Dr. Öğr. Üyesi Mustafa YAĞIMLI
İstanbul Gedik Üniversitesi

Prof. Dr. Feyzi AKAR

Doğru Akım Devreleri & Problem Çözümleri

TIPKI
11. BASKI

BETA

Yayın No: 4137
Teknik Dizisi: 181

Doğru Akım Devreleri & Problem Çözümleri
Dr. Öğr. Üyesi Mustafa Yağımlı
Prof. Dr. Feyzi Akar

7. Baskı: Temmuz 2014, İstanbul
7. Baskıdan Tıpkı 8. Baskı: Ağustos 2018, İstanbul
9. Baskı: Aralık 2019, İstanbul
9. Baskıdan Tıpkı 10. Baskı: Aralık 2021, İstanbul
10. Baskıdan Tıpkı 11. Baskı: Şubat 2024, İstanbul

ISBN: 978 - 605 - 242 - 823 - 8

Kapak Tasarım: Feyzi Akar, Gülgonca Çarpık

Baskı ve Cilt: Vadi Grafik Tasarım ve Reklamcılık Ltd. Şti.
İvedik Organize Sanayi 1420. Cadde No: 58/1
Yenimahalle / Ankara
Tel: (0312) 395 85 71-72 (Sertifika No. 47479)

© 2024 Beta Basım Yayım Dağıtım A.Ş.
Tüm hakları saklıdır. Eserin bir bölümünün veya tamamının yayıncının yazılı izni olmadan fotokopisinin çekilmesi, mekanik ya da elektronik araçlarla çoğaltılması, kopyalanarak internette ya da herhangi bir veri saklama cihazında bulundurulması yasaktır.

Beta Basım Yayım Dağıtım A.Ş.
Sertifika No: 49286
İkitelli Osb Mah. Eski Turgut Özal Cad. Altıntaç İş Merkezi
D Blok, No: 8, İç Kapı No: 405, Başakşehir / İstanbul
Tel: (0212) 511 54 32 Fax: (0212) 513 87 05
www.betayayincilik.com

ÖN SÖZ

Elektrik devre modelleri, elektronik ve kontrol sistemlerinin temelini oluşturur. Elektrik devrelerinden oluşan elektronik ve kontrol alanında çok hızlı bir değişim yaşanmaktadır. Elektrikte; konuyu, çok sayıda problem çözmeden anlamak mümkün değildir. Teorik bilginin kalıcı olabilmesi için o konuya ait çok miktarda sayısal örnek çözmek gerekir. Bir teknik elemanın ve teknik alanda öğrenim gören öğrencinin bu sayısal örneklerde hata yapmamasının yanısıra, sonuca birkaç yoldan ulaşması ve sonucu yorumlayabilmesi gerekir. Bulduğu sonucun, o devrede mümkün olup olamayacağını düşünmelidir. Bu düşüncelerle hazırlanan ve Türk teknik literatürüne girmeye hazırlanan "Doğru Akım Devreleri ve Problem Çözümleri" kitabında, yeterli teorik bilgiden hemen sonra sayısal örneklere ağırlık verilmiştir.

Bölüm 1'de temel kavramlar üzerinde durulmuş olup, Bölüm 2'de aktif/pasif elemanların, bağımlı/bağımsız kaynakların yer aldığı devre modelleri üzerinde durulmuştur. Bölüm 3'te seri/paralel direnç devreleri ve Kirchhoff'un akım ve gerilimler kanunu, Bölüm 4'te ise devre topolojisi anlatılmıştır. Bölüm 5'te DC devrelerin çözümünde kolaylık sağlayan matrisler konusuyla çevre akımları, düğüm gerilimleri yöntemi anlatılmış olup, temel teoremlere Bölüm 6'da yer verilmiştir. Bölüm 7'de DC devrelerde bobin ve kondansatörlü devreler, Bölüm 8'de de çeşitli problemlere değinilmiştir.

"Doğru Akım Devreleri ve Problem Çözümleri" adlı eserin dizgisini gerçekleştiren Gülgonca Çarpık'a, yayınevi adına Seyhan SATAR'a, kitabın bir eser haline gelişinde her kademede emeği geçen tüm teknik personele ve de saygı ve sabırla bizleri destekleyen sevgili eşlerimize teşekkürü bir borç biliriz.

Faydalı olması dileklerimizle.

Dr. Öğr. Üyesi Mustafa YAĞIMLI & Prof. Dr. Feyzi AKAR

İÇİNDEKİLER

BÖLÜM 1: TEMEL KAVRAMLAR

1.1 Statik Elektrik 3
1.2 Elektrik Yükü 4
1.3 Elektrik Akımı 4
1.4 Akım Yoğunluğu 7
1.5 Gerilim (Potansiyel Farkı) 7
1.6 Akım Yönü 8
1.7 Direnç ve İletkenlik 8
1.8 Direncin Fiziksel Boyutlarla Değişimi 9
1.9 Direncin Sıcaklıkla Değişimi 11
1.10 Ohm Kanunu 15
1.11 Elektrik Devresi 17
1.12 Elektromotor Kuvvet (emk) 18
1.13 Elektrik Enerjisi ve Gücü 19

BÖLÜM 2: DEVRE MODELLERİ

2.1 Devre Değişkenleri 35
2.2 Aktif Elemanlar 35
2.3 Pasif Elemanlar 35
2.3.1 Direnç 36
2.3.2 Bobin 36
2.3.3 Kondansatör 37
2.4 Gerilim Kaynakları 38
2.4.1 Bağımsız Gerilim Kaynakları 38
2.4.2 Bağımlı (Kontrollü) Gerilim Kaynakları 40
2.5 Akım Kaynakları 40
2.5.1 Bağımsız Akım Kaynakları 40
2.5.2 Bağımlı (Kontrollü) Akım Kaynakları 40
2.6 Bağımsız Kaynak Dönüşümleri 41
2.7 Seri Gerilim Kaynakları 43
2.8 Paralel Akım Kaynakları 43

2.9 Paralel Bağlı Akım ve Gerilim Kaynaklarının Toplanması.....44
2.10 İdeal Kaynakların Gerçek Kaynak Durumuna Geçirilişi.....47
2.10.1 Seri Direnci Olmayan (İdeal) Gerilim Kaynağı.....47
2.10.2 Paralel Direnci Olmayan (İdeal) Akım Kaynağı 49
2.11 Paralel Dirençleri Besleyen Gerilim Kaynakları 51
2.12 Seri Dirençleri Besleyen Akım Kaynakları 51

BÖLÜM 3: SERİ, PARALEL DİRENÇ DEVRELERİ ve KIRCHHOFF KANUNLARI

3.1 Seri Devreler ve Kirchhoff'un Gerilimler Kanunu 59
3.1.1 Seri Devrelerin Özellikleri.....60
3.1.2 Seri Devrede Gerilim Dağılımı.....60
3.2 Paralel Devreler ve Kirchhoff'un Akımlar Kanunu.....63
3.2.1 Paralel Devrelerin Özellikleri 63
3.2.2 İki Kollu Devrede Akımın Dağılımı 64
3.3 Seri-Paralel (Karışık) Devreler.....67

BÖLÜM 4: DEVRE TOPOLOJİSİ

4.1 Bazı Devre Tanımları 105
4.2 Devre Çözümü 106
4.3 Topoloji 106
4.4 2K Yöntemi 108
4.4.1 Seri Dirençsiz Gerilim Kanunu 111
4.4.2 Paralel Dirençsiz Akım Kanunu.....112
4.5 Yapay Değişkenler Yöntemi 114
4.6 Düzlemsel Devre.....119
4.7 Topolojik Ağaç 121

BÖLÜM 5: DOĞRU AKIM DEVRELERİNİN ÇÖZÜMÜNDE KULLANILAN YÖNTEMLER

5.1 Matrisler 127
5.2 Çevre Akımları Yöntemi.....132
5.3 Düğüm Gerilimleri Yöntemi 169
5.3.1 Düğüm Gerilimleri Yönteminin Matrisel Formda Çözülmesi 188

BÖLÜM 6: TEMEL TEOREMLER

6.1 Süperpozisyon Teoremi 205
6.2 Thévenin Teoremi 217
6.3 Norton Teoremi 249
6.4 Maksimum Güç Teoremi 269
6.5 Karşıtlık Teoremi 273
6.6 Üçgen-Yıldız, Yıldız-Üçgen Dönüşümü 277
6.6.1 Üçgen-Yıldız Dönüşümü 278
6.6.2 Yıldız-Üçgen Dönüşümü 282
6.7 Millman Teoremi 291

BÖLÜM 7: DOĞRU AKIMDA BOBİN ve KONDANSATÖRLÜ DEVRELER

7.1 Doğru Akım Devresinde Kondansatör 295
7.1.1 Kondansatörün Yapısı ve Çalışması 295
7.1.2 Kondansatör Kapasitesi 297
7.1.3 Kapasiteyi Etkileyen Büyüklükler 300
7.1.4 Kondansatörün Şarjı, Deşarjı ve Zaman Sabitesi 306
7.1.5 Kondansatörde Depo Edilen Enerji 313
7.1.6 Kondansatör Bağlantıları 316
7.2 Doğru Akım Devresinde Bobin 340
7.2.1 Özendükleme ve Katsayısı 340
7.2.2 Bobin Bağlantıları 343
7.3 Pasif Elemanların Uç Denklemleri 347
7.4 Enerji Depo Eden Elemanların Eşdeğerleri ve DC'deki Davranışları 352
7.5 Gerilim ve Akımdaki Süreklilik 355
7.6 R - C Devresi 355
7.7 R - L Devresi 360
7.8 I. Mertebeden Karışık Devreler 367
7.8.1 I. Mertebeden Devrelerin Tanınması 367

BÖLÜM 8: DC DEVRELERLE İLGİLİ ÇEŞİTLİ PROBLEMLER 375

BÖLÜM 1

TEMEL KAVRAMLAR

- ✓ *Statik Elektrik*
- ✓ *Elektrik Yükü*
- ✓ *Elektrik Akımı*
- ✓ *Akım Yoğunluğu*
- ✓ *Gerilim (Potansiyel Farkı)*
- ✓ *Akım Yönü*
- ✓ *Direnç ve İletkenlik*
- ✓ *Direncin Fiziksel Boyutlarla Değişimi*
- ✓ *Direncin Sıcaklıkla Değişimi*
- ✓ *Ohm Kanunu*
- ✓ *Elektrik Devresi*
- ✓ *Elektromotor Kuvvet (EMK)*
- ✓ *Elektrik Enerjisi ve Gücü*

1.1 STATİK ELEKTRİK

Maddenin yapı taşına atom denir.Herhangi bir yolla kendisinden daha basit maddelere dönüştürülemeyen saf maddelere ise **element** denir. Atom, bir elementin tüm özelliklerini taşıyan en basit birimdir. Atomun çekirdeğinde (+) yüklü protonlar ve yüksüz nötronlar bulunur. Bir elementin atomlarındaki proton sayısına o elementin atom numarası, proton ve nötron sayılarının toplamına ise kütle numarası denir. Yüksüz bir atomda proton sayısı, elektron sayısına eşittir.

Bir atomda; protonun (+), elektronun (–) yüklü olması demek bunların elektrik yükleriyle yüklü olduğunu göstermektedir.

Elektronların, çekirdek etrafında döndükleri yörüngeler (kabuk); K, L, M, N, O, P gibi harflerle belirlenir. Bir atomun en dış yörüngesindeki elektronlara **valans elektronları** denir. Atomun, elektron kazanıp kaybetmesi sadece son yörüngesindeki elektronlarla ilgilidir. Çünkü, bu elektronlara çekirdeğin uyguladığı çekim kuvveti daha azdır.Yörüngesinden çıkan elektronlar, atomlar arası dolaşmaya başlar. Atomun en dış yörüngesinde bulunan ve bu yörüngelerinden çıkarak atomlararası boşlukta dolaşmaya başlayan elektronlara **serbest elektron** adı verilir. Serbest elektron miktarının artması, o maddenin daha fazla iletken olmasıdır. Dış yörüngelerinde 4'ten az elektron bulunan ve serbest elektron sayısı fazla olan maddelere **iletken**, dış yörüngelerinde 4'ten fazla elektron bulunan maddelere **yalıtkan**, dış yörüngelerinde 4 elektron bulunan maddelere ise **yarı iletken** denir.

İletken; elektrik yükünü bir yerden başka bir yere taşıyan maddelerdir. Altın, gümüş ve bakır iyi bir iletken örnek verilebilir. Elektrik yüklerini bir yerden başka bir yere taşımayan maddeler yalıtkandır. Örneğin; tahta, cam, plastik gibi. Silisyum, germanyum, bakıroksit gibi bazı elementler, metallere göre daha az, yalıtkanlara göre daha çok iletkendir. Normal şartlarda, elektriği iletmeyen bu maddeler, şartlar değiştirildiğinde iletken hale getirilebilir.Örneğin; bazı maddeler çok düşük sıcaklıklarda yalıtkan olmalarına rağmen sıcaklığı arttırıldığında iletken hale getirilebilir.İletkenlikleri metallere göre daha az olan bu maddeler veya iletken ile yalıtkan arasındaki maddeler yarı iletkendir.

M.Ö 600 yıllarında Thales, kumaş parçalarına sürülmüş kehribarın, saman parçalarını çekmesini gözlemiştir. Ancak, 1540-1603 yıllarında yaşayan İngiliz fenci Gilbert, kehribardan başka cam ve ebonit gibi cisimlerin de aynı özelliği kazandığını görerek bu kuvvete "elektrik kuvveti" adını vermiştir.

Durgun elektrik anlamına gelen **statik elektrik**, durgun haldeki elektrik yüklerini inceler. Bazı kavramlar vardır ki meydana getirdikleri etkiler cinsinden tanımlanabilir. Elektrik yükü de böyle bir kavramdır. Elektrik yüklerinin o kadar büyük etki ve sonuçları vardır ki hemen hemen çevremizde meydana gelen olayların çoğu elektrik yüklerinin birbiriyle etkileşimine dayanır.

Statik elektriğin etkilerini günlük hayatımızda görebiliriz. Kuru havalarda saçımızı taradığımızda veya kazağımızı çıkardığımızda çıtırtılar duyarız. Yünlü bir kumaş parçasına sürtülen dolmakalem veya tarağın kağıt parçalarını çektiğini, otomobillerde bir müddet yolculuk yapıldıktan sonra otomobilin metal aksamına dokunulduğunda, çok hareket eden iki insanın elleri birbirine dokunduğunda geçici bir elektrik şoku hissedildiğini biliriz. Bu olayların tümü, elektrostatik ile ilgili olaylardır ve elektrik yüklerinin sıçramasıyla oluşur.

1.2 ELEKTRİK YÜKÜ

Bilindiği gibi atomda; proton (+), elektron (-) yüklüdür.Bunlardan anlaşılıyor ki maddenin bulunduğu her yerde elektrik yükü var demektir.Başka bir ifadeyle elektrik yükleri, atomun yapı taşlarından birisidir.Elektrik yükü, pozitif veya negatif yüktedir.

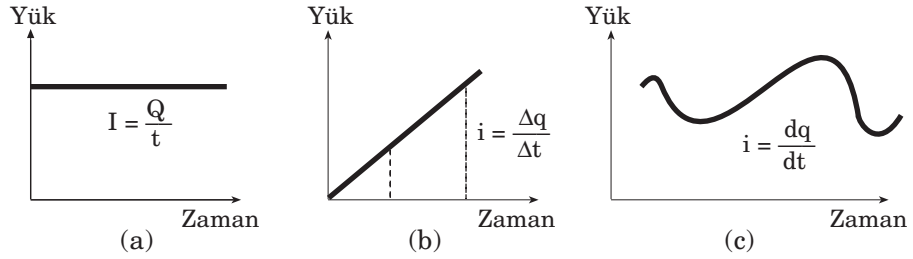
Bir elektronun, elektrik yükü en küçük yük (elemanter yük) olup değeri $1{,}6.10^{-19}$ Coulomb'dur. Burada Coulomb elektrik yük birimidir.

1 Coulomb (C) = $6{,}3.10^{18}$ elektron veya proton'dur. Yani, 1 Coulomb'luk elektrik yükü oluşturmak için $6{,}3.10^{18}$ adet elektron yada proton gerekmektedir. $6{,}3.10^{18}$ adet elektron veya protonun meydana getirdiği yüke **elektrik yükü** denir ve Q ile gösterilir.

1.3 ELEKTRİK AKIMI

Elektrik yüklerinin belirli bir yöndeki hareketine **elektrik akımı** denir. **Akım şiddeti,** birim zamanda geçen yük miktarıdır. Elektrik akımı I ile gösterilir ve birimi Amper (A)'dir. Bir iletkenden 1 saniyede 1 C'luk yük geçiyorsa iletkenden geçen akım 1 A'dır.

$$I = \frac{Q}{t}, \qquad i = \frac{\Delta q}{\Delta t}, \qquad i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$



Şekil 1.1: Çeşitli Q – t Eğrileri

Değişim şekil 1.1. (c)'deki gibiyse çok küçük zaman aralıklarında incelenir.Buda diferansiyelle mümkündür.

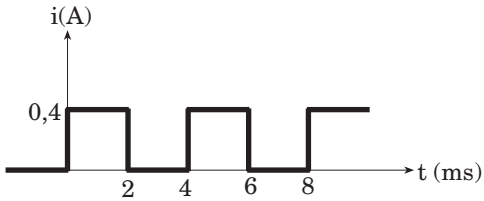
$i = \frac{dq}{dt}$, yükün zamana göre türevidir.

$1\ mA = 10^{-3}\ A.$ $\quad 1\ A = 10^{6}\ \mu A$

$1\ \mu A = 10^{-6}\ A.$ $\quad 1\ A = 10^{3}\ mA$

$1\ KA = 10^{3}\ A.$

Örnek 1:



a) 2,5 ms ile 6 ms arasında, devreden geçen yük miktarını bulunuz.

b) 10 ms'deki toplam yük miktarını bulunuz.

a) 2,5 ms ile 4 ms arasında akım 0 olduğunda $I = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = I \cdot t$'ye göre $Q = 0 \cdot t = 0$'dır.

4 ms ile 6 ms arasında akım 0,4 A olduğundan;

$Q = I \cdot t = 0{,}4 \cdot (6 - 4) \cdot 10^{-3} = 0{,}8 \cdot 10^{-3}$ C'dur.

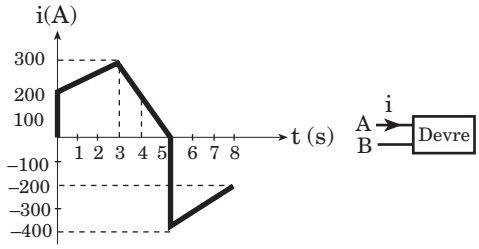
2,5 ms ile 6 ms arasında devreden geçen yük miktarı

$Q = 0 + 0{,}8 \cdot 10^{-3} = \underline{0{,}8 \cdot 10^{-3}}$ C'dur.

b) Devreden geçen yük miktarı, akım eğrisinin yatayla yaptığı alanla ilgilidir.

$Q = 0{,}4 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 3 = \underline{2{,}4 \cdot 10^{-3}}$ C'dur.

Örnek 2:



a) 0 ile 4 saniye arasındaki,devrenin A ucundan giren net yük miktarını,

b) 0 ile 5 saniye arasındaki, devrenin A ucundan giren net yük miktarını bulunuz.

a) 0 – 3 s arasındaki şekil yamuktur.

$$\text{Yamuğun alanı} = \frac{\text{Alt taban + Üst taban}}{2} \text{. Yükseklik}$$

$$0 - 3 \text{ s arasındaki yük} = \frac{300 + 200}{2} \cdot 3 = 750 \text{ C.}$$

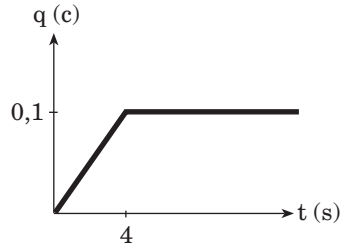
$$3 - 4 \text{ s arasındaki yük} = \frac{300 + 200}{2} \cdot 1 = 250 \text{ C.}$$

0 – 4 s arasındaki toplam yük = 750 + 250 = 1000 C'dur.

b) $4 - 5$ s arasındaki toplam yük $= \frac{200 \cdot 1}{2} = 100$ C

0 – 5 s arasındaki toplam yük = 1000 + 100 = 1100 C'dur.

Örnek 3:



Şekilde bir devrenin yük değişimi verilmiştir. Bu devrenin akımını bulunuz.

$$0 - 4 \text{ s arasında} \quad i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{0{,}1 - 0}{4 - 0} = 0{,}025 \text{ A}$$

4. saniyeden itibaren; **yük sabit olduğu ve değişmediği için akım sıfırdır.** $i = 0$ dır.

Örnek 4: $q = 5 \sin 1000\,t$ μC'luk yük, bir devreye girmektedir. Devrenin akımını bulunuz.

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(5\sin 1000t) = (5000 \cdot \cos 1000t)\ \mu A$$

1.4 AKIM YOĞUNLUĞU

Bir iletkenin 1 mm^2 kesitinden geçen elektrik akımına **akım yoğunluğu** denir. J ile gösterilir ve iletken kesitlerinin hesaplanmasında kullanılır.

$$J = \frac{I}{S}$$

I = Amper cinsinden iletkenden geçen akım şiddeti

S = mm^2 cinsinden iletkenin kesiti

J = A/mm^2 cinsinden akım yoğunluğu

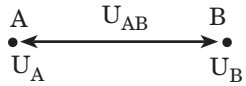
Örnek 1: 3 mm^2 kesitindeki bir iletkenden geçen akım şiddeti 1,5 A olduğuna göre bu iletkenin akım yoğunluğunu bulunuz.

$$J = \frac{I}{S} = \frac{1{,}5\ A}{3\ mm^2} = 0{,}5\ A/mm^2$$

Örnek 2: Bir iletkendeki akım yoğunluğu 1 A/mm^2 ve iletkenden geçen akım şiddeti 2 A olduğuna göre bu iletkenin kesitini bulunuz.

$$J = \frac{I}{S} \quad \Rightarrow \quad 1 = \frac{2}{S} \quad \Rightarrow \quad \boxed{S = 2\ mm^2}$$

1.5 GERİLİM (POTANSİYEL FARKI)



Devrede, elektrik akımını meydana getiren kuvvettir.

Herhangi bir A, B noktaları arasındaki gerilim, 1 Coulomb'luk birim yükün A'dan B'ye götürülmesiyle yapılan iştir. Gerilimin birimi Volt'tur. U ile gösterilir.

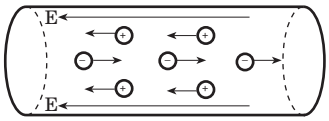
$$U = \frac{W}{q}, \qquad U = \frac{dW}{dq}$$

A - B noktaları arasındaki gerilim, $\boxed{U_{AB} = U_A - U_B}$ dir.

Örneğin, A noktasının potansiyeli U_A = +8 V, B noktasının potansiyel farkı -2 V ise, A - B noktaları arasındaki potansiyel farkı $U_{AB} = U_A - U_B = 8 - (-2) = 10$ Volt'tur.

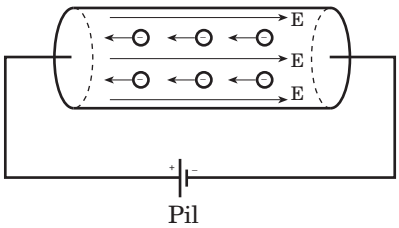
1 Coulomb'luk yükü, A noktasından B noktasına götürmek için yapılan iş 1 Joule ise A, B noktaları arasındaki gerilim 1 Volt'tur.Elektrik yükleri yüksek potansiyelli noktadan düşük potansiyelli noktaya doğru akarlar.

1.6 AKIM YÖNÜ



Şekil 1.2: Bir İletkenin İçindeki Elektrik Alanında (+) ve (–) Yüklerin Hareketi

Şekil 1.2'de görüldüğü gibi, bir iletkenin iki ucuna bir potansiyel farkı (gerilim) uygulandığında E gibi bir elektrik alanı oluşur. Bu iletkendeki (+) yükler elektrik alanıyla aynı yönde, (–) yükler ise elektrik alanıyla zıt yönde hareket ederler.



Şekil 1.3 Bir İletkene Potansiyel Farkının Uygulanması

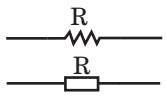
Bir iletkene gerilim uygulandığı zaman iletken içinde meydana gelen elektrik alanının yönü (+) kutuptan (–) kutba doğrudur. Üretecin (+) kutbuna bağlı olan iletken (+), (–) kutbuna bağlı olan tarafı ise (–) yüklüdür. Bu elektrik alanı içerisindeki (+) ve (–) yükler F = q . E ye göre elektrik kuvvetinin etkisiyle iletken içinde hareket ederler. İletken içindeki serbest elektronlar (-) yüklü olduklarından bunların hareketi elektrik alan yönüyle zıttır.

Elektron yönüyle, elektrik akım yönü farklı ifadelerdir.Elektron yönü, (-) den (+) ya, elektrik akım yönü ise (+) dan (–) ye doğrudur. **Bir iletkenden geçen akım yönü, pozitif (+) elektrik yükünün hareket yönü kabul edilmiştir. Başka bir ifadeyle akım yönü (+) dan (–) ye doğrudur.**

Üretecin pozitif yüklü ucu yüksek potansiyeli, negatif yüklü ucu se düşük potansiyeli gösterir. Böylece, akımın geleneksel yönü için de bir tanım bulunmuş olunur. Akım, yüksek potansiyelden düşük potansiyele doğrudur.

1.7 DİRENÇ ve İLETKENLİK

Bir iletkenin, içinden geçen akıma karşı gösterdiği zorluğa **direnç** denir. Aynı zamanda direnç, elektrik ve elektronikte çok kullanılan bir eleman olup, akım sınırlayıcı ve voltaj bölücü devrelerde çok kullanılır. Kısaca direnç, akıma karşı gösterilen zorluktur.



Şekil 1.4
Direnç Sembolleri

Direnç sembolleri, şekil 1.4'te gösterilmiştir. Direncin birimi Ohm'dur ve Ω (Omega) ile ifade edilir. Çeşitli maddelerin atom yapıları birbirinden farklı olduğu için elektriki dirençleri de farklıdır. İletken içindeki serbest ve hareketli elektronların sabit atomlarla çarpışmaları sonucu hareketin engellenmek istenmesi direnci meydana getirir.

Direncin tersine; bir iletkenin, içinden geçen akıma karşı gösterdiği kolaylığa **iletkenlik** denir. Bir iletkende ne kadar çok serbest elektron bulunursa, bunlar iletken içinde ve akım yönünde ne kadar kolay hareket edebilirlerse, bu iletkenin direnci o kadar küçük ve elektrik akımını iletme yeteneği (iletkenliği) o kadar büyük olur. İletkenlik G ile gösterilir ve direncin tersi olduğu için;

$$\boxed{G = \frac{1}{R}} \quad \text{dir.}$$

İletkenliğin birimi ℧ (ters omega, mho) veya Siemens (S) tir.

1.8 DİRENCİN FİZİKSEL BOYUTLARLA DEĞİŞİMİ

Bir iletken içindeki serbest elektronların durumu, bir boruyu dolduran sıvının durumuna benzetebiliriz. İçinden sıvı akan bir borunun kesiti ne kadar büyük olursa, sıvı o borudan daha kolay akar. Bunun gibi metal bir iletken ne kadar kalın olursa, elektronlar o kadar kolay akarlar. O halde, iletken kesitinin büyümesi direnci azaltmaktadır. Borunun uzunluğu arttıkça sıvı tanecikleri, akış esnasında daha çok çarpışmalara maruz kalacağından daha çok engelle karşılaşmış gibi olacaktır. Bunu benzeterek iletken telin uzunluğu arttıkça direncinin artacağını söyleyebiliriz. Bir elektron, l uzunluktaki bir telden geçerken n tane atomla çarpışırsa, $2l$ uzunluktaki bir telden geçerken 2n tane atomla çarpışır. Dolayısıyla direnç, iki katına çıkmış olur. Tel boyunun uzaması, direncin artması demektir.

Ayrıca, sıvının cinsi, sıvının borudan akış hızını değiştirir. Yani, sıvıların borulardan akış hızı, sıvının cinsine de bağlıdır. Koyu bir sıvı, borudan zorlanarak akar. Benzer şekilde, farklı metallerin serbest elektronlarının hareket yeteneği farklıdır. Metallerin, elektriksel iletkenlikleri de farklı farklıdır.

İletkenlerin direnci;

* Telin uzunluğuna bağlı ve doğru orantılıdır.
* Telin kalınlığına bağlı ve kesitiyle ters orantılıdır.
* İletkenin cinsine bağlıdır.

Bu ilişki;

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

eşitliğiyle belirtilir.Bu formülde;

ρ (ro) = Ω mm^2/m olarak iletkenin özdirenci,

l = metre (m) olarak iletkenin uzunluğu,

S = mm^2 olarak iletkenin kesitidir.

Özdirenç, bir iletkenin birim uzunluk ve kesitli parçasının direncidir. ρ (ro) ile gösterilir. Özdirencin birimi Ω . mm^2/m olduğu için, bu değerler 1 mm^2 kesitinde ve 1 m uzunluğundaki telin, oda sıcaklığındaki (18-20 C°) direncini tanımlar.

Özdirencin tersine ($1/\rho = \sigma$) öziletkenlik denir. Birimi $m/\Omega \cdot mm^2$ dir.

Madde	Özdirenci ($\Omega \cdot mm^2/m$)	Öziletkenliği ($m/\Omega \cdot mm^2$)
Gümüş	0,016	62,5
Bakır	0,0178	56,18
Altın	0,023	43,5
Alüminyum	0,0285	35
Tungsten	0,0551	18
Demir	0,1	10
Platin	0,11	9,1
Kurşun	0,21	4,76
Krom-Nikel	1,1	0,9
Magnezyum	0,045	22,2
Kalay	0,11	9,1
Çinko	0,06	16,6

Tablo 1.1: Bazı İletkenlerin Özdirenci ve Öziletkenliği

Tablo 1.1'den görülebileceği gibi en iyi iletken gümüştür. Özdirenci en küçük olan maddenin öziletkenliği en büyüktür. En iyi iletkenleri sıralarsak; gümüş, bakır, altın, alüminyum olur. Bunlardan, altın ve gümüş pahalı olduğu için elektrikte en çok sağlamlığı bakımından bakır kullanılır.

Örnek 1: 10 mm^2 bakır telin 200 metresinin direncini hesaplayınız.

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} = 0{,}0178 \cdot \frac{200}{10} \Rightarrow \boxed{R = 0{,}35\ \Omega}$$

Örnek 2: Evlerde elektrik tesisatında kullanılan bakır telin yarıçapı 0,1 cm dir. 3 m uzunluğundaki bakır telin direncini bulunuz. Bu tel 5 A. lik bir akım taşıyorsa üzerindeki potansiyel farkı bulunuz.

Bakır telin kesiti;

$$S = \pi \cdot r^2 = 3{,}14\ (1)^2 = 3{,}14\ mm^2$$

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} = 0{,}0178 \cdot \frac{3}{3{,}14} \Rightarrow \boxed{R = 0{,}017\ \Omega}$$

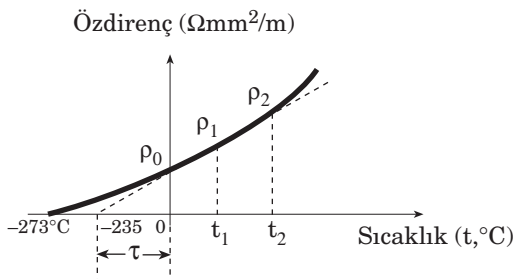
5 A. lik bir akım için oluşacak gerilim;

$$U = I \cdot R = 5 \cdot 0{,}017 \Rightarrow \boxed{U = 0{,}085\ V}$$

Örnek 3: Kesiti daire olan bakırdan yapılmış iletken telin uzunluğu 90 m ve direnci 3,06 Ω dur. Buna göre iletken telin kesitini bulunuz.

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} \Rightarrow 3{,}06 = 0{,}0178 \cdot \frac{90}{S} \Rightarrow \boxed{S = 0{,}5\ mm^2}$$

1.9 DİRENCİN SICAKLIKLA DEĞİŞİMİ



Şekil 1.5: İletken Özdirençlerinin Sıcaklıkla Değişimi

Bir iletkenin direnci; uzunluğa, kesite ve özdirence bağlı olduğu gibi sıcaklığa da bağlıdır. Metalin sıcaklığı arttıkça, atomların enerjileri de artar. Enerjisi artan atomların titreşimleri de büyür. Bir insanın, kalabalık ve hareketli bir topluluk içinde topluluğu yararak geçmesinin güçleştiği gibi, titreşimleri büyük olan atomların içinde serbest yüklerin geçişi de o nisbette zor olacaktır. Dolayısıyla, sıcaklık arttıkça dirençte artar. Sıcaklıkla direnç doğru orantılıdır.

Şekil 1.5'teki grafikte iletken maddelerin sahip olduğu özdirenç değerlerinin sıcaklıkla nasıl değiştiği gösterilmiştir. Bu grafiğe göre 0 C° deki özdirenç ρ_0 , t_1 sıcaklığındaki özdirenç ρ_1, t_2 sıcaklığındaki özdirenç ise ρ_2 olarak gösterilmiştir. Grafiğe göre; özdirenç, çok düşük veya çok yüksek sıcaklıklarda doğru orantılı olarak değişmediği görülmektedir. Özdirenç –273C° de (0 K°) sıfır olmaktadır. Direncin sıfır olduğu bu değer **süper iletken** olarak tanımlanır.

Süper iletkenlerde iç direnç sıfırdır. Bilindiği gibi, tüm iletkenlerin sıcaklıkları düşürüldükçe dirençleri azalmaktadır. Bazı metallerin, iyice soğutulup mutlak sıfıra (–273C°) yaklaşmaları halinde, elektriğe karşı iç dirençlerini tamamen kaybettikleri görülmüştür. Süper iletkenlerle ilgili çalışmalar sonucunda daha yüksek sıcaklıklarda süper iletkenlik gösteren bileşikler elde edilmiştir. Son zamanlarda –148 C° de süper iletken hale gelen bileşikler bulunmuştur. Bilim adamlarının nihai amacı ise oda sıcaklığında süper iletkenlik gösteren maddeler geliştirmektir. Günümüz teknolojisinde elektrik iletimi, bakır ve alüminyum kablolar vasıtasıyla yapılmaktadır. Süper iletkenlerin kullanılmasıyla, elektriğin çok daha uzak mesafelere dahi enerji kaybı olmaksızın gönderilmesi mümkün olacaktır.

Şekil 1.5'teki eğrinin doğrusal (lineer) olan kısmı uzatılırsa, yatay eksende bulunan sıcaklık eksenini, sıfır noktasına uzaklığı τ olan bir noktada keser. Bu –235 C° deki bu noktaya «kritik sıcaklık» denir. Kritik sıcaklık değeri her iletkene göre değişir.

Şekil 1.5'teki benzer üçgenlerden;

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\tau + t_1}{\tau + t_2}$$ yazılır.

İletkenin boyunun ve kesitinin sıcaklıkla değişmediğini veya değişse bile bu değişmenin ihmal edildiğini kabul edersek,

$$R_1 = \frac{\rho_1 \cdot l}{S} \quad \text{ve} \quad R_2 = \frac{\rho_2 \cdot l}{S}$$

şeklinde yazabiliriz.

Bu formülde;

$R_1 = t_1$ sıcaklığındaki iletkenin Ohm (Ω) cinsinden direnci

$R_2 = t_2$ sıcaklığındaki iletkenin Ohm (Ω) cinsinden direnci

τ = iletkenin kritik sıcaklığı (C°)

t_1 = C° cinsinden iletkenin bulunduğu ilk sıcaklık

t_2 = C° cinsinden iletkenin bulunduğu ikinci sıcaklık

$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\tau + t_1}{\tau + t_2}$ eşitliğinde R_2'yi çekersek;

$R_2 = R_1 . \left(\frac{\tau + t_1}{\tau + t_2}\right)$ olur ve bu ifadenin payına, etkilemeyecek olan $t_1 - t_1$ ifadesini eklersek;

$$R_2 = R_1 . \left(\frac{\tau + t_2 + t_1 - t_1}{\tau + t_1}\right)$$

$$R_2 = R_1 . \left(\frac{\tau + t_1}{\tau + t_1} + \frac{1}{\tau + t_1} \left(t_2 - t_1\right)\right)$$

$\boxed{R_2 = R_1 \left[1 + \alpha_1 \left(t_2 - t_1\right)\right]}$ ifadesi elde edilir.

Bu formülde α_1, t_1 sıcaklığındaki direnç sıcaklık katsayısıdır. İletkenin cinsine ve başlangıçtaki sıcaklığına bağlı olarak değişen ve 1 C° lik sıcaklık artışında direnci 1 Ω olan iletkenin direncindeki artma olarak tanımlanan «direnç sıcaklık katsayısı» α ile sembolize edilir. Birimi ise 1 / °C dir.

Madde	Kritik Sıcaklığı (τ, C°)	Direnç Sıcaklık Katsayısı (1/C°)
Gümüş	243	0,0038
Bakır	235	0,0039
Altın	230	0,0034
Alüminyum	245	0,0039
Kurşun	218	0,004
Pirinç	650	0,0015
Çinko	250	0,0037
Germanyum	–	–0,0048
Silikon	–	–0,0075
Karbon	–	–0,0005

Tablo 1.2: Bazı Maddelerin Oda Sıcaklığındaki (18 C°) Direnç Sıcaklık Katsayıları ve Kritik Sıcaklık Değerleri

Her maddenin direnci, sıcaklıkla artmayabilir. Örneğin; sıcaklık arttıkça karbon, silikon ve germanyumun dirençleri azalır.

200 C° den yüksek sıcaklıklar için direnç sıcaklık katsayısı 1 yerine, birimi $1 / °C^2$ olan ve «çok yüksek direnç sıcaklık katsayısı» adıyla tanımlanan β kullanılır. Bu durumda,

$R_2 = R_1 [1 + \alpha_1 (t_2 - t_1) + ß (t_2 - t_1)^2]$ formülü kullanılır.

Örnek 1: Tungsten maddesinden yapılan bir lambanın direnci, 1800 C° de tel akkor halinde iken 240 Ω dur. Lambanın oda sıcaklığında (18 C°) direnci ne kadardır? (Tungstenin direnç sıcaklık katsayısı $\alpha = 4{,}5.10^{-3}$ tür)

$t_1 = 18$ C°

$t_2 = 1800$ C°

$R_2 = 240\ \Omega$

$R_1 = ?$

$$R_2 = R_1 \left[1 + \alpha_1 (t_2 - t_1)\right]$$

$$240 = R_1 \left[1 + 4{,}5 \,.\, 10^{-3} \,.\, (1800 - 18)\right]$$

$$240 = R_1 \left[1 + 4{,}5 \,.\, 10^{-3} \,.\, 1782\right]$$

$$240 = 9{,}02 \,.\, R_1 \Rightarrow \boxed{R_1 = 26{,}6\ \Omega}$$

Örnek 2: İletken bir telin 5 C° de direnci 5,5 Ω, 60 C° de direnci ise 6 Ω dur. Bu telin direncinin sıcaklıkla değişme katsayısını bulunuz.

$t_1 = 5$ C°

$R_1 = 5{,}5\ \Omega$

$t_2 = 60$ C°

$R_2 = 6\ \Omega$

$$R_2 = R_1 \left[1 + \alpha_1 (t_2 - t_1)\right]$$

$$6 = 5{,}5 \left[1 + \alpha_1 \,.\, (60 - 5)\right]$$

$$1{,}09 = 1 + \alpha_1 \,.\, 55$$

$$0{,}9 = \alpha_1 \,.\, 55 \Rightarrow \boxed{\alpha_1 = 1{,}63 \,.\, 10^{-3}}$$

Örnek 3: Uzunluğu 30 m. ve kesiti 0,2 mm^2 olan gümüş telin 20 C° deki direncini bulunuz. Bu telin direnci hangi sıcaklıkta 4 Ω olur?

Gümüş telin 20 C° deki direnci; $R_o = \rho \,.\, \frac{l}{S}$ formülüyle bulunur. Tablo 1.1'den gümüşün oda sıcaklığındaki özdirenci 0,016 Ω . mm^2 / m olarak bulunur.

$$R_o = 0{,}016 \cdot \frac{30}{0{,}2} = 2{,}4\ \Omega$$

$$R = R_o \left[1 + \alpha\,(t - t_o)\right]$$

$$4 = 2{,}4 \left[1 + 0{,}0038 \cdot (t - 20)\right]$$

$$1{,}67 = 1 + 0{,}0038\,t - 0{,}076$$

$$1{,}076 = 0{,}0038\,t \ \Rightarrow\ \boxed{t = 283{,}5\ C^\circ}$$

Örnek 4: Bir iletken telin 20 C° deki direnci 1 Ω'dur. Bu telin 0 C° deki ve 100 C° deki direnç değerini bulunuz. (α = 0,0038 1/ C°)

$t_1 = 20\ C^\circ$

$R_1 = 1\ \Omega$

$t_2 = 0\ C^\circ$

$R_2 = ?$

$$R_2 = R_1 \left[1 + \alpha\,(t_2 - t_1)\right]$$

$$R_2 = 1 \left[1 + 0{,}0039 \cdot (0 - 20)\right]$$

$$R_2 = 1 + 0{,}0039\,t - 0{,}078$$

$$\boxed{R_2 = 0{,}92\ \Omega}$$

$$R_2 = R_1 \left[1 + \alpha\,(t_2 - t_1)\right]$$

$$R_2 = 1 \left[1 + 0{,}0039 \cdot (100 - 20)\right]$$

$$R_2 = 1 + 0{,}39 - 0{,}078$$

$$\boxed{R_2 = 1{,}3\ \Omega}$$

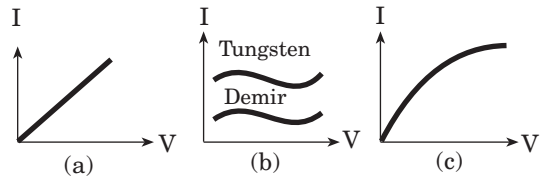
Yapılan işlemlerden görüldüğü gibi, sıcaklık arttıkça direnç artar, sıcaklık azaldıkça direnç azalır. 20 C° deki iletkenin direnci 1 Ω iken 100 C° de 1,3 Ω, 0 C° de ise 0,92 Ω olmuştur.

1.10 OHM KANUNU

Alıcının içinden geçen akım, alıcının uçlarına uygulanan gerilimle doğru, alıcının direnciyle ters orantılıdır. Bu tanıma "Ohm Kanunu" denir. Ohm kanununa göre; direnç gerilimin akıma oranıdır.

$$\boxed{R = \frac{U}{I}} \qquad \boxed{U = I \cdot R} \qquad \boxed{I = \frac{U}{R}}$$

R = U/I ifadesini ilk defa George Simon Ohm (1789 - 1854) bulduğu için bu ifade "Ohm Kanunu" olarak bilinir. $R = \frac{U}{I}$ ifadesinde, gerilim Volt (V), akım şiddeti Amper (A) alındığında direncin (R) birimi Ohm (Ω) dur.



Şekil 1.6

Bir elektrik devresinde alıcı uçlarına uygulanan gerilimin (U) volt cinsinden değeriyle, alıcıdan geçen akımın (I) amper cinsinden değerinin birbirine oranı (U/I) daima sabittir. Bir devrenin gerilimi hangi oranda artarsa, akımda aynı oranda artacaktır. O halde; bir iletkenin veya alıcının iki ucu arasındaki potansiyel farkının, iletkenden veya alıcıdan geçen akıma oranı sabittir ve bu sabite "iletkenin veya alıcının direnci" denir.

Bütün iletkenler Ohm kanununa uymazlar. Şekil 1.6 (b) de tungsten ve demir flamanlı ampullerin, gerilimle akımlarının nasıl değiştiklerini göstermektedir. Şekil 1.6 (c) deki grafik için de Ohm kanunu uygulanamaz.

Bir iletkenden 1 A geçtiğinde,iletken uçları arasında 1 V'luk potansiyel farkı meydana geliyorsa bu iletkenin direnci 1Ω'dur. Ohm (Ω) un üst katları, kiloohm (KΩ) ve megaohm (MΩ)'dur.

$1\ K\Omega = 10^{3}\ \Omega$ $\qquad$ $1\ \Omega = 10^{-3}\ K\Omega$

$1\ M\Omega = 10^{6}\ \Omega$ $\qquad$ $1\ \Omega = 10^{-6}\ M\Omega$

Örnek 1: Bir iletkenin uçları arasına 30 V'luk bir gerilim uygulandığında iletkenden 0,5 A şiddetinde bir akım geçiyor. İletkenin direncini bulunuz.

$$R = \frac{U}{I} = \frac{30\ V}{0{,}5\ A} = \underline{\underline{60\ \Omega}}$$

Örnek 2: Direnci 5 Ω olan bir lambanın uçlarına 60 V.luk bir potansiyel farkı uygulanırsa lambadan geçecek akımı bulunuz.

$$I = \frac{U}{R} = \frac{60\ V}{5\ \Omega} = \underline{\underline{12\ A}}$$

Örnek 3: İçinden 6 A akım geçen bir lambanın direnci 10 Ω dur. Bu lambanın uçları arasındaki gerilimi bulunuz.

$$U = I \cdot R = 6 \cdot 10 = \underline{\underline{60\ Volt}}$$

Örnek 4: Bir radyo devresindeki dirençte ölçülen akımın değeri 50 mA ve uçları arasındaki gerilim 100 mV olduğuna göre bu direncin değerini ve iletkenliğini bulunuz.

$$R = \frac{U}{I} = \frac{100\ mV}{50\ mA} = \underline{\underline{2\ \Omega}}$$

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{2} = \underline{\underline{0{,}5\ \text{℧}}}$$

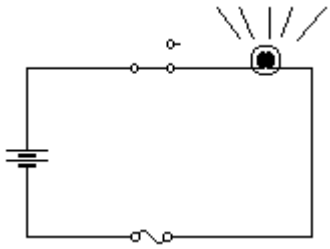
Örnek 5: Bir iletken telin uçları arasına 60 V. luk gerilim uygulandığında, iletkenin herhangi bir kesitinden 0,2 saniyede 2 μC'luk yük geçiyor.Buna göre iletkenin direncini bulunuz.

$$I = \frac{q}{t} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{0{,}2} = \underline{\underline{1 \cdot 10^{-5}\ A}}$$

$$R = \frac{U}{I} = \frac{60}{1 \cdot 10^{-5}} = \underline{\underline{6\ M\Omega}}$$

1.11 ELEKTRİK DEVRESİ

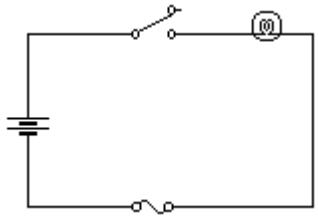
1. Kapalı Devre



Şekil 1.7: Kapalı Devre

Akım geçen devreye **kapalı devre** denir. Kapalı devrede, elektrik devresine kumanda eden anahtar kapalıdır ve akım normal geçerek, alıcıyı çalıştırır.

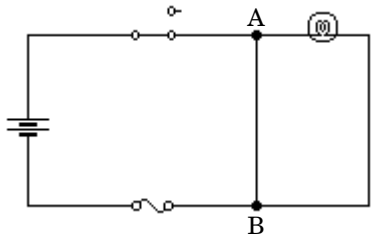
2. Açık Devre



Şekil 1.8: Açık Devre

Akımın geçmediği devreye **açık devre** denir. Açık devrede, anahtar açıktır veya istenilmeden devrede bir temassızlık ve kopukluk vardır. Bu durumda alıcıdan akım geçmediği için çalışmaz.

3. Kısa Devre



Şekil 1.9: Kısa Devre

Alıcıdan önce iletkenlerin herhangi bir nedenle birleşmesi neticesi, akımın alıcıya ulaşmadan, en kısa yoldan devresini tamamladığı devreye **kısa devre** denir. Kısa devre durumunda alıcı çalışmaz. Burada unutulmaması gereken, akım kısa yolu tercih eder. Akım, direnci büyük alıcıdan geçmek yerine, direnci sıfıra çok yakın A–B telinden devresini tamamlamak isteyecektir. Bu durumda devreden çok büyük akım geçeceğinden devreyi korumakla görevli sigorta atarak devreyi açık hale getirecektir.

Basit bir elektrik devresi 3 kısımdan oluşur:

1- KAYNAK: Buna üreteç veya verici de denir.Pil, akümülatör, jeneratör gibi elektronlara hareket verir.

2- YÜK: Buna alıcı da denir.Motor, elektrik ampulü, elektrik sobası gibi enerji harcayıcılarıdır.

3- İLETKENLER: Kablolardır. Yükün, gerilim kaynağına bağlanmasını sağlar.

Bir elektrik devresinde, devredeki akımı ölçen AMPERMETRE, gerilimi ölçen VOLTMETRE gibi ölçü aletleriyle birlikte devrenin açılıp kapanmasını sağlayan bir ANAHTAR ve devreyi aşırı akımdan koruyan bir SİGORTA bulunabilir.

1.12 ELEKTROMOTOR KUVVET (EMK)

Elektrik devrelerinde, elektriksel yüklerinin devreyi dolanabilmesi için üretecin enerji üretmesi gerekir. Birçok enerji kaynakları mevcuttur. Örneğin, bir batarya kimyasal enerjiyi elektrik enerjisine çevirirken, bir güneş pili ışık enerjisini elektrik enerjisine çevirir. Bir termokupl, sıcaklık farkını elektrik enerjisine çevirir.

Elektrik devresinde, yüklerin devreyi dolanabilmesi için üretecin enerji üretmesi gerekmektedir. Böyle bir devrede q kadar bir yükün devreyi tamamen dolanabilmesi için gereken enerji W olsun. Bu enerjiyi ise üreteç üretmektedir. Birim yükün devreyi tamamen dolanabilmesi için üretecin ürettiği enerjiye o üretecin **elektromotor kuvveti** denir. Kısaca **emk** olarak bilinir ve ε ile gösterilir. Tanıma göre emk'in formülü;

$\varepsilon = \frac{W}{q}$ olur. Bu formülde;

W = Joule (J) cinsinden enerji,

q = Coulomb (C) cinsinden elektrik yükü,

ε = Volt cinsinden elektromotor kuvveti'dir.

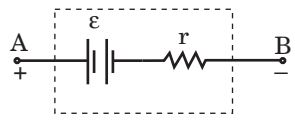
MKS birim sisteminde emk'nin birimi Joule / Coulomb veya Volt'tur.

Bazen yanlışlıkla emk'ine gerilim veya voltaj terimleri de kullanılır. Oysa, gerilim bir güç kaynağı olmayıp bir emk kaynağının iki ucu arasındaki potansiyel farkıdır.

Kısaca özetlenecek olursa;

emk, birim yükün devreyi tamamen dolaşabilmesi için üretecin ürettiği enerjidir. Bu emk adı, elektronları hızlandırıcı anlamında kullanılmaktadır.

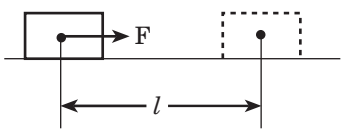
Gerilim ise emk kaynağının iki ucu arasındaki potansiyel farkıdır.



Şekil 1.10

Şekil 1.10'da A ucu üretecin (+), B ucu ise (-) ucudur. r ise kaynağın iç direncidir. ε değerine üretecin emk'i, A - B noktalarındaki gerilim ise üretecin gerilimidir. Gerilim düşümleri U ile emk ise ε ile gösterilir.

1.13 ELEKTRİK ENERJİSİ ve GÜCÜ



Şekil 1.11

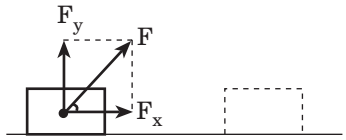
Bir cisme kuvvet uygulandığında, cisim kendi yönü ve doğrultusunda hareket edebiliyorsa **iş** yapıyor demektir. Bir cismi yatay yol boyunca hareket ettiren kuvvet, bir ucu sabit bir yayı sıkıştıran kuvvet, lastik şeridi uzatan kuvvet iş yapar. Durmakta olan bir kamyonu tek başına iten bir kişi, kamyonu harekete geçiremez, fakat yorulur. Kamyonu iten kişi, fiziksel anlamda iş yapmaz.

Şekil 1.11'de bir cisim F kuvveti ile yatay bir sürtünmesiz bir yerde *l* kadar yer değiştirilmiştir. Burada yapılan iş; $W = F \cdot l$ dir.

F = Newton (N) cinsinden kuvvet,

l = metre cinsinden cismin yer değiştirmesi,

W = N . m veya Joule (J) cinsinden kuvvetin yaptığı işi gösterir.



Şekil 1.12

Şekil 1.12'de cisme uygulanan F kuvvetinin F_x ve F_y gibi iki bileşeni mevcuttur. Burada, F_y bileşeni cisme hareket kazandırmadığı için iş yapamaz. F kuvvetinin yatay bileşeni olan F_x, cisme yol aldırdığı için iş yapar. Burada,

$F_x = F \cdot \cos \Theta$ $\quad W = F_x \cdot l$ $\quad \boxed{W = F \cdot l \cdot \cos \Theta}$ dır.

İşin, MKS birim sistemindeki birimi Newton . metre (N. m)'dir. CGS birim sisteminde, kuvvetin birimi dyn (din), yolun birimi cm olduğundan;

Joule = Newton . metre

Erg = Dyn . cm

Joule = Newton . metre

Joule = 10^5 dyn . 10^2 cm

Joule = 10^7 erg'dir.

İşin birimi $\frac{\text{N . m}}{}$ veya $\frac{\text{Joule (J)}}{}$'dür.

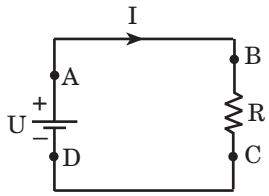
İş yapabilme yeteneğine **enerji** denir. Bir cisim, iş yapma yeteneğine sahip ise bunların bir enerjiye sahip olduğu söylenir. Isıtılmış buharda enerji vardır, bir pistonu hareket ettirebilir. Uzamış bir yayda enerji vardır, bir kapıyı kapatabilir. Mekanik enerji; potansiyel ve kinetik enerji olmak üzere ikiye ayrılır. Potansiyel enerji, cisimlerin konumları nedeniyle sahip olduğu enerjidir. Kinetik enerji ise hareket halindeki cisimlerin sahip olduğu enerjidir.

İş yapmak kadar, o işi kısa zaman içerisinde yapmakta önemlidir. Güç, bu nedenle tanımlanır. Birim zamanda yapılan iş miktarına **güç** denir. Başka bir ifadeyle güç, iş yapma hızı olarakta tanımlanabilir.

$$\text{Güç} = \frac{\text{İş}}{\text{Zaman}} = \frac{W}{t}$$

Bu formülde gücün birimi $\frac{\text{Joule}}{\text{Saniye}}$ veya **Watt (W)'**tır. CGS birim sisteminde Joule'ün karşılığı erg olduğu için gücün birimi erg/saniye'dir.

Şekil 1.13'te verilen basit bir elektrik devresini düşünelim. Burada, R direnci bir üretece bağlanmıştır. Bu devrede, A noktasından harekete başlayıp B'ye, C'ye oradan D'ye ulaşan bir q yükü düşünelim. Bu, q yükünün enerjisi B'den C'ye geçerken, direnç (R) içindeki atom ve moleküllerle çarpışarak ısı enerjisine dönüşür. Bu devredeki bağlantı tellerinin iç direncini ihmal edersek q yükü tekrar üretece ulaştığında enerji kazanır.



Şekil 1.13

q yükünün U potansiyel farkı altında kazandığı enerji

$$\mathbf{W = q \cdot U}$$ dur.

$I = \frac{q}{t}$ ise $q = I \cdot t$ olduğundan;

$$\mathbf{W = I \cdot t \cdot U = U \cdot I \cdot t}$$ bulunur

Bu ifadede $U = I \cdot R$ değeri yerine yazılırsa,

$$\mathbf{W = I^2 \cdot R \cdot t}$$ elde edilir.

Bu ifadeye **Joule Kanunu** adı verilir. Bu ifade, R dirençli bir iletkenden, I şiddetindeki bir akım t sürede geçtiğinde, iletkenin üzerindeki ısıya dönüşen elektrik enerjisini verir. Burada, W'nin birimi Joule (J)'dür.

Şekil 1.13'deki devrede, elektrik enerji kaynağının emk'i iletken içerisindeki elektronları harekete geçirmekte ve bunlara bir hız, dolayısıyla bir hareket (kinetik) enerji kazandırmaktadır. Bu kinetik enerji; silahın namlusundan çıkan merminin kinetik enerjisine veya bir sapanla atılan taşın kazandığı kinetik enerjiye benzetilebilir.

Üreteç tarafından elektronların kazandığı bu enerjinin bir kısmı iletken veya direnç içinde harcanır ve ısıya dönüşen bu enerjiden yararlanılamadığı için «enerji kaybı»dır.

Çoğu devrelerde elektronlar, taşıdığı enerjinin büyük kısmını devredeki almaca aktarırlar. Örneğin; bu enerji elektrik motorunu çevirerek, elektrik ocağını ısıtarak veya lambada ışık verdirerek bir iş yapar. Bu elektriki iş, enerji kaynağının (üreteç, emk) değeri ile ilgilidir. O halde;

Elektrik devresindeki iş, üretecin gerilimi ile doğru orantılıdır.

Diğer yandan, belli bir sürede bir devreden ne kadar çok elektron harekete geçirebilirse yani devredeki akım şiddeti ne kadar büyük olursa görülecek iş de o kadar büyük olur. Buna göre;

Elektrik devresindeki iş, akım şiddeti ile doğru orantılıdır.

Ayrıca, elektrik devresinde yapılan iş, akımın devreden geçme süresine bağlıdır. Akımın geçme süresi ne kadar uzun olursa, taşınan enerji ve buna bağlı olarak yapılan iş o kadar büyük olacaktır. Bu durumda;

Elektrik devresindeki iş, zaman ile de doğru orantılıdır.

İş = Gerilim . Akım . Zaman

$$\boxed{W = U \,.\, I \,.\, t}$$

Joule (J) Volt (V) Akım (A) Saniye (s)

Birim zamanda yapılan işe **güç** denir. Yapılan iş, işi yapan makina veya bir üretecin özelliğini tam olarak belirtmez. Örneğin, bir makina bir işi 2 saatte yaparken, diğer makina aynı işi 4 saatte yapsın. Bu örnekte iki makinada aynı işi yapıyor. Fakat, iş görme yetenekleri birbirinden farklıdır. Bu işi 2 saatte yapan makina veya cihaz diğerinden daha güçlüdür.

İş yapmak kadar, o işi kısa zamanda yapmakta önemlidir. Bu nedenden dolayı güç tanımlanır. Güç, birim zamanda yapılan iş miktarı, olarak veya iş yapma hızı olarakta tanımlanabilir. Güç, bir saniyede yapılan iştir. Yapılan tanıma göre,

$P = \frac{W}{t}$ olarak yazılabilir.

W = U . I . t olduğuna göre;

$P = \frac{U \,.\, I \,.\, \not{t}}{\not{t}} \Rightarrow \boxed{P = U \,.\, I}$ dır.

$W = I^2 \,.\, R \,.\, t$ elde edildiğine göre;

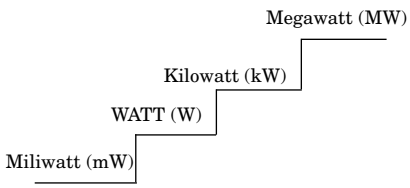
$P = \frac{I^2 \,.\, R \,.\, \not{t}}{\not{t}} \Rightarrow \boxed{P = I^2 \,.\, R}$ olur.

P = U . I formülünde $I = \frac{U}{R}$ yazarsak;

$P = U \,.\, \frac{U}{R} \Rightarrow \boxed{P = \frac{U^2}{R}}$ elde edilir.

Akım birim Amper (A), gerilim birimi Volt (V), direnç birimi Ohm (Ω) alındığında güç birimi **Watt (W)** olmaktadır. 1 Watt, bir amper şiddetindeki bir elektrik akımının, bir Volt'luk gerilim altında yaptığı iştir. Watt sözcüğü, 1736–1819 yıllarında yaşayan buhar makinasıyla ilgili buluşu ile ün yapan İskoçyalı mühendis mekanikçi olan James Watt'ın adından alınmıştır.

Watt biriminin kullanılan ast ve üst katları ile bunların arasındaki ilişki $10^{\pm 3}$'tür.



$1mW = 10^{-3}$ W $1\ W = 10^{3}$ mW

$1kW = 10^{3}$ W $1\ W = 10^{-3}$ kW

$1MW = 10^{6}$ W $1W = 10^{-6}$ MW

Bu devreye, enerji kaynağı olan üretecin verdiği iş;

$W = U \cdot I \cdot t$ idi. $U \cdot I = P$ dersek,

$W = P \cdot t$ halini alır. O halde, elektrikteki iş birimi **Joule** veya **Wattsaniye (Ws)** olur.

Enerji birimi Ws küçük bir değerdir. Gücü, 1 W olan bir elektrikli ısıtıcının bir saatte sarfettiği elektrik enerjisi «1 watt - saat»tir. 1 saat, 3600 saniye olduğuna göre 1 Watt - saat = 3600 Joule eder.

Gücü 1 kW olan ısıtıcının bir saatte sarfettiği enerji 1 kWatt -saat (1 kW-h)'tır.

1 kW = 1000 W

1 saat = 3600 saniye olduğuna göre;

1 kW - h = 1000 Watt – saat

1 kW - h = $3{,}6 \cdot 10^{6}$ Joule eder.

Elektrikte, Horse Power olarak anılan ve HP ile sembolize edilen bir başka güç birimi de **Beygir Gücü**'dür. Bir saniyede 736 Joule'luk iş yapan motorun gücü 1 beygir gücüne eşittir.

1 HP = 736 W = 0,736 kW

1 kW = 1,36 HP'dir.

Elektrik faturalarından da hatırlanacağı gibi elektrik enerji birimi **kilowatt-saat (kW-h)** olarak ifade edilmektedir. kW-h ifadesinde, güç birimi kilowatt (kW), zaman birimi olarak da saat (h) alınmıştır.

Örnek 1: Üzerinden 3 A. lik akım geçen ve direnci 12 Ω olan bir lambanın gücünü bulunuz.

$P = I^2 \cdot R = (3)^2 \cdot 12 = 9 \cdot 12 = \underline{\underline{108\ W}}$

Örnek 2: Direnci 500 Ω olan bir cihaz 2000 W'a kadar çalışmaktadır. Bu cihazın çekebileceği max akımı bulunuz.

$P = I^2 . R \Rightarrow 2000 = I^2 . 500 \Rightarrow I^2 = 4 \Rightarrow \underline{I = 2\ A}$

Örnek 3: Bir elektrikli ısıtıcının üzerinde 220 Volt – 120 W yazmaktadır.

a) Elektrikli ısıtıcının direncini,

b) 3 dakikada üreteceği enerjiyi bulunuz.

a) $P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow 120 = \frac{(220)^2}{R} = \frac{48400}{R}$

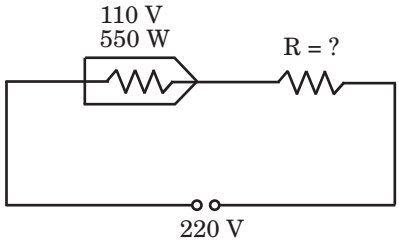
$120 = \frac{48400}{R} \Rightarrow 120 . R = 48400 \Rightarrow \boxed{R = 403{,}33\ \Omega}$

b) $W = P . t$

$W = 120\ (3 . 60)$

$\boxed{W = 21600\ Joule}$

Örnek 4:



Üzerinde 550 W – 110 Volt yazan bir ütü 220 V.luk gerilimde şekildeki gibi bir R direnciyle kullanılacaktır. Ütünün çalışması için R direncinin ne olacağını bulunuz.

$P = U . I \Rightarrow 550 = 110 . I \Rightarrow \underline{I = 5A}$

220 V.luk gerilimin 110 V. u ütü üzerinde olduğu için 110 Voltta R direnci üzerinde olmalıdır. Öyleyse, R üzerindeki gerilim 110 V, geçen akım ise 5 A. dir.

$R = \frac{U}{I} = \frac{110\ V}{5\ A} \Rightarrow \boxed{R = 22\ \Omega}$

Örnek 5: Direnci 10 Ω olan bir elektrikli ısıtıcı 220 Volt'luk bir doğru akım kaynağına bağlanmıştır. Buna göre;

a) Isıtıcıdan geçen akımı,

b) Isıtıcının gücünü,

c) Isıtıcının 10 saniyede vereceği ısı enerjisini,

d) Bu ısıtıcı, 2 saat kullanıldığında kW – saat'i 1 TL. den kaç TL.'lik elektrik enerjisi sarfetmiş olur?

a) $I = \frac{U}{R} = \frac{220}{10} = \underline{22\ A}$

b) $P = U \cdot I = 220 \cdot 22 = \underline{4840\ W}$

c) $W = P \cdot t = 4840 \cdot 10 = \underline{48400\ Joule}$

d) $P = 4840\ W = 4{,}84\ kW$

$W = P \cdot t$'den $W = 4{,}84 \cdot 2 = \underline{9{,}68\ k\ W - h}$

1 kW – h'ı 1 TL olursa

9,68 kW – h'ı x

x = 9,68 TL.

Örnek 6: Bir evde 400 W. lık televizyon, 200 W. lık elektrikli süpürge, 1200 W. lık ütü ve 100 W. lık iki ampul, bir günde ortalama 6 saat çalıştırılırsa, 30 günde harcanan elektrik enerjisi kaç kW – saat olur?

$P_T = 400 + 200 + 1200 + 2 \cdot 100 = 2000\ W$

$P_T = 2\ kW$

Günlük enerji tüketimi,

$W = P_T \cdot t = 2\ kW \cdot 6\ saat = \underline{12\ kW - h}$

Aylık enerji tüketimi,

$W_T = 12 \cdot 30 = \underline{360\ kW - h}$

Örnek 7: Üzerinde 10 Volt – 20 W yazan bir ampulü 50 Volt'luk gerilimde çalıştırabilmek için seri bağlanacak direncin değerini bulunuz.

$P = U \cdot I \Rightarrow 20 = 10 \cdot I \Rightarrow I = 2A$

$$R = \frac{U}{I} = \frac{10V}{2\,A} = 5\ \Omega$$

Bu lambanın 50 V luk gerilim altında normal ışığını verebilmesi için direncinden yine 2 A lik akımın geçmesi gerekir. Bunun sağlanabilmesi için lambanın yeni direncinin,

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{50}{2} = 25\ \Omega$$ olması gerekir.

Lambanın 5 Ω olan direncinin 25 Ω'a çıkarmak için $R_x = 25–5 = 20\ \Omega$'luk direnci lambaya seri bağlamak gerekir.

Örnek 8: 60 W lık bir ampul 220 V luk şehir şebekesine takılarak 4 saat çalıştırılıyor.

a) Ampulün, şehir şebekesinden çektiği akımı bulunuz.

b) Ampulün direncini bulunuz.

c) Gelen elektrik faturalarında 1 kW – saat'lik enerji 1 TL ise elektrik borcunuzun ne kadar olacağını hesaplayınız.

a) $P = U \cdot I \Rightarrow 60 = 220 \cdot I \Rightarrow$ $\boxed{I = 272\ mA}$

b) $P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow 60\ \frac{48400}{R} \Rightarrow 60 \cdot R = 48400$ $\boxed{R = 806{,}67\ \Omega}$

c) $W = P \cdot t = 0{,}06 \cdot 4 = 0{,}24\ kW – h$

1 kW – h	1 TL
0,24 kW – h	x

$\boxed{x = 0{,}24\ TL.}$

Örnek 9: Bir bataryanın üzerinde 3 Amper–saat yazmaktadır 10 Ω'luk bir kalp cihazı, iç direnci önemsenmeyen bu bataryanın kutuplarına bağlandığında bu cihaz 0,25 A akım çekmektedir. Batarya kaç saatte tükenir?

0,25 A	1 saat
3 A	x

$$x = \frac{3}{0{,}25} = \underline{12\ saat}$$

Örnek 10: 50 kW'lık bir dinamo 2 kV'luk gerilim altında çalışmaktadır. Dinamodan üretilen gerilim, 4 Ω'luk dirence sahip bir kablodan geçmektedir.

a) Kablo üzerindeki gerilim düşümünü,

b) Kabloda kaybolan gücü bulunuz.

a) $P = U \cdot I \Rightarrow 50.000 = 2000 \cdot I$

$I = 25$ A

$U = I \cdot R = 25 \cdot 4 = \underline{100 \text{ Volt}}$

b) $P = U \cdot I = 100 \cdot 25$

$P = 2500$ W

$\boxed{P = 2{,}5 \text{ kW}}$

Bir iletkene gerilim uygulandığında, iletkende bir elektrik alanı oluşur. Bu elektrik alan kuvveti, iletken yapısındaki serbest elektronlara bir hız kazandırır. Hızlanan elektronlar, iletkenin atom ve moleküllerine çarparak kinetik enerjilerini bu parçacıklara aktarırlar. Bunun sonucunda da içinden akım geçen iletken ısınır. Serbest elektronların, iletken içindeki atom ve moleküllere çarparak oluşturduğu bu ısı, iletkenin de ısınmasını sağlar. Dolayısıyla; elektrik enerjisi, ısı enerjisine dönüşmüş olur.

İçinden akım geçen iletken ısınarak, daha önceden görüldüğü gibi $W = P \cdot t$ işini meydana getirir. Güç (P) yerine; $U \cdot I$, $I^2 \cdot R$ ve U^2/R yazarsak;

$W = U \cdot I \cdot t$ $\quad W = I^2 \cdot R \cdot t$ $\quad W = \dfrac{U^2}{R} \cdot t$ formülleri bulunur.

$W = I^2 \cdot R \cdot t$'ye göre **Joule Kanunu** adı verilen bu ifadede W, R dirençli iletkenden I şiddetindeki bir akım t süre geçtiğinde, iletkenin üzerinde ısıya dönüşen elektrik enerjisini verir. O halde;

Joule Kanunu, «Üzerinden akım geçen bir iletkenden yayılan ısı miktarı, iletkenin direnci, akım şiddetinin karesi ve akımın geçiş süresi ile doğru orantılıdır» olarak tarif edilir.

Elektriksel işin, kalori (cal) cinsinden ifadesini bulmak gerekir.

