. Terapi

sonrası korku puanları, terapi öncesi korku puanlarından çıkarılacak olursa, elde edilen fark puanlarına ait evren ortalamasının pozitif olacağı söylenebilir. Fark puanlarının ortalamasının (μ_d), sıfırdan büyük olacağı hipotezi geliştirilebilir. Sembolik olarak yazılacak olursa:

H_a: $\mu_d > 0$'dır.

Null hipotez ise, terapi ve korku puanları arasında bir ilişki olmadığını açıklayan hipotezdir. Fark puanlarının ortalaması μ_d'nin sıfıra eşit ya da sıfırdan küçük olmasıdır. Sembolik olarak H_0 : $\mu_d \leq 0$'dır.

İşlem

Bağımlı örneklemler için t değerini hesaplamada ilk olarak fark puanlarının evren varyansının (S_D^2) tahminini bulmak gerekmektedir.

$$S_D^2 = \frac{\sum D^2 - \frac{(\sum D)^2}{n}}{n-1} \qquad \textbf{Formül 8.11}$$

İkinci olarak, fark puanlarına ait ortalamanın ($\overline{D}$) örneklem dağılımının standart sapması ($S_{\overline{D}}$) veya ortalama farkının standart hatası aşağıdaki formül yardımıyla bulunur:

$$S_{\overline{D}} = \sqrt{\left(S_D^2\right)\left(\frac{1}{n}\right)} \qquad \textbf{Formül 8.12}$$

Üçüncü olarak t değeri hesaplamak için şu iki formül kullanılır:

$$t = \frac{\overline{D} - \mu_D}{S_{\overline{D}}} \qquad \textbf{Formül 8.13}$$

$$t = \frac{\overline{D} - \mu_D}{\sqrt{\left(S_D^2\right)\left(\frac{1}{n}\right)}} \qquad \textbf{Formül 8.14}$$

$\mu_D = 0$ olduğundan formül şu şekilde yazılabilir:

$$t = \frac{\overline{D}}{\sqrt{\left(S_D^2\right)\left(\frac{1}{n}\right)}} \qquad \textbf{Formül 8.15}$$

Yukarıdaki formül fark puanlara (D) dayalı olarak da şu şekilde yazılabilir:

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\left[n(\sum D^2) - (\sum D)^2\right]\left(\frac{1}{n-1}\right)}}$$ **Formül 8.16**

Örnek 8.3 Çocuklarda benlik kavramını geliştirmek üzere özel bir yuvadaki 4-5 yaş çocuklarına bir program uygulanır. 6 hafta süren bu uygulama, evde ve sınıfta yapılan bazı faaliyetleri içermektedir. Bütün çocuklara program öncesi ve sonrası "benlik kavramı testi" uygulanır. Puan ranjı 0-40'dır. Programın benlik kavramını geliştireceği yönündeki hipotezi test ediniz.

Çözüm. Araştırma bağımlı iki grup ortalaması arasındaki farkın manidarlığını test etmeyi amaçladığından burada ilişkili t testi kullanılır. Çalışmanın alternatif hipotezi şu şekilde yazılabilir.

H_a: $\mu_D > 0$ ya da

H_a : Ortalama $_{sontest}$ > Ortalama $_{öntest}$ olarak ifade edilir.

Programın uygulandığı öğrencilerden oluşan deney grubundan 6 öğrenci yansız olarak seçilmiştir. Bu öğrencilerin öntest ve sontest puanları Tablo 8.2' de verilmektedir.

Tablo 8.2: *Öğrencilerin Benlik Kavramı Öntest ve Sontest Puanları*

Öğrenci	Ön test (X_1)	Son test (X_2)	$X_2 - X_1 = D$	D^2
A	31	34	3	9
B	30	31	1	1
C	33	33	0	0
D	35	40	5	25
E	32	36	4	16
F	34	39	5	25
	$\sum X_1 = 195$	$\sum X_2 = 213$	$\sum D = 18$	$\sum D^2 = 76$

Öğrencilerin benlik kavramı öntest ve sontest puanlarına yönelik olarak Tablo 8.2'de verilen değerler, aşağıdaki formüle yerleştirilerek t değeri hesaplanabilir:

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\left[n(\sum D^2) - (\sum D)^2\right]\left(\frac{1}{n-1}\right)}} = \frac{18}{\sqrt{\left[6.76 - 18^2\right]\left(\frac{1}{6-1}\right)}} = \frac{18}{5.14} = 3.4$$

Bağımlı t-testinde, serbestlik derecesi, sd=n-1'dir. Bu örnekte sd=6-1=5'dir. Alpha .05 düzeyinde, sd=5 için tek yönlü kritik t değeri 2.015'dir. Buna göre hesaplanan t değeri 3.5, kritik değeri aştığına göre null hipotez reddedilerek, $H_a: \mu_D > 0$ şeklinde kurulan alternatif hipotez kabul edilir. Bunun için, "ön ve son test puanları arasında fark vardır ve bu fark evrende bir ilişki olduğunu gösterir" şeklinde yorum yapılabilir. Yani benlik kavramını geliştirmeyi amaçlayan program, gerçekten çocukların benlik kavramlarını geliştirmede etkili olmuştur.

ETKİ BÜYÜKLÜĞÜ

Örneklemlerin ortalamaları arasındaki farkların manidar bulunması, bağımsız ve bağımlı değişken arasında güçlü bir ilişki olduğunu garanti etmez. Örneklem büyüklüğü arttıkça gerçekte küçük olan farkların manidar çıkma olasılığı artar. Bunun temel nedenlerinden biri farklara ilişkin standart hatanın örneklem büyüdükçe küçülmesi ve böylece farkların standart hataya bölünmesiyle elde edilen t-değerinin yüksek çıkmasıdır. Öte yandan test sonuçları, bağımlı değişkene ait puanlarda gözlenen toplam varyansın ne kadarının bağımsız değişkenden kaynaklandığına ilişkin bir bilgi sunmaz. Oysa, etki büyüklüğü (genişliği) indeksi olan eta-kare (η^2), test puanlarındaki varyansın ne kadarının bağımsız değişkene ya da grup değişkenine bağlı olduğuna ilişkin yorum yapma olanağı verir. Yine ortalamalar arasında gözlenen fark puanlarının, standart birimlerle açıklanmadığı takdirde farkların hangisinin daha büyük bir etkiyi gösterdiğini yorumlamak da güçtür. Cohen tarafından formüle edilen standardize edilmiş etki büyüklüğü indeksi olan d değeri ise, karşılaştırılan ortalamaların birbirlerinden kaç standart sapma uzaklaştığını yorumlama olanağı verir. İşaretine bakmaksızın d değerinin .2, .5 ve .8; eta-kare .01, .06 ve .14 olması sırasıyla küçük (small), orta (medium) ve geniş (large) etki büyüklüğü olarak yorumlanır. d değeri, potansiyel olarak, $-\infty$ ile $+\infty$; η^2 ise, 0 ile 1 arasında değer alabilir. Aşağıda farklı koşullar için d ve eta-kare değerlerinin hesaplanmasında kullanılan formüller verilmiştir (Cohen, 1988; Green ve Salkind, 2005):

Tek Örneklem

$$d = \frac{\overline{X} - \mu}{S} \qquad \textbf{Formül 8.17}$$

$$d = \frac{t}{\sqrt{N}} \qquad \textbf{Formül 8.21}$$

İlişkisiz Örneklemler

$$d=\frac{\overline{X}_1-\overline{X}_2}{S_{ortak}}$$ **Formül 8.17**

$$d=t\sqrt{\frac{N_1+N_2}{N_1N_2}}$$ **Formül 8.18**

$$\eta^2=\frac{t^2}{t^2+(N_1+N_2-2)}$$ **Formül 8.19**

İlişkili Örneklemler

$$d=\frac{\overline{X}_{fark}}{S_{fark}}$$ **Formül 8.20**

$$d=\frac{t}{\sqrt{N}}$$ **Formül 8.21** (N:denek çiftlerinin sayısı)

$$\eta^2=\frac{t^2}{t^2+N-1}$$ **Formül 8.22**

Bağımsız örneklemler için **Örnek 8.2'de** yapılan hesaplamalar hatırlanacak olursa; t=2.94 olarak bulunmuştu. Aynı örnek için etki büyüklüğü hesaplamada ilgili değerler Formül 8.18'de ve Formül 8.19'da yerine konulduğunda:

$$d=2.94\sqrt{\frac{17+15}{17.15}}=1.04$$

$$\eta^2=\frac{2.94^2}{2.94^2+(17+15-2)}=.22$$

Buna göre, ortalamalar arasındaki uzaklığın, farkın 1.04 standart sapma kadar olduğu; hatırlama puanlarına ait varyansın %22'sinin hipnoz düzeyine bağlı olarak ortaya çıktığı söylenebilir. Hesaplanan etki büyüklükleri, "geniş" bir etkiyi yansıtmaktadır.

Bağımlı örneklemler için **Örnek 8.3** sonucunda elde edilen t=3.5'dir. Aynı örnek için etki büyüklüğü hesaplamak için ilgili değerler Formül 8.21'de ve Formül 8.22'de yerine konulduğunda şu sonuçlara ulaşılmaktadır:

$$d = \frac{3.5}{\sqrt{6}} = 1.43$$

$$\eta^2 = \frac{3.5^2}{3.5^2 + 6 - 1} = .71\text{'dir.}$$

Hesaplanan her iki etki büyüklüğü de ortalamalar arasındaki farka ilişkin geniş bir etki büyüklüğünü göstermektedir.

ÖZET

- t testi iki ortalama arasındaki farkın istatistiksel olarak manidar olup olmadığını belirlemek üzere, iki ortalamayı karşılaştırmada kullanılır ve aralık ya da oran ölçeği düzeyinde ölçülen veriler gerektirir.
- t testi: (a) iki bağımsız gruptan, (b) iki bağımlı gruptan; ve (c) bir örneklem ve bir evrenden elde edilen ortalamaları karşılaştırmak için kullanılır.
- Tek örneklem için t testi, bir örneklem ortalamasını bir evren ortalaması ile karşılaştırmada kullanılır. Örneğin, program dışı etkinliklere katılan öğrencilerin genel başarı ortalamasını, tüm öğrencilerin ortalaması ile karşılaştırmada kullanılabilir.
- Bağımsız (ilişkisiz) örneklemler için t testi, bağımsız iki gruba ait ortalamalar arasındaki farkın manidarlığını test etmek üzere kullanılır. Örneğin, deney ve kontrol gruplarının ortalamaları arasındaki farkı test etmek gibi.
- Bağımlı örneklemler için t testi (ya da ilişkili, eşleştirilmiş örneklemler için t testi) iki bağımlı puan setinden elde edilen ortalamalar arasındaki farkı test eder. Örneğin, bir grup öğrencinin öntest ve sontest puanları arasındaki farkın test edilmesinde kullanılır.

ALIŞTIRMA SORULARI

1. Bu istatistik kitabının öğrencilere istatistik öğreniminde faydalı olup olmadığı test edilmek isteniyor. Diğer istatistik kitaplarını kullanan öğrencilerin, ulusal bir istatistik sınavında, istatistik ortalaması μ=68.5'dir. Bu istatistik kitabını kullananlar arasından yansız seçilen 10 öğrencinin puanları ise aşağıdadır:

64, 69, 92, 77, 71, 99, 82, 74, 69, 88

a) Bu çalışma için H_0 ve H_a nedir?

b) t değerini hesaplayın.

c) α = .05 için kritik t değeri nedir?

d) Sonucunuz nedir?

2. Bir araştırmacı sigaranın koku alma duygusunu azalttığını tahmin etmektedir. Sigara içmeyenler için koku testi ortalaması μ=18.4'dür. Günde bir paket sigara içenlerden yansız seçilen örnekleme aynı koku testi verilerek, aşağıdaki puanlar elde edilmiştir:

16, 14, 19, 17, 16, 17, 15, 18, 19, 12, 14, 18

a) Bu çalışma için H_0 ve H_a nedir?

b) t değerini hesaplayın.

c) α= .05 için kritik t değeri nedir?

d) Sonucunuz nedir?

3. Ulusal bir araştırmada üniversite öğrencilerinin araştırmaya yönelik tutum puanları ortalaması μ=50 olarak bulunmuştur. 2000 - 2001 öğretim yılında, A.Ü'de araştırma dersi alan Özel Eğitim Bölümü öğrencilerinin tutumlarının aynı olup olmadığını test edebilmek üzere aşağıdaki puanlar elde edilmiştir:

10, 33, 86, 55, 67, 60, 44, 71

a) Bu çalışma için H_0 ve H_a nedir?

b) t değerini hesaplayın.

c) α= .05 için kritik t değeri nedir?

d) Sonucunuz nedir?

4. Bir araştırmacı sıcak ya da soğuk banyonun rahatlama üzerindeki etkisini incelemektedir. Aşağıda bu çalışmaya ilişkin rahatlama puanları verilmektedir:

   Örneklem 1 (sıcak banyo): $\overline{X} = 43, S_x^2 = 22.79, n = 15$

   Örneklem 2 (soğuk banyo): $\overline{X} = 39, S_x^2 = 24,60, n = 15$

   a. Bu çalışma için H_0 ve H_a nedir?

   b. t değerini hesaplayın.

   c. $\alpha = .05$ için kritik t değeri nedir?

   d. Sonucunuz nedir?

5. Yazım hatalarını düzelten bir bilgisayar programı kullanan öğrencilerin (grup A), dönem ödevlerinden, bu programı kullanmayanlara (grup B) göre daha yüksek puan alacaklarını tahmin eden bir araştırmacı yaptığı çalışmada, şu hipotezi test eder:

   H_0: $\mu_A - \mu_B \leq 0$ ve H_a: $\mu_A - \mu_B > 0$

   Çalışma sonucunda negatif bir t değeri elde eder. Buna göre nasıl bir sonuç ortaya çıkar?

6. Bir araştırmacı bir eğitim programının drama dersine yönelik tutumlarda etkili olup olmayacağını test etmek ister. Bu eğitimi alan öğrencilerden 8 kişilik bir örneklemin ön ve son test puanları aşağıda verilmektedir.

   Öntest: 14, 13, 17, 15, 18, 17, 14, 16

   Sontest: 18, 12, 20, 19, 22, 19, 19, 16

   a) H_0 ve H_a nedir? (Büyük puanlardan küçük puanlar çıkarılarak)

   b) Uygun t testini uygulayınız.

   c) Sonuç nedir?

7. Bir araştırmacı şiddet içerikli bir televizyon programının çocukların saldırgan hareketlerini artırıp artırmadığını öğrenmek istemektedir. Araştırmacı program öncesi ve sonrası aynı 10 çocuğun saldırgan hareketlerini sayar. Aşağıda önceki ve sonraki sayılar verilmektedir.

   Önce: 4, 6, 3, 2, 4, 1, 0, 0, 5, 2

   Sonra: 5, 6, 4, 4, 7, 3, 2, 1, 4, 3

   a) H_0 ve H_a nedir? (önceki puanlardan sonrakiler çıkarılarak)

   b) t değerini hesaplayın.

   c) .05 düzeyinde kritik t değeri nedir?

   d) Sonuç nedir?

8. Bir araştırmacı kardeş çiftlerden büyüklerin mi yoksa küçüklerin mi daha içine kapanık olduğunu araştırmaktadır. Aşağıda puanlar verilmektedir:

Örneklem1 (küçük)	Örneklem2 (büyük)
11	19
12	18
19	20
13	17
14	18
14	21
20	14
15	23

   a) Bu çalışmanın hipotezleri nedir?

   b) t değerini hesaplayın.

   c) Sonuç nedir?

9. İş yönetimi ve İngilizce bölümlerinde okuyan öğrencilerin IQ puanlarının farklı olduğu tahmin edilmektedir. Bu amaçla yansız olarak 6 iş yönetimi ve 7 İngilizce bölümünde okuyan öğrenci seçilir ve IQ puanları ölçülür. Sonuçlar aşağıda verilmektedir:

   İş Yönetimi Bölümü: 112, 108, 131, 111, 115, 107

   İngilizce Bölümü: 114, 102, 119, 113, 110, 123, 103

   İki grubun IQ puanları arasında .05 düzeyinde manidar bir fark var mıdır?

10. XY ve JK okullarında okuyan öğrencilerden yansız olarak seçilen bazı öğrencilerin genel başarı ortalamaları alınmıştır. Aşağıda bu istatistikler verilmektedir:

İstatistikler:	XY	JK
Örneklem büyüklüğü	12	15
Örneklem ortalaması	2.83	2.21
Örneklem standart sapması	.728	.819

XY okulundaki öğrencilerin başarı ortalamalarının JK okulundakilerden daha büyük olduğu hipotezini .05 düzeyinde test ediniz ve yorumlayınız.

11. 8 çift ikizden oluşan bir gruptan yansız olarak, her çiftten birisi standart okuma programına (S grubu) ve diğeri ise yeni okuma programına (Y grubu) atanmıştır.

İkiz çifti	S Grubu	Y Grubu
1	57	59
2	72	75
3	68	67
4	64	70
5	49	51
6	62	67
7	54	62
8	71	71

Standart okuma grubundakilerin okuma puanlarının yeni okuma grubundakilerden farklı olup olmadığını .05 düzeyinde test ediniz.

9. BÖLÜM

VARYANS ANALİZİ: ORTALAMALAR ARASI FARKLARIN TEST EDİLMESİ

İçerik

- ☑ *Giriş*
- ☑ *F İstatistiği ve Post Hoc (Çoklu) Karşılaştırmalar*
- ☑ *F İstatistiğinin Öğeleri*
- ☑ *F Dağılımı*
- ☑ *F Oranının Hesaplanması*
- ☑ *Çoklu Karşılaştırma Testleri (Post-Hoc Test)*
- ☑ *Etki Büyüklüğü*
- ☑ *Özet*
- ☑ *Alıştırma Soruları*

GİRİŞ

Kısaca **ANOVA** olarak isimlendirilen varyans analizi (Analysis of Variance), iki yada daha çok evrene ait ortalama puanları karşılaştırmada kullanılan güçlü bir parametrik istatistiktir. ANOVA modelleri, bağımsız değişkene işaret eden örneklemlerin, bağımlı değişken açısından karşılaştırılması üzerine kurulur. Tek yönlü ANOVA, bir çalışmada ya da deneyde bağımlı değişken üzerinde etkisi araştırılan tek bir bağımsız değişken olduğunda yapılır. Burada bağımsız değişken **faktör** olarak da isimlendirilebilir. Örneğin, dört farklı etnik grubun alkol

kullanım oranları karşılaştırılmak istensin. Etnik köken, bağımsız değişken ya da faktör, grupların alkol kullanım oranları ise bağımlı değişkendir. Burada analizin amacı, etnik gruplar arasında alkol kullanım oranlarının değişip değişmeyeceğini görebilmektir. Bağımsız değişkenin ya da faktörün her bir durumu **düzey** olarak bilinir. Bir faktördeki düzey sayısını bilmek önemlidir ve bir faktördeki düzey sayısı k sembolü ile gösterilir. Bir bağımsız değişkenin bu düzeyleri ya da durumları, **işlem** olarak da bilinir. Bağımsız değişkenin farklı durumları, puanlarda manidar farklılıklar yaratıyorsa, buna faktörün işlem etkisi denir. ANOVA teknikleri, t testi ile aynı mantığa dayanır. t testi iki örneklem ortalaması ($\overline{X}_1$ ve $\overline{X}_2$) arasındaki farkı, iki örneklem farkının standart hatası ile karşılaştırarak değerlendirir. İki ya da daha çok ortalamayı karşılaştırmada kullanılan test istatistiği olan F oranı (değeri, istatistiği), yani tek yönlü varyans analizi, t testinin bir uzantısıdır. Bu test, çoklu örneklem ortalamaları ($\overline{X}_1, \overline{X}_2, ..., \overline{X}_k$) arasındaki değişkenliği, çoklu örneklemler içindeki değişimle karşılaştırır. Çoklu grup karşılaştırmalarını sağlayan bu teknik, standart sapmadan çok varyansları kullandığı için, varyans analizi olarak bilinir.

Varsayımlar

Tek yönlü varyans analizinde, tek bir bağımsız değişken vardır ve bu bağımsız değişkenin (faktörün) düzeyleri farklı işlem gruplarını, örneklemleri gösterir. ANOVA için öne sürülen varsayımlar şunlardır:

1. Bağımlı değişkenin ölçüldüğü ölçek en az eşit aralık ölçeği düzeyindedir.
2. k örneklem bağımsızdır ve evrenlerden yansız olarak seçilir.
3. Örneklemlerin seçildiği evrenlere ait puanların dağılımı normaldir.
4. k evrene ait varyanslar homojendir.
5. Bağımsız değişken kategoriktir.

ANOVA güçlü bir parametrik teknik olduğu için, mükemmel normal dağılıma, homojen evrenlere ve yansız olmayan örneklemlere sahip olmayan çalışmalarda da kullanılabilir. Her ne kadar k örneklemdeki n'in eşit olması gerekmiyorsa da, bütün n'ler eşit olduğunda varsayımların ihlali daha az önemlidir.

Eğer çalışmada ANOVA'nın varsayımları karşılanabiliyorsa, α düzeyi saptanır ve hipotezler oluşturulur.

Hipotezler

ANOVA sadece iki yönlü ya da yönsüz hipotezleri test eder. Null (sıfır) hipotezi (H_0), bütün evren ortalamalarının eşit olduğu şeklinde açıklanır:

$$H_0 = \mu_1 = \mu_2 = ... = \mu_k$$

Bu hipotez, k düzeyli bir faktörlü ANOVA için geçerlidir. H_0 tüm durumlardaki örneklem ortalamalarının aynı evren ortalamasını gösterdiğini açıklar ve bunun için örneklem ortalamaları eşit olmalıdır.

Araştırma hipotezi (H_a) ise çeşitli μ'lerin eşit olmadığını ya da en az bir ortalamanın farklı olduğunu açıklar:

H_a= Bütün μ'ler eşit değildir.

ANOVA'da H_0 yani bütün örneklem ortalamalarının aynı evren ortalamasını gösterip göstermediği test edilir.

Varyansların Homojenliği Varsayımı

Grupların varyanslarının birbirine eşit olması (homojenlik) şartının sağlanıp sağlanmadığını kontrol etmek için çeşitli yöntemler kullanılmaktadır. F maksimum testi, hesaplanması kolay oluşundan dolayı en sık kullanılan yöntemlerden biridir. Bu yöntemde F değeri, varyansı en büyük olan grubun varyansının, varyansı en küçük olan grubun varyansına bölünmesi ile elde edilir.

$$F = \frac{S^2_{max}}{S^2_{min}} \qquad \textbf{Formül 9.1}$$

Bulunan F değeri, seçilen güven düzeyinde çift yönlü hipotez dikkate alınarak, her bir grup için n-1 serbestlik derecelerinde (n_1-1) ve (n_2-1) Ek F'de yer alan tablo değeri ile karşılaştırılır. Hesaplanan değer, tablo değerinden büyük değil ise, varyansların homojen yani eşit olduğu söylenebilir. Örneğin üç grubun varyansları sırasıyla S_1^2=64, S_2^2=46, S_3^2=52 ve grup büyüklükleri n_1=60; n_2=40 ve n_3=45 olsun. Bu durumda $F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{64}{46}$ =1.39, ve sd'leri; $sd_1 = n_1 - 1 = 59$ ve $sd_2 = n_2 - 1 = 39$ olacaktır.

F_{hesap} değerini yorumlamak için, Ek F'de verilen tablodan, kritik F değerinin bulunması gerekir. Bu örnekte, sd_1 ve sd_2 sırası ile 59 ve 39'dur. Anılan serbestlik dereceleri ve .05 manidarlık düzeyi için F_{kritik}=1.64'dür. Hesaplanan F değeri (1.39), kritik F değerinden (1.64) küçük olduğu için, F manidar bulunmamıştır. Yani bu durumda varyansların homojenliği varsayımının karşılandığı görülmektedir.

F İSTATİSTİĞİ VE ÇOKLU KARŞILAŞTIRMALAR (POST HOC)

ANOVA için temel oluşturan istatistik F oranıdır. ANOVA, iki veya daha çok örneklem ortalamasının farklı μ'leri temsil edip etmediğini belirlemek için, tüm örneklem ortalamalarının aynı anda karşılaştırılmasını sağlar. Bu analizde hesaplanan F değeri, belli alfa düzeyi ve serbestlik derecesine göre belirlenen kritik değer ile karşılaştırılır.

Hesaplanan F değeri manidar değilse, bu durum örneklem ortalamalarından herhangi ikisi arasında manidar farklılık olmadığını ve bütün ortalamaların aynı μ'yü temsil ettiğini gösterir. Hesaplanan F değeri manidar ise, bu durum, ortalamalar arasında en az bir farkın manidar olduğunu, yani en az iki ortalamanın farklı μ'leri temsil ettiğini gösterir. F değerinin manidar olması durumunda, bu farkın hangi ortalamalar arasında olduğunu anlamak üzere ikili karşılaştırmalar yapılır. Bu karşılaştırmaları yapmayı sağlayan tekniklere **çoklu karşılaştırma testleri (post hoc test)** adı verilir.

F İSTATİSTİĞİNİN ÖGELERİ

Varyans analizi (ANOVA), varyansları analiz eder. Varyans, puanlar arasındaki farkları ölçme yoludur. ANOVA bu varyansı kısımlara ayırmaktadır. Puanlardaki toplam varyansın (değişkenliğin) iki potansiyel kaynağı vardır. Birincisi, grupiçi varyans (the variance within groups), ikincisi ise, gruplararası varyans (the variance between groups)'dır. **Gruplararası varyans**, bağımlı değişkendeki (alkol kullanımı) toplam varyansın, bağımsız değişken (etnik özellik) tarafından açıklanan miktarı olan "**açıklanan varyansa**" karşı gelir. ANOVA'da hesaplanan bu varyans, gruplararası kareler ortalamasına (KO_{GA}) eşittir. Gruplararası kareler ortalaması, bir faktörün düzeyleri arasında ortaya çıkan puanlardaki değişkenliğin bir tahminidir. Bunun için faktörün her düzeyindeki ortalamaların, deneydeki tüm puanların genel ortalamasından sapmaları hesaplanır. Örneklem ortalamalarının genel ortalamadan sapmalarının karesi, örneklem ortalamalarının birbirlerinden nasıl farklılaştığını gösterir. Böylece KO_{GA} bir faktördeki ortalamaların birbirlerinden nasıl farklılaştığını ölçmenin bir yoludur. **Gruplariçi varyans** ise, her bir etnik gruptaki alkol kullanımı değişkenliğinin gösterildiği **açıklanamayan varyanstır** ve gruplar arasındaki farklılıkların bir fonksiyonu değildir. Gruplariçi varyans, "**hata varyansının** (error/residual variance)" bir tahmini olarak da bilinir. Gruplariçi kareler ortalaması ($KO_{Gİ}$) olarak da bilinen bu değişkenlik, bir deneyin durumları içindeki farklılıklarla ölçülen puanların değişkenliğinin bir tahminidir. Bu o durumun ortalaması etrafındaki her bir durum içindeki puanların ortalama değişkenliğidir. Bunun için, bir faktörün her bir düzeyindeki varyanslar hesapla-

narak ortak varyans (pooled variance) bulunur. Böylece $KO_{Gİ}$, her bir durumun ortalaması etrafında her durumdaki puanların "ortalama" değişkenliği olmaktadır.

Eğer H_0 (null hipotezi) doğru ise, ideal olarak KO_{GA} ve $KO_{Gİ}$'nin, eşit ya da benzer olacağı tahmin edilebilir. Bu durumda grup ortalamaları arasındaki değişkenlik sadece örnekleme hatasına bağlı olacaktır. Eğer null hipotezi yanlış ise, KO_{GA}'nın, $KO_{Gİ}$'den büyük olacağı tahmin edilebilir. Bu durumda ise, bazı evren ortalamalarının birbirinden farklı olması söz konusudur.

F-DAĞILIMI

ANOVA'nın temel aldığı dağılım F dağılımıdır. F dağılımı, sürekli bir dağılımdır. Aynı normal evrenden seçilen veya aynı varyansa sahip normal evrenlerden seçildiği varsayılan iki örnekleme ait varyansların birbirine oranının ($F=\frac{S_1^2}{S_2^2}$) 1'e eşit olması beklenir. Bu hesaplanan oran her zaman 1'e eşit olmaz ve bir dağılım gösterir. İşte bu oranların dağılımı F dağılımı olarak bilinir. Bu dağılım ilk defa Ronald A. Fisher tarafından bulunmuş ve onun adına ithafen "F" dağılımı denilmiştir. F dağılımı, sıfır ile $+\infty$ arasında değişim gösterir. Eşitlikte verildiği gibi, F-değeri örneklemlerden hesaplanan varyansların birbirine oranı olduğu için, bu dağılım iki serbestlik derecesine bağlı olan bir dağılımdır. Bu nedenle farklı serbestlik derecelerine göre, farklı F dağılımları söz konusudur. İki örnekleme ait varyanslar bilindiğinde, F değerini bulmak için büyük olan varyans değeri küçük olana bölünür. Bu dağılım varyansların homojenlik testinde ve varyans analizinde kullanılır. ANOVA analizi için, F oranı KO_{GA}'nın, $KO_{Gİ}$'ne bölünmesi ile bulunur:

$$F=\frac{KO_{GA}}{KO_{Gİ}} \qquad \textbf{Formül 9.2}$$

H_o doğru ise, F oranının 1'e eşit olacağı tahmin edilebilir, çünkü bu durumda KO_{GA}, $KO_{Gİ}$'ne eşit olacaktır. H_o yanlış ise, F oranı 1'i aşacaktır; çünkü KO_{GA}'nın, $KO_{Gİ}$'dan büyük olması beklenir.

Her F dağılımı pay ve paydaya karşılık gelen iki farklı serbestlik derecesine sahiptir. ANOVA'da, KO_{GA} (pay) için serbestlik derecesi grup sayısı eksi 1'e eşittir (sd=k-1). $KO_{Gİ}$ (payda) için ise serbestlik derecesi, bütün gruplardaki toplam denek sayısı eksi grup sayısıdır (sd=N-k). Örneğin her grupta 10 kişinin yer aldığı 6 grupla yapılan bir çalışmada, serbestlik derecesi KO_{GA} için sd=6-1=5, $KO_{Gİ}$ için sd=60-6=54 olacaktır.

Bütün F dağılımları pozitif çarpıktır (kayışlıdır). ANOVA için en önemlisi, her bir F dağılımının ortalamasının 1'e yakın olmasıdır. Ek F'de 0.05 ve 0.01 manidarlık düzeylerinde F dağılımı verilmektedir.

F ORANININ HESAPLANMASI

ANOVA'da varyans (S_X^2) kareler toplamının (KT) serbestlik derecesine (sd) bölünmesi ile elde edilir. Varyans, ANOVA'da kareler ortalaması (KO) olarak bilinir:

$$S_X^2 = \frac{\sum (X - \overline{X})^2}{N - 1} = \frac{KT}{sd} = KO; \qquad \textbf{Formül 9.3}$$

Burada serbestlik derecesi N-1'dir.

Gruplararası kareler ortalaması (KO_{GA}), gruplararası kareler toplamının (KT_{GA}) gruplararası serbestlik derecesine (sd_{GA}) bölünmesi ile hesaplanır. Bunun gibi, gruplariçi kareler ortalaması ($KO_{Gİ}$) da gruplariçi kareler toplamının ($KT_{Gİ}$), gruplariçi serbestlik derecesine ($sd_{Gİ}$) bölünmesi ile bulunur. KO_{GA}'nın, $KO_{Gİ}$'na oranlanması ile de F değeri bulunur. Aşağıda tek yönlü ANOVA için bir özet tablo verilmektedir.

Tablo 9.1: *Tek Yönlü ANOVA Özet Tablosu*

Varyansın Kaynağı	Kareler Toplamı	Sd	Kareler Ortalaması	F
Gruplararası	KT_{GA}	Sd_{GA}	KO_{GA}	F_{Hesap}
Grup içi	$KT_{Gİ}$	$Sd_{Gİ}$	$KO_{Gİ}$	
Toplam	KT_{Top}	Sd_{Top}		

Örnek 9.1 Algılama güçlüğünün performans üzerindeki etkilerinin araştırıldığı bir çalışmada, her birinde beş deneğin yer aldığı üç örneklem grubu seçilmiştir. Üç gruba sırayla kolay, orta ve zor matematik problemleri sorulmuş ve deneklerin doğru olarak çözdükleri problem sayısı ölçülmüştür (Heiman,1996, 393). Veriler Tablo 9.2'de verilmektedir. Grupların ortalama performans puanları arasında manidar fark olup olmadığını test ediniz.

Tablo 9.2: Farklı Algılama Güçlüğünde Puanlar

Düzey1: kolay	Düzey2: orta	Düzey3: zor	
9	4	1	
12	6	3	
4	8	4	
8	2	5	
7	10	2	*Toplam*
$\sum X$=40	$\sum X$=30	$\sum X$=15	$\sum X$=85
$\sum X^2$=354	$\sum X^2$=220	$\sum X^2$=55	$\sum X^2$=629
$n_1 = 5$	$n_2 = 5$	$n_3 = 5$	$N = 15$
$\overline{X}_1 = 8$	$\overline{X}_2 = 6$	$\overline{X}_3 = 3$	$k = 3$

Çözüm. Tabloda görüldüğü gibi, kareler toplamının (toplam, gruplararası ve grupiçi) hesaplanabilmesi için gerekli olan ilk işlemler her düzey için X, X^2 ve ortalamaları hesaplamaktır. Her düzey için X'ler toplanarak $\sum X$ ve X^2'ler toplanarak ise $\sum X^2$'ler elde edilir. Daha sonra sırası ile kareler toplamı, serbestlik dereceleri, kareler ortalaması ve F değeri hesaplanır.

Kareler Toplamlarının Hesaplanması

1. Toplam kareler toplamının hesaplanması (KT_{Top}) için şu formül kullanılır:

$$KT_{Top} = \sum X_{Top}^2 - \left(\frac{\left(\sum X_{Top}\right)^2}{N} \right) \qquad \textbf{Formül 9.4}$$

Bu formüle tabloda hesaplanan değerler yerleştirilerek KT_{Top} hesaplanır.

$$KT_{Top} = 629 - \frac{(85)^2}{15} = 629 - \frac{7225}{15} = 629 - 481.67 = 147.33$$

2. Gruplararası kareler toplamının (KT_{GA}) hesaplanmasından da şu formül kullanılır:

$$KT_{GA} = \sum \left(\frac{(sütündakipuanlartoplamı)}{sütundakipuanadedi} \right) - \left(\frac{\left(\sum X_{Top}\right)^2}{N} \right) \qquad \textbf{Formül 9.5}$$

Bu formüle tablodaki her sütun için hesaplanan değerler ve genel X toplamının karesi yerleştirilerek KT_{GA} hesaplanır.

$$KT_{GA} = \left(\frac{(40)^2}{5} + \frac{(30)^2}{5} + \frac{(15)^2}{5}\right) - \left(\frac{(85)^2}{15}\right) = (320+180+45)-(481.67)=$$

545-481.67= 63.33

3. Gruplariçi kareler toplamının ($KT_{Gİ}$) hesaplanmasında şu formül kullanılır:

$$KT_{Gİ} = KT_{Top} - KT_{GA} \qquad \textbf{Formül 9.6}$$

Bu formüle yukarıda hesaplanan toplam kareler toplamı (KT_{Top}=147.33) ve gruplararası kareler toplamı (KT_{GA}=63.33) değerleri konularak, grupiçi kareler toplamı hesaplanır.

$KT_{Gİ}$ = 147.33 – 63.33 = 84

Kareler Ortalamasının Hesaplanması

Daha önce hesaplanan gruplararası ve gruplariçi kareler toplamının kendi serbestlik derecelerine bölünmesi ile gruplararası kareler ortalaması (KO_{GA}) ve gruplariçi kareler ortalaması ($KO_{Gİ}$) elde edilir.

$$KO_{GA} = \frac{KT_{GA}}{sd_{GA}} \qquad \textbf{Formül 9.7} \qquad KO_{Gİ} = \frac{KT_{Gi}}{sd_{Gi}} \qquad \textbf{Formül 9.8}$$

Gruplararası ve gruplariçi kareler toplamı ile serbestlik dereceleri formüldeki yerlerine konulduğunda, kareler ortalaması aşağıdaki gibi bulunur. Serbestlik derecesi, gruplararası için k-1=2, gruplariçi için N-k=15-3=12'dir.

$$KO_{GA} = \frac{63.33}{3-1} = \frac{63.33}{2} \quad \text{ve} \quad KO_{Gİ} = \frac{84}{15-3} = \frac{84}{12} = 7\text{'dir.}$$

F Oranının Hesaplanması

F değerinin hesaplanması için yukarıda bulunan KO_{GA} ve $KO_{Gİ}$'nin birbirine oranı alınır. Aşağıda F için hesaplama formülü verilmektedir:

$$F = \frac{KO_{GA}}{KO_{Gi}}$$

Bu çalışmada KO_{GA} =31.67 ve $KO_{Gİ}$= 7'dir. Böylece F oranı:

$$F = \frac{31.67}{7} = 4.52 \text{ bulunur.}$$

Yukarıda hesaplanan kareler toplamı, serbestlik dereceleri, kareler ortalamaları ve F değeri özet ANOVA tablosuna yerleştirilir.

Tablo 9.3: Tek Yönlü ANOVA için Özet Tablo

Varyansın Kaynağı	Kareler Toplamı	sd	Kareler Ortalaması	F
Gruplararası	63.33	2	31.67	4.52
Grupiçi	84.00	12	7.00	
Toplam	147.33	14		

F_{hesap} değerini yorumlamak için, Ek F'de verilen F tablosundan, kritik F değerinin bulunması gerekir. Bu örnekte, sd_{GA} ve $sd_{Gİ}$ sırası ile 2 ve 12'dir. Anılan serbestlik dereceleri ve .05 manidarlık düzeyi için F_{kritik}=3.88'dir. Hesaplanan F değeri (4.52), kritik F değerinden (3.88) büyük olduğu için, F manidar bulunmuştur. Böylece ortalamalar arası fark olmadığına ilişkin H_o hipotezi reddedilir. Bu durumda F'nin manidar olduğu ve algılama güçlüğünün ortalama performans puanlarında manidar bir farklılık yarattığı sonucuna varılır. Sonuçlar, $F(_{2,12}) = 4.52$, $p<.05$, biçiminde rapor edilir. F değerinin manidar olması, bu ortalamaların en az ikisi arasında manidar bir farkın olduğunu gösterir. Farkın hangi ortalamalardan kaynaklandığını belirlemek için *post hoc* çoklu karşılaştırmalar yapılır.

ÇOKLU KARŞILAŞTIRMA TESTLERİ

Varyans analizi sonucunda F değerinin manidar olması durumunda, null hipotezinin reddedilmesi, bazı ortalamalar arasında manidar farklar olduğunu göstermektedir. Bu durumda, hangi ortalamaların birbirinden farklı olduğunu belirlemek amacı ile çoklu karşılaştırmalar yapılır. Bu testler Fisher LSD, Tukey HSD, Tukey-Kramer, Scheffé, Newman-Keuls ve Duncan vb. testlerdir.

Fisher LSD Testi

İstatistikçi R.A. Fisher tarafından geliştirilen en küçük manidar fark testi (Least Significant Difference-LSD ya da Fisher's Protected t-Test), varyans analizinde evren ortalamalarının eşit olduğu null hipotezini test etmede ilktir. Bu yaklaşım faktörün tüm düzeylerinde n'in eşit olmadığı durumlarda, ortalamalar arası farkı bulabilmek için t dağılımından yararlanır. Aşağıda bu test için hesaplama formülü verilmektedir:

$$t = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{KO_{Gi}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_1}\right)}}$$ **Formül 9.9**

Bu, bağımsız örneklemler için t-testi formülüdür; ancak oradaki ortak varyans yerine ANOVA'da hesaplanan $KO_{Gİ}$ (grupiçi kareler ortalaması) konulmuştur. Burada $\overline{X}_1$ ve $\overline{X}_2$, faktörün herhangi iki düzeyindeki ortalamalar, n_1 ve n_2 ise bu düzeyler için n değerleridir. Burada test edilen istatistiksel hipotez, H_o:μ_1-μ_2=0'dır. Serbestlik derecesi, sd= $sd_{Gİ}$= N-k için, Ek E'de verilen tablodan t kritik (iki uçlu) değerine bakılır.

Bu test, faktörün tüm düzeylerinde n'in eşit olması durumunda da kullanılabilir. Daha önce yapılan ANOVA örneğine devam edilecek olursa, algılama güçlüğünün güç ($\overline{X} = 3$) ve kolay olduğu ($\overline{X} = 8$) düzeylere ait ortalamalar arası fark analiz edilebilir. Bu örnek için n değerleri 5 ve $KO_{Gİ}$= 7'dir. Bu değerler formüle yerleştirilirse:

$$t = \frac{8-3}{\sqrt{7\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5}\right)}} = \frac{5}{\sqrt{2.8}} = 2.99$$ bulunur.

Bu değer Ek E'den elde edilen iki uçlu t kritik değer ile karşılaştırılır. Manidarlık düzeyi .5'de ve $sd_{Gİ}$=12 için $t_{kritik} = \pm 2.179$'dur. Hesaplanan t değeri (2.99) tablo değerini aştığı için, kolay ve güç algılama düzeylerine ait ortalamalar arası farkın manidar olduğuna karar verilir.

Çoklu karşılaştırmaları tamamlamak için diğer kolay/orta ve orta/güç algılama düzeyleri için de ortalamalar arası farkların, yukarıdaki örnekte olduğu gibi test edilmesi gerekir.

Tukey HSD Testi

İstatistikçi John Tukey tarafından önerilen dürüstçe manidar fark testi (Honestly Significant Difference Test), faktörün tüm düzeylerinde n'in eşit olduğu durumlar için uygun olan bir çoklu karşılaştırma testidir. Bu test q örneklem dağılımına (Studentized Range Distribution) bağlı bir testtir. Aşağıda HSD testinin formülü verilmektedir:

$$HSD = (q_k)\left(\sqrt{\frac{KO_{Gi}}{n}}\right)$$ **Formül 9.10**

Bu formülde, q_k Ek K'da verilen q örneklem dağılımında, faktörün düzey sayısı veya karşılaştırılan ortalama sayısı (k) ve $sd_{Gİ}$' ye göre bakılan q kritik değeridir. ANOVA örneğinde k=3 ve $sd_{Gİ}$=12 olduğuna göre, manidarlık düzeyi .05'de q_k=3.77'dir. Bu değerler formülde yerine konularak HSD hesaplanır:

$$HSD = 3.77\left(\sqrt{\frac{7}{5}}\right) = 4.46$$ 'dır.

HSD hesaplandıktan sonra, tüm ortalamalar arası farklar hesaplanır:

Algılama Güçlüğü

Kolay	Orta	Zor
$\overline{X}_1 = 8$	$\overline{X}_2 = 6$	$\overline{X}_3 = 3$

Farklar:

Kolay ve orta için, 8-6=2;

Kolay ve zor için, 8-3=5;

Orta ve zor için, 6-3=3 bulunur.

Daha sonra elde edilen bu farklar, HSD= 4.46 değeri ile karşılaştırılır. Eğer iki ortalama arası farkın mutlak değeri HSD değerinden büyükse, o zaman bu ortalamalar arası fark manidar kabul edilir. Bu örnekte, sadece kolay ve zor algılama gücü için hesaplanan fark 4.46 (HSD) değerinden büyüktür. Bu durumda, kolay ve zor algılama gücü ortalamaları arasındaki farkın .05 düzeyinde manidar olduğu sonucuna varılır. Algılama güçlüğü çalışmasında, deneklerin performansları ile algılama güçlüğü arasında bir ilişkiden söz edilebilir.

HSD testi için izlenen diğer bir yol ise, ortalamalar arası farkların standart hataya bölünmesi ile elde edilen q değerinin, q dağılımından elde edilen q_{kritik} değeri ile karşılaştırılmasıdır. Bu durumda hesaplanan q değeri, kritik q değerinden büyük ise iki ortalama arasındaki fark manidar kabul edilir. Eşitlik aşağıda verilmektedir:

$$q = \frac{\overline{X}_i - \overline{X}_j}{\sqrt{\frac{KO_{Gi}}{n}}}$$ **Formül 9.11**

Daha önce söz edilen ANOVA örneği için üç ayrı q hesaplanmalıdır. Kolay, orta ve zor algılama düzeylerine ait ortalamalar arası farklara yönelik işlemler sırası ile aşağıdaki gibi yapılır.

$$q_1 = \frac{8-6}{\sqrt{\frac{7}{5}}} = 1.695; \quad q_2 = \frac{8-3}{\sqrt{\frac{7}{5}}} = 4.237; \quad q_3 = \frac{6-3}{\sqrt{\frac{7}{5}}} = 2.542$$

B çalışmada $q_{kritik} = q_{.05;3\text{-}12} = 3.77$ olduğu için, sadece kolay ve zor algılama düzeyleri için hesaplanan $q_2 = 4.237$ değeri, kritik q değerini aşmaktadır. Bu durumda kolay ve zor algılama düzeylerine ait performans ortalamaları arasındaki fark manidar olmaktadır.

ETKİ BÜYÜKLÜĞÜ

Bağımsız ve bağımlı değişkenler arasındaki ilişkinin gücünü açıklamak için korelasyon katsayısının hesaplaması gerekir. Bir ANOVA deseninde değişkenler arasındaki ilişkinin gücünü karşılaştırmada en sık kullanılan istatistik eta-kare (η^2) katsayısıdır. Değişkenler arasında doğrusallık varsayımını gerektirmeyen eta-kare, bağımsız değişkenin bağımlı değişken üzerinde ne derece etkili olduğunu gösterir. Etki büyüklüğü olarak da isimlendirilen eta-kare, bağımsız değişkenin ya da faktörün, bağımlı değişkendeki toplam varyansın ne kadarını açıkladığını gösterir ve 0.00 ile 1.00 arasında değer alır. .01, .06 ve .14 düzeyindeki eta-kare değerleri sırasıyla küçük, orta ve geniş etki büyüklüğü olarak yorumlanır (Green ve Salkind, 1997). Eta-kare (η^2) değeri şu formül ile hesaplanır:

$$\eta^2 = \frac{KT_{GA}}{KT_{Top}} \qquad \textbf{Formül 9.12}$$

Burada KT_{GA} çeşitli düzeylerdeki ortalamalar arası farkların ölçülme yolu ve KT_{Top} ise, deneydeki tüm puanlar arasındaki toplam farkları ölçmenin bir yoludur. Böylece, eta-kare örneklem ortalamaları arasındaki farklar ile ilişkilenen puanlardaki toplam farkların oranını yansıtır. Algılama güçlüğü çalışması için, ANOVA özet tablosundan bakılarak $KT_{GA} = 63.33$ ve $KT_{Top} = 147.33$ alınır. Buna göre eta-kare etki büyüklüğü,

$$\eta^2 = \frac{KT_{GA}}{KT_{Top}} = \frac{63.33}{147.33} = .43 = \text{olarak hesaplanır.}$$

Buna göre performans puanlarındaki toplam varyansın %43'ünün, algılama güçlüğü düzeylerinin değişmesinin bir sonucu olduğu söylenebilir. Eta-kare, n değerinin faktörün tüm düzeylerinde eşit olması ya da olmaması durumlarında kullanılabilir.

Eta-kare örneklem verilerindeki etki büyüklüğünü açıklayan betimsel bir istatistiktir. Evrendeki açıklanan varyans miktarının tahmini için ise, omega-kare bulunabilir. Omega-kare için kullanılan sembol ω^2 dir. Omega-kare için formül:

$$\omega^2 = \frac{KT_{GA} - (sd_{GA})(KO_{Gi})}{KT_{Top} + KO_{Gi}}$$ 'dir. **Formül 9.13**

Algılama güçlüğü çalışmasından elde edilen gerekli veriler yerine konulduğunda,

$$\omega^2 = \frac{63.33 - (2)(7)}{147.33 + 7} = .32$$ bulunur.