$\boxed{1 \text{ Joule} = 0{,}24 \text{ Cal}}$ veya $\boxed{1 \text{ Cal} = 4{,}18 \text{ Joule}}$ dür.

İletkenden yayılan ısı miktarını Q ile gösterirsek;

$Q = 0{,}24 \text{ W}$ olur. W yerine $P \cdot t$ yazarsak;

$\boxed{Q = 0{,}24 \cdot U \cdot I \cdot t}$ $\quad \boxed{Q = 0{,}24 \cdot I^2 \cdot R \cdot t}$

$\boxed{Q = 0{,}24 \dfrac{U^2}{R} \cdot t}$ formülleri elde edilir. Burada;

Q = İletkenden yayılan ısı miktarını (cal),

W = İletkendeki ısı enerjisini (Joule, J),

U = İletkene uygulanan gerilimi (V),

I = İletkenden geçen akımı (A),

t = İletkenden akımın geçtiği süre (saniye)'yi gösterir.

Joule birimi, 1818–1889 yıllarında yaşayan İngiliz fizik bilgini James Prescott JOULE'dan gelmektedir. Joule, ısının mekanik eşdeğerini bularak ve değişik enerji türlerinin birbirine dönüştürebileceğini göstermiştir.

1 Cal; bir gram suyun sıcaklığını 1 C° yükseltmek için gerekli ısı değeridir.

İlk sıcaklığı t_1 olan bir sıvının, Q ısısının alarak, sıcaklığı t_2 oluyorsa Q ısı miktarı,

$\boxed{Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1)}$ formülüyle bulunur. Bu formülde;

Q = Cal cinsinden ısı miktarı,

m = gram cinsinden sıvı miktarı,

c= Cal/g cinsinden özgül ısı, (bir maddenin 1 gramının sıcaklığını 1 C° yükseltmek için gerekli olan ısıya özgül ısı denir.)

t_1 = C° cinsinden ilk sıcaklık

t_2 = C° cinsinden son sıcaklıktır.

Özgül ısı (c)'ya tablo 1.3'ten bakılabilir.

Maddenin Adı	Özgül Isı
Alüminyum	0,21
Gümüş	0,056
Bakır	0,093
Su	1
Cam	0,14
Buz	0,5
Civa	0,033
Demir	0,11
Çelik	0,15
Platin	0,032

Tablo 1.3: Özgül Isı Cetveli

Örnek 1: Bir ısıtıcı 60 Volt'luk bir üretecin kutuplarına bağlıyken ısıtıcıdan 2 A akım geçmektedir. 1 dakikada, ısıtıcıdan açığa çıkan enerjiyi bulunuz.

U= 60 V

I = 2 A

t = 1 dk = 60 sn.

W = ?

W = U . I . t

W = 60 . 2 . 60

$\boxed{W = 7200\ J}$

Örnek 2: Direnci 22 Ω olan bir elektrikli ısıtıcı 220 Volt'luk bir gerilime bağlanmıştır.

a) Isıtıcıdan geçen akımı, b) Isıtıcı gücünü, c) Isıtıcının 1 dakikada vereceği ısı enerjisini Joule ve Cal cinsinden bulunuz.

R = 22 Ω
U = 220 V
I = ?
P = ?
W = ?
Q = ?

a) $I = \frac{U}{R} = \frac{220}{22} = \underline{10\ A}$

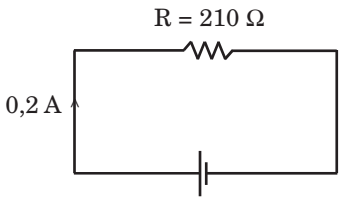
b) P = U . I = 220 . 10 = 2200 W = 2,2 kW

c) W = P . t = 2200 . 60 = 132.000 J

1 Joule 0,24 cal
132000 Joule Q

Q = 31680 Cal

Örnek 3:



Şekildeki devrede direnci 210 Ω olan iletkenden 2 dakikada ne kadarlık ısı yayılır?

$Q = 0{,}24 \cdot I^2 \cdot R \cdot t$ $Q = 0{,}24 \cdot 0{,}04 \cdot 210 \cdot 120$

$Q = 0{,}24\ (0{,}2)^2 \cdot 210 \cdot (2 \cdot 60)$ Q = 242 Cal

Örnek 4: Üzerinden 5 A akım geçen R dirençli bir iletken 1 kg. lık suyun içine daldırılıyor. 1 dakika içinde suyun sıcaklığı 30 C° arttığına göre R direncinin değerini bulunuz.

I = 5 A
m = 1 kg = 1000 g.
t = 1 dk = 60 sn.
Δt = 30 C°
R = ?

Q = m . c . Δt
(c değeri su için 1'dir)
$0{,}24 \cdot I^2 \cdot R \cdot t = m \cdot c \cdot \Delta t$
0,24 . 25 R . 60 = 1000 . 1 . 30
360 R = 30000
R = 83,33 Ω

Örnek 5: 1260 W lık bir direnç teli 20 C° deki 0,8 kg suyun sıcaklığını ne kadar zamanda 80 C ° ye çıkarır?

$P = 1260$ W

$t_1 = 20$ C°
$t_2 = 80$ C°
$\Delta t = 80 - 20$
$\Delta t = 60$ C°

$m = 800$ g.

$t = ?$

$C_{su} = 1$

$Q = m \cdot c \cdot \Delta t$

$Q = 0{,}24 \cdot \overbrace{U \cdot I}^{P} \cdot t$

$0{,}24 \cdot 1260 \cdot t = 800 \cdot 1 \cdot (80 - 20)$

$302{,}4 \cdot t = 48000$

$\boxed{t = 158{,}73 \text{ saniye}}$

Örnek 6: Bir elektrikli su ısıtıcısının direnci 1,2 K Ω olup 220 V'ta çalışmaktadır. Bu ısıtıcı ile 500 gram suyun sıcaklığı 5 dakikada 10 C° den kaç C° ye çıkarılabilir?

$R = 1{,}2$ K Ω $= 1200$ Ω

$U = 220$ V

$m = 500$ gr.

$\Delta t = 5 \cdot 60 = 300$ s

$t_1 = 10$ C°

$\Delta t = ?$

$t_2 = ?$

$C_{su} = 1$

$Q = m \cdot c \cdot \Delta t$

$$0{,}24 \cdot \frac{U^2}{R} \cdot t = m \cdot c \cdot \Delta t$$

$$0{,}24 \cdot \frac{(220)^2}{1200} \cdot 300 = 500 \cdot 1 \cdot \Delta t$$

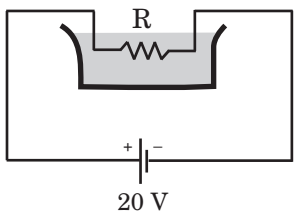
$2904 = 500 \cdot \Delta t$

$\Delta t = 5{,}8$ C°

$\Delta t = t_2 - t_1$

$5{,}8 = t_2 - 10$ $\quad \boxed{t_2 = 15{,}8 \text{ C°}}$

Örnek 7:



Şekildeki devrede, direncin değeri 10 Ω olup kapta 0 C° de 300 gram su bulunmaktadır.

Devre 5 dakika çalıştırılırsa suyun sıcaklığı kaç C° değişir? (Kabın aldığı ısı önemsenmiyor.)

Devreden geçen akım, $I = \frac{20}{10} = 2$ A. dir.

$t = 5$ dakika $= 5 \cdot 60 = 300$ sn. de dirençten açığa çıkan enerji,

$W = I^2 \cdot R \cdot t = (2)^2 \cdot 10 \cdot 300 = 12000$ Joule

1 Cal 4,18 Joule

Q 12000 Joule

$$Q = \frac{12000}{4,18} = 2870,81 \text{ Cal}$$

$Q = m \cdot c \cdot \Delta t$

$C_{su} = 1$ olduğuna göre;

$2870,81 = 300 \cdot 1 \Delta t$

$\boxed{\Delta t = 9,57\ C^\circ}$

Suyun ilk sıcaklığı 0 C° olduğu için son sıcaklığı 9,57 C° olacaktır.

BÖLÜM

2

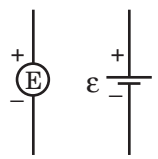
DEVRE MODELLERİ

- ✓ *Devre Değişkenleri*
- ✓ *Aktif Elemanlar*
- ✓ *Pasif Elemanlar*
- ✓ *Gerilim Kaynakları*
- ✓ *Akım Kaynakları*
- ✓ *Bağımsız Kaynak Dönüşümleri*
- ✓ *Seri Gerilim Kaynakları*
- ✓ *Paralel Akım Kaynakları*
- ✓ *Paralel Bağlı Akım ve Gerilim Kaynaklarının Toplanması*
- ✓ *İdeal Kaynakların Gerçek Kaynak Durumuna Geçirilişi*
- ✓ *Paralel Dirençleri Besleyen Gerilim Kaynakları*
- ✓ *Seri Dirençleri Besleyen Akım Kaynakları*

Elektrik devreleri; teller, dirençler, bobinler ve kondansatörler gibi fiziki elemanların uçlarının çeşitli şekillerde birleştirilmelerinden elde edilir.

2.1 DEVRE DEĞİŞKENLERİ

Bir elektrik devresinde, ENERJİ ölçülebilen bir değer değildir.Ancak; enerji miktarı, ölçülebilen AKIM ve GERİLİM değerleri yardımıyla elde edilir. Bir devredeki akım yönü bir ok ile gösterilir. Gerilimin ise akım anlamında yönü yoktur. POLARİTESİ (kutbu) vardır. Polarite işaretleri (+) ve (–) dir. U_{AB} denildiğinde A noktası potansiyelinin, B noktası potansiyelinden daha yüksek olduğunu gösterir. I_{AB} denildiğinde ise akım yönünün A noktasından B noktasına olduğu anlaşılmalıdır.



Doğru akım (DC - Direct Current) devrelerinde gerilim kaynakları şekil 2.1'de olduğu gibidir.

Şekil 2.1

Akım, akım yoluna konulan ve AMPERMETRE adı verilen ölçü aletiyle ölçülür. Ampermetrenin ibresi, akım ile orantılı olarak hareket eder. Ampermetre devreye SERİ olarak bağlanır. İdeal bir ampermetrenin iç direnci sıfırdır.İdeal ampermetrenin iç direnci sıfır olduğu için devreden enerji çekmez ve uçlarındaki gerilim düşümü sıfırdır.

Potansiyel farkı VOLTMETRE ile ölçülür ve voltmetre, potansiyel farkı ölçülecek uçlar arasına paralel bağlanır. İdeal voltmetrenin iç direnci sonsuz büyüklüktedir.

Uygulamalarda, voltmetreler ve ampermetreler hiçbir zaman ideal olmazlar. Gerçek voltmetrenin iç direnci çok büyük, ampermetrenin ise sıfıra yakındır.

2.2 AKTİF ELEMANLAR

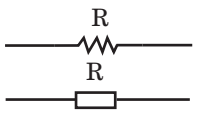
Elektrik devrelerindeki aktif elemanlar, kaynaklardır ve devreye enerji verebilme yeteneğine sahiptir.

2.3 PASİF ELEMANLAR

Elektrik devrelerindeki pasif elemanlar; direnç, bobin, kondansatör olup ya enerji çeker veya enerjiyi depo ederler.

2.3.1 DİRENÇ

Akıma karşı gösterilen zorluğa direnç denir. Direnç elemanı, akım sınırlayıcı ve voltaj bölücü devrelerde çok kullanılır.



Şekil 2.2

Direnç sembolleri şekil 2.2'de gösterilmiştir. R ile gösterilir ve birimi Ω (ohm) dur. Elektrik devrelerinde dirençte harcanan güç, ısı şeklinde açığa çıkar. Direnç, enerji harcayan bir eleman olduğundan pasif elemandır.

2.3.2 BOBİN

İçinden akım geçmesiyle enerji depolayan elemana **bobin (endüktans)** denir. Bir bobinde, gerilimle akım arasındaki bağıntı;

$u = L \cdot \frac{di}{dt}$ dir. Burada; L bir orantı sabiti olup ENDÜKTANS adını alır.

u; elemanın uçları arasındaki gerilimin ani değeri,

$\frac{di}{dt}$; akımın zamana göre türevi veya akımın değişme hızıdır.

$u = L \cdot \frac{di}{dt}$ formülü;

$i = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{t} u \, dt$ şeklinde yazılabilir.

Bir bobindeki ani güç;

$P = u \cdot i = L \cdot i \cdot \frac{di}{dt}$ dir. Burada; akım değişmediği durumlarda $\frac{di}{dt} = 0$ ve P = 0' dır.

Bu denklemin integrali alınırsa;

$W_L = \int_{-\infty}^{t} u \cdot i \, dt = \int_{-\infty}^{t} L \cdot i \cdot \frac{di}{dt} \, dt = \int_{0}^{t} L \, i \, di = \frac{1}{2} L \, i^2$ olur.

Burada;

W_L = t anında bobinde depo edilen enerji,

i = t anında bobinden geçen akımdır.

Akım arttıkça güçte artar ve endüktöre daha fazla enerji verilir. Şu halde, bobindeki enerji, akımın ani değerine ve yalnız akımın fonksiyonuna bağlıdır. Gerilimin hiçbir etkisi yoktur.

Bobinin, endüktif reaktansı $X_L = 2\pi$ fL olduğu için, doğru akım (DC) devrelerinde bobin kısa devre özelliği gösterir. Çünkü, doğru akımda frekans olmadığı için $X_L = 2\pi \cdot 0 \cdot L = 0$'dır.

2.3.3 KONDANSATÖR

Uçlarındaki gerilimle orantılı olarak enerji depolayan elemana **kondansatör (kapasitör)** denir. Bir kondansatör için;

Gerilim denklemi : $u = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t} i.\, dt$

Akım denklemi : $i = C \cdot \frac{du}{dt}$

Devredeki ani güç : $p = u \cdot i = C \cdot u \cdot \frac{du}{dt}$ dir.

Gerilim sabit olunca $\frac{du}{dt} = 0$'dır. u değeri arttırılırsa, kondansatöre verilen enerji de artar. Son denklemin integrali alınırsa;

$$W_C = \int_{-\infty}^{t} u \cdot i\, dt = \int_{-\infty}^{t} C \cdot u \cdot \frac{du}{dt}\, dt = \int_{0}^{u} C \cdot u \cdot du = \frac{1}{2} C \cdot u^2 \text{ olur.}$$

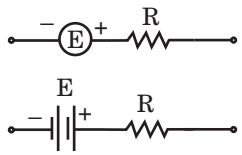
W_C formülüne göre, kondansatörde depo edilen enerji, kondansatör uçlarındaki gerilimin fonksiyonudur ve akımla bir ilgisi yoktur.

Kondansatörün kapasitif reaktansı $X_C = 1/2\pi$f C olduğu için, doğru akım (DC) devrelerinde kondansatör açık devre özelliği gösterir.Çünkü, doğru akımda frekans olmadığı için $X_C = 1/2\pi \cdot 0.C = 1/0 = \infty$ dur.

2.4 GERİLİM KAYNAKLARI

İdeal devre modelinde, gerilim kaynağının uçları arasındaki GERİLİM SABİT OLUP, verdiği akım miktarına bağlı değildir. Böylece, ideal bir gerilim kaynağının uçlarına sıfır direnç bağlanırsa (uçlar kısa devre yapılırsa) kaynaktan çekilen akım (I = U/R = U/0 = ∞) ve dolayısıyla güç sonsuz olur.

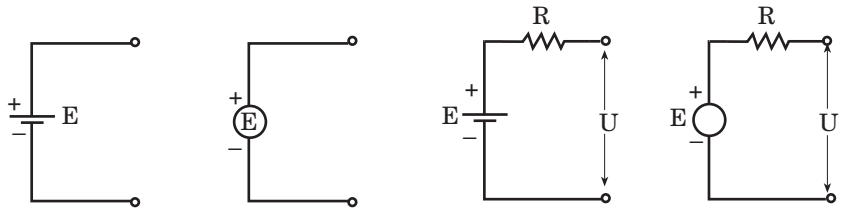
Gerçek bir gerilim kaynağının modeli, ideal gerilim kaynağıyla buna seri bağlı ideal bir dirençtir.



Şekil 2.3

Buna göre, gerilim kaynaklarından, ancak az akım çekildiği veya iç direnci sıfıra yaklaştığı zaman ideale yaklaşır.

2.4.1 Bağımsız Gerilim Kaynakları

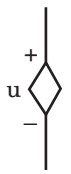


Şekil 2.4: İdeal Gerilim Kaynağı *Şekil 2.5: Gerçek Gerilim Kaynağı*

İdeal gerilim kaynağının iç direnci sıfırdır. Çekilen akım ne olursa olsun, ideal gerilim kaynağının gerilimi değişmez. İdeal bir gerilim kaynağı uygulamada yoktur. İdeal gerilim kaynağına seri R direnci (iç direnç) bağlanırsa gerçek gerilim kaynağı elde edilir.

Şekil 2.4 te gösterilen üretecin emk'i E dir. Buradaki emk, elektronları hızlandırıcı anlamındadır.emk ile gerilim farklı ifadelerdir. Gerilim (U) ise emk kaynağının iç direnç dahil iki uç arasındaki potansiyel farkıdır.

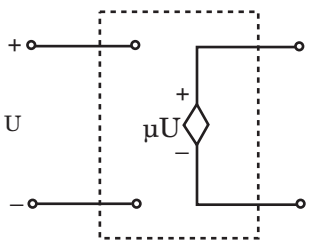
2.4.2 Bağımlı (Kontrollü) Gerilim Kaynakları



Bağımlı gerilim kaynağının sembolü şekil 2.6 da görüldüğü gibidir. Bağımlı kaynaklar; gerilime ve akıma bağımlı olmak üzere iki çeşittir.

Şekil 2.6

Gerilime Bağımlı, Gerilim Kaynağı
(Gerilim Kontrollü, Gerilim Kaynağı)



Şekil 2.7

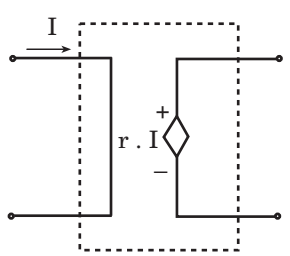
μ katsayısı, kontrollü kaynağın gerilim oranıdır.

μ birimsizdir.

U çıkış = μU

$$\mu = \frac{U\ \text{çıkış}}{U} = \frac{\text{Çıkış Gerilimi}}{\text{Giriş Gerilimi}}$$

Akıma Bağımlı, Gerilim Kaynağı
(Akım Kontrollü, Gerilim Kaynağı)



Şekil 2.8

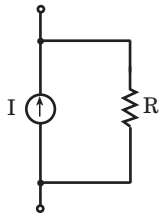
r katsayısı, kontrollü kaynağın transfer direncidir.

r nin birimi Ohm (Ω) dur.

Bağımlı kaynaklar, enerji kaynağı değildir. Devrede, bir enerji kaynağının (bağımsız kaynağın) bulunması halinde aktif durumdadır.

2.5 AKIM KAYNAKLARI

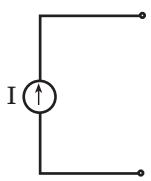
İdeal devre modelinde, akım kaynağının uçlarındaki gerilim ne olursa olsun verdiği akım sabittir. Böylece, ideal akım kaynağının açık devre halinde verdiği güç sonsuzdur. Ancak, gerçek akım kaynağı, kendinden çekilen güç küçük olduğu hallerde, ideal şekle yaklaşır.



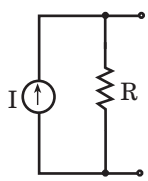
Şekil 2.9

Devre modellerinde; akım kaynağı, ideal akım kaynağıyla uçlarına paralel bağlı ideal bir dirençle gösterilir.

2.5.1 Bağımsız Akım Kaynakları



Şekil 2.10
İdeal Akım Kaynağı



Şekil 2.11
Gerçek Akım Kaynağı

İdeal akım kaynağının iç direnci sonsuzdur.Bu akım kaynağının uçlarına bağlanan direnç ne olursa olsun sabit akım verir.Uygulamada, ideal akım kaynağı yoktur.İdeal akım kaynağına paralel bir R direnci (iç direnç) bağlanarak gerçek akım kaynağı elde edilir.

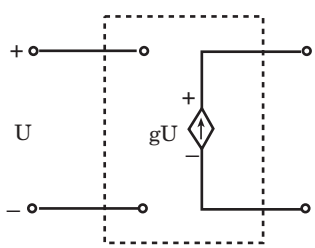
2.5.2 Bağımlı (Kontrollü) Akım Kaynakları



Şekil 2.12

Bağımlı akım kaynağının sembolü, şekil 2.12'de görüldüğü gibidir.Bağımlı akım kaynakları; akıma ve gerilime bağımlı olmak üzere iki çeşittir.

Gerilime Bağımlı, Akım Kaynağı
(Gerilim Kontrollü, Akım Kaynağı)

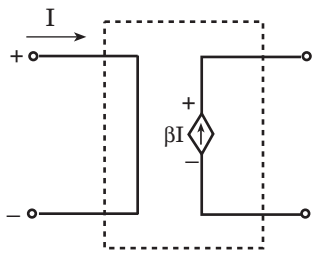


Şekil 2.13

g katsayısı kontrollü kaynağın transfer iletkenliğidir.

g nin birimi mho (℧) dur.

Akıma Bağımlı, Akım Kaynağı
(Akım Kontrollü, Akım Kaynağı)

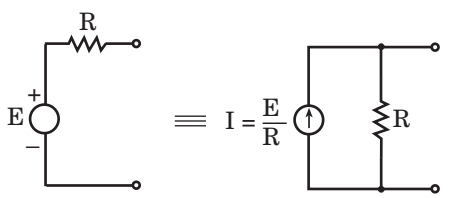


Şekil 2.14

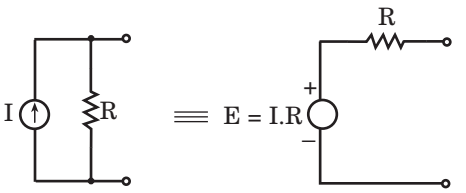
β katsayısı, kontrollü kaynağın akım oranıdır. β birimsizdir.

2.6 BAĞIMSIZ KAYNAK DÖNÜŞÜMLERİ

Dirençleri aynı ve U = I . R olma şartıyla bir gerilim kaynağıyla akım kaynağı eşdeğerdir.



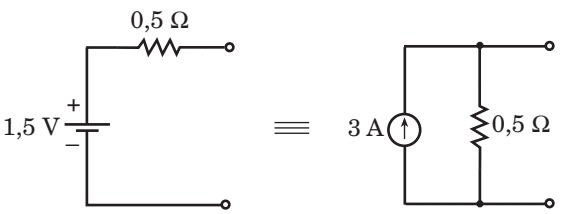
Şekil 2.15 : Gerilim Kaynağından Akım Kaynağına Dönüşüm



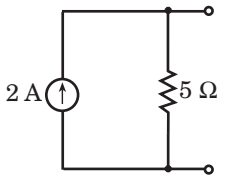
Şekil 2.16 : Akım kaynağından Gerilim Kaynağına Dönüşüm

* İdeal kaynakların dönüşümleri yapılamaz.

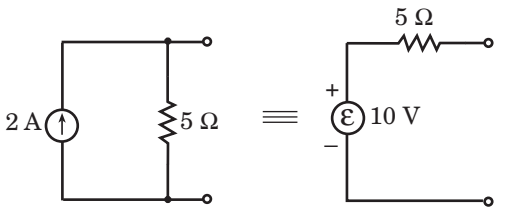
Örnek 1: 0,5 Ω'luk iç dirence sahip 1,5 Volt'luk pilin gerçek akım kaynağı eşdeğerini bulunuz,



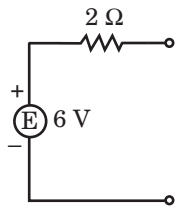
Örnek 2:



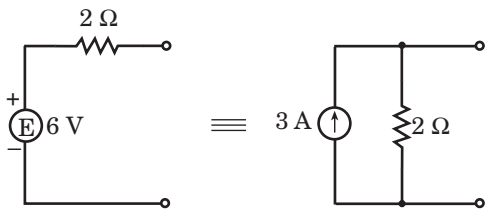
Şekildeki akım kaynağını, gerilim kaynağına çeviriniz.



Örnek 3:

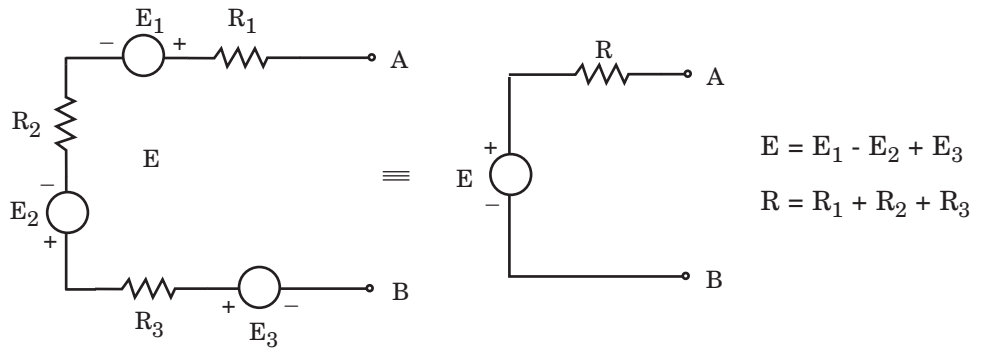


Şekildeki gerilim kaynağını, akım kaynağına çeviriniz.



Gerilim kaynağının polariteleri, akım kaynağının yönünü belirler.

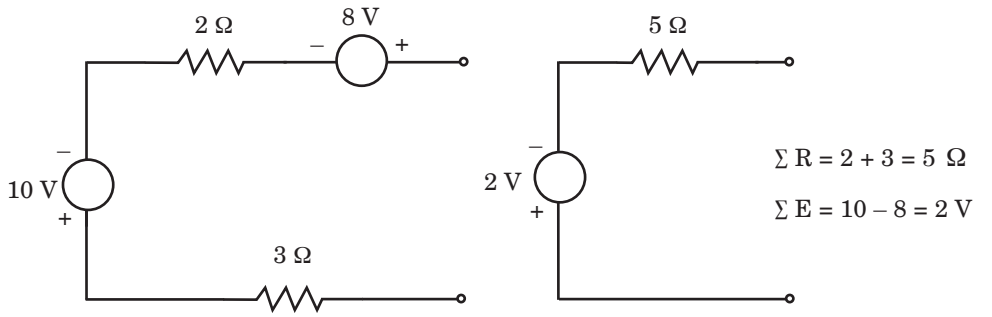
2.7 SERİ GERİLİM KAYNAKLARI



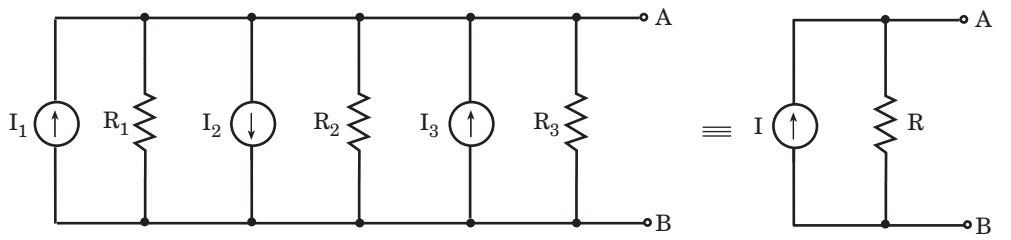
Şekil 2.17

Dirençler toplanır ve gerilim kaynakları da cebirsel olarak toplanır (Kaynak polaritelerine dikkat edilir).

Örnek :



2.8 PARALEL AKIM KAYNAKLARI

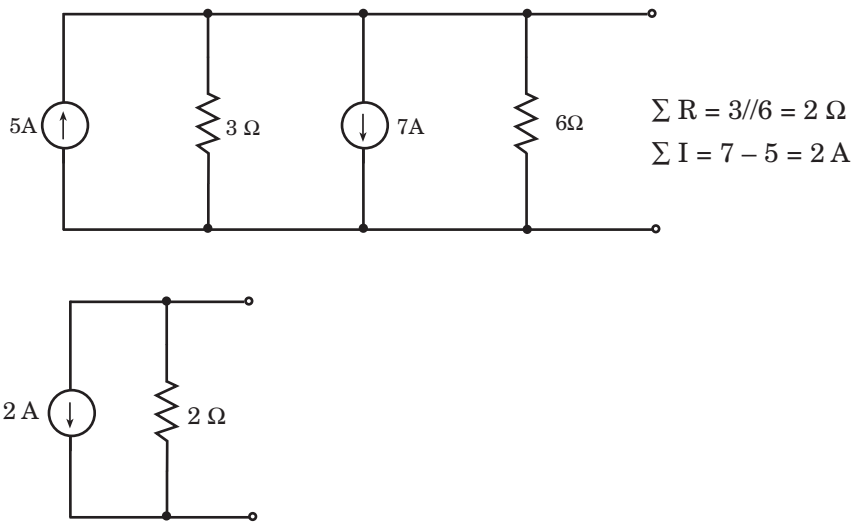


Şekil 2.18

$\Sigma R = R_1 // R_2 // R_3$

$\Sigma I = I_1 - I_2 + I_3$

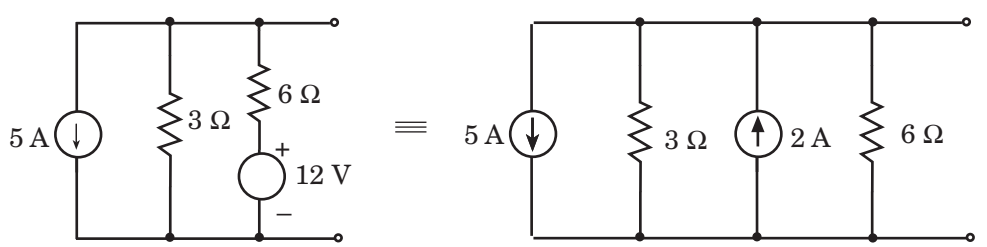
Örnek :

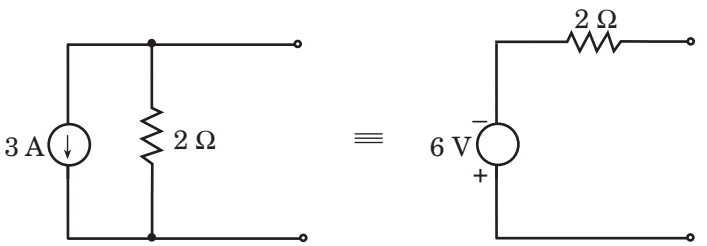


2.9 PARALEL BAĞLI AKIM ve GERİLİM KAYNAKLARININ TOPLANMASI

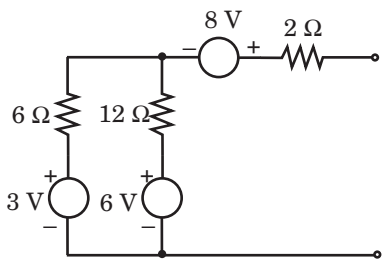
Önce gerilim kaynakları, eşdeğer akım kaynağına çevrilir ve paralel akım kaynakları cebirsel olarak toplanır.Bu devrenin eşdeğer gerilim kaynağı bulunur.

Örnek 1:

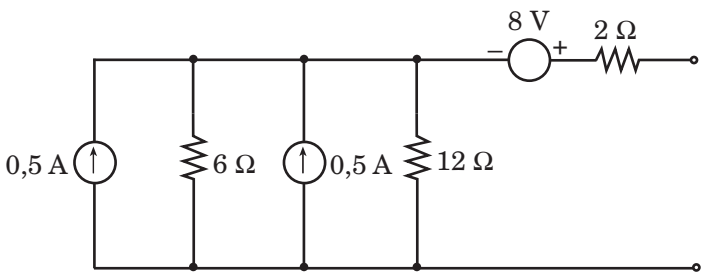


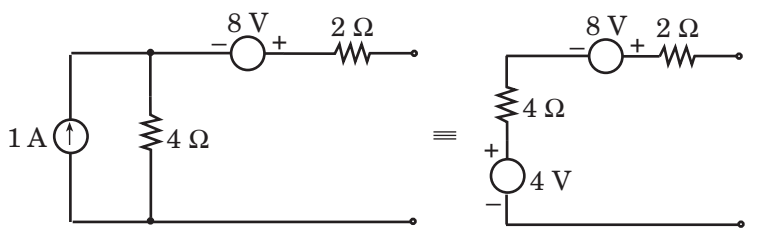


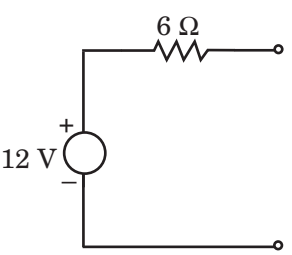
Örnek 2:



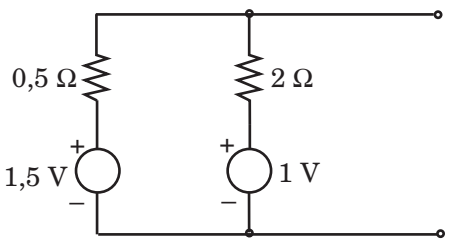
Şekildeki devre modelinin, gerçek gerilim kaynağı eşdeğerini bulunuz.



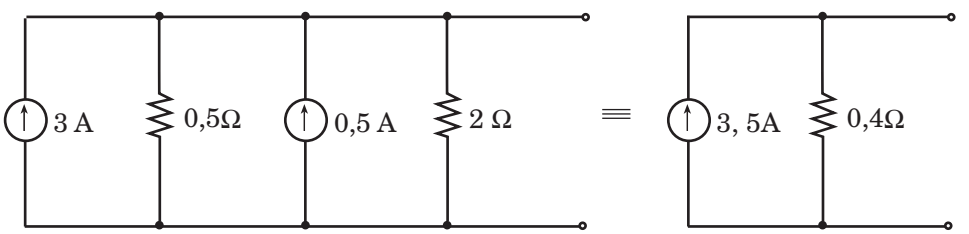




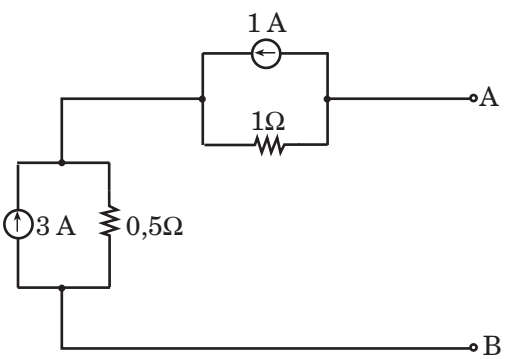
Örnek 3:



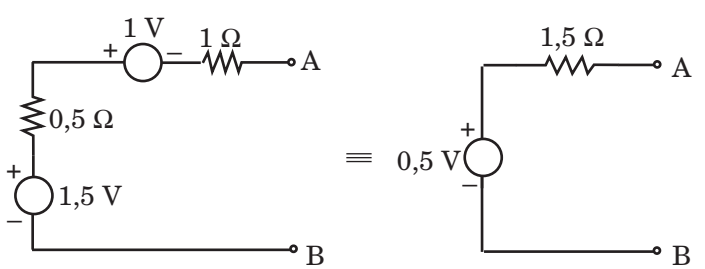
Şekildeki devre modelinin eşdeğer akım kaynağını bulunuz.



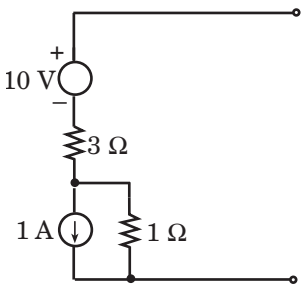
Örnek 4:



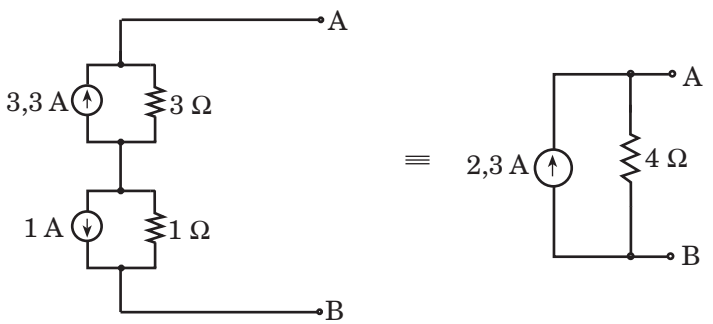
Şekildeki devre modelinin eşdeğer gerilim kaynağını bulunuz.



Örnek 5:



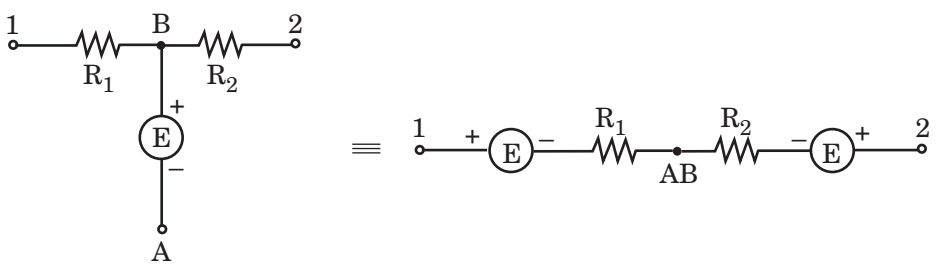
Şekildeki devre modelinin eşdeğer akım kaynağını bulunuz.

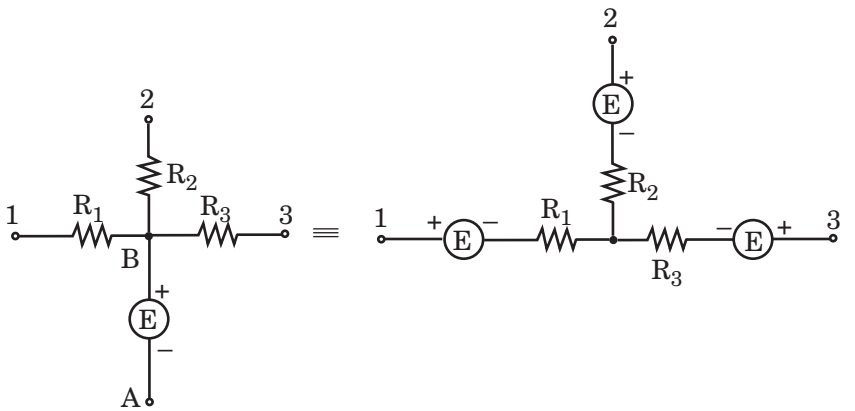


2.10 İDEAL KAYNAKLARIN GERÇEK KAYNAK DURUMUNA GEÇİRİLİŞİ

2.10.1 Seri Direnci Olmayan (İdeal) Gerilim Kaynağı

Gerçek gerilim kaynaklarının daima ideal gerilim kaynaklarıyla seri bağlı dirençleri vardır. Bazı durumlarda devredeki diğer dirençlere göre, kaynağın seri direnci çok küçük olduğundan ihmal edilebilir. Böylece, ideal gerilim kaynağının seri direnci yoktur. Seri direnci olmayan ideal kaynağın eşdeğer akım kaynağı yoktur.

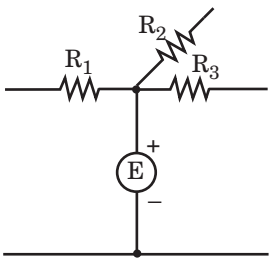




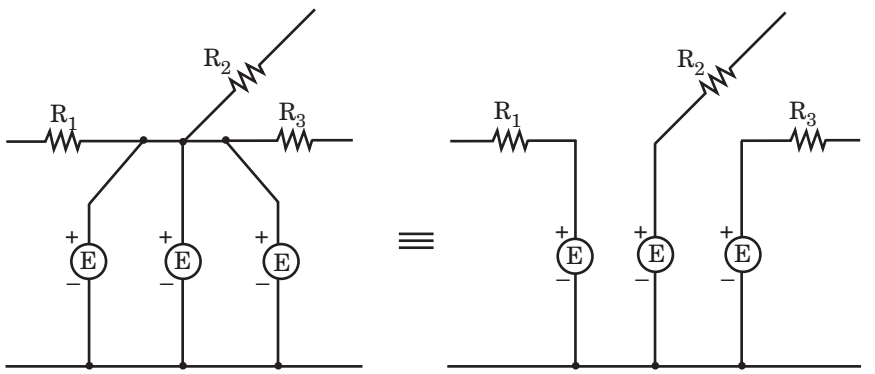
Şekil 2.19

Şekil 2.19'daki devrelerde,seri dirençsiz gerilim kaynaklarının, seri dirençli kaynaklarına ne biçimde çevrileceği gösterilmiştir.

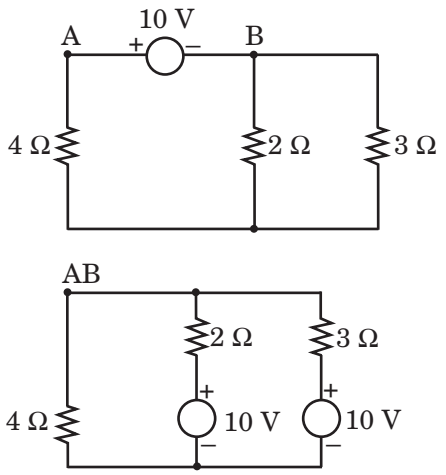
Örnek 1:



Şekilde verilen seri dirençsiz kaynağı, seri dirençli haline çeviriniz.

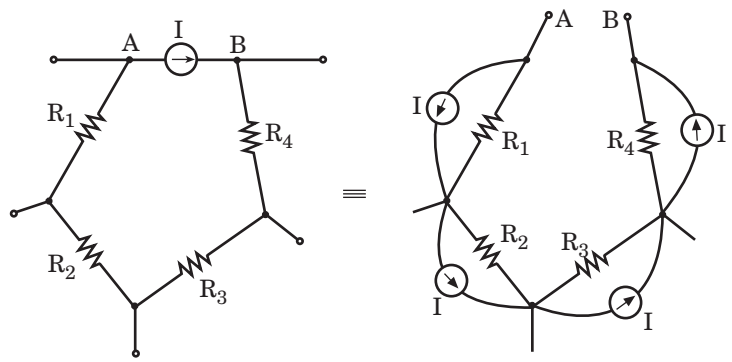


Örnek 2:



Şekildeki seri dirençsiz kaynağı, seri dirençli haline çeviriniz.

2.10.2 Paralel Direnci Olmayan (İdeal) Akım Kaynağı

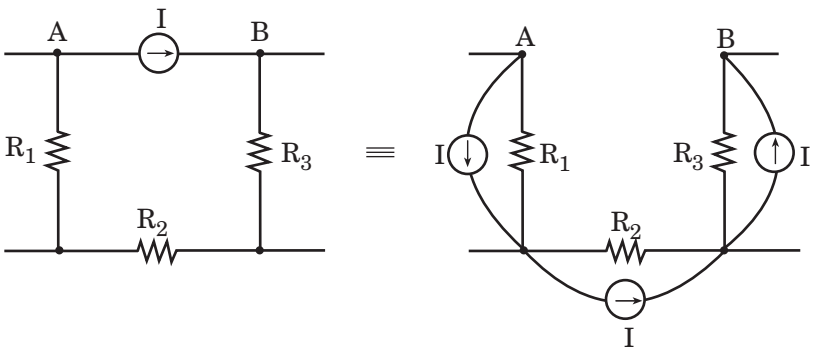


Şekil 2.20

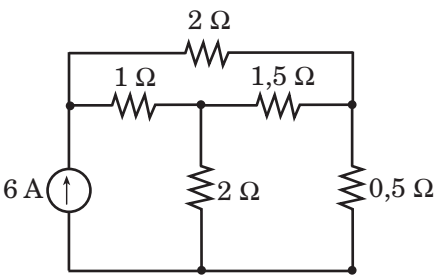
Paralel dirençsiz akım kaynağı şekil 2.20'de gösterildiği gibi yeniden çizilmekle paralel dirençli akım kaynağına çevrilebilir. Zıt durumda paralel dirençsiz akım kaynağını, gerilim kaynağına çevirmek olanaksızdır.

Şekil 2.20'de görüldüğü gibi, dirençsiz akım kaynağı, devre modelinin A ve B noktalarına bağlanmıştır. Akım kaynağı bu uçlar arasından çıkarılır ve devre modelinin geri kalan kısmında, aynı akım kaynağı dirençlerin herbirine paralel bağlanır. Dirençlere paralel bağlanan akım kaynaklarının yönlerine dikkat edilmelidir.

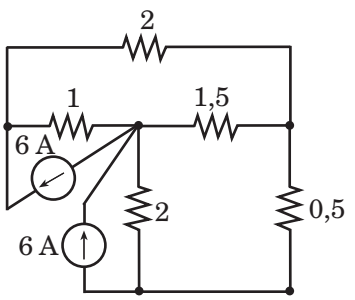
Örnek 1:

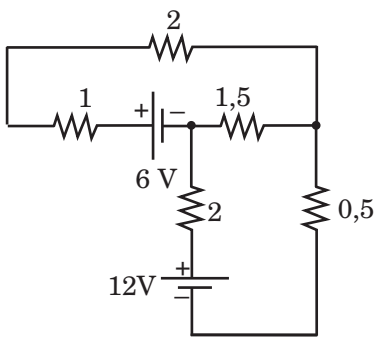


Örnek 2:

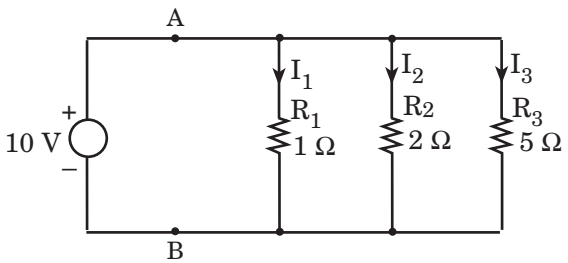


Şekildeki devreyi, gerilim kaynaklarının bulunduğu devre haline getiriniz.





2.11 PARALEL DİRENÇLERİ BESLEYEN GERİLİM KAYNAKLARI



Şekil 2.21

Şekil 2.21'deki gibi paralel bağlı R_1, R_2 ve R_3 dirençleriyle oluşturulmuş bir devre modeli, A - B uçlarından ideal bir gerilim kaynağıyla beslenmektedir.

Böyle bir devre modelinde, paralel dirençlere uygulanan gerilim aynı olacaktır.Gerilim kaynağında, gerilim sabit olduğuna göre, devreye istenildiği kadar paralel direnç bağlanması halinde, devrede bulunan dirençlerdeki akımların değerleri değişmez. Dirençlerden geçen akımlar;

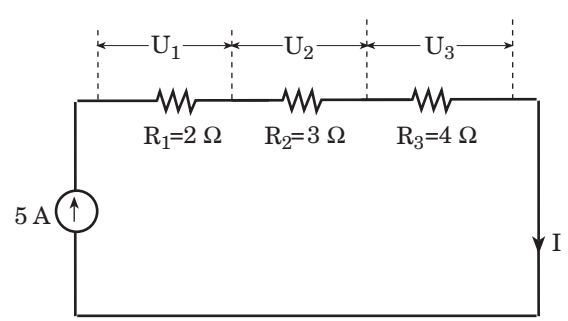
$$I_1 = \frac{E}{R_1} = \frac{10}{1} = 10 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{E}{R_2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{E}{R_3} = \frac{10}{5} = 2 \text{ A}$$

Böylece; örneğin, R_3 direnci çıkartılırsa I_1 ve I_2 akımları değişmez. A - B uçları arasındaki gerilim, devreye istenildiği kadar PARALEL direnç bağlansın ya da çıkarılsın daima aynı kalacaktır. Çünkü, gerilim kaynağı idealdir ve seri dirençsizdir.Bu kaynak sonsuz akım verebilir.

2.12 SERİ DİRENÇLERİ BESLEYEN AKIM KAYNAKLARI



Şekil 2.22

Şekil 2.22'de seri bağlı üç direnci besleyen bir akım kaynağı görülmektedir. Bu devrede akım sabittir ve I = 5 A dır. Burada;

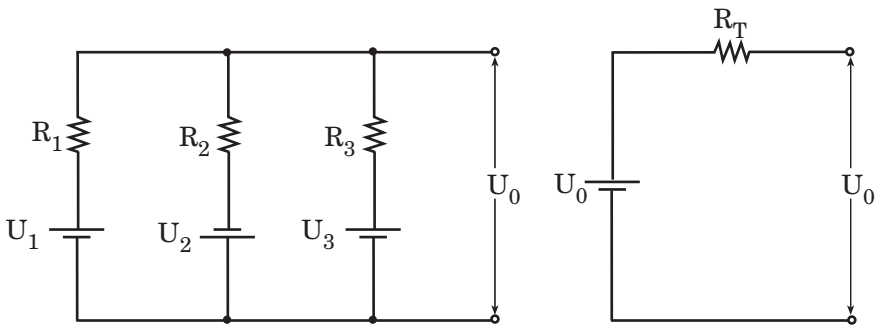
$U_1 = I \cdot R_1 = 5 \cdot 2 = 10$ Volt

$U_2 = I \cdot R_2 = 5 \cdot 3 = 15$ Volt

$U_3 = I \cdot R_3 = 5 \cdot 4 = 20$ Volt

olduğuna göre, akım kaynağı uçlarındaki gerilim toplamı 45 Volt'tur. Bu devreye seri olarak daha başka dirençler bağlanırsa veya çıkarılırsa devreden geçen akım yine 5 A olacaktır. Dolayısıyla; akım kaynağı uçlarına bağlanan seri dirençlerin akım kaynağı üzerinde hiçbir etkisi yoktur.

Örnek 1:



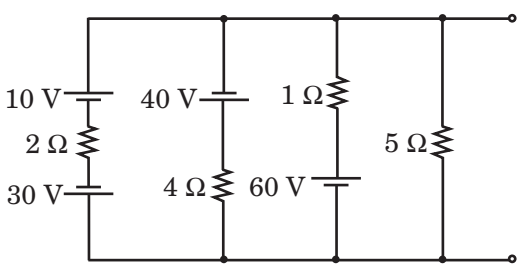
Şekilde verilen model, paralel bağlı üç gerilim kaynağının modelidir. Burada;

$$G_1 = \frac{1}{R_1}, \qquad G_2 = \frac{1}{R_2}, \qquad G_3 = \frac{1}{R_3}$$

$$R_T = \frac{1}{G_1 + G_2 + G_3} \qquad \text{ve} \qquad U_0 = \frac{U_1 \,.\, G_1 + U_2 \,.\, G_2 + U_3 \,.\, G_3}{G_1 + G_2 + G_3}$$

Bu teoreme, **MILLMAN TEOREMİ** denir. Burada dikkat edilmesi gereken husus, U_0'ın polaritesinde olan gerilim kaynaklarının işaretleri (+), ters polaritede olanların ise (-) işaretli alınır.

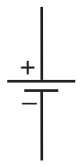
Örnek 2:



Şekildeki devreyi, gerçek gerilim kaynağı durumuna getiriniz.

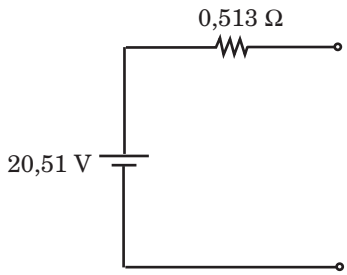
$G_T = 0,5 + 0,25 + 1 + 0,2 = 1,95$ ℧

$$R_T = \frac{1}{G_T} = \frac{1}{1,95} = 0,513\ \Omega$$

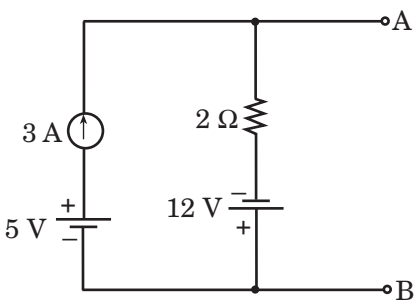


Böyle batarya (+) yönlü alınırsa;

$$U_0 = \frac{(10 - 30) \cdot 0,5 - (40 \cdot 0,25) + (60 \cdot 1)}{1,95} = \frac{-10 - 10 + 60}{1,95} = 20,51 \text{ Volt}$$



Örnek 3:



Şekildeki devre modelinin A - B uçlarındaki eşdeğer akım kaynağını bulunuz.

NOT: İdeal akım kaynağıyla seri bağlı:

a) İdeal gerilim kaynağının,

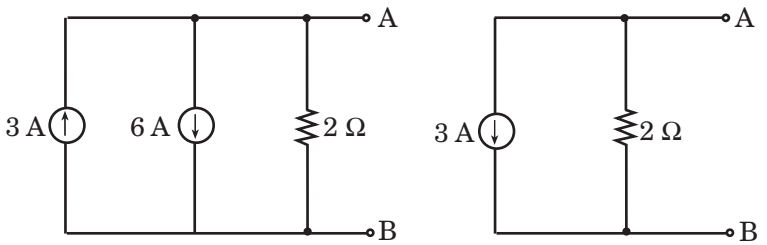
b) Dirençlerin etkisi yoktur. Bu elemanlar devreden çıkarılabilir.

İdeal gerilim kaynağıyla paralel bağlı:

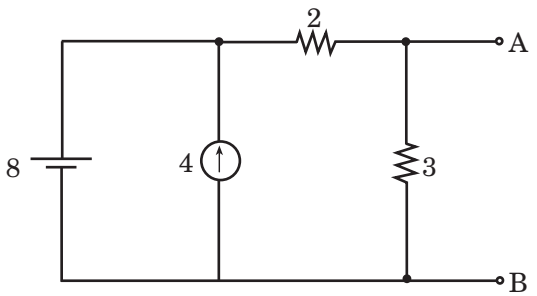
a) İdeal akım kaynağının,

b) Dirençlerin etkisi yoktur. Bu elemanlar da devreden çıkarılabilir.

Verilen devre modelinde, akım kaynağı sabit akım verdiğine göre 5 Volt'luk kaynağın önemi yoktur.

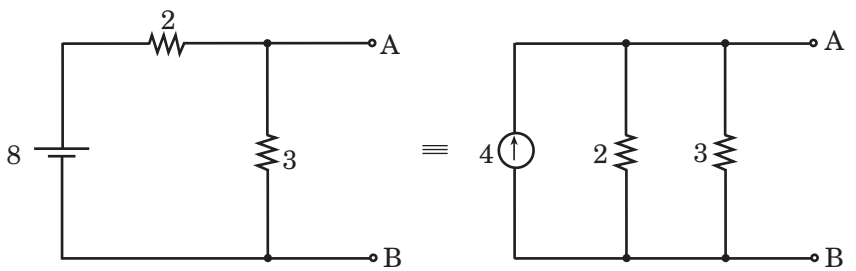


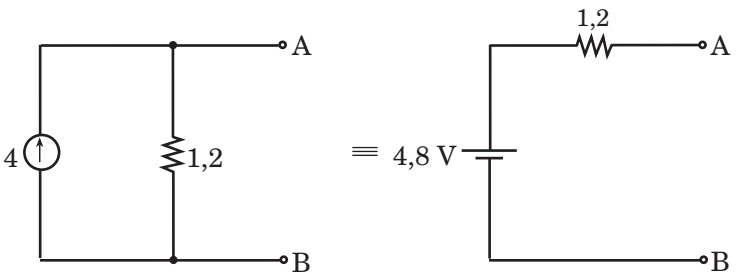
Örnek 4:



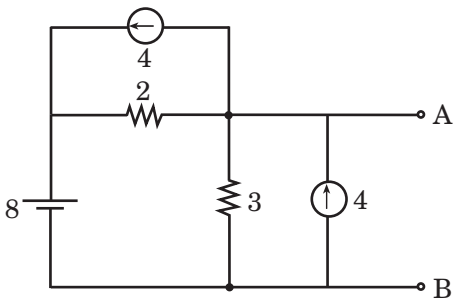
Şekildeki devre modelinde, sayısal değerler Volt, Amper ve Ohm cinsindendir. Devredeki A - B uçlarındaki eşdeğer gerilim kaynağını bulunuz.

İdeal gerilim kaynağına, paralel bağlı ideal akım kaynağının devrede etkisi yoktur.

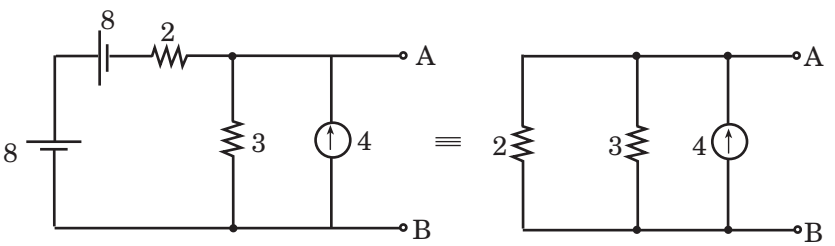


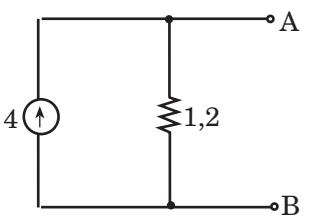


Örnek 5:



Şekildeki devre modelinde sayısal değerler V, A ve Ω cinsindedir. Devredeki A - B uçlarındaki eşdeğer akım kaynağını bulunuz.





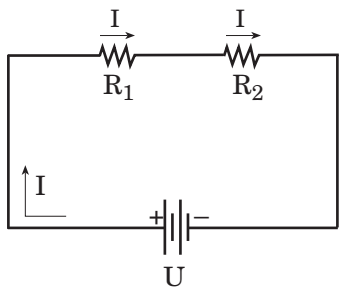
BÖLÜM

3

SERİ, PARALEL DİRENÇ DEVRELERİ ve KIRCHHOFF KANUNLARI

- ✓ *Seri Devreler ve Kirchhoff'un Gerilimler Kanunu*
- ✓ *Paralel Devreler ve Kirchhoff'un Akımlar Kanunu*
- ✓ *Seri–Paralel (Karışık) Devreler*

3.1 SERİ DEVRELER ve KIRCHHOFF'un GERİLİMLER KANUNU



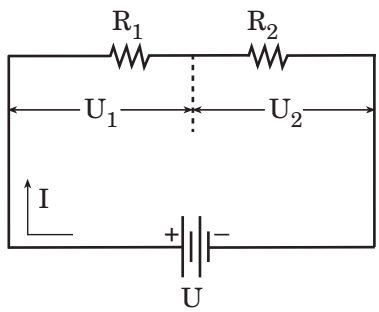
Şekil 3.1

Birden fazla direncin, içinden aynı akım geçecek şekilde ard arda bağlanmalarına **seri bağlama** denir ve bu şekilde elde edilen devrelere **seri devreler** adı verilir.

Seri devrelerde; devre akımı, her bir dirençten geçen akıma eşittir.

$$I = I_1 = I_2$$

Direnç devrelerinde, birden fazla direncin gördüğü vazifeyi tek başına görebilen dirence **eşdeğer direnç** denir.



Şekil 3.2

Şekil 3.2'de görüldüğü gibi, R_1 ve R_2 dirençlerinden bir akım geçtiğine göre R_1 direncinde U_1, R_2 direncinde U_2 gibi bir gerilim düşecektir.Bu gerilim düşümleri, Ohm Kanunundan yararlanarak;

$U_1 = I \cdot R_1$, $U_2 = I \cdot R_2$ şeklinde ifade edilir.

Kirchhoff'un gerilimler kanunu;

Bir seri devreye uygulanan gerilim, devredeki dirençlerde düşen gerilimlerin toplamına eşittir.

Bu kanuna göre; R_1 üzerindeki U_1 gerilimiyle R_2 üzerindeki U_2 geriliminin toplamı, devreye tatbik edilen üretecin voltajına eşittir.

$$U = U_1 + U_2$$

Seri bağlı dirençlerin eşdeğeri, bu dirençlerin toplamına eşittir.

$$R_{eş} = R_1 + R_2$$

3.1.1 Seri Devrelerin Özellikleri

a) Devredeki tüm dirençlerden aynı akım geçer.

b) Eşdeğer direnç, devredeki dirençlerin toplamına eşittir.

$R_{eş} = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n$

c) Devreye uygulanan emk, dirençler üzerinde düşen gerilimlerin toplamına eşittir.

$U = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_n$

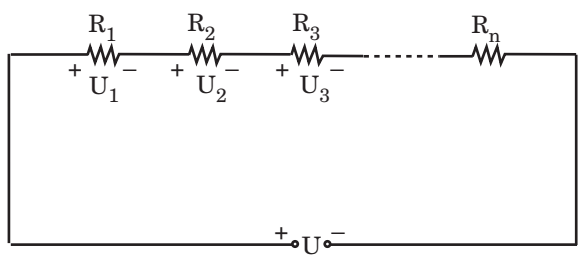
d) Seri bağlı dirençlerde, eşdeğer direncin değeri, devredeki en büyük direncin değerinden de büyüktür.

e) Dirençlerin uçları arasındaki gerilim, direnç değerleriyle doğru orantılıdır.

f) n tane aynı değerde direnç seri bağlı ise,

$R_{eş} = n \cdot R$ dir.

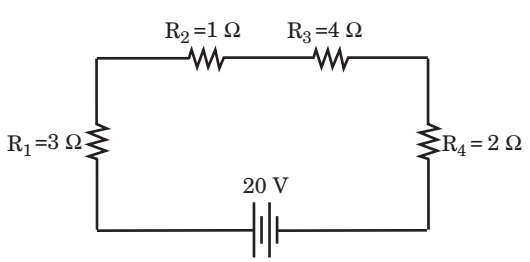
3.1.2 Seri Devrede Gerilim Dağılımı



Şekil 3.3

$$U_1 = U \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n} \qquad U_2 = U \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n}$$

Örnek 1:



Şekildeki devrede;

a) Eşdeğer direnci,

b) Devrenin akımını,

c) Her direnç üzerindeki gerilim düşümünü hesaplayınız.

a) $Reş = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$

$Reş = 3 + 1 + 4 + 2$

$\boxed{Reş = 10\ \Omega}$

b) $I = \dfrac{U}{Reş} = \dfrac{20}{10}$

$\boxed{I = 2\ A}$

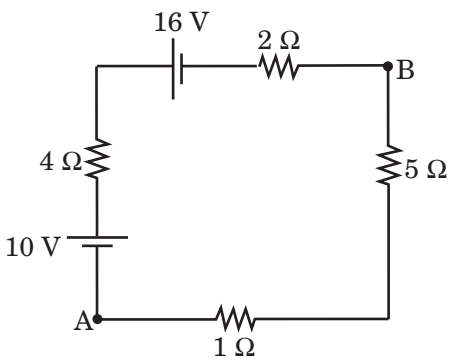
c) $U_1 = I \cdot R_1 = 2 \cdot 3 = 6\ V$

$U_2 = I \cdot R_2 = 2 \cdot 1 = 2\ V$

$U_3 = I \cdot R_3 = 2 \cdot 4 = 8\ V$

$U_4 = I \cdot R_4 = 2 \cdot 2 = 4\ V$

Örnek 2:

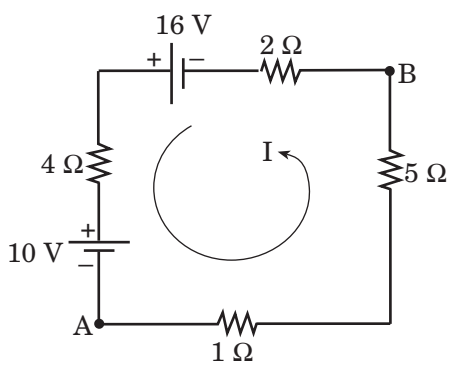


Şekildeki devrede;

a) Devre akımını,

b) AB noktaları arasında ölçülen gerilimi bulunuz.

a)



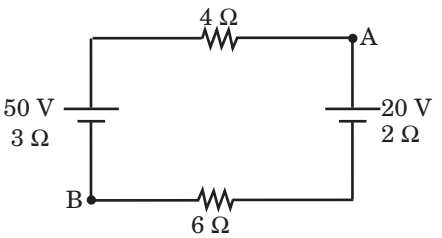
$16 - 10 = I\,(4 + 2 + 5 + 1)$

$6 = I \cdot 12 \Rightarrow \boxed{I = 0{,}5\ A}$

b) $U_{AB} = I \cdot (5 + 1)$

$U_{AB} = 0{,}5 \cdot 6 \Rightarrow \boxed{U_{AB} = 3\ V}$

Örnek 3:



Şekildeki devrede U_{AB} = ?

$\sum E = 50 - 20 = 30$ V

Reş = 6 + 4 + 2 + 3 = 15 Ω

Devreden geçen akım; $\sum E = I \cdot$ Reş

$30 = I \cdot 15 \quad \Rightarrow \quad I = 2$ A

$U_B + E_1 - I \cdot r_1 - I \cdot R = U_A$

$U_B + 50 - 2 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = U_A$

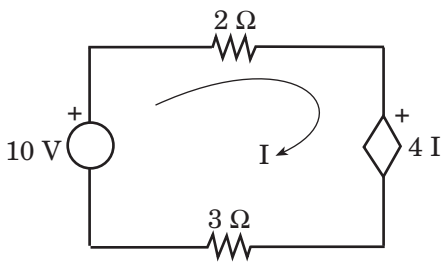
$U_B + 50 - 6 - 8 = U_A$

$U_B + 36 = U_A \quad \Rightarrow \quad U_A - U_B = 36$ V $\Rightarrow$ $\boxed{U_{AB} = 36 \text{ V}}$ veya

$U_{AB} = \sum E - I \cdot R$

$U_{AB} = 50 - 2\,(3 + 4) \Rightarrow \boxed{U_{AB} = 36 \text{ V}}$

Örnek 4:



Bağımlı kaynağın gücünü bulunuz.

$10 - 4I = I\,(2 + 3)$

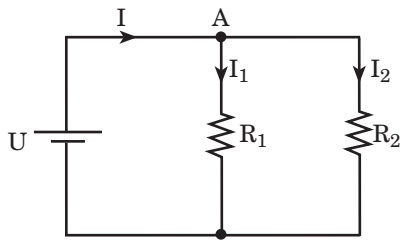
$10 - 4I = 5I$

$9I = 10 \Rightarrow I = \frac{10}{9}$ A

$P_{4I} = I \cdot U = \frac{10}{9} \cdot 4 \cdot \frac{10}{9}$

$P_{4I} = \frac{400}{81} = 4{,}94$ W

3.2 PARALEL DEVRELER ve KIRCHHOFF'un AKIMLAR KANUNU



Şekil 3.4

İki veya daha fazla direncin, birer uçları bir noktaya bağlanarak oluşturulan biçime **paralel bağlama** denir. Burada, gerilim kaynağından çıkan I devre akımı A noktasından itibaren R_1 ve R_2 dirençlerinden geçen I_1 ve I_2 akımlarına ayrılmıştır.

Kirchhoff'un akımlar kanununa göre; **kapalı bir devrenin herhangi bir noktasına gelen akımların toplamı, o noktadan çıkan akımların toplamına eşittir.**

$$I = I_1 + I_2$$

Başka bir ifadeyle Kirchhoff'un akımlar kanunu, **"bir düğüm noktasına gelen akımların toplamı, düğüm noktasını terkeden akımların toplamına eşittir"** olarak ifade edilebilir.

R_1 direncinden geçen akım; $$I_1 = \frac{U}{R_1}$$

R_2 direncinden geçen akım; $$I_2 = \frac{U}{R_2}$$ dir.

Devrenin eşdeğer direnci; $$\frac{1}{Reş} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}$$

3.2.1 Paralel Devrelerin Özellikleri

a) Devredeki tüm dirençlere aynı gerilim uygulanır.

b) Paralel bağlı iki direnç için,

$$Reş = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \text{ dir.}$$

c) n tane özdeş direnç paralel bağlı ise,

$$Reş = \frac{R}{n} \text{ dir.}$$

d) Devrenin kaynaktan çektiği akım, paralel bağlı dirençler üzerinden geçen akımların toplamına eşittir. (Kirchhoff'un akımlar kanunu)

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots + I_n$$

e) Devredeki paralel bağlı dirençlerden geçen akımların oranı, iletkenliklerin oranına eşittir.

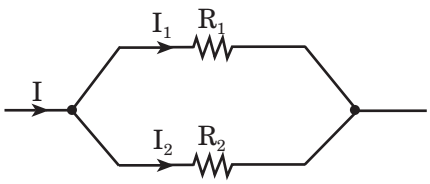
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{G_1}{G_2}$$

f) Paralel devrede uygulanan gerilimi sabit tutmak koşuluyla devredeki paralel dirençlerden herhangi birisinin değiştirilmesi, diğer dirençlerden geçen akımları etkilemez.

g) Paralel bağlı dirençlerde eşdeğer direncin değeri, devredeki en küçük direncin değerinden daha küçüktür.

h) Paralel bağlı dirençlerde, direnç üzerinden geçen akım direnç büyüklüğüyle ters orantılıdır.

3.2.2 İki Kollu Devrede Akımın Dağılımı

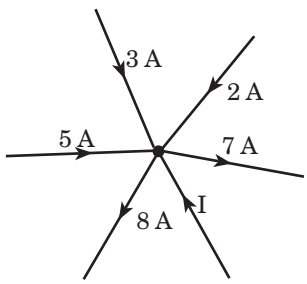


Şekil 3.5

$$I_1 = I \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_2 = I \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Örnek 1:

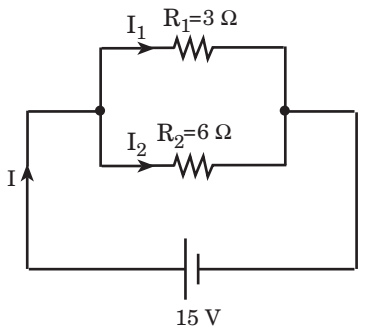


Bir düğüm noktasına gelen ve giden akımlar gösterilmiştir. Buna göre I değerini bulunuz.

$3 + 2 + I + 5 = 8 + 7$

$10 + I = 15 \Rightarrow \boxed{I = 5\ A}$

Örnek 2:



Şekildeki devrede;

a) Eşdeğer direnci,

b) I akım değerini,

c) Her bir direncin gerilimini,

d) Her bir dirençten geçen akımı bulunuz.

a) $R_{eş} = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \dfrac{3 \cdot 6}{3 + 6} = 2\ \Omega$

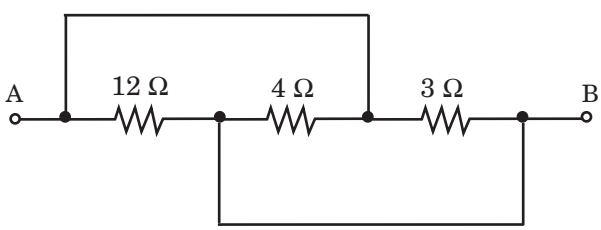
b) $I = \dfrac{U}{R_{eş}} = \dfrac{15}{2} = 7{,}5\ A$

c) $U = U_1 = U_2 = 15\ V$

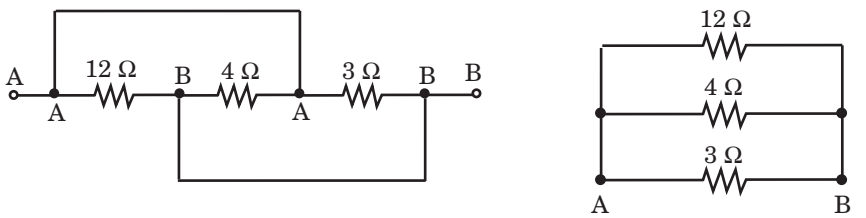
d) $I_1 = \dfrac{U}{R_1} = \dfrac{15}{3} = 5\ A$

$I_2 = \dfrac{U}{R_2} = \dfrac{15}{6} = 2{,}5\ A$

Örnek 3:

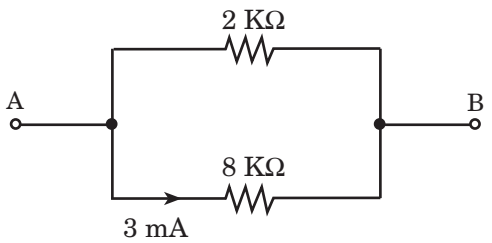


$R_{A-B} = ?$



$R_{A-B} = 12//4//3$ $\boxed{R_{A-B} = 1{,}5\ \Omega}$

Örnek 4:



8 KΩ'luk dirençten geçen akım 3 mA ise 2 KΩ'luk dirençten geçen akımı bulunuz.

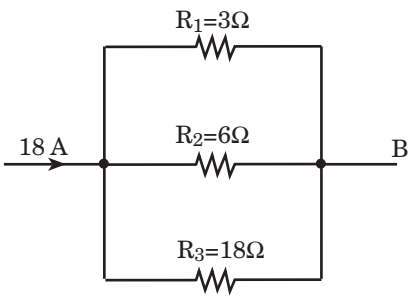
8 KΩ'luk dirençten 3 mA geçtiğine göre bu direnç uçlarında;

$U_{8K\Omega} = 3\ mA\ .\ 8\ K\Omega = 24$ Volt'luk gerilim vardır.

2 KΩ'luk dirençten geçen akım;

$$I_{2K\Omega} = \frac{U_{2K\Omega}}{R} = \frac{24\ V}{2K} = \underline{\underline{12\ mA}}$$

Örnek 5:



Şekildeki paralel bağlı üç dirençten geçen toplam akım 18 A olduğuna göre her bir dirençten geçen akımı bulunuz.

$$\frac{1}{Reş} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} \quad \Rightarrow \quad Reş = 1{,}8\ \Omega$$

R_1 direncinden geçen akım;

$$\frac{I}{I_1} = \frac{R_1}{Reş} \quad \Rightarrow \quad \frac{18}{I_1} = \frac{3}{1{,}8} \quad \Rightarrow \quad \boxed{I_1 = 10{,}8\ A}$$

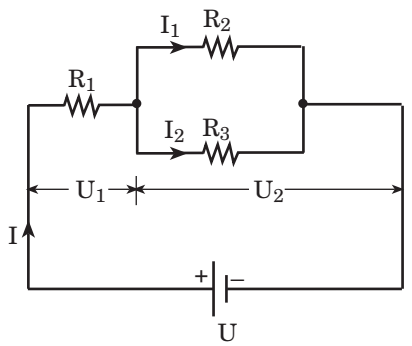
R_2 direncinden geçen akım;

$$\frac{I}{I_2} = \frac{R_2}{Reş} \quad \Rightarrow \quad \frac{18}{I_2} = \frac{6}{1{,}8} \quad \Rightarrow \quad \boxed{I_2 = 5{,}4\ A}$$

R_3 direncinden geçen akım;

$$\frac{I}{I_3} = \frac{R_3}{Reş} \Rightarrow \frac{18}{I_3} = \frac{18}{1{,}8} \quad \Rightarrow \quad \boxed{I_3 = 1{,}8\ A}$$

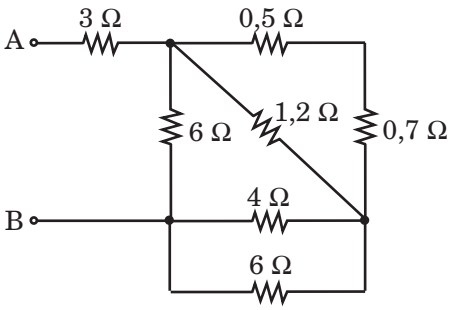
3.3 SERİ - PARALEL (KARIŞIK) DEVRELER



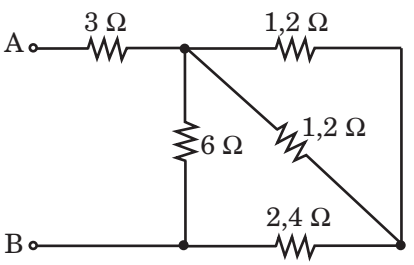
Şekil 3.6

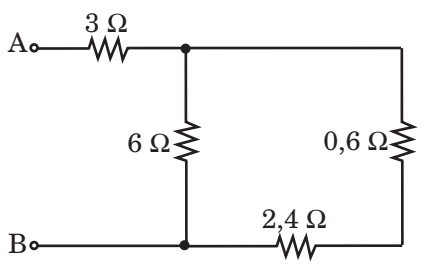
Seri ve paralel bağlanan dirençlerden oluşan devrelere **seri - paralel** veya **karışık devreler** adı verilir.

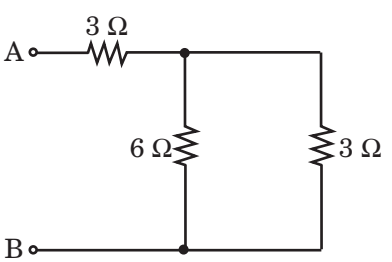
Örnek 1:

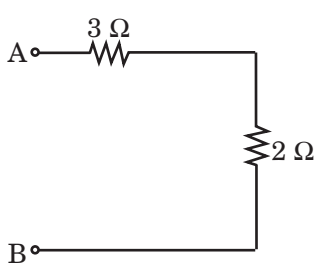


A - B arasındaki eşdeğer direnci, devreyi basitleştirerek bulunuz.









$R_{A-B} = 5\ \Omega$

Örnek 2: 220 Volt'luk 25, 60, 75 ve 100 W'lık lambaların direncini hesaplayınız.

$$P = \frac{U^2}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{U^2}{P}$$

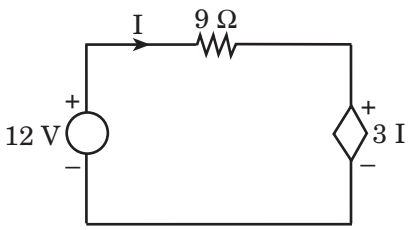
$$R_{25\Omega} = \frac{(220)^2}{25} = \frac{48400}{25} = 1936\ \Omega$$

$$R_{60\Omega} = \frac{(220)^2}{60} = \frac{48400}{60} = 806{,}67\ \Omega$$

$$R_{75\Omega} = \frac{(220)^2}{75} = \frac{48400}{75} = 645{,}33\ \Omega$$

$$R_{100\Omega} = \frac{(220)^2}{100} = \frac{48400}{100} = 484\ \Omega$$

Örnek 3:



Bağımlı voltaj kaynağı

Şekildeki devrede, bağımlı ve bağımsız kaynakların gücünü bulunuz.

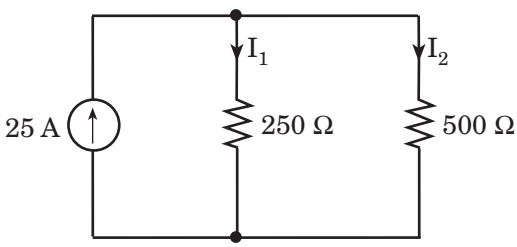
$12 - 3\ I = 9\ I$

$12 = 12\ I \quad \Rightarrow \quad I = 1\ A$

$P_{12V} = U \cdot I = 12 \cdot 1 = \underline{\underline{12\ W}}$

$P_{3I} = U \cdot I = 3\ I \cdot I = (3 \cdot 1) \cdot 1 = 3\ W$ (Akım, bağımlı voltaj kaynağının (+) ucundan girdiği için şarj olduğunu gösterir. O halde $P_{3I} = -3$ W'tır.)

Örnek 4:



Dirençlerde harcanan güçleri bulunuz.

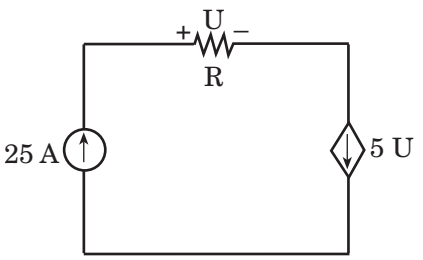
$$I_1 = 25 \cdot \frac{500}{250 + 500} = 16{,}67\ A$$

$$I_2 = 25 \cdot \frac{250}{250 + 500} = 8{,}33 \text{ A.}$$

$$P_{250\Omega} = (16{,}67)^2 \cdot 250 = \underline{69{,}47 \text{ KW}}$$

$$P_{500\Omega} = (8.33)^2 \cdot 500 = \underline{34{,}7 \text{ KW}}$$

Örnek 5:

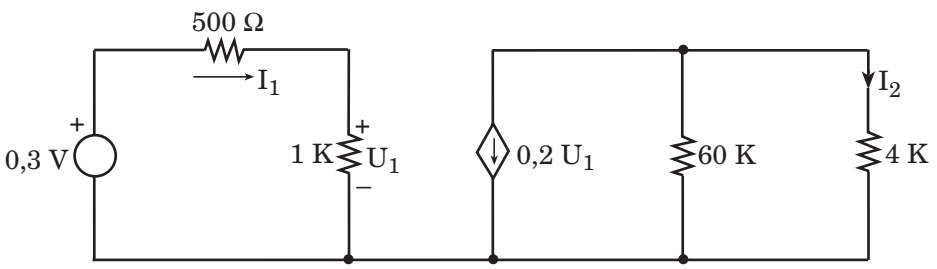


Şekildeki devre modelinde; 25 A'lik kaynak, bağımsız akım kaynağı, 5 U'luk kaynak ise bağımlı akım kaynağıdır. Buna göre U ve R değerlerini bulunuz.

$25 = 5U \quad \Rightarrow \quad \boxed{U = 5 \text{ Volt}}$

$U = I \cdot R \quad \Rightarrow \quad 5 = 25 \cdot R \quad \Rightarrow \quad \boxed{R = 0{,}2\ \Omega}$

Örnek 6:



Şekildeki devre modelinde; I_1 ve I_2 değerlerini, 0,3 V'luk kaynağın ve 4 KΩ luk direncin gücünü bulunuz.

$$I_1 = \frac{0{,}3}{1500} = \underline{0{,}2 \text{ mA}}$$

$U_1 = 0{,}2$ mA . 1 KΩ = 0,2 Volt

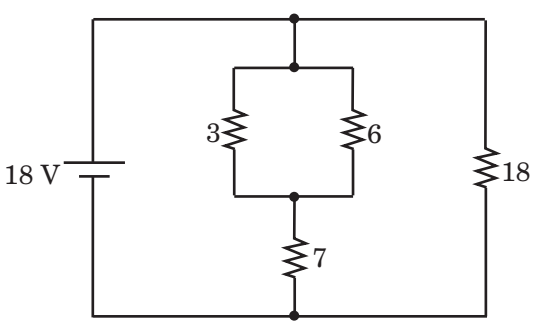
Bağımlı akım kaynağının değeri; $0{,}2 \cdot U_1 = 0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}04$ A

$$I_2 = 0{,}04 \cdot \frac{60}{60 + 4} \quad \Rightarrow \quad \boxed{I_2 = -37{,}5 \text{ mA}}$$

$P_{0,3V} = U \cdot I = 0{,}3 \cdot 0{,}2 = \underline{0{,}06 \text{ mW}}$

$P_{4K\Omega} = (I_2)^2 \cdot R = (37{,}5 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 4 \cdot 10^3 = \underline{5{,}62 \text{ W}}$

Örnek 7:



Şekildeki devrede dirençler Ω cinsindendir. Buna göre;

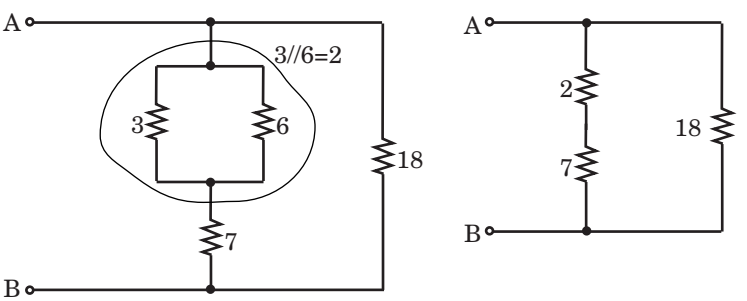
a) Eşdeğer direnci,

b) Kaynaktan çekilen akımı,

c) Kol akımlarını,

d) R_3 direnci uçlarındaki gerilimi hesaplayınız.

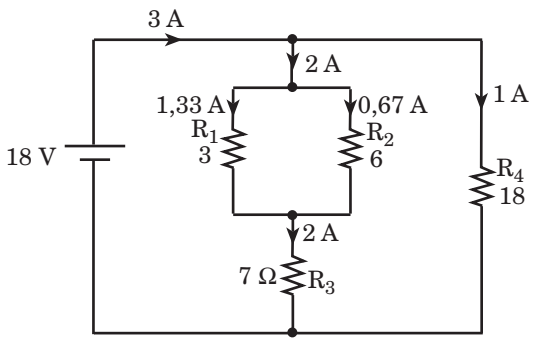
a)



$R_{A-B} = 9//18$ $\qquad \boxed{R_{A-B} = 6\ \Omega}$

b) $I_T = \dfrac{18}{6} = 3\text{A}$

c)



Gelen 3 A'lik akım iki kola ayrılır. Bir kolu R_4'e, diğer kolu R_1 ve R_2'nin olduğu kola ayrılır. R_1, R_2 ve R_3'ün olduğu kolun eşdeğer direnci 9 Ω'dur. O halde, 3 A. lik devre akımı 9 Ω'luk kola ve 18 Ω'luk diğer kola ayrılır. Küçük dirençten büyük akım geçeceği için 18 Ω'luk koldan 1 A, R_1 ve R_2'nin ayrıldığı koldan ise 2 A akım geçer.

R_1'den geçen akım; $I_1 = 2 \cdot \frac{6}{3+6} = \underline{\underline{1{,}33\ A}}$

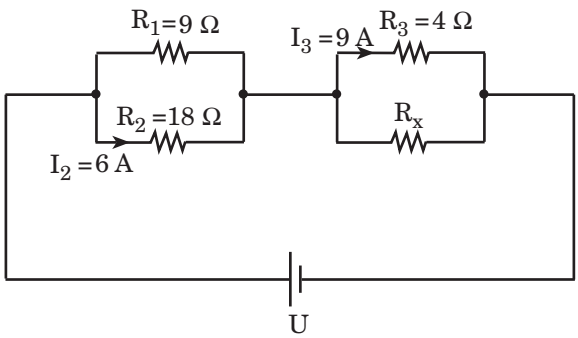
R_2'den geçen akım; $I_2 = 2 \cdot \frac{3}{3+6} = \underline{\underline{0{,}67\ A}}$

R_3'ten ise 2 A. lik bir akım geçer

d) R_3 üzerindeki gerilim;

$U_{R3} = 2 \cdot 7 = \underline{\underline{14\ Volt}}$

Örnek 8:



Şekildeki devrede;

a) R_x = ?

b) U = ?

c) Eşdeğer direnci bulunuz.

a) R_2 üzerindeki gerilim düşümü, $U_2 = 6 \cdot 18 = 108$ Volt

R_1'den geçen akım, $I_1 = \dfrac{108}{9} = 12$ A dir.

$I_1 + I_2 = I_3 + \textcircled{I_4}$ R_x den geçen akım

$12 + 6 = 9 + I_4 \quad \Rightarrow \quad I_4 = 9$ A

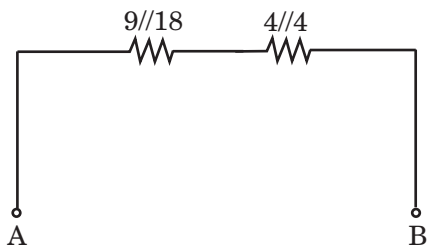
R_3 üzerindeki gerilim düşümü, $U_3 = I_3 \cdot R_3 = 9 \cdot 4 = 36$ V

$R_x = \dfrac{36}{9} = \underline{\underline{4\ \Omega}}$'dur.

b) R_2 üzerindeki gerilim düşümü, $U_2 = 6 \cdot 18 = 108$ Volt

$U = 108 + 36 = \underline{\underline{144\ \text{Volt}}}$

c)

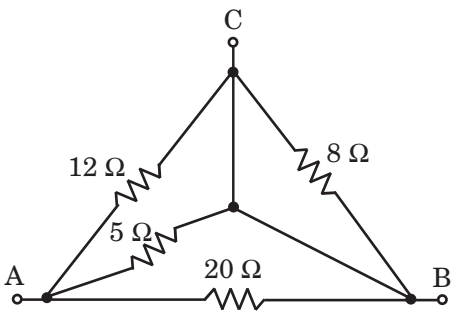


$\boxed{R_{A-B} = 8\ \Omega}$

veya

$R_{A-B} = \dfrac{U}{I} = \dfrac{144}{18} = 8\Omega$

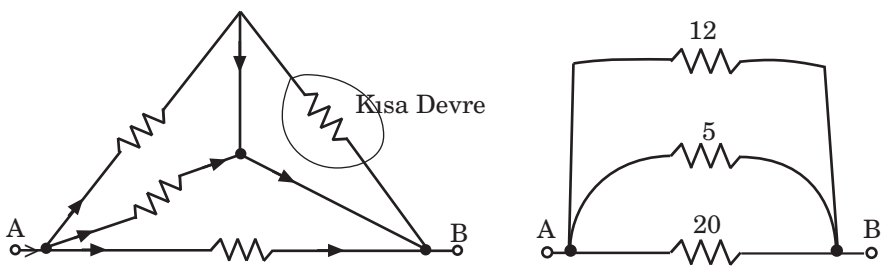
Örnek 9:



a) $R_{A-B} = ?$

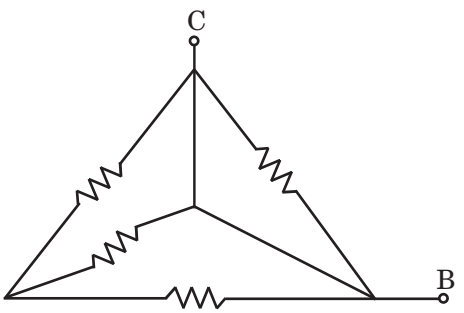
b) $R_{B-C} = ?$

a)



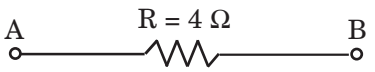
$$\frac{1}{R_{A-B}} = \frac{1}{12} + \frac{1}{5} + \frac{1}{20} = \frac{1,67 + 4 + 1}{20} = \frac{6,67}{20} \Rightarrow \quad R_{A-B} = 3\ \Omega$$

b)



B–C noktaları arasındaki eşdeğer direnç sıfırdır. Akımın tümü, ortadaki iletken telden geçer. Pratikte, iletken telin direnci sıfır alınır.

Örnek 10:

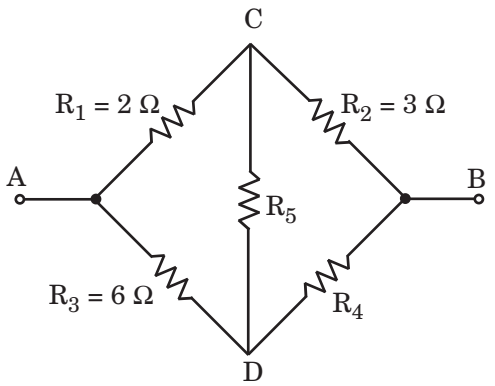


Şekildeki devre parçasında $U_A = U_B = 20$ Volt ise 4 Ω luk dirençten geçen akımı bulunuz.

$$I = \frac{U_{AB}}{R} = \frac{U_A - U_B}{R} = \frac{20-20}{4} = \frac{0}{4} = 0$$

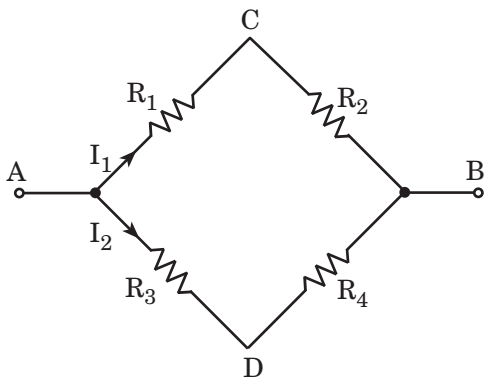
Bir iletkenin iki ucu arasında potansiyel farkı yoksa iletkenden akım geçmez.

Örnek 11:



Şekildeki devrede A ile B noktaları arasına bir gerilim uygulandığında R_5 direncinden akım geçmediği gözleniyor. R_4 direncinin değerini ve A–B arasındaki eşdeğer direnci bulunuz.

R_5 direncinden akım geçmediğine göre B noktasının potansiyeli C noktasının potansiyeline eşit demektir. (U_C=U_D) Akım geçmeyen direnç devreden çıkartılabilir.



U_C=U_D olduğundan,

$U_A - U_C = U_A - U_D$

$\boxed{I_1 . R_1 = I_2 . R_3}$

$U_C - U_B = U_D - U_B$ ise

$\boxed{I_1 . R_2 = I_2 . R_4}$ dür.

Bulunan $I_1 . R_1 = I_2 . R_3$ ve $I_1 . R_2 = I_2 . R_4$ eşitliklerini birbirine oranlarsak;

$$\frac{\cancel{I_1} . R_1}{\cancel{I_1} . R_2} = \frac{\cancel{I_2} . R_3}{\cancel{I_2} . R_4} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \Rightarrow \boxed{R_2 . R_3 = R_1 . R_4}$$ bulunur.

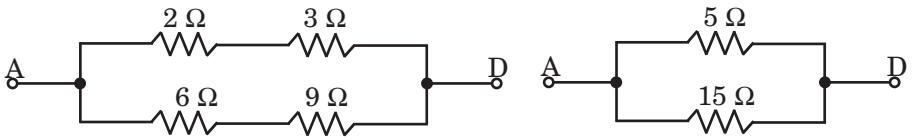
Bu ifadeye göre karşılıklı dirençlerin çarpımı birbirine eşittir.

Bu tip devrelere **Wheatstone Bridge (Veston Köprüsü)** denir. Uygulamada dirençlerin ölçülmesinde kullanılır. R_5 direncinin bulunduğu yere bir ampermetre konulur. R_1 direnci ayarlı direnç olduğu ve bu ayarlı direnç ayarlanıp ampermet-

reden sıfır akım okunduğu zaman köprü dengeye gelir. $R_2 \cdot R_3 = R_1 \cdot R_4$ eşitliğiyle bilinmeyen direnç değeri tespit edilir.

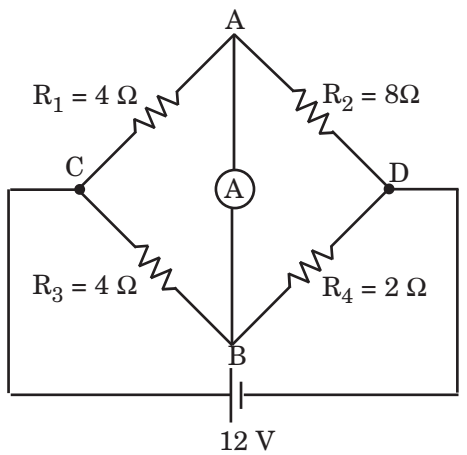
$R_2 \cdot R_3 = R_1 \cdot R_4$ eşitliğinden

$3 \cdot 6 = 2 \cdot R_4 \Rightarrow \boxed{R_4 = 9\ \Omega}$ olarak bulunur.



$$R_{A-D} = \frac{5 \cdot 15}{5 + 15} = \frac{75}{20} = 3{,}75\ \Omega$$

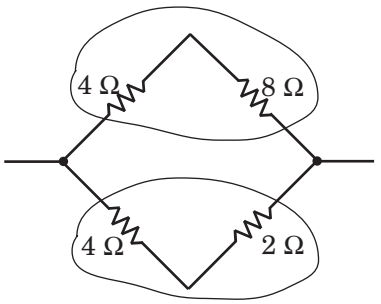
Örnek 12:



Şekildeki devrede A ile B noktaları arasına bağlanan ve direnci 200 Ω olan bir ampermetre kaç amperi gösterir?

Şekildeki devre, $R_1 \cdot R_4 \neq R_2 \cdot R_3$ olduğundan Wheatstone köprüsü dengede değildir. Dolayısıyla, ampermetreden bir akım geçer. Bu akımın değeri Kirchhoff kanunlarından bulunabilir.

Ampermetre olmasaydı;



$R_a = 4 + 8 = 12\ \Omega$

$R_b = 4 + 2 = 6\ \Omega$

$$R_{eş} = \frac{6 \cdot 12}{6 + 12} = \frac{72}{18} = 4\ \Omega \quad \text{olur.}$$

4 Ω ve 8 Ω'luk dirençlerin bulunduğu koldan geçen akım;

$$I_1 = \frac{12}{12} = 1\ A$$

4 ve 2 Ω'luk dirençlerin bulunduğu koldan geçen akım;

$$I_2 = \frac{12}{6} = 2\ A \quad \text{olur.}$$

Şekle göre;

$U_C - U_A = I_1 \cdot R_1 = 1 \cdot 4 = 4$ Volt ..... (1)

$U_C - U_B = I_2 \cdot R_2 = 2 \cdot 4 = 8$ Volt ..... (2)

(2) nolu eşitlikten (1) nolu eşitlik çıkartılırsa;

$(U_C - U_B) - (U_C - U_A) = 8 - 4$

$U_A - U_B = 4$ Volt olur.

200 Ω'luk ampermetreden geçen akım;

$$I_a = \frac{U_A - U_B}{R_a} = \frac{4}{200} = 20\ mA \quad \text{olur.}$$

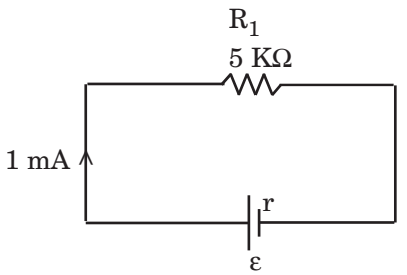
Akım yönü A'dan B'ye doğrudur.

Örnek 13: Bir üretecin kutupları arasına 5 K Ω'luk bir direnç bağlandığında devre akımı 1 mA, 2 KΩ'luk bir direnç bağlandığında ise devre akımı 2 mA olmaktadır.

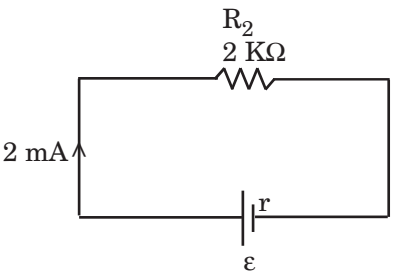
a) Üretecin iç direncini bulunuz.

b) Üretecin emk'ini bulunuz.

a)



$\varepsilon = I_1 \cdot (R_1 + r) = 1\ mA \cdot (5K + r)$



$\varepsilon = I_2 \cdot (R_2 + r) = 2\ mA \cdot (2K + r)$

$1\ (5 + r) = 2\ (2 + r)$

$5 + r = 4 + 2r$

$5 - 4 = r$

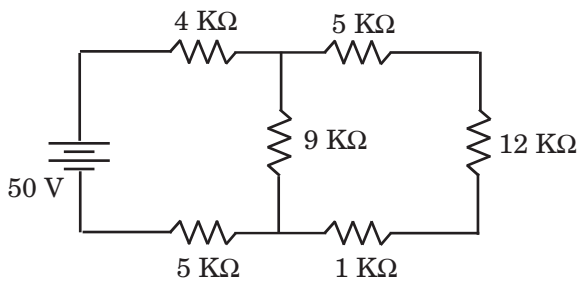
$\boxed{r = 1\ K\Omega}$

b) $\varepsilon = I_1 \cdot (R_1 + r)$

$\varepsilon = 1\ mA\ (5\ K + 1\ K)$

$\boxed{\varepsilon = 6\ Volt}$

Örnek 14:

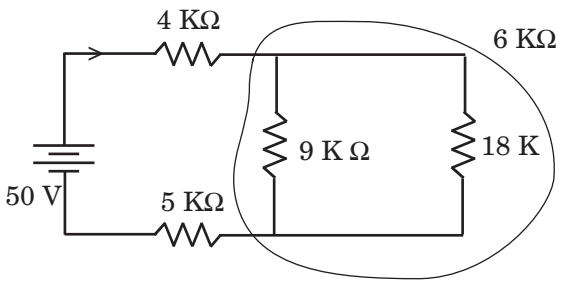


Şekildeki devrede;

a) 12 KΩ'luk dirençten geçen akımı bulunuz.

b) 1 KΩ'luk direnç üzerindeki gerilimi bulunuz.

a) 12 K Ω'luk dirençten geçen akım aynı koldaki 5 KΩ ve 1 KΩ'luk dirençlerden de geçer.



Devreden geçen toplam akım,

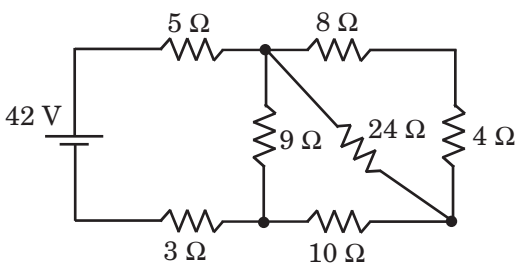
$$I = \frac{50\ V}{15\ K} = 3{,}33\ mA$$

18 KΩ'luk koldan geçen akım; $3{,}33\ mA \cdot \frac{9\ K}{27\ K} = 1{,}11\ mA$ 'dir.

Dolayısıyla 12 KΩ'luk dirençten geçen akım da 1,11 mA'dir.

b) $U_{1K} = 1{,}11\ mA \cdot 1\ K\Omega = 1{,}11$ Volt

Örnek 15:



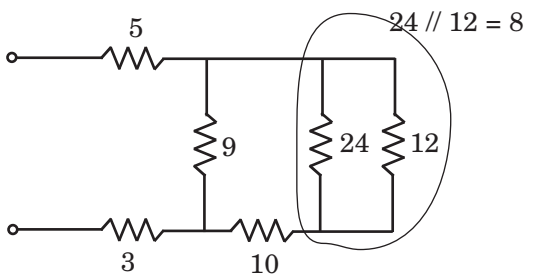
Şekildeki devrede;

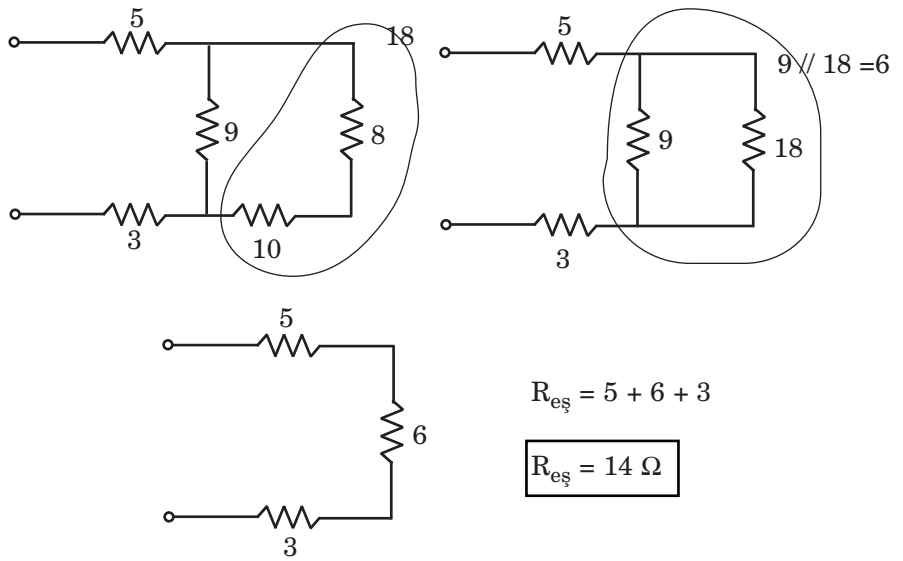
a) Eşdeğer direnci,

b) 24 Ω'luk dirençten geçen akımı,

c) 3 Ω üzerindeki gerilimi bulunuz.

a)

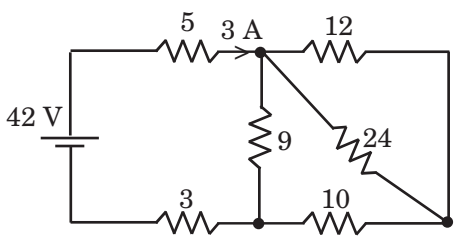




$R_{eş} = 5 + 6 + 3$

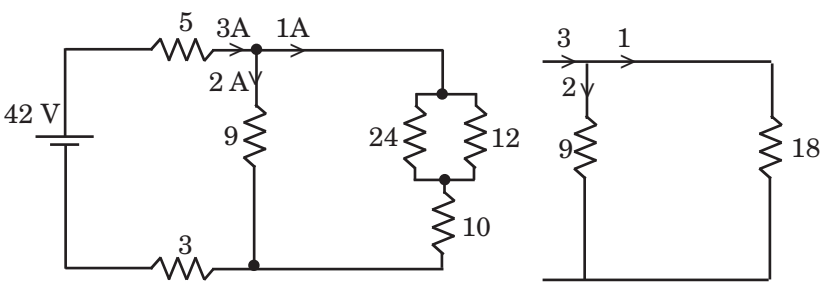
$\boxed{R_{eş} = 14\ \Omega}$

b)



Kaynaktan çekilen akım; $I = \frac{U}{R_{eş}} = \frac{42}{14} = 3\ A$

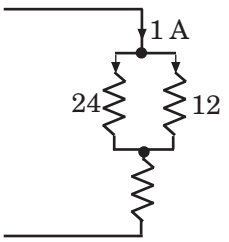
Verilen devreyi aşağıdaki gibi gösterebiliriz.



Şekilde görüldüğü gibi A düğüm noktasına gelen 3 A lik devre akımı 2 A ve 1 A olarak ayrılır. Çünkü, küçük dirençten büyük akım geçer.

9 Ω luk dirençten geçen akım; $3 \cdot \frac{18}{9+18} = 2$ A

18 Ω luk dirençten geçen akım, 3 – 2 = 1'dir.



24 Ω'luk dirençten geçen akım yine akım bölücü kuralından bulunabilir.

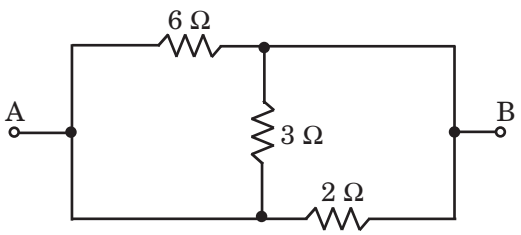
$$I_{24\,\Omega} = \text{gelen akım} \cdot \frac{\text{karşı direnç}}{\text{dirençlerin toplamı}}$$

$$I_{24\,\Omega} = 1 \cdot \frac{12}{24+12} = 0{,}333 \text{ A}$$

c) 3 Ω'luk direnç üzerinden devre akımı geçtiğine göre,

$U_{3\Omega} = 3 \cdot 3 = 9$ Volt olarak bulunur.

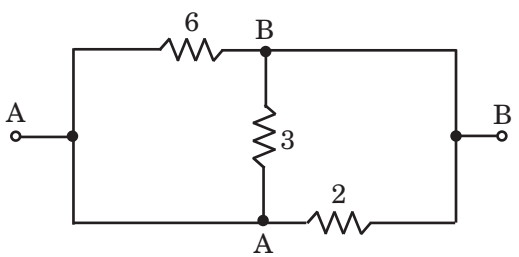
Örnek 16:



Şekildeki devrede A–B noktaları arasına 10 Volt uygulanmıştır.

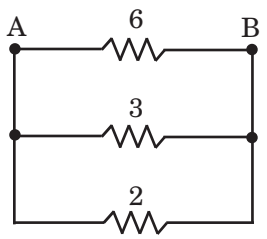
a) Devrenin eşdeğer direncini,

b) Herbir dirençten geçen akımı bulunuz.





a) Bu problemi daha kolay çözmek için harf yöntemini kullanabiliriz. Hatırlanacağı gibi bu yöntemde düğüm noktalarına birer harf verilir. Dikkat edilmesi gereken, aynı iletken üzerindeki düğüm noktalarına aynı harf verilmelidir. Düğüm noktalarında A ve B den başka harf olmadığı için A ve B şeklinde iki nokta belirtilir.

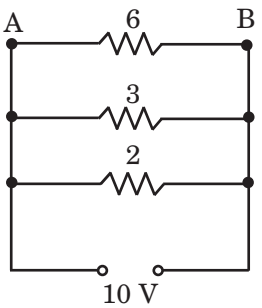


Daha sonra A ve B noktalarına devredeki dirençler yerleştirilir. Buradan daha açık görülüyor ki 6 // 3 // 2'dir. O halde;

R_{A-B} = 6 // 3 // 2 = 2 // 2 = 1 Ω'dur.

6 Ω'luk dirençten geçen akım;

$$\frac{10\ V}{6\ \Omega} = 1{,}67\ A$$



3 Ω'luk dirençten geçen akım;

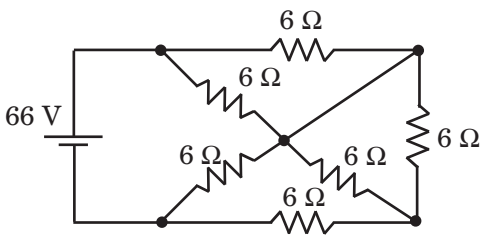
$$\frac{10\ V}{3\ \Omega} = 3{,}33\ A$$

2 Ω'luk dirençten geçen akım;

$$\frac{10\ V}{2\ \Omega} = 5\ A$$

Devreden geçen akımın, dirençlerden geçen akımların toplamına eşit olduğunu gösteriniz.

Örnek 17:

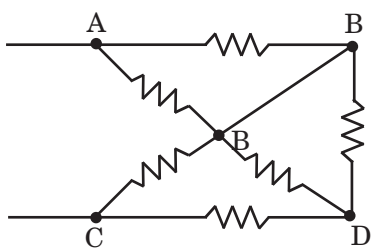


Şekildeki devrede;

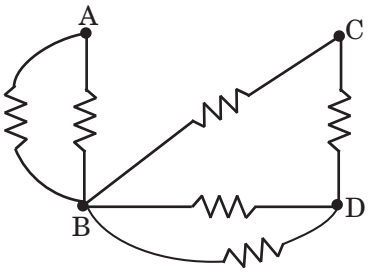
a) Eşdeğer direncini,

b) Üreteçten çekilen akımı bulunuz.

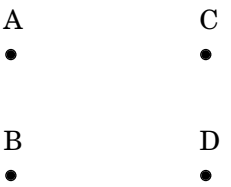
a)



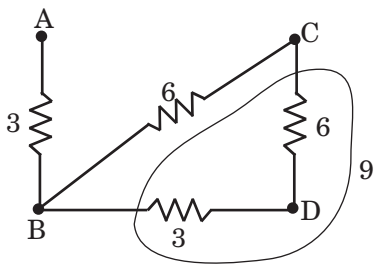
Yandaki şekilde görüldüğü gibi tüm düğüm noktaları bir harf ile sembolize edilmiştir.

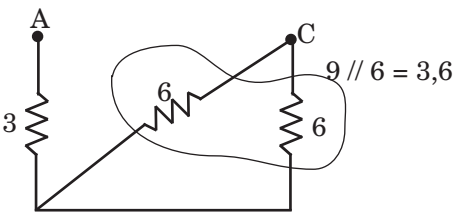


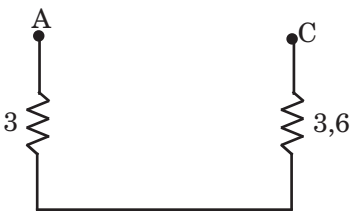
Devredeki dirençler;



şeklinde yerleştirilen noktalara bağlanmıştır. A ile B noktaları arasına 2 adet 6 Ω'luk direnç, B ile C noktalarıyla C ile D arasına birer adet 6 Ω'luk direnç ve B ile D noktaları arasına 2 adet 6 Ω'luk direnç yerleştirilmiştir. Eşdeğer direnç A ile C arasında olacaktır.





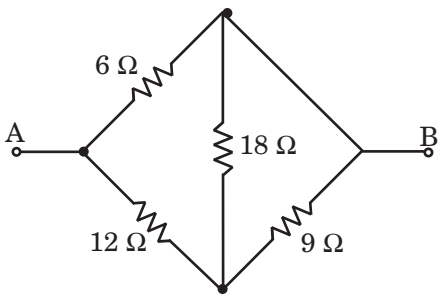


$R_{AC} = 3 + 3{,}6$

$\boxed{R_{A-C} = 6{,}6\ \Omega}$

b) $I = \dfrac{U}{R_{A-C}} = \dfrac{66}{6{,}6} = 10\ A$

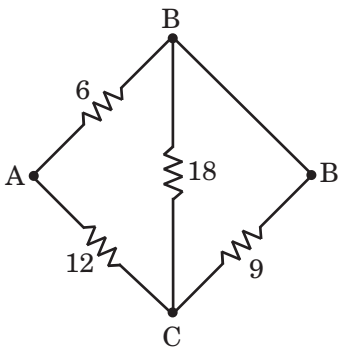
Örnek 18:



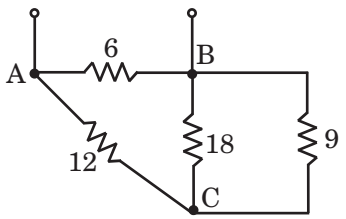
Şekildeki devrede A ile B noktaları arasına 24 Volt uygulanmaktadır.

a) Devrenin eşdeğer direncini,

b) Kaynaktan çekilen toplam akımı bulunuz.



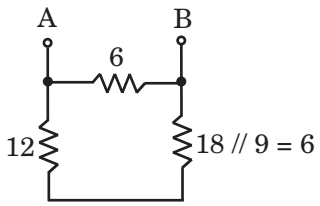
Yandaki şekilde görüldüğü gibi düğüm noktaları bir harf ile sembolize edilir. B noktası iki yere verilmiştir. Çünkü, ikisi de aynı iletken tel üzerindedir.

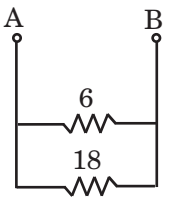


Şekildeki dirençler;



şeklinde yerleştirilen dirençlerle bağlanmıştır. En son elde edilen şekilde ise eşdeğer direnç bulunacak noktalar A–B arasıdır.



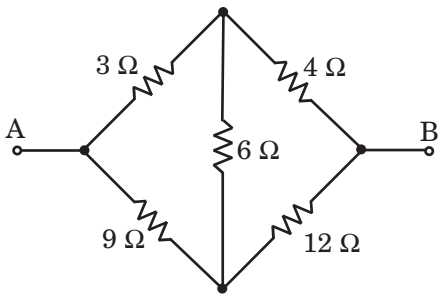


$R_{A-B} = 6 \,//\, 8$

$\boxed{R_{A-B} = 4{,}5\ \Omega}$

b) $I_T = \dfrac{U_{A-B}}{R_{A-B}} = \dfrac{24}{4{,}5\ \Omega} = 5{,}33\ A$

Örnek 19:



Şekildeki devrede U_{A-B} = 21 Volt'tur.

a) Devrenin eşdeğer direncini bulunuz.

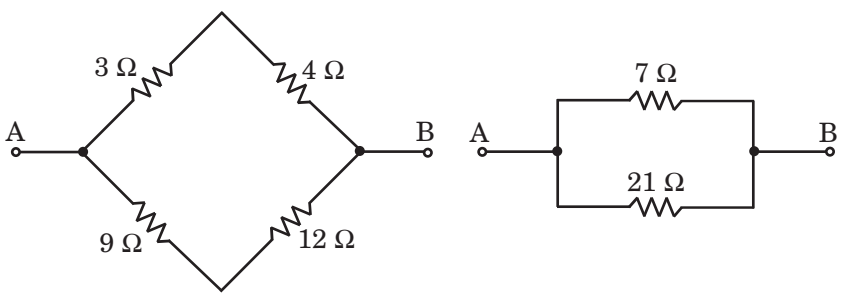
b) 4 Ω'luk dirençten geçen akımı bulunuz.

c) 6 Ω'luk dirençten geçen akımı bulunuz.

a) Karşılıklı dirençlerin çarpımı birbirine eşit olduğundan şekildeki Wheatstone köprüsü dengededir.

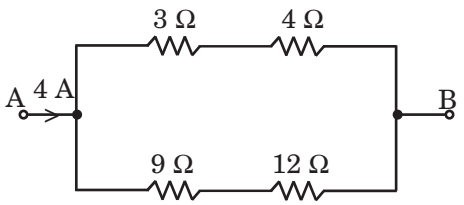
3 . 12 = 4 . 9

36 = 36 olduğundan, ortadaki 6 Ω'luk dirençten akım geçmez. Dolayısıyla, 6 Ω'luk direnç devreden çıkartılarak çözüme daha kolay ulaşılır.



$R_{A-B} = \dfrac{7 \cdot 21}{7 + 21} = \dfrac{147}{28} = 5{,}25\ \Omega$

b) Devreden geçen toplam akım; $I_T = \dfrac{U_{A-B}}{R_{A-B}} = \dfrac{21}{5{,}25} = 4\ A$

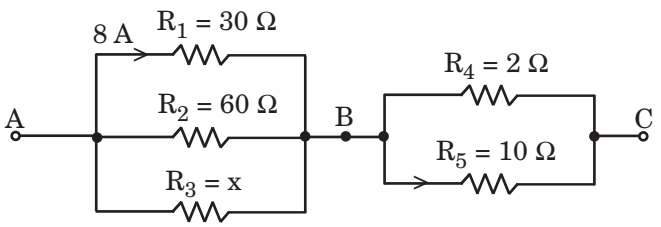


4 Ω'luk dirençten geçen akım;

$$\frac{21\ V}{(3+4)\ \Omega} = 3\ A$$ 'dir.

c) Köprü dengede olduğu için ortadaki dirençten akım **akmaz**.

Örnek 20:



Şekildeki devrede, 30 Ω'luk dirençten 8 A, 10 Ω'luk dirençten ise 4 A. akım geçmektedir. Buna göre;

a) R_2, R_3 ve R_4'ten geçen akımı,

b) x direncini,

c) Her direncin uçları arasındaki potansiyel farkını,

d) A–C arasındaki potansiyel farkı bulunuz.

e) A–C arasındaki eşdeğer direnci bulunuz.

a) R_1 direnci uçları arasında 240 V olduğuna göre R_2'den geçen akım;

$$I_2 = \frac{240}{60} = \underline{4\ A}\ \text{dir.}$$

R_5 direncinden 4 A geçtiğine göre buradaki gerilim düşümü 4 A . 10 Ω = 40 V tur. Bu direnç 2 Ω'a paraleldir. R_4 direncinden geçen akım;

$$I_4 = \frac{40}{2} = \underline{20\ A}\ \text{dir.}$$

B noktasından geçen akım, 4 + 20 = 24 A olduğuna göre, R_3 direncinden geçen akım;

$8 + 4 + I_3 = 24 \quad \Rightarrow \quad 12 + I_3 = 24 \quad \Rightarrow \quad I_3 = 12\ A$ dır.

b) R_3 üzerinde 240 V (R_1 ile paralel) olduğu için,

$$R_3 = \frac{240}{12} = 20\ \Omega \quad \text{dur.}$$

c) $U_1 = I_1 \cdot R_1 = 8.30 = 240$ V.
$U_2 = I_2 \cdot R_2 = 4 \cdot 60 = 240$ V.
$U_3 = I_3 \cdot R_3 = 12 \cdot 20 = 240$ V.
} $R_1 // R_2 // R_3$'tür.

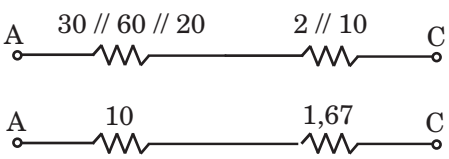
$U_4 = I_4 \cdot R_4 = 20 \cdot 2 = 40$ V.
$U_5 = I_5 \cdot R_5 = 4 \cdot 10 = 40$ V.
} $R_4 // R_5$'tir.

d) $U_{A-C} = U_{A-B} + U_{B-C}$

$U_{A-C} = 240 + 40$

$U_{A-C} = 280$ V.

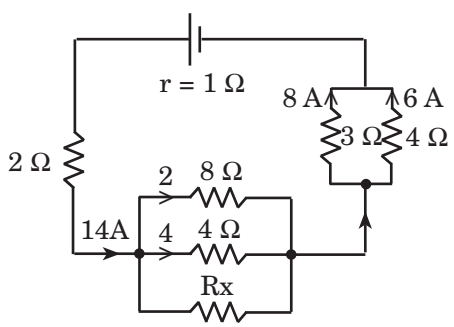
e)



$R_{A-C} = 10 + 1{,}67$

$R_{A-C} = 11{,}67\ \Omega$

Örnek 21:

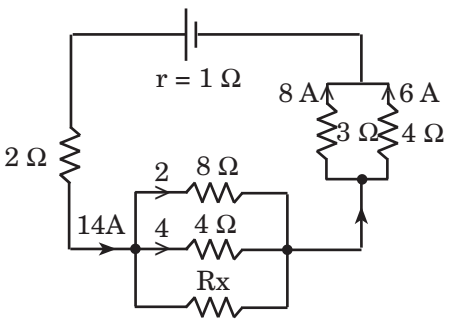


Şekildeki devrede üretecin emk değerini bulunuz.

3 Ω'luk dirençten geçen akım belli olduğuna göre devreden geçen toplam akım, akım bölücü kuralından bulunabilir.

$$I_{3\,\Omega} = I_T \cdot \frac{4\ \Omega}{7\ \Omega} \Rightarrow 8 = I_T \frac{4}{7} \Rightarrow 4 \cdot I_T = 56$$

$$I_T = 14\ A$$



8 Ω'luk dirençten 2 A akım geçerse 4 Ω luk dirençten 4 A akım geçer. O halde R_x direncinden geçen akım, Kirchhoff'un akım kanunundan bulunabilir.

$14 = 2 + 4 + I_x \Rightarrow I_x = 8$ A

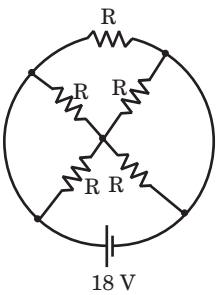
Devrenin eşdeğer direnci;

$R_{eş} = 1 + 2 + (8 // 4 // 2) + (3 // 4)$

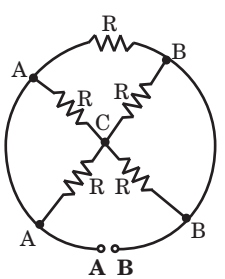
$R_{eş} = 3 + 1{,}14 + 1{,}71 = 5{,}85\ \Omega$

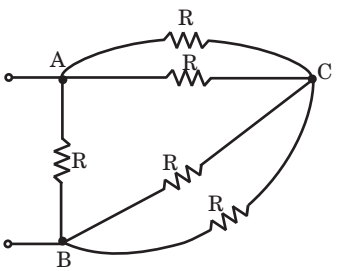
$\varepsilon = I_T \cdot R_{eş} = 14 \cdot 5{,}85 = \underline{\underline{82\ \text{Volt}}}$

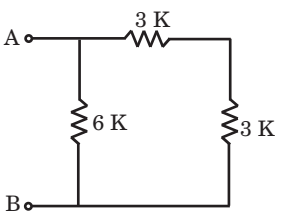
Örnek 22:



Şekildeki devrede R = 6 KΩ olduğuna göre üreteçten geçen akımı bulunuz.





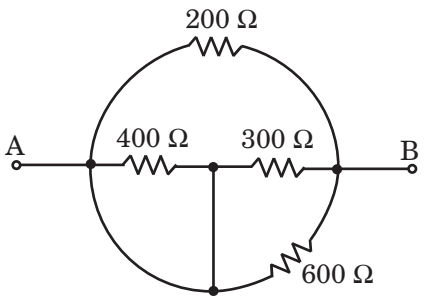


$R_{A-B} = 6\ K // 6\ K$

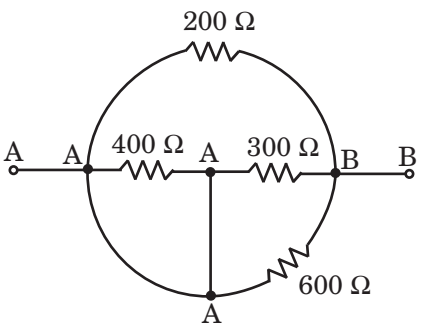
$\boxed{R_{A-B} = 3\ K\Omega}$

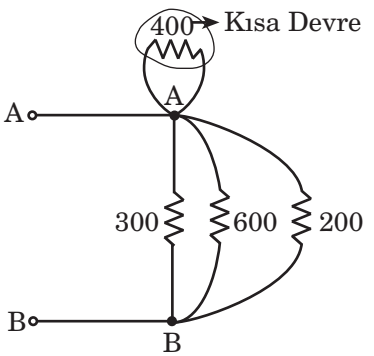
$I = \dfrac{18\ V}{3\ K\Omega} = \underline{\underline{6\ mA}}$

Örnek 23:



A–B arasına 50 Volt uygulanırsa, üreteçten çekilen akımı bulunuz.





Yapılan harf yönteminde 300 Ω // 600 Ω // 200 Ω olduğu açıkça görülmektedir.

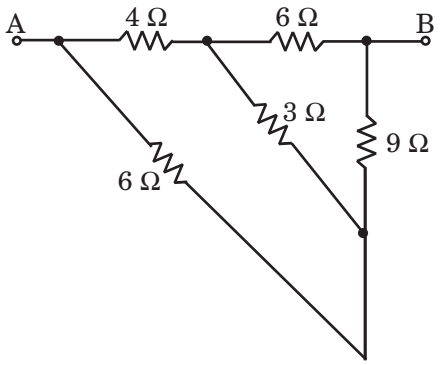
$$\frac{1}{R_{A-B}} = \frac{1}{300} + \frac{1}{600} + \frac{1}{200} = \frac{2+1+3}{600} = \frac{6}{600}$$

(2) (1) (3)

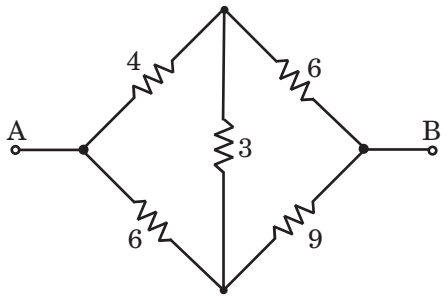
$$\frac{1}{R_{A-B}} = \frac{6}{600} \Rightarrow R_{A-B} = \frac{600}{6} = \underline{\underline{100\ \Omega}}$$

$$I = \frac{U_{A-B}}{R_{A-B}} = \frac{50\ V}{100\ \Omega} = \underline{\underline{500\ mA}}$$

Örnek 24:



Şekildeki devrenin A–B noktaları arasına 12 Volt uygulanırsa 3 Ω'luk dirençten geçen akımı bulunuz.

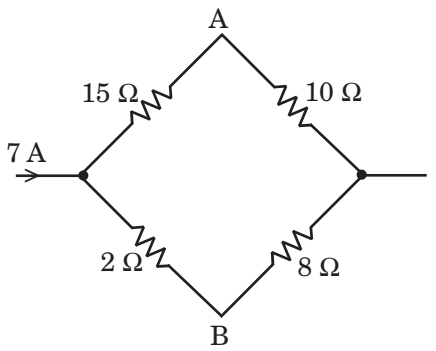


Verilen devre yandaki şekilde görüldüğü gibi bir Wheatstone köprüsüdür. Karşılıklı dirençlerin çarpımı birbirine eşit olduğu için;

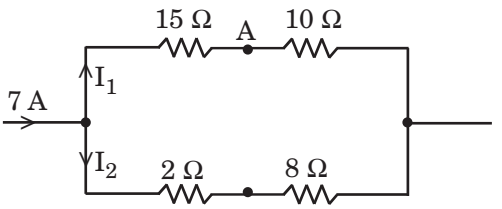
$$4 \cdot 9 = 6 \cdot 6 \Rightarrow 36 = 36$$

ortadaki 3 Ω'luk dirençten akım **geçmez**.

Örnek 25:



Şekildeki devrede verilenlere göre U_{A-B} potansiyelini bulunuz.



$I_1 = 7 \cdot \frac{10}{35} = 2$ A

$I_2 = 7 \cdot \frac{25}{35} = 5$ A veya

$7 = 2 + I_2 \Rightarrow I_2 = 5$ A dir

15 Ω'luk direnç üzerinde, 2 . 15 = 30 Volt gerilim düşer. Yani $U_{C-A} = 30$ V tur.

2 Ω'luk direnç üzerinde ise 2 . 5 = 10 Volt gerilim düşer. $U_{C-B} = 10$ V tur.

$U_{CB} - U_{CA} = 10 - 30 = -20$ V

$U_{CB} = U_C - U_B$

$U_{CA} = U_C - U_A$ olduğundan

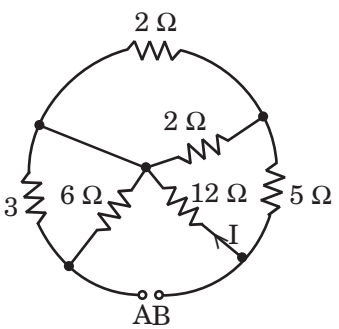
$U_{CB} - U_{CA} = U_C - U_B - (U_C - U_A)$

$= U_C - U_B - U_C + U_A$

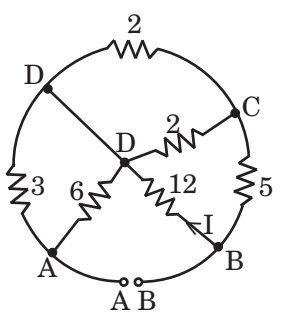
$= U_A - U_B = -20$ V

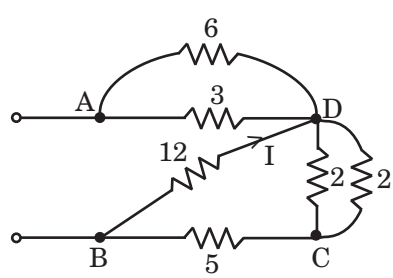
$\boxed{U_{A-B} = -20 \text{ Volt}}$

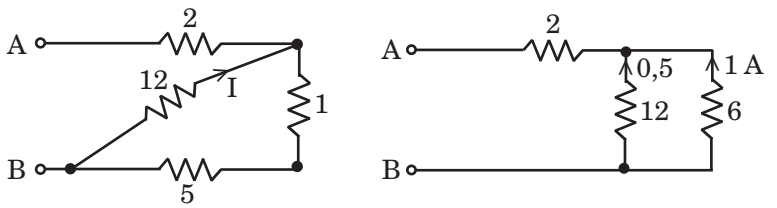
Örnek 26:



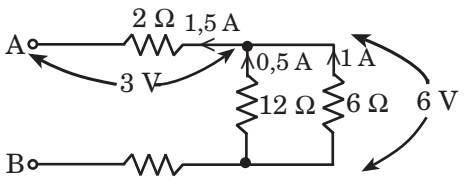
Şekildeki devrede 12 Ω'luk dirençten geçen akım 500 mA olduğuna göre A–B noktaları arasındaki potansiyel farkı bulunuz.







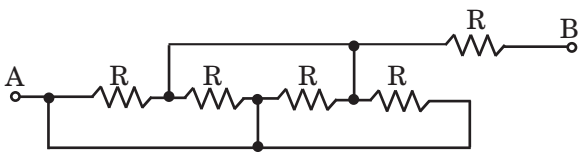
12 Ω'luk dirençten 0,5A akım geçerse 6 Ω'luk dirençten 1 A. akım geçer. 2 Ω'luk dirençten ise 0,5 + 1 = 1,5 A. lik bir akım sözkonusudur.



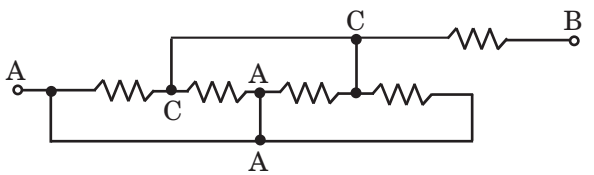
$U_{A-B} = 3 + 6$

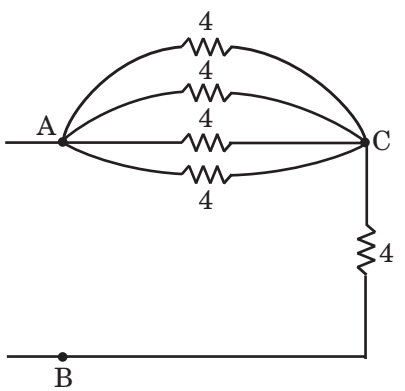
$\boxed{U_{A-B} = 9\ V}$

Örnek 27:



Şekildeki dirençlerin değeri R = 4 K Ω ise A–B arasındaki eşdeğer direnci bulunuz.

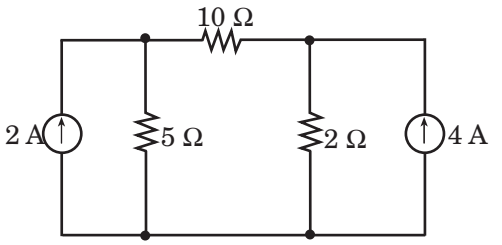




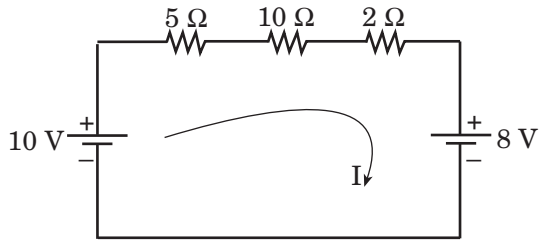
$R_{A-B} = (4\ K\ //\ 4\ K\ //\ 4\ K\ //\ 4\ K) + 4\ K$

$\boxed{R_{A-B} = 5\ K\ \Omega}$

Örnek 28:

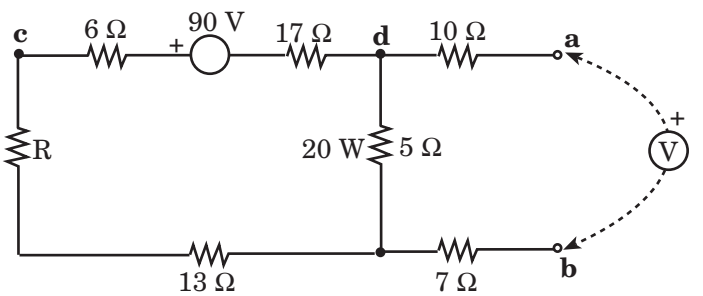


10 Ω'luk dirençten geçen akımı bulunuz



$$I = \frac{10 - 8}{5 + 10 + 2} = \frac{2}{17} = \underline{\underline{118\ mA}}$$

Örnek 29:



U_{ab} = ?

U_{cd} = ?

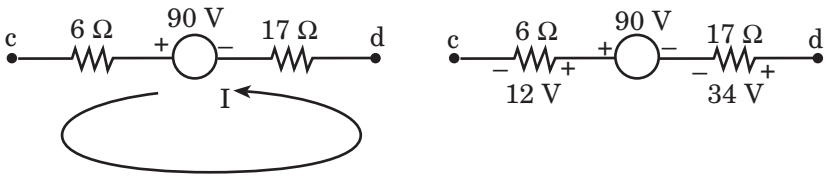
a – b arasındaki gerilim 5 Ω'luk direnç üzerindeki gerilimdir.

$$P = \frac{U^2}{R} \quad \Rightarrow \quad 20 = \frac{U^2}{5} \quad \Rightarrow \quad U^2 = 100 \quad \Rightarrow \quad \boxed{U = -10\ Volt}$$

90 Volt'luk DC kaynak, 5 Ω'luk direncin alt ucu (+), üst ucunu (+) olarak kutuplar. Çünkü; akım, 5 Ω'luk direncin alt ucundan girmektedir.

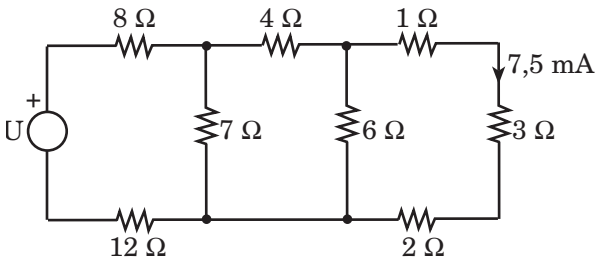
5 Ω'luk dirençten geçen akım aynı zamanda, 90 V'luk kaynaktan da geçer.

$$P = I^2 \cdot R \quad \Rightarrow \quad 20 = I^2 \cdot 5 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{I = 2\ A}}$$

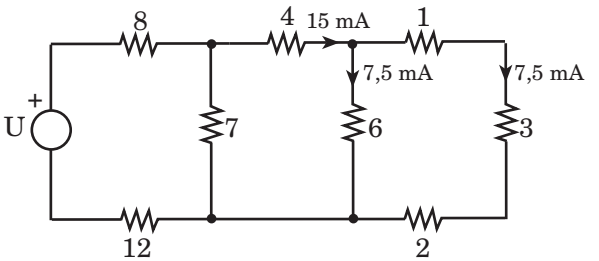


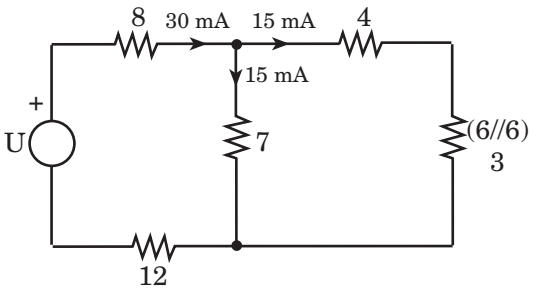
$U_{cd} = 90 - (12 + 34) = 90 - 46 \Rightarrow \boxed{U_{cd} = 44 \text{ Volt}}$

Örnek 30:



Şekildeki devrede U değerini bulunuz.



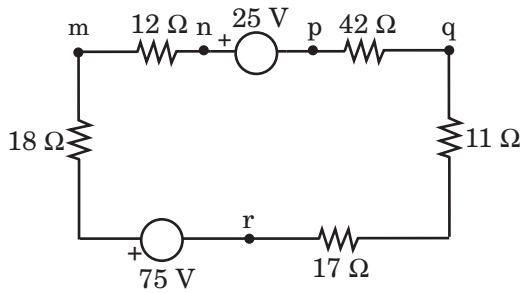


Kaynaktan çekilen akım, 30 mA. dir.

Eşdeğer direnç; $R_{eş} = 8 + 3{,}5 + 12 = 23{,}5\ \Omega$'dur.

$U = I \cdot R_{eş} = 30 \cdot 10^{-3} \cdot 23{,}5\ \Omega = \underline{\underline{705 \text{ mV}}}$

Örnek 31:



Şekildeki devrede;

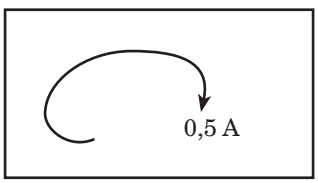
Voltmetrenin (+) ucu m, diğer ucu r de,

Voltmetrenin (+) ucu q, diğer ucu r de,

Voltmetrenin (+) ucu q, diğer ucu m de,

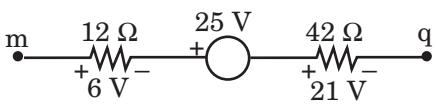
Voltmetrenin (+) ucu p, diğer ucu n de iken göstereceği değerleri bulunuz.

Devreden geçen akım, $I = \dfrac{75 - 25}{18 + 12 + 42 + 11 + 17} = 0{,}5$ A



$U_{mr} = 75 - (0{,}5 \cdot 18) = \underline{\underline{66 \text{ Volt}}}$

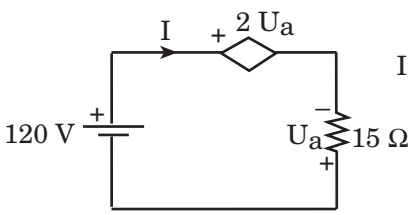
$U_{qr} = 0{,}5 \cdot (11 + 17) = \underline{\underline{14 \text{ Volt}}}$



$U_{mq} = 6 + 25 + 25 = 52 \text{ V} \Rightarrow \underline{\underline{U_{qm} = -52 \text{ Volt}}}$

$U_{np} = 25 \text{ V} \Rightarrow \underline{\underline{U_{pn} = -25 \text{ Volt}}}$

Örnek 32:



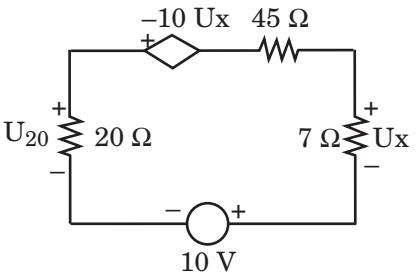
I = ?