Böylece evrendeki performans puanlarının varyansının %33'ünün algılama güçlüğü puanları ile açıklanabileceği tahmin edilebilir.

ÖZET

- Kısaca **ANOVA** olarak belirtilen varyans analizi, iki yada daha fazla evren ortalaması arasındaki farkın manidarlığını test etmede kullanılan bir yöntemdir.
- Tek yönlü ANOVA, bir çalışmada ya da deneyde tek bir bağımsız değişken olduğunda yapılır. Burada bağımsız değişken **faktör** olarak da isimlendirilebilir. Bağımsız değişkenin ya da faktörün her bir durumu **düzey** olarak bilinir. Bir faktördeki düzey sayısı k sembolü ile gösterilir. Bir bağımsız değişkenin bu düzeyleri ya da durumları, **işlem** olarak da bilinir.
- Bağımsız değişkenin farklı durumları puanlarda manidar farklılıklar yaratıyorsa, buna faktörün **işlem etkisi** denir. Burada sözü edilen ANOVA modeli **parametrik**tir. Parametrik ANOVA teknikleri, t testinin bir uzantısı olup aynı mantığa dayanır.
- Varyans analizi sonucunda F değerinin manidar olması durumunda, hangi ortalamaların birbirinden farklı olduğunu belirlemek amacıyla ile **çoklu karşılaştırmalar** yapılır. Bu testler Fisher LSD, Tukey HSD, Tukey-Kramer, Scheffé, Newman-Keuls ve Duncan vb. testlerdir.
- Bağımsız ve bağımlı değişkenler arasındaki ilişkinin gücünü açıklamak için korelasyon katsayısının hesaplaması gerekir. Bir ANOVA deseninde değişkenler arasındaki ilişkinin gücünü karşılaştırmada en sık kullanılan istatistik **eta-kare** katsayısıdır. Eta-kare örneklem verilerindeki etki büyüklüğünü açıklayan betimsel bir istatistiktir. Evrendeki açıklanan varyans miktarının tahmini için ise **omega-kare** bulunabilir.

ALIŞTIRMA SORULARI

1. Aşağıdaki terimlerin anlamı nedir?
   a. ANOVA
   b. Tek yönlü desen
   c. Faktör
   d. Düzey
   e. Gruplar arası
   f. Gruplar içi

2. Bir araştırmacı bir bağımsız değişkenin iki durumu için puanların ölçüldüğü bir deney yaptığında;
   a. Parametrik ya da parametrik olmayan bir istatistiksel yöntem kullanıp kullanmayacağına nasıl karar verir?
   b. Hangi parametrik yöntemler kullanabilir?
   c. Bağımsız değişkenin üç düzeyi söz konusu olduğunda kullanılabilecek yöntem nedir?

3. Bağımsız değişkenin dört farklı durumunun etkisinin karşılaştırıldığı bir çalışmada
   a. ANOVA için H_0 nedir?
   b. ANOVA için H_a nedir?

4. Çoklu karşılaştırma testlerine ne zaman ihtiyaç duyulur?

5. Eta kare ve omega kare nedir? Hangi amaçlar için kullanılır?

6. Yaşın yaratıcılık üzerindeki etkisinin incelendiği bir çalışmadan elde edilen veriler tabloda verilmektedir:

Yaş 4	Yaş 7	Yaş 10	Yaş 13
3	9	9	7
5	11	12	7
7	14	9	6
4	10	8	4
3	10	9	5

a. F değerini hesaplayın. ANOVA özet tablosunu hazırlayın.

b. Manidarlık düzeyi .05'de, hesaplanan F değeri için karar verin.

c. Yaratıcılık puanlarında açıklanabilen varyans miktarını hesaplayarak yorumlayın?

7. k=3, n=16, $\overline{X}_1 = 45.3$, $\overline{X}_2 = 16.9$ ve $\overline{X}_3 = 8.2$ olan bir çalışmada, özet ANOVA tablosu verilmektedir.

Kaynak	Kareler Toplamı	sd	Kareler Ortalaması	F
Gruplar arası	147.32			
Grup içi	862.99			
Toplam	1010.31			

a. ANOVA özet tabloyu tamamlayın.

b. Manidarlık düzeyi .05'de hesaplanan F değeri için karar verin.

c. Uygun bir çoklu karşılaştırma testine karar vererek farkları test edin.

d. Bu çalışmadaki etki büyüklüğü nedir?

8. Her bir grupta 21 kişinin yer aldığı beş gruplu bir çalışma düzenlenmiştir.

Kaynak	Kareler Toplamı	sd	Kareler Ortalaması	F
Gruplar arası	360			
Grup içi	4500			
Toplam				

   a. Yukarıdaki ANOVA tablosunu tamamlayın.
   b. $\alpha = .05$ düzeyinde, F'in kritik değeri nedir?
   c. Hesaplanan F değeri grup ortalamaları arasında manidar bir fark olduğunu gösteriyor mu?
   d. H_o hipotezine göre kararınız nedir?

9. Aşağıda verilen soruları yanıtlamak üzere ANOVA tablosunu temel alınız.

Kaynak	Kareler Toplamı	sd	Kareler Ortalaması	F
Gruplar arası	300	3		
Grup içi	960	96		
Toplam				

   a. Bu çalışmada kaç grup vardır?
   b. Eşit örneklem büyüklüğünü dikkate alarak, her bir gruptaki örneklem büyüklüğü nedir?
   c. KO_{GA}, $KO_{Gİ}$ ve F nedir?
   d. $\alpha = .01$ düzeyinde, F'in kritik değeri nedir?
   e. Null hipoteze göre kararınızı verin?

10. BÖLÜM

Kİ-KARE BAĞIMSIZLIK TESTİ

İçerik

- ☑ *Kavram ve Uygulama*
- ☑ *Yates Düzeltmesi*
- ☑ *Özet*
- ☑ *Alıştırma Soruları*

GİRİŞ

İki değişken için ki-kare (kay-kare, chi-square) testi, iki sınıflamalı (kategorik) değişkenin birbirinden bağımsız olup olmadığını test eder ve χ^2 sembolü ile gösterilir. Analiz sonucunun manidar çıkması değişkenler arasında bağlantı olduğunu, çıkmaması ise değişkenlerin birbirinden bağımsız olduğunu gösterir. Analiz, biri sınıflamalı, diğeri sıralamalı olan iki değişkenin birbirinden bağımsızlığını, bir başka anlatımla aralarında manidar bir ilişkinin olup olmadığını test etmek için de kullanılır. Her iki değişkenin de en az iki kategorisi vardır. Bu durumda oluşturulan çapraz tablo 2x2'liktir. Ancak değişkenlerin ikiden fazla kategorisi de olabilir. Buna göre de çapraz tablolar 2x3, 3x4 vb. olabilir. Yani bir diğer ifade ile bir ki-kare testinde,

a) sd=1 olan 2x2'lik ya da

b) A birinci, B ikinci değişkenin düzey sayısını göstermek üzere sd>1 olan AxB'lik çapraz tablolar söz konusudur.

Parametrik olmayan bir istatistik olan ki-kare testi gerçekte, iki sınıflamalı değişkenin düzeylerine (satır sayısı X sütun sayısı) göre oluşan gözeneklerde gözlenen sayılarla-değerlerle, beklenen sayıların-değerlerin birbirlerinden manidar bir şekilde farklılık gösterip göstermediğini, bir diğer ifade ile bu iki dağılımın aynı evrenden gelip gelmediğini test eder. Buna göre bu iki değer arasındaki fark arttıkça, değişkenler arasındaki ilişkinin, yani verilen cevaplar açısından gruplar arasındaki farkın manidar çıkma olasılığı artar.

Varsayımları

1. Denekler bir değişkenin bir ya da daha fazla kategorisi (düzeyi) boyunca yerleştirilebilir ve her kategorideki denekler sayılabilir.
2. Her denek bir kez ölçülür ve sadece bir kategoride yer alır.
3. Kategori üyelikleri birbirinden bağımsızdır. Yani, bir deneğin bir kategoride yer alması, bir başka deneğin herhangi bir kategoride yer almasını etkilemez.
4. Ki-kare hesaplamaları, çalışmada yer alan tüm deneklerin kendi cevaplamalarına dayalı olarak yapılır. Yani bir çalışmada belli bir görüşe katılanlar ya da benimseyenler alındığında, aynı zamanda o görüşü benimsemeyen denekler de bir kategori olarak alınmış olur.
5. Herhangi bir kategorideki beklenen değerlerin sayısı en az 5 olmalıdır.

Serbestlik derecesinin birden büyük (sd>1) olduğu durumda (en az 2x3'lük bir ki-kare tablosu), beklenen değeri 5'ten küçük gözenek sayısı toplam gözenek sayısının %20'sini aşıyorsa ve araştırmacının denek sayısını artırması mümkün değil ise, çözüm için üç farklı seçenek vardır. Bunlar:

1. İlgili satır ya da sütunun düzeylerinde (beklenen değerin düşük olduğu satır/sütun düzeyleri) mantıklı ise birleştirme yapılır. Bu birleştirme ile gözeneklerdeki gözlem sayıları arttırılır ve bunun sonucu olarak da beklenen değerler artabilir.
2. Beklenen değerin 5'ten küçük olduğu gözenekleri azaltmak amacıyla, satır ya da sütunun ilgili düzeyleri analiz dışı bırakılabilir.
3. İlk iki çözüm uygun değil ise, yorumlar çapraz tablo üzerinden sadece frekans ve yüzdeler kullanılarak yapılır.

Analiz süreci, "X ve Y gibi iki değişken birbirinden bağımsızdır" şeklinde yazılabilen bir null hipotezinin testini temel aldığından bu teste, "Bağımsızlık Testi" denir. Ki-kare testinde her bir gözenek için aşağıdaki formül kullanılarak hesaplanan χ^2 değerleri toplanarak, tüm gözenekler için toplam χ^2 değeri bulunur.

$$\chi^2 = \frac{(f_g - f_b)^2}{f_b}$$ **Formül 10.1**

Formülde yer alan f_g=gözlenen değer, f_b=beklenen değer'dir.

f_b, satır ve sütun kenar toplamlarının çarpımının toplam sayıya bölünmesiyle elde edilir.

Ki-kare testinde serbestlik derecesi (sd) aşağıdaki formül ile hesaplanır.

sd=(satır düzeyi-1) (sütun düzeyi-1) formülü ile hesaplanır.

Örnek 10.1. Öğrencilerin cinsiyetleri ve öğrenim gördükleri bölümlere göre dağılımlarına ait veriler aşağıdaki tabloda verilmiştir. Cinsiyet ile öğrenim görülen bölüm arasında manidar ilişkili olup olmadığını test edelim.

	PDR	BÖTE	SÖ	Toplam
KIZ	50	20	100	170
ERKEK	20	30	80	130
Toplam	70	50	180	300

Çözüm:

Cinsiyet ve bölüme göre düzenlenmiş veri matrisi 2x3'lük bir matris olup, 6 gözenekten oluşmaktadır. Ki-kare testinde ilk olarak her bir gözenek için beklenen değerler hesaplanır. Daha sonra, Formül 10.1 kullanılarak her bir gözenek için χ^2 değeri bulunur. Son olarak da gözenek χ^2 değerleri toplanarak toplam için χ^2 değeri elde edilir (Tablo 10.1).

***Tablo 10.1** Gözenekler için Beklenen Değerler*

Gözenek		f_g	f_b	χ^2
Kız	PDR	50	(170X70)/300=39.7	$(50-39.7)^2/39.7 = 2.67$
	BÖTE	20	(170X50)/300=28.3	$(20-28.3)^2/28.3 = 2.43$
	SÖ	100	(170X180)/300=102	$(100-102)^2/102 = 0.04$
Erkek	PDR	20	(130X70)/300=30.3	$(20-30.3)^2/30.3 = 3.50$
	BÖTE	30	(130X50)/300=21.7	$(30-21.7)^2/21.7 = 3.17$
	SÖ	80	(130X180)/300=78	$(80-78)^2/78 = 0.05$
				TOPLAM = 11.86

Hesaplanan χ^2'nin belirlenen α düzeyi için manidar olup olmadığına karar vermek için hesaplanan χ^2 değeri, EK G'de yer alan kritik tablo değeri ile karşılaştırılır.

sd=(2-1) (3-1)=2 ve α=.05 için kritik tablo değerinin χ^2=5.991 olduğu görülmektedir.

χ^2_{hesap}=11.86 > χ^2_{kritik}=5.991 olduğundan "Cinsiyet ile öğrenim görülen bölüm arasında manidar ilişki yoktur" şeklinde kurulan null hipotezi reddedilmiş olur. Bir başka anlatımla "Cinsiyet ile öğrenim görülen bölüm arasında manidar ilişki vardır" şeklinde kurulan araştırma hipotezi desteklenmiş olur.

Yates Düzeltmesi

Satır ve sütun düzeylerinin iki olduğu (2x2'lik) çapraz tablolar için ki-kare testi sürecinde örneklem büyüklüğü ve gözenekler için beklenen değere göre şu seçenekler söz konusudur (Siegel ve Castellan, 1988):

1. N ≤ 20 ise her zaman Fisher testi sonuçları kullanılmalıdır.
2. 21 ≤ N ≤ 40 iken dört gözenek için beklenen frekanslar 5'ten büyük ise düzeltilmiş ki-kare değeri, aksi takdirde Fisher testi sonuçları kullanılmalıdır.
3. N>40 iken düzeltilmiş ki-kare değeri kullanılmalıdır.

İkinci ve üçüncü maddelerde önerilen düzeltilmiş ki-kare değeri, Yates düzeltmesi olarak bilinir. İstatistik paket programlarının çıktılarında "corrected chi-square" ya da "continuity correction" olarak geçer. X ve Y gibi iki kategorik değişken için aşağıda gösterilen tablo temel alındığında düzeltilmiş ki-kare değeri şu formül kullanılarak hesaplanabilir.

		Y		
		Y_1	Y_2	
X	X_1	A	B	A+B
	X_2	C	D	C+D
		A+C	B+D	N

$$\chi^2_{düz} = \frac{N(|AD - BC| - N/2)^2}{(A+B)(C+D)(A+C)(B+D)}$$ **Formül 10.2**

Örnek: Aşağıda cinsiyet ile sigara içme durumunu tanımlayan veriler sunulmuştur. Bu problem durumu için "cinsiyet ile sigara içme arasında manidar bir ilişki olup olmadığını" test edelim.

Cinsiyet	Sigara içme durumu		Toplam
	İçiyor	İçmiyor	
Kadın	20	13	33
Erkek	48	96	144
Toplam	68	109	177

Çözüm: N>40 olduğundan düzeltilmiş ki-kare değerini hesaplamak ve sonucunu yorumlamak daha uygun olacaktır.

$$\chi^2_{düz} = \frac{177(|(20)(96)-(13)(48)|-177/2)^2}{(33)(144)(68)(109)}$$

$$\chi^2 = 7.33$$

α=.05 ve sd=1 için x^2 için kritik değer EK G'de verilen tablodan 3.84 olarak okunur. Ki-kare hesaplanan (gözlenen) değer, tablo değerinden büyük olduğu için cinsiyet ile sigara içip içmeme arasında manidar bir ilişki olduğu sonucuna varılır. Başka bir anlatımla kadın ve erkeklerin sigara içme durumlarının birbirinden farklılaştığı ifade edilebilir. Kadınlardan sigara içenlerin oranı %60.6 (=20/33) iken erkeklerde %27.1 (=48/177)'dir.

ÖZET

- İki değişken için ki-kare (kay-kare, chi-square) testi, iki sınıflamalı (kategorik) değişkenin birbirinden bağımsızlığını, başka bir anlatımla değişkenler arasında manidar bir ilişki olup olmadığını test eder ve χ^2 sembolü ile gösterilir.
- Analiz, biri sınıflamalı, diğeri sıralamalı olan iki değişken arasında manidar bir ilişkinin olup olmadığını test etmek için de kullanılır.
- İki değişken arasında ilişkinin olması, bir değişkenin düzeylerindeki cevapların, diğer değişkenin düzeylerinde farklılaştığını gösterir.

ALIŞTIRMA SORULARI

1. Aşağıda bir kurumda memur ve işçi kadrosunda çalışan personelin ev sahibi ya da kiracı olma durumlarına ilişkin veriler sunulmaktadır. Görev yapılan kadro ile ev sahibi ya da kiracı olma arasında bir ilişki olduğu söylenebilir mi?

Kadro	Ev sahibi	Kiracı
Memur	40	15
İşçi	58	7

2. Aşağıda bir grup hastanın hastalık türleri ile tedavi sürelerine ilişkin veriler bulunmaktadır. Hastalığın türü ile tedavi süresi arasında manidar bir ilişki var mıdır?

Hastalık Türü	Tedavi Süresi	
	6 Ay-1 Yıl	1 Yıldan Fazla
Depresyon	25	10
Kaygı Bozukluğu	5	40

3. Bir ilköğretim okulunun iki farklı şubesinde öğrenim gören 8. sınıf öğrencilerinin lisede seçmek istedikleri bölümlere ilişkin veriler sunulmaktadır.

   a. H_0 ve H_a'yı oluşturunuz.

   b. χ^2 değerini hesaplayarak yorumlayınız.

Şube	Seçmek İstedikleri Bölümler		
	Fen	Matematik	Sosyal
A	18	43	14
B	39	23	18

4. Aşağıda bir grup çalışanın unvan ve kurumdaki disiplin davranışlarının nedenlerine ilişkin görülerine ait bilgiler yer almaktadır. Probleme ilişkin hipotezi oluşturunuz ve test edip sonuçlarını yorumlayınız.

Unvan	Disiplin Davranışlarının Nedenleri			
	Ast-ust iletişimsizliği	Yoğun stres	Mevzuat bilgi eksikliği	Toplam
Memur	24	16	37	77
Amir	30	17	38	85
Toplam	54	33	75	162

11. BÖLÜM

MANN-WHITNEY U TESTİ: ORTALAMALAR ARASI FARKLARIN TEST EDİLMESİ

İçerik

- ☑ *Giriş*
- ☑ *Küçük Örneklemler İçin Mann-Whitney U Testi*
- ☑ *Büyük Örneklemler İçin Mann-Whitney U Testi*
- ☑ *Özet*
- ☑ *Alıştırma Soruları*

GİRİŞ

İki ortalama arasındaki farkın test edilmesinde grupların ilişkili ya da ilişkisiz oluşuna göre farklılaşan t testleri kullanılmaktadır. Bu testler daha önce de değinildiği gibi parametrik tekniklerdir (bkz. sf. 153, 156). Ancak bu tekniklere ilişkin sayıltıların karşılanamaması durumunda tekniğin kullanımına devam edilmesi, verilen kararların hatalı olmasına neden olabilir. Dolayısıyla toplanan veriler parametrik testlerin sayıltılarını karşılayamıyor ise, bağımsız iki ortalama arasındaki farkın testi edilmesinde kullanılabilecek alternatif test Mann-Whitney U Testi'dir. Bir başka deyişle Mann-Whitney U Testi, bağımsız/ilişkisiz örneklemler için t testinin parametrik olmayan karşılığıdır.

Mann-Whitney U Testi aşağıdaki durumlarda kullanılır:

a. Veriler aralık ya da oran ölçeği düzeyinde elde edilmiş olmakla birlikte, dağılımın normallik varsayımını karşılayamaması durumunda ölçümlerin sıra değerlerine dönüştürülmesi ile iki gruba ilişkin dağılımlar arasında fark olup olmadığının araştırılması.

b. Değişkenlerin miktar olarak ölçülmeyip, nesne ya da bireye ilişkin yargıların doğrudan sıra değerleri ile gösterildiği durumda, iki gruba ilişkin dağılımlar arasında fark olup olmadığının araştırılması.

Varsayımlar

Mann-Whitney U Testi aşağıdaki varsayımları gerektirir:

1. İki grup / örneklem birbirinden bağımsızdır.
2. Bağımlı değişken en az sıralama ölçeği düzeyinde ölçülmüştür.

Hipotezler

Mann-Whitney U Testi iki ortalamayı değil, iki dağılımı karşılaştırır. Bundan dolayı da hipotezler dağılımlar arasında fark olup olmadığı üzerine kurulur. Örneğin iki farklı öğretim yönteminin (A ve B yöntemleri) matematik başarısı üzerindeki etkisinin denendiği bir çalışma için istatistiksel hipotez:

H_0= İki farklı öğretim yönteminin uygulandığı grupların matematik başarıları arasında fark yoktur. Bir başka deyişle, bir öğretim yönteminin uygulandığı gruptaki bireylerin başarı sıraları sistematik olarak diğer gruptan yüksek (ya da düşük) olma eğiliminde değildir.

H_1= İki farklı öğretim yönteminin uygulandığı grupların matematik başarıları arasında fark vardır. Bir başka deyişle, bir öğretim yönteminin uygulandığı gruptaki bireylerin başarı sıraları sistematik olarak diğer gruptan yüksek (ya da düşük) olma eğilimindedir.

Eğer sıfır hipotezi doğru ise, gözlemler büyüklüklerine göre sıralandıkları zaman A öğretim yönteminin uygulandığı gruptaki gözlemler ile B öğretim yönteminin uygulandığı gruptaki gözlemlerin dağılımı rastgele olacaktır. Bütün A'ların B'lerden önce ya da bütün B'lerin A'lardan önce gelmesi gibi sistematik olarak gözlemlerin düşük ya da yüksek sıra numarası alarak bir yöne yığılması söz konusu olmayacaktır.

İşlem

Mann-Whitney U testi, gruplardaki / örneklemlerdeki birey sayısına bağlı olarak iki farklı şekilde hesaplanır.

a. Küçük Grup / Örneklemler için Mann-Whitney U Testi

Her iki gruptaki birey sayısı 20 ya da daha az olduğunda hesaplama aşağıdaki formüller yardımıyla yapılır:

$$U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - \sum R_1 \qquad \textbf{Formül 11. 1}$$

$$U_2 = n_2 n_1 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - \sum R_2 \qquad \textbf{Formül 11. 2}$$

n_1: Birinci gruptaki birey sayısı

n_2: İkinci gruptaki birey sayısı

$\sum R_1$: Birinci gruptaki değerlerin sıra numaraları toplamı

$\sum R_2$: İkinci gruptaki değerlerin sıra numaraları toplamı

Bu şekilde hesaplanan U_1 ve U_2 değerlerinden küçük olan U istatistiği olarak seçilir.

U değerini hesaplamak için ilk adımda her iki grup / örneklem birleştirilir ve puanlara sıra numarası verilir:

a. En düşük puana 1, ikinci en düşük puana 2 sıra numarası verilecek şekilde tüm puanlar sıralanır.

b. Birbirine eşit puanlara aynı sıra numarası verilir. Örneğin aşağıdaki puanları inceleyelim.

Denek	Ham Puan	Sıra Numarası
1	1	1
2	2	2
3	5	4
4	5	4
5	5	4
6	6	6

Puanlar içerisinde 5, üç kez tekrarlanmış ve bu puanlar 3., 4. ve 5. sıraları oluşturmaktadır. Bu puanlara aynı sıra numarasını vermek üzere, 3, 4 ve 5 sıra numaraları toplanarak 3'e bölünür. Böylelikle tüm 5'lere 4 sıra numarası verilir.

İkinci adımda birinci grup / örneklem için ($\sum R_1$) ve ikinci grup / örneklem için ($\sum R_2$) olmak üzere sıra toplamları bulunur.

Üçüncü adımda **Formül 11.1 ve 11.2** yardımıyla U_1 ve U_2 değerleri hesaplanır. Bu adımda hesaplanan U_1 ve U_2 değerlerinin **Formül 11.3** yardımıyla sağlaması da yapılabilir:

$$U_1 + U_2 = n_1 n_2 \qquad \textbf{Formül 11.3}$$

Dördüncü adımda hesaplanan U_1 ve U_2 değerlerinden küçük olanı U istatistiği olarak benimsenir.

Beşinci adımda U değerinin manidarlığına karar verilmek üzere, belirlenen α düzeyinde n_1 ve n_2 serbestlik dereceli U tablo değeri (kritik değer) ile karşılaştırılır (EK H).

U istatistiği için kural farklıdır:

a. Hesaplanan U değeri kritik değere eşit ya da küçükse, H_0 reddedilir.

b. Hesaplanan U değeri kritik değerden büyük ise, H_0 kabul edilir.