$120 - 2\,Ua = -\,Ua$

$U_a = 120$ V

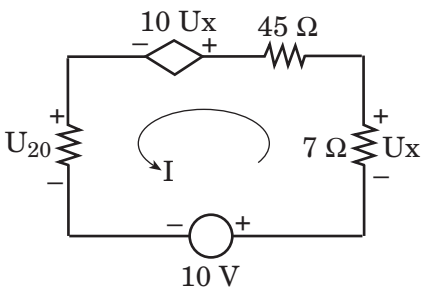
$I = \dfrac{120 - 2 \cdot Ua}{15} = \dfrac{120 - 2 \cdot 120}{15} = -8$ A

Örnek 33:



a) Ux, U_{20} = ?

b) Kaynakların güçlerini bulunuz.



$$-10 - 7\,I - 45\,I + 10\,Ux - 20\,I = 0$$

$$-72\,I + 10\,Ux = 10$$

$$Ux = 7\,I$$

$$-72\,I + 70\,I = 10$$

$$2\,I = 10 \Rightarrow I = 5\ A$$

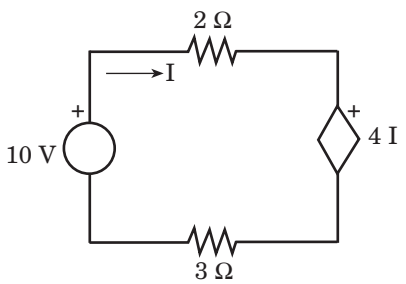
$Ux = 7 \cdot I = 7 \cdot 5 \Rightarrow \boxed{Ux = 35\ V}$

$U_{20} = 20 \cdot 5 \Rightarrow \boxed{U_{20} = 100\ V}$

$P_{10Ux} = 10 \cdot 35 \cdot 5 = \underline{1750\ W}$

$P_{10V} = 10 \cdot 5 = \underline{50\ W}$

Örnek 34:



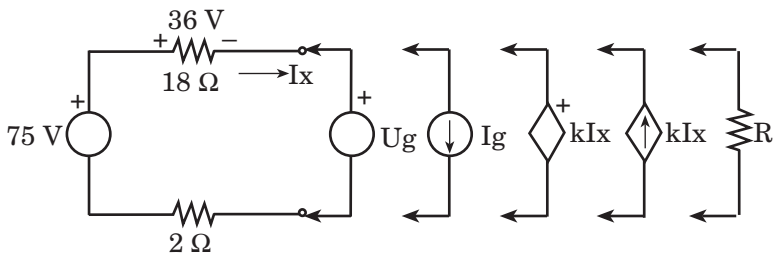
Bağımlı kaynağın verdiği gücü bulunuz.

$10 - 4\,I = I\,(2 + 3)$

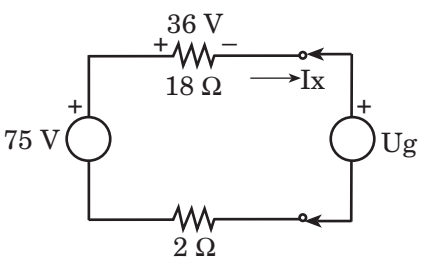
$10 - 4\,I = 5\,I \;\Rightarrow\; 10 = 9\,I \;\Rightarrow\; I = 1{,}11\ A$

$P_{4I} = 4 \,.\, 1{,}11 \,.\, 1{,}11 = \underline{\underline{4{,}93\ W}}$

Örnek 35:



Her bağlantı için bilinmeyenleri bulunuz.

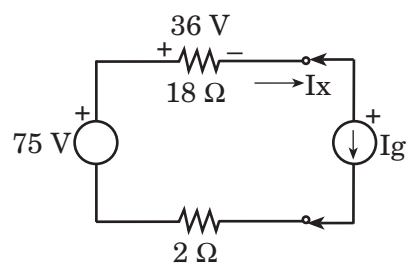


$18 \,.\, Ix + Ug + 2\,Ix = 75$

$Ix = \dfrac{36}{18} = 2\ A$

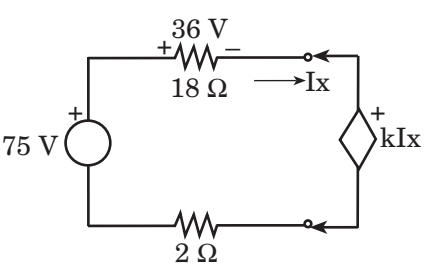
$20\,Ix + Ug = 75$

$20 \,.\, 2 + Ug = 75 \;\Rightarrow\; \boxed{Ug = 35\ V}$



$Ix = Ig = \dfrac{36}{18} = 2\ A$

$\boxed{Ig = 2\ A}$



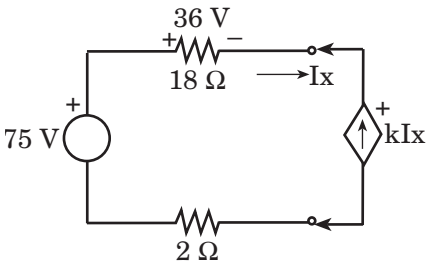
$36 + kIx + 2\,Ix = 75$

$Ix = 2\ A$

$36 + k \,.\, 2 + 2 \,.\, 2 = 75$

$40 + 2\,k = 75$

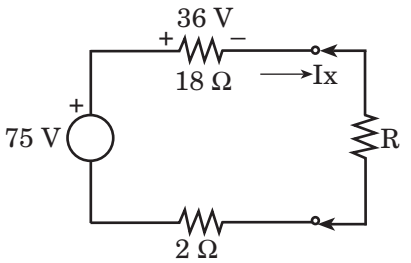
$2\,k = 35 \;\Rightarrow\; \boxed{k = 17{,}5}$



$kIx = -Ix$

$Ix = 2\ A$

$k\ 2 = -2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{k = -1}$



$$Ix = \frac{36}{18} = 2\ A$$

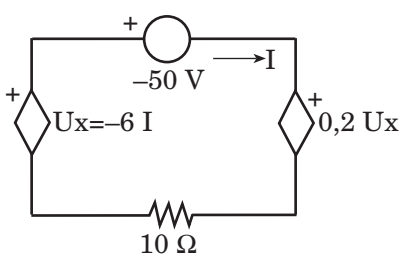
$$Ix = \frac{U}{Reş} \quad \Rightarrow \quad 2 = \frac{75}{18 + 2 + R}$$

$$2 = \frac{75}{20 + R} \Rightarrow \quad 40 + 2R = 75$$

$$2R = 35$$

$$\boxed{R = 17{,}5\ \Omega}$$

Örnek 36:



Her elemanın gücünü bulunuz.

$-50 = 0{,}2\ Ux + 10\ I - Ux$

$Ux = -6\ I$

$-50 = 0{,}2 \cdot (-6I) + 10\ I + 6\ I$

$-50 = -1{,}2\ I + 16\ I$

$-50 = 14{,}8\ I \quad \Rightarrow \quad \underline{I = -3{,}38\ A}$

$Ux = -6\ I = -6 \cdot (-3{,}38) = \underline{20{,}28\ V}$

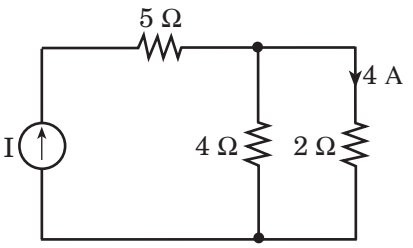
$P_{Ux} = 20{,}28 \cdot 3{,}38 \quad \Rightarrow \quad \boxed{P_{Ux} = 68{,}5\ W}$

$P_{-50V} = 50 \cdot (-3{,}38) \Rightarrow \boxed{P_{-50V} = -169\ W}$

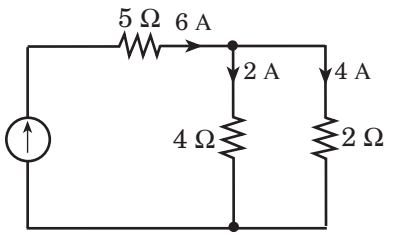
$P_{0,2Ux} = 0{,}2 \cdot (20{,}28) \cdot (-3{,}38) \Rightarrow \boxed{P_{0,2Ux} = -13{,}7\ W}$

$P_{10\Omega} = (-3{,}38)^2 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{P_{10\Omega} = 114{,}2\ W}$

Örnek 37:



Kaynağın verdiği gücü bulunuz.



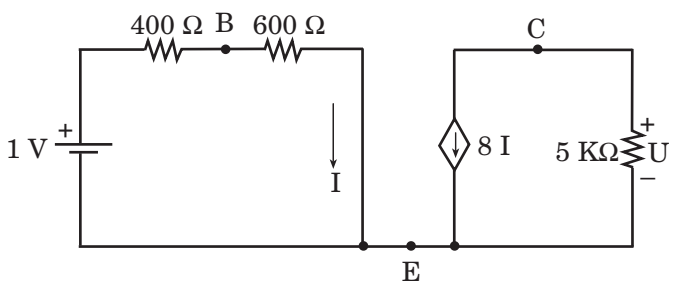
2 Ω'luk dirençten 4 A geçerse 4 Ω'luk dirençten 2 A akım geçer.

I = 6 A olur.

$R_{eş} = (4//2) + 5 = 1{,}33 + 5 = 6{,}33\ \Omega$

$P = I^2 \cdot R_{eş} = 36 \cdot 6{,}33 \Rightarrow \boxed{P = 228\ W}$

Örnek 38:



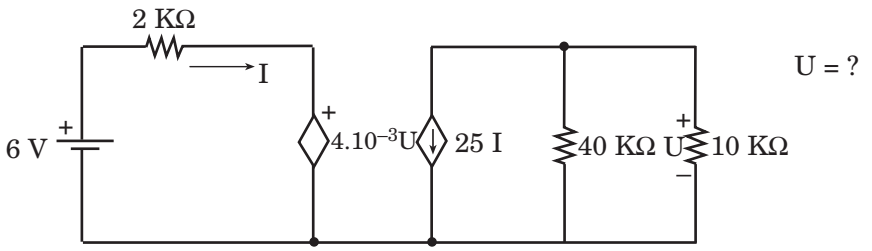
U, I = ?

$$I = \frac{1\ V}{1\ K\Omega} = \underline{\underline{1\ mA}}$$

Bağımlı akım kaynağının değeri 8 I = 8 mA dır.

$$U = 8\ mA\ .\ 5\ K\Omega = \underline{\underline{-\ 40\ Volt}}$$

Örnek 39:



$$6 - 0{,}004\ U = 2000\ I$$

$$I = \frac{6 - 0{,}004\ U}{2000}$$

$$I_{10K} = 25\ I\ .\ \frac{40000}{50000}$$

$$I_{10K} = 20\ I$$

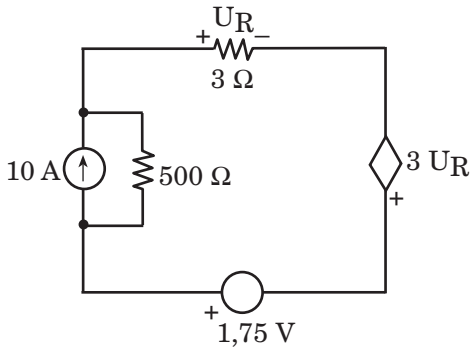
$$-U = 20\ I\ .\ 10000 \quad \Rightarrow \quad -U = 20\ .\ (\frac{6 - 0{,}004\ .\ U}{2000})\ .\ 10000$$

$$-U = 200000\ (\ \frac{6 - 0{,}004\ U}{2000}\ ) \quad \Rightarrow \quad -\ U = 100\ (6 - 0{,}004\ U)$$

$$-U = 600 - 0{,}4\ U \quad \Rightarrow \quad -\ U + 0{,}4\ U = 600 \quad \Rightarrow \quad -\ 0{,}6\ U = 600$$

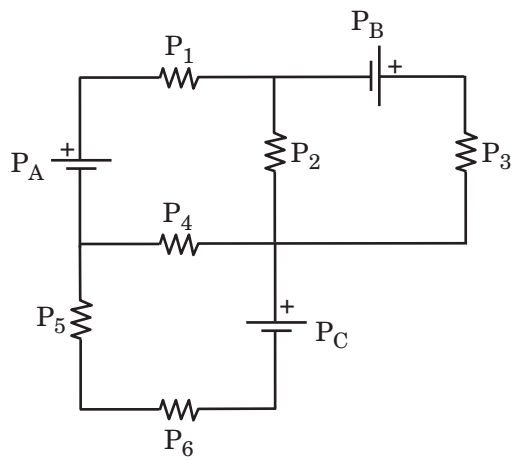
$$\boxed{U = -1000\ V}$$

Örnek 40:



Devredeki kaynakların verdiği gücün, dirençlerin harcadığı güce eşit olduğunu gösteriniz. (Cevap: 940,3 W)

Tellegen Teoremi:



Bir elektrik devresinde, kaynakların verdiği güçler ile devredeki elemanların çektiği güçlerin cebirsel toplamı 0'dır.

$$\Sigma P_{verilen} = \Sigma P_{çekilen}$$

veya

$$\Sigma P_{verilen} - \Sigma P_{çekilen} = 0$$

$$P_A + P_B + P_C = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6$$

BÖLÜM

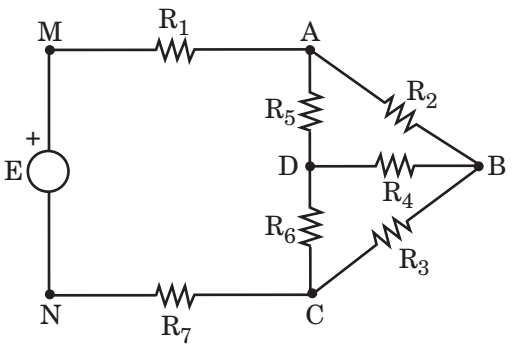
4

DEVRE TOPOLOJİSİ

- ✓ *Bazı Devre Tanımları*
- ✓ *Devre Çözümü*
- ✓ *Topoloji*
- ✓ *2K Yöntemi*
- ✓ *Yapay Değişkenler Yöntemi*
- ✓ *Düzlemsel Devre*
- ✓ *Topolojik Ağaç*

4.1 BAZI DEVRE TANIMLARI

Birden fazla elemanın uçlarının değişik şekillerde birleştirilmeleriyle bir elektrik devre modeli meydana gelir.

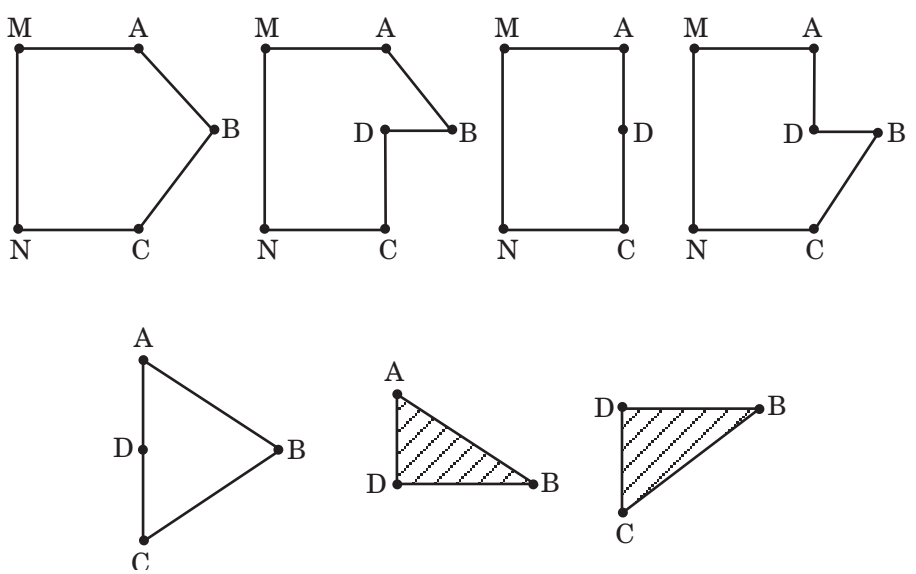


Şekil 4.1

Şekil 4.1'de böyle bir elektrik devre modeli görülmektedir. Şimdi, bu modeli inceleyerek, devre çözümlerinde işimize yarayacak bazı tanımları yapalım.

Kol: Her bir devre elemanına **kol** denir. Şekil 4.1'de yedisi pasif, bir tanesi aktif olmak üzere 8 kol bulunmaktadır. Bilindiği gibi dirençler pasif, kaynaklar ise aktif elemandır.

Çevre: Devrenin herhangi bir düğüm noktasından başlayıp elemanlardan yalnız bir defa geçerek, başlanılan düğüm noktasına gelmekle elde edilen kapalı çevreye **çevre** denir. Bu devrede yedi çevre vardır.



Şekil 4.2

Göz: MADCN, ABD ve BCD gibi herhangi bir kol tarafından kesilmeyen çevrelere **göz** denir. Göz çevrenin özel bir durumudur. Şekil 4.1'de 3 göz vardır.

Şekil 4.2'de 7 çevre ve 3 göz görülmektedir. Taranmış alanlar hem göz, hem de çevreyi gösterir.

Düğüm: 3 ya da daha fazla eleman uçlarının birleştiği noktaya **düğüm** denir. Şekil 4.1'e göre M ve N noktaları birer düğüm değildir.

4.2 DEVRE ÇÖZÜMÜ

Verilen bir elektrik devre modelinde, devre elemanlarının değerleri (aktif ve pasif) belli olduğu durumlarda, elemanlardaki akım ve eleman uçlarındaki gerilimleri bulmaya **devre çözümü veya devre analizi** denir. Elektrik devrelerinde bilinmeyen değişkenler akım ve gerilimlerdir. Bu bilinmeyenleri bulmak için Volt - Amper denklemleriyle Kirchhoff'un akım ve gerilimler kanunundan yararlanılır.

Her eleman için bir akım ve bir gerilim olduğuna göre bir devredeki bilinmeyen sayısı **kol sayısının iki katıdır.** Bağımsız Volt - Amper (VA) denklemlerini kurmak çok kolaydır. Her kol bize bağımsız bir denklem verir. Diğer bağımsız denklemler Kirchhoff'un gerilim ve akım kanunlarıyla elde edilir.

4.3 TOPOLOJİ

Bağımsız denklemleri bulabilmek için matematiğin **topoloji** adı verilen kolundan yararlanılır. İlk kez; topoloji, adacıkları birbirleriyle birleştiren köprülerle bir adacıktan diğerine kaç biçimde geçilebileceğini bulmak için ortaya atılmış bir yöntemdir.

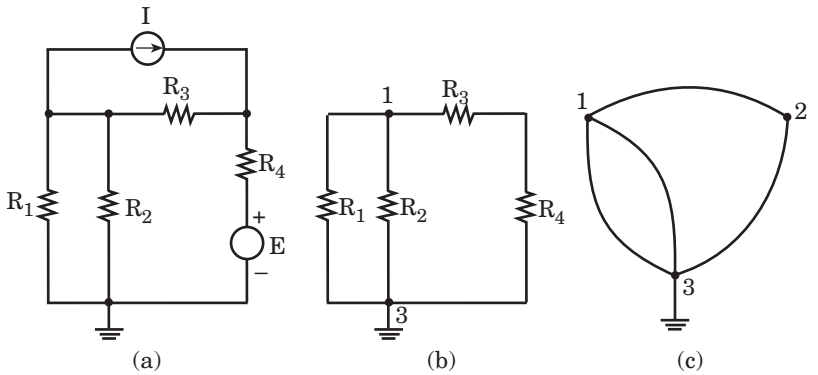
Bir elektrik devre modelinde adacıkları düğümlere ve köprüleri de düğümler arasındaki elemanlara benzeterek yapılan devre çözümlerine topoloji yöntemini kolayca uygulayabiliriz.

Gerilim kaynaklarıyla **paralel bağlı** dirençler ya da akım kaynaklarıyla **seri bağlı** dirençler topolojide **devreden çıkarılır.** Bundan başka **kaynaklar** da belli değerler olduklarından bunlara **gerek yoktur.**

Topolojik bir kol çizmek için **kaynaklar sıfır alınır.** Daha önce açıklandığı gibi sıfır gerilim kaynağı kısa devre sıfır akım kaynağı da açık devre olduklarına göre, gerilim kaynağı ile paralel olan dirençler kısa devre yapılır. Akım kaynağı ile seri olan dirençler de devreden çıkarılır.

Devreden bu biçimde çıkarılan dirençlere **yapay dirençler** denir. Yapay di-

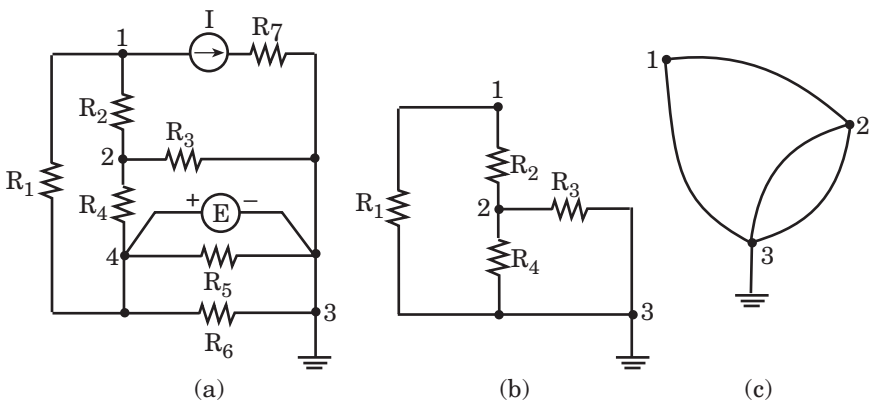
rençler, devredeki diğer akım ve gerilimleri etkilemezler. Bunlardaki akım ve gerilimler sonradan kolayca elde edilir.



Şekil 4.3

Topolojik devre, düz çizgilerle şekil 4.3. (c)'deki gibi çizilir. Burada;

4 KOL ... 4 K, 3 DÜĞÜM ... 3 D, 2 ÇEVRE ... 2 Ç vardır. Topolojik anlamda, göz ve çevre aynıdır.

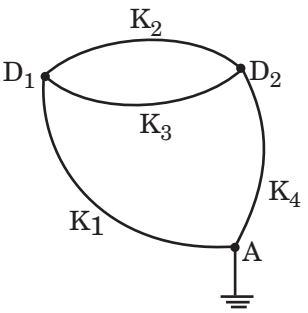


Şekil 4.4

Şekil 4.4. (a)'da akım kaynağı açık devre olacağı için R_7, gerilim kaynağı ise kısa devre olacağı için R_5 ve R_6 devreden çıkarılır ve şekil 4.4. (b) elde edilir. Topolojik devre şekil 4.4. (c)'de gösterilmiştir. Topolojik devreye göre; 4 K, 3 D ve 2 Ç vardır. (Ç = Bağımsız çevre sayısı, D = Bağımsız düğüm sayısı + 1 dir)

Bir çevrenin bağımsız olabilmesi için diğerlerinde olmayan bazı değerlerin kendisinde bulunması gerekir.Çevreleri seçerken kurulacak her yeni çevreye en az bir yeni kol eklenerek kurulursa, o çevre bağımsız olur.

Bağımsız çevre şu şekilde bulunabilir:

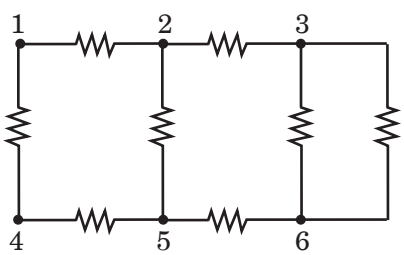


Şekil 4.5

Önce topraklanan A referans noktasından başlayarak, buna bir K_1 kolu bağlanır.Böylece bir çevre edilmemesine karşılık yeni bir D_1 düğümü elde edilir. D_1 düğümüne K_2 kolu eklenir. Bu kolun eklenmesiyle D_2 düğümü elde edilmiştir. Fakat, yine çevre yoktur. D_1 ve D_2 düğümleri arasına K_3 kolu bağlanır. Böylece, yeni bir düğüm yoktur, fakat bir çevre vardır. D_2 ile A noktaları arasına K_4 kolu bağlanır. Böylece ikinci çevre daha elde edilmiştir. Bu çevrede diğer çevrede olmayan K_4 kolu bulunmaktadır. Bu haliyle elde edilen iki çevre bağımsızdır. Her yeni kol ya bir yeni bağımsız çevre ya da yeni bir düğüm vermektedir. Başlanılan düğümde sayılırsa;

Kol Sayısı = Düğüm + Çevre – Referans Düğümü

K = D + Ç – 1 veya Ç = K – D + 1 yazılabilir.



Şekil 4.6

Şekil 4.6'daki devrede, 6 düğüm (D = 6) ve 8 kol (K = 8) olduğuna göre;

Ç = 8 – 6 + 1 = 3 elde edilir.

4.4 2 K YÖNTEMİ

Topolojik bir devre modelinde her kolda bilinmeyen bir akım ve bilinmeyen bir gerilim vardır. Böylece, bilinmeyen sayısı kol sayısının iki katıdır (2K).

Volt - Amper (VA) Denklemleri (Ohm Kanunu): Bir direnç için U = I . R olduğuna göre, kol sayısı kadar bağımsız VA denklemi elde edilir.

Kirchhoff'un Gerilim Kanunu: Herhangi bir çevrede I . R'lerin cebirsel toplamı, çevrede bulunan kaynak gerilimlerinin (U) cebirsel toplamına eşittir.

Kirchhoff'un Akım Kanunu: Bir noktada birleşen bütün iletkenlerdeki akımların cebirsel toplamı sıfırdır (Noktaya gelen akımlar pozitif ve noktadan çıkan akımlar negatif kabul edilerek).

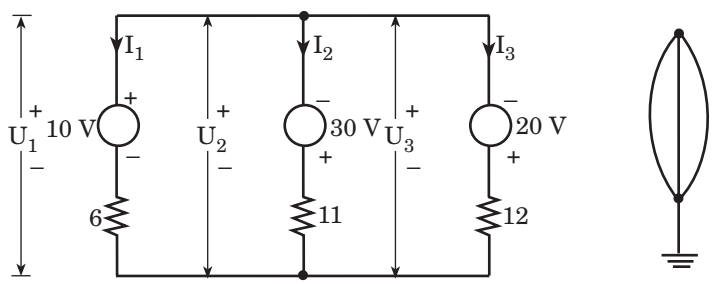
Başka bir ifadeyle, bir noktaya doğru akan akımların toplamı, o noktadan uzaklaşan akımların toplamına eşittir.

Bağımsız denklem sayısı, düğüm sayısından 1 eksiktir.

Özet olarak;

Bağımsız VA denklem sayısı = Kol Sayısı (K)
Bağımsız gerilim denklemi sayısı = Bağımsız çevre sayısı (Ç)
Bağımsız akım denklemi sayısı = Bağımsız düğüm sayısı (D – 1)

Şimdi, bu yasaların devre çözümlerine nasıl uygulanacağını örneklerle gösterelim.



Şekil 4.7

Şekil 4.7'de verilen devrede, her koldaki akımı 2 K yöntemiyle bulabiliriz. Önce kaç bağımsız denklem bulunabileceğini araştıralım. Bağımsız denklemleri bulmak için verilen devrenin topolojik biçiminin çizilmesi gereklidir.

Topolojik devreden; K = 3, D = 2, Ç = 2 ve bilinmeyen sayısı 2 K = 6'dır. Böylece, 6 bağımsız denkleme ihtiyaç vardır.

Üç kol olduğuna göre : 3 bağımsız VA denklemi,

İki düğüm olduğuna göre : 1 bağımsız akım denklemi (D – 1= 1)

İki bağımsız çevre olduğuna göre : 2 bağımsız gerilim denklemi

VA DENKLEMLERİ : (3 Kol, 3 Denklem)

$$U_1 = 6\ I_1 + 10 \text{ ..... } (1)$$

$$U_2 = 11\ I_2 - 30 \text{ ..... } (2)$$

$$U_3 = 12\ I_3 - 20 \text{ ..... } (3)$$

GERİLİM DENKLEMLERİ : (2 Bağımsız Çevre, 2 Bağımsız Denklem)

$$U_1 = U_2 \text{ ..... (4)}$$

$$U_2 = U_3 \text{ ..... (5)}$$

AKIM DENKLEMİ : (2 Düğüm, D - 1 = 1 Denklem)

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \text{ ..... (6)}$$

(4) ve (5) ten : $U_1 = U_2 = U_3$

(1) den : $I_1 = \dfrac{U_1 - 10}{6}$

(2) den : $I_2 = \dfrac{U_2 + 30}{11} = \dfrac{U_1 + 30}{11}$

(3) den : $I_3 = \dfrac{U_3 + 30}{12} = \dfrac{U_1 + 20}{12}$

Bu değerler (6) da yerlerine konulursa;

$$\frac{U_1 - 10}{6} + \frac{U_1 + 30}{11} + \frac{U_1 + 20}{12} = 0$$

$22\,U_1 - 220 + 12\,U_1 + 360 + 11\,U_1 + 220 = 0$ Buradan, $U_1 = -8$ Volt

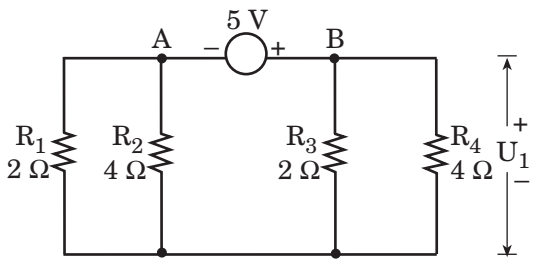
$$I_1 = \frac{-8 - 10}{6} = -3 \text{ A (Şekildeki yönün zıt olması gerekir)}$$

$$I_2 = \frac{-8 + 30}{11} = 2 \text{ A (Şekildeki yön doğru)}$$

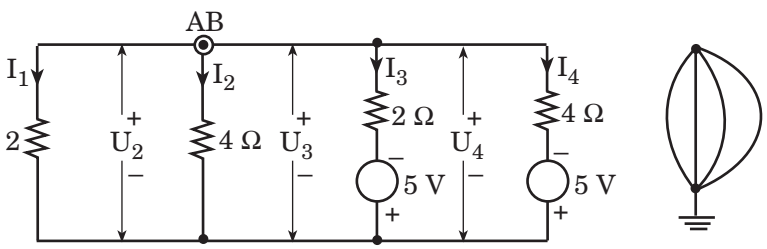
$$I_3 = \frac{-8 + 20}{12}\ 1 \text{ A (Şekildeki yön doğru)}$$

Şimdi, 2 K yönteminin dirençsiz kaynaklara nasıl uygulanacağını görelim.

4.4.1 Seri Dirençsiz Gerilim Kanunu



(a)



(b) (c)

Şekil 4.8

Topolojik devreden, K = 4, D = 2, Ç = 3 tür. K = 4 olduğu için 8 bilinmeyenle 4 bağımsız VA denklemi vardır.

$U_1 = 2\ I_1$ . . . . . .(1)

$U_2 = 4\ I_2$ . . . . . .(2)

$U_3 = 2\ I_3 - 5$ . . . . . .(3)

$U_4 = 4\ I_4 - 5$ . . . . . .(4)

Ç = 3 olduğu için 3 bağımsız gerilim denklemi:

$U_1 = U_2$ . . . . . .(5)

$U_2 = U_3$ . . . . . .(6)

$U_3 = U_4$ . . . . . .(7)

D = 2 olduğu için D - 1 = 1 akım denklemi:

$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0$ ... (8)

(5), (6) ve (7) den; $U_1 = U_2 = U_3 = U_4$

(1) den; $I_1 = \frac{U_1}{2}$

(2) den; $I_2 = \frac{U_2}{4} = \frac{U_1}{4}$

(3) ten; $I_3 = \frac{U_3 + 5}{2} = \frac{U_1 + 5}{2}$

(4) ten; $I_4 = \frac{U_4 + 5}{4} = \frac{U_1 + 5}{4}$

Bu değerler (8) de yerine konulursa;

$$\frac{U_1}{2} + \frac{U_1}{4} + \frac{U_1 + 5}{2} + \frac{U_1 + 5}{4} = 0$$

Buradan, U_1 = -2,5 Volt

Böylece, $U_1 = U_2 = U_3 = U_4 = -2{,}5$ Volt elde edilir.

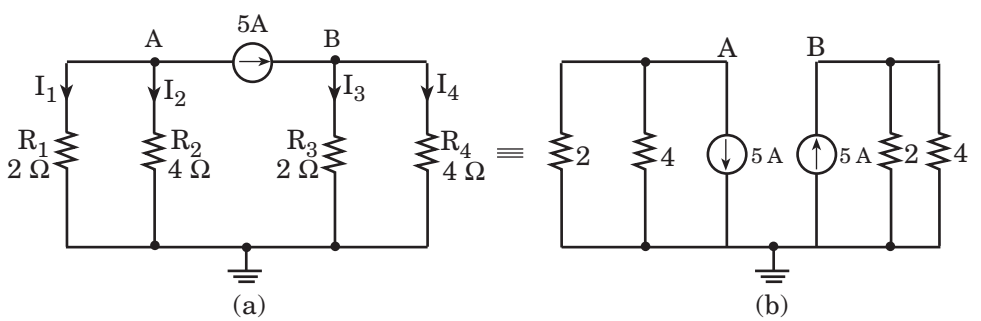
$$I_1 = \frac{-2{,}5}{2} = -1{,}25 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{-2{,}5}{4} = -0{,}625 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{-2{,}5 + 5}{2} = 1{,}25 \text{ A}$$

$$I_4 = \frac{-2{,}5 + 5}{4} = 0{,}625 \text{ A.}$$

4.4.2 Paralel Dirençsiz Akım Kanunu

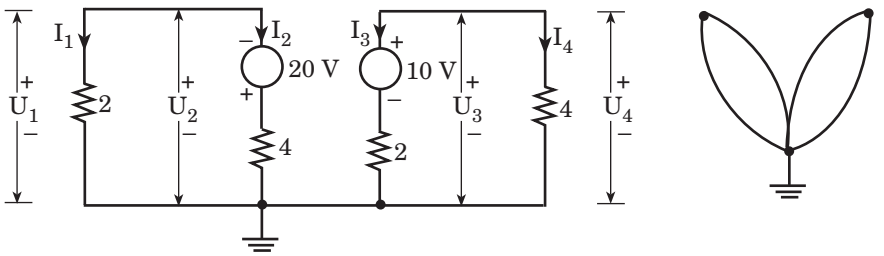


Şekil 4.9

Şekil 4.9 da, paralel dirençsiz bir akım kaynağıyla beslenen bir devre modelini göstermektedir. Önce, akım kaynağını paralel dirençli akım kaynağına çevirelim.

Bunun için, akım kaynağı A ve B noktaları arasından çıkarılır ve bu kaynak R_2 ve R_3 dirençlerine paralel bağlanır.

Akım kaynaklarını, gerilim kaynaklarına çevirelim.



Şekil 4.10

Topolojik devreden, K = 4, D = 3, Ç = 2'dir.

K = 4 olduğu için 8 bilinmeyen ve 4 bağımsız VA denklemi;

$U_1 = 2\ I_1$ . . . . . .(1)

$U_2 = 4\ I_2 - 20$ . . . . . .(2)

$U_3 = 2\ I_3 + 10$ . . . . . .(3)

$U_4 = 4\ I_4$ . . . . . .(4)

Ç = 2 olduğu için 2 bağımsız gerilim denklemi;

$U_1 = U_2$ . . . . . .(5)

$U_3 = U_4$ . . . . . .(6)

D = 3 olduğu için D – 1 = 2 akım denklemi;

$I_1 + I_2 = 0$ . . . . . .(7)

$I_3 + I_4 = 0$ . . . . . .(8)

(1) den, $I_1 = \dfrac{U_1}{2}$

(2) den, $I_2 = \dfrac{U_2 + 20}{4} = \dfrac{U_1 + 20}{4}$

(3) ten, $I_3 = \frac{U_3 - 10}{2}$

(4) ten, $I_4 = \frac{U_4}{4} = \frac{U_3}{4}$ elde edilir.

Bu değerler, (7) ve (8) de yerlerine konur ve gerekli işlemler yapılırsa;

$U_1 = U_2 = -\frac{20}{3}$ ve $U_3 = U_4 = \frac{20}{3}$ elde edilir.

R_1'deki akım; $I_1 = -\frac{20}{3 \cdot 2} = -\frac{10}{3}$ A

R_2'deki akım; $I_2 = -\frac{20}{3 \cdot 4} = -\frac{5}{3}$ A

R_3'teki akım; $I_3 = \frac{20}{3 \cdot 2} = \frac{10}{3}$ A

R_4'teki akım; $I_4 = \frac{20}{3 \cdot 4} = \frac{5}{3}$ A

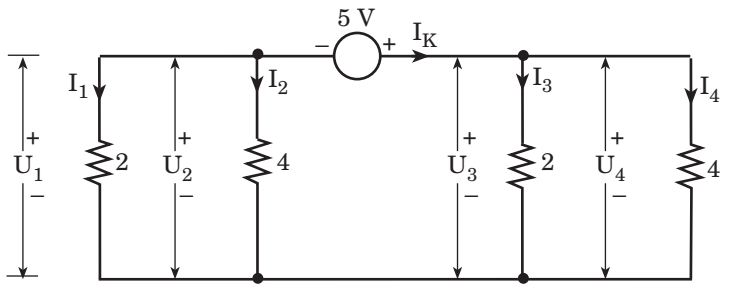
Böylece, şekil 4.9. (a)'da I_1 ile I_2 nin yönleri şekil 4.10'daki yöne zıt ve I_3 ile I_4'ün yönleri şekilde gösterilenin aynıdır. Buna göre;

$-(I_1 + I_2) = (I_3 + I_4)$ ya da $-(-\frac{15}{3}) = 5$ A olduğu görülür.

4.5 YAPAY DEĞİŞKENLER YÖNTEMİ

Dirençsiz kaynakları bulunan problemler, kaynak dönüşümü yapılmadan da çözülebilir. Bu yöntemde, hakiki topolojik anlamda var olmayan düğümlerden, kollardan ve çevrelerden yararlanılır.

Seri direnci olmayan bir GERİLİM KAYNAĞI, bir devredeki iki düğüm arasında bir köprü oluşturur. Bu düğümlerden biri, kaynak sıfır olduğu hallerde ortadan kalkar ve dolayısıyla topolojik anlamda bu düğümlerden BİRİ YAPAY DÜĞÜM dür. Diğer yandan, kaynak aktif olduğu halde, yapay düğüm yerinde kalacaktır. Dolayısıyla bu düğüm kaynaktaki bilinmeyen akımı bulmak için ek bir Kirchhoff'un akımlar kanunu denklemine gerek vardır. Burada, kaynak yapay bir koldur. Kaynağın değeri belli olduğuna göre VA denklemi yazılamaz.



Şekil 4.11

$U_1 = 2\ I_1$ . . . . . .(1)

$U_2 = 4\ I_2$ . . . . . .(2)

$U_3 = 2\ I_3$ . . . . . .(3)

$U_4 = 4\ I_4$ . . . . . .(4)

$I_1 + I_2 = -Ik$ . . . . . .(5)

$I_3 + I_4 = Ik$ . . . . . .(6)

$U_1 = U_2$ . . . . . .(7)

$U_3 = U_4$ . . . . . .(8)

$U_2 = U_3 - 5$ veya $U_1 - U_3 = -5$ . . . . .(9)

Burada dikkat edilirse, 2 K denklemlerinden başka bir de Kirchhoff'un akımlar kanunu denklemini yazmış olduğumuz görülür.

(1) den; $I_1 = \frac{U_1}{2}$

(2) den; $I_2 = \frac{U_2}{4} = \frac{U_1}{4}$

(3) ten; $I_3 = \frac{U_3}{2}$

(4) ten; $I_4 = \frac{U_4}{4} = \frac{U_3}{4}$

(5) + (6) ; $I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0$ Akım değerleri yerlerine konarak;

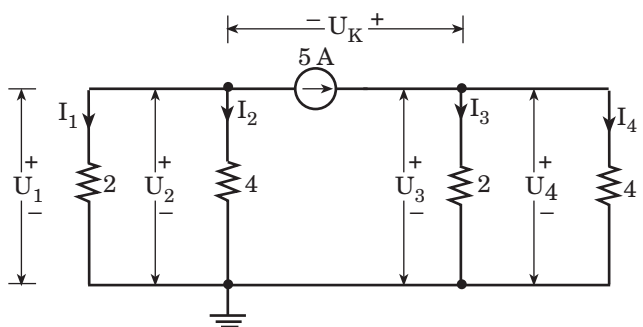
$\frac{U_1}{2} + \frac{U_1}{4} + \frac{U_3}{2} + \frac{U_3}{4} = 0$ ya da $3\ U_1 + 3\ U_3 = 0$ ..... (10)

(9) ve (10) dan; $U_1 = -2{,}5$ Volt, $U_3 = 2{,}5$ Volt, $(U_3 = U_4, U_1 = U_2)$

Böylece; $I_1 = -1{,}25$ A, $I_2 = -0{,}625$ A, $I_3 = 1{,}25$ A, $I_4 = 0{,}625$ A dır.

Şimdi, şekil 4.11'de verilen devre modelini ele alıp, şekil 4.12'de görüldüğü şekilde çizildikten sonra, paralel dirençsiz akım kaynağı olan bu devre modelini yapay değişken yöntemiyle çözelim.

Topolojik devrede, akım kaynağı sıfır yapılınca, kaynak devreden çıkar. Fakat, iki düğüm yerinde kalır. Akım kaynağının, oluşturduğu (akım kaynağı kolunun) çevre ortadan kalkar. Bu çevre, topolojik anlamda YAPAY BİR ÇEVREDİR. Bu yapay çevre kullanılarak, ek bir Kirchhoff kanunu denklemiyle devre çözümü yapılabilir. Bu denklem, akım kaynağı uçlarındaki gerilimi verir. Şekil 4.12 de 4 gerçek kol, bir yapay kaynak kolu, iki topolojik çevre, bir yapay çevre ve üç düğüm vardır. Böylece, akım ve gerilim değişkenleri sayısı 8 olup, ayrıca akım kaynağı uçlarında U_K bilinmeyen gerilimi bulunmaktdır. Bu problemin çözümü için 2 K denklemiyle yapay çevrede ek olarak bir gerilim denklemi vardır. Bu da U_K'yı çözmeye yarar.



Şekil 4.12

$U_1 = 2\ I_1$ . . . . . .(1)

$U_2 = 4\ I_2$ . . . . . .(2)

$U_3 = 2\ I_3$ . . . . . .(3)

$U_4 = 4\ I_4$ . . . . . .(4)

$I_1 + I_2 = -5$ . . . . . .(5)

$I_3 + I_4 = 5$ . . . . . .(6)

$U_1 = U_2$ . . . . . .(7)

$U_3 = U_4$ . . . . . .(8)

$U_3 - U_2 = U_K$ . . . . . .(9)

(1) den; $I_1 = \frac{U_1}{2}$

(2) den; $I_2 = \frac{U_2}{4} = \frac{U_1}{4}$

(3) ten; $I_3 = \frac{U_3}{2}$

(4) ten; $I_4 = \frac{U_4}{4} = \frac{U_3}{4}$

(5) ten; $\frac{U_1}{2} + \frac{U_1}{4} = -5$ ya da $3\,U_1 = -20 \Rightarrow U_1 = -\frac{20}{3}$

(6) dan; $\frac{U_3}{2} + \frac{U_3}{4} = 5$ ya da $3\,U_3 = 20 \Rightarrow U_3 = -\frac{20}{3}$

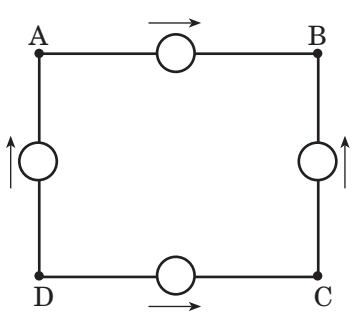
$U_1 = U_2 = -\frac{20}{3}$, $U_3 = U_4 = \frac{20}{3}$ değerleri yerine yazılırsa;

$I_1 = -\frac{10}{3}$ A, $I_2 = -\frac{5}{3}$ A, $I_3 = \frac{10}{3}$ A ve $I_4 = \frac{5}{3}$ A bulunur.

(9) nolu eşitlikte U_2 ve U_3 değerleri yerlerine konulursa;

$U_K = \frac{20}{3} - (-\frac{20}{3}) = \frac{40}{3}$ Volt elde edilir ki bu şekil 4.11'de verilen devre modelinin çözümünün aynıdır. Yapay değişkenler yönteminde devrenin aynen kaldığı görülmektedir. Her iki yöntem herhangi bir devre analizi probleminin çözümü için kullanılabilir. 2 K yönteminde, bilinmeyenlerin sayısı arttıkça, denklem sayısı, dolayısıyla işlem sayısı artar.

Örnek 1:



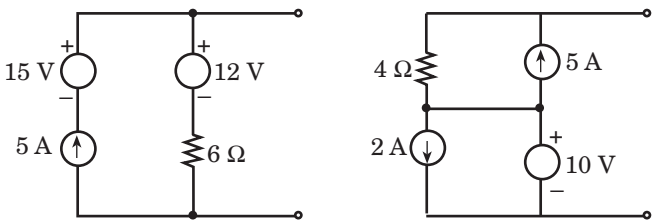
Şekildeki devre modelinde, aşağıda verilen potansiyel farkları ölçülerin ideal bir voltmetreyle yapıldıkları varsayımına göredir:

$U_{AB} = -7$ V, $U_{BC} = 10$ V, $U_{DA} = -7$ V

Buna göre; U_{CD}, U_{AC} ve U_{BD} kaç volttur?

(Cevap: $U_{CD} = 4$ V, $U_{AC} = 3$ V, $U_{BD} = 14$ V)

Örnek 2:

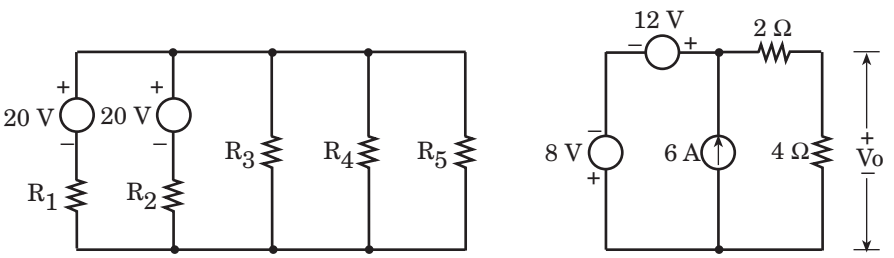


(a) (b)

Şekil a'daki devre modelini paralel dirençli bir tek akım kaynağına şekil b'deki devre modelini ise seri dirençli bir tek gerilim kaynağına çeviriniz.

(Cevap: a) 7 A, 6 Ω b) 30 V, 4 Ω)

Örnek 3:

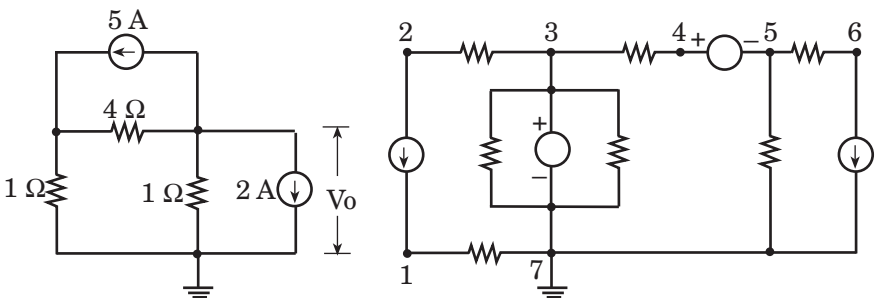


(a) (b)

Şekil (a)'daki devre modelini seri dirençli bir tek gerilim kaynağına çeviriniz. Şekil (b)'deki devre modelinde ise Vo = ?

(Cevap: a) 20 V, $(R_1 \cdot R_2) / R_1 + R_2$ Ω
b) Vo = 8/3 Volt)

Örnek 4:



(a) (b)

Şekil (a)'da verilen devre modelinde Vo değerini bulunuz. Şekil (b)'deki devre modelinde yapay K, D, Ç değerleriyle topolojik anlamda K, D ve Ç değerlerini bulunuz.

(Cevap: a) 5 V, 5/6 Ω

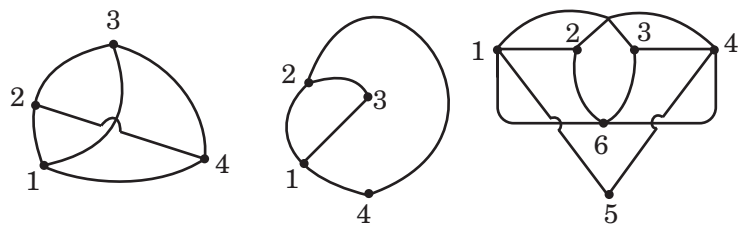
b) Topolojik 2 K, 2 D, 1 Ç

Yapay 9 K, 5 D, 4 Ç)

Not: Yapay değişkenler yönteminde verilen devre şekli aynen kalır. Kaynak dönüşümü yapılarak devre çözülmek istenirse devrenin şekli değişir. Bu durumda bazen, devrenin şekil değiştirdiği unutulabilir ve hataya düşülebilir. Her akım kaynağının, bir devrede yapay bir çevre ve her gerilim kaynağının da devrede yapay bir düğüm oluşturduğuna dikkat edilmelidir.

4.6 DÜZLEMSEL DEVRE

Devre kolları, birbirini kesmeden bir düzlem üzerine çizilebilirse, bu devreye **düzlemsel devre** denir. Topolojik devreler çizildikleri zaman, bazı kolların kesiştikleri görülür. Bu halde, devre mutlaka düzlemsel değildir denilemez.

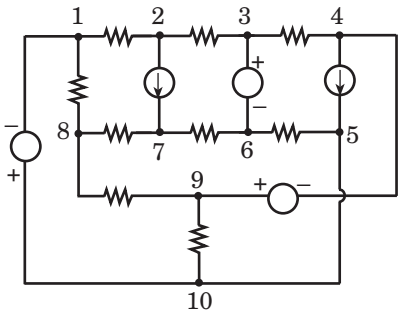


(a) (b) (c)

Şekil 4.13

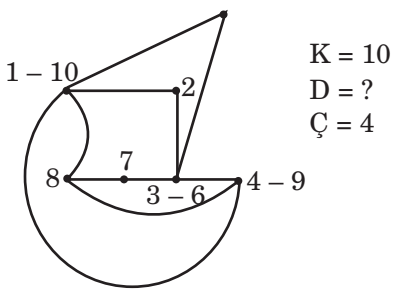
Örneğin, şekil 4.13. (a)'daki devre, ilk bakışta düzlemsel değil gibi görünürse de ufak bir düzen değişikliğiyle düzlemsel olduğu görülür. (Şekil 4.13. (b)) Şekil 4.13. (c) deki devre ise düzlemsel değildir. Zira, bu devreyi ne şekilde düzenlersek düzenleyelim 1 - 3 ve 2 - 4 düğümlerini birleştiren kollar daima kesişirler.

Örnek 1:



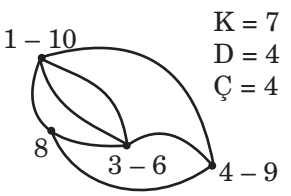
(a)

Şekildeki devre modelinde topolojik anlamda K, D, Ç değerlerini bulunuz.



K = 10
D = ?
Ç = 4

(b)

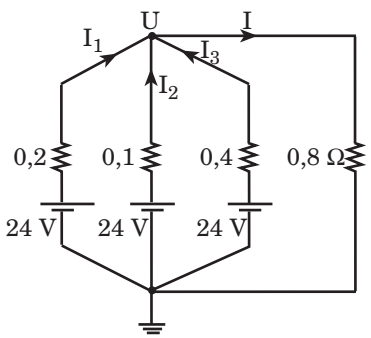


K = 7
D = 4
Ç = 4

(c)

Şekil (b)'de verilen, devre modelinin düzlemsel şeklini (Akım kaynakları açık devre, gerilim kaynakları kısa devre) Şekil (c)'de ise topolojik çizim olup, K = 7, D = 4 ve Ç = 4 olduğu görülür.

Örnek 2: İç dirençleri 0,2 Ω, 0,25 Ω, 0,3 Ω ve herbirinin emk'i 24 Volt olan paralel bağlı üç akümülatör bataryası, direnci 0,8 Ω olan bir yükü beslemektedir. Yüke uygulanan gerilimi, bataryalardan çekilen akımları ve yükteki akımı 2 K yöntemiyle bulunuz.



$$I_1 + I_2 + I_3 = I$$

$$I_1 = \frac{24 - U}{0,4}$$

$$I_2 = \frac{24 - U}{0,1}$$

$$I_3 = \frac{24 - U}{0,4}$$

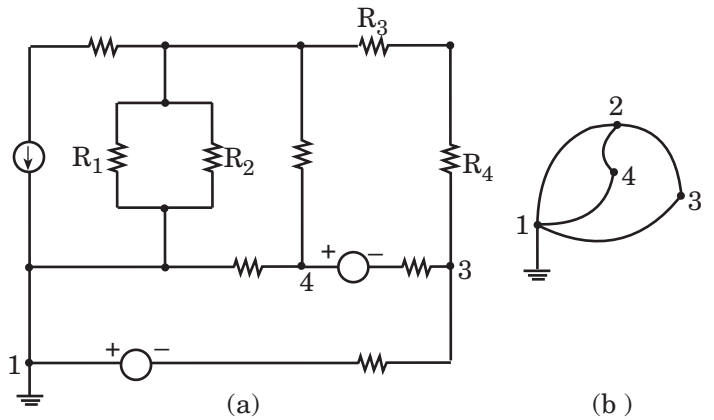
$$I = \frac{U}{0,8}$$

$$\frac{24 - U}{0,4} + \frac{24 - U}{0,1} + \frac{24 - U}{0,4} = \frac{U}{0,8} \quad \Rightarrow \quad U = 22,4 \text{ Volt}$$

$I_1 = 8$ A, $I_2 = 16$ A, $I_3 = 4$ A, $I = 28$ A bulunur.

4.7 TOPOLOJİK AĞAÇ

Topolojik devrelerde, devre modelinin her kolu, bu kolu oluşturan devre elemanları gözönüne alınmayarak, bir çizgiyle gösterilir.Bundan başka, basit paralel ve seri elemanlarda birleştirilebilir.Gerilim kaynakları kısa devre, akım kaynaklarıda açık devre alındıklarından devreden çıkarılırlar.



Şekil 4.14

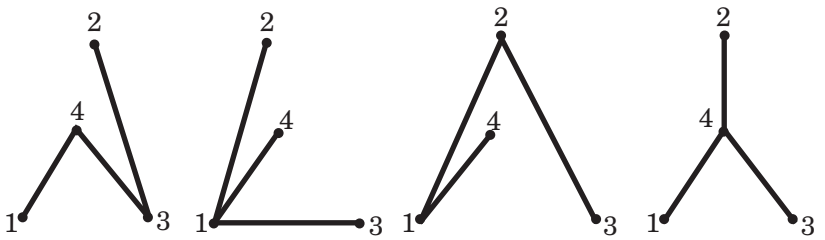
Şekil 4.14. (a)'da verilen bir devre modelini ve şekil 4.14. (b)'de bu modelin topolojik biçimini göstermektedir.Topolojik şekli çizerken; R_1, R_2 paralel ve R_3, R_4 seri olarak toplanıp birer kol gibi gösterilmiştir.Bundan başka, akım kaynağı devreden çıkarılmış ve gerilim kaynakları da kısa devre yapılmıştır.

Topolojik şekilde K = 6, D = 4 ve Ç = 3 oldukları görülmektedir.Bunlardan başka; topolojik şeklin çizildiği düzlemi dört sınırlı alana ayırdığı görülmektedir. Bu alanların üçü **iç çevre** ve biri de **dış çevre**dir.

Böylece, çevre tanımını şu şekilde yapmak mümkündür:

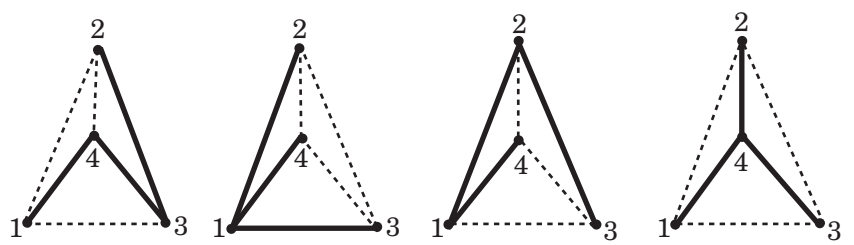
Sınırları kollardan oluşturulmuş ve bu kolların çevirdikleri alan, herhangi başka bir kolla bölünmeyen kapalı devreye **çevre** denir.Böylece; 1, 2 ve 3 sayılı düğümleri birleştiren kollarda bir çevre oluşturur.İşte bu çevreye **dış çevre** denir.Bu çevrelerden ancak üçünü almakla, üç bağımsız denklem elde edilir.Dördüncü devre, bağımlı denklem vereceğinden bir işe yaramaz.

Topolojik bir şekilde, bütün düğümler kollarla birbirine bağlı kalmak ve çevreler yok olmak üzere, kollardan bir kısmı kaldırılırsa elde edilen yeni şekil **topolojik ağaç** adını alır.



Şekil 4.15

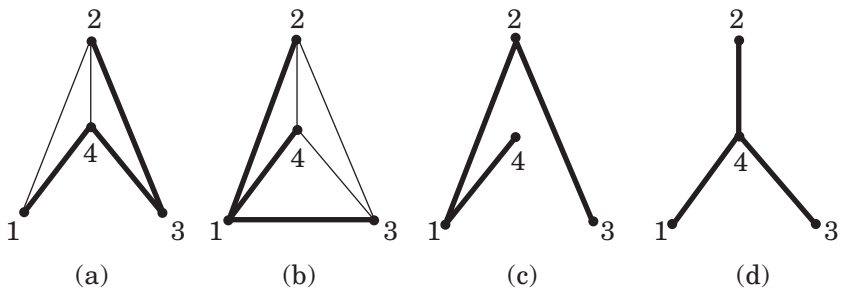
Şekil 4.15' te, 4.14'e uygulanarak elde edilen topolojik ağaçlar gösterilmiştir.



Şekil 4.16

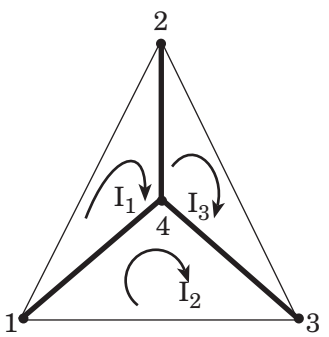
Şekil 4.16'da bu topolojik ağaçlara üç kol eklemekle, ancak üç çevre elde edileceği kolayca görülür.Böylece, topolojik ağaçlarda bulunan kollara **dal**, çevre yapmak için eklenen kollara da **kiriş** denir.Bağımsız çevre, bir tek kirişi olan çevredir.İki kirişi olan çevre, bağımsız değildir.Örneğin, şekil 4.16. (b)'de bağımsız çevreler 143, 124, 123 çevreleridir.234 çevresi bağımsız değildir.Şayet, 234 çevresini bağımsız yapmak istersek şekil 4.16. (a) veya şekil 4.16. (d)' deki ağaçları ele almamız gerekir.

Topolojik bir ağacın dalları kalın çizgilerle, kirişleri de ince çizgilerle gösterilir.Böylece şekil 4.16, şekil 4.17'de olduğu gibi çizilir.



Şekil 4.17

Şekil 4.17'deki şekillere dikkat edilirse, herbirinde dörder çevre olmasına karşılık (3 iç çevre, 1 dış çevre) bunların yalnız üçü bağımsız denklem verir.Şekil 4.17. (d)'deki topolojik ağacı ele alalım.Bu şekli yeniden çizerek bağımsız çevrelerde, hepsi saat yelkovanı hareket yönünde I_1, I_2 ve I_3 akımlarının dolaştığını varsayalım.Bu akımlar, istenilen başka yönlerden de dolaştırılabilir.(Şekil 4.18) Bu akımlara **maxwel çevre akımları** denir veya kısaca **çevre akımları** denir.



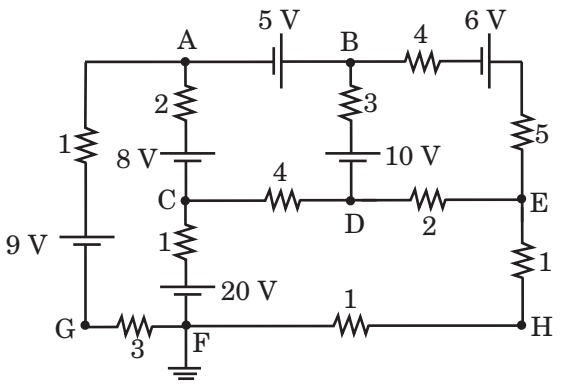
Şekil 4.18

Şekil 4.18'e dikkat edilecek olursa, çevre akımları, çevreleri oluşturan kirişlerde yalnız başına dolaşmaktadır.Dallardaki akımlar ise iki çevre akımının cebirsel toplamıdır.Böylece, çevre (kiriş) akımlarının bulunmasıyla dallardaki akımlarda Kirchhoff'un akımlar kanunuyla kolayca bulunabilir.

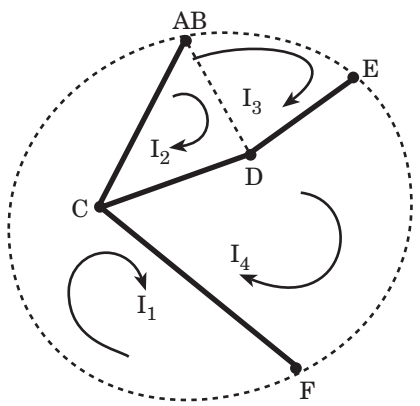
Çevre sayısı kadar çevre (kiriş) akımı vardır.Şekil 4.18'de 3 bağımsız çevre olduğuna göre, 3 kiriş akımı vardır.Her çevre ayrı ayrı ele alınıp Kirchhoff'un gerilimler kanunu uygulanırsa, çevre sayısı kadar bağımsız denklem elde edilir.Bu denklemler bilinmeyen kiriş akımlarını verir.Şekil 4.18, 2 K yöntemiyle çözülmüş olsaydı,6 denklem yazmamız gerekirdi.Çevre akımlarıyla çözüm yapılırsa 3 denklem yeterlidir. Herhangi bir koldaki akım, doğrudan doğruya bulunmak istenirse, topolojik ağacı çizerken o kolu **kiriş** yapmak yeterlidir.

Çevre (kiriş) akımlarıyla devre çözümüne **çevre yöntemi** denir.

Örnek :



Şekildeki devre modelinde, AGF, BD, BE ve EHF kolları kiriş olacak şekilde topolojik ağacı çiziniz ve bağımsız çevrelerde dolaşan akımları gösteriniz.(Çevre akımları yönlerini, saat yelkovanı dönüş yönünde alınız)



BÖLÜM

5

DOĞRU AKIM DEVRELERİNİN ÇÖZÜMÜNDE KULLANILAN YÖNTEMLER

- ✓ *Matrisler*
- ✓ *Çevre Akımları Yöntemi*
- ✓ *Düğüm Gerilimleri Yöntemi*

5.1 MATRİSLER

Satır ve sütunlar halinde düzenlenmiş tabloya **matris** denir.m; satırı, n ise sütunu gösterir.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \ldots\ldots\ldots\ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \ldots\ldots\ldots\ldots & a_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & & \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & & \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{mn} \end{bmatrix}^{m \times n}$$

$\longrightarrow$ satır

$\downarrow$ sütun

Örneğin, 2 x 3 türündeki,

$$\begin{bmatrix} -2 & 3 & 0 \\ 1/3 & 4 & 7 \end{bmatrix}$$ matrisinde 2 satır, 3 sütun mevcuttur.

Bu matriste $a_{12} = 3$, $a_{22} = 4$, $a_{23} = 7$ dir.

m = n şeklindeki matrislere **kare matris** denir.

$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \end{bmatrix}^{1 \times 3}$ şeklinde, bir satırdan oluşan matrise **satır matrisi** denir.

$$\begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}^{4 \times 1}$$ şeklinde bir sütundan oluşan matrise ise **sütun matrisi** denir.

Köşegen Matris: Köşegen elemanları dışında kalan elemanları 0 ise böyle matrise "köşegen matris" denir. Köşegen matris, bir kare matristir.

$$L = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Birim Matris: Köşegen elemanları 1 olan köşegen bir matristir. I, U veya E ile gösterilir. Herhangi bir matris, birim matrisiyle çarpılırsa yine kendisine eşit olur. CE = C (E = Birim matris)

Bir Matrisin Transpozu: A matrisinin transpozu A^T ile gösterilir. Satırlarıyla sütunları yer değiştirilerek elde edilir.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}^{3 \times 2} \Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}^{2 \times 3}$$

Matrislerde Toplama:

$$M = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}^{2 \times 3} \qquad N = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{2 \times 3}$$

$$M + N = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

Matrislerin Çarpımı:

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}^{3 \times 2} \qquad N = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}^{2 \times 4}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ -1 & 3 & -2 & 2 \\ 3 & -4 & 11 & 4 \end{bmatrix}^{3 \times 4}$$

Birinci matrisin sütun sayısı, ikincinin satır sayısına eşit olmalıdır.

$b_{11} = 2 . 1 + 0 . 0 = 2$ $b_{14} = 2 . 0 + 0 . 2 = 0$

$b_{12} = -2 . (-2) + 0 . 1 = -4$ $b_{21} = -1 + 0 = -1$

$b_{13} = 2 . 3 + 0 . 1 = 6$ $b_{22} = 2 + 1 = 3$

$A . B \neq B . A$

Bir Matrisin Determinantı:

$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}^{2 x 2}$ şeklinde bir A matrisinin determinantı;

$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}$ şeklinde gösterilir.

$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}$

2'den 3'e doğru gösterilen oka **asal köşegen,** –1'den 0'a doğru gösterilen oka ise **yedek köşegen** adı verilir. Bu determinantın değerlendirilmesi için, asal köşegenlerindeki sayıların çarpımından, yedek köşegendeki elemanların çarpımı çıkarılır.

Δ = (Asal köşegenlerdeki sayıların çarpımı) - (Yedek köşegenlerdeki sayıların çarpımı)

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = (2 . 3) - (-1 . 0) = 6$$

Örnek 1: $7x - y = 15$

$-x + 6y = -10$ şeklinde verilen iki bilinmeyenli denklemi determinant yöntemiyle çözünüz.

Bilinmeyenlerin katsayıları, katsayılar determinantı olarak yazılır.

(Katsayılar Determinantı) $\Delta = \begin{vmatrix} 7 & -1 \\ -1 & 6 \end{vmatrix} = \left[(7) . (6) \right] - \left[(-1) . (-1) \right]$

$= (42) - (1) = 41$

Denklem sisteminde x' in katsayıları yerine eşitliklerin ikinci tarafındaki katsayılar yazılarak "x bilinmeyen determinantı" elde edilir.

$$\begin{pmatrix}\text{x Bilinmeyen}\\ \text{Determinantı}\end{pmatrix} \Delta_x = \begin{vmatrix} 15 & -1 \\ -10 & 6 \end{vmatrix} = \big[(15)\,.\,(6)\big] - \big[(-10)\,.\,(-1)\big] = 90 - 10$$

$$= 80$$

Denklem sisteminde, y' nin katsayıları yerine eşitliklerin tarafındaki katsayılar yazılarak "y bilinmeyen determinantı" elde edilir.

$$\begin{pmatrix}\text{y Bilinmeyen}\\ \text{Determinantı}\end{pmatrix} \Delta_y = \begin{vmatrix} 7 & 15 \\ -1 & -10 \end{vmatrix} = \big[(7)\,.\,(-10)\big] - \big[(-1)\,.\,(15)\big]$$

$$= -70 - (-15) = -55$$

$x = \dfrac{\Delta x}{\Delta}$, $y = \dfrac{\Delta y}{\Delta}$ formüllerinden x ve y bilinmeyenleri bulunur.

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{80}{41} \underline{\underline{1{,}95}}$$

$$y = \frac{\Delta y}{\Delta} = -\frac{55}{41} = \underline{\underline{-1{,}34}} \text{ olarak bulunur.}$$

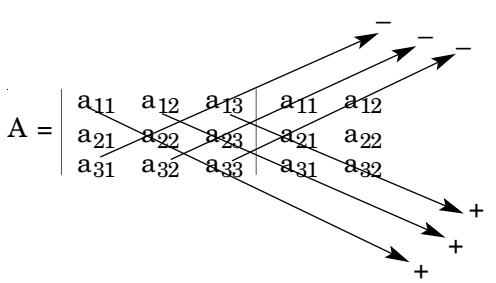
Bu örnekte görüldüğü gibi iki bilinmeyenli denklem sistemlerinde yerine koyma veya yok etme metodları daha uygundur. Matris ya da determinant yöntemi, üç bilinmeyenli denklemlerin çözümünde daha uygundur.

Saruss Kuralı:

Üçüncü mertebeden;

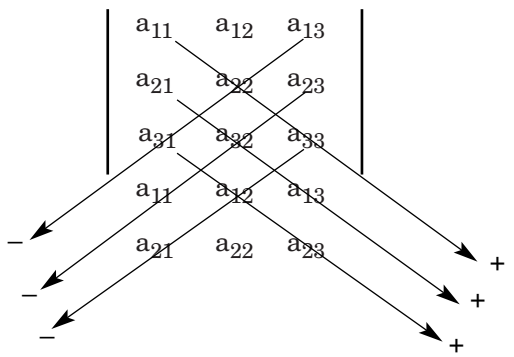
$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}^{3 \times 3}$$

Şeklindeki matrisin determinantını bulmak için ilk iki sütun determinantın sağına yazılır. Daha sonra aşağıdaki şemaya göre;



$|A| = (a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32}) - (a_{31} \cdot a_{22} \cdot a_{13} + a_{32} \cdot a_{23} \cdot a_{11} + a_{33} \cdot a_{21} \cdot a_{12})$ bulunur.

Saruss kuralı, ilk iki satır, determinantın en altına yazılarak yandaki şemaya göre de bulunabilir.



Üç bilinmeyenli üç denklemden oluşan,

$a_1 x + b_1 y + c_1 z = d_1$

$a_2 x + b_2 y + c_2 z = d_2$

$a_3 x + b_3 y + c_3 z = d_3$ sistemi matrisel formda,

$$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix}$$ şeklinde gösterilir.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}, \Delta_1 = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}, \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}$$ olmak üzere;

$x = \frac{\Delta_1}{\Delta}$, $y = \frac{\Delta_2}{\Delta}$, $z = \frac{\Delta_3}{\Delta}$ dır. Bu formüllere **Cramer formülleri** denir.