Örnek 11.1: Bir psikolog 3 yaş çocuklarının el becerilerinin gelişimi ile ilgilenmektedir. 13 çocukla yaptığı çalışmada çocukların 5'i erkek, 8'i kızdır. Psikolog çocukların özel bir deseni bloklar yardımıyla yapmasını istemekte ve yapılış süresini saniye olarak kaydetmektedir. Veriler aşağıdaki gibidir (Gravetter ve Wallnau, 2007):

Erkekler (E) :	23	18	29	42	21			
Kızlar (K) :	37	56	39	34	26	104	48	25

Çözüm. Çözüme, öncelikle hipotezleri yazarak başladığımızda istatistiksel hipotez "iki evren arasında manidar bir farklılık yoktur" şeklindedir. Bunu örneğimize uyarladığımızda:

H_0: Kızlarla erkeklerin çözüm süreleri arasında manidar bir faklılık yoktur.

H_1: Kızlarla erkeklerin çözüm süreleri arasında manidar bir faklılık vardır.

İkinci aşamada kız ve erkek gruplarının çözüm sürelerini bir araya getirerek küçükten büyüğe doğru sıralamak ve ardından tüm gözlemlere (sürelere) sıra numarası vermek gerekmektedir. Burada kızları (K), erkekleri (E) sembolleri ile gösterelim.

Süre (Sn):	18	21	23	25	26	29	34	37	39	42	48	56	104
Sıra:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Grup:	E	E	E	K	K	E	K	K	K	E	K	K	K

$\sum R_E$ 1+2+3+6+10=22 $\sum R_K$ 4+5+7+8+9+11+12+13=69

nE= 5, nK= 8

Üçüncü aşamada erkek grubuna ilişkin sıra toplamını ($\sum R_E$) ve kız grubuna ilişkin sıra toplamını ($\sum R_K$) hesaplamak gerekmektedir. Bu toplamların da sırasıyla 22 ve 69 olduğu görülmektedir.

Dördüncü aşamada **Formül 11.1 ve 11.2** yardımıyla U_E ve U_K değerlerini hesaplamak gerekmektedir.

$$U_E = n_E n_K + \frac{n_E(n_E + 1)}{2} - \sum R_E$$

$$U_E = 5.8 + \frac{5(5+1)}{2} - 22$$

U_E= 33

$$U_K = 8.5 + \frac{8(8+1)}{2} - 69$$

U_K= 7

Sağlamasını yapmak üzere **Formül 11.3** kullanılabilir.

$U_E + U_K = n_E n_K$ yardımıyla 33+7=5.8=40 şeklinde sağlaması yapılmış olur.

Beşinci aşamada erkek grubu için hesaplanan U_E değeri ile kız grubu için hesaplanan U_K değeri karşılaştırılır ve küçük olanı U istatistiği olarak seçilir. Bu örnekte kızlar için hesaplanan U_K değeri daha küçük olduğundan, onu benimsemek gerekmektedir. Bir başka deyişle U= 7'dir.

Altıncı aşamada benimsenen U değeri, α = .05 güven düzeyinde tablo değeri (kritik değer) ile karşılaştırılır (EK H). Daha önce de söz edildiği gibi U istatistiğinde kural farklıdır. U_{hesap}=7 > U_{kritik}=6 olduğundan H_0 hipotezi kabul edilir. Sonucu örnekteki değişkenlere uyarlayarak ifade ettiğimizde "erkeklerle kızların bloklarla deseni tamamlama süreleri arasında manidar bir farklılık yoktur."

b. Büyük Grup / Örneklemler için Mann-Whitney U Testi

Grupların birindeki ya da her ikisindeki birey sayısı 20'den fazla olduğunda, dağılımın normal dağılıma yaklaştığı kabul edilir. Bu durumda Mann-Whitney U hipotezleri, z istatistiği (kritik oran testi) kullanılarak test edilir.

$$z = \frac{U - \frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}}$$ **Formül 11.4**

n_1: Birinci gruptaki denek sayısı

n_2: İkinci gruptaki denek sayısı

U: Birinci ya da ikinci grup için hesaplanan U_1 veya U_2 değerlerinden herhangi birisidir. Hangi U değerinin seçildiği testin sonucunu etkilemez. Sadece bulunacak z değerlerinin işareti farklı olur. Aslında bu durumda da sadece bir U değerinin hesaplanmasının yeterli olacağını söylemek yanlış değildir.

Örnek 11.2: Bir araştırmacı istatistik dersi alan ve almayan iki grup öğrencinin istatistiğe yönelik tutum puanları arasında fark olup olmadığını saptamak istiyor. Veriler aşağıdaki gibidir.

İstatistik dersi alan:	6, 8, 8, 10, 10, 10, 11, 11, 12, 12, 12, 12, 13, 13, 13, 14, 14, 14, 15, 15, 15, 16, 17
İstatistik dersi almayan:	6, 7, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 9, 10, 10, 10, 10, 12, 12, 13

Çözüm. Çözüme, öncelikle hipotezleri yazarak başladığımızda:

H_0: İstatistik dersi alan ve almayan öğrencilerin istatistik tutum puanları dağılımı aynıdır.

H_1: İstatistik dersi alan ve almayan öğrencilerin istatistik tutum puanları dağılımı farklıdır.

Tablo 11.1'de İstatistik dersi alanlar (+), almayanlar ise (-) ile gösterilmiştir.

Tablo 11.1: *İstatistik Dersi Alan ve Almayan Öğrencilerin Puan Dağılımları ve Sıraları*

Ders Alma Durumu	Puan	Sıra	Ders Alma Durumu	Puan	Sıra
+	6	1.5	+	12	24.5
-	6	1.5	+	12	24.5
-	7	5	+	12	24.5
-	7	5	+	12	24.5
-	7	5	-	12	24.5
-	7	5	-	12	24.5
-	7	5	+	13	29.5
+	8	9.5	+	13	29.5
+	8	9.5	+	13	29.5
-	8	9.5	-	13	29.5
-	8	9.5	+	14	33
-	9	12	+	14	33
+	10	16	+	14	33
+	10	16	+	15	36
+	10	16	+	15	36
-	10	16	+	15	36
-	10	16	+	16	38
-	10	16	+	17	39
-	10	16			
+	11	20.5			
+	11	20.5			
İstatistik dersi alanlar: $n_1 = 23$			İstatistik dersi almayanlar: $n_2 = 16$		
$\sum R_1$ 580			$\sum R_2$ 200		

Öncelikle istatistik dersini alan ve almayan öğrencilere ilişkin tüm puanlar birleştirilir ve sıra numarası verilir.

İkinci adımda istatistik dersi alan ($\sum R_1$) ve ($\sum R_2$) almayan gruplara ilişkin sıra toplamları bulunur. Burada $\sum R_1 = 580$ ve $\sum R_2 = 200$'dür.

Üçüncü adımda her iki grup için U değerleri hesaplanır. Aslında z değerinin hesaplanması için U değerlerinden yalnızca birini bilmek yeterlidir ve bu U değerinin hangi gruba ait olduğu önemli değildir. Sadece bulunacak z değerlerinin işareti farklı olur. Ancak burada örneklendirmek açısından her iki U değeri de hesaplanmış ve sonucun sağlaması da yapılmıştır.

$$U_1 = 23.16 + \frac{23(23+1)}{2} - 580 \qquad U_1 = 64$$

$$U_2 = 16.23 + \frac{16(16+1)}{2} - 200 \qquad U_2 = 304$$

Formül 11.3 yardımıyla sağlaması yapıldığında: 64+304= 23.16= 368'dir.

Dördüncü adımda Formül 11.4 yardımıyla z değeri hesaplanır:

$$z = \frac{U - \frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}}$$

$$z = \frac{304 - \frac{16.23}{2}}{\sqrt{\frac{16.23(16+23+1)}{12}}}$$

z = 3.43

Beşinci adımda hesaplanan z değeri, $\alpha = .05$ güven düzeyinde tablo değeri (kritik değer) ile karşılaştırılır (EK E). Hesaplanan z değeri $z_{hesap} = 3.43 > z_{kritik} = 1.96$ olduğundan H_0 hipotezi reddedilir. Serbestlik derecesi sd ≥ 30 olduğunda, t dağılımı z dağılımına çok yaklaştığından, daha önce t testlerinin manidarlığını test etmede yararlanılan tablodan burada da yararlanılabilir.

ÖZET

- Mann-Whitney U Testi, bağımsız / ilişkisiz örneklemler için t testinin parametrik olmayan karşılığıdır. Bu nedenle de parametrik tekniklerin sayıltılarının karşılanmasını gerektirmez. Bağımsız iki ortalama arasındaki farkın testi edilmesinde kullanılır.
- Mann-Whitney U Testi, (a) iki bağımsız grup ve (b) en az sıralama ölçeği düzeyinde ölçülmüş veri gerektirir. Örneğin, evli ve bekarların yaşam doyumu ölçeğinden aldıkları puanlar normallik sayıltısını karşılamadığı taktirde bu teknikle karşılaştırma yapılabilir.
- Mann-Whitney U Testi hesaplanırken, iki grup için iki ayrı U değeri bulunur ve bu değerlerden küçük olanı U istatistiği olarak benimsenir. Ancak alışılmışın aksine, hesaplanan U değeri ile tablodan bulunan kritik değere ilişkin karşılaştırma yapılırken farklı bir kural vardır. Hesaplanan U değeri kritik değere eşit ya da küçükse, H_0 reddedilir. Hesaplanan U değeri kritik değerden büyük ise, H_0 kabul edilir.

ALIŞTIRMA SORULARI

1. Bir araştırmacı bir süpermarkette A ve B marka ürünlerin piyasaya sürüldükleri ilk altı gündeki satış sayılarına ilişkin dağılımlar arasında fark olup olmadığını belirlemek istiyor.
   a. H_0 ve H_a'yı oluşturunuz.
   b. U değerini hesaplayınız.
   c. $\alpha = .05$ için çift yönlü kritik U değeri nedir?
   d. Kararınız nedir?

A Ürünü: 39, 48, 63, 70, 71, 74

B Ürünü: 36, 43, 47, 54, 60, 62

2. Bir okulda görev yapan iki matematik öğretmeni sınıflarındaki öğrencilerin başarı dağılımları arasında fark olup olmadığını karşılaştırmak istiyor.
   a. H_0 ve H_a'yı oluşturunuz.
   b. U değerini hesaplayınız.
   c. c. $\alpha = .01$ için çift yönlü kritik U değeri nedir?
   d. Kararınız nedir?

Öğretmen A: 75, 65, 57, 54, 50, 40, 24

Öğretmen B: 80, 50, 60, 48, 20, 40, 68, 87

3. Bir araştırmacı deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin benlik saygılarına ilişkin dağılımların farklılaşıp farklılaşmadığını test etmek istiyor.

   Deney: 23, 33, 46, 50, 50, 76, 60, 58, 81, 66, 64, 77, 56, 67, 90, 47, 60, 71, 23, 33, 46

   Kontrol: 65, 70, 88, 56, 48, 90, 48, 73, 32, 50, 67, 55, 80, 81, 43, 61, 39, 56

   a. H_0 ve H_a'yı oluşturunuz.

   b. Deney ve kontrol gruplarının benlik saygılarına ilişkin dağılımlar arasında $\alpha = .01$ düzeyinde manidar fark var mıdır?

12. BÖLÜM

WILCOXON UYUMLU ÇİFTLER İŞARETLİ SIRALAR TESTİ: ORTALAMALAR ARASI FARKLARIN TEST EDİLMESİ

İçerik

- ☑ *Giriş*
- ☑ *Özet*
- ☑ *Alıştırma Soruları*

GİRİŞ

İki ortalama arasındaki farkın test edilmesinde grupların ilişkili ya da ilişkisiz oluşuna göre farklılaşan t testleri kullanılmaktadır. Bu testler daha önce de değinildiği gibi parametrik tekniklerdir. Ancak bu tekniklere ilişkin varsayımların karşılanamaması durumunda, ilişkili / bağımlı iki ortalama arasındaki farkın test edilmesinde kullanılabilecek alternatif test Wilcoxon Uyumlu Çiftler İşaretli Sıralar Testi'dir. Bu test kısaca Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi olarak anıldığı gibi, Wilcoxon t Testi olarak da anılmaktadır. Wilcoxon t Testi, ilişkili / bağımlı örneklemler için t testinin parametrik olmayan karşılığıdır. Yine t testinde olduğu gibi, ilişkili örneklemler için iki farklı araştırma deseni söz konusu olmaktadır (Heiman, 1996). Bunlar "eşleştirilmiş örneklemler deseni" ve "tekrarlı ölçümler deseni"dir. Aslında İşaret Testi de ilişkili grup / örneklemlerin, bir diğer deyişle, çiftlerin karşılaştırılmasını sağlayan bir test olmakla birlikte, bu test sadece çiftler arasındaki farkın yönünü dikkate alırken, Wilcoxon İsaretli Sıralar Testi, farkların yönü kadar miktarını da dikkate alır. Bu anlamda da İşaret Testi'nden daha güçlü bir testtir (Siegel, 1977).

Varsayımlar

Wilcoxon Uyumlu Çiftler İşaretli Sıralar Testi aşağıdaki varsayımları gerektirir:

1. İki grup / örneklem ilişkili / bağımlıdır.
2. Bağımlı değişken en az sıralamalı ölçek düzeyinde ölçülmüştür.

Hipotezler

Wilcoxon Uyumlu Çiftler İşaretli Sıralar Testi için hipotezler puan çiftleri arasında fark olup olmaması üzerine kurulur. Bu puan çiftleri, daha önce de değinildiği gibi, eşleştirilmiş gruplardan (örneğin ikizler) elde edilmiş olabileceği gibi, aynı gruptan elde edilmiş iki ölçüm (örneğin öntest-sontest) de olabilir. Örneğin bireylerin utangaçlık düzeylerinin ölçüldüğü (öntest) ve utangaçlık düzeyi yüksek olan bireylerden oluşturulan bir gruba utangaçlık düzeylerini azaltmaya yönelik bir eğitim programının uygulandığı, program sonunda utangaçlık düzeylerinin tekrar ölçüldüğü (sontest) bir deneysel çalışmada istatistiksel hipotez:

H_0= Bireylerin utangaçlık öntest-sontest puanları arasında fark yoktur.

H_1= Bireylerin utangaçlık öntest-sontest puanları arasında fark vardır.

Yukarıda kurulmuş olan H_1, çift yönlü bir hipotezdir. Ancak söz konusu örnek deneysel bir çalışmaya ilişkin olduğu için, aslında alternatif hipotezin tek yönlü olması daha doğru olacaktır. Bu durumda alternatif hipotez tek yönlü olarak tekrar kurulacak olursa:

H_1= Bireylerin utangaçlık sontest puanları, öntest puanlarından düşüktür.

İşlem

Wilcoxon t Testi hesaplanırken aşağıdaki adımlar izlenir:

Birinci adımda her bir puan çifti için fark puanları (D) bulunur. Bir başka deyişle, bir durum / koşul altındaki puanlar (örneğin öntest), diğer durum / koşul altındaki puanlardan (örneğin sontest) çıkartılır. Bu tüm puan çiftleri için hesaplanır. Böylelikle fark puanları elde edilmiş olur.

İkinci adımda fark puanlarına ilişkin N belirlenir. Ancak burada dikkat edilmesi gereken nokta, "sıfır" olan farkların dikkate alınmaması gerektiğidir. Bir başka deyişle, bir puan çiftini oluşturan iki puan birbirine eşit ise, farkları sıfır olur. Dolayısıyla da fark sütununa ilişkin N belirlenirken, bunların hesaba katılmaması gerekir.

Üçüncü adımda yine sıfır olan fark puanları dikkate alınmaksızın, tüm fark puanlarına sıra numarası verilir. Burada da dikkat edilmesi gereken nokta, fark puanlarının işaretlerinin dikkate alınmaması gerektiğidir. Bir diğer deyişle, farkların pozitif ya da negatif oluşları ile ilgilenilmeksizin, tüm farkların mutlak değerleri dikkate alınarak, en küçük fark puanına 1, ikinci en küçük fark puanına 2 olmak üzere tüm puanlara sıra numarası verilir.

Fark puanları sıra numaralarına dönüştürüldükten sonra, dördüncü adımda işaretlerine göre ayrılır ve pozitif sıralara ilişkin sıra toplamları ile $\left(\sum R+\right)$ negatif sıralara ilişkin sıra toplamları $\left(\sum R-\right)$ bulunur.

Beşinci adımda, pozitif sıralar ve negatif sıralar için ayrı ayrı hesaplanan sıra toplamlarından küçük olanı, Wilcoxon t değeri olarak benimsenir.

Altıncı adımda hesaplanan Wilcoxon t değeri, benimsenen α düzeyi ve N ile birlikte kritik değer (tablo değeri) (EK I) ile karşılaştırılır. Burada da U değerinde olduğu gibi, hesaplanan t değeri, kritik değere eşit ya da küçükse manidar olduğuna karar verilir ve H_0 reddedilir.

Örnek 12.1: Bir araştırmacı bireylerin iletişim becerilerini geliştirmeye yönelik bir eğitim programı hazırlamış ve etkililiğini test etmek istemektedir. Öncelikle 25 kişilik bir öğrenci grubuna öntest olarak iletişim becerilerini ölçmeye yönelik bir ölçek uygulamış, ardından bu ölçekten 50 ve daha düşük puan alan 11 öğrenciyi deney grubu olarak seçmiştir. Araştırmacı uyguladığı 6 haftalık eğitim programının ardından aynı ölçeği tekrar kullanarak bu 11 öğrenciden ölçüm almıştır (sontest). Araştırmacı uyguladığı eğitim programın iletişim becerilerini geliştirmede etkili olup olmadığını belirlemek istemektedir. Veriler aşağıda sunulmaktadır.

Denek:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Öntest:	23	25	35	48	37	42	47	29	41	34	20
Sontest:	33	40	55	48	30	44	65	20	41	36	21

Çözüm. Çözüme, öncelikle hipotezler yazılarak başlandığında:

H_0: Deneklerin iletişim becerileri ölçeği öntest-sontest puanları arasında manidar bir fark yoktur.

H_1: Deneklerin iletişim becerileri ölçeği sontest puanları, öntest puanlarından manidar derecede daha yüksektir.

İkinci aşamada her bir puan çifti için deneklerin öntest-sontest puanları farkı alınarak fark (D) sütunu oluşturulur.

Üçüncü adımda sıfır olan fark puanları dikkate alınmaksızın (dışarıda bırakılarak), tüm fark puanlarına sıra numarası verilir. Burada fark puanlarının işaretlerinin de dikkate alınmaması gerektiği unutulmamalıdır. Daha önce de değinildiği gibi, farkların pozitif ya da negatif oluşları ile ilgilenilmeksizin tüm fark puanlarının mutlak değerleri dikkate alınarak, en küçük fark puanına 1, ikinci en küçük fark puanına 2 olmak üzere tüm puanlara sıra numarası verilir.

Dördüncü adımda sıra sütunu işaretlerine göre ayrılır ve pozitif sıralara ilişkin sıra toplamları $(\sum R+)$ ile negatif sıralara ilişkin sıra toplamları $(\sum R-)$ bulunur. Burada $(\sum R+)$=9 ve $(\sum R-)$=36 olarak bulunmuştur.

Beşinci adımda, pozitif sıralar ve negatif sıralar için ayrı ayrı hesaplanan sıra toplamlarından küçük olanı, Wilcoxon t değeri olarak benimsenir. Burada $(\sum R+) < (\sum R-)$ olduğundan Wilcoxon t=9 olarak kabul edilir.

Altıncı adımda hesaplanan Wilcoxon t değeri, benimsenen α düzeyi ve N ile birlikte tablo değeri (kritik değer) (EK I) ile karşılaştırılır. Burada da U değerinde olduğu gibi, hesaplanan t değeri, kritik değere eşit ya da küçükse manidar olduğuna karar verilir ve H_0 reddedilir. Bu örnek için N=9'dur. $\alpha = .05$ olarak kabul edildiğinde tablo değeri Wilcoxon t=8'dir. $t_{hesap}=9 > t_{kritik}=8$ olduğundan H_0 hipotezi kabul edilir. Bir başka deyişle araştırmacının hazırlamış olduğu iletişim becerileri geliştirme programı, bireylerin iletişim becerilerini geliştirmede etkili olmamıştır.

Denek	Öntest	Sontest	D	Sıra	R-	R+
1	23	33	-10	6	6	
2	25	40	-15	7	7	
3	35	55	-20	9	9	
4	48	48	0	-	-	-
5	37	30	7	4		4
6	42	44	-2	2.5	2.5	
7	47	65	-18	8	8	
8	29	20	9	5		5
9	41	41	0	-	-	-
10	34	36	-2	2.5	2.5	
11	20	21	-1	1	1	
			N=9		$\sum R(-)=36$	$\sum R(+)=36$

ÖZET

- Wilcoxon Uyumlu Çiftler İşaretli Sıralar Testi ya da Wilcoxon t testi, bağımlı / ilişkili örneklemler için t testinin parametrik olmayan karşılığıdır. Bu nedenle de parametrik tekniklerin varsayımlarının karşılanmasını gerektirmez. Bağımlı iki ortalama arasındaki farkın testi edilmesinde kullanılır.
- Wilcoxon t Testi, bağımlı / ilişkili örneklemler için t testinin parametrik olmayan karşılığıdır. Yine t testinde olduğu gibi, ilişkili örneklemler için iki farklı araştırma deseni söz konusu olmaktadır. Bunlar "eşleştirilmiş örneklemler deseni" ve "tekrarlı ölçümler deseni"dir.
- Wilcoxon t Testi, (a) iki bağımlı / ilişkili grup ve (b) en az sıralama ölçeği düzeyinde ölçülmüş veri gerektirir. Örneğin, bir grubun tükenmişlik ölçeği öntest-sontest puanlarının karşılaştırılması bu teknikle yapılabilir.

ALIŞTIRMA SORULARI

1. Bir araştırmacı bir okulda görev yapan 12 öğretmenin öğretim yılı başında ve sonunda tükenmişlik düzeylerini ölçmüş ve arada manidar fark olup olmadığını belirlemek istemektedir.

   a. H_0 ve H_a'yı oluşturunuz.

   b. Wilcoxon t'yi hesaplayınız.

   c. $\alpha = .05$ için çift yönlü kritik t değeri nedir?

   d. Kararınız nedir?

   Tükenmişlik Ölçeği (Dönem Başı) Puanları: 45, 38, 55, 58, 33, 42, 48, 51, 69, 39, 49

   Tükenmişlik Ölçeği (Dönem Sonu) Puanları:50, 45, 55, 65, 51, 42, 49, 72, 40, 39, 22

2. Bir araştırmacı öğrencilerin yaratıcılık düzeylerini geliştirmeye yönelik bir program hazırlamış ve bu programın gerçekten yaratıcılık düzeyini arttırmada etkili olup olmadığını test etmek istiyor. Deneklerin öntest ve sontest yaratıcılık ölçeği puanları aşağıdadır.

   Öntest: 23, 33, 46, 56, 57, 76, 60, 58, 81, 66

   Sontest: 65, 70, 88, 50, 68, 70, 66, 73, 92, 61

   a. H_0 ve H_a'yı oluşturunuz.

   a. Deney grubunun sontest puanları öntest puanlarından manidar düzeyde yüksek midir? ($\alpha = .01$)

13. BÖLÜM

KRUSKAL-WALLIS H TESTİ: ORTALAMALAR ARASI FARKLARIN TEST EDİLMESİ

İçerik

- ☑ *Giriş*
- ☑ *Özet*
- ☑ *Alıştırma Soruları*

GİRİŞ

İkiden fazla ortalama arasındaki farkın test edilmesinde grupların ilişkili ya da ilişkisiz oluşuna göre farklılaşan varyans analizi teknikleri kullanılmaktadır. Bu testler parametrik tekniklerdir ve her zaman bu tekniklere ilişkin sayıltıların karşılanması mümkün olamamaktadır. Dolayısıyla toplanan veriler parametrik testlerin varsayımlarını karşılayamıyorsa, bağımsız ikiden fazla grup ortalaması arasındaki farkın testi edilmesinde kullanılabilecek alternatif test Kruskal-Wallis H Testi'dir. Bir başka deyişle Kruskal-Wallis H Testi, tek yönlü varyans analizi (ANOVA)'nın parametrik olmayan karşılığıdır. Bu test aynı zamanda "Kruskal-Wallis'in mertebeler yoluyla tek yönlü varyans analizi" adıyla da anılmaktadır. Kruskal-Wallis H Testi, veriler aralık ya da oran ölçeği düzeyinde elde edilmiş olmakla birlikte, dağılımın normallik varsayımını karşılayamaması durumunda, aralık veya oran ölçeği düzeyindeki ölçümlerin sıra değerlerine dönüştürülmesi ile ikiden fazla gruba ilişkin sıra ortalamaları arasında fark olup olmadığının araştırılmasında kullanılır.