Örnek : 2x - 5y + 2z = 7

x + 2y - 4z = 3

3x - 4y - 6z = 5 denklem sisteminde x, y ve z değerlerini bulunuz.

$$\begin{bmatrix} 2 & -5 & 2 \\ 1 & 2 & -4 \\ 3 & -4 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -5 & 2 & 2 & -5 \\ 1 & 2 & -4 & 1 & 2 \\ 3 & -4 & -6 & 3 & -4 \end{vmatrix} = [-24 + 60 - 8] - [12 + 32 + 30] = 28 - 74 = -46$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 7 & -5 & 2 & 7 & -5 \\ 3 & 2 & -4 & 3 & 2 \\ 5 & -4 & -6 & 5 & -4 \end{vmatrix} = [-24 + 100 - 84] - [20 + 112 + 90] = -8 - 222 = -230$$

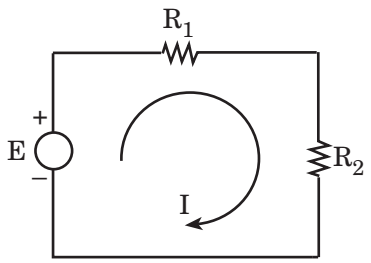
$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 7 & 2 & 2 & 7 \\ 1 & 3 & -4 & 1 & 3 \\ 3 & 5 & -6 & 3 & 5 \end{vmatrix} = [10 - 84 - 36] - [18 - 40 - 42] = -110 - (-64) = -46$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & -5 & 7 & 2 & -5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & -4 & 5 & 3 & -4 \end{vmatrix} = [-28 - 45 + 20] - [42 - 24 - 25] = -53 - (-7) = -46$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{-230}{-46} = 5 \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-46}{-46} = 1 \quad z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = \frac{-46}{-46} = 1$$

5.2 ÇEVRE AKIMLARI YÖNTEMİ

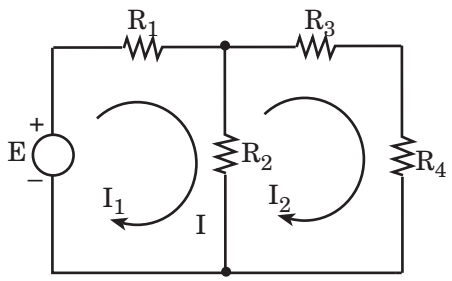
Bazı elektrik devreleri, ohm kanunuyla kolayca çözülebildiği halde bazılarında ohm kanunu yetersiz kalmaktadır. Bunun için, ohm kanunuyla zorlanılan devrelerin daha kolay çözülebildiği yeni yöntemler gerekmektedir.



Şekil 5.1

Şekil 5.1 de basit bir elektrik devresi görülmektedir. Çevre akımı I olsun. Bu akımın yönü, üretecin (kaynağın) (+) kutbundan (-) kutbuna doğrudur.Bu devreye Kirchhoff'un gerilimler kanununu uygularsak;

$I \cdot R_1 + I \cdot R_2 = E$ veya $(R_1 + R_2) \cdot I = E$ olur.Yani devreye uygulanan gerilim dirençlerin üzerindeki gerilim düşümlerinin toplamına eşittir.



Şekil 5.2

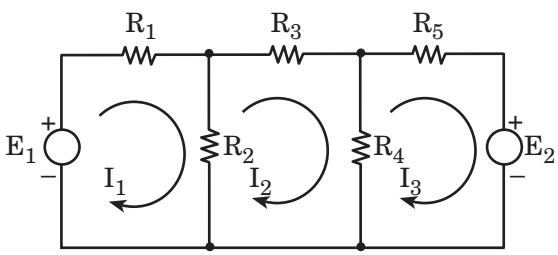
Şekil 5.2'de görüldüğü gibi devreye bir çevre veya göz ilave edelim. Böylece iki gözlü bir elektrik devresi meydana gelir.Birinci gözden geçen akım I_1, ikinci gözden geçen akım I_2 olsun. R_1 direncinden geçen akım I_1, R_3 ve R_4 dirençlerinden geçen akım I_2 dir. R_2 direncinden I_1 ve I_2 akımlarının cebirsel toplamı büyüklüğünde bir akım geçecektir. I_1 akımı, R_2'nin üst ucundan girip, alt ucundan çıkmaktadır. I_2 akımı ise, R_2'nin alt ucundan girip, üst ucundan çıkmaktadır.Şayet, $I_1 > I_2$ ise R_2'den geçen akım $I_1 - I_2$, $I_1 < I_2$ ise $I_2 - I_1$ olacaktır. Hangi akım büyükse R_2'den de o akımın yönünde bir akım geçecektir.

Şekil 5.2'deki devreye, Kirchhoff'un gerilimler kanununu uygularsak;

$(R_1 + R_2) \cdot I_1 - R_2 \cdot I_2 = E$

$-R_2 \cdot I_1 + (R_2 + R_3 + R_4) \cdot I_2 = 0$ elde edilir.

Bu denklem sistemi, birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemlerdir. Yok etme veya matris yöntemiyle çözülebilir.



Şekil 5.3

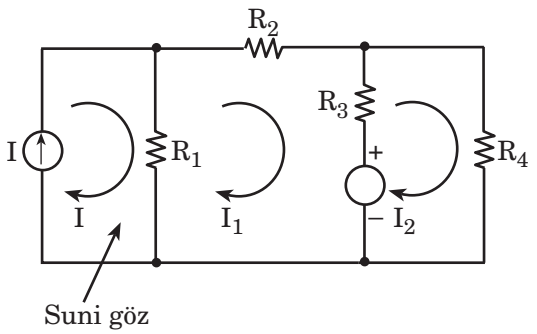
Şekil 5.3'te olduğu gibi devre, üç gözden meydana gelsin. Üç göze Kirchhoff'un gerilimler kanununu uygulayalım.

$$(R_1 + R_2) \cdot I_1 - R_2 \cdot I_2 = E_1$$

$$-R_2 \cdot I_1 + (R_2 + R_3 + R_4) \cdot I_2 - R_4 \cdot I_3 = 0$$

$$-R_4 \cdot I_2 + (R_4 + R_5) \cdot I_3 = -E_2$$

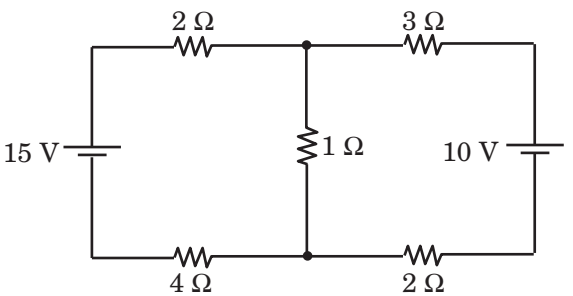
Göz adedi kadar denklem vardır. Böyle, üç denklemin çözümü "matris yöntemiyle" daha kolay yapılır.



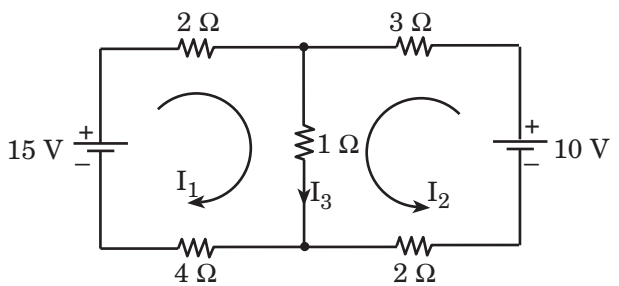
Şekil 5.4

Şekil 5.4'teki gibi, suni göz için denklem yazılmaz. **Akım kaynakları üzerinden bilinmeyen çevre akımları geçirilmez.**

Örnek 1:



Şekildeki devrede, kaynaklardan çekilen akımları ve 1 Ω'luk dirençten geçen akımı bulunuz.



15 Volt'luk kaynaktan I_1, 10 Volt'luk kaynaktan I_2, 1 Ω'luk dirençten I_3 akımı geçer.

$7\ I_1 + 1\ I_2 = 15$

$I_1 + 6\ I_2 = 10$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 7 & 1 \\ 1 & 6 \end{vmatrix} = 42 - 1 = 41$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 15 & 1 \\ 10 & 6 \end{vmatrix} = 90 - 10 = 80$$

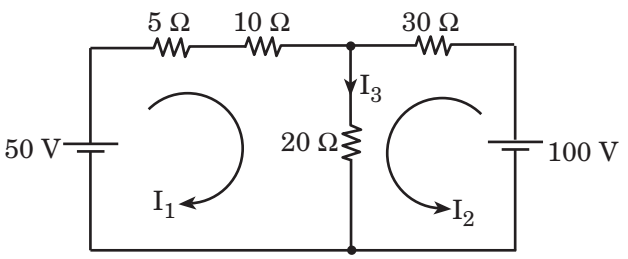
$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 7 & 15 \\ 1 & 10 \end{vmatrix} = 70 - 15 = 55$$

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{80}{41} = \underline{\underline{1{,}95\ A}}$$

$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{55}{41} = \underline{\underline{1{,}34\ A}}$$

$I_3 = I_1 + I_2 = 1{,}95 + 1{,}34 = \underline{\underline{3{,}3\ A}}$

Örnek 2:



Şekildeki devrede I_1, I_2 ve I_3 akımlarını bulunuz.

$35\ I_1 + 20\ I_2 = 50$

$20\ I_1 + 50\ I_2 = 100$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 35 & 20 \\ 20 & 50 \end{vmatrix} = (35 \cdot 50) - (20 \cdot 20) = 1750 - 400 = 1350$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 50 & 20 \\ 100 & 50 \end{vmatrix} = (50 \cdot 50) - (20 \cdot 100) = 2500 - 2000 = 500$$

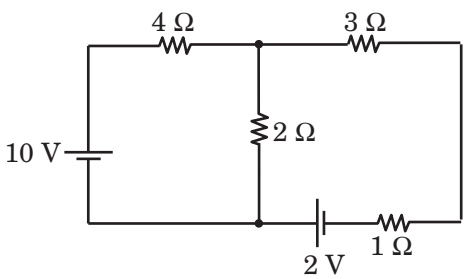
$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 35 & 50 \\ 20 & 100 \end{vmatrix} = (35 \cdot 100) - (20 \cdot 50) = 3500 - 1000 = 2500$$

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{500}{1350} = \underline{0{,}37 \text{ A}}$$

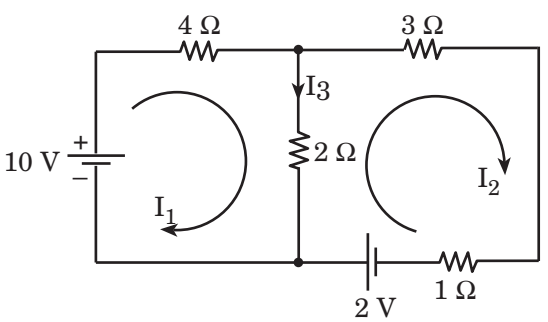
$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{2500}{1350} = \underline{1{,}85 \text{ A}}$$

$$I_3 = I_1 + I_2 = 0{,}37 + 1{,}85 = \underline{2{,}22 \text{ A}}$$

Örnek 3:



Şekildeki devrede; 4 Ω'luk dirençten geçen akım I_1, 3Ω'luk dirençten geçen akım I_2 ve 2 Ω'luk dirençten geçen akım I_3 ise bu akım değerlerini bulunuz.



$$6\ I_1 - 2\ I_2 = 10$$

$$-2\ I_1 + 6\ I_2 = 2$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 6 & -2 \\ -2 & 6 \end{vmatrix} = 36 - 4 = 32$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 10 & -2 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} = 60 - (-4) = 64$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 6 & 10 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} = 12 - (-20) = 32$$

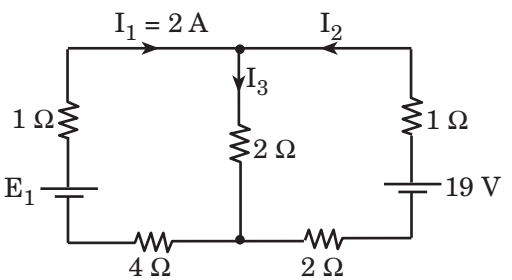
$$I_1 = \frac{\Delta 1}{\Delta} = \frac{64}{32} = \underline{2A}$$

$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{32}{32} = \underline{1A}$$

$$I_3 = I_1 - I_2 = 2 - 1$$

$$\underline{I_3 = 1\ A}$$

Örnek 4:



Şekildeki devrede; I_2, I_3 akımlarıyla E_1 emk değerini bulunuz.

$$7\ I_1 + 2\ I_2 = E_1$$

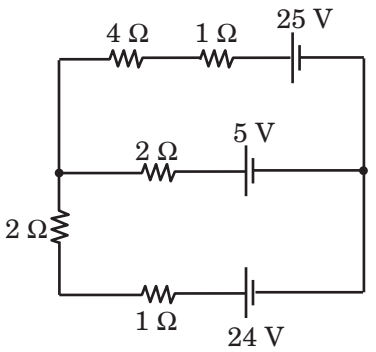
$$2\ I_1 + 5\ I_2 = 19$$

$2 \cdot 2 + 5\ I_2 = 19 \quad \Rightarrow \quad 4 + 5\ I_2 = 19 \quad \Rightarrow \quad 5\ I_2 = 15 \quad \Rightarrow \quad \boxed{I_2 = 3\ A}$

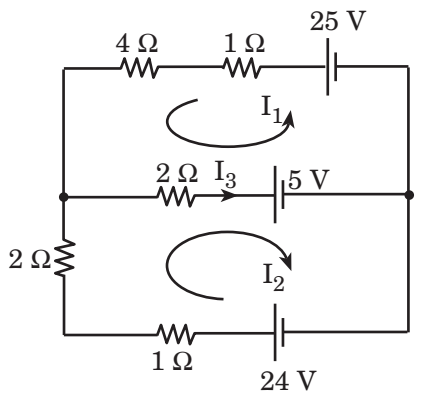
$7 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = E_1 \quad \Rightarrow \quad E_1 = 14 + 6 \quad \Rightarrow \quad \boxed{E_1 = 20\ V}$

$I_3 = I_1 + I_2 = 2 + 3 \quad \Rightarrow \quad \boxed{I_3 = 5\ A}$

Örnek 5:



Şekildeki devrede, üreteçlerden geçen akımları bulunuz.



25 V'luk üreteçten I_1, 24 V'luk üreteçten I_2, 5 V'luk üreteçten ise $I_1 + I_2$ değerinde bir akım geçer.

$7\ I_1 + 2\ I_2 = 25 - 5$

$2\ I_1 + 5\ I_2 = 24 - 5$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 7 & 2 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 35 - 4 = 31$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 20 & 2 \\ 19 & 5 \end{vmatrix} = 100 - 38 = 62$$

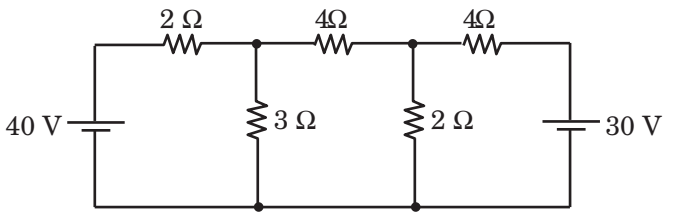
$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 7 & 20 \\ 2 & 19 \end{vmatrix} = 133 - 40 = 93$$

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{62}{31} = \underline{\underline{2\ A}}$$

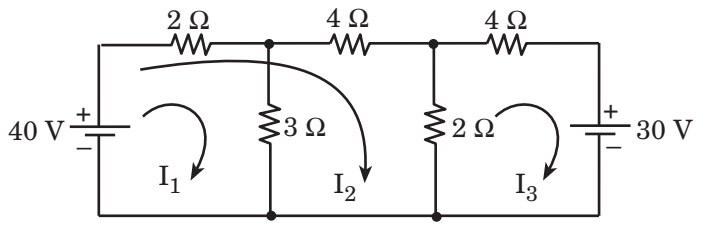
$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{93}{31} = \underline{\underline{3\ A}}$$

$$I_3 = I_1 + I_2 = \underline{\underline{5\ A}}$$

Örnek 6:



Şekildeki devrede, 3 Ω'luk dirençten geçen akımı çevre akımları yöntemiyle bulunuz.



* Çevre denklemleri yazılırken;

– Çevre akımlarının sayısı, göz sayısı kadar olmalıdır.

– Üzerinden çevre akımı geçmeyen hiç eleman kalmamalıdır.

$2\,I_1 + 3\,I_1 + 2\,I_2 = 40$

$2\,(I_1 + I_2) + 4\,I_2 + 2\,I_2 - 2\,I_3 = 40$

$4\,I_3 + 2\,I_3 - 2\,I_2 = -30$

$5\,I_1 + 2\,I_2 = 40$

$2\,I_1 + 8\,I_2 - 2\,I_3 = 40$

$-2\,I_2 + 6\,I_3 = -30$

$$\begin{bmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 2 & 8 & -2 \\ 0 & -2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 \\ 40 \\ -30 \end{bmatrix}$$

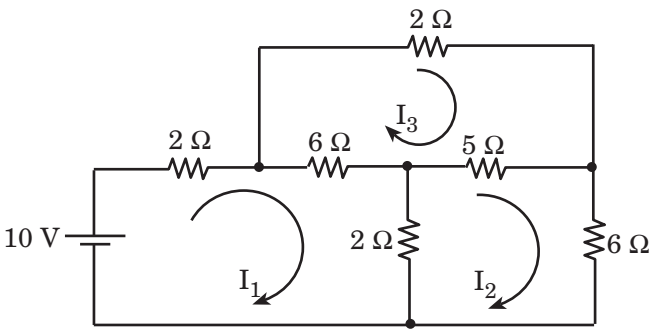
3Ω'luk dirençten I_1 akımı geçmektedir.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 2 & 8 & -2 \\ 0 & -2 & 6 \end{vmatrix} \begin{matrix} 5 & 2 \\ 2 & 8 \\ 0 & -2 \end{matrix} = 240 - (20 + 24) = 196$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 40 & 2 & 0 \\ 40 & 8 & -2 \\ -30 & -2 & 6 \end{vmatrix} \begin{matrix} 40 & 2 \\ 40 & 8 \\ -30 & -2 \end{matrix} = (1920 + 120) - (160 + 480) = 2040 - 640 = 1400$$

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{1400}{196} = \underline{7{,}14 \text{ A}}$$

Örnek 7 :



Şekildeki devrede; I_1, I_2 ve I_3 akımlarını bulunuz.

$10\ I_1 - 2\ I_2 - 6\ I_3 = 10$

$-2\ I_1 + 13\ I_2 - 5\ I_3 = 0$

$-6\ I_1 - 5\ I_2 + 13\ I_3 = 0$

$$\begin{bmatrix} 10 & -2 & -6 \\ -2 & 13 & -5 \\ -6 & -5 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 10 & -2 & -6 \\ -2 & 13 & -5 \\ -6 & -5 & 13 \end{vmatrix} \begin{matrix} 10 & -2 \\ -2 & 13 \\ -6 & -5 \end{matrix} = (1690 - 60 - 60) - (468 + 250 + 52) = 800$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 10 & -2 & -6 \\ 0 & 13 & -5 \\ 0 & -5 & 13 \end{vmatrix} \begin{matrix} 10 & -2 \\ 0 & 13 \\ 0 & -5 \end{matrix} = (1690) - (250) = 1440$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 10 & 10 & -6 \\ -2 & 0 & -5 \\ -6 & 0 & 13 \end{vmatrix} \begin{matrix} 10 & 10 \\ -2 & 0 \\ -6 & 0 \end{matrix} = (300) - (-260) = 560$$

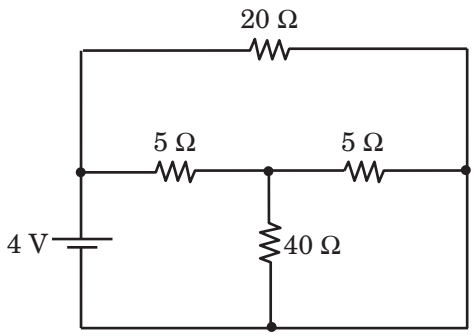
$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 10 & -2 & 10 \\ -2 & 13 & 0 \\ -6 & -5 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} 10 & -2 \\ -2 & 13 \\ -6 & -5 \end{matrix} = (100) - (-780) = 880$$

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{1440}{800} = \underline{\underline{1{,}8\ A}}$$

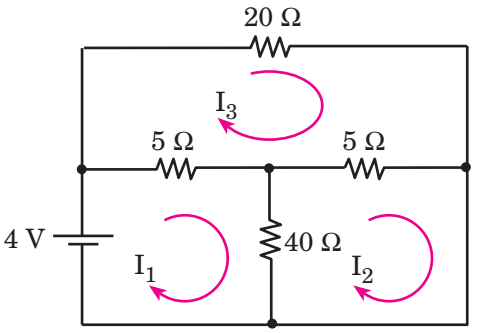
$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{560}{800} = \underline{\underline{0{,}7\ A}}$$

$$I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{880}{800} = \underline{\underline{1{,}1\ A}}$$

Örnek 8:



Şekildeki devrede, 20Ω'luk dirençten geçen akımı bulunuz.



20 Ω'luk dirençten I_3 akımı geçtiğine göre, I_3'ün bulunması gerekir.

$$45\ I_1 - 40\ I_2 - 5\ I_3 = 4$$

$$-40\ I_1 + 45\ I_2 - 5\ I_3 = 0$$

$$-5\ I_1 - 5\ I_2 + 30\ I_3 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 45 & -40 & -5 \\ -40 & 45 & -5 \\ -5 & -5 & 30 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

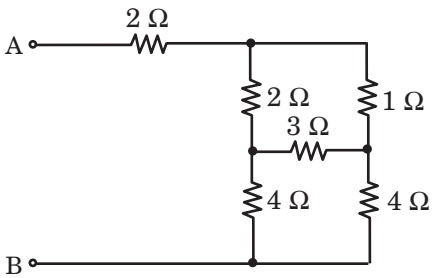
$$\Delta = \begin{vmatrix} 45 & -40 & -5 \\ -40 & 45 & -5 \\ -5 & -5 & 30 \end{vmatrix} \begin{matrix} 45 & -40 \\ -40 & 45 \\ -5 & -5 \end{matrix} = [(60750 - 1000 - 1000) - (1125 + 1125 + 48000)]$$

$$= 58750 - 50250 = 8500$$

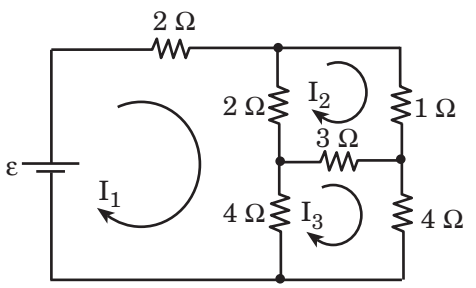
$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 45 & -40 & 4 \\ -40 & 45 & 0 \\ -5 & -5 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} 45 & -40 \\ -40 & 45 \\ -5 & -5 \end{matrix} = (800) - (-900) = 1700$$

$$I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{1700}{8500} = \underline{0{,}2 \text{ Amper}}$$

Örnek 9:



Şekildeki devrenin A-B arasındaki eşdeğer direncini çevre akımları yönteminden yararlanarak bulunuz.



Devrenin uçlarına ε değerli bir gerilim kaynağı bağlayalım. Göz akımlarına göre devre akımı I_1 olduğuna göre devrenin eşdeğer direnci

$R_{A-B} = \dfrac{\varepsilon}{I_1}$ 'den bulunabilir.

$$8\,I_1 - 2\,I_2 - 4\,I_3 = \varepsilon$$

$$-2\,I_1 + 6\,I_2 - 3\,I_3 = 0$$

$$-4\,I_1 - 3\,I_2 + 11\,I_3 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 8 & -2 & -4 \\ -2 & 6 & -3 \\ -4 & -3 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

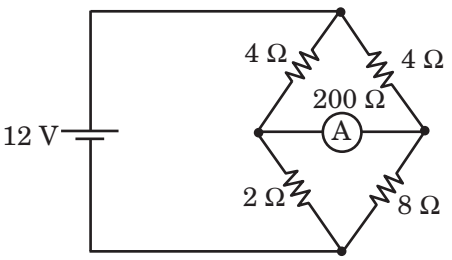
$$\Delta = \begin{vmatrix} 8 & -2 & -4 & 8 & -2 \\ -2 & 6 & -3 & -2 & 6 \\ -4 & -3 & 11 & -4 & -3 \end{vmatrix} = (528 - 24 - 24) - (96 + 72 + 44) = 268$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} \varepsilon & -2 & -4 & \varepsilon & -2 \\ 0 & 6 & -3 & 0 & 6 \\ 0 & -3 & 11 & 0 & -3 \end{vmatrix} = (66\varepsilon) - (9\varepsilon) = 57\varepsilon$$

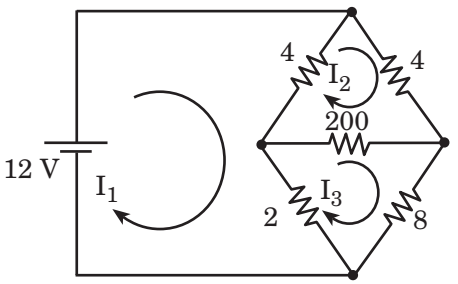
$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{57\varepsilon}{268}$$

$$R_{A-B} = \frac{\varepsilon}{I_1} = \frac{\varepsilon}{\frac{57\varepsilon}{268}} = \frac{\varepsilon}{1} \cdot \frac{268}{57\varepsilon} = 4{,}7\ \Omega$$

Örnek 10:



Şekildeki devrede, 200 Ω'luk ampermetreden geçen akımı, çevre akımları yönteminden yararlanarak bulunuz.



200Ω'luk ampermetreden, $I_a = I_2 - I_3$ şiddetinde bir akım geçer.

$$6\,I_1 - 4\,I_2 - 2\,I_3 = 12$$

$$-4\,I_1 + 208\,I_2 - 200\,I_3 = 0$$

$$-2\,I_1 - 200\,I_2 + 210\,I_3 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 6 & -4 & -2 \\ -4 & 208 & -200 \\ -2 & -200 & 210 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 6 & -4 & -2 \\ -4 & 208 & -200 \\ -2 & -200 & 210 \end{vmatrix} \begin{matrix} 6 & -4 \\ -4 & 208 \\ -2 & -200 \end{matrix} = (262080 - 1600 - 1600) - (832 + 240000 + 3360)$$

$$= 258880 - 244192 = 14688$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 6 & 12 & -2 & 6 & 12 \\ -4 & 0 & -200 & -4 & 0 \\ -2 & 0 & 210 & -2 & 0 \end{vmatrix} = (4800) - (10080) = 14880$$

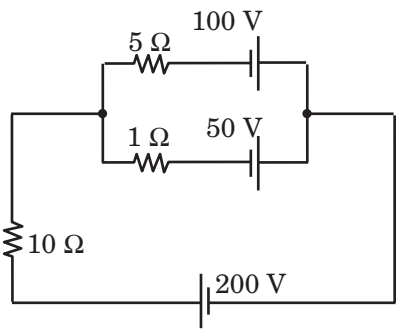
$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 6 & -4 & 12 & 6 & -4 \\ -4 & 208 & 0 & -4 & 208 \\ -2 & -200 & 0 & -2 & -200 \end{vmatrix} = (9600) - (-4992) = 14592$$

$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{14880}{14688} = 1{,}013 \text{ A}$$

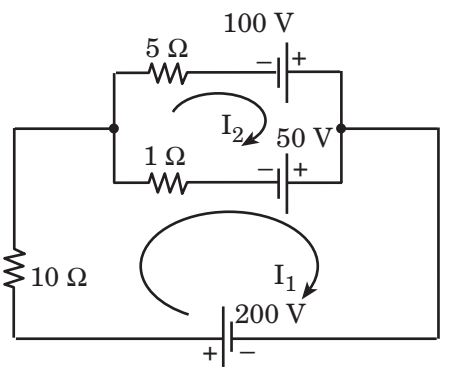
$$I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{14592}{14688} = 0{,}993 \text{ A}$$

$I_a = I_2 - I_3 = 1{,}013 - 0{,}993 = 0{,}02 \text{ A} = \underline{\underline{20 \text{ mA}}}$ olarak bulunur.

Örnek 11:



Şekildeki devrede; dirençlerden geçen akımları, çevre akımları yönteminden yararlanarak bulunuz.



Seçilen çevre akımlarına göre 10 Ω'luk dirençten I_1 akımı, 5 Ω'luk dirençten I_2, 1 Ω'luktan ise I_2 ve I_1'in farkı olan bir akım geçer.

$11\ I_1 - 1\ I_2 = 250$

$-I_1 + 6\ I_2 = 100 - 50$

---

(6) $11\ I_1 - I_2 = 250$

$-I_1 + 6\ I_2 = 50$

$66\ I_1 - \cancel{6\ I_2} = 1500$

$-I_1 + \cancel{6\ I_2} = 50$

$65\ I_1 = 1550$

$\boxed{I_1 = 23{,}84\ A}$

$-I_1 + 6\ I_2 = 50$

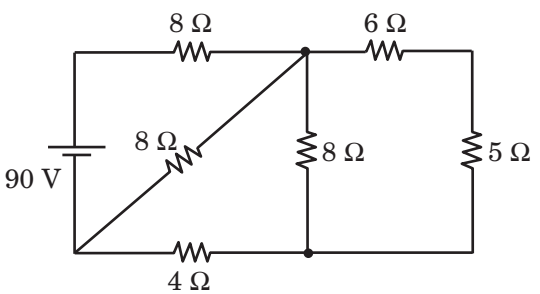
$-23{,}84 + 6\ I_2 = 50$

$6\ I_2 = 73{,}84$

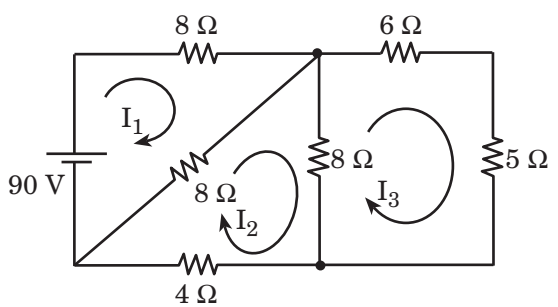
$\boxed{I_2 = 12{,}3\ A}$

10 Ω'luk dirençten 23,84 A, 5Ω'luk dirençten 12,3 A, 1 Ω'luk dirençten ise 23,84 – 12,3 = 11,54 A lik bir akım geçer.

Örnek 12 :



Şekildeki devrede, 6 Ω'luk dirençten geçen akımı bulunuz.



Seçilen, çevre akımlarına göre 6 Ω'luk dirençten geçen akım I_3'tür. Çevre denklemleri yazılıp, I_3 akımı bulunmalıdır.

$16\ I_1 - 8\ I_2 + 0 = 90$

$-8\ I_1 + 20\ I_2 - 8\ I_3 = 0$

$0 - 8\ I_2 + 19\ I_3 = 0$

$$\begin{bmatrix} 16 & -8 & 0 \\ -8 & 20 & -8 \\ 0 & -8 & 19 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 90 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

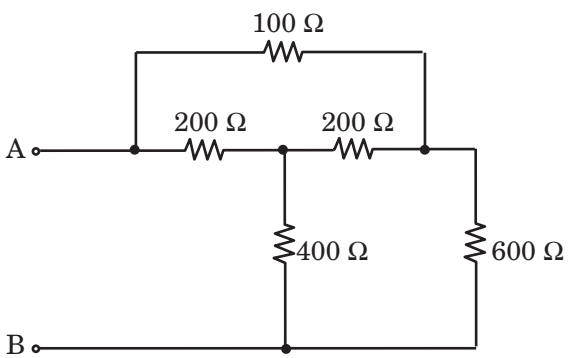
$$\Delta = \begin{vmatrix} 16 & -8 & 0 \\ -8 & 20 & -8 \\ 0 & -8 & 19 \end{vmatrix} \begin{matrix} 16 & -8 \\ -8 & 20 \\ 0 & -8 \end{matrix} = 6080 - (1024 + 1216) = 3840$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 16 & -8 & 90 \\ -8 & 20 & 0 \\ 0 & -8 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} 16 & -8 \\ -8 & 20 \\ 0 & -8 \end{matrix} = 5760$$

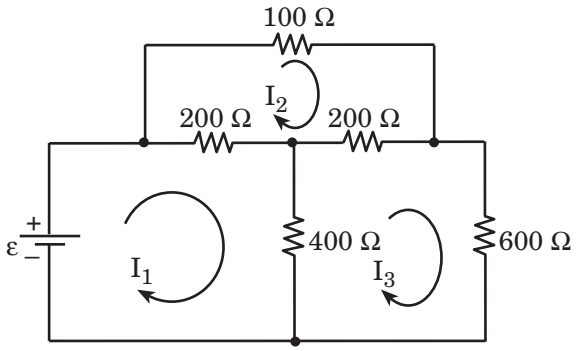
$$I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{5760}{3840} = 1{,}5\ A$$

6 Ω'luk dirençten 1,5 A lik bir akım geçer.

Örnek 13:



Şekildeki devrenin; A-B arasındaki eşdeğer direncini, çevre akımları yönteminden yararlanarak bulunuz.



Eşdeğer direnç;

$R_{A\text{-}B} = \dfrac{\varepsilon}{I_1}$ 'den bulunabilmesi için I_1 akımının bulunması gerekmektedir.

$$600\ I_1 - 200\ I_2 - 400\ I_3 = \varepsilon$$

$$-200\ I_1 + 500\ I_2 - 200\ I_3 = 0$$

$$-400\ I_1 - 200\ I_2 + 1200\ I_3 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 600 & -200 & -400 \\ -200 & 500 & -200 \\ -400 & -200 & 1200 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 600 & -200 & -400 & 600 & -200 \\ -200 & 500 & -200 & -200 & 500 \\ -400 & -200 & 1200 & -400 & -200 \end{vmatrix} = (36.10^7 - 16.10^6 - 16.10^6) - (8.10^7 + 24.10^6 + 48.10^6)$$

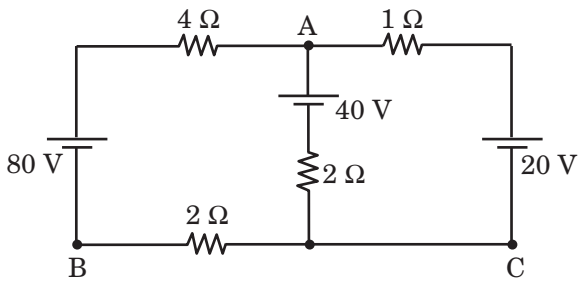
$$= 328.10^6 - 152.10^6 = 176.10^6$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} \varepsilon & -200 & -400 & \varepsilon & -200 \\ 0 & 500 & -200 & 0 & 500 \\ 0 & -200 & 1200 & 0 & -200 \end{vmatrix} = (6.10^5\ .\varepsilon) - (4.10^4\varepsilon) = 56.10^4\varepsilon$$

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{56\ .\ 10^4\ .\ \varepsilon}{176\ .\ 10^6} = \frac{56\ .\ \varepsilon}{17600}$$

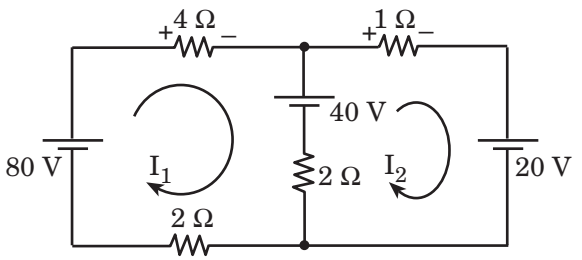
$$R_{A\text{-}B} = \frac{\varepsilon}{I_1} = \frac{\varepsilon}{\dfrac{56\ \varepsilon}{17600}} = \frac{\not{\varepsilon}}{1} \cdot \frac{17600}{56\ .\not{\varepsilon}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{R_{A\text{-}B} = 314{,}28\ \Omega}$$

Örnek 14:



Şekildeki devrede;

U_{A-B} ve U_{A-C} değerlerini bulunuz.



$8\ I_1 - 2\ I_2 = 80 - 40$

$-2\ I_1 + 3\ I_2 = 40 - 20$

$8\ I_1 - 2\ I_2 = 40$

(4) $-2\ I_1 + 3\ I_2 = 20$

$8\ I_1 - 2\ I_2 = 40$

$-8\ I_1 + 12\ I_2 = 80$

$10\ I_2 = 120$

$I_2 = 12\ A$

$8\ I_1 - 2\ I_2 = 40$

$8\ I_1 - 2 \cdot 12 = 40$

$8\ I_1 = 64$

$I_1 = 8\ A$

$U_{AB} = 80 - 4 \cdot I_1$

$U_{AB} = 80 - 4 \cdot 8$

$\boxed{U_{AB} = 48\ Volt}$

$U_{AC} = 20 + 1 \cdot I_2$

$U_{AC} = 20 + 1 \cdot 12$

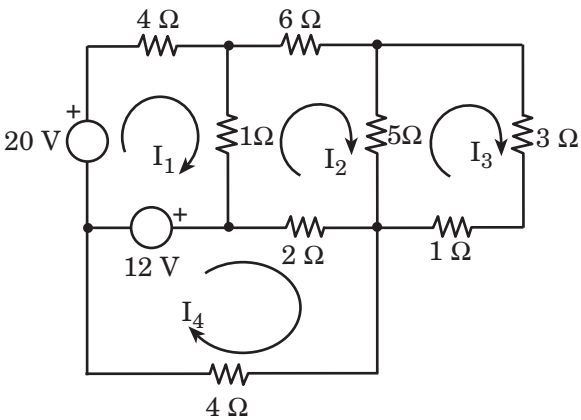
$\boxed{U_{AC} = 32\ Volt}$

A - B noktaları arasında 30 voltluk batarya ile 4 Ω'luk direnç vardır. A - C noktaları arasında ise 1 Ω'luk direnç ve 20 Volt'luk batarya vardır. 4 Ω'luk dirençten I_1 akımı, 1 Ω'luk dirençten I_2 akımı akar. I_1 akımı, 4 Ω'luk direncin sol ucundan girip sağ ucundan çıkmaktadır. Akım girdiği yeri (+), çıktığı yeri (-) olarak kutuplar.

4 Ω'luk direncin üzerinde düşen 32 Volt'luk gerilim ile 80 Volt'luk batarya birbirini azaltıcı yönde bağlanmışlardır.

1 Ω'luk dirençten geçen I_2 akımı direncin sol ucunu (+), sağ ucunu (-) olarak kutuplamıştır. 20 Volt'luk batarya ile 1 Ω'luk direnç üzerindeki 12 Volt'luk gerilim birbirini arttırıcı yöndedir.

Örnek 15:



Şekildeki devreyi, çevre akımları yöntemiyle çözmek için, gerekli denklemleri yazınız.

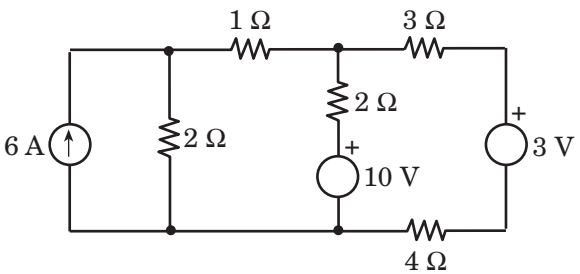
$5\ I_1 - I_2 + 0 + 0 = 20 - 12$

$-I_1 + 14\ I_2 - 5\ I_3 - 2\ I_4 = 0$

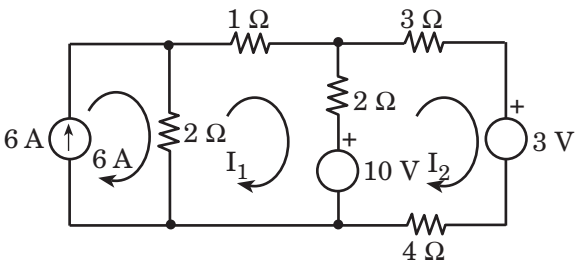
$0 - 5\ I_2 + 9\ I_3 + 0 = 0$

$0 - 2\ I_2 + 0 + 6\ I_4 = 12$

Örnek 16:



1 Ω'luk direnç üzerinden geçen akımı bulunuz.



$5\ I_1 - 2\ I_2 - 2.6 = -10$

$-2\ I_1 + 9\ I_2 = 7$

$5\ I_1 - 2\ I_2 = 2$

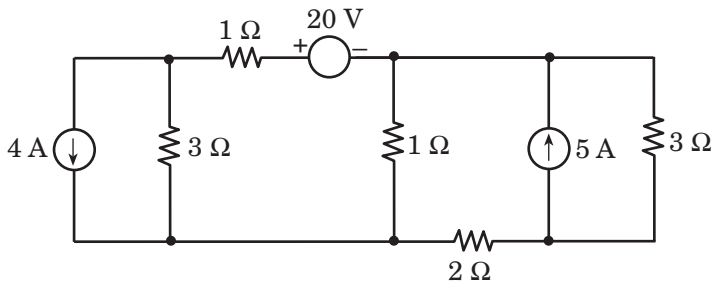
$-2\ I_1 + 9\ I_2 = 7$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 9 \end{vmatrix} = 45 - 4 = 41$$

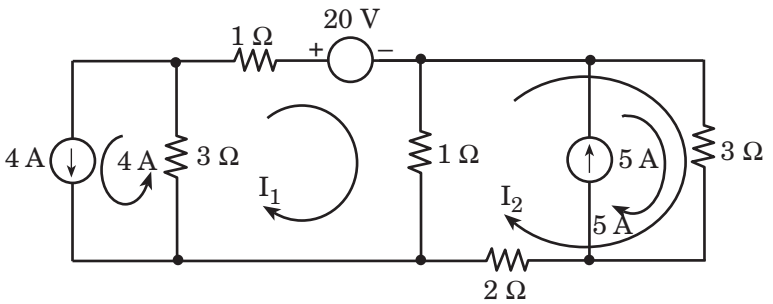
$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} = 18 - (-14) = 32$$

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{32}{41} = \underline{0{,}78\ \text{A}}$$

Örnek 17:



Şekildeki devreyi, çevre akımları yöntemiyle çözmek için gerekli denklemleri yazınız.



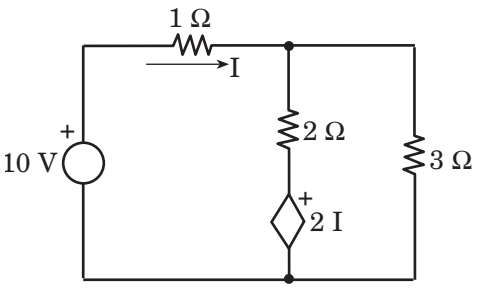
$5\ I_1 + 4.3 - I_2 = -20$

$6\ I_2 - I_1 + 15 = 0$

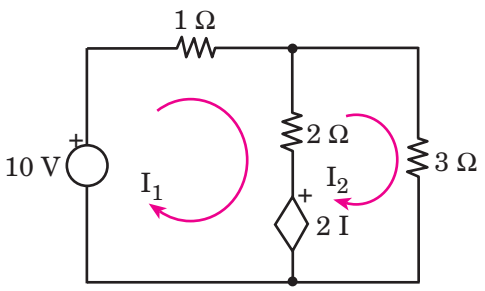
$5\ I_1 - I_2 = -32$

$-I_1 + 6\ I_2 = -15$

Örnek 18:



1 Ω'luk dirençten geçen akımı bulunuz.



$10 - 2I = 3I_1 - 2I_2$

$2I = -2\ I_1 + 5\ I_2$

$I = I_1$

$10 - 2\,I_1 = 3I_1 - 2\,I_2$

$2\,I_1 = -2\,I_1 + 5\,I_2$

$5\,I_1 - 2\,I_2 = 10$

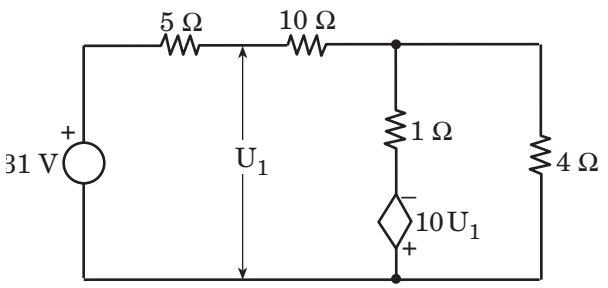
$-4\,I_1 + 5\,I_2 = 0$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ -4 & 5 \end{vmatrix} = 25 - 8 = 17$$

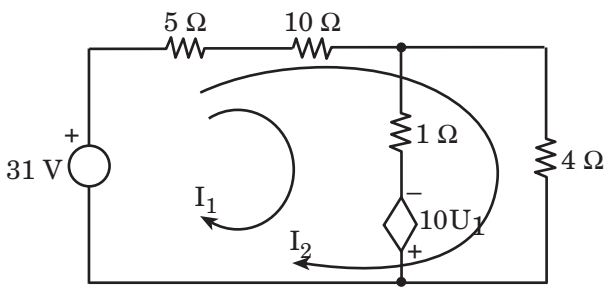
$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 10 & -2 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} = 50$$

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{50}{17} = 2{,}94\text{A}$$

Örnek 19:



Şekildeki devrede, 31 Volt'luk kaynağın verdiği güçle 4 Ω'luk direncin çektiği gücü bulunuz.



$31 + 10\,U_1 = 16\,I_1 + 15\,I_2$

$31 = 15\,I_1 + 19\,I_2$

$U_1 = 31 - 5\,(I_1 + I_2)$

$$31 + 10\left[31 - 5\,(I_1 + I_2)\right] = 16\,I_1 + 15\,I_2$$

$$31 + 310 - 50\,I_1 - 50\,I_2 = 16\,I_1 + 15\,I_2$$

$$341 = 66\,I_1 + 65\,I_2$$

$$31 = 15\,I_1 + 19\,I_2$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 66 & 65 \\ 15 & 19 \end{vmatrix} = 1254 - 975 = 279$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 341 & 65 \\ 31 & 19 \end{vmatrix} = 6479 - 2015 = 4464$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 66 & 341 \\ 15 & 31 \end{vmatrix} = 2046 - 5115 = -3069$$

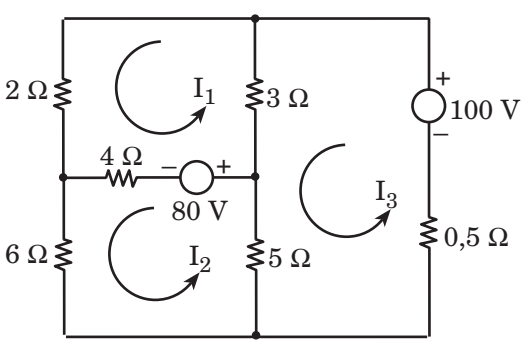
$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{4464}{279} = 16\ A$$

$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = -\frac{3069}{279} = -\,11\ A$$

$$P_{31V} = 31\,.\,(I_1 + I_2) = 31\,.\,5 = \underline{155\ W}$$

$$P_{4\Omega} = I_2^{\,2}\,.\,R = 121\,.\,4 = \underline{484\ W}$$

Örnek 20:



Şekildeki devrede I_1, I_2 ve I_3 değerlerini bulunuz.

$$9\,I_1 - 4\,I_2 - 3\,I_3 = 80$$

$$-4\,I_1 + 15\,I_2 - 5\,I_3 = -80$$

$$-3\,I_1 - 5\,I_2 + 8{,}5\,I_3 = 100$$

$$\begin{bmatrix} 9 & -4 & -3 \\ -4 & 15 & -5 \\ -3 & -5 & 8{,}5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 80 \\ -80 \\ 100 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 9 & -4 & -3 & 9 & -4 \\ -4 & 15 & -5 & -4 & 15 \\ -3 & -5 & 8{,}5 & -3 & -5 \end{vmatrix} = (1147{,}5 - 60 - 60) - (135 + 225 + 136)$$

$$= 1027{,}5 - 496$$

$$= 531{,}5$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 80 & -4 & -3 & 80 & -4 \\ -80 & 15 & -5 & -80 & 15 \\ 100 & -5 & 8{,}5 & 100 & -5 \end{vmatrix} = (10200 + 2000 - 1200) - (-4500 + 2000 + 2720)$$

$$= 11000 - 220$$

$$= 10780$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 9 & 80 & -3 & 9 & 80 \\ -4 & -80 & -5 & -4 & -80 \\ -3 & 100 & 8{,}5 & -3 & 100 \end{vmatrix} = (-6120 + 1200 + 1200) - (-720 - 4500 - 2720)$$

$$= (-3720) - (-7940)$$

$$= 4220$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 9 & -4 & 80 & 9 & -4 \\ -4 & 15 & -80 & -4 & 15 \\ -3 & -5 & 100 & -3 & -5 \end{vmatrix} = (13500 - 960 + 1600) - (-3600 + 3600 + 1600)$$

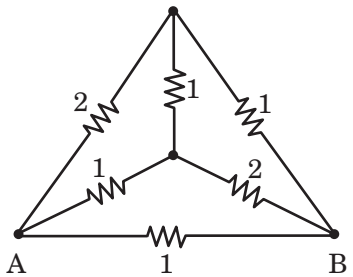
$$= 14140 - 1600$$

$$= 12540$$

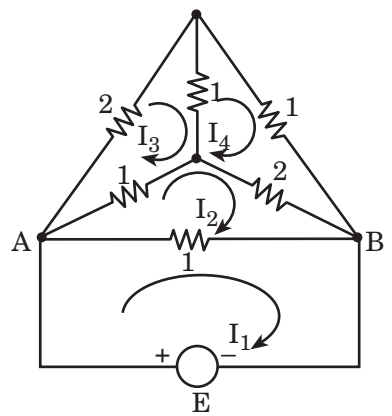
$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{10780}{531{,}5} = 20{,}3A \qquad I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{4220}{531{,}5} = 7{,}94A$$

$$I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{12540}{531{,}5} = 23{,}6A$$

Örnek 21:



Şekildeki devrenin, A - B uçları arasındaki eşdeğer direncini bulunuz. (Değerler Ohm cinsindendir.)



$$I_1 - I_2 + 0 + 0 = E$$

$$-I_1 + 4\,I_2 - I_3 - 2I_4 = 0$$

$$0 - I_2 + 4\,I_3 - I_4 = 0$$

$$0 - 2\,I_2 - I_3 + 4\,I_4 = 0$$

Satır Sütun

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} + a_{12} \cdot (-1)^{1+2}$$

$$\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} + a_{13} \cdot (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{24} \\ a_{31} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} + a_{14} \cdot (-1)^{1+4} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{vmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & -2 & -1 & 4 \end{vmatrix} = 1.\,(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 4 & -1 & -2 \\ -1 & 4 & -1 \\ -2 & -1 & 4 \end{vmatrix} + (-1).\,(-1)^{1+2}$$

$$\begin{vmatrix} -1 & -1 & -2 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -4 & 4 \end{vmatrix} + 0 + 0$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 4 & -1 & -2 \\ -1 & 4 & -1 \\ -2 & -1 & 4 \end{vmatrix} \begin{matrix} 4 & -1 \\ -1 & 4 \\ -2 & -1 \end{matrix} + \begin{vmatrix} -1 & -1 & -2 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{vmatrix} \begin{matrix} -1 & -1 \\ 0 & 4 \\ 0 & -1 \end{matrix}$$

$$\Delta = [(64 - 2 - 2) - (16 + 4 + 4)] + [-16 - (-1)]$$

$$\Delta = [(60 - 24) - 15] = 21$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} E & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & -2 & -1 & 4 \end{vmatrix} = E \,.\, (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 4 & -1 & -2 \\ -1 & 4 & -1 \\ -2 & -1 & 4 \end{vmatrix} + (-1) \,.\, (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{vmatrix} + 0 + 0$$

$$\Delta_1 = E \,. \begin{vmatrix} 4 & -1 & -2 \\ -1 & 4 & -1 \\ -2 & -1 & 4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_1 = E \,. \begin{vmatrix} 4 & -1 & -2 \\ -1 & 4 & -1 \\ -2 & -1 & 4 \end{vmatrix} \begin{matrix} 4 & -1 \\ -1 & 4 \\ -2 & -1 \end{matrix} + \begin{vmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{vmatrix} \begin{matrix} 0 & -1 \\ 0 & 4 \\ 0 & -1 \end{matrix}$$

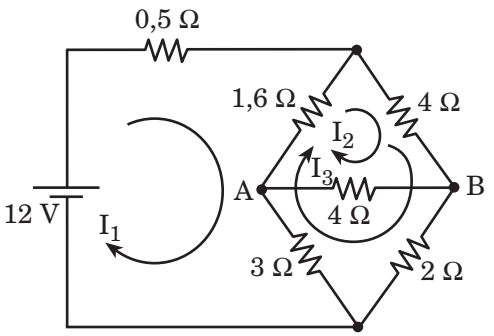
$$\Delta_1 = E. \left[(64 - 2 - 2) - (16 + 4 + 4)\right] + \left[0 - 0\right]$$

$$\Delta_1 = E. [60 - 24] = 36E$$

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{36E}{21}$$

$$R_{A-B} = \frac{E}{\frac{36E}{21}} = \frac{\cancel{E}}{1} \,.\, \frac{21}{36\cancel{E}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{R_{A-B} = 0{,}583\ \Omega}$$

Örnek 22:



Şekilde gösterilen devrenin, çevre akımlarına göre denklem sistemini yazınız. I_2 akımını yönünü de belirterek bulunuz.

$$5{,}1\ I_1 - 1{,}6\ I_2 - 4{,}6\ I_3 = 12$$

$$-1{,}6\ I_1 + 9{,}6\ I_2 + 5{,}6\ I_3 = 0$$

$$-4{,}6\ I_1 + 5{,}6\ I_2 + 10{,}6\ I_3 = 0$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5{,}1 & -1{,}6 & -4{,}6 \\ -1{,}6 & 9{,}6 & 5{,}6 \\ -4{,}6 & 5{,}6 & 10{,}6 \end{vmatrix} \begin{matrix} 5{,}1 & -1{,}6 \\ -1{,}6 & 9{,}6 \\ -4{,}6 & 5{,}6 \end{matrix}$$

$$= (518{,}976 + 41{,}216 + 41{,}216) - (203{,}136 + 159{,}936 + 27{,}136)$$

$$= 601{,}408 - 390{,}208$$

$$= 211{,}2$$

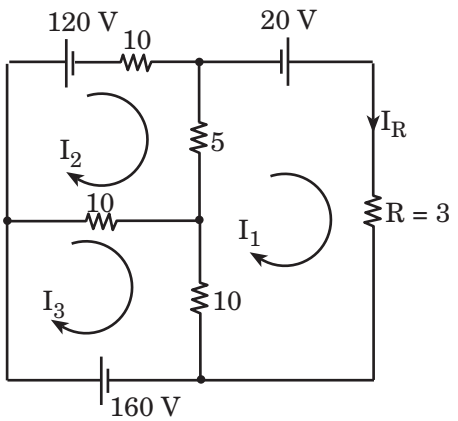
$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 5{,}1 & 12 & -4{,}6 \\ -1{,}6 & 0 & 5{,}6 \\ -4{,}6 & 0 & 10{,}6 \end{vmatrix} \begin{matrix} 5{,}1 & 12 \\ -1{,}6 & 0 \\ -4{,}6 & 0 \end{matrix}$$

$$= (309{,}12) - (-203{,}52)$$

$$= -105{,}6$$

$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = -\frac{105{,}6}{211{,}2} = -0{,}5\ A \text{ (A'dan B'ye doğru)}$$

Örnek 23:



Şekildeki devrede, R = 3 Ω'luk dirençten geçen I_R akımını bulunuz.

$$18\,I_1 - 5\,I_2 - 10\,I_3 = 20$$

$$-5\,I_1 + 25\,I_2 - 10\,I_3 = -120$$

$$-10\,I_1 - 10\,I_2 + 20\,I_3 = 160$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 18 & -5 & -10 \\ -5 & 25 & -10 \\ -10 & -10 & 20 \end{vmatrix} \begin{matrix} 18 & -5 \\ -5 & 25 \\ -10 & -10 \end{matrix} = (9000 - 500 - 500) - (2500 + 1800 + 500)$$

$$= 8000 - 4800$$

$$= 3200$$

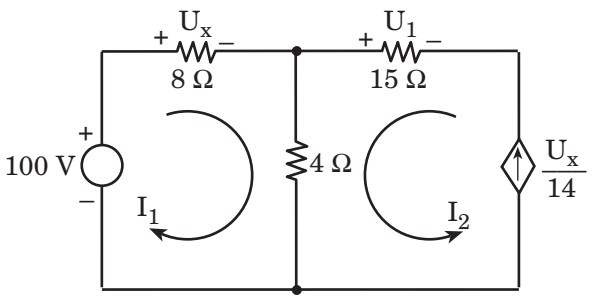
$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 20 & -5 & -10 \\ -120 & 25 & -10 \\ 160 & -10 & 20 \end{vmatrix} \begin{matrix} 20 & -5 \\ -120 & 25 \\ 160 & -10 \end{matrix} = (10000 + 8000 - 12000) - (-40000 + 2000 + 12000)$$

$$= 6000 + 26000$$

$$= 32000$$

$$I_R = I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{32000}{3200} = \underline{\underline{10A}}$$

Örnek 24:



Şekildeki devrede U_1 ve U_x değerlerini bulunuz.

$100 = 12\ I_1 + 4\ I_2$

$I_2 = \frac{Ux}{14}$, $Ux = 8\ I_1$

$Ux = 8\ .\ I_1 = \underline{56\ Volt}$

$100 = 12\ I_1 + 4\ .\ \frac{8\ I_1}{14}$

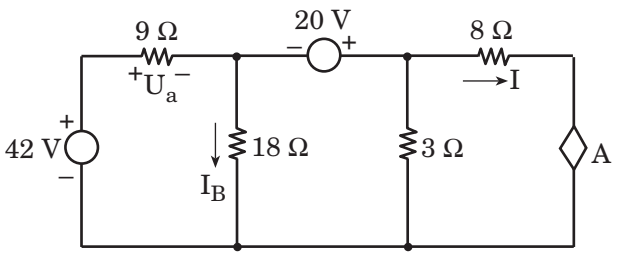
$I_2 = \frac{8\ I_1}{14} = 4\ A$

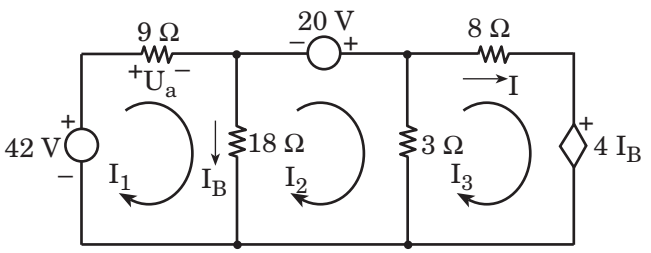
$100 = 12\ I_1 + 2{,}28\ I_1$

$U_1 = -\ 15\ .\ 4 = \underline{-\ 60\ Volt}$

$I_1 = 7\ A$

Örnek 25:





a) $A = 4\ I_B$ ve üst ucu (+) iken,

b) $A = 0{,}1\ U_A$ ve ok yukarı doğru iken I değerini bulunuz.

$42 = 27\ I_1 - 18\ I_2 + 0 \quad \Rightarrow \quad 42 = 27\ I_1 - 18\ I_2 + 0$

$20 = -18\ I_1 + 21\ I_2 - 3\ I_3 \quad \Rightarrow \quad 20 = -18\ I_1 + 21\ I_2 - 3\ I_3$

$-4\ I_B = 0 - 3\ I_2 + 11\ I_3 \quad \Rightarrow \quad 0 = 4\ I_1 - 7\ I_2 + 11\ I_3$

$I_B = I_1 - I_2$

$-4\ (I_1 - I_2) = 0 - 3\ I_2 + 11\ I_3$

$-4\ I_1 + 4\ I_2 = 0 - 3\ I_2 + 11\ I_3$

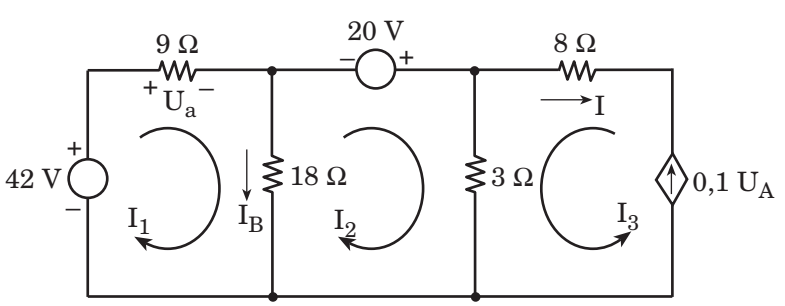
$4\ I_1 - 7\ I_2 + 11\ I_3 = 0$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 27 & -18 & 0 \\ -18 & 21 & -3 \\ 4 & -7 & 11 \end{vmatrix} \begin{matrix} 27 & -18 \\ -18 & 21 \\ 4 & -7 \end{matrix} = (6237 + 216) - (567 + 3564) = 2322$$

$$\Delta I_3 = \begin{vmatrix} 27 & -18 & 42 \\ -18 & 21 & 20 \\ 4 & -7 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} 27 & -18 \\ -18 & 21 \\ 4 & -7 \end{matrix} = (-1440 + 5292) - (3528 - 3780) = 4104$$

$$I_3 = I = \frac{\Delta I_3}{\Delta} = \frac{4104}{2322} = \underline{1{,}767\ A}$$

b)



$42 = 27\ I_1 - 18\ I_2$

$20 = -18\ I_1 + 21\ I_2 + 3\ .\ 0{,}1\ U_A \quad \Rightarrow \quad 20 = -18\ I_1 + 21\ I_2 + 2{,}7\ I_1$

$U_A = 9\ I_1$

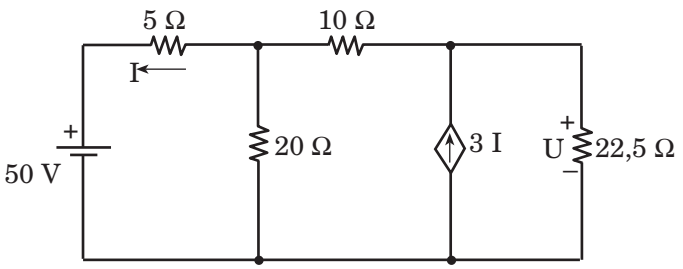
$42 = 27\ I_1 - 18\ I_2$

$20 = -15{,}3\ I_1 + 21\ I_2$

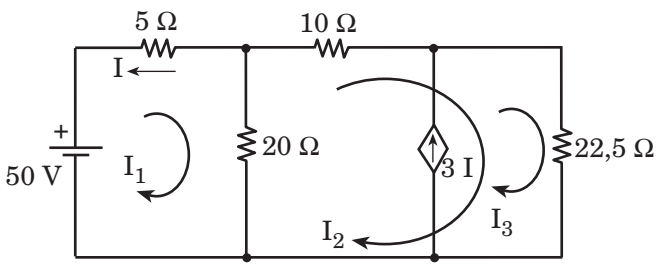
$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 42 & -18 \\ 20 & 21 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 27 & -18 \\ -15{,}3 & 21 \end{vmatrix}} = \frac{882 + 360}{567 - 275{,}4} = \frac{1242}{291{,}6} = 4{,}26\text{A}$$

$I_3 = 0{,}1 \cdot U_A = 0{,}1 \cdot 9 \cdot 4{,}26 = -3{,}834$ A

Örnek 26:



Şekildeki devrede U değerini bulunuz.



$50 = 25\ I_1 - 20\ I_2$

$0 = -20\ I_1 + 52{,}5\ I_2 - 3\ I_1$. (22,5)

$(I = I_1)$

$50 = 25\ I_1 - 20\ I_2$

$0 = -87{,}5\ I_1 + 52{,}5\ I_2$

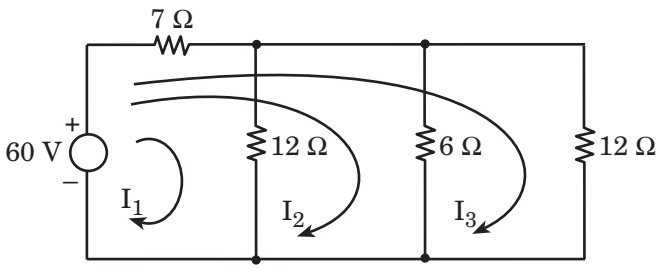
$$I_1 = \frac{\Delta I_1}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 50 & -20 \\ 0 & 52{,}5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 25 & -20 \\ -87{,}5 & 52{,}5 \end{vmatrix}} = \frac{2625}{(1312{,}5) - (1750)} = \frac{2625}{-437{,}5} - 6\text{A}$$

$I_1 = -6$ mA $\Rightarrow I = 6$ mA

$$I_2 = \frac{\Delta I_2}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 25 & 50 \\ -87{,}5 & 0 \end{vmatrix}}{-437{,}5} = \frac{4375}{-437{,}5} = -10 \text{ A}$$

$$U = 22{,}5 \,.\, (3 \,.\, 6 - 10) = \underline{\underline{180 \text{ Volt}}}$$

Örnek 27:



Şekildeki devrede I_1 , I_2 ve I_3 değerlerini bulunuz.

$$19\, I_1 + 7\, I_2 + 7\, I_3 = 60$$

$$7\, I_1 + 13\, I_2 + 7\, I_3 = 60$$

$$7\, I_1 + 7\, I_2 + 19\, I_3 = 60$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 19 & 7 & 7 \\ 7 & 13 & 7 \\ 7 & 7 & 19 \end{vmatrix} \begin{matrix} 19 & 7 \\ 7 & 13 \\ 7 & 7 \end{matrix} = (4693 + 343 + 343) - (637 + 931 + 931) = 2880$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 60 & 7 & 7 \\ 60 & 13 & 7 \\ 60 & 7 & 19 \end{vmatrix} \begin{matrix} 60 & 7 \\ 60 & 13 \\ 60 & 7 \end{matrix} = (14820 + 2940 + 2940) - (5460 + 2940 + 7980) = 4320$$

$$\Delta I_2 = \begin{vmatrix} 19 & 60 & 7 \\ 7 & 60 & 7 \\ 7 & 60 & 19 \end{vmatrix} \begin{matrix} 19 & 60 \\ 7 & 60 \\ 7 & 60 \end{matrix} = (21660 + 2940 + 2940) - (2940 + 7980 + 7980) = 8640$$

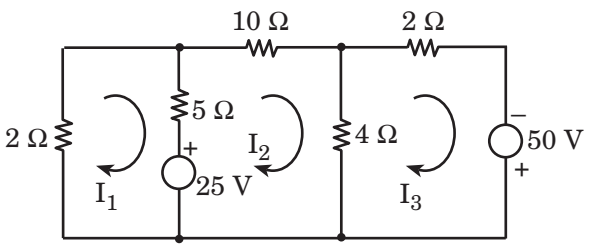
$$\Delta I_3 = \begin{vmatrix} 19 & 7 & 60 \\ 7 & 13 & 60 \\ 7 & 7 & 60 \end{vmatrix} \begin{matrix} 19 & 7 \\ 7 & 13 \\ 7 & 7 \end{matrix} = (14820 + 2940 + 2940) - (5460 + 7980 + 2940) = 4320$$

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{4320}{2880} = 1{,}5 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{8640}{2880} = 3 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{4320}{2880} = 1{,}5 \text{ A}$$

Örnek 28:



$$7\,I_1 - 5\,I_2 + 0 = -25$$

$$-5\,I + 19\,I_2 - 4\,I_3 = 25$$

$$0 - 4\,I_2 + 6\,I_3 = 50$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 7 & -5 & 0 \\ -5 & 19 & -4 \\ 0 & -4 & 6 \end{vmatrix} \begin{matrix} 7 & -5 \\ -5 & 19 \\ 0 & -4 \end{matrix} = 798 - (112 + 150) = 536$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -25 & -5 & 0 \\ 25 & 19 & -4 \\ 50 & -4 & 6 \end{vmatrix} \begin{matrix} -25 & -5 \\ 25 & 19 \\ 50 & -4 \end{matrix} = (-2850 + 1000) - (-400 - 750) = -700$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 7 & -25 & 0 \\ -5 & 25 & -4 \\ 0 & 50 & 6 \end{vmatrix} \begin{matrix} 7 & -25 \\ -5 & 25 \\ 0 & 50 \end{matrix} = 1050 - (-1400 + 750) = 1700$$

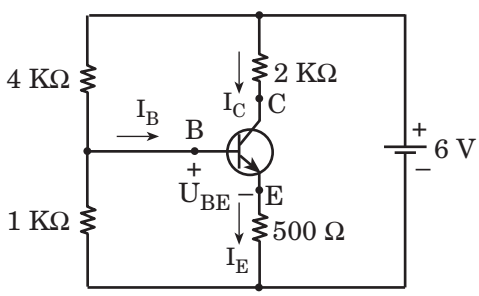
$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 7 & -5 & -25 & 7 & -5 \\ -5 & 19 & 25 & -5 & 19 \\ 0 & -4 & 50 & 0 & -4 \end{vmatrix} = (6650 - 500) - (-700 + 1250) = 5600$$

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{700}{536} = -1{,}3 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{1700}{536} = 3{,}17 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{5600}{536} = 10{,}45 \text{ A}$$

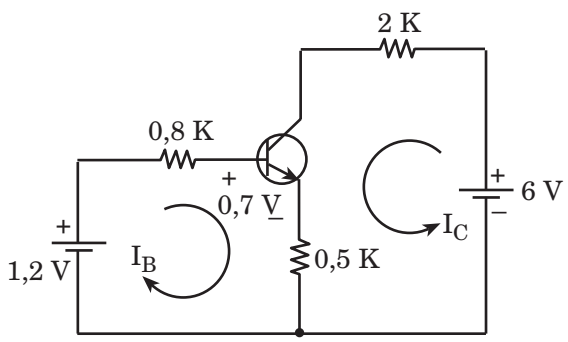
Örnek 29:



$I_C = 30\ I_B$ ve $U_{BE} = 0{,}7$ Volt olduğuna göre U_C = ?