Varsayımlar

Kruskal-Wallis H Testi aşağıdaki varsayımları gerektirir:

1. k grup (ikiden fazla grup / örneklem) birbirinden bağımsızdır.
2. Bağımlı değişken en az aralık ölçeği düzeyinde ölçülmüştür. Bu test, incelenen değişkenin altında yatan sürekli bir dağılımın varlığını varsaydığı için, söz konusu değişkenin en az aralık ölçeği düzeyinde ölçülmüş olmasını gerektirir (Siegel, 1977).

Hipotezler

Kruskal-Wallis H Testi de, k örneklemin aynı evrenden ya da ortalamalar açısından eşit evrenlerden geldiği şeklindeki H_0'ı test eder.

Örneğin üç farklı öğretmenlik bölümünde (matematik, kimya ve fizik öğretmenliği) öğrenim görmekte olan öğrencilerin öğretmenlik mesleğine yönelik tutumlarının karşılaştırıldığı bir çalışmada istatistiksel hipotez:

H_0: Üç farklı öğretmenlik bölümünde öğrenim gören öğrencilerin öğretmenlik mesleğine yönelik tutumları arasında fark yoktur. Bir başka deyişle, bölümlerden herhangi birinde öğrenim görmekte olan öğrencilerin öğretmenlik mesleğine yönelik tutum puanlarının sıralaması, sistematik olarak diğer gruplardan yüksek (ya da düşük) olma eğiliminde değildir.

H_1: Üç farklı öğretmenlik bölümünde öğrenim gören öğrencilerin öğretmenlik mesleğine yönelik tutumları arasında fark vardır. Bir başka deyişle, bölümlerden herhangi birinde öğrenim görmekte olan öğrencilerin öğretmenlik mesleğine yönelik tutum puanlarının sıralaması, sistematik olarak diğer gruplardan yüksek (ya da düşük) olma eğilimindedir.

Eğer sıfır hipotezi doğru ise, tutum puanları büyüklüklerine göre sıralandıkları zaman, üç farklı öğretmenlik bölümü öğrencilerinin tutum puanları dağılımı rastgele olacaktır. Bütün matematik öğretmenliği öğrencilerinin puanlarının kimya öğretmenliği ya da fizik öğretmenliği öğrencilerinden önce gelmesi gibi, sistematik olarak puanların düşük ya da yüksek sıra numarası alarak bir yöne yığılması söz konusu olmayacaktır.

İşlem

Kruskal-Wallis H Testi hesaplanırken **Formül 13.1** ya da aynı formülün açık yazılmış hali olan **Formül 13.2** kullanılır.

$$H=\left\{\frac{12}{N(N+1)}\sum_{j:1}^{k}\frac{R_j}{n_j}\right\}-3(N+1) \qquad \textbf{Formül 13. 1}$$

Formül 13.1'i açık olarak yazdığımızda:

$$H=\frac{12}{N(N+1)}\left(\frac{R_1^2}{n_1}+\frac{R_2^2}{n_2}+...+\frac{R_k^2}{n_k}\right)-3(N+1) \qquad \textbf{Formül 13. 2}$$

n_1: Birinci gruptaki birey sayısı

n_2: İkinci gruptaki birey sayısı

$n_{k:}$ k'ncı gruptaki birey sayısı

R_1: Birinci gruptaki değerlerin sıra numaraları toplamı

R_2: İkinci gruptaki değerlerin sıra numaraları toplamı

R_k: k'ncı gruptaki değerlerin sıra numaraları toplamı

N: Tüm gruplarda yer alan toplam birey sayısı ($N= n_1+ n_2+ n_3...n_k$)

H değerini hesaplamak için ilk adımda k grup / örneklemde yer alan puanlar birleştirilir ve her birine bir sıra numarası verilir:

a. En düşük puana 1, ikinci en düşük puana 2 sıra numarası verilecek şekilde tüm puanlar sıralanır.

b. Birbirine eşit puanlara aynı sıra numarası verilir.

İkinci adımda birinci grup / örneklem için ($\sum R_1$), ikinci grup / örneklem için ($\sum R_2$) ve k'ncı grup / örneklem için ($\sum R_k$) olmak üzere sıra toplamları bulunur.

Üçüncü adımda **Formül 13.1 ya da Formül 13.2** yardımıyla H değeri hesaplanır.

Dördüncü adımda hesaplanan H değerinin manidarlığına karar vermek üzere H_{hesap}, kritik değer (tablo değeri) ile karşılaştırılır. Ancak burada örneklem büyüklükleri dikkate alınarak farklı tablolar kullanılır (Siegel, 1977):

a. Eğer k=3 (grup sayısı) ise ve $n_1, n_2, n_3 \leq 5$ ise, hesaplanan kadar büyük bir H değerinin H_0 şartı altında ortaya çıkış olasılığını saptamada (EK J)'de yer alan tablo kullanılır.

b. Diğer durumlarda, hesaplanan bir H değeri kadar büyük bir değerin manidarlığı sd=k-1 alınarak, EK G'de yer alan ki-kare'nin kritik değerleri tablosundan bulunabilir. Bir başka deyişle her grupta 5'ten fazla gözlem olması durumunda (n>5), H istatistiğinin dağılımı k-1 serbestlik dere-

cesinde ki-kare dağılımına uymaktadır. Hesaplanan H değeri ile kritik ki-kare tablo değeri ile karşılaştırılır. Hesaplanan değerin kritik değeri aşması durumunda H_0'ın reddine karar verilir.

Örnek 13.1: Bir öğretim üyesi üç farklı mühendislik bölümünde öğrenim gören toplam 14 öğrencinin bir bilişsel esneklik ölçeğinden aldıkları puanları karşılaştırmak istemektedir. Veriler aşağıdaki gibidir:

Makine Müh. (MM)	Gıda Müh. (GM)	İnşaat Müh. (IM)
120	140	140
130	130	135
125	145	160
135	150	175
130	135	

Çözüm. Çözüme, öncelikle hipotezler yazılarak başlandığında istatistiksel hipotez "Üç evren ortalaması arasında manidar bir farklılık yoktur" şeklindedir. Bunu örneğimize uyarladığımızda:

H_0: Üç farklı mühendislik bölümü öğrencilerinin bilişsel esneklik puanları arasında manidar bir faklılık yoktur.

H_1: Üç farklı mühendislik bölümü öğrencilerinden en az bir grubun bilişsel esneklik puanları, diğer gruplardan manidar bir faklılık gösterir. Bir başka deyişle en az bir grubun ortalaması farklıdır.

İkinci aşamada üç grubun puanlarını bir araya getirerek küçükten büyüğe doğru sıralamak ve ardından tüm puanlara sıra numarası vermek gerekmektedir.

Puanlar	120	125	130	130	130	135	135	135	140	140	145	150	160	175
Sıra	1	2	4	4	4	7	7	7	9.5	9.5	11	12	13	14
Grup	MM	MM	MM	MM	GM	MM	GM	IM	GM	IM	GM	GM	IM	IM

$\sum R_{MM}$ 1+2+4+4+7=18 $\quad\quad$ $\sum R_{GM}$ 4+7+9.5+11+12=43.5 $\quad\quad$ $\sum R_{IM}$ 7+9.5+13+14=43.5

nMM= 5, nGM= 5, nIM=4

Üçüncü aşamada her bir gruba ilişkin sıra toplamlarını ($\sum R$) bulmak gerekmektedir. Bu toplamların da $\sum R_{MM}$=18, $\sum R_{GM}$ = 43.5 ve $\sum R_{IM}$ = 43.5 olduğu görülmektedir. N ise, (n_{MM}+ n_{GM}+n_{IM}) olmak üzere N=5+5+4=14'dür.

Dördüncü aşamada **Formül 13.2** yardımıyla H değeri hesaplanır.

$$H = \frac{12}{N(N+1)}\left(\frac{R_1^2}{n_1} + \frac{R_2^2}{n_2} + ... + \frac{R_k^2}{n_k}\right) - 3(N+1)$$

$$H = \frac{12}{14(14+1)}\left(\frac{18^2}{5} + \frac{43.5^2}{5} + \frac{43.5^2}{4}\right) - 3(14+1)$$

H=7.36

Beşinci aşamada hesaplanan H değeri, $\alpha = .05$ güven düzeyinde tablo değeri (kritik değer) ile karşılaştırılır. Daha önce de söz edildiği gibi bu örnekte k=3 (grup sayısı) ise ve n_1, n_2, $n_3 \leq 5$ olduğundan, hesaplanan kadar büyük bir H değerinin H_0 şartı altında ortaya çıkış olasılığını saptamak üzere EK J'deki tablodan yararlanılır. $n_1 = 5, n_2 = 5$ ve $n_3 = 4$ için $H \geq 7.36$'nın H_0 şartı altında ortaya çıkış olasılığının p<.049 olduğu görülür. Benimsenen alfa düzeyi α=.05 idi. p=.049<α=.05 olduğundan H_1 lehine, H_0 reddedilir.

ÖZET

- Kruskal-Wallis H Testi, bağımsız / ilişkisiz örneklemler için tek yönlü varyans analizi (ANOVA)'nın parametrik olmayan karşılığıdır. Bu nedenle de parametrik tekniklerin sayıtlılarının karşılanmasını gerektirmez. Bağımsız ikiden fazla ortalama arasındaki farkın testi edilmesinde kullanılır.
- Kruskal-Wallis H Testi, (a) ikiden fazla bağımsız grup ve (b) en az aralık ölçeği düzeyinde ölçülmüş veri gerektirir. Örneğin, üç farklı bölümde öğrenim görmekte olan üniversite öğrencilerinin atılganlık ölçeğinden aldıkları puanların karşılaştırması bu teknikle yapılabilir.
- Kruskal-Wallis H Testi'nin manidarlığına karar verirken k=3 (grup sayısı) ve n1, n2, n3 ≤ 5 ise karşılaştırma yapılan tablo ile her grupta 5'ten fazla gözlem olması durumunda (n>5) karşılaştırma yapılan tablo farklıdır. Bir diğer deyişle gruplar büyük olduğunda, H istatistiğinin dağılımı k-1 serbestlik derecesinde ki-kare dağılımına uymaktadır. Diğer durum için ise, bu istatistik için hazırlanmış farklı bir tablodan yararlanmak gerekmektedir.

ALIŞTIRMA SORULARI

1. Bir araştırmacı üç farklı özel ilköğretim okulunun yedinci sınıflarından seçtiği toplam 12 kişilik grubun bir girişkenlik ölçeğinden aldıkları puanlar arasında fark olup olmadığını belirlemek istiyor.
   a. H_0 ve H_a'yı oluşturunuz.
   b. H değerini hesaplayınız.
   c. $\alpha = .05$ için H değerinin manidarlığına ilişkin kararınız nedir?

   I. Okul: 39, 48, 63, 74

   II. Okul: 36, 62, 47, 75

   III. Okul: 70, 57, 40, 30

2. Bir araştırmacı beş farklı okulda görev yapan sınıf öğretmenlerinin bir liderlik ölçeğinden aldıkları puanlar arasında fark olup olmadığını karşılaştırmak istiyor.
   a. H_0 ve H_a'yı oluşturunuz.
   b. H değerini hesaplayınız.
   c. Grupların liderlik ölçeğine ilişkin puan ortalamaları arasında $\alpha = .05$ düzeyinde manidar fark var mıdır?

   I. Okulu: 77, 48, 87, 65, 54, 64, 49

   II. Okulu: 85, 66, 71, 38, 72, 40, 68, 87

   III. Okulu: 44, 63, 59, 88, 79, 51

   IV. Okulu: 23, 43, 58, 67, 77, 92

   V Okulu: 56, 58, 55, 67, 70, 66, 27

14. BÖLÜM

FRIEDMAN Kİ-KARE TESTİ: ORTALAMALAR ARASI FARKLARIN TEST EDİLMESİ

İçerik

- ☑ *Giriş*
- ☑ *Özet*
- ☑ *Alıştırma Soruları*

GİRİŞ

Bölüm 13'de de söz edildiği üzere, ikiden fazla ortalama arasındaki farkın test edilmesinde grupların ilişkili ya da ilişkisiz oluşuna göre farklılaşan varyans analizi teknikleri kullanılmaktadır. Bu testler parametrik tekniklerdir ve her zaman bu tekniklere ilişkin sayıltıların karşılanması mümkün olamamaktadır. Dolayısıyla toplanan veriler parametrik testlerin sayıltılarını karşılayamıyor ise, ilişkili (bağımlı) ikiden fazla ölçüm ortalaması arasındaki farkın testi edilmesinde kullanılabilecek alternatif test Friedman Ki-Kare Testi'dir. Bir başka deyişle Friedman Ki-Kare Testi, bağımlı (ilişkili) ölçümler için tek yönlü varyans analizinin parametrik olmayan karşılığıdır. Bu durum aynı bireylerin (deneklerin) bir bağımsız değişken ya da faktörün üç ya da daha fazla koşulu altında alınan tekrarlı ölçümleri olmasını gerektirir. Eğer faktörün üç düzeyi varsa çalışmada en az 10 birey olmalıdır. Eğer faktörün dört düzeyi varsa, bu durumda en az beş birey olmalıdır (Heiman,1996).

Friedman Ki-Kare Testi, veriler aralık ya da oran ölçeği düzeyinde elde edilmiş olmakla birlikte, dağılımın normallik varsayımını karşılayamaması durumunda, aralık veya oran ölçeği düzeyindeki ölçümlerin sıra değerlerine dönüştürülmesi ile ikiden fazla ölçüme ilişkin sıra ortalamaları arasında fark olup olmadığının araştırılmasında kullanılır. Aynı zamanda verilerin halihazırda sıralamalı olarak toplandığı durumlarda da hesaplanabilir.

Friedman Ki-Kare Testi, k ölçümün (ikiden fazla ölçümün) birbirleriyle ilişkili (bağımlı) olmasını gerektirir.

Hipotezler

Friedman Ki-Kare Testi, k ölçümün ortalamalar açısından eşit olduğu şeklindeki H_0'ı test eder.

Örneğin bir öğretim üyesinin matematik dersi kapsamında beşer hafta süreyle üç farklı öğretim yöntemini denediği ve her yöntem denemesinin ardından öğrencilerin derse yönelik motivasyonlarını ölçtüğü bir çalışmada istatistiksel hipotez:

H_0= Öğrencilerin matematik dersine yönelik üç farklı motivasyon ölçümü puan sıralaması arasında fark yoktur. Bir başka deyişle, herhangi bir öğretim yönteminin ardından öğrencilerden elde edilen motivasyon puanlarının sıralaması, sistematik olarak diğer motivasyon ölçümlerine ilişkin sıralamalardan yüksek (ya da düşük) olma eğiliminde değildir.

H_1= Öğrencilerin üç farklı motivasyon ölçümü puan sıralaması arasında fark vardır. Bir başka deyişle, herhangi bir motivasyon puan sıralaması, sistematik olarak diğerlerinden yüksek (ya da düşük) olma eğilimindedir.

Eğer sıfır hipotezi doğru ise, motivasyon puanları büyüklüklerine göre sıralandıkları zaman, üç farklı öğretim yönteminin ardından elde edilen motivasyon puan sıralamalarının dağılımı rastgele olacaktır. Birinci öğretim yönteminin uygulanmasının ardından elde edilen motivasyon puanlarının sıralamasının, ikinci ya da üçüncü öğretim yönteminin uygulanmasının ardından elde edilen puanların sıralanmasından önce gelmesi gibi, sistematik olarak puanların düşük ya da yüksek sıra numarası alarak bir yöne yığılması söz konusu olmayacaktır.

İşlem

Friedman Ki-Kare Testi hesaplanırken **Formül 14.1** kullanılır.

$$\chi^2(hesaplanan) = \left(\frac{12}{(k)(N)(k+1)}\right)(KT_{KA}) - 3(N)(k+1) \qquad \textbf{Formül 14.1}$$

N: Birey / denek sayısı

k: Faktörün / bağımsız değişkenin düzey sayısı ya da koşul sayısı

KT_{KA}: k koşulun her biri için sıralar toplamının kareleri toplamı

$\left[(\sum R_1)^2 + (\sum R_2)^2 + (R_3)^2\right]$

Friedman χ^2 değerini hesaplamak için birinci adımda her deneğin k ölçüm grubunda yer alan puanlarına bir sıra numarası verilir:

a. En düşük puana 1, ikinci en düşük puana 2 sıra numarası verilecek şekilde tüm bireylerin puanları sıralanır.

b. Birbirine eşit puanlara aynı sıra numarası verilir.

Eğer veri halihazırda sıralamalı olarak elde edilmişse buna ihtiyaç olmayacaktır.

İkinci adımda birinci koşul / ölçüm için $(\sum R_1)$ ve ikinci koşul / ölçüm için $(\sum R_2)$ ve k'ncı koşul / ölçüm için $(\sum R_k)$ olmak üzere, koşullara ilişkin sıra toplamları bulunur.

Üçüncü adımda her bir koşul için Formül 14.2 kullanılarak koşullararası kareler toplamı KT_{KA} bulunur.

$$KT_{KA} = (\sum R_1)^2 + (\sum R_2)^2 + ... + (\sum R_K)^2 \qquad \textbf{Formül 14.2}$$

k koşulun her biri için sıralar toplamının karesi alınır ve bunlar toplanır.

Dördüncü adımda **Formül 14.1 kullanılarak** Friedman χ^2 istatistiği hesaplanır.

$$\chi^2(hesaplanan) = \left(\frac{12}{(k)(N)(k+1)}\right)(KT_{KA}) - 3(N)(k+1)$$

Beşinci adımda öncelikle sd = k-1 ile serbestlik derecesi bulunur.

Ardından hesaplanan χ^2 istatistiği $(\chi^2(hesaplanan))$ manidarlığına karar vermek üzere, benimsenen α güven düzeyinde EK G'de yer alan tablo değeri (kritik değer $(\chi^2(kritik))$ ile karşılaştırılır. Hesaplanan χ^2 değeri, kritik değerden büyük ise H_1 lehine, H_0 reddedilir.

Örnek 14.1: Bir tıp fakültesine yeni kayıt yaptıran 12 öğrenciye dönem başında, ilk dönemin sonunda ve ikinci dönemin sonunda olmak üzere, üç kez üniversite ortamına uyum ölçeği uygulanıyor ve bu üç ölçüm puanlarına ilişkin sıra ortalamaları karşılaştırılmak isteniyor. Veriler aşağıdaki gibidir:

Öğrenciler	Uyum Ölçeği Puanları		
	Dönem Başı	1.Dönem Sonu	2.Dönem Sonu
1A	50	45	60
2B	30	45	60
3C	40	50	70
4D	35	25	50
5E	20	40	45
6F	70	60	40
7G	50	65	55
8H	60	65	40
9I	30	50	80
10J	55	45	35
11K	60	80	90
12L	60	50	75

Çözüm. Çözüme, öncelikle hipotezler yazılarak başlandığında istatistiksel hipotez "Üç koşulda elde edilen ölçüm ortalamaları arasında manidar bir farklılık yoktur" şeklindedir. Bunu örneğimize uyarladığımızda:

H0: Öğrencilerin uyum düzeylerine ait üç farklı ölçüm puanları arasında manidar bir farklılık yoktur.

H1: Öğrencilerin uyum düzeylerine ait üç farklı ölçüm puanlarından en az biri, diğer puanlardan manidar farklılık gösterir. Bir başka deyişle en az bir ölçümün ortalaması farklıdır.

Friedman χ^2 değerini hesaplamak için birinci adımda her deneğin k ölçüm grubunda yer alan puanlarına bir sıra numarası verilir. En düşük puana 1, ikinci en düşük puana 2 sıra numarası verilecek şekilde tüm bireylerin puanları sıralanır.

İkinci adımda birinci koşul / ölçüm için $(\sum R_1)$ ve ikinci koşul / ölçüm için $(\sum R_2)$ ve k'ncı koşul / ölçüm için $(\sum R_k)$ olmak üzere, koşullara ilişkin sıra toplamları bulunur.

Öğrenciler	Uyum Ölçeği Puanları			Uyum Ölçeği Sıraları		
	Dönem Başı	1. Dönem Sonu	2.Dönem Sonu	Dönem Başı	1.Dönem Sonu	2.Dönem Sonu
A	50	45	60	2	1	3
B	30	45	60	1	2	3
C	40	50	70	1	2	3
D	35	25	50	2	1	3
E	20	40	45	1	2	3
F	70	60	40	3	2	1
G	50	65	55	1	3	2
H	60	65	40	2	1	3
I	30	50	80	1	2	3
J	55	45	35	3	2	1
K	60	80	90	1	2	3
L	60	50	75	2	1	3
				$\sum R_1 = 20$	$\sum R_2 = 21$	$\sum R_3 = 31$

Üçüncü adımda her bir koşul için koşullararası kareler toplamı KT_{KA} bulunur.

$$KT_{KA} = (\sum R_1)^2 + (\sum R_2)^2 + (\sum R_K)^2$$

$$KT_{KA} = (20)^2 + (21)^2 + (31)^2$$

$$KT_{KA} = 400 + 441 + 961 = 1802$$

Dördüncü adımda Friedman χ^2 istatistiği hesaplanır.

$$\chi^2(hesaplanan) = \left(\frac{12}{(2)(12)(3+1)}\right)(1802) - 3(12)(3+1)$$

$$\chi^2(hesaplanan) = (225.25) - 144$$

$$\chi^2(hesaplanan) = 81.25$$

Beşinci adımda öncelikle sd=k-1 ile serbestlik derecesi bulunur.

sd = 3 – 1= 2

Ardından hesaplanan χ^2 istatistiği $\left(\chi^2(hesaplanan)\right)$ manidarlığına karar vermek üzere, benimsenen α güven düzeyinde EK G'de yer alan tablo değeri (kritik değer (kritik değer $\left(\chi^2(kritik)\right)$ ile karşılaştırılır. Bu örnek için $a = .05$ güven düzeyinin benimsendiği kabul edildiğinde $\chi^2(kritik) = 7.815$'tir.

$\chi^2(hesaplanan) > \chi^2(kritik)$ olduğundan H_1 lehine, H_0 reddedilir.

ÖZET

- Friedman Ki-Kare Testi, bağımlı (ilişkili) ölçümler için tek yönlü varyans analizinin parametrik olmayan karşılığıdır. Bu durum aynı bireylerin (deneklerin) bir bağımsız değişken ya da faktörün üç ya da daha fazla koşulu altında alınan tekrarlı ölçümleri olmasını gerektirir.
- Friedman Ki-Kare Testi, (a) ikiden fazla bağımlı (ilişkili) ölçüm ve (b) en az sıralama ölçeği düzeyinde ölçülmüş veri gerektirir. Örneğin, aynı bireylerin üç farklı zamanda alınan utangaçlık ölçeği puanlarının karşılaştırması bu teknikle yapılabilir.
- Friedman Ki-Kare Testi'nin manidarlığına karar verirken hesaplanan χ^2 değeri, k-1 serbestlik derecesi ve benimsenen α düzeyi yardımıyla kritik değer ile karşılaştırılır. Hesaplanan χ^2 değerinin kritik değerden büyük olması durumunda H_1 lehine, H_0 reddedilir.

ALIŞTIRMA SORULARI

1. Bir araştırmacı 7 öğrencinin dört farklı sınav öncesinde alınan sınav kaygı ölçümleri arasında manidar fark olup olmadığını belirlemek istiyor.