Beyzdeki (B) voltaj ; $U_B = \frac{6V}{5K} . 1K = 1{,}2$ Volt

Beyzdeki direnç; $R_B = 4\ K\ //\ 1\ K = 0{,}8\ K\Omega$



$1{,}2 - 0{,}7 = 0{,}8 . I_B + 0{,}5\ (I_B + I_C)$

$0{,}5 = 0{,}8 . I_B + 0{,}5\ (I_B + 30 I_B)$

$0{,}5 = 0{,}8 . I_B + 0{,}5 . 31 . I_B$

$0{,}5 = 0{,}8 . I_B + 15{,}5 . I_B$

$0{,}5 = 16{,}3\ I_B$

$I_B = 0{,}0307$ mA

$I_C = 30 \cdot I_B \Rightarrow I_C = 30 \cdot 0{,}0307 \Rightarrow I_C = 0{,}92$ mA

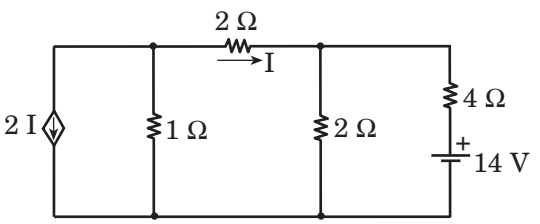
$6 - U_C = 2 \cdot I_C + 0{,}5\,(I_B + I_C)$

$6 - U_C = 2 \cdot 0{,}92 + 0{,}5\,(I_B + 30\,I_B)$

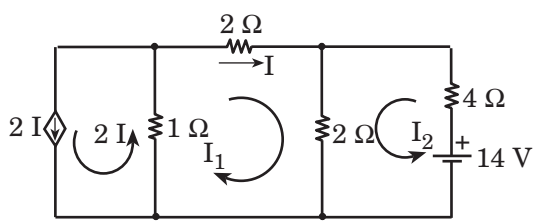
$6 - U_C = 1{,}84 + 0{,}5 \cdot 31 \cdot 0{,}0307$

$6 - U_C = 1{,}84 + 0{,}47 \Rightarrow 6 - U_C = 2{,}31 \Rightarrow \boxed{U_C = 3{,}7 \text{ Volt}}$

Örnek 30:



Şekildeki devrede I akımını, çevre yöntemini kullanarak bulunuz.



$5\,I_1 + 2\,I + 2\,I_2 = 0 \;(I = I_1)$

$7\,I_1 + 2\,I_2 = 0$

$6\,I_2 + 2\,I_1 = 14$

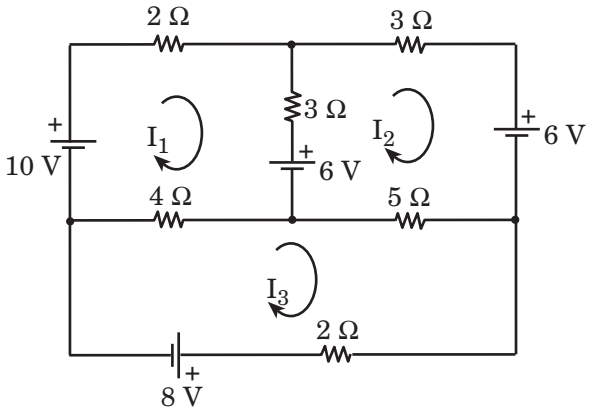
$2\,I_1 + 6\,I_2 = 14$

$7\,I_1 + 2\,I_2 = 0$

$2\,I_1 + 6\,I_2 = 14$

$$I = I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 14 & 6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7 & 2 \\ 2 & 6 \end{vmatrix}} = \frac{-28}{38} = -0{,}73 \text{ A}$$

Örnek 31:



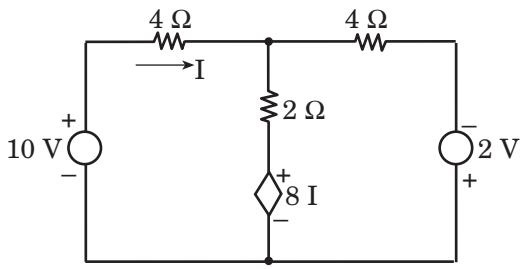
Verilen devrenin çevre akımları denklemlerini yazınız.

$9\ I_1 - 3\ I_2 - 4\ I_3 = 4$

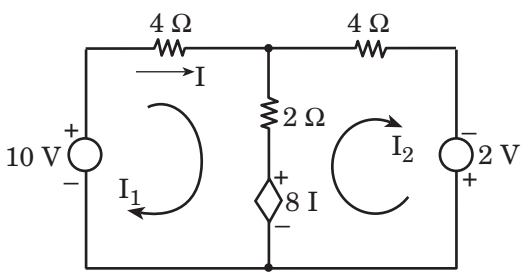
$-3\ I_1 - 11\ I_2 - 5\ I_3 = 0$

$-4\ I_1 - 5\ I_2 + 11\ I_3 = -8$

Örnek 32:



Çevre akımları yöntemiyle I akımını hesaplayınız.



$10 - 8\ I = 6\ I_1 - 2\ I_2$

$2 + 8\ I = 6\ I_2 - 2\ I_1$

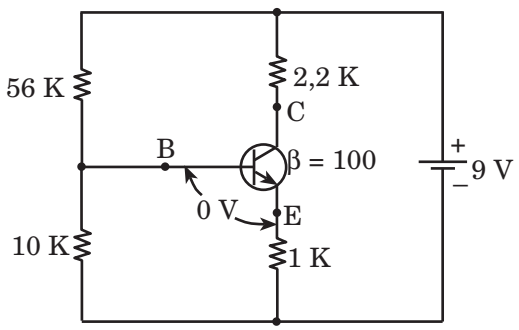
$I = I_1$

$14\ I_1 - 2\ I_2 = 10$

$-10\ I_1 + 6\ I_2 = 2$

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 10 & -2 \\ 2 & 6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 14 & -2 \\ -10 & 6 \end{vmatrix}} = \frac{64}{64} = 1\ A$$

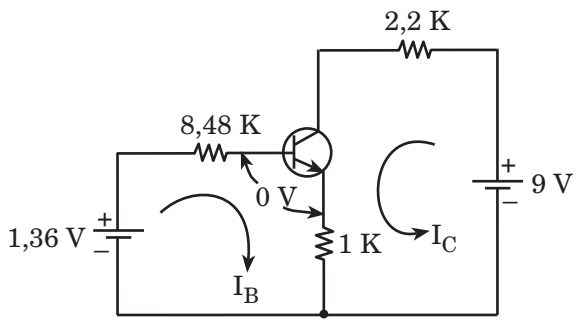
Örnek 33:



Şekildeki devrede U_{CE} gerilimini hesaplayınız.

Beyz'deki voltaj; $U_B = \frac{9\ V}{66\ K} . 10\ K = 1{,}36$ Volt

Beyz'deki direnç; $R_B = 56\ K \,//\, 10\ K = 8{,}48\ K\Omega$



$$\beta = \frac{I_C}{I_B} = 100$$

$I_C = 100\ I_B$

$8{,}48 . I_B + 1 (I_B + I_C) = 1{,}36$

$8{,}48\ I_B + 101\ I_B = 1{,}36$

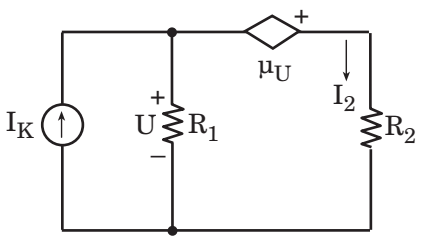
$109{,}48\ I_B = 1{,}36 \quad \Rightarrow \quad I_B = 0{,}012\ A$

$9 = 2{,}2 \cdot I_C + U_{CE} + 1 \cdot (I_B + I_C)$

$9 = 2{,}2 \cdot 100 \cdot 0{,}012 + U_{CE} + (0{,}012 + 1{,}2)$

$9 = 2{,}64 + U_{CE} + 1{,}21 \Rightarrow \boxed{U_{CE} = 5{,}15 \text{ Volt}}$

Örnek 34:



$\frac{I_2}{I_K} = ?$

$I_K = \frac{U}{R_1} + I_2$

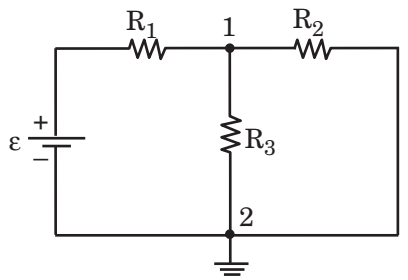
$U + \mu U = I_2 \cdot R_2 = U(1 + \mu)$

$U = \frac{I_2 \cdot R_2}{1 + \mu}$

$I_K = I_2 \left[\frac{R_2}{R_1 \cdot (1 + \mu)} + 1 \right]$

$$\boxed{\frac{I_2}{I_K} = \frac{(1 + \mu) \cdot R_1}{R_2 + (1 + \mu) \cdot R_1}}$$

5.3 DÜĞÜM GERİLİMLERİ YÖNTEMİ

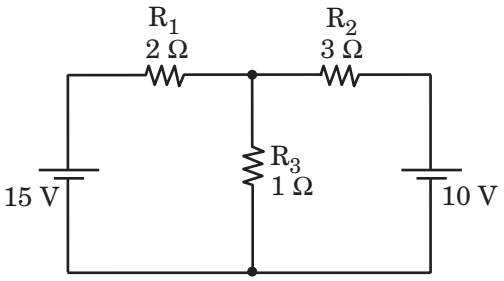


Şekil 5.5

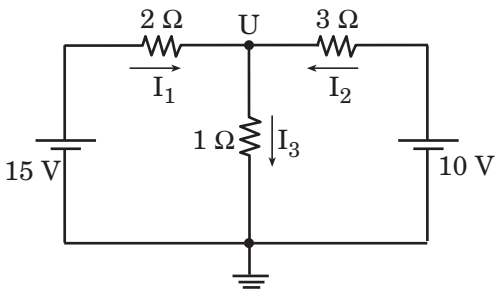
Bir devrede, üç ya da daha fazla elemanın (kolun) birleştiği noktaya **düğüm noktası** denir. Şekil 5.5'teki devrede 1 ve 2 sayılarıyla gösterilen iki düğüm noktası bulunmaktadır.

Düğüm noktaları yönteminde, devredeki düğüm noktalarından biri **referans düğümü (noktası)** olarak kabul edilir ve 2 nolu düğüm noktasında görüldüğü gibi topraklanır. Referans düğümünün dışındaki noktalar U_1, U_2, ... olarak adlandırılır. Düğüm noktalarının gerilimleri bilindikten sonra elemanlardan geçen akımlar bulunabilir.

Örnek 1:



Şekildeki devrede dirençlerden geçen akımları, düğüm gerilimleri yöntemiyle bulunuz.



Devrede iki düğüm noktası vardır. Noktalardan biri, referans noktası seçildiği için diğer düğüm noktasına U adı verilmiştir. Seçilen akımlara göre; 2 Ω'luk dirençten I_1, 3 Ω'luk dirençten I_2, 1 Ω'luk dirençten ise Kirchhoff'un akım kanununa göre;

$\boxed{I_3 = I_1 + I_2}$ şiddetinde bir akım geçecektir.

I_1 akımı, 2 Ω'luk direncin sol ucunu (+), sağ ucunu (-) yapacak şekilde 2 . I_1 değerinde bir gerilim düşürür. (Akımın girdiği uç (+), çıktığı uç (-) dir.) Bu 2 Ω'luk direnç üzerindeki 2 I_1 değerindeki gerilim, 15 V'luk gerilime zıttır. Dolayısıyla;

$15 - 2\,I_1 = U \Rightarrow \boxed{I_1 = \dfrac{15 - U}{2}}$ dir.

I_2 akımı 3 Ω'luk direnç üzerinde 3 I_2 değerinde bir gerilim düşürür. Bu gerilimle 10 V'luk batarya zıt olduğundan,

$10 - 3\,I_2 = U \Rightarrow \boxed{I_2 = \dfrac{10 - U}{3}}$ tür.

1 Ω'luk direnç üzerindeki 1 . I_3 değerindeki gerilim U'ya eşit olacağından,

$U = 1\,.\,I_3 \Rightarrow \boxed{I_3 = \dfrac{U}{1}}$ olacaktır.

Kirchhoff'un akım kanununa göre; **gelen akımların toplamı, giden akıma eşit** olduğuna göre;

$I_1 + I_2 = I_3$

$\frac{15 - U}{2} + \frac{10 - U}{3} = U$ elde edilir ki bu bir bilinmeyenli denklemdir.

$$\underset{(3)}{\frac{15 - U}{2}} + \underset{(2)}{\frac{10 - U_3}{3}} = U \quad \Rightarrow \quad \frac{3(15 - U)}{6} + \frac{2\,(10 - U)}{6} = U$$

$$45 - 3\,U + 20 - 2\,U = 6\,U \quad \Rightarrow \quad 65 = 6\,U + 2\,U + 3\,U \quad \Rightarrow \quad 65 = 11\,U$$

$\boxed{U = 5{,}9 \text{ Volt}}$ olarak bulunur.

Kol akımlarını bulursak;

$$I_1 = \frac{15 - U}{2} = \frac{15 - 5{,}9}{2} = \underline{\underline{4{,}55 \text{ A}}}$$

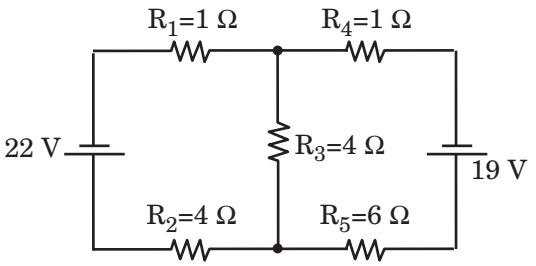
$$I_2 = \frac{10 - U}{3} = \frac{10 - 5{,}9}{3} = \underline{\underline{1{,}36 \text{ A}}}$$

$I_3 = \frac{U}{1} = \underline{\underline{5{,}9 \text{ A}}}$ dir.

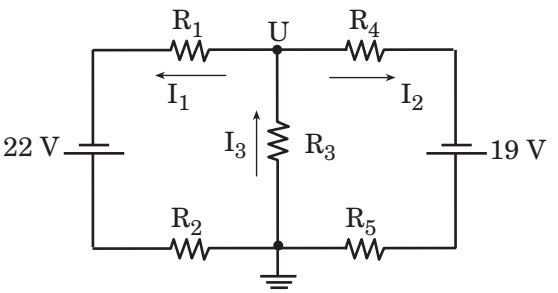
Dolayısıyla 2 Ω'luk dirençten 4,55 A, 3 Ω'luk dirençten 1,36 A, 1 Ω'luk dirençten ise 5,9 A'lik bir akım geçer.

Bu devrede 2 düğüm noktası vardır. Biri referans düğüm noktası seçilerek geriye 1 düğüm noktası kalmıştır. Dolayısıyla bir bilinmeyen olduğu için bir denklemle çözüme ulaşılmıştır. Bir devrede düğüm noktalarının sayısı n ise referans düğüm noktası çıkarılınca geriye (n - 1) adet düğüm noktası kalır. Bu düğüm noktalarının gerilimleri bulmak istenildiğine göre (n -1) adet bilinmeyen vardır. Başka bir ifadeyle (n - 1) adet denklem kurulur. Her düğüm noktasına Kirchhoff'un akım kanunu uygulanır ve denklemler yazılır.

Örnek 2:



Şekildeki devrede; dirençlerden geçen akımları düğüm gerilimleri yöntemiyle bulunuz.



R_1 ve R_2 dirençlerinden I_2, R_3 direncinden ise I_3 akımı geçer.

$I_1 + I_2 = I_3$

$$I_1 = \frac{22 - U}{R_1 + R_2}, \qquad I_2 = \frac{19 - U}{R_4 + R_5}, \qquad I_3 = \frac{U}{R_3}$$

$$I_1 = \frac{22 - U}{5}, \qquad I_2 = \frac{19 - U}{7}, \qquad I_3 = \frac{U}{4}$$

$$\underset{(7)}{\frac{22 - U}{5}} + \underset{(5)}{\frac{19 - U}{7}} = \frac{U}{4}$$

$$\frac{7 \,.\, (22 - U)}{35} + \frac{5 \,.\, (19 - U)}{35} = \frac{U}{4}$$

$$\frac{154 - 7\,U + 95 - 5\,U}{35} = \frac{U}{4} \Rightarrow 4 \,.\, (154 - 7\,U + 95 - 5\,U) = 35\,U$$

$$616 - 28\,U + 380 - 20\,U = 35\,U$$

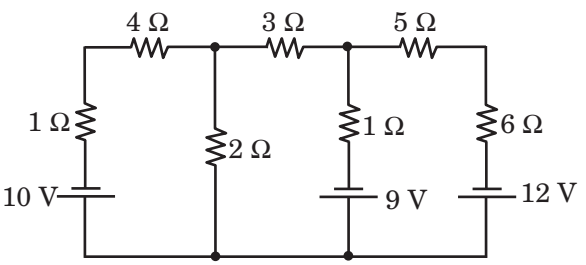
$$996 = 35\,U + 48\,U \Rightarrow 996 = 83\,U \Rightarrow \boxed{U = 12 \text{ Volt}}$$

$$I_1 = \frac{22 - U}{5} = \frac{22 - 12}{5} = \underline{\underline{2\ A}}$$

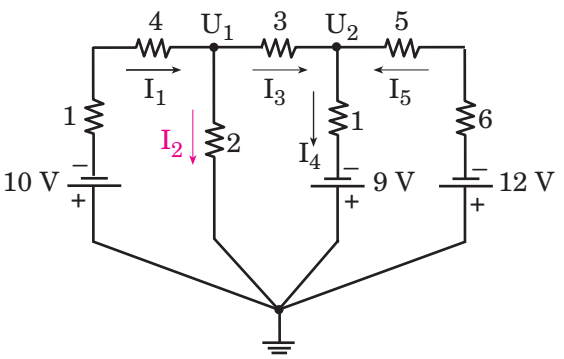
$$I_2 = \frac{19 - U}{7} = \frac{19 - 12}{7} = \underline{\underline{1\ A}}$$

$I_3 = I_1 + I_2 = 2 + 1 = \underline{\underline{3\ A}}$ veya $I_3 = \frac{U}{4} = \frac{12}{4} = \underline{\underline{3\ A}}$' dir.

Örnek 3:



Şekildeki devrede tüm dirençlerden geçen akımları bulunuz.



Düğüm noktalarını daha iyi belirleyebilmek için devre, yeniden yanda görüldüğü gibi çizilmiştir. Devrenin, referans düğüm noktası seçilir ve geriye kalan düğüm noktalarına U_1 ve U_2 isimleri verilir.

U_1 düğümüne Kirchhoff'un akım kanununu uygulayalım.

$I_1 = I_2 + I_3$

Kol akımları ise;

$I_1 = \frac{10 - U_1}{5}$, $I_2 = \frac{U_1}{2}$, $I_3 = \frac{U_1 - U_2}{3}$ olur.

$I_1 = I_2 + I_3$ ifadesinde, kol akımlarını yerine koyalım,

$$\frac{10 - U_1}{5} = \frac{U_1}{2} + \frac{U_1 - U_2}{3}$$

$$\underset{(3)}{\frac{U_1}{2}} + \underset{(2)}{\frac{U_1 - U_2}{3}} = \frac{10 - U_1}{5} \quad \Rightarrow \quad \frac{3\,U_1 + 2\,U_1 - 2\,U_2}{6} = \frac{10 - U_1}{5}$$

$15\,U_1 + 10\,U_1 - 10\,U_2 = 60 - 6\,U_1$

$31\,U_1 - 10\,U_2 = 60$ ..... (I)

U_2 düğümüne Kirchhoff'un akım kanununu uygulayalım.

$I_4 = I_3 + I_5$

Kol akımları;

$$I_4 = \frac{U_2 - 9}{1}, \qquad I_5 = \frac{12\,U_2}{11}, \qquad I_3 = \frac{U_1 - U_2}{3}$$

$$\underset{(11)}{\frac{U_1 - U_2}{3}} + \underset{(3)}{\frac{12 - U_2}{11}} = \frac{U_2 - 9}{1} = 11\,U_1 - 11\,U_2 + 36 - 3\,U_2 = 33\,U_2 - 297$$

$11\,U_1 - 47\,U_2 = -333$ ..... (II)

Elde edilen 1 ve 2 nolu denklemlerden U_1 ve U_2 bilinmeyenlerini bulalım.

(4,7) $31 - U_1 - 10\,U_2 = 60$

$11\,U_1 - 47\,U_2 = -333$

$31\,U_1 - 10\,U_2 = 60$

$145{,}7\,U_1 - \cancel{47\,U_2} = 282$

$-11\,U_1 + \cancel{47\,U_2} = +333$

$134{,}7\,U_1 = 615$

$\boxed{U_1 = 4{,}566 \text{ Volt}}$

$31\,(4{,}566) - 10\,U_2 = 60$

$141{,}546 - 10\,U_2 = 60$

$10\,U_2 = 81{,}546$

$\boxed{U_2 = 8{,}154 \text{ Volt}}$

U_1 ve U_2 düğüm noktalarının gerilimlerini bulduktan sonra kol akımlarını hesaplayalım.

$$I_1 = \frac{10 - U_1}{5} = \frac{10 - 4{,}566}{5} = \underline{1{,}09 \text{ Amper}}$$

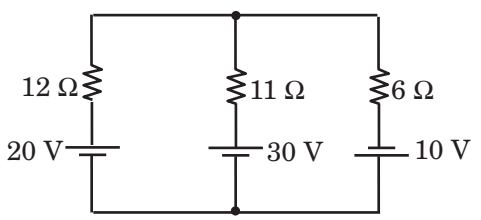
$$I_2 = \frac{U_1}{2} = \frac{4{,}566}{2} = \underline{2{,}28 \text{ Amper}}$$

$$I_3 = \frac{U_1 - U_2}{3} = \frac{4{,}566 - 8{,}154}{3} = \underline{-1{,}2 \text{ Amper}}$$

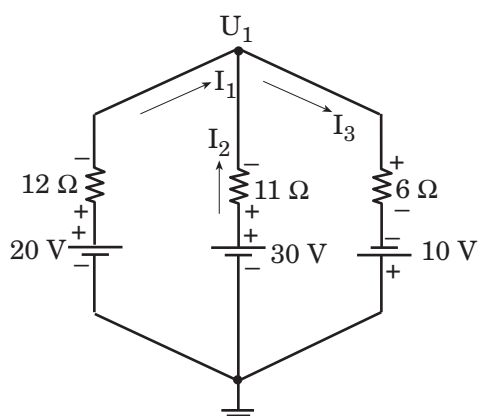
$$I_4 = \frac{U_2 - 9}{1} = 8{,}154 - 9 = \underline{-846 \text{ mA}}$$

$$I_5 = \frac{12 - U_2}{11} = \frac{12 - 8{,}154}{11} = \underline{350 \text{ mA}}$$

Örnek 4:



Şekildeki devrede, dirençlerden geçen akımları, düğüm gerilimleri yönteminden yararlanarak bulunuz.



U_1 düğümüne, Kirchhoff'un akım kanununu uygularsak;

$\boxed{I_3 = I_1 + I_2}$ olur.

12 Ω'luk direnç üzerinde 12. I_1 , 11 Ω'luk direnç üzerinde 11.I_2, 6 Ω'luk direnç üzerinde 6.I_3 değerinde gerilim düşer. Bunların eşitlikleri;

$20 - 12 \,.\, I_1 = U_1$

$30 - 11 \,.\, I_2 = U_1$

$10 - 6.\, I_3 = -\, U_1$ (Bataryanın yönü diğerlerine göre terstir.) olur.

Bu eşitliklerden I_1 , I_2 , I_3 akımlarını çekersek;

$20 - 12 \,.\, I_1 \;\Rightarrow\; 20 - U_1 = 12 \,.\, I_1 \;\Rightarrow\; \boxed{I_1 = \dfrac{20 - U_1}{12}}$

$30 - 11 \,.\, I_2 = U_1 \;\Rightarrow\; 30 - U_1 = 11 \,.\, I_2 \;\Rightarrow\; \boxed{I_2 = \dfrac{30 - U_1}{11}}$

$10 - 6 \,.\, I_3 = -\, U_1 \;\Rightarrow\; 10 + U_1 = 6 \,.\, I_3 \;\Rightarrow\; \boxed{I_3 = \dfrac{10 + U_1}{6}}$ elde edilir.

$I_3 = I_1 + I_2$ formülünde, bulduklarımızı yerine koyarsak;

$$\frac{10 + U_1}{6} = \frac{20 - U_1}{12} + \frac{30 - U_1}{11}$$

$$\underset{(11)}{\frac{20 - U_1}{12}} + \underset{(12)}{\frac{30 - U_1}{11}} = \frac{10 + U_1}{6} \;\Rightarrow\; \frac{11\,(20 - U_1) + 12\,(30 - U_1)}{132} = \frac{10 + U_1}{6}$$

$$6\,\Big[11\,(20 - U_1) + 12\,(30 - U_1)\Big] = 132\,(10 + U_1)$$

$$6\,\Big[220 - 11\,U_1 + 360 - 12\,U_1\Big] = 1320 + 132\,U_1$$

$$1320 - 66\,U_1 + 2160 - 72\,U_1 = 1320 + 132\,U_1$$

$$3480 - 138\,U_1 = 1320 + 132\,U_1$$

$$2160 = 270\,U_1 \;\Rightarrow\; \boxed{U_1 = 8 \text{ Volt}}$$

U_1 düğüm noktasının gerilimi 8 Volt olarak bulunmuştur.

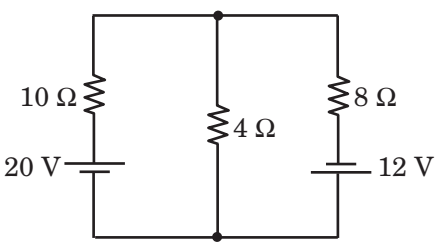
$$I_1 = \frac{20 - U_1}{12} = \frac{20 - 8}{12} = \underline{\underline{1 \text{ Amper}}}$$

$$I_2 = \frac{30 - U_1}{11} = \frac{30 - 8}{11} = \underline{\underline{2 \text{ Amper}}}$$

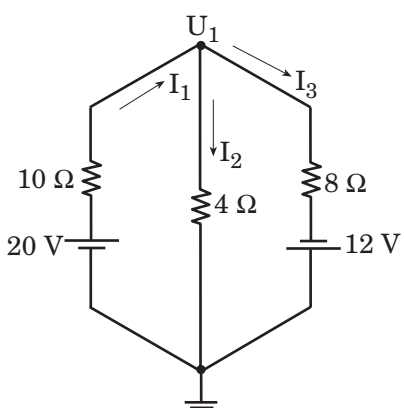
$$I_3 = \frac{10 + U_1}{6} = \frac{10 + 8}{6} = \underline{\underline{3 \text{ Amper}}}\text{'dir.}$$

12 Ω'luk dirençten 1 Amper, 11 Ω'luk dirençten 2 Amper, 6 Ω'luk dirençten ise 3 Amper'lik bir akım geçer.

Örnek 5:



Şekildeki devrede, dirençlerden geçen akımları bulunuz.



$$20 - 10 \,.\, I_1 = U_1 \Rightarrow I_1 = \frac{20 - U_1}{10}$$

$$I_2 = \frac{U_1}{4}$$

$$12 - 8 \,.\, I_3 = -U_1 \Rightarrow I_3 = \frac{12 + U_1}{8}$$

$$I_2 + I_3 = I_1$$

$$\frac{U_1}{4} + \frac{12 + U_1}{8} = \frac{20 - U_1}{10} \Rightarrow \frac{2\,U_1 + 12 + U_1}{8} = \frac{20 - U_1}{10}$$

(2)

$$20\,U_1 + 120 + 10\,U_1 = 160 - 8\,U_1$$

$$38\,U_1 = 40 \Rightarrow \boxed{U_1 = 1{,}05 \text{ Volt}}$$

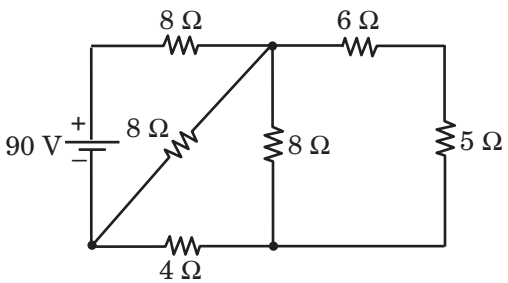
$$I_1 = \frac{20 - U_1}{10} = \frac{20 - 1{,}05}{10} = \underline{1{,}89 \text{ Amper}}$$

$$I_2 = \frac{U_1}{4} = \frac{1{,}05}{4} = \underline{0{,}26 \text{ Amper}}$$

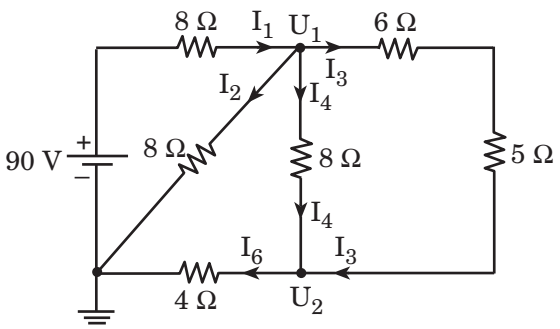
$$I_3 = \frac{12 + U_1}{8} = \frac{12 + 1{,}05}{8} = \underline{1{,}63 \text{ Amper}}$$

10 Ω'luk dirençten 1,89 A, 4 Ω'luk dirençten 0,26 A, 8 Ω'luk dirençten 1,63 A'lik bir akım geçer.

Örnek 6:



Şekildeki devrede, 5 Ω'luk dirençten geçen akımı, düğüm noktaları yöntemini kullanarak bulunuz.



U_1 düğüm noktasına Kirchhoff'un akım kanununu uygularsak;

$\boxed{I_1 = I_2 + I_3 + I_4}$ olur.

$$I_2 = \frac{U_1}{8}\ ,\ I_3 = \frac{U_1 - U_2}{11}\ ,\ I_4 = \frac{U_1 - U_2}{8}\ ,\ I_1 = \frac{90 - U_1}{8}$$

$$\underset{(11)}{\frac{U_1}{8}} + \underset{(8)}{\frac{U_1 - U_2}{11}} + \underset{(11)}{\frac{U_1 - U_2}{8}} = \frac{90 - U_1}{8}$$

$$\frac{11\,U_1 + 8\,U_1 - 8\,U_2 + 11\,U_2 + 11\,U_1 - 11\,U_2}{88} = \frac{90 - U_1}{8}$$

$$88\,U_1 + 64\,U_1 - 64\,U_2 + 88\,U_1 - 88\,U_2 = 7920 - 88\,U_1$$

$$\boxed{328\,U_1 - 152\,U_2 = 7920} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(I)}$$

U_2 düğüm noktasına, Kirchhoff'un akım kanununu uygularsak;

$\boxed{I_6 = I_4 + I_3}$ olur.

$$I_4 = \frac{U_1 - U_2}{8}\,,\; I_6 = \frac{U_2}{4}\,,\; I_3 = \frac{U_1 - U_2}{11}$$

$$\underset{(11)}{\frac{U_1 - U_2}{8}} + \underset{(8)}{\frac{U_1 - U_2}{11}} = \frac{U_2}{4}$$

$$\frac{11\,U_1 - 11\,U_2 + 8\,U_1 - 8U_2}{88} = \frac{U_2}{4}$$

$$88\,U_2 = 44\,U_1 - 44\,U_2 + 32\,U_1 - 32\,U_2$$

$$\boxed{76\,U_1 - 164\,U_2 = 0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(II)}$$

(1) ve (2) nolu denklemleri yoketme metoduyla çözelim.

$328\,U_1 - 152\,U_2 = 7920$

$(4{,}316)\;76\,U_1 - 164\,U_2 = 0$

$\cancel{328}\,U_1 - 152\,U_2 = 7920$

$-\cancel{328}\,U_1 + 707{,}824\,U_2 = 0$

$555{,}824\,U_2 = 7920$

$\boxed{U_2 = 14{,}25 \text{ Volt}}$

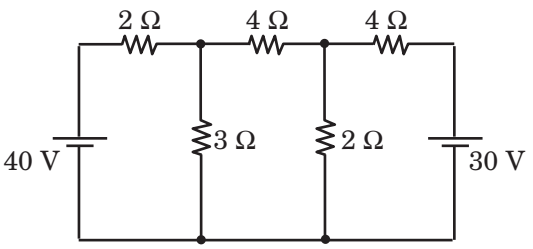
$76\,U_1 - 2337 = 0$

$\boxed{U_1 = 30{,}75 \text{ Volt}}$

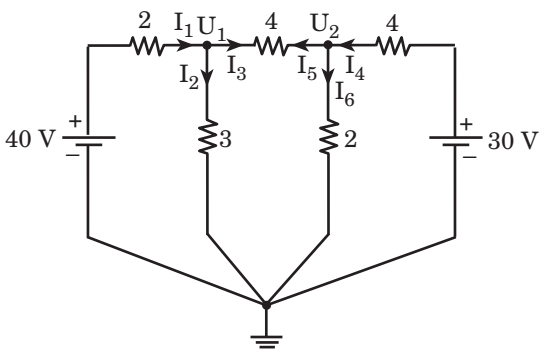
$I_3 = \dfrac{U_1 - U_2}{11}$ olduğuna göre;

$I_3 = \dfrac{30{,}75 - 14{,}25}{11} = \underline{1{,}5 \text{ Amper}}$ olarak bulunur.

Örnek 7:



Şekildeki devrede; 3 Ω'luk dirençten geçen akımı, düğüm gerilimleri yönteminden yararlanarak bulunuz.



U_1 düğümüne Kirchhoff'un akım kanununu uygularsak;

$I_1 = I_2 + I_3$ olur.

$40 - 2\,I_1 = U_1 \Rightarrow I_1 = \dfrac{40 - U_1}{2}$

$3\,I_2 = U_1 \Rightarrow I_2 = \dfrac{U_1}{3}$

$U_1 - U_2 = 4\,.\,I_3 \Rightarrow I_3 = \dfrac{U_1 - U_2}{4}$ (I_3'ün yönü U_1'den U_2'ye doğru olduğu için, akım; yüksek potansiyelden düşük potansiyeledir. Bundan dolayı $U_1 - U_2$ olarak alınmıştır.)

$$\frac{40 - U_1}{2} = \underset{(4)}{\frac{U_1}{3}} + \underset{(3)}{\frac{U_1 - U_2}{4}} \Rightarrow \frac{40 - U_1}{2} = \frac{4\,U_1 + 3\,U_1 - 3\,U_2}{12}$$

$12\,(40 - U_1) = 2\,(4\,U_1 + 3\,U_1 - 3\,U_2)$

$480 - 12\ U_1 = 8\ U_1 + 6\ U_1 - 6\ U_2$

$26\ U_1 - 6\ U_2 = 480$ (Her bir terimi 2'ye bölelim)

$\boxed{13\ U_1 - 3\ U_2 = 240}$ ..... (I)

U_2 düğümüne, Kirchhoff'un akım kanununu uygularsak;

$I_4 = I_5 + I_6$ olur.

$$30 - 4 \cdot I_4 = U_2 \quad \Rightarrow \quad I_4 = \frac{30 - U_2}{4}$$

$$I_6 = \frac{U_2}{2}$$

$$U_2 - U_1 = 4 \cdot I_5 \Rightarrow I_5 = \frac{U_2 - U_1}{4}$$

(U_2 düğümünde seçilen I_5 akımının yönü U_2'den U_1'e doğru olduğu için U_2 yüksek potansiyelli, U_1 ise düşük potansiyellidir. Bundan dolayı $U_2 - U_1$ yazılmıştır.)

$$\frac{30 - U_2}{4} = \frac{U_2 - U_1}{4} + \frac{U_2}{2}$$

(2)

$$\frac{30 - U_2}{4} = \frac{U_2 - U_1 + 2\ U_2}{4} \quad \Rightarrow \quad 4\ U_2 - 4\ U_1 + 8\ U_2 = 120 - 4\ U_2$$

$$16\ U_2 - 4\ U_1 = 120$$

$16\ U_2 - 4\ U_1 = 120$ ifadesinde her bir terimi 4'e bölersek;

$\boxed{4\ U_2 - U_1 = 30}$ ..... (II) olur.

(I) ve (II) nolu denklemleri yoketme metoduyla çözersek;

$13\ U_1 - 3\ U_2 = 240$

$(13) - U_1 + 4\ U_2 = 30$

$\cancel{13\ U_1} - 3\ U_2 = 240$

$-\cancel{13\ U_1} + 52\ U_2 = 390$

$49\ U_2 = 630 \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_2 = 12{,}857 \text{ Volt}}$

$4\,U_2 - U_1 = 30$

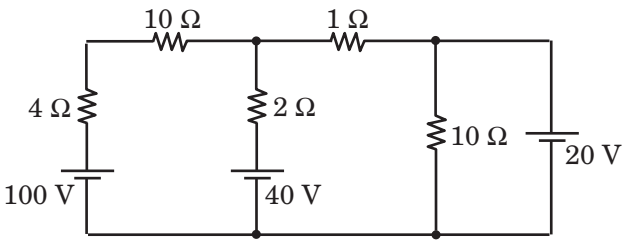
$4\,.\,(12{,}857) - U_1 = 30 \;\Rightarrow\; 51{,}428 - U_1 = 30$

$U_1 = 21{,}428$ Volt

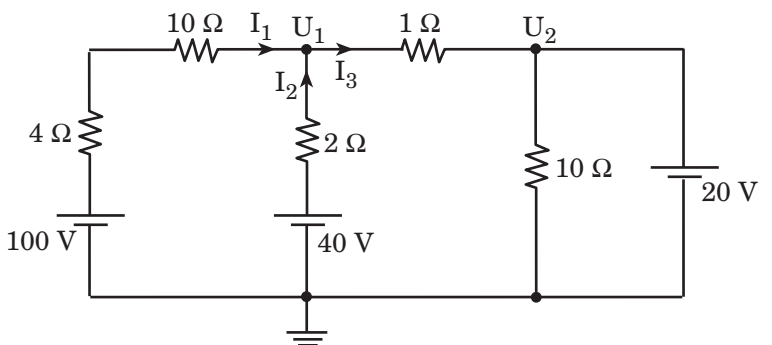
3 Ω'luk dirençten I_2 akımı geçtiğine göre;

$I_2 = \dfrac{U_1}{3} = \dfrac{21{,}428}{3} = 7{,}14$ Amper olarak bulunur.

Örnek 8:



Şekildeki devrede, 1 Ω'luk dirençten geçen akımı, düğüm gerilimleri yönteminden yararlanarak bulunuz.



U_1 düğüm noktasında;

$I_3 = I_1 + I_2$ dir.

$100 - 14\,.\,I_1 = U_1 \quad \Rightarrow \quad I_1 = \dfrac{100 - U_1}{14}$

$40 - 2\,I_2 = U_1 \quad \Rightarrow \quad I_2 = \dfrac{40 - U_1}{2}$

$1\,.\,I_3 = U_1 - U_2 \quad \Rightarrow \quad I_3 = U_1 - U_2$

$$U_1 - U_2 = \frac{100 - U_1}{14} + \frac{40 - U_1}{2} \quad (7)$$

$$U_1 - U_2 = \frac{100 - U_1 + 280 - 7\,U_1}{14}$$

$14\,U_1 - 14\,U_2 = 380 - U_1 - 7\,U_1$

$11\,U_1 - 7\,U_2 = 190$ elde edilir.

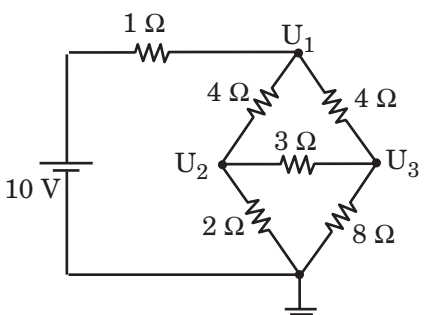
$U_2 = 20$ Volt olduğuna göre;

$11\,U_1 - 7\,(20) = 190 \Rightarrow \boxed{U_1 = 30 \text{ Volt}}$ tur.

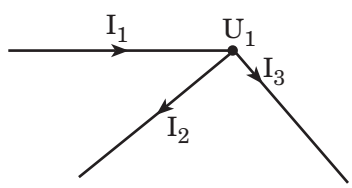
1 Ω'luk dirençten I_3 akımı geçtiğine göre;

$I_3 = U_1 - U_2 = 30 - 20 =$ 10 Amper olarak bulunur.

Örnek 9:



Şekildeki devrede; U_1, U_2, U_3 değerlerini bulunuz.



U_1 düğüm noktasına göre akımları seçelim. Buna göre;

$I_1 = I_2 + I_3$ tür.

$$10 - 1 \cdot I_1 = U_1 \Rightarrow I_1 = 10 - U_1$$

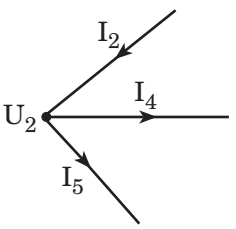
$$U_1 - U_2 = 4\, I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{U_1 - U_2}{4}$$

$$U_1 - U_3 = 4\, I_3 \Rightarrow I_3 = \frac{U_1 - U_3}{4}$$

$$10 - U_1 = \frac{U_1 - U_2}{4} + \frac{U_1 - U_3}{4}$$

$$40 - 4\, U_1 = 2\, U_1 - U_2 - U_3$$

$$\boxed{6\, U_1 - U_2 - U_3 = 40} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(I)}$$



U_2 düğüm noktasına göre, Kirchhoff'un akım kanununu uygulayalım,

$$I_2 = I_4 + I_5$$

$$U_2 - U_3 = 3 \cdot I_4 \Rightarrow I_4 = \frac{U_2 - U_3}{3}$$

$$U_2 = 2\, I_5 \Rightarrow I_5 = \frac{U_2}{2}$$

$$I_2 = \frac{U_1 - U_2}{4}$$

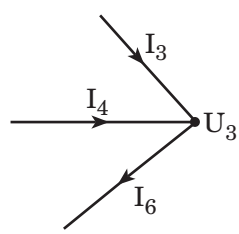
$$\frac{U_1 - U_2}{4} = \frac{U_2 - U_3}{3} + \frac{U_2}{2}$$

(2) (3)

$$\frac{U_1 - U_2}{4} = \frac{5\, U_2 - 2\, U_3 + 3\, U_2}{6} \Rightarrow 20\, U_2 - 8\, U_3 = 6\, U_1 - 6\, U_2$$

$6\, U_1 - 26\, U_2 + 8\, U_3 = 0$ ifadesinde her bir terimi 2'ye bölelim.

$$\boxed{3\, U_1 - 13\, U_2 + 4\, U_3 = 0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(II)}$$



U_3 düğümüne Kirchhoff'un akım kanununu uygulayalım;

$$I_6 = I_3 + I_4$$

$$I_3 = \frac{U_1 - U_3}{4}$$

$$I_4 = \frac{U_2 - U_3}{3}$$

$$I_6 = \frac{U_3}{8}$$

$$\frac{U_3}{8} = \underset{(3)}{\frac{U_1 - U_3}{4}} + \underset{(4)}{\frac{U_2 - U_3}{3}}$$

$$\frac{U_3}{8} = \frac{3\,U_1 - 3\,U_3 + 4\,U_2 - 4\,U_3}{12}$$

$$12\,U_3 = 24\,U_1 - 24\,U_3 + 32\,U_2 - 32\,U_3$$

$$68\,U_3 - 24\,U_1 - 32\,U_2 = 0$$

$$17\,U_3 - 6\,U_1 - 8\,U_2 = 0$$

$$\boxed{-6\,U_1 - 8\,U_2 + 17\,U_3 = 0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(III)}$$

(I), (II) ve (III) nolu eşitlikleri matrisel formda yazalım.

$$6\,U_1 - U_2 - U_3 = 40$$

$$3\,U_1 - 13\,U_2 + 4\,U_3 = 0$$

$$-6\,U_1 - 8\,U_2 + 17\,U_3 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 6 & -1 & -1 \\ 3 & -13 & 4 \\ -6 & -8 & 17 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 6 & -1 & -1 \\ 3 & -13 & 4 \\ -6 & -8 & 17 \end{vmatrix} \begin{matrix} 6 & -1 \\ 3 & -13 \\ -6 & -8 \end{matrix} = (-1326 + 24 + 24) - (-78 - 192 - 51)$$

$$= -1278 - (-321) = -957$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 40 & -1 & -1 \\ 0 & -13 & 4 \\ 0 & -8 & 17 \end{vmatrix} \begin{matrix} 40 & -1 \\ 0 & -13 \\ 0 & -8 \end{matrix} = (-8840) - (-1280) = -7560$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 6 & 40 & -1 & 6 & 40 \\ 3 & 0 & 4 & 3 & 0 \\ -6 & 0 & 17 & -6 & 0 \end{vmatrix} = (-960) - (2040) = -3000$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 6 & -1 & 40 & 6 & -1 \\ 3 & -13 & 0 & 3 & -13 \\ -6 & -8 & 0 & -6 & -8 \end{vmatrix} = (-960) - (3120) = -4080$$

$$U_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-7560}{-957} = \underline{\underline{7{,}9 \text{ Volt}}}$$

$$U_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-3000}{-957} = \underline{\underline{3{,}13 \text{ Volt}}}$$

$$U_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-4080}{-957} = \underline{\underline{4{,}26 \text{ Volt}}}$$

Örnek 10:

Örnek 9'daki devrenin eşdeğer direncini bulunuz.

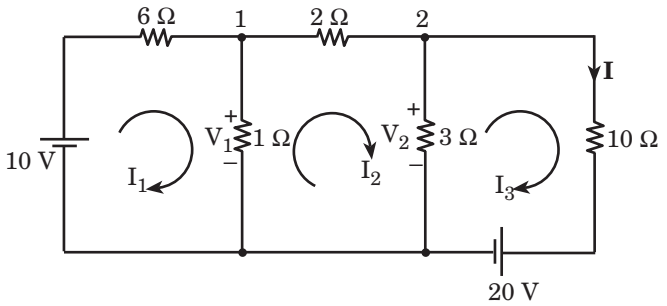
$R_{eş} = \dfrac{\varepsilon}{I_1}$ formüllerinden bulunabilir.

$I_1 = 10 - U_1$ olduğu için;

$I_1 = 10 - 7{,}9 = 2{,}1$ Amper'dir.

$R_{eş} = \dfrac{\varepsilon}{I_1} = \dfrac{10}{2{,}1} = \underline{\underline{4{,}76\ \Omega\text{'luk}}}$ olarak bulunur.

Örnek 11:



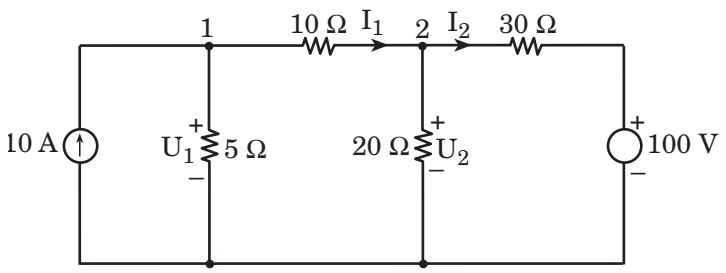
I akımının değerini bulunuz.

$$\frac{10 - U_1}{6} - \frac{U_1}{1} - \frac{U_1 - U_2}{2} = 0$$

$$\frac{U_1 - U_2}{2} - \frac{U_2}{3} - \frac{U_2 - 20}{10} = 0 \quad \Rightarrow \quad U_2 = 3{,}2 \text{ Volt}$$

$$I = \frac{U_2 - 20}{10} = \frac{3{,}2 - 20}{10} \quad \Rightarrow \quad \boxed{I = -1{,}68 \text{ A}}$$

Örnek 12:



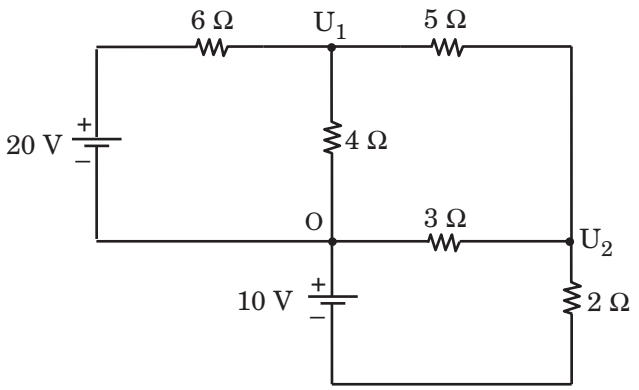
Şekildeki devrede U_1 ve U_2 değerlerini bulunuz.

$$\frac{U_1}{5} + \frac{U_1 - U_2}{10} = 10$$

$$\frac{U_2}{20} + \frac{U_2 - 100}{30} = \frac{U_1 - U_2}{10} \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_1 = 48{,}15 \text{ Volt}}$$

$$\boxed{U_2 = 44{,}44 \text{ Volt}}$$

Örnek 13:

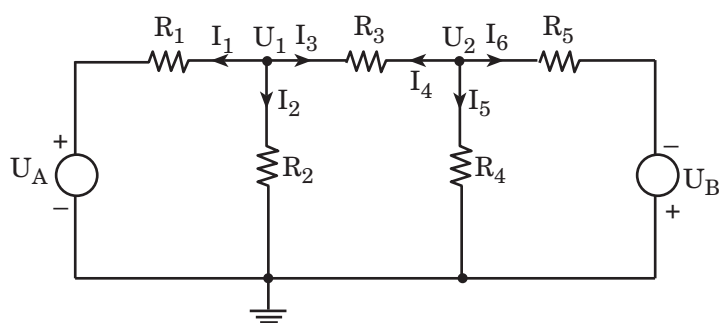


U_2 değerini bulunuz.

$$\frac{20 - U_1}{6} + \frac{U_2 - U_1}{5} - \frac{U_1}{4} = 0$$

$$\frac{U_1 - U_2}{5} - \frac{U_2 + 10}{2} - \frac{U_2}{3} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_2 = -4{,}05 \text{ Volt}}$$

5.3.1 Düğüm Gerilimleri Yönteminin Matrisel Formda Çözülmesi



Şekil 5.6

Şekil 5.6'daki devrede, 3 düğüm vardır. 3. düğüm topraklanırsa, geriye İKİ BAĞIMSIZ DÜĞÜM kalmaktadır. Bu bağımsız düğümlerin potansiyelleri (referans düğümüne göre) U_1 ve U_2 olacaktır. Bu değerler bulunduktan sonra kollardaki akımlar da kolayca bulunur. İki bağımsız düğüm için iki bağımsız denklem elde edilir.

1. Düğüm için: $I_1 + I_2 + I_3 = 0$

$$\frac{U_1 - U_A}{R_1} + \frac{U_1}{R_2} + \frac{U_1 - U_2}{R_3} = 0 \quad \text{..... (1)}$$

2. Düğüm için: $I_4 + I_5 + I_6 = 0$

$$\frac{U_2 - U_1}{R_3} + \frac{U_2}{R_4} + \frac{U_2 + U_B}{R_5} = 0 \quad \text{..... (2)}$$

(1) ve (2) nolu denklemlerde dirençler yerine iletkenlikler yazılırsa;

$$G_1 = \frac{1}{R_1},\ G_2 = \frac{1}{R_2},\ G_3 = \frac{1}{R_3},\ G_4 = \frac{1}{R_4},\ G_5 = \frac{1}{R_5}$$

$$\frac{U_1 - U_A}{\frac{1}{G_1}} + \frac{U_1}{\frac{1}{G_2}} + \frac{U_1 - U_2}{\frac{1}{G_3}} = 0$$

$G_1 (U_1 - U_A) + G_2 \,.\, U_1 + G_3 (U_1 - U_2) = 0$

$G_1 U_1 - G_1 U_A + G_2 \,.\, U_1 + G_3 U_1 - G_3 U_2 = 0$

$(G_1 + G_2 + G_3) U_1 - G_3 U_2 = G_1 U_A$ ..... (3)

$$\frac{U_2 - U_1}{\frac{1}{G_3}} + \frac{U_2}{\frac{1}{G_4}} + \frac{U_2 + U_B}{\frac{1}{G_5}} = 0$$

$G_3 (U_2 - U_1) + G_4 U_2 + G_5 (U_2 + U_B) = 0$

$G_3 U_2 - G_3 U_1 + G_4 U_2 + G_5 U_2 + G_5 U_B = 0$

$-G_3 U_1 + (G_3 + G_4 + G_5) U_2 = -G_5 U_2$ ..... (4) bulunur.

$(G_1 + G_2 + G_3) U_1 - G_3 U_2 = G_1 U_A$

$-G_3 U_1 + (G_3 + G_4 + G_5) U_2 = -G_5 U_2$ denklemlerinde; $G_1 + G_2 + G_3$ 1 nolu düğümü oluşturan kolların, $G_3 + G_4 + G_5$ 2 nolu düğümü oluşturan iletkenliklerinin toplamıdır. G_3 ise 1 ve 2 sayılı düğümlerin arasındaki kolun iletkenliğidir. **Bağımsız düğümler arasındaki kolların iletkenliklerinin işaretleri daima (–) dir. Düğümlere giren akım kaynakları (+), düğümlerden çıkan kaynak akımları (–) alınırlar.**

Denklem sayısı = Düğüm sayısı -1

$\Sigma I_1 = G_{11} U_1 - G_{12} U_2 - G_{13} U_3 \ldots G_{1n} U_n$

$\Sigma I_2 = -G_{21} U_1 + G_{22} U_2 - G_{23} U_3 \ldots G_{2n} U_n$

$\Sigma I_3 = -G_{31} U_1 - G_{32} U_2 + G_{33} U_3 \ldots G_{3n} U_n$

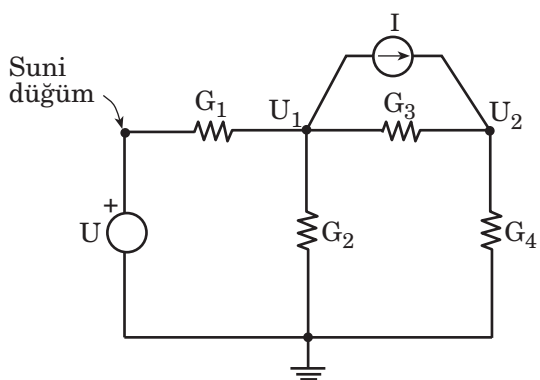
$\Sigma I_n = -G_{n1} U_1 - G_{n2} U_2 - G_{n3} U_3 \ldots G_{nn} U_n$

Σ Ii, i. düğüme bağlı akım kaynaklarının cebirsel toplamı,
Ui, i. düğümün gerilimi,
Gii, i. düğüme bağlı iletkenlikler toplamı,
Gij, i ve j düğümlerinin arasındaki iletkenlikler toplamıdır.

Düğüm Denkleminin Matrisel Formda Yazılışı;

$$\begin{bmatrix} G_{11} & -G_{12} & \ldots & G_{1n} \\ -G_{21} & G_{22} & \ldots & G_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ -G_{n1} & -G_{n2} & & G_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma I_1 \\ \Sigma I_2 \\ \vdots \\ \Sigma I_n \end{bmatrix}$$

Gerilim Kaynaklarının Bulunması Halinde Düğüm Gerilimleri Yöntemi;



Şekil 5.7

Suni düğüm için denklem yazılmaz. Eğer mümkünse referans düğümü gerilim kaynağının bağlı olduğu düğümlerden biri seçilmelidir.

$-I = (G_1 + G_2 + G_3) U_1 - G_3 U_2 - G_1 . U$ olur.

Genel olarak, düğüm gerilimleri yöntemini, matrisel formda çözebilmek için;

1– Verilen devre modelindeki gerilim kaynakları varsa, bunlar akım kaynaklarına çevrilir.

2– Direnç değerleri yerine, bunların iletkenlikleri yazılır.

3– Düğüm noktaları sıralanır ve bu numaralara uyacak biçimde, bağımsız düğümlerin yanlarına bilinmeyen U_1 , U_2 . . . değerleri yazılır. Düğümlerin birisi, referans düğümü yapılarak bu düğüm topraklanır.

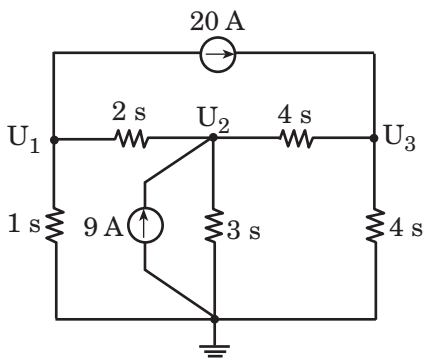
4– Çözülecek devrenin denklemleri yazılır.

5– Düğümlere giren kaynak akımları (+), düğümlerden çıkan kaynak akımları (–) işaretli alınırlar.

6– Akım kaynaklarının iletkenlikleri sıfır, gerilim kaynaklarının iletkenlikleri sonsuzdur.

7– Verilen devre modelinde, hangi kolun akımı isteniyorsa referans düğümü o noktadan alınır.

Örnek 14:



Verilen devrenin düğüm gerilimlerini bulunuz.

(s = siemens)

$(1 + 2)\ U_1 - 2\ U_2 + 0\ U_3 = -20$

$-2\ U_1 + (2 + 3 + 4)\ U_2 - 4\ U_3 = 9$

$0\ U_1 - 4\ U_2 + (4 + 4)\ U_3 = 20$

$3\ U_1 - 2\ U_2 + 0\ U_3 = -20$

$-2\ U_1 + 9\ U_2 - 4\ U_3 = 9$

$0\ U_1 - 4\ U_2 + 8\ U_3 = 20$

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 9 & -4 \\ 0 & -4 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -20 \\ 9 \\ 20 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 0 & 3 & -2 \\ -2 & 9 & -4 & -2 & 9 \\ 0 & -4 & 8 & 0 & -4 \end{vmatrix} = 216 - (49 + 32) = 136$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -20 & -2 & 0 & -20 & -2 \\ 9 & 9 & -4 & 9 & 9 \\ 20 & -4 & 8 & 20 & -4 \end{vmatrix} = (-1440 + 160) - (-320 - 144) = -816$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & -20 & 0 & 3 & -20 \\ -2 & 9 & -4 & -2 & 9 \\ 0 & 20 & 9 & 0 & 20 \end{vmatrix} = 216 - (-240 + 320) = 136$$

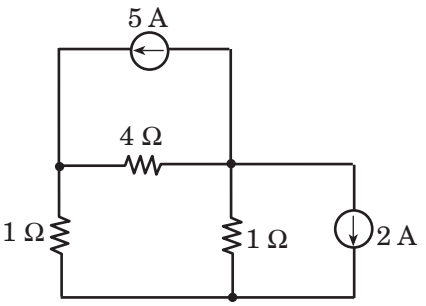
$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 3 & -2 & -20 & 3 & -2 \\ -2 & 9 & 9 & -2 & 9 \\ 0 & -4 & 20 & 0 & -4 \end{vmatrix} = (540 - 160) - (-108 + 80) = 408$$

$$U_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = -\frac{816}{136} = \underline{-6 \text{ Volt}}$$

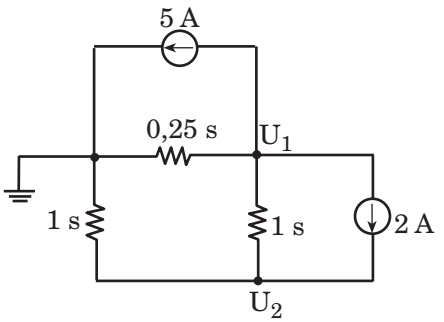
$$U_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{136}{136} = \underline{1 \text{ Volt}}$$

$$U_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{408}{136} = \underline{3 \text{ Volt}}$$

Örnek 15:



Verilen devrede, 4 Ω'luk dirençten geçen akımı düğüm gerilimleri yöntemiyle bulunuz.



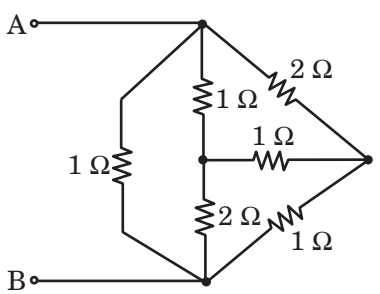
$$1{,}25\ U_1 - 1\ U_2 = -7$$

$$-1\ U_1 + 2\ U_2 = 2$$

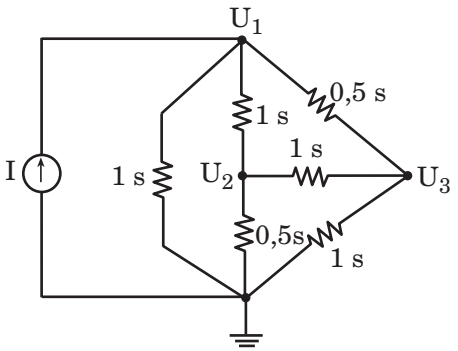
$$U_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} -7 & -1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1{,}25 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{-14+2}{2{,}5-1} = -\frac{12}{1{,}5} = -8 \text{ Volt}$$

$$I_{4\Omega} = \frac{8}{4} = 2 \text{ A}$$

Örnek 16:



Şekildeki devrenin eşdeğer direncini, düğüm gerilimleri yönteminden yararlanarak bulunuz.



$$2{,}5\,U_1 - 1\,U_2 - 0{,}5\,U_3 = I$$
$$-1\,U_1 + 2{,}5\,U_2 - 1\,U_3 = 0$$
$$-0{,}5\,U_1 - 1\,U_2 + 2{,}5\,U_3 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 2{,}5 & -1 & -0{,}5 \\ -1 & 2{,}5 & -1 \\ -0{,}5 & -1 & 2{,}5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

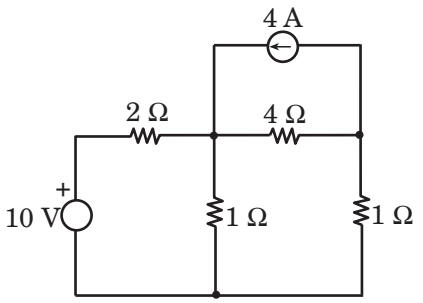
$R_{A-B} = \dfrac{U_1}{I}$ formülünden;

$$U_1 = \frac{\begin{vmatrix} I & -1 & -0{,}5 \\ 0 & 2{,}5 & -1 \\ 0 & -1 & 2{,}5 \end{vmatrix} \begin{matrix} I & -1 \\ 0 & 2{,}5 \\ 0 & -1 \end{matrix}}{\begin{vmatrix} 2{,}5 & -1 & -0{,}5 \\ -1 & 2{,}5 & -1 \\ -0{,}5 & -1 & 2{,}5 \end{vmatrix} \begin{matrix} 2{,}5 & -1 \\ -1 & 2{,}5 \\ -0{,}5 & -1 \end{matrix}} = \frac{6{,}25I - I}{(15{,}625 - 0{,}5 - 0{,}5) - (0{,}625 + 2{,}5 + 2{,}5)}$$

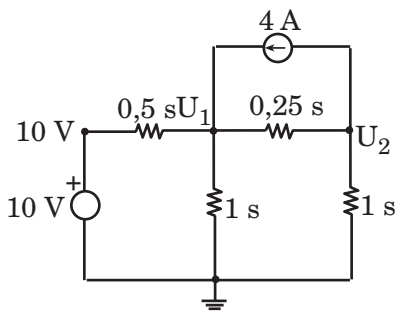
$$U_1 = \frac{5{,}25\,I}{14{,}625 - 5{,}625} = \frac{5{,}25\,I}{9}$$

$$R_{A-B} = \frac{\dfrac{5{,}25\,.\,I}{9}}{I} = \frac{5{,}25\,.\,I}{9}\,.\,\frac{1}{I} = 0{,}58\ \Omega$$

Örnek 17:



Şekildeki devrede, 2 Ω'luk direncin uçlarındaki gerilimi, düğüm gerilimleri yöntemiyle bulunuz.



$4 = 1{,}75\ U_1 - 0{,}25\ U_2 - 0{,}5\ .\ 10$

$-4 = -0{,}25\ U_1 + 1{,}25\ U_2$

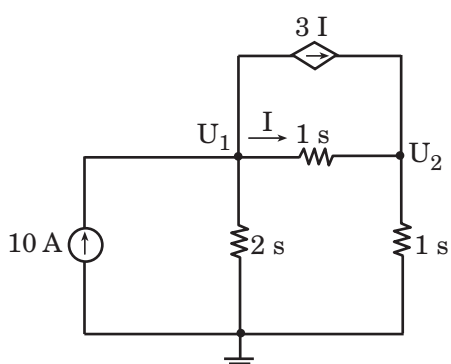
$9 = 1{,}75\ U_1 - 0{,}25\ U_2$

$-4 = -0{,}25\ U_1 + 1{,}25\ U_2$

$$U_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} \frac{\begin{vmatrix} 9 & -0{,}25 \\ -4 & 1{,}25 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1{,}75 & -0{,}25 \\ -0{,}25 & 1{,}25 \end{vmatrix}} = \frac{11{,}25 - 1}{2{,}1875 - 0{,}0625} = \frac{10{,}25}{2{,}125} = 4{,}82 \text{ Volt}$$

$U_{2\Omega} = 10 - 4{,}82 = 5{,}18$ Volt

Örnek 18:



Verilen devrede, 2 s'lik iletkenliğin uçlarındaki gerilimi düğüm gerilimleri yöntemiyle bulunuz.

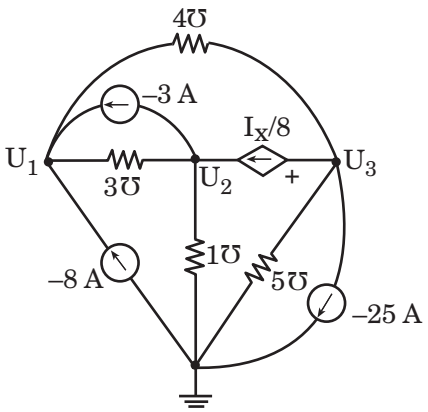
$$\left.\begin{aligned} 10 - 3\,I &= 3\,U_1 - 1\,U_2 \\ 3\,I &= -1\,U_1 + 2\,U_2 \\ I &= U_1 - U_2 \end{aligned}\right\} \qquad \begin{aligned} 10 - 3\,(U_1 - U_2) &= 3\,U_1 - U_2 \\ 3\,(U_1 - U_2) &= -U_1 + 2\,U_2 \\ \hline 10 - 3\,U_1 + 3\,U_2 &= 3\,U_1 - U_2 \\ 3\,U_1 - 3\,U_2 &= -U_1 + 2\,U_2 \end{aligned}$$

$$6\,U_1 - 4\,U_2 = 10$$

$$-4\,U_1 + 5\,U_2 = 0$$

$$U_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} \frac{\begin{vmatrix} 10 & -4 \\ 0 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6 & -4 \\ -4 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{50}{30-16} = \frac{50}{14} = \underline{3{,}57 \text{ Volt}}$$

Örnek 19:



U_1 , U_2 ve U_3 değerlerini bulunuz.

$$-8 - 3 = 7\,U_1 - 3\,U_2 - 4\,U_3 \ldots\ldots (1)$$

$$3 = -3\,U_1 + 4\,U_2 \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$25 = -4\,U_1 + 9\,U_3 \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

$$\frac{Ix}{8} = U_3 - U_2$$

$$Ix = (U_1 - U_3)\,4 \quad \Rightarrow \quad \frac{(U_1 - U_3)\,.\,4}{8} = U_3 - U_2 \quad \Rightarrow \quad 0{,}5\,(U_1 - U_3) = U_3 - U_2$$

$0{,}5\ U_1 - 0{,}5\ U_3 = U_3 - U_2$

$0{,}5\ U_1 - 1{,}5\ U_3 + U_2 = 0$ ..... (4)

$\frac{Ix}{8}$,(2) ve (3) nolu düğümlerde ortak olduğu için (2) ve (3) nolu denklemler ortak toplanıp çözülmelidir.

$$(2) + (3) \quad \Rightarrow \quad 3 = -3\ U_1 + 4\ U_2$$

$$+ \quad 25 = -4\ U_1 + 9\ U_3$$

$$28 = -7\ U_1 + 4\ U_2 + 9\ U_3 \text{ ..... (5)}$$

$-11 = 7\ U_1 - 3\ U_2 - 4\ U_3$

$28 = 7\ U_1 + 4\ U_2 + 9\ U_3$

$0 = 0{,}5\ U_1 + U_2 - 1{,}5\ U_3$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 7 & -3 & -4 & 7 & -3 \\ -7 & 4 & 9 & -7 & 4 \\ 0{,}5 & 1 & -1{,}5 & 0{,}5 & 1 \end{vmatrix} = (-42 - 13{,}5 + 28) - (-8 + 63 - 31{,}5) = -51$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -11 & -3 & -4 & -11 & -3 \\ 28 & 4 & 9 & 28 & 4 \\ 0 & 1 & -1{,}5 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (66 - 112) - (-99 + 126) = -73$$

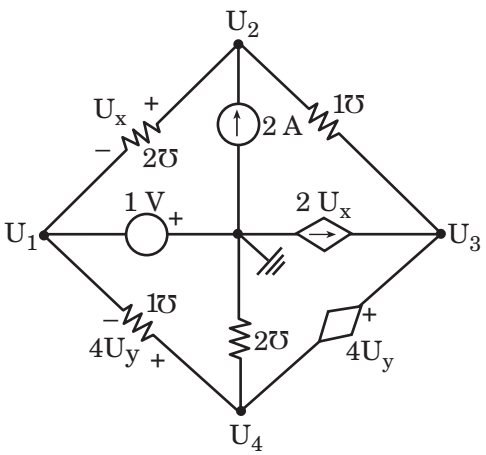
$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 7 & -11 & -4 & 7 & -11 \\ -7 & 28 & 9 & -7 & 28 \\ 0{,}5 & 0 & -1{,}5 & 0{,}5 & 0 \end{vmatrix} = (-294 - 49{,}5) - (-56 - 115{,}5) = -172$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 7 & -3 & -11 & 7 & -3 \\ -7 & 4 & 28 & -7 & 4 \\ 0{,}5 & 1 & 0 & 0{,}5 & 1 \end{vmatrix} = (-42 + 77) - (-22 + 196) = -139$$

$$U_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-73}{-51} = 1{,}43 \text{ Volt} \qquad U_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-172}{-51} = 3{,}37 \text{ Volt}$$

$$U_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-139}{-51} = 2{,}73 \text{ Volt}$$

Örnek 20:



Şekildeki devrede, U_1 , U_2 , U_3 ve U_4 değerlerini bulunuz.