   A) H_0 ve H_a'yı oluşturunuz.

   B) Friedman χ^2 değerini hesaplayınız.

   C) $a = .05$ için χ^2 değerinin manidar olup olmadığına karar veriniz.

Öğrenciler	Kaygı Puanı (1)	Kaygı Puanı (2)	Kaygı Puanı (3)	Kaygı Puanı (4)
Ali	40	20	30	50
Bora	50	45	55	70
Ceyda	30	25	20	40
Deniz	50	50	60	45
Eren	30	60	65	45
Figen	40	30	30	10
Gürkan	70	60	50	45

2. Bir araştırmacı 10 öğrencinin vize sınavlarının üç hafta öncesinde, vize sınavları sırasında ve vize sınavlarından üç hafta sonra dikkat sürelerine ilişkin ölçümler almıştır ve bu ölçümler arasında manidar fark olup olmadığını belirlemek istemektedir.

   A) H_0 ve H_a'yı oluşturunuz.

   B) Friedman χ^2 değerini hesaplayınız.

   C) $a = .01$ için χ^2 değerinin manidar olup olmadığına karar veriniz.

Öğrenciler	Dikkat Süresi (1)	Dikkat Süresi (2)	Dikkat Süresi (3)
A	2	1	3
B	2	1	3
C	1	2	3
D	3	1	2
E	2	1	3
F	3	2	1
G	1	2	3
H	3	2	1
I	3	1	2
J	1	2	3

15. BÖLÜM

İKİ YÜZDE ARASINDAKİ FARKIN MANİDARLIĞININ TEST EDİLMESİ

İçerik

- ☑ *Giriş*
- ☑ *Özet*
- ☑ *Alıştırma Soruları*

GİRİŞ

Araştırmacıların fark arayışları yalnızca aritmetik ortalamalar arasındaki farkların manidarlığının test edilmesi ile sınırlı değildir. Kimi zaman iki yüzde, iki korelasyon katsayısı, iki varyans vb. farklarının da manidar olup olmadığını incelemeye ihtiyaç duyarlar. Örneğin bir öğretim üyesinin matematik derslerine girdiği iki farklı bölüm öğrencilerinden dersten başarılı olanların yüzdelerini karşılaştırmak istemesi, iki farklı ilacın bir hastalığın tedavisindeki başarı yüzdeleri bu duruma örnek oluşturabilir. Ancak bu noktada iki yüzde arasındaki farkın manidarlığının test edilmesinde grupların ilişkili ya da ilişkisiz oluşuna göre farklılaşan formüller kullanıldığını vurgulamak gerekir. Bu bölümde ki-kare tekniği yardımı ile yüzdeler arasındaki farkların hesaplanmasına değinilmiştir.

A. İlişkisiz İki Yüzde Arasındaki Farkın Test Edilmesi:

İlişkisiz iki yüzde arasındaki fakın test edilmesinde aşağıdaki işlem basamakları izlenir.

İşlem

İlişkisiz (bağımsız) iki yüzde arasındaki farkın manidarlığı **Formül 15.1** kullanılarak test edilir.

$$\chi^2 = \frac{N(BC - AD)^2}{(A+B)(B+D)(C+D)} \qquad \textbf{Formül 15.1}$$

N: Birey / denek sayısı

A, B, C, D: 2X2'lik çapraz tabloda gözeneklere verilen isimleri temsil etmektedir.

A+B	A	B
C+D	C	D
	A+C	B+D

Birinci adımda bir çapraz tablo oluşturarak yüzdeler arası farkların karşılaştırılacağı değişkenlerin frekansları ilgili gözenekler içerisine yerleştirilir.

İkinci adımda çapraz tablodaki satır [(A+B) ve (C+D)] ve sütun [(A+C) ve (B+D)] toplamları bulunur.

Üçüncü adımda **Formül 15.1** kullanılarak χ^2 değeri hesaplanır.

Dördüncü adımda sd = (satır sayısı-1).(sütun sayısı-1) ile serbestlik derecesi bulunur. Formül incelendiğinde, 2X2'lik çapraz tablolarda serbestlik derecesinin her zaman 1 olduğu görülebilir.

Ardından hesaplanan χ^2 istatistiği $\left(\chi^2(hesaplanan)\right)$ manidarlığına karar vermek üzere, benimsenen α güven düzeyinde EK G'de yer alan tablo değeri (kritik değer $\left(\chi^2(kritik)\right)$ ile karşılaştırılır. Hesaplanan χ^2 değeri, kritik değerden büyük ise H_1 lehine, H_0 reddedilir.

Örnek 15.1: Bir üniversitenin fen fakültesinde öğrenim görmekte olan toplam 450 birinci sınıf öğrencisinin 270'i İngilizce dersinden başarılı olurken, tıp fakültesindeki 550 birinci sınıf öğrencisinde 420'si başarılı olmuştur. Fen fakültesi ve tıp fakültesi birinci sınıf öğrencilerinin İngilizce dersi başarı yüzdeleri arasında manidar fark olup olmadığı incelenmek isteniyor.

Çözüm. Çözüme öncelikle hipotezler yazılarak başlandığında istatistiksel hipotez "İki yüzde arasında manidar bir farklılık yoktur" şeklindedir. Bunu örneğimize uyarladığımızda:

H_0: Fen fakültesi ve tıp fakültesi birinci sınıf öğrencilerinin İngilizce dersi başarı yüzdeleri arasında manidar bir farklılık yoktur.

H_1: Fen fakültesi ve tıp fakültesi birinci sınıf öğrencilerinin İngilizce dersi başarı yüzdeleri arasında manidar farklılık vardır.

Birinci adımda ilgili frekanslar çapraz tabloya yerleştirilir. İkinci adımda ise satır ve sütun toplamları bulunur.

Fakülte	Başarı Durumu		Toplam
	Başarılı	Başarısız	
Fen	270 (A)	180 (B)	450 (A+B)
Tıp	420 (C)	130 (D)	550 (C+D)
Toplam	690 (A+C)	310 (B+D)	1000

Üçüncü adımda hesaplanan satır ve sütun toplamları Formül 15.1'e yerleştirilerek χ^2 değeri hesaplanır.

$$\chi^2(hesaplanan) = \frac{1000[(180.420)-(270.130)]^2}{(450)(690)(310)(550)}$$

$$\chi^2(hesaplanan) = 30.98$$

Dördüncü adımda serbestlik derecesi sd = (2-1).(2-1) = 1 olarak bulunur.

Ardından hesaplanan χ^2 istatistiği $(\chi^2(hesaplanan))$ manidarlığına karar vermek üzere, $a = .05$ güven düzeyinde EK G'de yer alan tablo değeri (kritik değer $(\chi^2(kritik))$ ile karşılaştırılır. Bu örnek için $a = .05$ güven düzeyinin benimsendiği kabul edildiğinde $\chi^2(kritik) = 3.841$'dir.

$\chi^2(hesaplanan) > \chi^2(kritik)$ olduğundan H_1 lehine, H_0 reddedilir.

B. İlişkili İki Yüzde Arasındaki Farkın Test Edilmesi:

İlişkili iki yüzde arasındaki fakın test edilmesinde aşağıdaki işlem basamakları izlenir.

İşlem

İlişkili (bağımlı) iki yüzde arasındaki farkın manidarlığı **Formül 15.2** kullanılarak test edilir.

$$\chi^2 = \frac{(A-D)^2}{(A+D)} \qquad \textbf{Formül 15.2}$$

A ve D: 2X2'lik çapraz tabloda gözeneklere verilen isimleri temsil etmektedir.

A	B
C	D

Birinci adımda bir çapraz tablo oluşturarak yüzdeler arası farkların karşılaştırılacağı değişkenlerin frekansları ilgili gözenekler içerisine yerleştirilir.

İkinci adımda çapraz tablodaki (A – D) farkı ve (A + D) toplamı bulunur.

Üçüncü adımda Formül 15.2 kullanılarak χ^2 değeri hesaplanır.

Dördüncü adımda sd=1 için benimsenen α güven düzeyinde

hesaplanan χ^2 istatistiği $(\chi^2(hesaplanan))$ manidarlığına karar vermek üzere, EK G'de yer alan tablo değeri (kritik değer $(\chi^2(kritik))$ ile karşılaştırılır.

Hesaplanan χ^2 değeri, kritik değerden büyük ise H_1 lehine, H_0 reddedilir.

Örnek 15.2: İlkokul dördüncü sınıfta öğrenim görmekte olan 100 öğrencinin, bir matematik başarı testinde birinci ve ikinci soruya verdikleri doğru yanıtların yüzdeleri arasında manidar fark olup olmadığı incelenmek isteniyor.

Çözüm. Çözüme öncelikle hipotezler yazılarak başlandığında istatistiksel hipotez "İki yüzde arasında manidar bir farklılık yoktur" şeklindedir. Bunu örneğimize uyarladığımızda:

H0: Öğrencilerin matematik başarı testinde birinci ve ikinci soruya verilen doğru yanıtların yüzdeleri arasında manidar bir farklılık yoktur.

H1: Matematik başarı testinde birinci ve ikinci soruya verilen doğru yanıtların yüzdeleri arasında manidar bir farklılık vardır.

Birinci adımda ilgili frekanslar çapraz tabloya yerleştirilir. İkinci adımda ise satır ve sütun toplamları bulunur.

1.Soru	2. Soru	
	Doğru	Yanlış
Doğru	30 (A)	70 (B)
Yanlış	80 C	20 D

İkinci adımda (A – D) = 10 ve (A + D)=50 olarak bulunur.

Üçüncü adımda Formül 15.2 kullanılarak χ^2 değeri hesaplanır.

$$\chi^2(hesaplanan) = \frac{10^2}{50}$$

$$\chi^2(hesaplanan) = 2.00$$

Dördüncü adımda sd=(2-1).(2-1)=1 için hesaplanan χ^2 istatistiği $(\chi^2(hesaplanan))$ manidarlığına karar vermek üzere, $\alpha = .01$ güven düzeyinde EK G'de yer alan tablo değeri (kritik değer $(\chi^2(kritik))$ ile karşılaştırılır. Bu örnek için $\alpha = .01$ güven düzeyinin benimsendiği kabul edildiğinde, $\chi^2(kritik) = 6.635$ 'tir.

$\chi^2(hesaplanan) < \chi^2(kritik)$ olduğundan H_0 reddedilemez, kabul edilir. Başka bir ifade ile H_0 lehine, H_1 reddedilir.

ÖZET

- Araştırmacıların kimi zaman iki yüzde arasındaki farkın manidar olup olmadığını belirlemek isterler. Böyle durumlarda ki-kare tekniği ile yüzdeler arasındaki farkın test edilmesi mümkündür.
- İki yüzde arasındaki farkın manidarlığının test edilmesinde grupların ilişkili ya da ilişkisiz oluşuna göre farklılaşan formüller kullanılır.
- Hesaplanan ki-kare değerlerinin manidarlığına karar verirken hesaplanan χ^2 değeri, 1 serbestlik derecesi ve benimsenen α düzeyi yardımıyla kritik değer ile karşılaştırılır. Hesaplanan χ^2 değerinin kritik değerden büyük olması durumunda H_1 lehine, H_0 reddedilir.

ALIŞTIRMA SORULARI

1. Bir öğretim üyesi 250 üniversite öğrencisine dönem sonunda bir matematik başarı testi uygulayarak matematik dersinden geçme / kalma durumlarını belirlemiştir. Matematik dersi başarı yüzdeleri ile derse devam etme durumlarına ilişkin yüzdeler arasında manidar fark olup olmadığı incelenmek istiyor. Öğrencilerin söz konusu değişkenlere ilişkin dağılımları aşağıdaki tabloda sunulmaktadır.

Matematik Dersi Başarısı	Devam Durumu	
	Devamlı	Devamsız
Geçti	100 (A)	15 (B)
Kaldı	50 (C)	85 (D)

A) H_0 ve H_a'yı oluşturunuz.

B) İki yüzde arasındaki farkın manidarlığı için χ^2 değerini hesaplayınız.

C) $\alpha = .01$ için χ^2 değerinin manidar olup olmadığına karar veriniz.

2. Bir doktor kendi çalıştığı kliniğe başvuran 120 hastanın bir psikolojik rahatsızlık teşhisi bulunup bulunmama yüzdeleri ile kronik bir sağlık sorunu bulunup bulunmama yüzdeleri arasında manidar fark olup olmadığı incelenmek istiyor. Hastaların söz konusu değişkenlere ilişkin dağılımları aşağıdaki tabloda sunulmaktadır.

Psikolojik Rahatsızlık Teşhisi	Kronik Sağlık Sorunu	
	Var	Yok
Geçti	70 (A)	15 (B)
Kaldı	20 (C)	15 (D)

A) H_0 ve H_a'yı oluşturunuz.

B) İki yüzde arasındaki farkın manidarlığı için χ^2 değerini hesaplayınız.

C) $\alpha = .05$ için χ^2 değerinin manidar olup olmadığına karar veriniz.

KAYNAKLAR

Akhun, İ. (1979). ***Temel istatistiksel kavramlar***. Ankara.

Alpar, R. (2003). ***Uygulamalı çok değişkenli istatistiksel yöntemlere giriş 1*** (İkinci baskı). Ankara: Nobel Yayınları

Arıcı, H. (1993). İstatistik: Yöntemler ve uygulamalar (Geliştirilmiş Yeni Baskı). Ankara.

Arney, W.R. (1990). ***Understanding statistics in the social sciences.*** New York: W.H. Freeman & Company.

Balcı, A. (1997). ***Sosyal bilimlerde araştırma: Yöntem, teknik ve ilkeler*** (İkinci Baskı). Ankara: 72 TDFO Yayınları.

Baykul, Y. (1999). İstatistik: Metodlar ve uygulamalar (Üçüncü baskı). Ankara: Anı Yayınları.

Borg, W. & Gall, M.D. (1989). ***Educational research: An introduction*** (Fifth edition). New York: Longman Inc.

Büyüköztürk, Ş. (2005). ***Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı: İstatistik, araştırma deseni, SPSS uygulamaları ve yorum*** (Genişletilmiş 5.baskı). Ankara: Pegem yayınları.

Crow, E.L., Davis, F.A. & Maxfield, N.W. (1960). ***Statistics manual.*** New York: Dover Publications, Inc.

Elifson, K.W., Runyon, R.P. & Haber, A. (1990). ***Fundamentals of social statistics*** (Second edition). New York: McGraw-Hill Publ. Comp.

Ferguson G. A. and Y. Takane. (1989). ***Statistical analysis in psychology and education*** (Sixth edition). New York: Mc Graw Hill Book.

Forte, J.A. (1995, Spring/Summer). Teaching statistics without sadistics. **Journal of Social Work Education, 31** (2), 204-18.

Gravetter, F. J. and Wallnau, L. B. (2007). **Statistics fort he Behavioral Sciences** (7th. Edition). Canada: Thomson Wadsworth.

Green, S.B., Salkind N.J. & Akey, T.M. (1997). **Using SPSS for Windows: Analyzing and Understanding Data**. New York: Prentice Hall.

Guilford, J.P. (1965). **Fundemental Statistics in Psychology and Education** . Fourth Edition New York : Mc. Graw Hill Book Comp.

Hamilton, L.C. (1992). **Regression with Graphics**. Belmont: Wadsworth.

Heiman, G.W. (1996). **Basic Statistics for the Behavioral Sciences** (second edition). Boston: Houghton Mifflin Comp.

Hovardaoğlu, S. (1994). **Davranış Bilimleri için İstatistik** . Ankara : Hatipoğlu Yayınları.

Howell, D.G. (1987). **Statisticals Methods for Psychology** (second edition). Boston: Duxbury Press.

Howitt, D. & Cramer, D. (1997). **An Introduction to Statistics in Psychology: a Complete Guide for Students**. London: Prentice Hall.

İşcil, N. (1977). Örnekleme Yöntemleri. Ankara İktisadi ve Ticari İlimler Akademisi Yayınları 13.

Johnson, R. (1980). **Elementary Statistics** (third edition). Belmont: Wadsworth Inc.

Knoke, D. & Bohrnstedt, G.W. (1991). **Basic Social Statistics**. New York: F.E.Peacock Publishers.

Lewis, B. & Michael, S. (1980). **Applied Regression: an Introduction**. New York: Sage.

Linquist, E.F. (1989). İstatistiğe Giriş. Çev. H. Tan ve T. Taner, İstanbul: MEB Öğretmen Kitapları Dizisi 162.

Nie, N.H. et. al. (1973). **SPSS Statistical Package for Social Sciences**. New York : Mc. Graw Hill.

Özden, H. (1981). İstatistik Kuramı ve Uygulamalar. Ankara: Hacettepe Üniversitesi Fen Fakültesi Yayınları 13.

Ravid, R. (1994). **Practical Statistics for Educators**. New York: University Press of America Inc.

Roscoe, J. T. (1975). **Fundamental Research Statistics for the Behavioral Sciences**. Second Edition. New York : Holt Rinehart and Winston.

Ryan, J.M. & Hess, R.K. (1991). **Handbook of Statistical Procedures and their Computer Applications to Education and the Behavioral Sciences**. New York: McMillian Publishing Company.

Saraçbaşı, O., Karaağaoğlu, E. ve Saka, O. (1986). **Basic Programlama ve İstatistiksel Yöntemler**. Ankara.

Saraçbaşı, T. ve Kutsal, A. (1987). **Betimsel İstatistik** . Ankara : Hacettepe Üniversitesi Fen Fak. Yayınları 17.

Siegel, S.(1977). **Davranış bilimleri için parametrik olmayan istatistik** (Çev.Y. Topsever). Ankara Üniversitesi DTCF Yayınları

Siegel, S. & Castellan,N.J. (1988). **Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences**. Second Edition. New York: McGraw-Hill Book Com.

Spiegel, M.R. (1994). **Theory and Problems of Statistics** (second ed.). New York: McGraw-Hill, İnc.

Tabachnick, B. G, & Fidell, L.S. (1989). **Using multivariate statistics** (Second edition). New York: Harper Collins Publishers.

Tanis, E.A. (1987). **Statistics 1: Descriptive Statistics and Probability.** San Diego: Harcourt Brace Joranouich College Outline Series.

Turgut, F. ve Baykul, Y. (1992). Ölçekleme Teknikleri. Ankara: ÖSYM yayınları.

Ünver, Ö. ve Gamgam, H. (1986). Uygulamalı İstatistik Yöntemler. Ankara

Wagner, S. (1992). Introduction to Statistics. New York: Harper Prennial.

EKLER

A. *Formüller*

B. *Alıştırma Sorularının Cevapları*

C. *Standart Normal Dağılım Eğrisi Altındaki Alanlar*

D. *Standart Normal Dağılım Eğrisinde p ve q Alanlarını AyıranOrdinatlar*

E. *T Dağılımı*

F. *F Dağılımı*

G. *Ki-Kare (X^2) Dağılımı*

H. *Mann-Whitney U Testi: Ortalamalar Arası Farkların Test Edilmesi*

I. *Wilcoxon Uyumlu Çiftler İşaretli Sıralar Testi: Ortalamalar Arası Farkların Test Edilmesi*

J. *Kruskal-Wallis H Testi: Ortalamalar Arası Farkların Test Edilmesi*

K. *Q Dağılımı*

EK-A
Formüller

Bölüm 3

Ortalama

$$\bar{X} = \frac{\square X}{n}$$ **Formül 3.1**

$$\bar{X} = \frac{\sum fX}{n}$$ **Formül 3.2**

$$\bar{X} = \frac{\sum fX_0}{n}$$ **Formül 3.3**

$$\bar{X} = \text{T.O.} + \left(\frac{\sum fX'}{n}\right) a$$ **Formül 3.4**

Ortanca

$$\text{Ortanca} = L + \left(\frac{\frac{n}{2} - t_{fa}}{f_b}\right) a$$ **Formül 3.5**

Yüzdelik

$$Yy = L + \left(\frac{\frac{yn}{100} - t_{fa}}{f_b}\right) a$$ **Formül 3.6**

Standart Sapma

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n - 1}}$$ **Formül 3.7**

$$S=\sqrt{\frac{n\sum X^2-(\sum X)^2}{n(n-1)}}$$ **Formül 3.8**

$$S=\sqrt{\frac{\sum f(X-\overline{X})^2}{n-1}}$$ **Formül 3.9**

$$S=\sqrt{\frac{n\sum fX^2-(\sum fX)^2}{n(n-1)}}$$ **Formül 3.10**

$$S=\sqrt{\frac{\sum f(X_0-\overline{X})^2}{n-1}}$$ **Formül 3.11**

$$S=\sqrt{\frac{n\sum fX_0^2-(\sum fX_0)^2}{n(n-1)}}$$ **Formül 3.12**

$$S=a\sqrt{\frac{n\sum fx'^2-(\sum fx')^2}{n(n-1)}}$$ **Formül 2.13**

Çeyrek Sapma

$$\phi=\frac{Y_{75}-Y_{25}}{2}$$ **Formül 3.14**

Değişim Katsayısı

$$V=\frac{S}{X}\ 100$$ **Formül 3.15**

Çarpıklık ve Basıklık Katsayısı

$$\text{Çarpıklık}=\frac{3(\overline{X}-\text{Ortanca})}{S} \qquad \textbf{Formül 3.16}$$

$$\text{Çarpıklık}=\frac{\sum(X-\overline{X})^3/n}{S^3} \qquad \textbf{Formül 3.17}$$

$$\text{Basıklık}=\frac{\sum(X-\overline{X})^4/n}{S^4}-3 \qquad \textbf{Formül 3.18}$$

Bölüm 4

Bir Olayın Olasılığı

$$P(A)=\frac{k}{h} \qquad \textbf{Formül 4.1}$$

Standart Puanlar

$$z=\frac{\text{ham puan}-\text{ortalama}}{\text{standart sarpma}}=\frac{X-\overline{X}}{S} \qquad \textbf{Formül 4.2}$$

$$T=10\left(\frac{X-\overline{X}}{S}\right)+50 \qquad \textbf{Formül 4.3}$$

Bölüm 5

Korelasyon Katsayısı

$$r=\frac{n\sum XY-\sum X\sum Y}{\sqrt{\left[n\sum X^2-(\sum X)^2\right]\left[n\sum Y^2-(\sum Y)^2\right]}} \qquad \textbf{Formül 5.1}$$

$$r_s=1-\frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)} \qquad \textbf{Formül 5.2}$$

$$r_{pb} = \left(\frac{\overline{Y}_p - \overline{Y}_q}{S_y} \right) \sqrt{pq}$$ **Formül 5.3**

$$r_b = \left(\frac{\overline{Y}_p - \overline{Y}_q}{S_Y} \right) \frac{pq}{y}$$ **Formül 5.4**

$$\phi = \frac{cb - ad}{\sqrt{(a+c)(b+d)(a+b)(c+d)}}$$ **Formül 5.5**

$$r_{123} = \frac{r_{12} - r_{13} r_{23}}{\sqrt{\left(1 - r_{13}^2\right)\left(1 - r_{23}^2\right)}}$$ **Formül 5.6**

$$r_{XY.Z} = \frac{r_{XY} - (r_{XZ})(r_{YZ})}{\sqrt{\left(1 - r_{XZ}^2\right)\left(1 - r_{YZ}^2\right)}}$$ **Formül 5.7**

$$r_{XZ.Y} = \frac{r_{XZ} - (r_{XY})(r_{YZ})}{\sqrt{\left(1 - r_{XY}^2\right)\left(1 - r_{YZ}^2\right)}}$$ **Formül 5.8**

$$r_{YZ.X} = \frac{r_{YZ} - (r_{XY})(r_{XZ})}{\sqrt{\left(1 - r_{XY}^2\right)\left(1 - r_{XZ}^2\right)}}$$ **Formül 5.9**

$$R_{Y.X1X2} = \sqrt{\frac{r^2_{YX1} + r^2_{YX2} - 2 r_{YX1} r_{YX2} r_{X1X2}}{1 - r^2_{X1X2}}}$$ **Formül 5.10**

Bölüm 6

Regresyon Eşitliği

$$\widehat{Y} = a + bX$$ **Formül 6.2**

$$\widehat{Y} = \overline{Y} + r\frac{S_Y}{S_X}(X - \overline{X})$$ **Formül 6.3**

$$b_{YX} = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2}$$ **Formül 6.4**

$$b_{YX} = r_{XY}\frac{S_Y}{S_X}$$ **Formül 6.5**

$$a_{YX} = \overline{Y} - b_{YX}\overline{X}$$ **Formül 6.6**

Tahminin Standart Hatası

$$S_{Y.X} = \sqrt{\frac{\sum(Y - \widehat{Y})^2}{n - 2}}$$ **Formül 6.7**

$$S_{Y.X} = S_Y\sqrt{\frac{n - 1}{n - 2}(1 - r^2)}$$ **Formül 6.8**

$$S_{Y.X} = S_Y\sqrt{(1 - r^2)}$$ **Formül 6.9**

Bölüm 8

$$S_{\overline{X}} = \frac{S_X}{\sqrt{n}}$$ **Formül 8.1**

$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{S_{\overline{X}}} \text{ ya da}$$ **Formül 8.2**

$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{S_X}{\sqrt{n}}}$$ **Formül 8.3**

$$s^2_{ortak} = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)}$$ **Formül 8.4**

$$S_{\overline{X}1 - \overline{X}2} = \sqrt{\left(S^2_{pool}\right)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$$ **Formül 8.5**

$$S_{\overline{X}1 - \overline{X}2} = \sqrt{\left(\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)}\right)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$$ **Formül 8.6**

$$t = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_{\overline{X}1 - \overline{X}2}}$$ **Formül 8.7**

$$t = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$ **Formül 8.8**

$$t = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$ **Formül 8.9**

$$t = \frac{(X_1 - X_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\left(s_1^2/n_1\right) + \left(s_2^2/n_2\right)}}$$ **Formül 8.10**

$$S_D^2 = \frac{\sum D^2 - \frac{(\sum D)^2}{n}}{n-1}$$ **Formül 8.11**

$$S_{\overline{D}} = \sqrt{\left(S_D^2\right)\left(\frac{1}{n}\right)}$$ **Formül 8.12**

$$t = \frac{\overline{D} - \mu_D}{S_{\overline{D}}}$$ **Formül 8.13**

$$t = \frac{\overline{D} - \mu_D}{\sqrt{\left(S_D^2\right)\left(\frac{1}{n}\right)}}$$ **Formül 8.14**

$$t = \frac{\overline{D}}{\sqrt{\left(S_D^2\right)\left(\frac{1}{n}\right)}}$$ **Formül 8.15**

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\left[n\left(\sum D^2\right) - \left(\sum D\right)^2\right]\left(\frac{1}{n-1}\right)}}$$ **Formül 8.16**

$$d = t\sqrt{\frac{N_1 + N_2}{N_1 N_2}}$$ **Formül 8.17**

$$d = \frac{t}{\sqrt{N}}$$ **Formül 8.18**

$$\eta^2 = \frac{t^2}{t^2 + (N_1 + N_2 - 2)}$$ **Formül 8.19**

$$\eta^2 = \frac{t^2}{t^2 + N - 1}$$ **Formül 8.20**

Bölüm 9

$$F=\frac{S^2_{max}}{S^2_{min}} \qquad \textbf{Formül 9.1}$$

$$F=\frac{KO_{GA}}{KO_{Gi}} \qquad \textbf{Formül 9.2}$$

$$S^2_X=\frac{\sum(X-\overline{X})^2}{N-1}=\frac{KT}{sd}=KO; \qquad \textbf{Formül 9.3}$$

$$KT_{Top}=\sum X^2_{Top}-\left(\frac{\left(\sum X_{Top}\right)^2}{N}\right) \qquad \textbf{Formül 9.4}$$

$$\mathrm{KT_{GA}}=\sum\left(\frac{(\text{sütundakipuanlartoplamı})^2}{\text{sütundakipuanadedi}}\right)-\left(\frac{\left(\sum \mathrm{X_{Top}}\right)^2}{\mathrm{N}}\right) \qquad \textbf{Formül 9.5}$$

$$KT_{Gi}=KT_{Top}-KT_{GA} \qquad \textbf{Formül 9.6}$$

$$\mathrm{KO_{GA}}=\frac{KT_{GA}}{sd_{GA}} \qquad \textbf{Formül 9.7}$$

$$\mathrm{KO_{Gi}}=\frac{KT_{Gi}}{sd_{Gi}} \qquad \textbf{Formül 9.8}$$

$$\mathrm{t}=\frac{\overline{X}_1-\overline{X}_2}{\sqrt{KO_{Gi}\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} \qquad \textbf{Formül 9.9}$$

$$\mathrm{HSD}=(q_k)\left(\sqrt{\frac{KO_{Gi}}{n}}\right) \qquad \textbf{Formül 9.10}$$

$$q = \frac{\overline{X}_i - \overline{X}_j}{\sqrt{\frac{KO_{Gi}}{n}}}$$ **Fomül 9.11**

$$\eta^2 = \frac{KT_{GA}}{KT_{Top}}$$ **Formül 9.12**

$$\omega^2 = \frac{KT_{GA} - (sd_{GA})(KO_{Gi})}{KT_{Top} + KO_{Gi}}$$ **Formül 9.13**

Bölüm 10

$$\chi^2 = \frac{(f_g - f_b)^2}{f_b}$$ **Formül 10.1**

$$\chi^2_{düz} = \frac{N(|AD - BC| - N/2)^2}{(A+B)(C+D)(A+C)(B+D)}$$ **Formül 10.2**

$$U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - \sum R_1$$ **Formül 11.1**

$$U_2 = n_2 n_1 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - \sum R_2$$ **Formül 11.2**

$$U_1 + U_2 = n_1 n_2$$ **Formül 11.3**

$$z = \frac{U - \frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}}$$ **Formül 11.4**

Bölüm 13

$$H = \left\{ \frac{12}{N(N+1)} \sum_{j:1}^{k} \frac{R_j}{n_j} \right\} - 3(N+1)$$ **Formül 13.1**

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \left(\frac{R_1^2}{n_1} + \frac{R_2^2}{n_2} + \ldots + \frac{R_k^2}{n_k} \right) - 3(N+1)$$ **Formül 13.2**

EK-B
ALIŞTIRMA SORULARININ CEVAPLARI

Bölüm 1		
Soru No	**Şık**	**Çözüm**
1	a	Nicel / Süreksiz / Oran
	b	Nicel / Sürekli / Aralık
	c	Nicel / Sürekli / Oran
	d	Nicel / Sürekli / Oran
	e	Nicel / Sürekli / Oran
	f	Nicel / Süreksiz / Oran
	g	Nitel / Süreksiz / Sınıflama
	h	Nicel / Sürekli / Aralık
	i	Nicel / Süreksiz / Sınıflama
3	a	Oran
	b	Sabit
	c	Oran
	d	Oran
	e	Sınıflama
	f	Sınıflama
	g	Sıralama
4	-	Nitel / Süreksiz / Sınıflama
		Nitel / Süreksiz / Sınıflama
		Nicel / Sürekli / Oran
		Nicel / Sürekli / Oran
		Nicel / Sürekli / Oran
		Nicel / Süreksiz / Oran
		Nicel / Sürekli / Aralık
6	a	13.75
	b	10.04
	c	10.05
	d	0.08
	e	1.00
	f	100.00
	g	46.41
	h	2.97
	ı	0.01
	i	16.47
	j	1.05
	k	86.21

Bölüm 2		
Soru No	**Şık**	**Çözüm**
1	-	N, 6 değildir. N=∑f=10 olmalıdır. Toplamalı frekans sütunundaki değerler yanlıştır. Toplamalı frekans sütunu 1, 2, 4, 6, 9, 10 olmalıdır.
2	-	Gruplandırılmış veriler gruplandırılmamış verilere göre bireysel puanları tam olarak göstermezler. Buna karşılık çok sayıda bireysel puanı daha kullanışlı formlara dönüştürerek puanların dağılımını açıklamayı daha da kolaylaştırır.
3	-	5 kişi 50 puanı almıştır ve bunlar grubun %28'ini oluşturmaktadır. 12 kişi 50 ve daha düşük puana sahiptir ve bunlar grubun %67'sidir.
5	b	a=5
	c	Orta nokta, 22; gerçek alt sınır, 19.5; gerçek üst sınır, 24.5'dur.
6	-	Örnek olarak 1-3'ün gerçek sınırları, "0.5-3.5""tir. Aralık katsayısı 3'dür.
9	a	Gerçek sınır, "7.5-12.5"; aralık katsayısı, 5; orta nokta, 10
	b	Gerçek sınır, "5.5-7.5"; aralık katsayısı, 2; orta nokta, 6.5
	c	Gerçek sınır, "(-0.5)-2.5"; aralık katsayısı, 3; orta nokta, 1
	d	Gerçek sınır, "2-4"; aralık katsayısı, 1.1; orta nokta, 3

Bölüm 3		
Soru No	**Şık**	**Çözüm**
1	a	Ortalama
	b	Ortanca
	c	Mod
	d	Ortanca
4	a	$\overline{X}$ =58
	b	Mod=58
	c	Ortanca=58

Bölüm 3 Devamı		
Soru No	**Şık**	**Çözüm**
5	a	$\overline{X}$ =23.25
	b	Mod=18
	c	Ortanca=18.9
	d	Dağılım sağa çarpıktır.
9	a	Ranj=9
	b	S=2.97
	c	S^2=8.84
10	c	$\overline{X}$ =23.63, Ortanca=22.75, Mod=19
11	a	$\overline{X}$ =5, Ortanca=5.5, Mod=8
	b	$\overline{X}$ =5, Ortanca=5, Mod=5
	c	$\overline{X}$ =3.44, Ortanca=3.67, Mod=4
14	a	3.71
	b	2.45
	c	6.30
	d	0
15	a	$\overline{X}$ =5.4, Ortanca=3.5, Mod=1
	b	S=5.15, V=95.37, Çarpıklık=1.11
16	a	19.8
	b	$\overline{X}$ =20.81
	c	S=3.37
	d	Çarpıklık=-0.84
17		V_1=2.9, V_2=7.56, V_3=5.71 Buna göre 2.sınıfın matematik testi puanlarının değişkenliği daha fazladır.
18	b	$\overline{X}$ =3.97, Ortanca=3.27, Mod=2
	c	Ranj=10, S=2.6, S^2=6.7
19	c	$\overline{X}$ =21.6, S=8.9
20	a	$\overline{X}$ =46.3
	b	S=14.7

Bölüm 4		
Soru No	**Şık**	**Çözüm**
1	a	1.00
	b	0.00
	c	2.25
	d	-1.25
2	a	X=120
	b	X=144
	c	X=92
	d	X=161
3	a	0.4032
	b	0.4993
5	a	0.7737
	b	0.3126
	c	0.0978
6	a	0.9725
	b	0.4483
	c	0.9306
7	-	∓ 1.28
8	a	0.5000
	b	0.6072
	c	0.0139
9	-	0.2039
10	a	%93.32 ve 467 kişi
	b	467 kişi
11	-	Minimum puan 89 olmalıdır
12	a	z=0.69
	b	z=-1.25
13	a	z_{mat}=1.21; $z_{türkçe}$=0.77; $z_{coğ}$=-0.29
	b	En iyi matematik, en kötü coğrafya
	c	Grubun 0.1131'i olan 339 kişi geçmiştir.
	d	64.8
14	a	z=-0.67 ve X=63.96
	b	z=0.67 ve X=80.04
	c	z=0.67 ve %25.14
	d	z=-0.50 ve %30.85

Bölüm 5		
Soru No	**Şık**	**Çözüm**
5	a	Negatif bir ilişki
	b	Pozitif bir ilişki
	c	Pozitif bir ilişki
7	-	r=-0.94, negatif ve kuvvetli bir ilişki.
8	-	r_{pb}=0.51, orta derecede ilişki
9	-	Korelasyon hesaplanamaz. Tanımsız.
10	-	r_s=0.80
11	-	r=0.67, orta derecede pozitif doğrusal ilişki
12	-	r_s=-0.89, negatif ve kuvvetli bir ilişki vardır.
13	-	r=0.85
14	-	r=0.91
15	-	r_S=0.62
16	-	r_b=0.71
17		$\phi = 0.28$
18		$\phi = 0.17$
19		a) 0.11, b) 0.63, c) 0.39
20		$R_{Y.xz}$= .87

Bölüm 6		
Soru No	**Şık**	**Çözüm**
2	a	$S_{Y.X}$=3.56
3	a	r=0.81
	b	$\widehat{Y}$ =4.16+1.05X
	c	$\widehat{Y}$ =13.63
	d	$S_{Y.X}$=2.02
4	b	r=0.93
	c	$\widehat{Y}$ =13.9+6.3X
	e	54.85
5	a	1.72
	b	$S_{Y.X}$=0.39

Bölüm 6 Devamı		
Soru No	**Şık**	**Çözüm**
6	a	1.52
	b	$S_{Y.X}$=0.47
	c	0.13
7	a	r=0.96
	b	$\widehat{Y}$ =0.46+0.92X
	c	0.92
8	b	r=0.79
	c	$\widehat{Y}$ =1.73+0.005X
	e	3.23
9	a	Eğimi 0.5, sabit 2'dir.
	b	0.5
10	a	Eğimi -0.5, sabit 3'tür.
11	a	r=0.35
	b	$\widehat{Y}$ =15.30+1.23X

Bölüm 8		
Soru No	**Şık**	**Çözüm**
1	a	H_0:=68.5, $H_a \neq 68.5$
	b	t=2.77
	c	sd=9, $t_{kritik}= \pm 2.262$
	d	t (9)=2.77, p<.05
3	a	H_0: μ=50, H_a: μ≠50
	b	t= .39
	c	sd=7, $t_{kritik}= \pm 2.365$
	d	t(7)=.39, p>.05
4	a	$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$, $H_a : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$
	b	t=2.25
	c	sd=28, , $t_{kritik}= \pm 2.048$
	e	Null hipotez red

Bölüm 8 Devamı		
Soru No	**Şık**	**Çözüm**
5		Null hipotez kabul edilmeli, çünkü tek uçlu testte, hesaplanan ve kritik t değerleri farklıdır.
6	b	t=3.48
	c	sd= 7, t_{kritik}=1.895; H_0 red
7	b	t=3.34
	c	sd=9, t t_{kritik}=1.833
	d	Sonuçlar manidardır.
9		t=.436, null hipotez kabul
10		t=2.05, null hipotez red
11		t=-2.91, null hipotez red

Bölüm 9		
Soru No	**Şık**	**Çözüm**
6	a	<table><tr><td>Kaynak</td><td>Kareler toplamı</td><td>sd</td><td>Kareler Ortalaması</td><td>F</td></tr><tr><td>Gruplar arası</td><td>134.8</td><td>3</td><td>44.93</td><td>17.08</td></tr><tr><td>Grup içi</td><td>42</td><td>16</td><td>2.63</td><td></td></tr><tr><td>Toplam</td><td>176.8</td><td>19</td><td></td><td></td></tr></table>
	b	F manidar
	c	Varyansın %76'sı açıklanmaktadır.
7	a	<table><tr><td>Kaynak</td><td>Kareler toplamı</td><td>sd</td><td>Kareler Ortalaması</td><td>F</td></tr><tr><td>Gruplar arası</td><td>147.32</td><td>2</td><td>73.66</td><td>1.11</td></tr><tr><td>Grup içi</td><td>862.99</td><td>13</td><td>66.38</td><td></td></tr><tr><td>Toplam</td><td>1010.31</td><td>15</td><td></td><td></td></tr></table>
	b	F_{kritik}= 3.80 $F_{kritik} > F_{hesaplanan}$ H_0 kabul
	c	F manidar çıkmadığı için çoklu karşılaştırmaya gerek yoktur.
	d	F manidar çıkmadığı için gerek yoktur.
8	a	sd_{GA}= 4, KO_{GA}=90; sd_{GI}= 100, KO_{GI}= 45; F= 2
	b	F_{kritik}= 2.46
	c	Hayır
	d	H_0 kabul
9	a	4
	b	25
	c	KO_{GA}= 100, KO_{GI}=10 , F= 10
	d	4.04
	e	H_0 ret

BÖLÜM 10			
Soru No	**Şık**	**Çözüm**	
1		χ^2_{hesap} =4.373 sd=1, α=.05 için χ^2_{kritik} =3.841 $\chi^2_{hesap} > \chi^2_{kritik}$ manidar ilişki vardır.	
2		χ^2_{hesap} =28.04 sd=1, α=.05 için χ^2_{kritik} =3.841 $\chi^2_{hesap} > \chi^2_{kritik}$ manidar ilişki vardır.	
3		χ^2_{hesap} =13.39, sd=2, α=.05 için χ^2_{kritik} =5.99 $\chi^2_{hesap} > \chi^2_{kritik}$ manidar ilişki vardır.	
4		χ^2_{hesap} =0.261 sd=2, α=.05 için χ^2_{kritik} = 5.99 $\chi^2_{hesap} < \chi^2_{kritik}$ manidar ilişki yoktur.	

BÖLÜM 11		
Soru No	**Şık**	**Çözüm**
1	b	U_1= 8, U_2=28
	c	α=.05 için çift yönlü U_{kritik} =2
	d	U_{hesap} =8 > U_{kritik} =2 olduğundan H_0 kabul edilir.
2	b	U_1= 32, U_2=24
	c	α=.01 için çift yönlü U_{kritik} =6
	d	U_{hesap} =24 > U_{kritik} =10 olduğundan H_0 kabul edilir.
3	b	z_{hesap} = 0.72, α=.01 için z_{kritik} =2.54 $z_{hesap} < z_{kritik}$ olduğundan H_0 kabul edilir. Gruplar arasındaki fark manidar değildir.

BÖLÜM 12		
Soru No	**Şık**	**Çözüm**
1	b	Yanıt: $\sum R(-)$=15, $\sum R(+)$ =21 olduğundan t=15 kabul edilir.
	c	Yanıt: N=8, α=.05 için çift yönlü t_{kritik} =3
	d	Yanıt: t_{hesap} =15 > t_{kritik} =3 olduğundan H_0 kabul edilir.
2	b	Yanıt: $\sum R(-)$ =48, $\sum R(+)$ =7 olduğundan t=6 kabul edilir. N=10, α=.01 için tek yönlü t_{kritik} =3
		t_{hesap} =6 > t_{kritik} =3 olduğundan H_0 kabul edilir.

BÖLÜM 13		
Soru No	**Şık**	**Çözüm**
1	b	H=0.50
	c	α=.05 için H_{kritik} =5.69 H_{hesap} =0.50 < H_{kritik} =5.69 olduğundan, H_0 kabul edilir.
2	b	H=0.29
	c	sd=k -1=4 için $\chi^2_{kritik} = 9.488$ H=0.29 < $\chi^2_{kritik} = 9.488$ olduğundan, H_0 kabul edilir.

BÖLÜM 14		
Soru No	**Şık**	**Çözüm**
1	b	$\chi^2(hesaplanan) = 0.968$
	c	$\chi^2(kritik) = 7.815$ $\chi^2(kritik) > \chi^2(hesaplanan)$ olduğundan H_0 kabul edilir.
2	b	$\chi^2(hesaplanan) = 4.20$
	c	$\chi^2(kritik) = 9.210$ $\chi^2(kritik) > \chi^2(hesaplanan)$ olduğundan H_0 kabul edilir.

BÖLÜM 14		
Soru No	**Şık**	**Çözüm**
1	b	$\chi^2(hesaplanan) = 64.479$
	c	$\chi^2(kritik) = 6.635$ $\chi^2(kritik) < \chi^2(hesaplanan)$ olduğundan H_0 reddedilir.
2	b	$\chi^2(hesaplanan) = 35.588$
	c	$\chi^2(kritik) = 3.841$ $\chi^2(kritik) < \chi^2(hesaplanan)$ olduğundan H_0 reddedilir.

Ek-C
STANDART NORMAL DAĞILIM EĞRİSİ ALTINDAKİ ALANLAR

(Ortalama Ordinat ile Verilen Bir z-Değeri Ordinatı Arasındaki Normal Dağılım Eğrisinin Altında Kalan Alanın Toplam İçindeki Oranı)

	Z değerindeki yüzde birlikler									
Z	*.00*	*.01*	*.02*	*.03*	*.04*	*.05*	*.06*	*.07*	*.08*	*.09*
.0	**.0000**	**.0040**	**.0080**	**.0120**	**.0160**	**.0199**	**.0239**	**.0279**	**.0319**	**.0359**
.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
.5	**.1915**	**.1950**	**.1985**	**.2019**	**.2054**	**.2088**	**.2123**	**.2157**	**.2190**	**.2224**
.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	**.3413**	**.3438**	**.3461**	**.3485**	**.3508**	**.3531**	**.3554**	**.3577**	**.3599**	**.3621**
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	**.4332**	**.4345**	**.4357**	**.4370**	**.4382**	**.4394**	**.4406**	**.4418**	**.4429**	**.4441**
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	**.4772**	**.4778**	**.4783**	**.4788**	**.4793**	**.4798**	**.4803**	**.4808**	**.4812**	**.4817**
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	**.4938**	**.4940**	**.4941**	**.4943**	**.4945**	**.4946**	**.4948**	**.4949**	**.4951**	**.4952**
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986

3.0	**.4987**	**.4987**	**.4987**	**.4988**	**.4988**	**.4989**	**.4989**	**.4989**	**.4990**	**.4990**
3.1	.4990	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993
3.2	.4993	.4993	.4994	.4994	.4994	.4994	.4994	.4995	.4995	.4995
3.3	.4995	.4995	.4995	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4997
3.4	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4998
3.5	**.4998**									
4.0	.49997									
5.0	.4999997									

(Roscoe, 1975, 425)

EK-D
STANDART NORMAL DAĞILIM EĞRİSİNDE P VE Q ALANLARINI AYIRAN ORDİNATLAR

p	q	y	pq/y	p	q	y	pq/y
.01	.99	.027	.372	.26	.74	.324	.593
.02	.98	.048	.405	.27	.73	.331	.596
.03	.97	.068	.428	.28	.72	.337	.599
.04	.96	.086	.446	.29	.71	.342	.602
.05	.95	.103	.461	.30	.70	.348	.604
.06	.94	.119	.474	.31	.69	.353	.606
.07	.93	.134	.485	.32	.68	.358	.609
.08	.92	.149	.495	.33	.67	.362	.612
.09	.91	.162	.504	.34	.66	.366	.612
.10	.90	.176	.513	.35	.65	.370	.614
.11	.89	.188	.521	.36	.64	.374	.616
.12	.88	.200	.528	.37	.63	.378	.617
.13	.87	.212	.535	.38	.62	.381	.619
.14	.86	.223	.541	.39	.61	.384	.620
.15	.85	.233	.547	.40	.60	.386	.621
.16	.84	.243	.552	.41	.59	.389	.622
.17	.83	.253	.558	.42	.58	.391	.623
.18	.82	.262	.563	.43	.57	.393	.624
.19	.81	.271	.567	.44	.56	.394	.625
.20	.80	.280	.572	.45	.55	.396	.625
.21	.79	.288	.576	.46	.54	.397	.626
.22	.78	.296	.580	.47	..53	.398	.626
.23	.77	.304	.583	.48	.52	.398	.626
.24	.76	.311	.587	.49	.51	.399	.627
.25	.75	.318	.590	.50	.50	.399	.627

(Roscoe, 1975, .428)

Ek-E
Student t Dağılımı

	Tek Yönlü Test				
	.05	.025	.01	.005	.0005
	Çift Yönlü Test				
sd	.10	.05	.02	.01	.001
1	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619
2	2.920	4.303	6.965	9.925	31.598
3	2.353	3.182	4.541	5.841	12.941
4	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	2.015	2.571	3.365	4.032	6.859
6	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	1.895	2.365	2.998	3.499	5.405
8	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	1.714	2.069	2.500	2.807	3.767
24	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
40	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
60	1.671	2.000	2.390	2.660	3.460
120	1.658	1.980	2.358	2.617	3.373
∞	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