$\boxed{U_1 = -1 \text{ Volt}}$

$2 = -2\,U_1 + 3\,U_2 - U_3$

$2\,U_x = -U_2 + U_3$

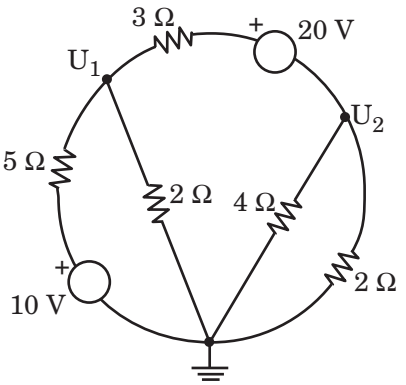
$$0 = U_1 + 3\,U_4 \quad \Rightarrow \quad -U_1 = 3\,U_4 \quad \Rightarrow \quad 1 = 3\,U_4 \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_4 = \frac{1}{3} \text{ Volt}}$$

$$U_3 - U_4 = 4\,(U_4 - U_1) \quad \Rightarrow \quad U_3 - \frac{1}{3} = 4\,(\frac{1}{3} + 1) \quad \Rightarrow \quad U_3 = \frac{4}{3} + 4 + \frac{1}{3}$$

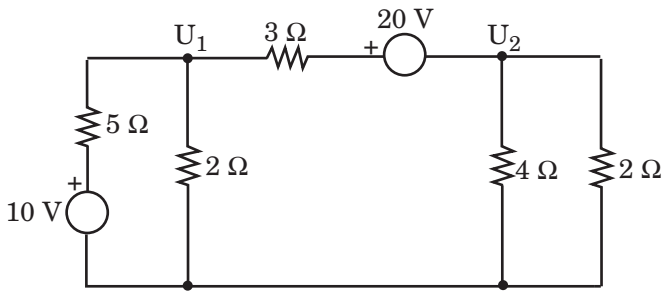
$$U_3 = \frac{4 + 12 + 1}{3} \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_3 = \frac{17}{3} \text{ Volt}}$$

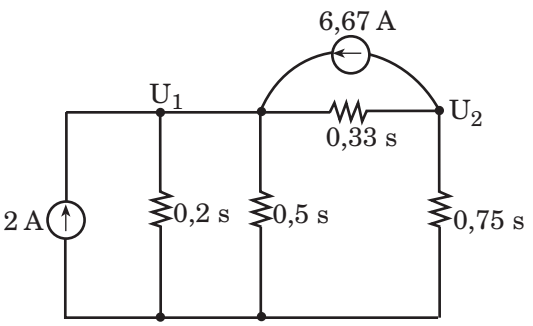
$$0 = 3\,U_2 - \frac{17}{3} \quad \Rightarrow \quad 3\,U_2 = \frac{17}{3} \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_2 = \frac{17}{9} \text{ Volt}}$$

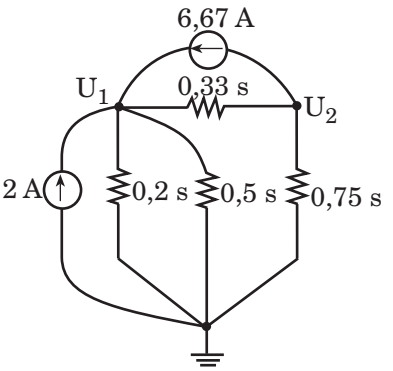
Örnek 21:



Şekildeki devrede U_1 ve U_2 değerlerini bulunuz.







$$8{,}67 = 1{,}03\ U_1 - 0{,}33\ U_2$$

$$-6{,}67 = -0{,}33\ U_1 + 1{,}08\ U_2$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1{,}03 & -0{,}33 \\ -0{,}33 & 1{,}08 \end{vmatrix} = 1$$

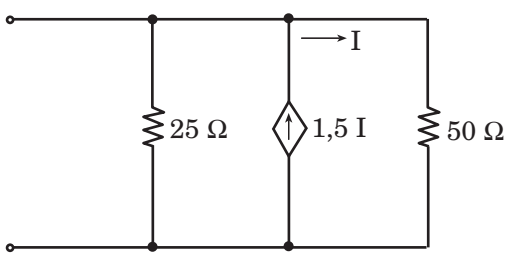
$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 8{,}67 & -0{,}33 \\ -6{,}67 & 1{,}08 \end{vmatrix} = 7{,}16$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1{,}03 & 8{,}67 \\ -0{,}33 & -6{,}67 \end{vmatrix} = -4{,}01$$

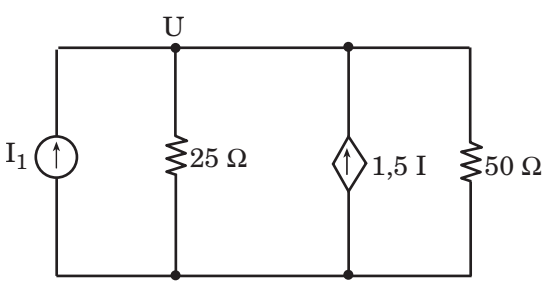
$$U_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{7{,}16}{1} = 7{,}16 \text{ Volt}$$

$$U_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = -\frac{4{,}01}{1} = -4{,}01 \text{ Volt}$$

Örnek 22:



Şekildeki devrenin giriş direncini bulunuz.



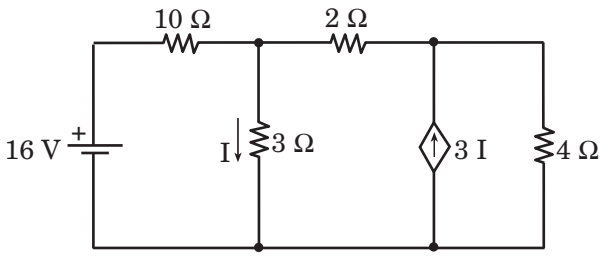
$$I_1 - \frac{U}{25} + 1{,}5\ I - \frac{U}{50} = 0$$

$$U = 50\ I$$

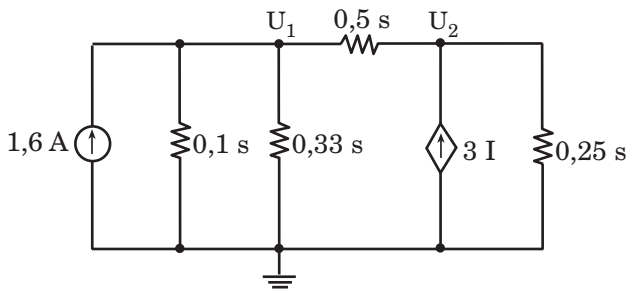
$$I_1 = 1{,}5\ I$$

$$R = \frac{U}{I_1} = \frac{50\ \cancel{I}}{1{,}5\ \cancel{I}} = 33{,}33\ \Omega$$

Örnek 23:



Şekildeki devrede 3 Ω'luk direncin gerilimini düğüm gerilimleri yöntemiyle bulunuz.



$$1{,}6 = 0{,}93\ U_1 - 0{,}5\ U_2$$

$$3\ I = -0{,}5\ U_1 + 0{,}75\ U_2 \quad \Rightarrow \quad 3 \cdot \frac{U_1}{3} = -\ 0{,}5\ U_1 + 0{,}75\ U_2$$

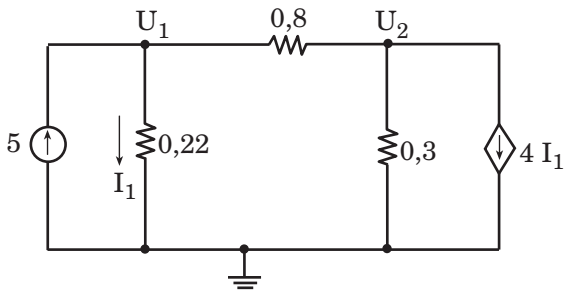
$$I = \frac{U_1}{3} \qquad\qquad U_1 = -0{,}5\ U_1 + 0{,}75\ U_2$$

$$1{,}6 = 0{,}93\ U_1 - 0{,}5\ U_2$$

$$0 = -1{,}5\ U_1 + 0{,}75\ U_2$$

$$U_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 1{,}6 & -0{,}5 \\ 0 & 0{,}75 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0{,}93 & -0{,}5 \\ -1{,}5 & 0{,}75 \end{vmatrix}} = \frac{1{,}2}{-0{,}0525} = -22{,}86 \text{ Volt}$$

Örnek 24:



Şekildeki devrede, I_1 akımını, düğüm gerilimleri yöntemiyle bulunuz. (Birimler A, s cinsindendir.)

$5 = 1{,}02\ U_1 - 0{,}8\ U_2$

$-4\ I_1 = -0{,}8\ U_1 + 1{,}1\ U_2$

$I_1 = 0{,}22\ U_1$

$\Rightarrow\ 5 = 1{,}02\ U_1 - 0{,}8\ U_2$

$\Rightarrow\ -4\ (0{,}22\ .\ U_1) = -0{,}8\ U_1 + 1{,}1\ U_2$

$-0{,}88\ U_1 = -0{,}8\ U_1 + 1{,}1\ U_2$

$0 = 0{,}08\ U_1 + 1{,}1\ U_2$

$5 = 1{,}02\ U_1 - 0{,}8\ U_2$

$0 = 0{,}08\ U_1 + 1{,}1\ U_2$

$$U_1 = \frac{\begin{vmatrix} 5 & -0{,}8 \\ 0 & 1{,}1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1{,}02 & -0{,}8 \\ 0{,}08 & 1{,}1 \end{vmatrix}} = \frac{5{,}5}{1{,}186} = 4{,}64 \text{ Volt}$$

$$I_1 = \frac{U_1}{\frac{1}{0{,}22}} = \frac{4{,}64}{4{,}55} = 1{,}02 \text{ A}$$

BÖLÜM

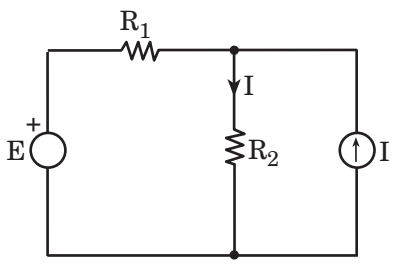
6

TEMEL TEOREMLER

- ✓ *Süperpozisyon Teoremi*
- ✓ *Thévenin Teoremi*
- ✓ *Norton Teoremi*
- ✓ *Maksimum Güç Teoremi*
- ✓ *Karşıtlık Teoremi*
- ✓ *Üçgen – Yıldız ve Yıldız – Üçgen Dönüşümü*
- ✓ *Millman Teoremi*

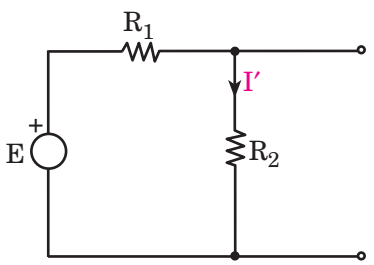
6.1 SÜPERPOZİSYON TEOREMİ

Süperpozisyon teoremi, iki veya daha fazla kaynağı bulunan lineer (direncin her zaman sabit kaldığı devre) elektrik devrelerine uygulanır. Bir sistemde, çeşitli sebeplerin ayrı ayrı oluşturdukları sonuçların cebirsel toplamı, sistemin genel sonucunu verir. Bu teorem uygulanırken, devredeki kaynaklar sırayla devrede bırakılarak, diğerleri devreden çıkarılır. Kaynakları devreden çıkartırken, kaynak gerilim kaynağı ise açılan uçlar kısa devre yapılır. Eğer kaynak akım kaynağı ise açılan uçlar açık devre olarak bırakılır. Örneğin, kaynaklar gerilim kaynakları ise ve devrenin belli bir kolundaki akım bulunmak isteniyorsa sırayla her gerilim kaynağının o kolda meydana getirdiği akımlar bulunur ve en sonunda bu akımların cebirsel toplamı (akımların yönleri gözönüne alınarak) o koldaki akımı verir. Eğer, devrede bağımlı kaynak varsa devreden çıkarılmaz.



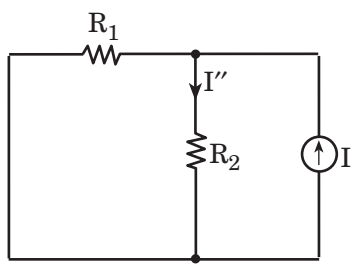
Şekil 6.1

R_2 direncinden geçen akımı süperpozisyon teoremiyle bulalım.



Şekil 6.2

$$I' = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

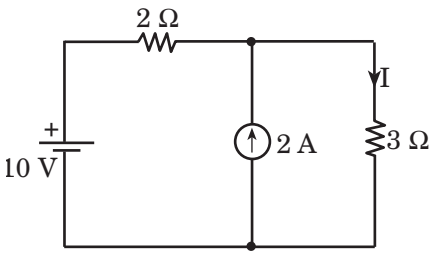


Şekil 6.3

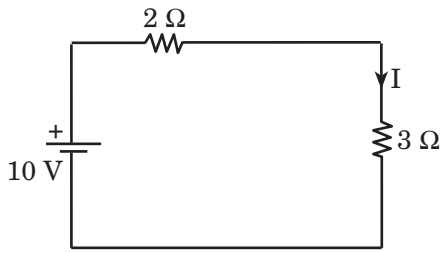
$$I'' = I \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

R_2'den geçen akım; $I = I' + I'' = \dfrac{E}{R_1 + R_2} + I \cdot \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}$

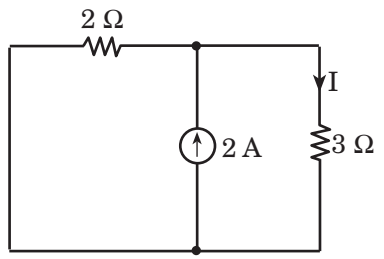
Örnek 1:



I akımını, süperpozisyon teoremiyle bulunuz.



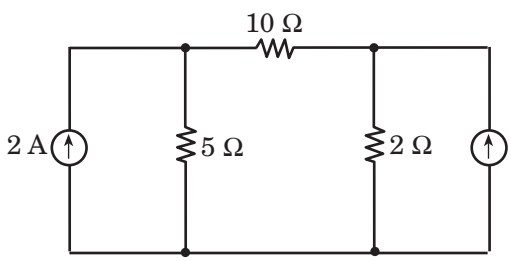
$I' = \dfrac{10}{5} = 2$ A



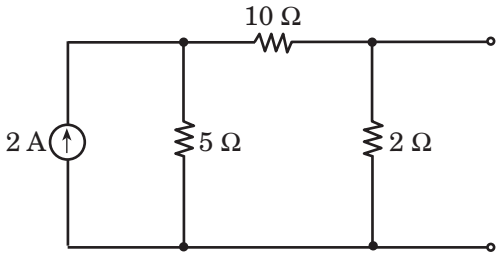
$I'' = 2 \cdot \dfrac{2}{5} = 0{,}8$ A

$I = 2 + 0{,}8 = 2{,}8$ A

Örnek 2:

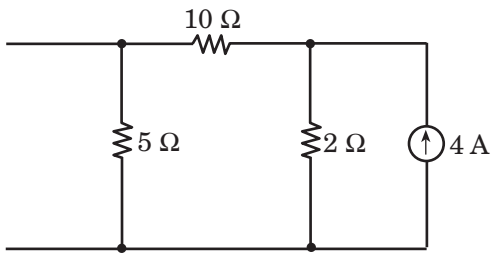


Süperpozisyon teoremini devreye uygulayarak 5 Ω'luk direncin uçlarındaki gerilimi bulunuz.



$$I' = 2 \cdot \frac{12}{12 + 5} = 1{,}41 \text{ A}$$

$$U' = 1{,}41 \cdot 5 = 7{,}05 \text{ V}$$

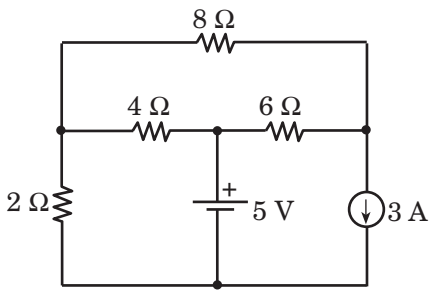


$$I'' = 4 \cdot \frac{2}{17} = 0{,}47 \text{ A}$$

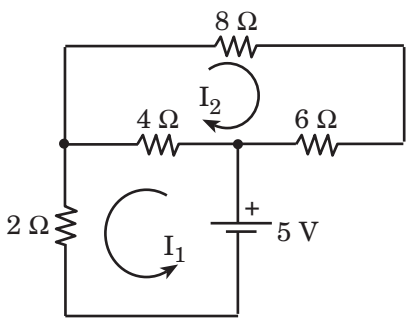
$$U'' = 0{,}47 \cdot 5 = 2{,}35 \text{ V}$$

$$U = U' + U'' = 7{,}05 + 2{,}35 = 9{,}4 \text{ V}$$

Örnek 3:



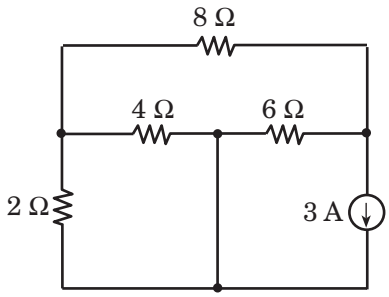
2 Ω'dan geçen akımı süperpozisyon teoreminden yararlanarak bulunuz.

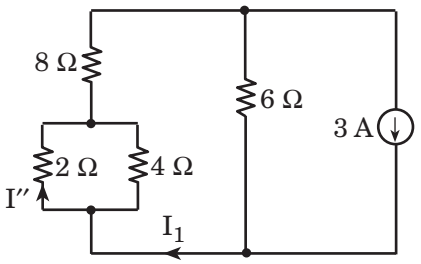


$$5 = 6\ I_1 + 4\ I_2$$

$$0 = 4\ I_1 + 18\ I_2$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 0 & 18 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 4 & 18 \end{vmatrix}} = \frac{90}{92} = 0{,}978 \text{ A.}$$



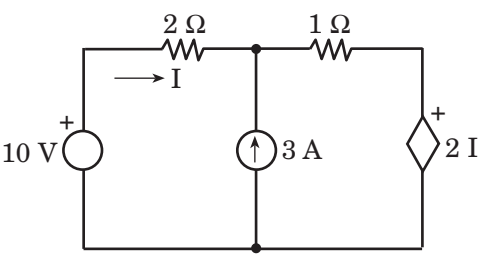


$$I_1 = 3 \cdot \frac{6}{6 + 8 + (2//4)} = 1{,}174 \text{ A}$$

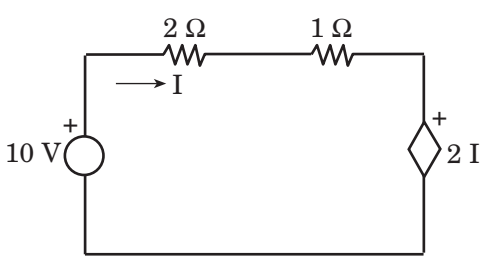
$$I'' = 1{,}174 \cdot \frac{4}{2 + 4} = 0{,}78 \text{ A}$$

$$I = 0{,}978 - 0{,}78 = \underline{198 \text{ mA}}$$

Örnek 3:

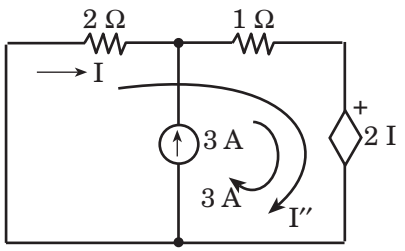


I akımını süperpozisyon teoremiyle bulunuz.



$$10 - 2\,I = 3\,I$$

$$I = I' = 2 \text{ A}$$

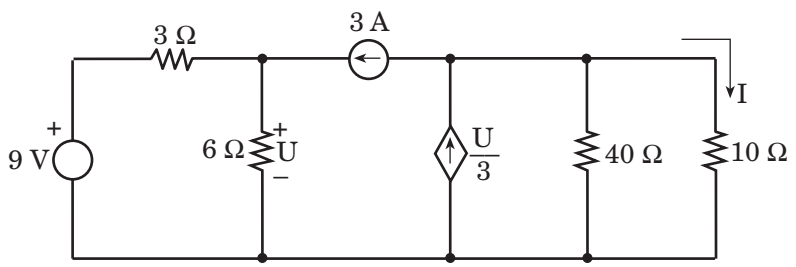


$2\,I'' + 3\,I'' + 3 = 0$

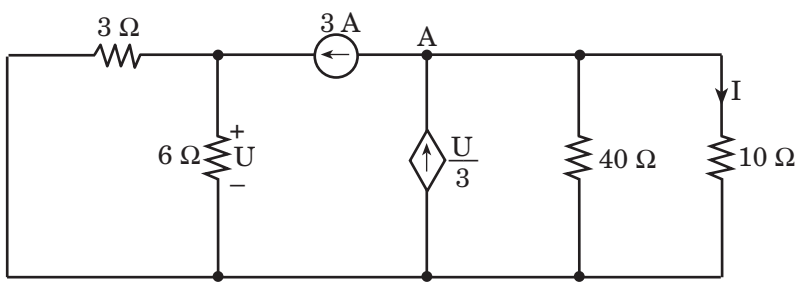
$5\,I'' = -3 \quad \Rightarrow \quad I'' = -0{,}6$ A

$I = I' + I'' = 2 - 0{,}6 = \underline{1{,}4}$ A

Örnek 4:



I akımını süperpozisyon teoremiyle bulunuz.

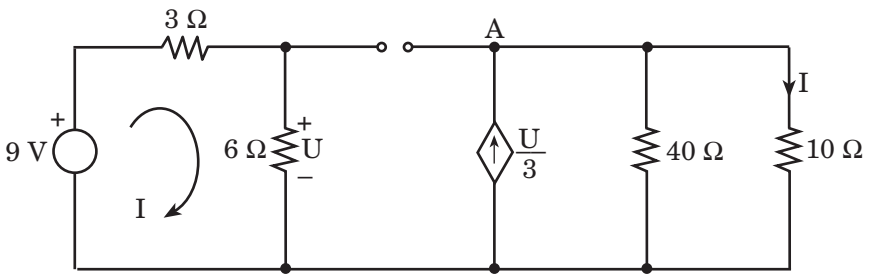


6 Ω'luk dirençten geçen akım; $I_{6\Omega} = 3 \cdot \dfrac{3}{9} = 1$ A

$U' = 6$ Volt

A noktasına göre;

$I' = (-3 + \dfrac{6}{3}) \cdot \dfrac{40}{50} = -0{,}8$ A



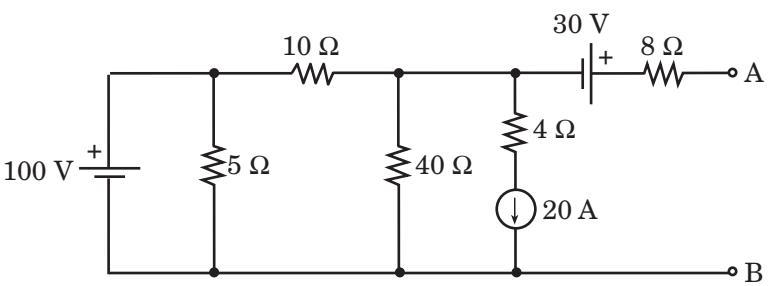
$$I_1 = \frac{9}{9} = 1\ A \quad \Rightarrow \quad U'' = 6\ Volt$$

A noktasına göre;

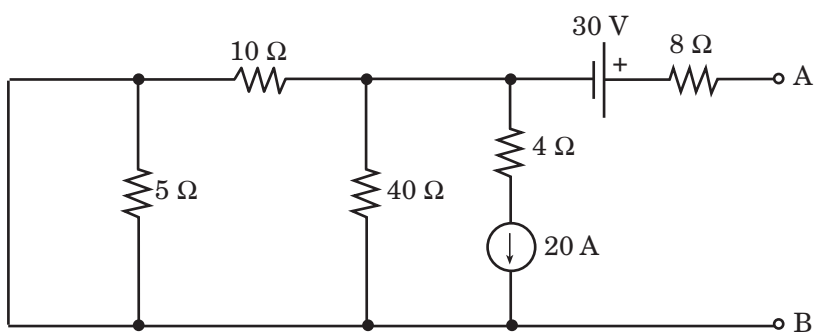
$$I'' = 2 \cdot \frac{40}{50} = 1{,}6\ A$$

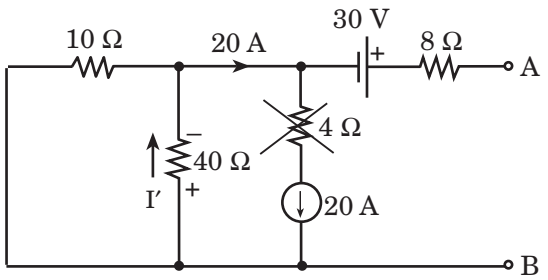
$$I = I' + I'' = 1{,}6 - 0{,}8 \quad \Rightarrow \quad \boxed{I = 0{,}8\ A}$$

Örnek 5:

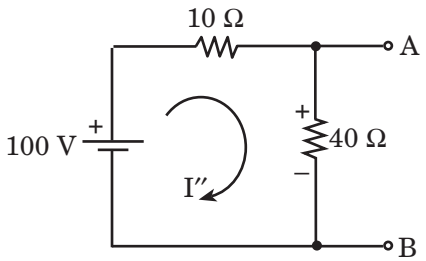


Süperpozisyon teoremiyle U_{AB} gerilimi bulunuz.



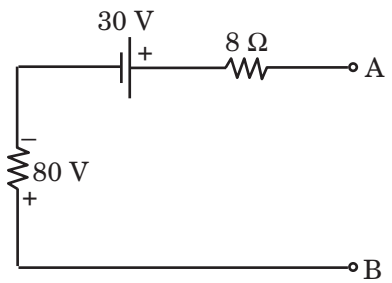


$$I' = 20 \cdot \frac{10}{50} = 4 \text{ A}$$



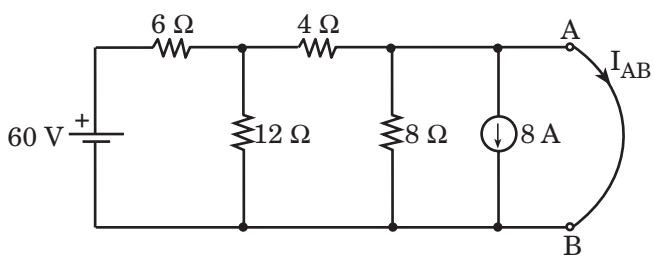
$$I'' = \frac{100}{50} = 2 \text{ A}$$

$$U_{40\Omega} = (4 - 2) \cdot 40 = 80 \text{ Volt}$$

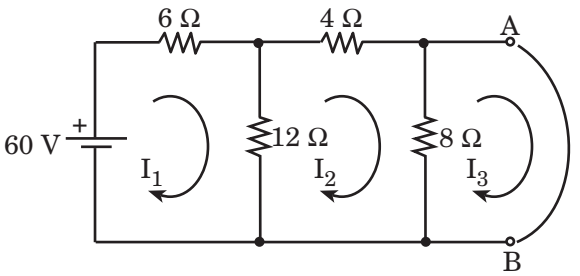


$$U_{AB} = 30 - 80 \Rightarrow \boxed{U_{AB} = -50 \text{ V}}$$

Örnek 6:



I_{AB} akımını süperpozisyon teoremiyle bulunuz.

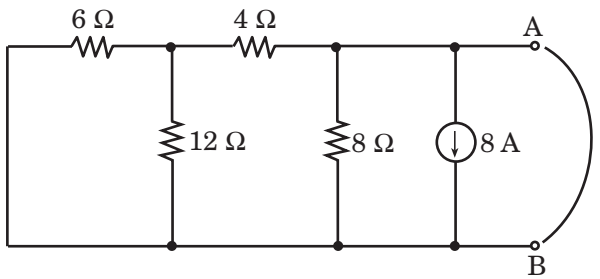


$$18\,I_1 - 12\,I_2 + 0\,I_3 = 60$$

$$-12\,I_1 + 24\,I_2 - 8\,I_3 = 0$$

$$0\,I_1 - 8\,I_2 + 8\,I_3 = 0$$

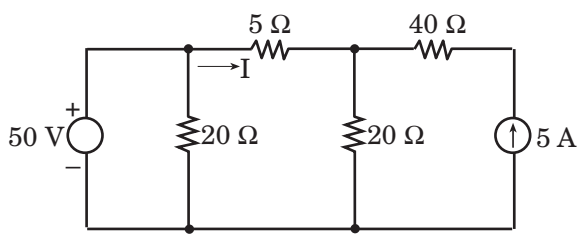
$$I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 18 & -12 & 60 \\ -12 & 24 & 0 \\ 0 & -8 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 18 & -12 & 0 \\ -12 & 24 & -8 \\ 0 & -8 & 8 \end{vmatrix}} = \frac{5760}{3456-(1152+1152)} \Rightarrow I_{AB}' = 5\ A$$



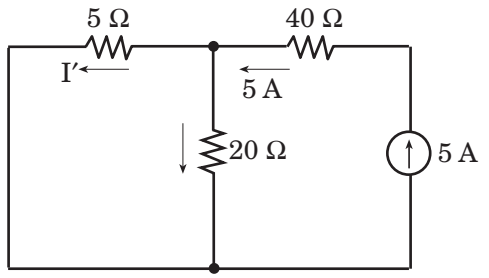
$$I''_{AB} = -8\ A$$

$$I_{AB} = I'_{AB} + I''_{AB} = 5 - 8 \quad \Rightarrow \quad \boxed{I_{AB} = -3\ A}$$

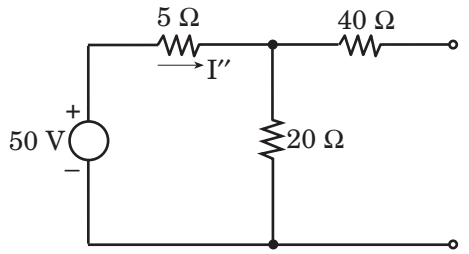
Örnek 7:



I akımını, süperpozisyon teoremiyle bulunuz.



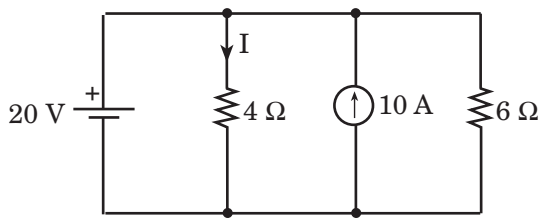
$$I' = -5 \cdot \frac{20}{25} = -4 \text{ A}$$



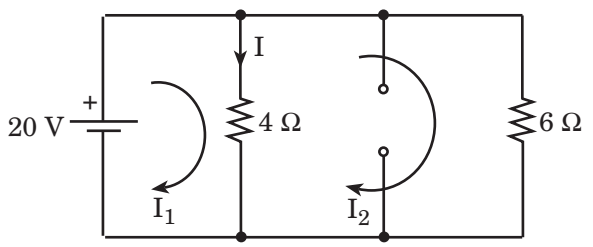
$$I'' = \frac{50}{25} = 2 \text{ A}$$

$$I = -4 + 2 \Rightarrow \boxed{I = -2 \text{ A}}$$

Örnek 8:



I akımını, süperpozisyon teoremiyle bulunuz.



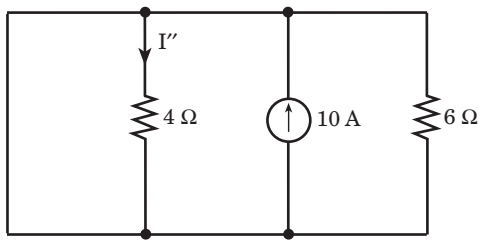
$$4\ I_1 - 4\ I_2 = 20$$

$$-4\ I_1 + 10\ I_2 = 0$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 20 & -4 \\ 0 & 10 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & -4 \\ -4 & 10 \end{vmatrix}} = \frac{200}{40-16} = 8{,}33 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 20 \\ -4 & 0 \end{vmatrix}}{40-16} = \frac{80}{24} = 3{,}33 \text{ A}$$

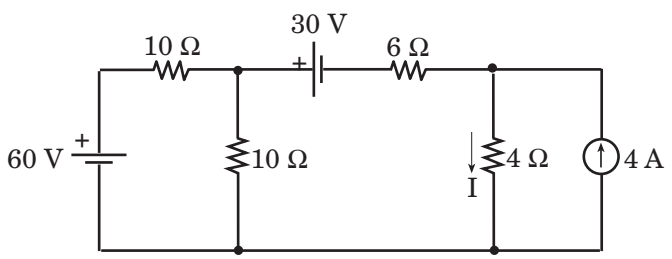
$I' = I_1 - I_2 = 8{,}33 - 3{,}33 = \underline{5 \text{ A}}$



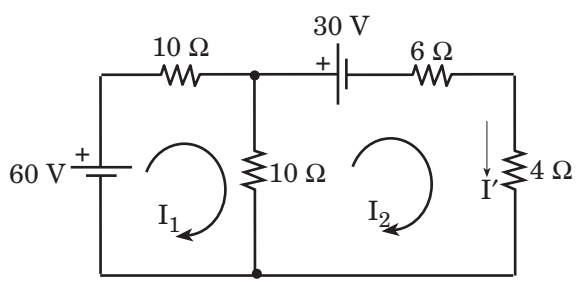
I″ = 0 A. (4 Ω'luk direnç kısa devre)

I = I′+ I″= 5 + 0 = 5 A.

Örnek 9:



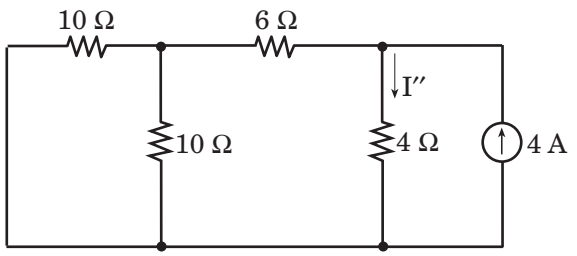
4 Ω'luk dirençten geçen akımı süperpozisyon teoremiyle bulunuz.



$20\ I_1 - 10\ I_2 = 60$

$-10\ I_1 + 20\ I_2 = -30$

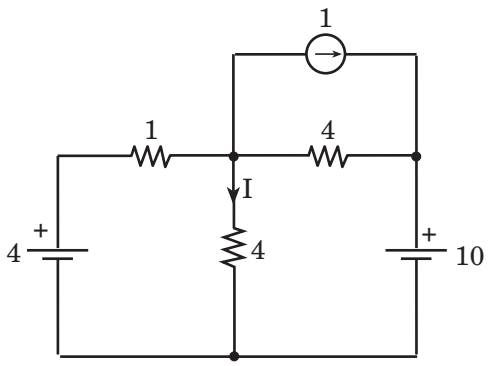
$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 20 & 60 \\ -10 & -30 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 20 & -10 \\ -10 & 20 \end{vmatrix}} = \frac{-600+600}{400-100} \Rightarrow I' = 0A$$



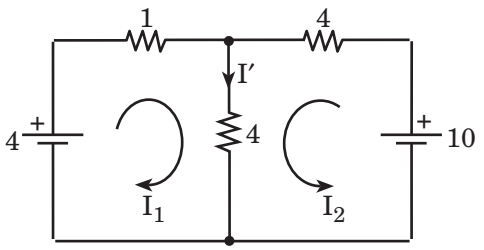
$$I'' = 4 \cdot \frac{11}{15} = 2{,}93 \text{ A}$$

$I = I' + I'' = 0 + 2{,}93 \quad \Rightarrow \quad \boxed{I = 2{,}93 \text{ A}}$

Örnek 10:



Şekildeki devrede sayısal değerler Volt, mA ve KΩ'dur. Süperpozisyon teoremiyle I akımının değerini bulunuz.



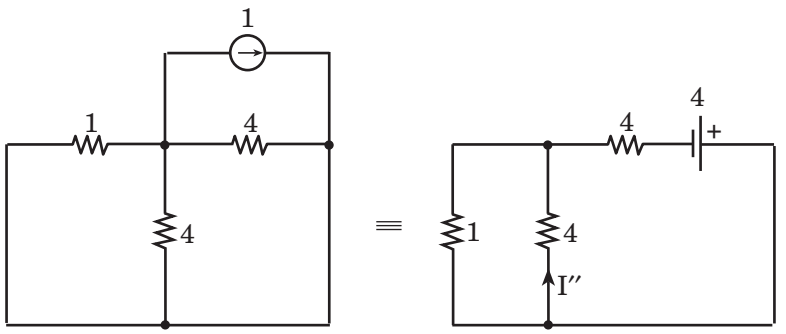
$$5\ I_1 + 4\ I_2 = 4$$

$$4\ I_1 + 8\ I_2 = 10$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 4 \\ 10 & 8 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 8 \end{vmatrix}} = \frac{32-40}{40-16} = \frac{-8}{24} = -0{,}333 \text{ mA}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 10 \end{vmatrix}}{24} = \frac{50-16}{24} = 1{,}416 \text{ mA}$$

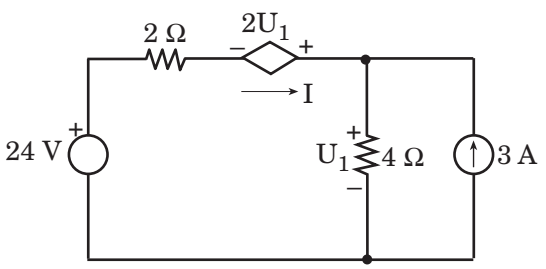
$I' = 1{,}416 - 0{,}333 = 1{,}083$ mA



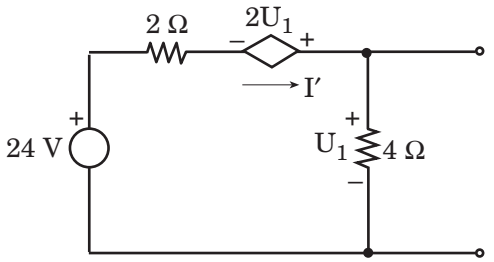
$I'' = 0{,}833 \cdot \frac{1}{5} = 0{,}166$ A

$I = I' - I'' = 1{,}083 - 0{,}166 \Rightarrow \boxed{I = 0{,}917 \text{ mA}}$

Örnek 11:



Şekildeki I akımını süperpozisyon teoremiyle bulunuz.

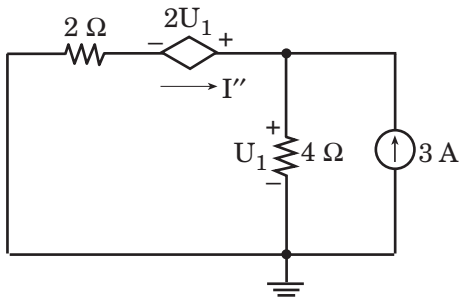


$24 + 2\,U_1 = 6\,.\,I'$

$U_1 = 4\,I'$

$24 + 2\,.\,4\,.\,I = 6\,.\,I'$

$24 + 8\,I = 6\,I' \quad \Rightarrow \quad I' = -12\ A$



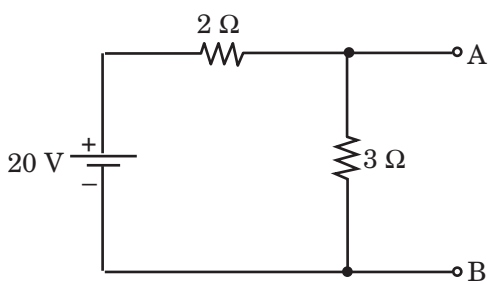
$I'' = -6\ A$

$I = I' + I'' = -(12 + 6) = -18\ A$

6.2 THÉVENİN TEOREMİ

Bir elektrik devresi, herhangi bir noktasına göre, bir gerilim kaynağı ve ona seri bağlı bir dirençle gösterilebilir. Elde edilen devreye **Thévenin eşdeğeri** denir. Devrenin belirlenen iki noktasındaki gerilim değeri, Thévenin (Tevenin) eşdeğerindeki gerilim kaynağının değeridir. Eşdeğer devredeki gerilim kaynağına seri bağlı direncin değeri, devrenin belirlenen iki noktasına göre eşdeğer direncinin değeridir. Eşdeğer direnç bulunurken, devredeki gerilim kaynakları kısa devre, akım kaynakları ise açık devre kabul edilir.

Örnek 1:



Şekildeki devrenin Thévenin eşdeğerini bulunuz.

Verilen devrede, belirlenen noktalar A – B noktalarıdır. Buna göre; devrenin eşdeğeri, A – B noktalarına göre bulunması gerekir.

A – B noktalarındaki gerilim, aynı zamanda 3 Ω'luk direnç üzerinde düşen gerilimdir.

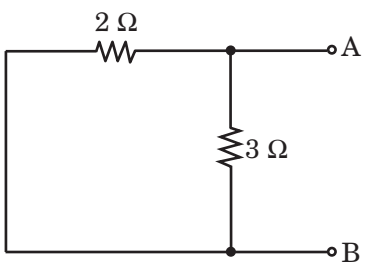
3 Ω'luk dirençten geçen akım; $\frac{20}{2+3} = 4$ A. dır.

3 Ω'luk direnç üzerindeki gerilim, 4 . 3 = 12 Volt'tur veya kısaca;

$U_{A-B} = \left(\frac{20}{2+3}\right) . 3 = 12$ Volt olarak bulunur.

Böylece Thévenin eşdeğerindeki gerilim kaynağının değeri 12 Volt olarak bulunmuştur.

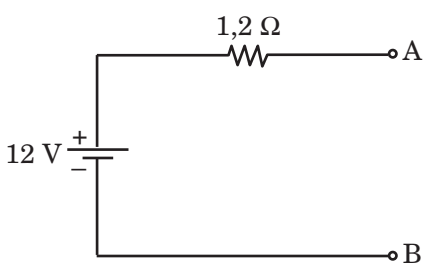
Verilen devrenin, A - B noktalarına göre eşdeğer devresi,



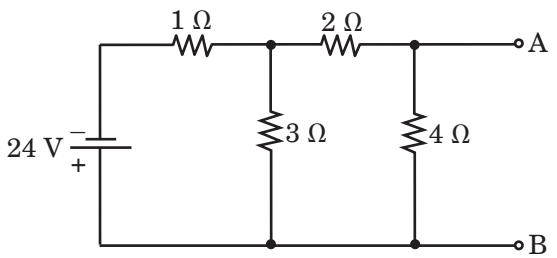
$R_{A-B} = 2 // 3 = \frac{2 . 3}{2+3} = 1{,}2\ \Omega$'dur.

Eşdeğer direnç bulunurken, devredeki gerilim kaynakları kısa devre edilir.

Verilen devrenin, A – B noktalarına göre Thévenin eşdeğeri,

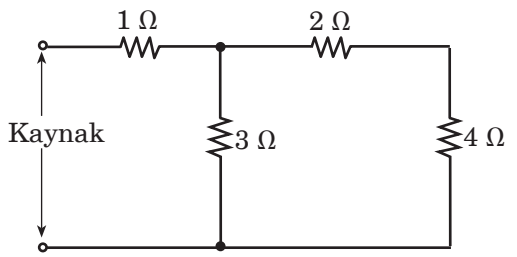


Örnek 2:



Şekildeki devrenin, Thévenin eşdeğerini bulunuz.

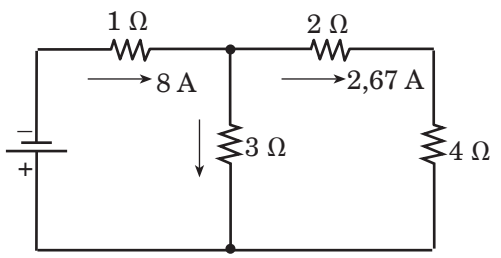
Devreden geçen toplam akımı bulabilmek için, kaynak tarafından bakılan eşdeğer direnci bulmak gerekir.



$$\text{Reş} = \left[(4 + 2) \,//\, 3 \right] + 1$$

$$\text{Reş} = 3\ \Omega$$

Kaynaktan çekilen toplam akım; $\frac{24}{3} = 8$ A'dir.



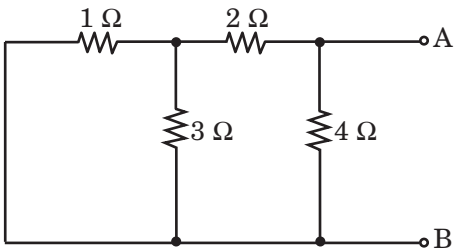
4 Ω'luk dirençten geçen akım;

$$8 \cdot \frac{3}{6 + 3} = 2{,}67 \text{ A'dir.}$$

4 Ω'luk direnç üzerindeki gerilim aynı zamanda U_{A-B} olduğundan;

$U_{A-B} = 2{,}67 \cdot 4 = \underline{10{,}68}$ Volt'tur. (Direncin alt ucu (+), üst ucu (–) dir).

A – B noktaları arasındaki eşdeğer direnç;

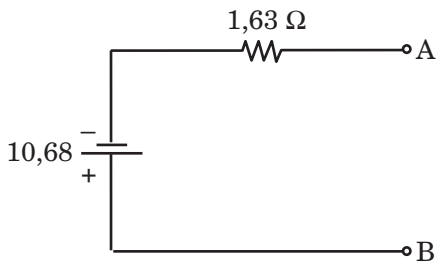


$$R_{A-B} = \left[(1 \,//\, 3) + 2 \right] // \, 4$$

$$R_{A-B} = (0{,}75 + 2) // \, 4$$

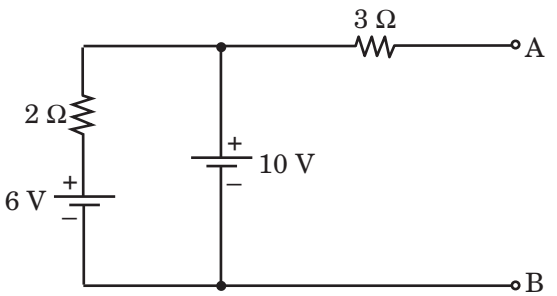
$$\boxed{R_{A-B} = 1{,}63\ \Omega}$$

Verilen devrenin, Thévenin eşdeğeri;



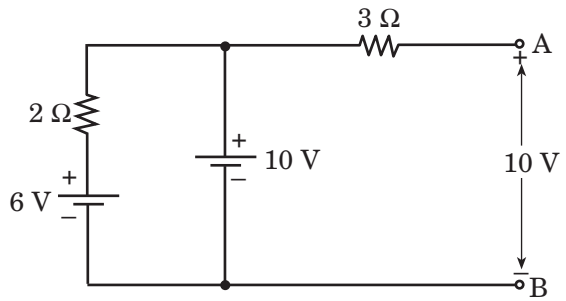
Not: 4 Ω'luk direnç üzerindeki gerilimin kutupları, Thévenin eşdeğerindeki gerilim kaynağının kutuplarını belirler.

Örnek 3:

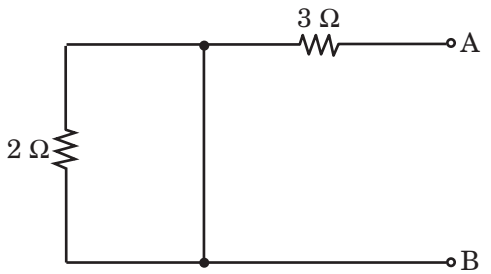


Şekildeki devrenin Thévenin eşdeğerini bulunuz.

A – B noktaları açık olduğundan 3 Ω'luk dirençten akım geçmez. Dolayısıyla A – B noktaları, doğrudan 10 V'luk gerilim kaynağına bağlı olduğundan U_{A-B} = 10 V'tur.

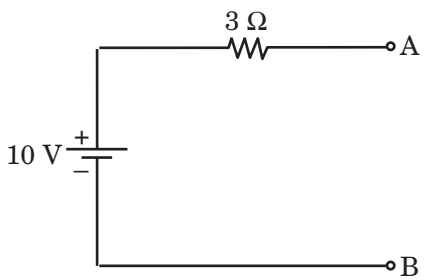


A – B noktalarına göre devrenin eşdeğer direnci;

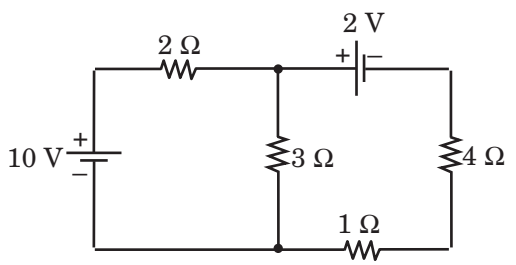


$R_{A-B} = 3\ \Omega$

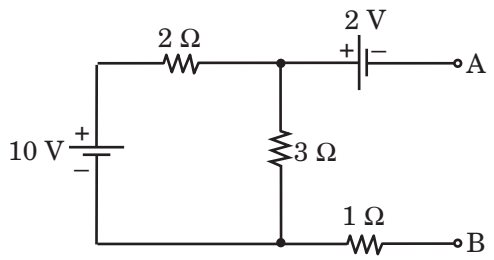
Verilen devrenin Thévenin eşdeğeri;



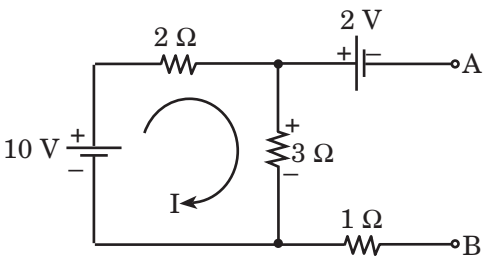
Örnek 4:



Şekildeki devrede; 4 Ω'luk dirençten geçen akımı Thévenin teoreminden yararlanarak bulunuz.

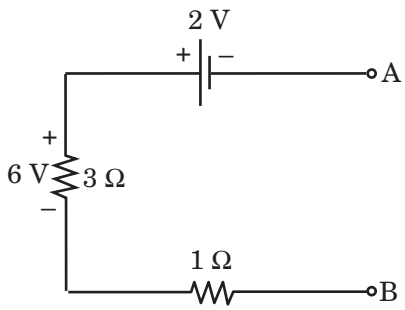


4 Ω'luk direnç devreden çıkarılır ve devrenin bu noktalara göre Thévenin eşdeğeri bulunur.



3 Ω'luk direnç üzerinde;

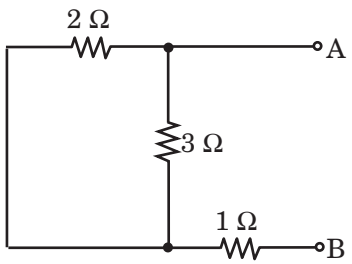
$U_{3\Omega} = \frac{10}{2+3} \cdot 3 = 6$ Volt'luk gerilim vardır.



1 Ω'luk dirençten akım akmadığı için üzerinde gerilim düşmez.

$U_{A-B} = 6 - 2 = \underline{\underline{4 \text{ Volt}}}$ olur.

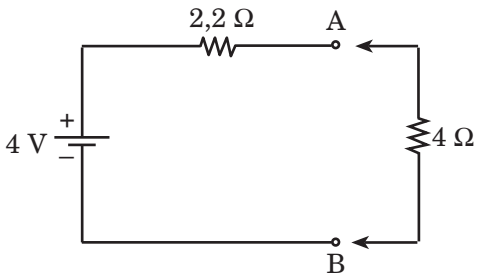
A – B noktalarına göre devrenin eşdeğer direnci;



$R_{A-B} = (2 \,//\, 3) + 1$

$\boxed{R_{A-B} = 2{,}2\ \Omega}$

Devrenin Thévenin eşdeğeri, 4 Volt'luk gerilim kaynağı ve ona seri bağlı 2,2 Ω'luk dirençle gösterilir.

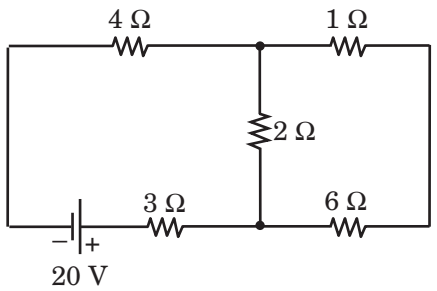


Devrenin Thévenin eşdeğeri bulunduktan sonra, daha önce çıkartılan 4 Ω'luk direnç tekrar devreye takılır.

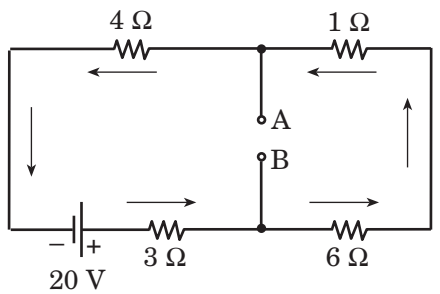
4 Ω'luk dirençten geçen akım;

$I_{4\Omega} = \frac{4}{2{,}2 + 4} = \frac{4}{6{,}2} = \underline{0{,}64\ A}$ olarak bulunur.

Örnek 5:



Şekildeki devrede, 2 Ω'luk dirençten geçen akımı, Thévenin teoreminden yararlanarak bulunuz.



2 Ω'luk direnç devreden çıkarılır. Verilen devrenin Thévenin eşdeğeri A – B noktalarına göre bulunur.

Devreden geçen akım; $I = \frac{20}{14} = 1{,}43$ A'dir.

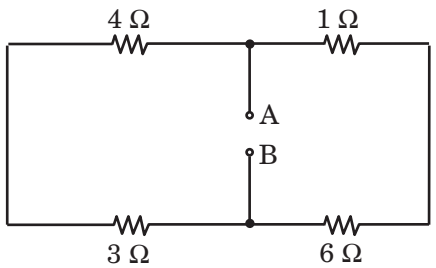
A – B noktaları arasındaki gerilim, 6 Ω ve 1 Ω'luk dirençlerin üzerinde düşen gerilimlerin toplamıdır. A noktasının kutbu (–), B noktasının kutbu ise (+) dır.

$U_{A-B} = (6 + 1) \cdot 1{,}43 = 10$ Volt

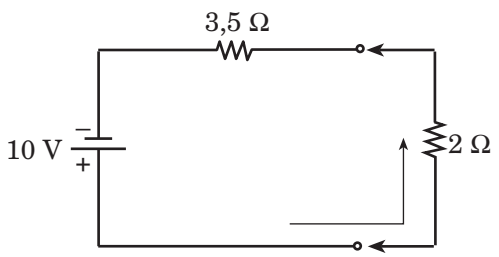
veya

$U_{A-B} = 20 - (3 \cdot 1{,}43) - (4 \cdot 1{,}43) = 20 - 4{,}3 - 5{,}72 \cong \underline{10 \text{ Volt}}$

A – B noktaları arasındaki eşdeğer direnç;



$R_{A-B} = 7 \,//\, 7 = 3{,}5\ \Omega$'dur.

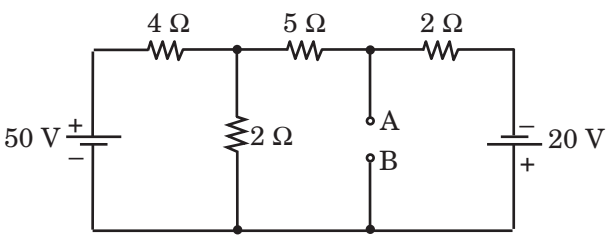


Devrenin Thévenin eşdeğeri bulunduktan sonra 2 Ω'luk direnç tekrar devreye takılır. 2 Ω'luk dirençten geçen akım;

$$I_{2\Omega} = \frac{10}{3{,}5 + 2} = \underline{1{,}82 \text{ A}}$$

olarak bulunur.

Örnek 6:

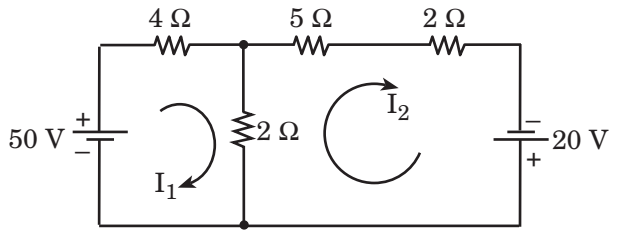


Şekildeki devrenin A – B uçlarına bağlanan;

a) 1 Ω

b) 2 Ω

c) 3 Ω'luk dirençlerden geçecek akımları bulunuz



$50 = 6\ I_1 - 2\ I_2$

$20 = 9\ I_2 - 2\ I_1$

$6\ I_1 - 2\ I_2 = 50 \quad \Rightarrow \quad 3\ I_1 - I_2 = 25$

$-2\ I_1 + 9\ I_2 = 20 \quad \Rightarrow \quad -I_1 + 4{,}5\ I_2 = 10$

(4,5) $3\ I_1 - I_2 = 25$

$-I_1 + 4{,}5\ I_2 = 10$

$13{,}5\ I_1 - \cancel{4{,}5\ I_2} = 112{,}5$

$-I_1 + \cancel{4{,}5\ I_2} = 10$

$12{,}5\ I_1 = 122{,}5$

$\boxed{I_1 = 9{,}8\ A}$

$3\ I_1 - I_2 = 25$

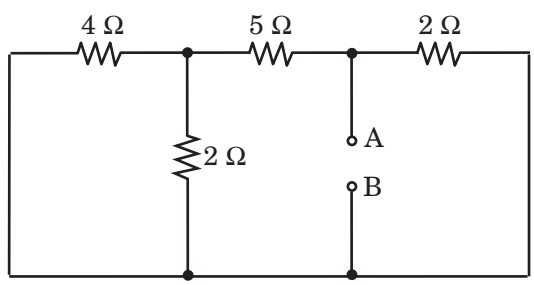
$3\ (9{,}8) - I_2 = 25$

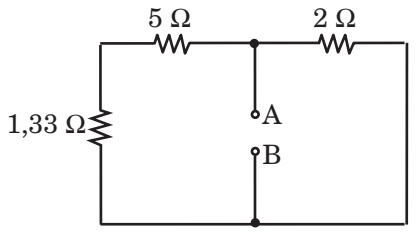
$29{,}4 - 25 = I_2$

$\boxed{I_2 = 4{,}4\ A}$

$U_{A-B} = 20 - (2\ .\ 4{,}4) = \underline{11{,}2\ \text{Volt}}$ (A noktası (–), B noktası (+) kutupludur)

A – B noktalarına göre eşdeğer direnci;

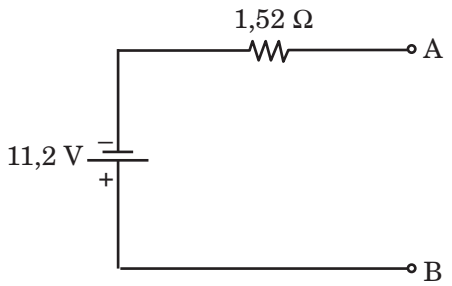




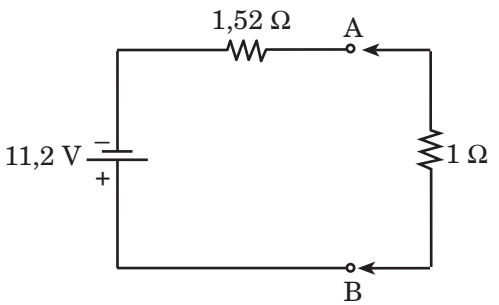
$R_{A-B} = 6{,}33 \,//\, 2$

$\boxed{R_{A-B} = 1{,}52\ \Omega}$

Devrenin A – B noktalarına göre Thévenin eşdeğeri;

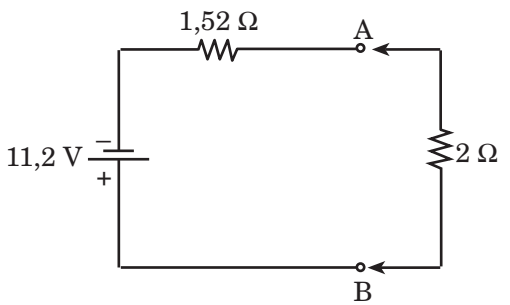


a) 1 Ω'luk dirençten geçen akım;



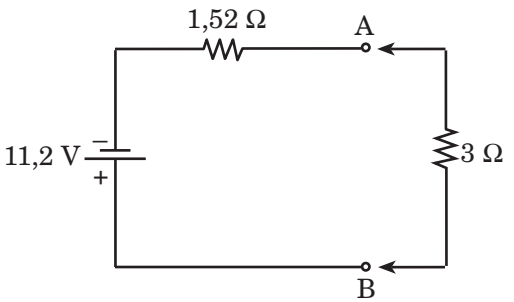
$$I_{1\Omega} = \frac{11{,}2}{1{,}52 + 1} = \underline{\underline{4{,}44\ A}}$$

b) 2 Ω'luk dirençten geçen akım;



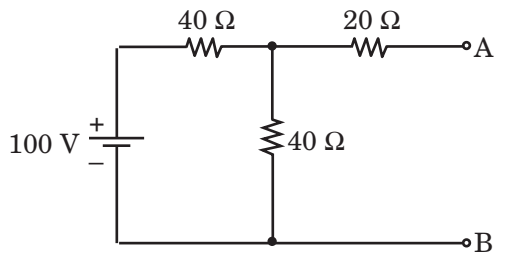
$$I_{2\Omega} = \frac{11{,}2}{1{,}52 + 2} = \underline{\underline{3{,}18\ A}}$$

c) 3 Ω'luk dirençten geçen akım;

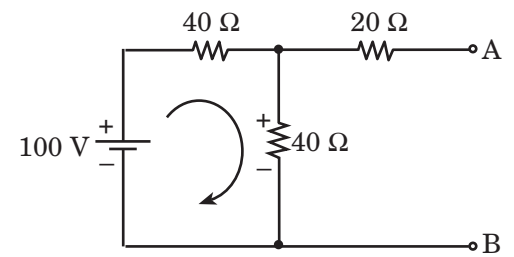


$$I_{3\Omega} = \frac{11,2}{1,52 + 3} = 2,48 \text{ A'dir.}$$

Örnek 7:



Şekildeki devrenin Thévenin eşdeğerini bulunuz.



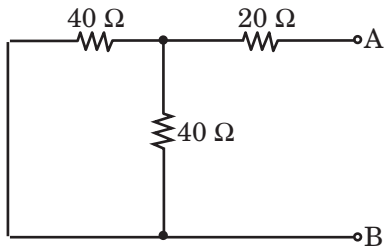
40 Ω'luk direnç üzerindeki gerilim;

$$U_{40\Omega} = \frac{100}{80} \cdot 40 = 50 \text{ Volt}$$

A – B uçları açık olduğu için 20 Ω'luk dirençten bir akım geçemeyeceğinden üzerinde de gerilim düşmez. O halde;

$\boxed{U_{A-B} = 50 \text{ Volt}}$ olur.

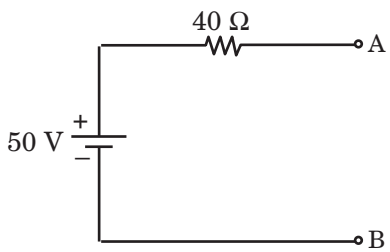
A – B noktalarına göre devrenin eşdeğer direnci,



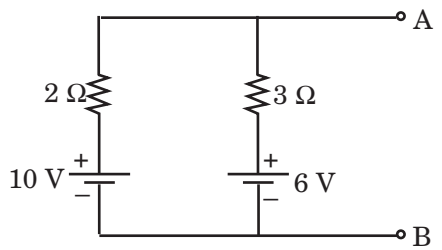
$R_{A-B} = (40 \,//\, 40) + 20$

$\boxed{R_{A-B} = 40\Omega}$ dur.

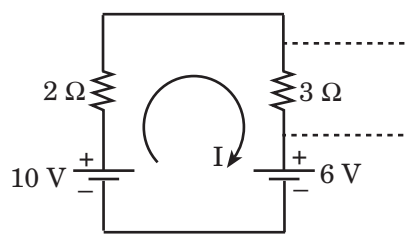
Devrenin Thévenin eşdeğeri;



Örnek 8:



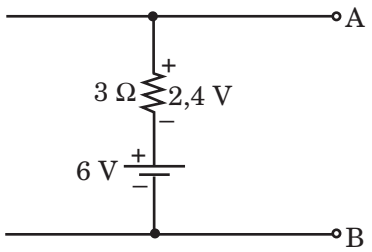
Şekildeki devrenin, Thévenin eşdeğerini bulunuz.



$$I = \frac{10 - 6}{5} = 0{,}8 \text{ A}$$

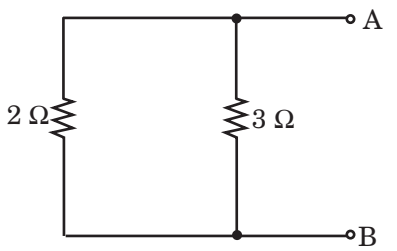
3 Ω'luk direnç üzerindeki gerilim,

$U_{3\Omega} = 0{,}8 \,.\, 3 = 2{,}4$ Volt



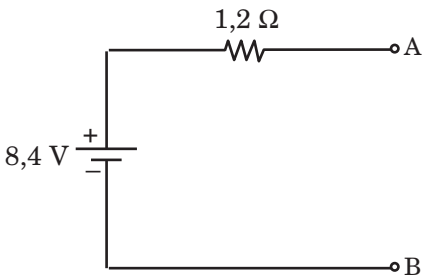
3 Ω'luk direnç üzerindeki gerilim ile 6 Volt'luk gerilim kaynağı birbirine seri bağlıdır.

$U_{A-B} = 2,4 + 6 = \underline{8,4 \text{ Volt}}$

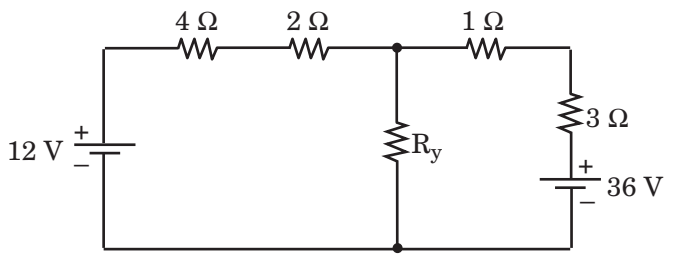


$R_{A-B} = 2 \,//\, 3 = \underline{1,2\ \Omega}$

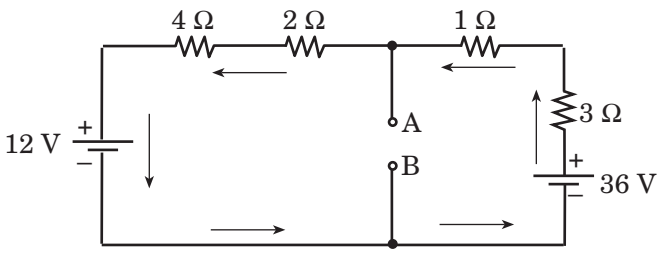
Devrenin Thévenin eşdeğeri;



Örnek 9:



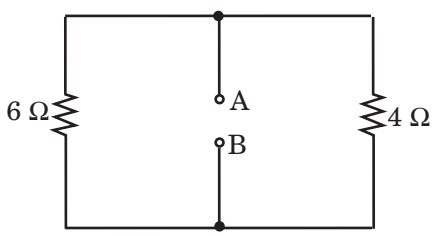
Ry = 2,6 Ω'luk dirençten geçen akımı Thévenin teoremini kullanarak bulunuz.



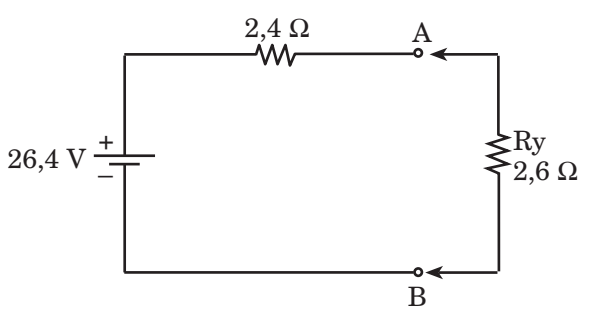
Devreden geçen akım; $I = \dfrac{36 - 12}{10} = 2{,}4$ A'dir.

$U_{A-B} = 36 - (4 \cdot 2{,}4) = \underline{\underline{26{,}4 \text{ Volt}}}$ veya

$U_{A-B} = 12 + (6 \cdot 2{,}4) = \underline{\underline{26{,}4 \text{ Volt'tur.}}}$



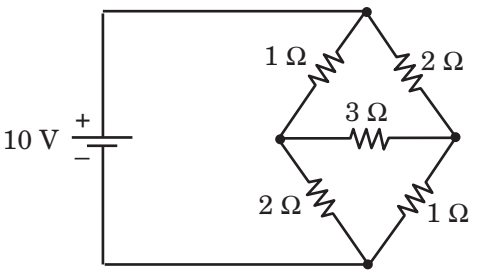
$R_{A-B} = 4 \,//\, 6 = \underline{\underline{2{,}4\ \Omega}}$



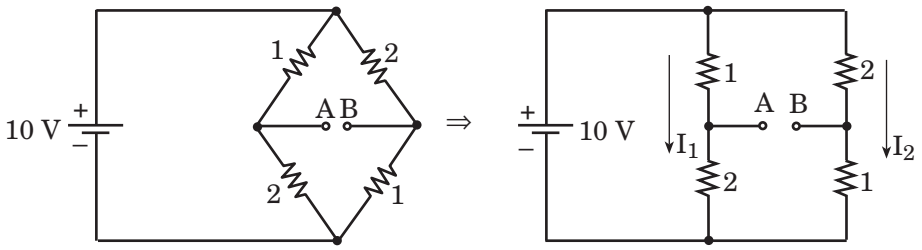
Ry'den geçen akım;

$I_y = \dfrac{26{,}4}{2{,}4 + 2{,}6} = \underline{\underline{5{,}28 \text{ A}}}$

Örnek 10:



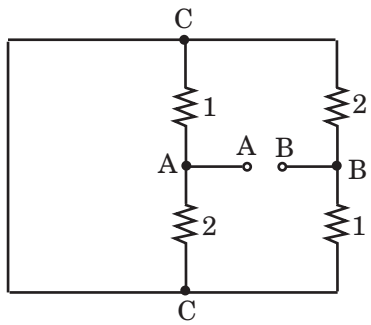
Şekildeki devrede, 3 Ω'luk dirençten geçen akımı bulunuz.