Ek-F
F Dağılımı

Payda için sd	Pay için sd											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244
	4052	4999	5403	5625	5764	5859	5928	5981	6022	6056	6082	6106
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.36	19.37	19.38	19.39	19.40	19.41
	98.49	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.34	99.36	99.38	99.40	99.41	99.42
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.88	8.84	8.81	8.78	8.76	8.74
	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.34	27.23	27.13	27.05
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.93	5.91
	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.54	14.45	14.37
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.78	4.74	4.70	4.78
	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.45	10.27	10.15	10.05	9.96	9.89
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00
	13.74	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.79	7.72
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.63	3.60	3.57
	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	7.00	6.84	6.71	6.62	6.54	6.47
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.34	3.31	3.28
	11.26	8.64	7.59	7.01	6.63	6.37	6.19	6.03	5.91	5.82	5.74	5.67
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.33	3.18	3.13	3.10	3.07
	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.62	5.47	5.35	5.26	5.18	5.11
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.97	2.94	2.91
	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.21	5.06	4.95	4.85	4.78	4.71
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.86	2.82	2.79
	9.65	7.20	6.22	5.67	5.32	5.07	4.88	4.74	4.63	4.54	4.46	4.40
12	4.75	3.88	3.49	3.26	3.11	3.00	2.92	2.85	2.80	2.76	2.72	2.69
	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.65	4.50	4.39	4.30	4.22	4.16
13	4.67	3.80	3.41	3.18	3.02	2.92	2.84	2.77	2.72	2.67	2.63	2.60
	9.07	6.70	5.74	5.20	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	4.02	3.96

Ek-F tablo devamı

14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.77	2.70	2.65	2.60	2.56	2.53
	8.86	6.51	5.56	5.03	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.86	3.80
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.70	2.64	2.59	2.55	2.51	2.48
	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.73	3.67
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.45	2.42
	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.61	3.55
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.62	2.55	2.50	2.45	2.41	2.38
	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.52	3.45
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37	2.34
	8.28	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.85	3.71	3.60	3.51	3.44	3.37
19	4.37	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.55	2.48	2.43	2.38	2.34	2.31
	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.36	3.30
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.52	2.45	2.40	2.35	2.31	2.28
	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.71	3.56	3.45	3.37	3.30	3.23
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.28	2.25
	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.65	3.51	3.40	3.31	3.24	3.17
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.47	2.40	2.35	2.30	2.26	2.23
	7.94	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.18	3.12
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.45	2.38	2.32	2.28	2.24	2.20
	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.14	3.07
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.43	2.36	2.30	2.26	2.22	2.18
	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67						
25	4.24	3.38	2.99	2.76	2.60	2.49	2.41	2.34	2.28	2.24	2.20	2.16
	7.77	5.57	4.68	4.18	3.86	3.63	3.46	3.32	3.21	3.13	3.05	2.99
26	4.22	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.18	2.15
	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.17	3.09	3.02	2.96
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.30	2.25	2.20	2.16	2.13
	7.68	5.49	4.60	4.11	3.79	3.56	3.39	3.26	3.14	3.06	2.98	2.93
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.44	2.36	2.29	2.24	2.19	2.15	2.12
	7.64	5.45	4.57	4.07	3.76	3.53	3.36	3.23	3.11	3.03	2.95	2.90

Ek-F tablo devamı

29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.54	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.14	2.10
	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.08	3.00	2.92	2.87
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.34	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09
	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.06	2.98	2.90	2.84
32	4.15	3.30	2.90	2.67	2.51	2.40	2.32	2.25	2.19	2.14	2.10	2.07
	7.50	5.34	4.46	3.97	3.66	3.42	3.25	3.12	3.01	2.94	2.86	2.80
34	4.13	3.28	2.88	2.65	2.49	2.38	2.30	2.23	2.17	2.12	2.08	2.05
	7.44	5.29	4.42	3.93	3.61	3.38	3.21	3.08	2.97	2.89	2.82	2.76
36	4.11	3.26	2.86	2.63	2.48	2.36	2.28	2.21	2.15	2.10	2.06	2.03
	7.39	5.25	4.38	3.39	3.58	3.35	3.18	3.04	2.94	2.86	2.78	2.72
38	4.10	3.25	2.85	2.62	2.46	2.35	2.26	2.19	2.14	2.09	2.05	2.02
	7.35	5.21	4.34	3.86	3.54	3.32	3.15	3.02	2.91	2.82	2.75	2.69
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.07	2.04	2.00
	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.88	2.80	2.73	2.66
42	4.07	3.22	2.83	2.59	2.44	2.32	2.24	2.17	2.11	2.06	2.02	1.99
	7.27	5.15	4.29	3.80	3.9	3.26	3.10	2.96	2.86	2.77	2.70	2.64
44	4.06	3.21	2.82	2.58	2.43	2.31	2.23	2.16	2.10	2.05	2.01	1.98
	7.24	5.12	4.26	3.78	3.46	3.24	3.07	2.94	2.84	2.75	2.68	2.62
46	4.05	3.20	2.81	2.57	2.42	2.30	2.22	2.14	2.09	2.04	2.00	1.97
	7.21	5.10	4.24	3.76	3.44	3.22	3.05	2.92	2.82	2.73	2.66	2.60
48	4.04	3.19	2.80	2.56	2.41	2.30	2.21	2.14	2.08	2.03	1.99	1.96
	7.19	5.08	4.22	3.74	3.42	3.20	3.04	2.90	2.80	2.71	2.64	2.58
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.02	1.98	1.95
	7.17	5.06	4.20	3.72	3.41	3.18	3.02	2.88	2.78	2.70	2.62	2.56
55	4.02	3.17	2.78	2.54	2.38	2.27	2.18	2.11	2.05	2.00	1.97	1.93
	7.12	5.01	4.16	3.68	3.37	3.15	2.98	2.85	2.75	2.66	2.59	2.53
60	4.00	3.15	2.76	2.52	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.95	1.92
	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.56	2.50
65	3.99	3.14	2.75	2.51	2.36	2.24	2.15	2.08	2.02	1.98	1.94	1.90
	7.04	4.95	4.10	3.62	3.31	3.09	2.93	2.79	2.70	2.61	2.54	2.47

Ek-F tablo devamı

70	3.98	3.13	2.74	2.50	2.35	2.23	2.14	2.07	2.01	1.97	1.93	1.89
	7.01	4.92	4.08	3.60	3.29	3.07	2.91	2.77	2.67	2.59	2.51	2.45
80	3.96	3.11	2.72	2.48	2.33	2.21	2.12	2.05	1.99	1.95	1.91	1.88
	6.96	4.88	4.04	3.56	3.25	3.04	2.87	2.74	2.64	2.55	2.48	2.41
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.30	2.19	2.10	2.03	1.97	1.92	1.88	1.85
	6.90	4.82	3.98	3.51	3.20	2.99	2.82	2.69	2.59	2.51	2.43	2.36
125	3.92	3.07	2.68	2.44	2.29	2.17	2.08	2.01	1.95	1.90	1.86	1.83
	6.84	4.78	3.94	3.47	3.17	2.95	2.79	2.65	2.56	2.47	2.40	2.33
150	3.91	3.06	2.67	2.43	2.27	2.16	2.07	2.00	1.94	1.89	1.85	1.82
	6.81	4.75	3.91	3.44	3.14	2.92	2.76	2.62	2.53	2.44	2.37	2.30
200	3.89	3.04	2.65	2.41	2.26	2.14	2.05	1.98	1.92	1.87	1.83	1.80
	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.90	2.73	2.60	2.50	2.41	2.34	2.58
400	3.86	3.02	2.62	2.39	2.23	2.12	2.03	1.96	1.90	1.85	1.81	1.78
	6.70	4.66	3.83	3.36	3.06	2.85	2.69	2.55	2.46	2.37	2.29	2.23
1000	3.85	3.00	2.61	2.38	2.22	2.10	2.02	1.95	1.89	1.84	1.80	1.76
	6.66	4.62	3.80	3.34	3.04	3.82	3.66	3.53	2.43	2.34	2.26	2.20
∞	3.84	2.99	2.60	2.37	2.21	2.09	2.01	1.94	1.88	1.83	1.79	1.75
	6.64	4.60	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.24	2.18

EK-G
Ki-KARE (X^2) DAGILIMI

	p Düzeyi				
	.10	.05	.02	.01	.001
1	2.706	3.841	5.412	6.635	10.827
2	4.605	5.991	7.824	9.210	13.815
3	6.251	7.815	9.837	11.341	16.268
4	7.779	9.488	11.668	13.277	18.465
5	9.236	11.070	13.388	15.086	20.517
6	10.645	12.592	15.033	16.812	22.457
7	12.017	14.067	16.622	18.475	24.322
8	13.362	15507	18.168	20.090	26.125
9	14.684	16.919	19.679	21.666	27.877
10	15.987	18.307	21.161	23.209	29.588
11	17.275	19.675	22.618	24.725	31.264
12	18.549	21.026	24.054	26.217	32.909
13	19.812	22.362	25.4 72	27.688	34.528
14	21 .064	23.685	26.873	29.141	36.123
15	22.307	24.996	28.259	30.578	37.697
16	23.542	26.296	29.633	32.000	39.252
17	24.769	27.587	30.995	33.409	40.790
18	25.989	28.869	32.346	34.805	42.312
19	27.204	30.144	33.687	36.191	43.820
20	28.412	31.410	35.020	37.566	45.315
21	29.615	32.671	36.343	38.932	46.797
22	30.813	33.924	37.659	40.289	48.268
23	32.007	35.172	38.968	41.638	49.728
24	33.196	36.415	40.270	42.980	51.179
25	34.382	37.652	41.566	44.314	52.620
26	35.563	38.885	42.856	45.642	54.052
27	36.741	40.113	44.140	46.963	55.476
28	37.916	41.337	45.419	48.278	56.893
29	39.087	42.557	46.693	49.588	58.302
30	40.256	43.773	47.962	50.892	59.703

EK-H
MANN-WHITNEY TESTİNDE GÖZLENEN U DEĞERLERİ KADAR KÜÇÜK DEĞERLERE İLİŞKİN OLASILIKLAR TABLOSU

(Tek Yönlü Test)

$\alpha = 0.05$

n_1 \ n_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1																			0	0
2					0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3	4	4	4
3			0	0	1	2	2	3	3	4	5	5	6	7	7	8	9	9	10	11
4			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	15	16	17	18
5		0	1	2	4	5	6	8	9	11	12	13	15	16	18	19	20	22	23	25
6		0	2	3	5	7	8	10	12	14	16	17	19	21	23	25	26	28	30	32
7		0	2	4	6	8	11	13	15	17	19	21	24	26	28	30	33	35	37	39
8		1	3	5	8	10	13	15	18	20	23	26	28	31	33	36	39	41	44	47
9		1	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54
10		1	4	7	11	14	17	20	24	27	31	34	37	41	44	48	51	55	58	62
11		1	5	8	12	16	19	23	27	31	34	38	42	46	50	54	57	61	65	69
12		2	5	9	13	17	21	26	30	34	38	42	47	51	55	60	64	68	72	77
13		2	6	10	15	19	24	28	33	37	42	47	51	56	61	65	70	75	80	84
14		2	7	11	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61	66	71	77	82	87	92
15		3	7	12	18	23	28	33	39	44	50	55	61	66	72	77	83	88	94	100
16		3	8	14	19	25	30	36	42	48	54	60	65	71	77	83	89	95	101	107
17		3	9	15	20	26	33	39	45	51	57	64	70	77	83	89	96	102	109	115
18		4	9	16	22	28	35	41	48	55	61	68	75	82	88	95	102	109	116	123
19	0	4	10	17	23	30	37	44	51	58	65	72	80	87	94	101	109	116	123	130
20	0	4	11	18	25	32	39	47	54	62	69	77	84	92	100	107	115	123	130	138

$\alpha = 0.01$

n_1 \ n_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1																				
2													0	0	0	0	0	0	1	1
3							0	0	1	1	1	2	2	2	3	3	4	4	4	5
4					0	1	1	2	3	3	4	5	5	6	7	7	8	9	9	10
5				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
6				1	2	3	4	6	7	8	9	11	12	13	15	16	18	19	20	22
7			0	1	3	4	6	7	9	11	12	14	16	17	19	21	23	24	26	28
8			0	2	4	6	7	9	11	13	15	17	20	22	24	26	28	30	32	34
9			1	3	5	7	9	11	14	16	18	21	23	26	28	31	33	36	38	40
10			1	3	6	8	11	13	16	19	22	24	27	30	33	36	38	41	44	47
11			1	4	7	9	12	15	18	22	25	28	31	34	37	41	44	47	50	53
12			2	5	8	11	14	17	21	24	28	31	35	38	42	46	49	53	56	60
13		0	2	5	9	12	16	20	23	27	31	35	39	43	47	51	55	59	63	67
14		0	2	6	10	13	17	22	26	30	34	38	43	47	51	56	60	65	69	73
15		0	3	7	11	15	19	24	28	33	37	42	47	51	56	61	66	70	75	80
16		0	3	7	12	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61	66	71	76	82	87
17		0	4	8	13	18	23	28	33	38	44	49	55	60	66	71	77	82	88	93
18		0	4	9	14	19	24	30	36	41	47	53	59	65	70	76	82	88	94	100
19		1	4	9	15	20	26	32	38	44	50	56	63	69	75	82	88	94	101	107
20		1	5	10	16	22	28	34	40	47	53	60	67	73	80	87	93	100	107	114

(Sanders, 511)

EK-H DEVAMI
(Çift Yönlü Test)

$\alpha = 0.05$

n_1 \ n_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1																				
2								0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2
3					0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8
4				0	1	2	3	4	4	5	6	7	8	9	10	11	11	12	13	13
5			0	1	2	3	5	6	7	8	9	11	12	13	14	15	17	18	19	20
6			1	2	3	5	6	8	10	11	13	14	16	17	19	21	22	24	25	27
7			1	3	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
8		0	2	4	6	8	10	13	15	17	19	22	24	26	29	31	34	36	38	41
9		0	2	4	7	10	12	15	17	20	23	26	28	31	34	37	39	42	45	48
10		0	3	5	8	11	14	17	20	23	26	29	33	36	39	42	45	48	52	55
11		0	3	6	9	13	16	19	23	26	30	33	37	40	44	47	51	55	58	62
12		1	4	7	11	14	18	22	26	29	33	37	41	45	49	53	57	61	65	69
13		1	4	8	12	16	20	24	28	33	37	41	45	50	54	59	63	67	72	76
14		1	5	9	13	17	22	26	31	36	40	45	50	55	59	64	67	74	78	83
15		1	5	10	14	19	24	29	34	39	44	49	54	59	64	70	75	80	85	90
16		1	6	11	15	21	26	31	37	42	47	53	59	64	70	75	81	86	92	98
17		2	6	11	17	22	28	34	39	45	51	57	63	67	75	81	87	93	99	105
18		2	7	12	18	24	30	36	42	48	55	61	67	74	80	86	93	99	106	112
19		2	7	13	19	25	32	38	45	52	58	65	72	78	85	92	99	106	113	119
20		2	8	13	20	27	34	41	48	55	62	69	76	83	90	98	105	112	119	127

$\alpha = 0.01$

n_1 \ n_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1																				
2																			0	0
3									0	0	0	1	1	1	2	2	2	2	3	3
4						0	0	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	7	8
5					0	1	1	2	3	4	5	6	7	7	8	9	10	11	12	13
6				0	1	2	3	4	5	6	7	9	10	11	12	13	15	16	17	18
7				0	1	3	4	6	7	9	10	12	13	15	16	18	19	21	22	24
8				1	2	4	6	7	9	11	13	15	17	18	20	22	24	26	28	30
9			0	1	3	5	7	9	11	13	16	18	20	22	24	27	29	31	33	36
10			0	2	4	6	9	11	13	16	18	21	24	26	29	31	34	37	39	42
11			0	2	5	7	10	13	16	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48
12			1	3	6	9	12	15	18	21	24	27	31	34	37	41	44	47	51	54
13			1	3	7	10	13	17	20	24	27	31	34	38	42	45	49	53	56	60
14			1	4	7	11	15	18	22	26	30	34	38	42	46	50	54	58	63	67
15			2	5	8	12	16	20	24	29	33	37	42	46	51	55	60	64	69	73
16			2	5	9	13	18	22	27	31	36	41	45	50	55	60	65	70	74	79
17			2	6	10	15	19	24	29	34	39	44	49	54	60	65	70	75	81	86
18			2	6	11	16	21	26	31	37	42	47	53	58	64	70	75	81	87	92
19		0	3	7	12	17	22	28	33	39	45	51	56	63	69	74	81	87	93	99
20		0	3	8	13	18	24	30	36	42	48	54	60	67	73	79	86	92	99	105

(Sanders, 512)

EK-I
WILCOXON T İÇİN KRİTİK DEĞERLER

N	α=.05	α=.01	*N*	α=.05	α=.01
5	-	-	28	116	91
6	0	-	29	126	100
7	2	-	30	137	109
8	3	0	31	147	118
9	5	1	32	159	128
10	8	3	33	170	138
11	10	5	34	182	148
12	13	7	35	195	159
13	17	9	36	208	171
14	21	12	37	221	182
15	25	15	38	235	194
16	29	19	39	249	207
17	34	23	40	264	220
18	40	27	41	279	233
19	46	32	42	294	247
20	52	37	43	310	261
21	58	42	44	327	276
22	65	48	45	343	291
23	73	54	46	361	307
24	81	61	47	378	322
25	89	68	48	396	339
26	98	75	49	415	355
27	107	83	50	434	373

EK-I Devamı

N	α=.05	α=.01	*N*	α=.05	α=.01
5	0	-	28	130	101
6	2	-	29	140	110
7	3	0	30	151	120
8	5	1	31	163	130
9	8	3	32	175	140
10	10	5	33	187	151
11	13	7	34	200	162
12	17	9	35	213	173
13	21	12	36	227	185
14	25	15	37	241	198
15	30	19	38	256	211
16	35	23	39	271	224
17	41	27	40	286	238
18	47	32	41	302	252
19	53	37	42	319	266
20	60	43	43	336	281
21	67	49	44	353	296
22	75	55	45	371	312
23	83	62	46	389	328
24	91	69	47	407	345
25	100	76	48	426	362
26	110	84	49	446	379
27	119	92	50	466	397

EK-J
KRUSKAL-WALLIS MERTEBELER YOLUYLA TEK-YÖNLÜ VARYANS ANALİZİNDE GÖZLENEN H DEĞERİ KADAR BÜYÜK DEĞERLERE İLİŞKİN OLASILIKLAR TABLOSU

Örneklem büyüklüğü			*H*	*p*	*Örneklem büyüklüğü*			*H*	*p*
n_1	n_2	n_3			n_1	n_2	n_3		
2	1	1	2.7000	.500	4	3	2	6.4444	.008
								6.3000	.011
2	2	1	3.6000	.200				5.4444	.046
								5.4000	.051
2	2	2	4.5714	.067				4.5111	.098
			3.7143	.200				4.4444	.102
3	1	1	3.2000	.300	4	3	3	6.7455	.010
								6.7091	.013
3	2	1	4.2857	.100				5.7909	.046
			3.8571	.133				5.7273	.050
								4.7091	.092
3	2	2	5.3572	.029				4.7000	.101
			4.7143	.048					
			4.5000	.067	4	4	1	6.6667	.010
			4.4643	.105				6.1667	.022
								4.9667	.048
3	3	1	5.1429	.043				4.8667	.054
			4.5714	.100				4.1667	.082
			4.0000	.129				4.0667	.102
3	3	2	6.2500	.011					
			5.3611	.032	4	4	2	7.0364	.006
			5.1389	.061				6.8727	.011
			4.5556	.100				5.4545	.046
			4.2500	.121				5.2364	.052
								4.5545	.098
3	3	3	7.2000	.004				4.4455	.103
			6.4889	.011					
			5.6889	.029					
			5.6000	.050	4	4	3	7.1439	.010
			5.0667	.086				7.1364	.011
			4.6222	.100				5.5985	.049
								5.5758	.051
4	1	1	3.5714	.200				4.5455	.099
								4.4773	.102
4	2	1	4.8214	.057					
			4.5000	.076	4	4	4	7.6538	.008
			4.0179	.114				7.5385	.011
								5.6923	.049
4	2	2	6.0000	.014				5.6538	.054
			5.3333	.033				4.6539	.097
			5.1250	.052				4.5001	.104
			4.4583	.100					
			4.1667	.105	5	1	1	3.8571	.143
4	3	1	5.8333	.021	5	2	1	5.2500	.036
			5.2083	.050				5.0000	.048
			5.0000	.057				4.4500	.071
			4.0556	.093				4.2000	.095
			3.8889	.129				4.0500	.119

EK-J Devamı

Örneklem büyüklüğü			H	p	Örneklem büyüklüğü			H	p
n_1	n_2	n_3			n_1	n_2	n_3		
5	2	2	6.5333	.008				5.6308	.050
			6.1333	.013				4.5487	.099
			5.1600	.034				4.5231	.103
			5.0400	.056					
			4.3733	.090	5	4	4	7.7604	.009
			4.2933	.122				7.7440	.011
								5.6571	.049
5	3	1	6.4000	.012				5.6176	.050
			4.9600	.048				4.6187	.100
			4.8711	.052				4.5527	.102
			4.0178	.095					
			3.8400	.123	5	5	1	7.3091	.009
								6.8364	.011
5	3	2	6.9091	.009				5.1273	.046
			6.8218	.010				4.9091	.053
			5.2509	.049				4.1091	.086
			5.1055	.052				4.0364	.105
			4.6509	.091					
			4.4945	.101	5	5	2	7.3385	.010
								7.2692	.010
5	3	3	7.0788	.009				5.3385	.047
			6.9818	.011				5.2462	.051
			5.6485	.049				4.6231	.097
			5.5152	.051				4.5077	.100
			4.5333	.098					
			4.4121	.109	5	5	3	7.5780	.010
								7.5429	.010
5	4	1	6.9545	.008				5.7055	.046
			6.8400	.011				5.6264	.051
			4.9855	.044				4.5451	.100
			4.8600	.056				5.5363	.102
			3.9873	.098					
			3.9600	.102	5	5	4	7.8229	.010
								7.7914	.010
5	4	2	7.2045	.009				5.6657	.049
			7.1182	.010				5.6429	.050
			5.2727	.049				4.5229	.099
			5.2682	.050				4.5200	.101
			4.5409	.098					
			4.5182	.101	5	5	5	8.0000	.009
								7.9800	.010
								5.7800	.049
5	4	3	7.4449	.010				5.6600	.051
			7.3949	.011				4.5600	.100
			5.6564	.049				4.5000	.102

EK K

Q DAĞILIMI

Hata s.d.	P (%)	Karşılaştırılan ortalama sayısı																			P (%)	Hata s.d.
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20		
5	95	3.64	4.60	5.22	5.67	6.03	6.33	6.58	6.80	6.99	7.37	7.32	7.47	7.60	7.72	7.83	7.93	8.03	8.12	8.21	95	5
	99	5.70	6.98	7.80	8.42	8.91	9.32	9.67	9.97	10.24	10.48	10.70	10.89	11.08	11.24	11.40	11.55	11.68	11.81	11.93	99	
6	95	3.46	4.34	4.90	5.30	5.63	5.90	6.12	6.32	6.49	6.65	6.79	6.92	7.03	7.14	7.24	7.34	7.43	7.51	7.59	95	6
	99	5.24	6.33	7.03	7.56	7.97	8.32	8.61	8.87	9.10	9.30	9.48	9.65	9.81	9.95	10.08	10.21	10.32	10.43	10.54	99	
7	95	3.34	4.16	4.68	5.06	5.36	5.61	5.82	6.00	6.16	6.30	6.43	6.55	6.66	6.76	6.85	6.94	7.02	7.10	7.17	95	7
	99	4.95	5.92	6.54	7.01	7.37	7.68	7.94	8.17	8.37	8.55	8.71	8.86	9.00	9.12	9.24	9.35	9.46	9.55	9.65	99	
8	95	3.26	4.04	4.53	4.89	5.17	5.40	5.60	5.77	5.92	6.05	6.18	6.29	6.39	6.48	6.57	6.65	6.73	6.80	6.87	95	8
	99	4.75	5.64	6.20	6.62	6.96	7.24	7.47	7.68	7.86	8.03	8.18	8.31	8.44	8.55	8						

EK K (devamı)

-Hata	P	Karşılaştırılan ortalama sayısı							P	Hata
s.d.	(%)	2	3	4	5	6	7	8		