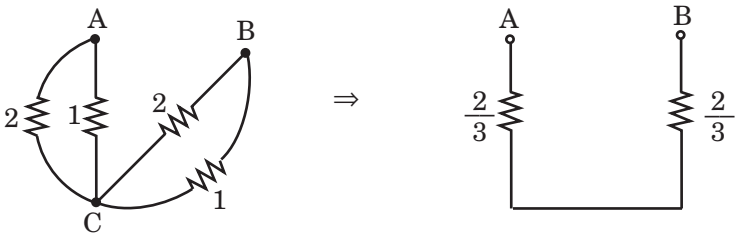
$$I_1 = \frac{10}{(1+2)} = \frac{10}{3}\ A$$

$$I_2 = \frac{10}{(2+1)} = \frac{10}{3} A$$

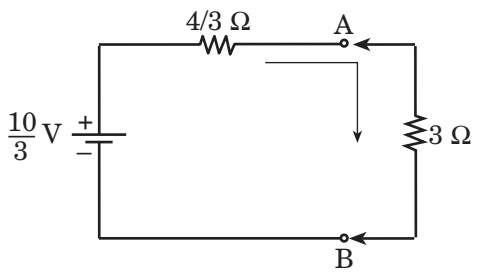
$$\left.\begin{aligned} U_A &= 2 \cdot \frac{10}{3} = \frac{20}{3}\ \text{Volt} \\ U_B &= 1 \cdot \frac{10}{3} = \frac{10}{3}\ \text{Volt} \end{aligned}\right\} \quad U_{AB} = U_A - U_B = \frac{20}{3} - \frac{10}{3} = \frac{10}{3}\ \text{Volt}$$



A – B arasındaki eşdeğer direnci bulabilmek için aynı düğüm noktasına aynı harfi verelim.



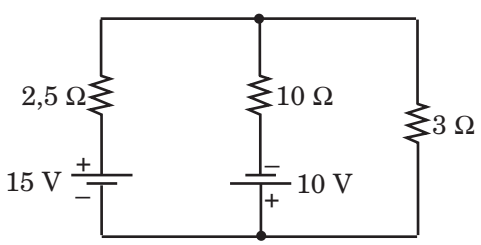
$$R_{A-B} = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3}\,\Omega$$



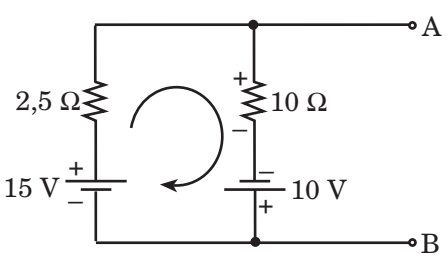
$$I_{3\Omega} = \frac{10/3}{\frac{4}{3}+3} = \frac{10/3}{\frac{13}{3}} = \frac{10}{3}\cdot\frac{3}{13}$$

$$\boxed{I_{3\Omega} = 0{,}77\ A}$$

Örnek 11:



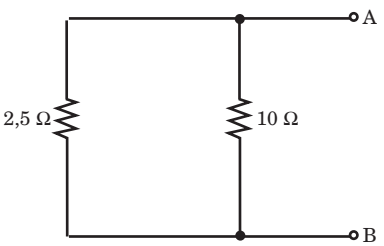
3 Ω'luk dirençten geçen akımı bulunuz.



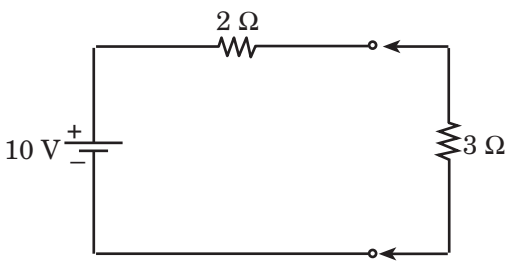
$$I = \frac{(15 + 10)\ V}{(10 + 2{,}5)\ \Omega} = \frac{25}{12{,}5} = 2\ A$$

10 Ω'luk direnç üzerindeki gerilim, $U_{10\Omega} = 2 \cdot 10 = 20$ Volt

$$U_{A-B} = 20 - 10 = \underline{\underline{10\ Volt}}$$

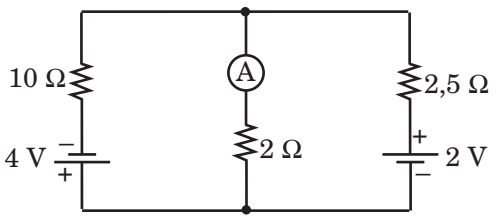


$R_{A-B} = 2,5 \,//\, 10 = \underline{2\ \Omega}$

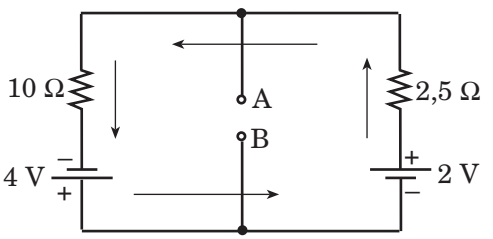


$I_{3\Omega} = \dfrac{10}{5} = \underline{2}$ A'dir.

Örnek 12:



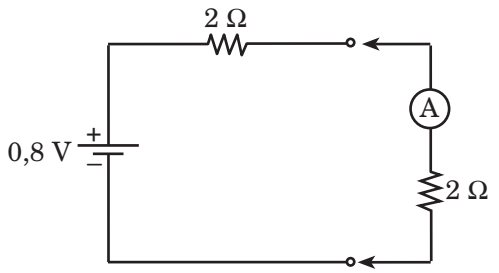
Thévenin teoremiyle ampermetrenin gösterdiği değeri bulunuz.



$I = \dfrac{(4+2)V}{12,5\ \Omega} = 0,48$ A

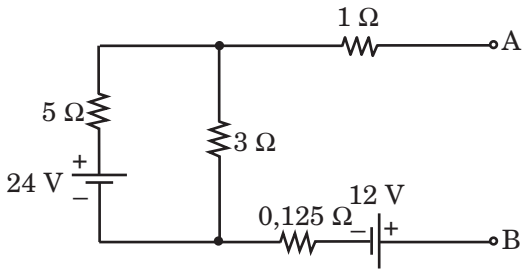
$U_{A-B} = 2 - 0,48 \,.\, 2,5 = \underline{0,8 \text{ Volt}}$

$R_{A-B} = 10 \,//\, 2,5 = \underline{2\ \Omega}$

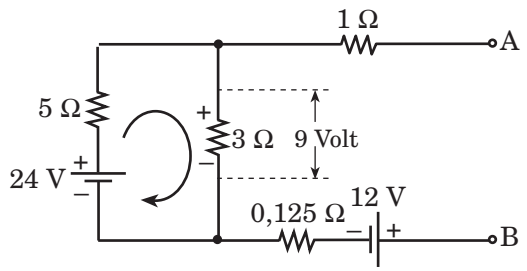


$I_a = \frac{0,8}{4} = \underline{\underline{0,2\ A}}$ olarak bulunur.

Örnek 13:



Şekildeki devrenin A – B uçlarına 3 Ω'luk direnç bağlanırsa, Thévenin teoremi ile bu dirençten geçen akımı ve yönünü bulunuz.



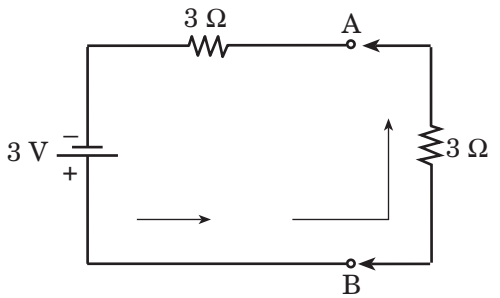
3 Ω'luk direnç üzerindeki gerilim;

$$U_{3\Omega} = \frac{24}{5 + 3} \cdot 3 = 9 \text{ Volt}$$

1 Ω'luk ve 0,125 Ω'luk dirençlerden akım geçmeyeceği için A – B arasındaki gerilim;

$U_{A-B} = 12 - 9 = \underline{\underline{3}}$ Volt'tur.

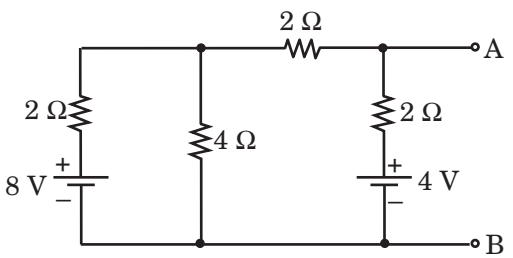
$R_{A-B} = (5 \,//\, 3) + 1 + 0,125 = 3\ \Omega$



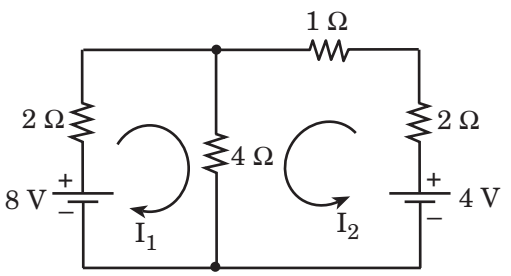
$$I_{3\Omega} = \frac{3\ V}{6\ \Omega} = \underline{\underline{0{,}5\ A'dir.}}$$

Yönü ise B'den A'ya doğrudur.

Örnek 14:



Şekildeki devrenin A – B uçlarına 1 Ω'luk direnç bağlanırsa, Thévenin teoremiyle bu dirençten geçen akımı ve yönünü bulunuz.



$$6\ I_1 + 4\ I_2 = 8$$

$$8\ I_2 + 4\ I_1 = 4$$

$$6\ I_1 + 4\ I_2 = 8$$

$$4\ I_1 + 8\ I_2 = 4$$

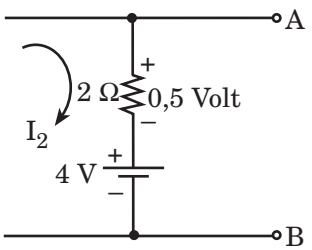
$$3\ I_1 + \cancel{2\ I_2} = 4$$

$$-\ I_1 \pm \cancel{2\ I_2} = -\ 1$$

$$2\ I_1 = 3 \quad \Rightarrow \quad I_1 = 1{,}5\ A$$

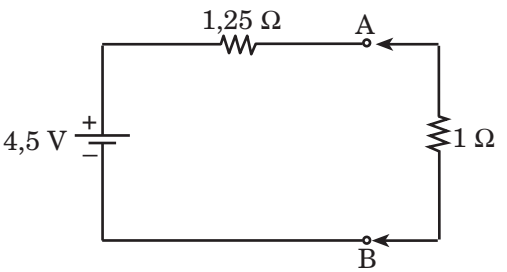
$$I_1 + 2\ I_2 = 1 \quad \Rightarrow \quad 1{,}5 + 2\ I_2 = 1 \quad \Rightarrow \quad 2\ I_2 = -\ 0{,}5 \quad \Rightarrow \quad I_2 = -\ 0{,}25\ A$$

(I_2 akımının yönü, seçilen yönün tersidir.)



$U_{A-B} = 4 + 0{,}5 = \underline{4{,}5 \text{ Volt}}$

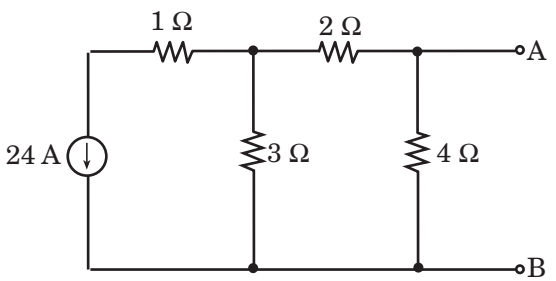
$R_{A-B} = \left[(2 \,//\, 4) + 2\right] // \, 2 = 3{,}33 // \, 2 = \underline{1{,}25\ \Omega}$



$$I_{3\Omega} = \frac{4{,}5}{2{,}25} = \underline{2 \text{ A}}$$

Akım yönü A'dan B'ye doğrudur.

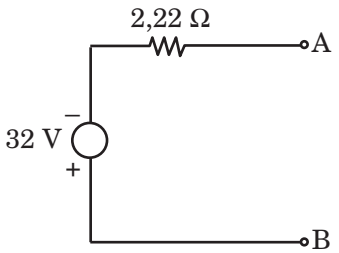
Örnek 15:



Şekildeki devrenin Thévenin eşdeğerini bulunuz.

4 Ω'luk dirençten geçen akım; $I_{4\Omega} = 24 \cdot \frac{3}{9} = 8$ A

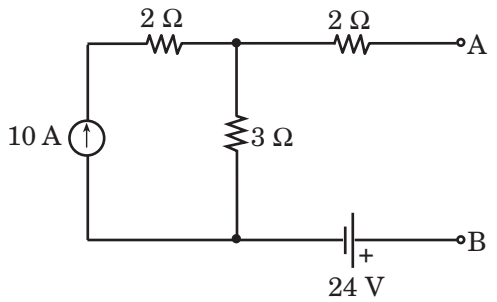
4 Ω'luk direnç üzerindeki gerilim, aynı zamanda Thévenin eşdeğerindeki gerilim kaynağının değeridir.



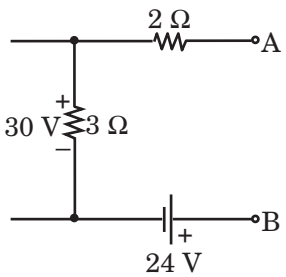
$U_{AB} = 8 \cdot 4 = 32$ Volt

$R_{A-B} = 5 // 4 = 2{,}22\ \Omega$

Örnek 16:

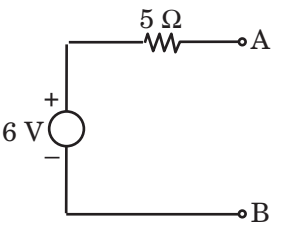


Şekildeki devrenin Thévenin eşdeğerini bulunuz.

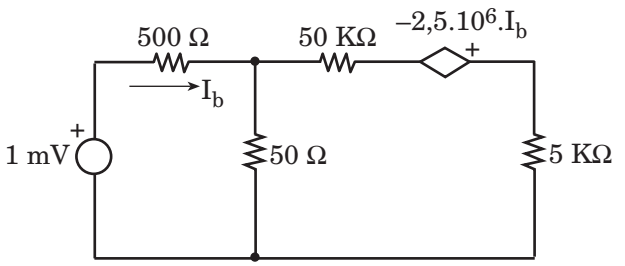


$U_{AB} = 6$ Volt

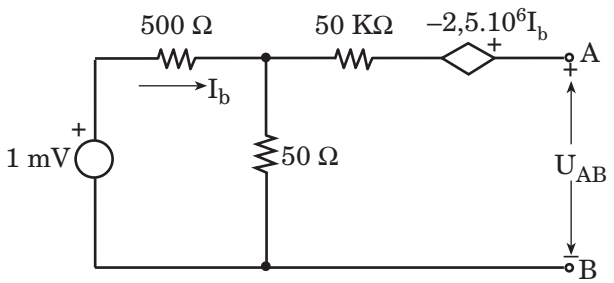
$R_{AB} = 5\ \Omega$



Örnek 17:



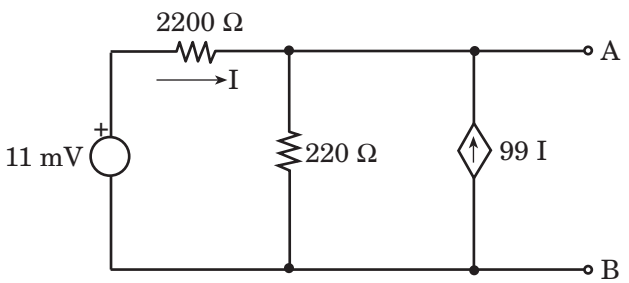
Thévenin teoremini kullanarak 5 KΩ'luk direncin uçlarındaki gerilimi bulunuz.



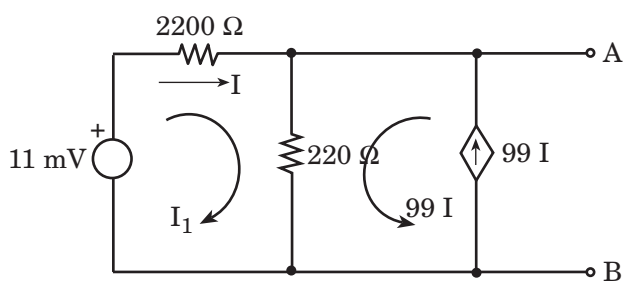
$$U_{AB} = 10^{-3}\,\frac{50}{500+50} - 2{,}5 \cdot 10^{6} \cdot \left(I_b\right)\frac{10^{-3}}{550}$$

$$U_{AB} = 9{,}1 \cdot 10^{-5} - 4{,}545 \Rightarrow \boxed{U_{AB} = -\,4{,}544 \text{ Volt}}$$

Örnek 18:



Şekildeki devrenin Thévenin eşdeğerini bulunuz.



$11 = 2420\, I_1 + 220 \cdot 99 \cdot I$

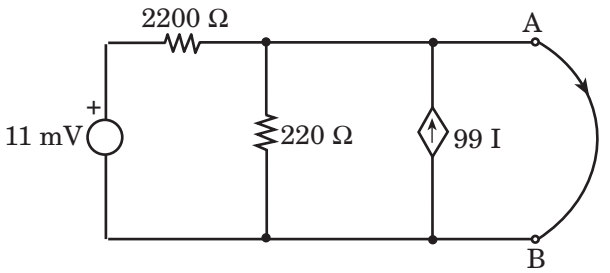
$I_1 = I$

$11 = 24200\, I \Rightarrow$

$I = 4{,}5 \cdot 10^{-7}$ A

$$U_{AB} = (4{,}5 \cdot 10^{-7} + 99 \cdot 4{,}5 \cdot 10^{-7}) \cdot 220$$

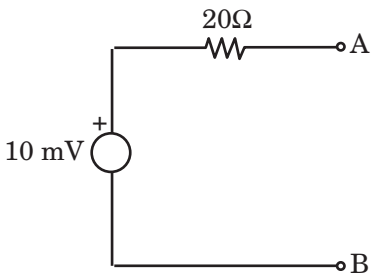
$$\boxed{U_{AB} = 10 \text{ mV}}$$



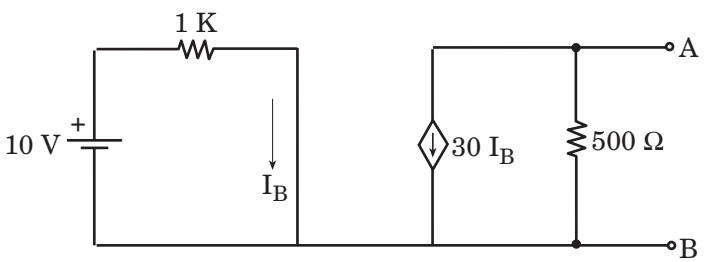
$$I_{AB} = \frac{11 \,.\, 10^{-3}}{2200} + 99 \,.\, \frac{11.\, 10^{-3}}{2200}$$

$$I_{AB} = 5 \,.\, 10^{-4}\ A$$

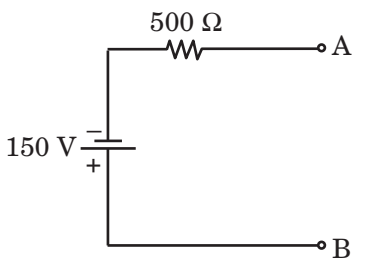
$$R_{AB} = \frac{10 \,.\, 10^{-3}}{5 \,.\, 10^{-4}} = 20\ \Omega$$



Örnek 19:



Thévenin eşdeğerini bulunuz.

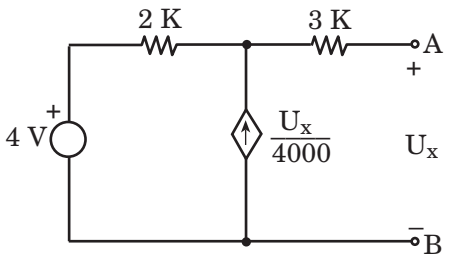


$$I_B = \frac{10\ V}{1\ K} = 10\ mA$$

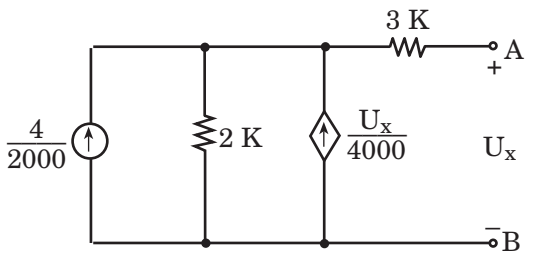
$$U_{AB} = 30\ I_B \,.\, 500 = 30 \,.\, 10\ mA \,.\, 500 = 150\ Volt$$

$$R_{AB} = \frac{U_{AB}}{300 \,.\, 10^{-3}} = 500\ \Omega$$

Örnek 20:



Thévenin eşdeğerini bulunuz.



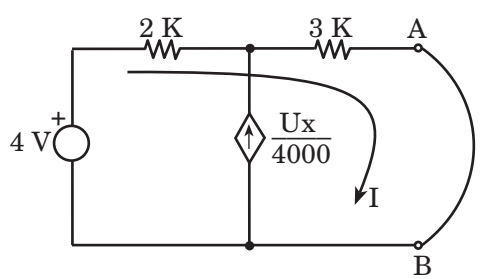
$$I = \frac{4}{2000} + \frac{Ux}{4000}$$

$$Ux = \left(\frac{4}{2000} + \frac{Ux}{4000} \right) . 2000$$

(2)

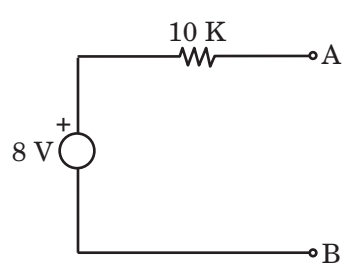
$$Ux = \left(\frac{8 + Ux}{4000} \right) 2000 \quad \Rightarrow \quad Ux = \frac{8 + Ux}{2}$$

$$2\,Ux = 8 + Ux \quad \Rightarrow \quad \boxed{Ux = 8 \text{ Volt}}$$

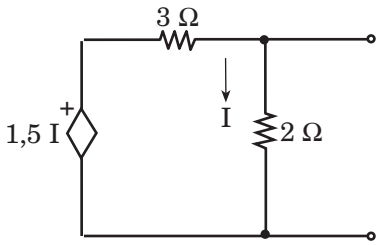


$$I = \frac{4}{5000} = 8 \,.\, 10^{-4} \text{ A}$$

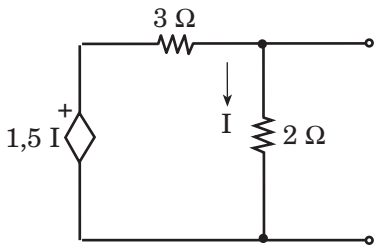
$$R_{AB} = \frac{8}{8 \,.\, 10^{-4}} = \underline{\underline{10 \text{ K}}}$$



Örnek 21:



Thévenin eşdeğerini bulunuz.

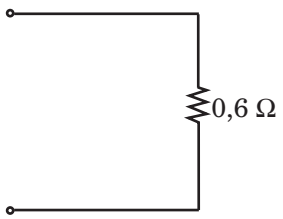


$$I_{2\Omega} = \frac{1{,}5\ I}{5} = 0{,}3\ I \text{ Amper}$$

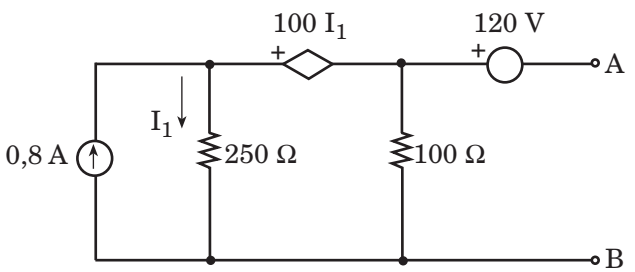
$$U_{2\Omega} = 0{,}3\ I\ .\ 2 = 0{,}6\ I \text{ Volt}$$

$$R_{th} = \frac{0{,}6\ I}{I} = \underline{0{,}6\ \Omega}$$

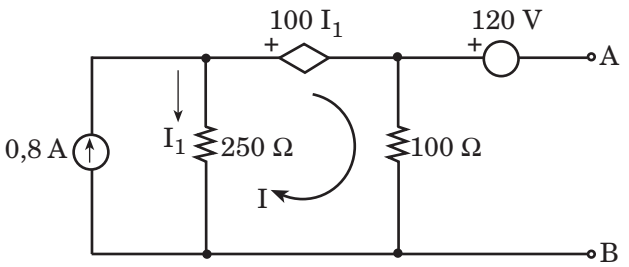
Devrede bağımsız kaynak olmadığı için, Thévenin eşdeğerinin gerilim kaynağı yoktur.



Örnek 22:



Thévenin eşdeğerini bulunuz.



$-100\ I_1 = 350\ I - 0{,}8\ .\ 250$

$I_1 = 0{,}8 - I$

$-100\ (0{,}8 - I) = 350\ I - 200$

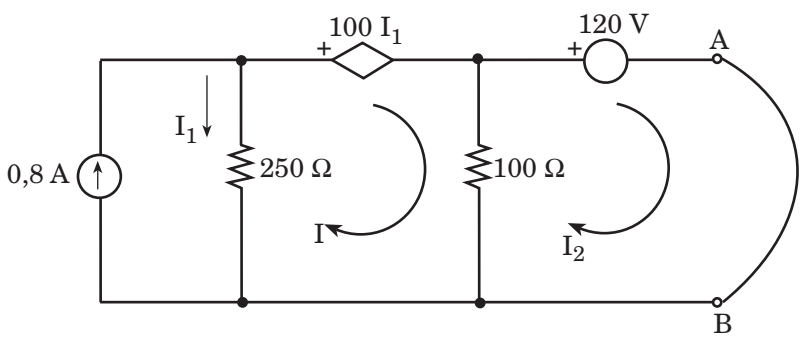
$-80 + 100\ I = 350\ I - 200$

$120 = 250\ I$

$\boxed{I = 0{,}48\ A}$

$U_{100\Omega} = 0{,}48\ .\ 100 = 48$ Volt

$U_{AB} = -120 + 48 = -\ 72$ Volt



$-100\ I_1 = 350\ I - 100\ I_2 - 0{,}8.250$

$-120 = -\ 100\ I + 100\ I_2$

$I_1 = 0{,}8 - I$

$-100\ (0{,}8 - I) = 350\ I - 100\ I_2 - 200$

$-120 = -\ 100\ I + 100\ I_2$

$-\ 80 + 100\ I = 350\ I - 100\ I_2 - 200$

$-120 = -\ 100\ I + 100\ I_2$

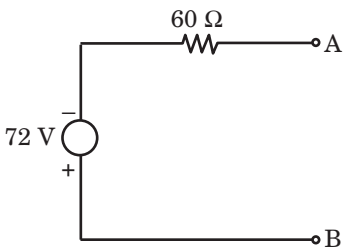
$120 = 250\ I - 100\ I_2$

$-120 = -\ 100\ I + 100\ I_2$

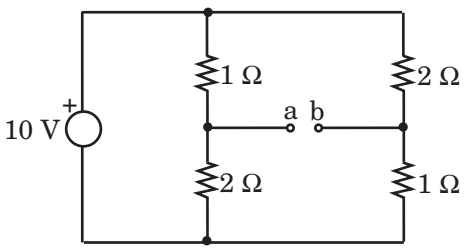
$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 250 & 120 \\ -100 & -120 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 250 & -100 \\ -100 & 100 \end{vmatrix}} = \frac{-30000 + 12000}{25000 - 10000} = -\frac{18000}{15000} = -1{,}2 \text{ A}$$

$I_{AB} = I_2 = -1{,}2$ A.

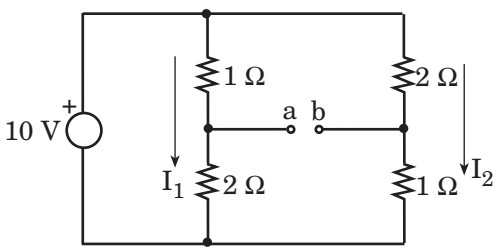
$$R_{AB} = \frac{U_{AB}}{I_{AB}} = \frac{-72}{-1{,}2} = 60\ \Omega$$



Örnek 23:



Thévenin eşdeğerini bulunuz.



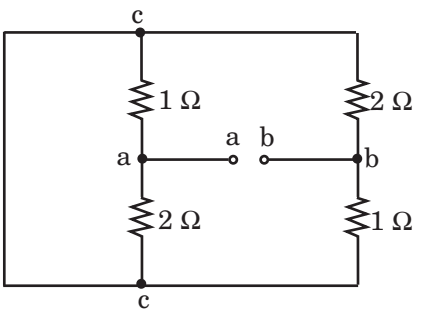
$$I_1 = \frac{10}{1+2} = \frac{10}{3} \text{ A}$$

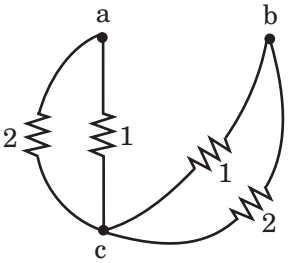
$$I_2 = \frac{10}{2+1} = \frac{10}{3} \text{ A}$$

$$U_a = 2 \cdot \frac{10}{3} = \frac{20}{3} \text{ Volt}$$

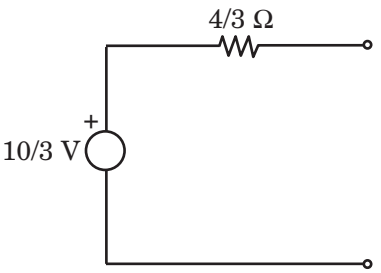
$$U_b = 1 \cdot \frac{10}{3} = \frac{10}{3} \text{ Volt}$$

$$U_{ab} = \frac{20}{3} - \frac{10}{3} = \frac{10}{3} \text{ Volt}$$

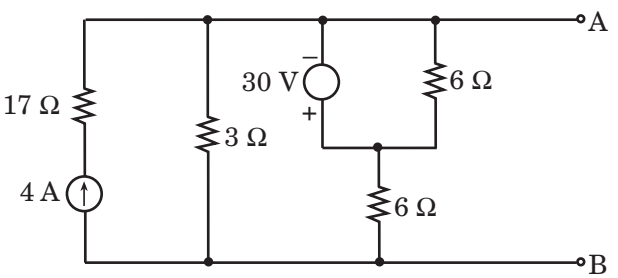




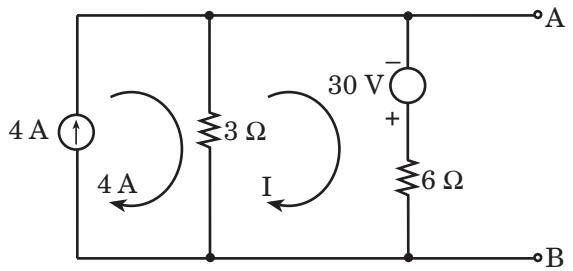
$$R_{ab} = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad \boxed{R_{ab} = 4 / 3\ \Omega}$$



Örnek 24:



Thévenin eşdeğerini bulunuz.



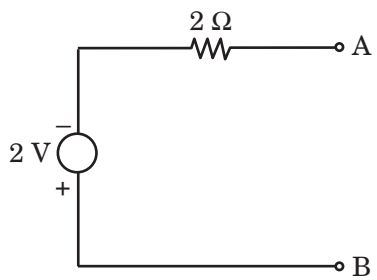
$30 = 9\,I - 12$

$42 = 9\,I \Rightarrow I = 4{,}67$ A

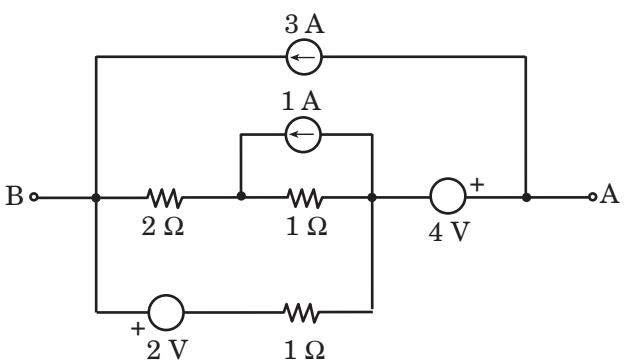
$U_{6\Omega} = 4{,}67 \,.\, 6 = 28$ Volt

$U_{AB} = 30 - 28 = \underline{\underline{2 \text{ Volt}}}$ (A noktası (–) potansiyelde)

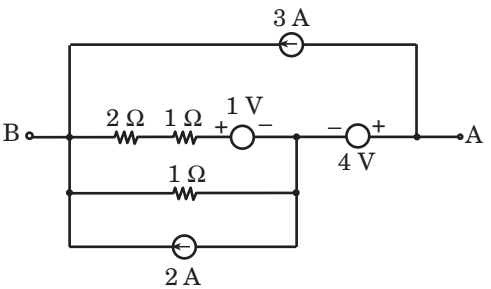
$R_{AB} = 6 \,//\, 3 = \underline{\underline{2\ \Omega}}$

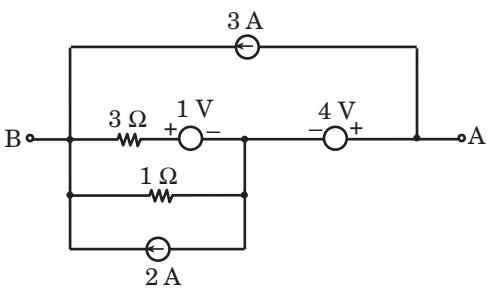


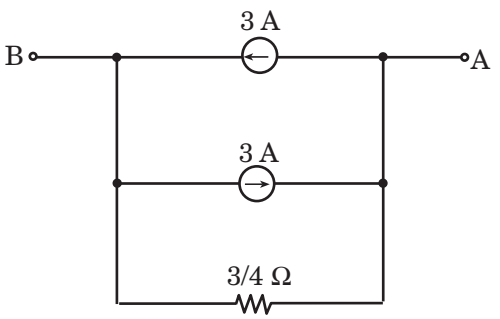
Örnek 25:



Thévenin eşdeğerini bulunuz.





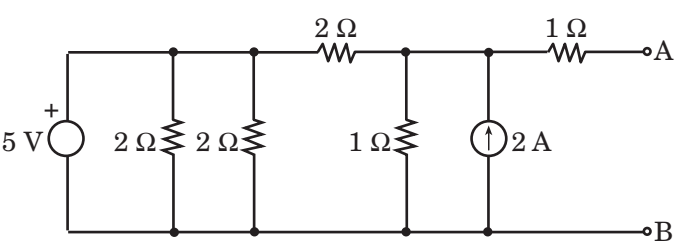


$U_{AB} = 0$ Volt

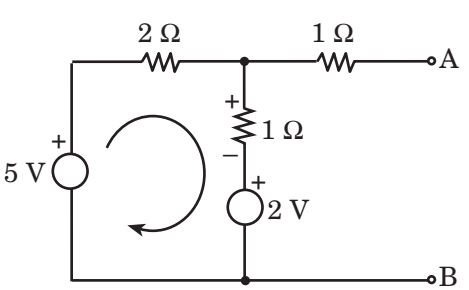
$I_{AB} = 0$ A.

$R_{AB} = 3 / 4\ \Omega$

Örnek 26:



Thévenin eşdeğerini bulunuz.

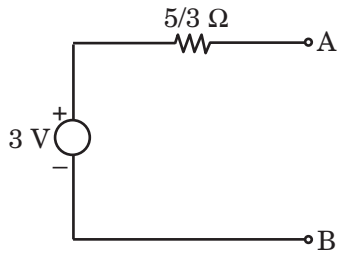


$5 - 2 = (2 + 1) \cdot I \quad \Rightarrow \quad I = 1$ A.

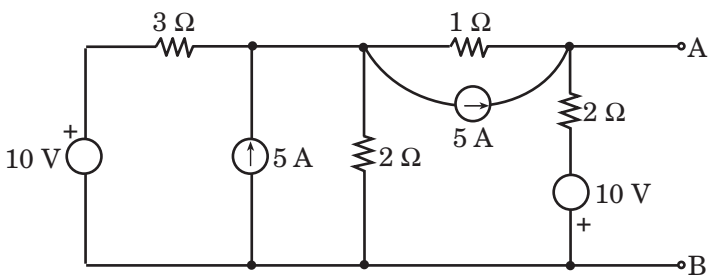
$U_{1\Omega} = 1 \cdot 1 = 1$ Volt

$U_{AB} = 1 + 2 = 3$ Volt

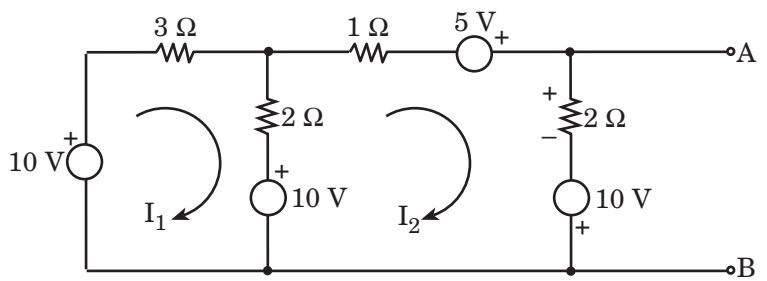
$$R_{AB} = (1 \,//\, 2) + 1 = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}\ \Omega$$



Örnek 27:



Thévenin eşdeğerini bulunuz.



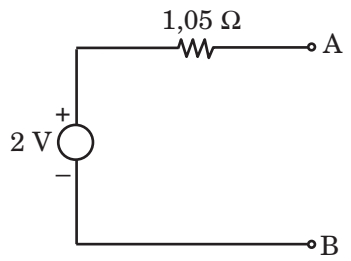
$10 - 10 = 5\ I_1 - 2\ I_2$

$25 = -\ 2\ I_1 + 5\ I_2$

$0 = 5\ I_1 - 2\ I_2$

$25 = -\ 2\ I_1 + 5\ I_2$

$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 0 \\ -2 & 25 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{125}{25-4} = \frac{125}{21} = 5{,}95\ \text{A}$$

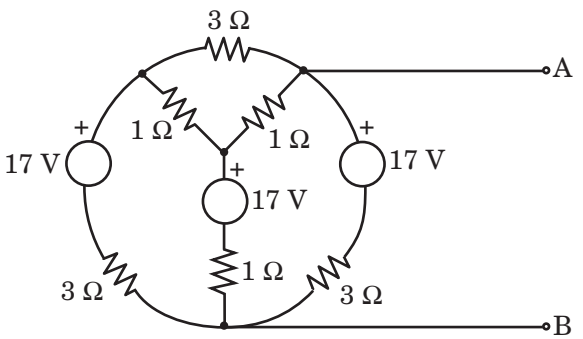


$U_{2\Omega} = 2 \,.\, 5{,}95 = 12$ Volt

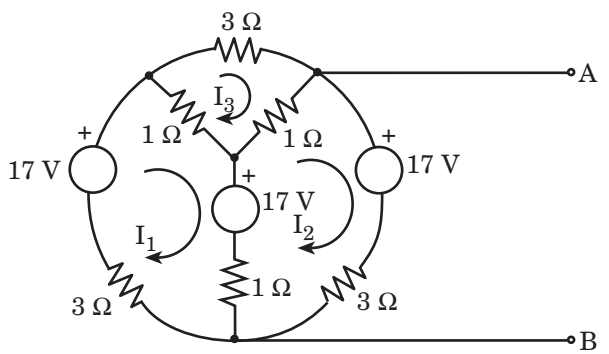
$U_{AB} = (12 - 10) = 2$ Volt

$R_{AB} = 2{,}2 \,//\, 2 = 1{,}05\ \Omega$

Örnek 28:



Thévenin eşdeğerindeki gerilim kaynağının değerini bulunuz.



$17 - 17 = 5\, I_1 - I_2 - I_3$

$17 - 17 = -\, I_1 + 5\, I_2 - I_3$

$0 = -\, I_1 - I_2 + 5\, I_3$

$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 0 & -1 & 5 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 5 & -1 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & -1 & -1 & 5 & -1 \\ -1 & 5 & -1 & -1 & 5 \\ -1 & -1 & 5 & -1 & -1 \end{vmatrix}} = 0 \text{ A.}$$

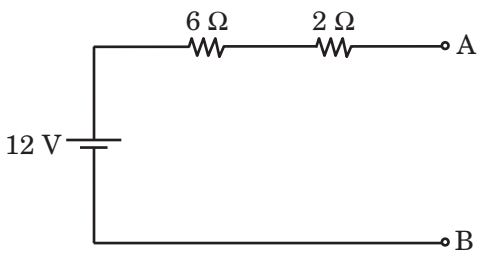
A – B noktaları arasındaki 3 Ω'luk dirençten akım akmadığı için

$\boxed{U_{AB} = 17 \text{ Volt}}$ tur.

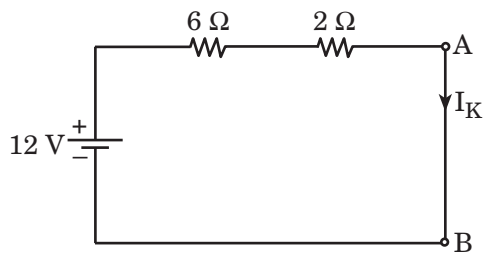
6.3 NORTON TEOREMİ

Bir elektrik devresi, herhangi iki noktasına göre, bir akım kaynağı ve buna paralel bağlı bir dirençle gösterilebilir. Elde edilen devreye **Norton Eşdeğeri** denir. Devrenin belirlenen iki noktanın kısa devre edilmesi halinde buradan geçecek akım değeri; Norton eşdeğerindeki akım kaynağının değeridir. Eşdeğer devredeki akım kaynağına paralel bağlı direncin değeri, devrenin belirlenen iki noktasına göre eşdeğer direncinin değeridir. Eşdeğer direnç bulunurken, devredeki gerilim kaynakları kısa devre, akım kaynakları ise açık devre kabul edilir.

Örnek 1:



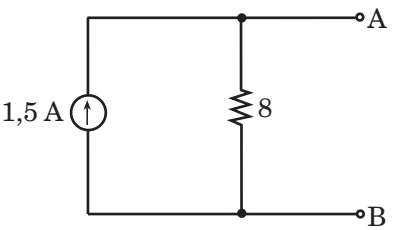
Şekildeki devrenin A – B uçlarına göre Norton eşdeğerini bulunuz.



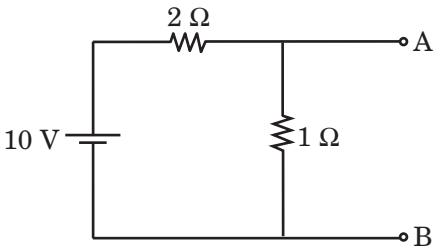
Norton eşdeğerindeki akım kaynağının değerini bulabilmek için A – B uçları kısa devre yapılarak buradan geçen kısa devre akımı (I_k) bulunur.

$$I_k = \frac{12}{6 + 2} = 1{,}5 \text{ A}$$

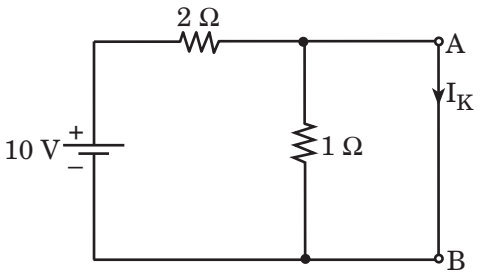
$R_{A-B} = 6 + 2 = 8\ \Omega$



Örnek 2:



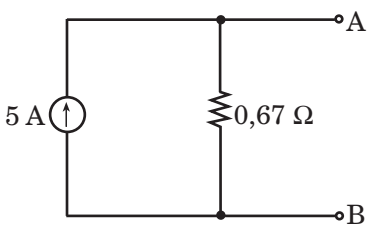
Şekildeki devrenin Norton eşdeğerini bulunuz.



A – B uçları kısa devre yapılırsa 1 Ω'luk direnç kısa devre olur.

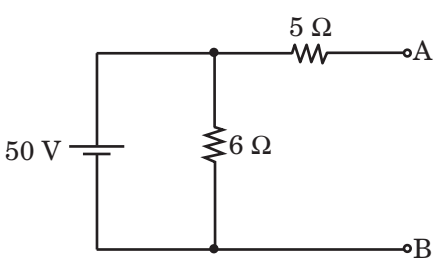
$$I_k = I_{AB} = \frac{10}{2} = 5 \text{ A}$$

$R_{A-B} = 1 // 2 = 0{,}67\ \Omega$

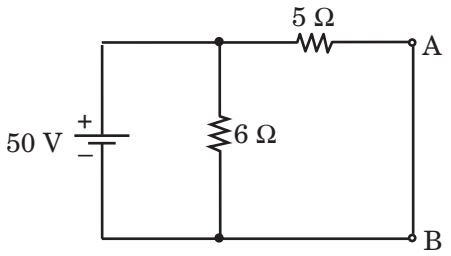


Not: Verilen devredeki gerilim kaynağının yönü, Norton eşdeğerindeki akım kaynağının yönünü belirler. Verilen devre de A – B arası kısa devre yapıldığında, akım A'dan B'ye doğru akar. Norton eşdeğerinde de akım A'dan B'ye doğru akacaktır.

Örnek 3:



Şekildeki devrenin Norton eşdeğerini bulunuz.



Kaynaktan çekilen toplam akım;

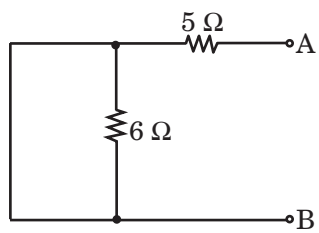
$I = \frac{50}{Reş}$ (Reş, kaynak tarafından devrenin eşdeğer direnci, 5 // 6)

$$I = \frac{50}{2{,}73} = 18{,}31 \text{ A}$$

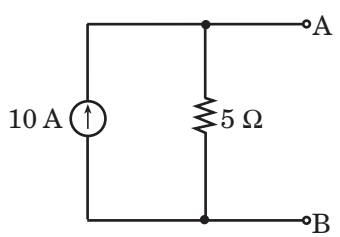
5 Ω'luk dirençten geçen akım, aynı zamanda A – B arasından geçen akımdır.

$$I_{A-B} = 18{,}31 \cdot \frac{6}{6+5} \cong \underline{\underline{10 \text{ A'dir.}}}$$

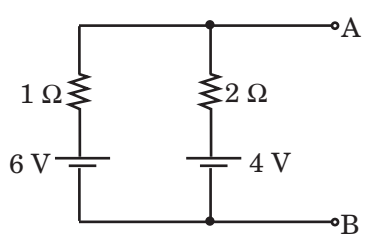
A – B arasındaki eşdeğer direnç;



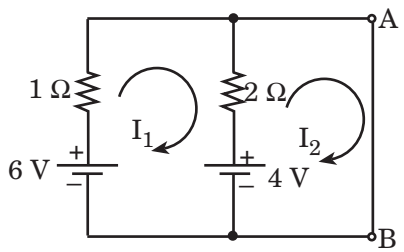
$\boxed{R_{A-B} = 5\ \Omega}$



Örnek 4:



Şekildeki devrenin Norton eşdeğerini bulunuz.



$6 - 4 = 3\ I_1 - 2\ I_2$

$4 = 2\ I_2 - 2\ I_1$

$3\ I_1 - 2\ I_2 = 2$

$-2\ I_1 + 2\ I_2 = 4$

$\boxed{I_1 = 6}$

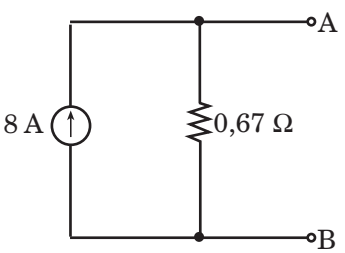
$3\ I_1 - 2\ I_2 = 2$

$3 \cdot 6 - 2\ I_2 = 2$

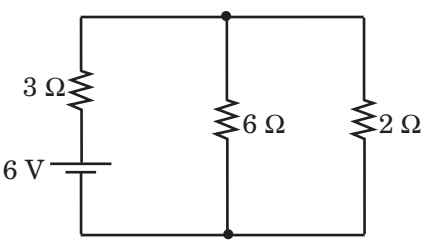
$18 - 2 = 2\ I_2 \Rightarrow \boxed{I_2 = 8\ A}$

A – B noktalarından geçen akım 8 A'dir.

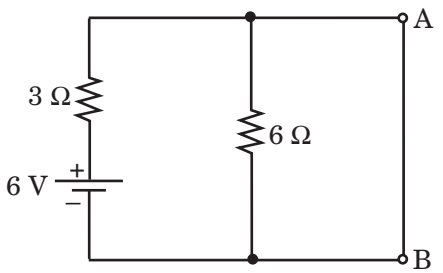
A – B noktalarındaki eşdeğer direnç; 1 // 2 = 0,67 Ω 'dur.



Örnek 5:



Şekildeki devrede 2 Ω'luk dirençten geçen akımı, Norton teoremiyle bulunuz.

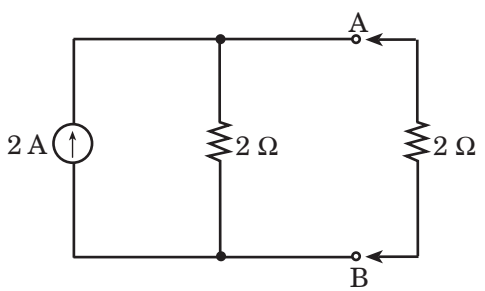


2 Ω'luk direnç devreden çıkarılır ve bu noktalara A – B adı verilir. A – B uçları kısa devre edilir. Buradan geçen akım Norton eşdeğerinindeki akım kaynağının değeridir.

6 Ω'luk direnç kısa devre olmuştur.

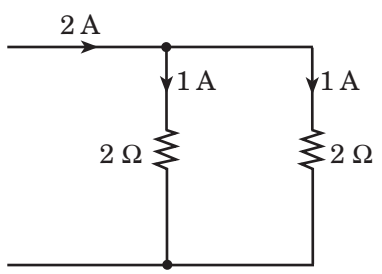
$$I_{A-B} = \frac{6}{3} = \underline{\underline{2 \text{ A'dir.}}}$$

A – B arasındaki eşdeğer direnç 3 // 6 = 2 Ω'dur.



Norton eşdeğeri çizildikten sonra daha önce devreden çıkartılan 2 Ω'luk direnç devreye bağlanır.

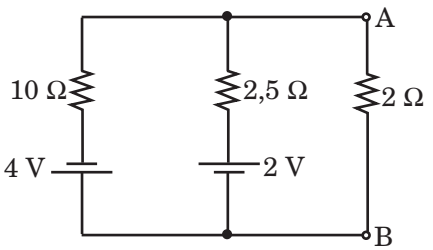
Burada, 2 A'lik akım kaynağı, 2 Ω'luk direnç üzerinden 1 A geçmesini sağlar.



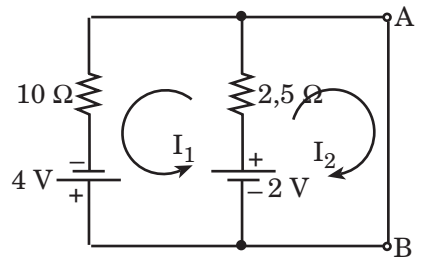
$$I_{2\Omega} = 2 \cdot \frac{2}{2+2} = \underline{\underline{1 \text{ A}}}$$

olarak bulunur.

Örnek 6:



Şekildeki devrede, A – B uçlarına bağlı 2 Ω'luk dirençten geçen akımı Norton teoremini uygulayarak bulunuz.



$12{,}5\ I_1 + 2{,}5\ I_2 = 6$

$2{,}5\ I_2 + 2{,}5\ I_1 = 2$

$12{,}5\ I_2 + 2{,}5\ I_2 = 6$

$2{,}5\ I_1 + 2{,}5\ I_2 = 2$

$12{,}5\ I_1 + \cancel{2{,}5\ I_2} = 6$

$-2{,}5\ I_1 \pm \cancel{2{,}5\ I_2} = -2$

$10\ I_1 = 4$

$\boxed{I_1 = 0{,}4\ A}$

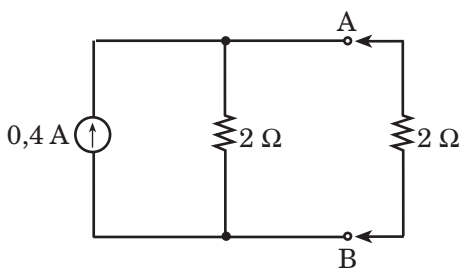
$2{,}5\ I_1 + 2{,}5\ I_2 = 4 \Rightarrow 2{,}5 \cdot 0{,}4 + 2{,}5\ I_2 = 2 \Rightarrow 2{,}5\ I_2 = 1$

$\boxed{I_2 = 0{,}4\ A}$

A – B noktalarından I_2 akımı geçtiğine göre, Norton eşdeğerindeki akım kaynağının değeri 0,4 A olacaktır.

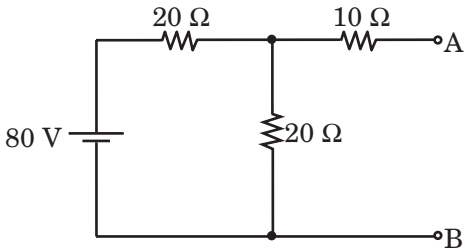
2 Ω'luk direnç yokken A – B noktaları arasındaki eşdeğer direnç;

$R_{A-B} = 10 \,//\, 2{,}5 = 2\ \Omega$'dur.

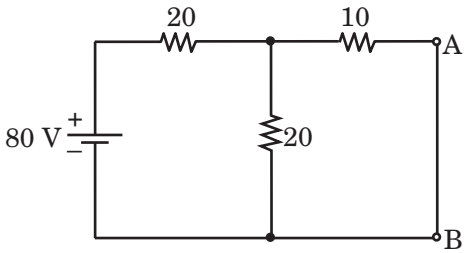


2 Ω'luk dirençten 0,2 A'lik bir akım geçer.

Örnek 7:



Şekildeki devrenin Norton eşdeğerini bulunuz.

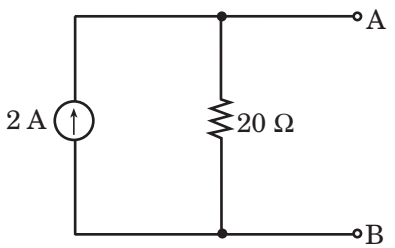


Kaynaktan çekilen toplam akım;

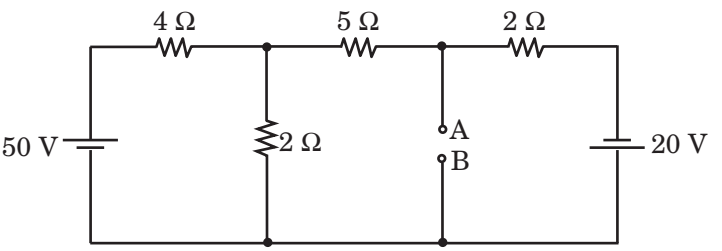
$$I = \frac{80}{26{,}67} = 3 \text{ A'dir.}$$

10 Ω'luk dirençten geçen akım; $I_{10\Omega} = I_{A-B} = 3 \cdot \frac{20}{10 + 20} = 2$ A'dir.

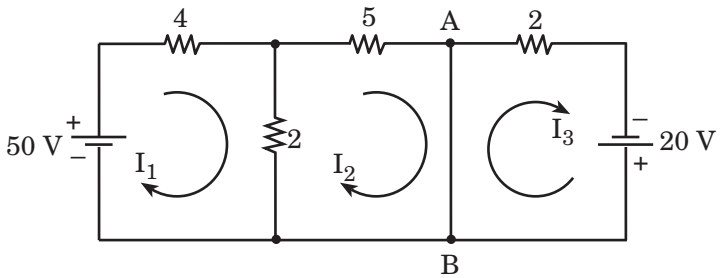
A – B arasındaki eşdeğer direnç; $R_{A-B} = 20\ \Omega$'dur.



Örnek 8:



Şekildeki devrenin Norton eşdeğerini bulunuz.



$$6\,I_1 - 2\,I_2 + 0\,I_3 = 50$$
$$-2\,I_1 + 7\,I_2 - 0\,I_3 = 0$$
$$0\,I_1 - 0\,I_2 + 2\,I_3 = 20$$

$6\,I_1 - 2\,I_2 = 50 \quad \Rightarrow \quad 3\,I_1 - I_2 = 25$
$-2\,I_1 + 7\,I_2 = 0$

(7) $3\,I_1 - I_2 = 25$
$-2\,I_1 + 7\,I_2 = 0$

$21\,I_1 - \cancel{7I_2} = 175$
$-2\,I_1 + \cancel{7I_2} = 0$

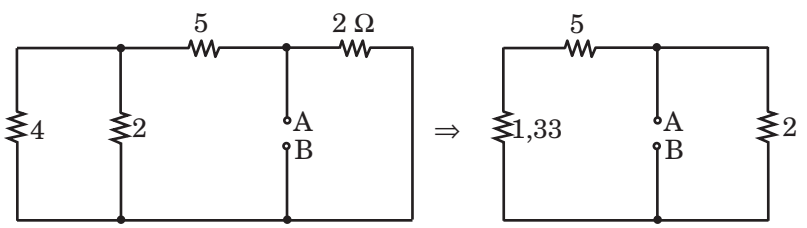
$19\,I_1 = 175 \quad \Rightarrow \quad \underline{I_1 = 9{,}21\ A}$

$3\,I_1 - I_2 = 25 \Rightarrow 3\,.\,(9{,}21) - I_2 = 25 \Rightarrow 27{,}63 - I_2 = 25 \Rightarrow \underline{I_2 = 2{,}63\ A}$

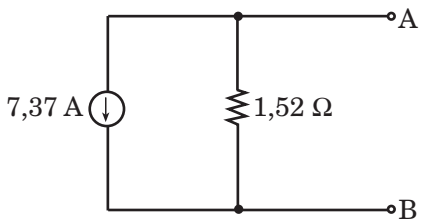
$2\,I_3 = 20 \Rightarrow I_3 = 10\ A$

A – B noktalarından I_2 ile I_3'ün farkı şiddetinde bir akım geçer.

$I_{A-B} = I_3 - I_2 = 10 - 2{,}63 = 7{,}37$ Amper'dir. Yönü ise I_3'ün yönü olacaktır. Yani B'den A'ya doğrudur. A – B arasındaki eşdeğer direnç;

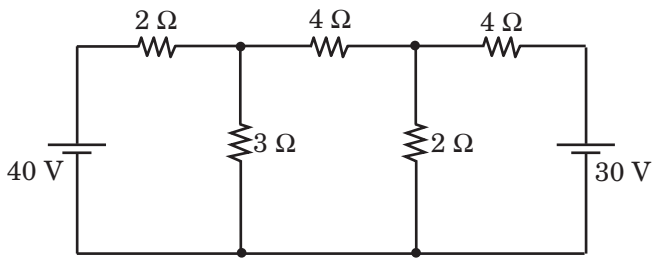


$R_{A-B} = 6{,}33\ //\ 2 = \underline{1{,}52\ \Omega}$'dur.

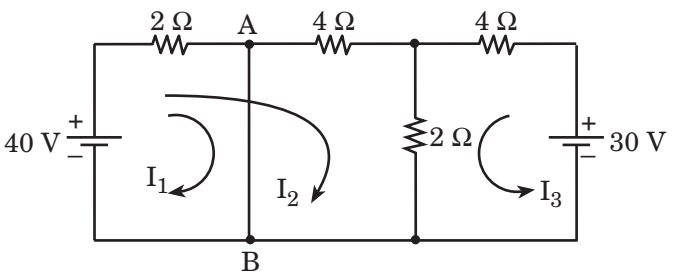


Bulunan eşdeğer devredeki akım kaynağı, B'den A'ya doğru bir akımın akmasını sağlayacaktır.

Örnek 9:



Şekildeki devrede, 3 Ω'luk dirençten geçen akımı, Norton teoreminden yararlanarak bulunuz.



3 Ω'luk direnç devreden çıkarılır ve bu uçlara A – B noktaları adı verilir. Bu uçlar kısa devre edilerek buradan geçen akım (I_1) bulunur.

$2\ I_1 + 2\ I_2 = 40$

$2\ I_1 + 6\ I_2 + 2\ I_3 = 40$

$0 + 2\ I_2 + 6\ I_3 = 30$

$I_1 + I_2 + 0 = 20$

$I_1 + 3\ I_2 + I_3 = 20$

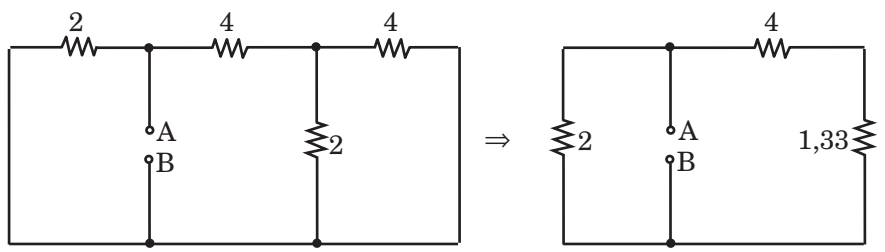
$0 + I_2 + 3\ I_3 = 15$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 9 - (1 + 3) = 5$$

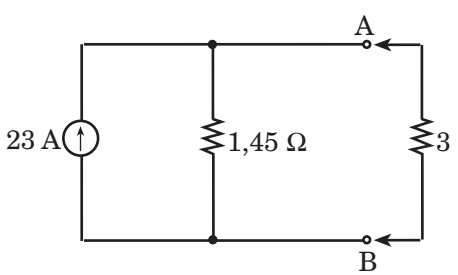
$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 20 & 1 & 0 & 20 & 1 \\ 20 & 3 & 1 & 20 & 3 \\ 15 & 1 & 3 & 15 & 1 \end{vmatrix} = (180 + 15) - (20 + 60) = 115$$

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{115}{5} = 23 \text{ A}$$

A – B arasındaki eşdeğer direnç;

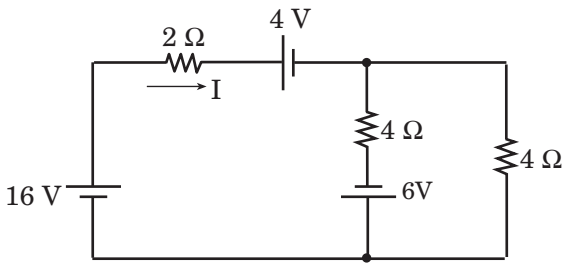


$R_{A-B} = 2 \,//\, 5{,}33 = 1{,}45\ \Omega$

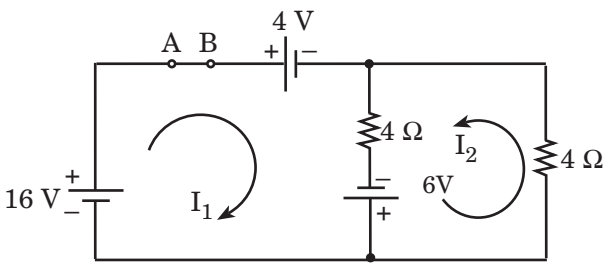


$$I_{3\Omega} = 23 \cdot \frac{1{,}45}{1{,}45 + 3} = 7{,}5 \text{ A}$$

Örnek 10:



Şekildeki devrede, 2 Ω'luk dirençten geçen akımı, Norton teoreminden yararlanarak bulunuz.



$18 = 4\ I_1 + 4\ I_2$

$6 = 4\ I_1 + 8\ I_2$

2 / $I_1 + I_2 = 4{,}5$

$I_1 + 2\ I_2 = 1{,}5$

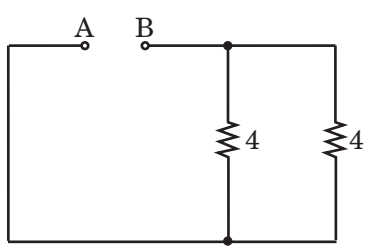
$2\ I_1 + \cancel{2\ I_2} = 9$

$-\ I_1 \pm \cancel{2\ I_2} = -\ 1{,}5$

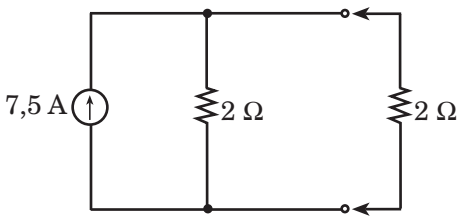
$I_1 = 7{,}5$ A.

A – B noktalarından $I_1 = 7{,}5$ A. lik bir akım geçer.

A – B noktalarındaki eşdeğer direnç;



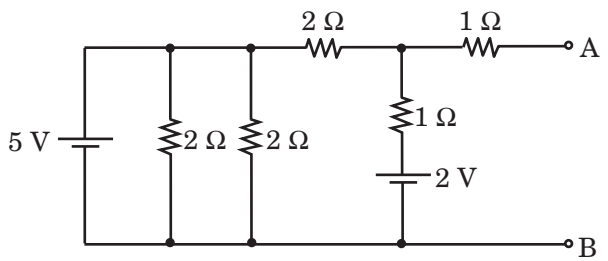
$R_{A-B} = 2\ \Omega$'dur.



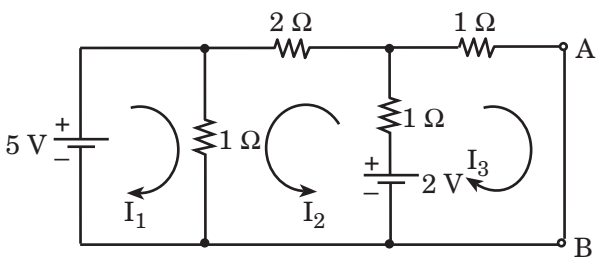
2 Ω'luk dirençten geçen akım

$\frac{8,5}{2}$ = 3,75 A dir.

Örnek 11:



Şekildeki devrenin Norton eşdeğerini bulunuz.



$1 \cdot I_1 + 1 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 = 5$

$1 \cdot I_1 + 4\, I_2 + 1 \cdot I_3 = 2$

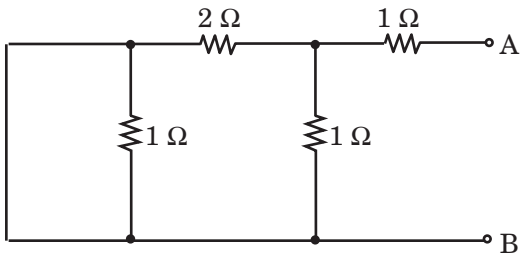
$0 + 1 \cdot I_2 + 2\, I_3 = 2$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 1 \\ 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{matrix} = 8 - (1 + 2) = 5$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 1 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 1 \\ 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{matrix} = (8 + 5) - (2 + 2) = 13 - 4 = 9$$

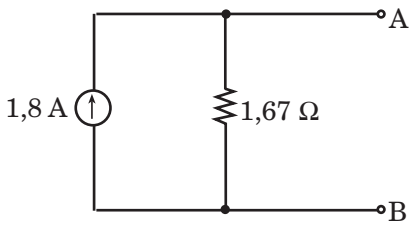
$$I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{9}{5} = \underline{\underline{1,8 \text{ A}}}$$

A – B arasandaki eşdeğer direnç;

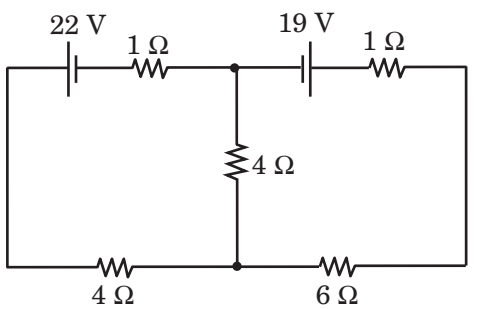


$R_{A-B} = (1 \,//\, 2) + 1$

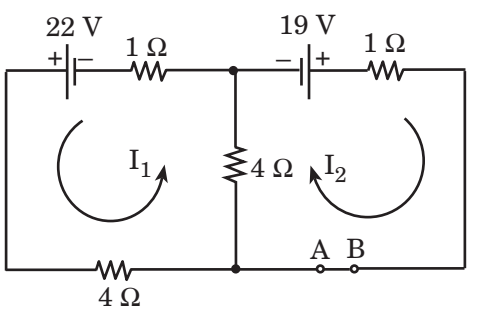
$\boxed{R_{A-B} = 1{,}67\ \Omega}$



Örnek 12:



Şekildeki devrede, 6 Ω'luk dirençten geçen akımı Norton teoreminden yararlanarak bulunuz.



(4) $9\ I_1 + 4\ I_2 = 22$

(9) $4\ I_1 + 5\ I_2 = 19$

$\cancel{36}\ I_1 + 16\ I_2 = 88$

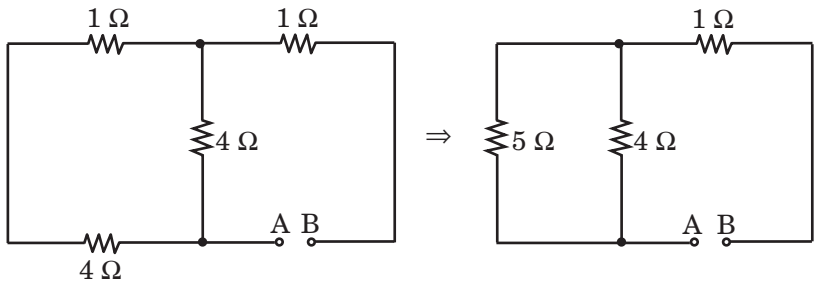
$-\cancel{36}\ I_1 \pm 45\ I_2 = -171$

$-29\ I_2 = -\ 83$

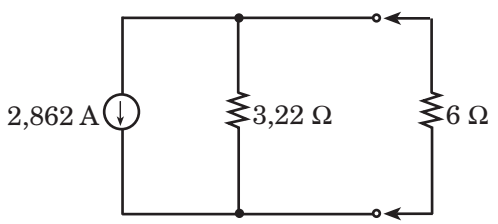
$\boxed{I_2 = 2{,}862\ A}$

Norton eşdeğerindeki akım kaynağının değeri 2,862 A. dir.

A – B arasındaki eşdeğer direnç;



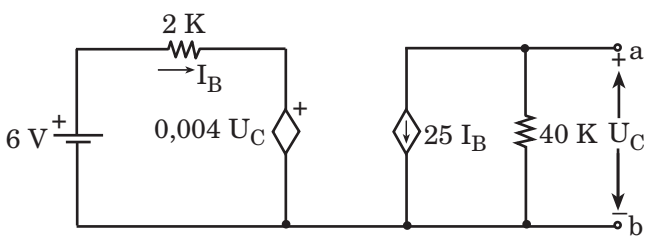
$R_{A-B} = (4\ //\ 5) + 1 = 3{,}22\ \Omega$'dur.



$$I_{6\Omega} = 2{,}862 \cdot \frac{3{,}22}{3{,}22 + 6} = 1\ A.$$

olarak bulunur.

Örnek 13:



Norton eşdeğerini bulunuz.

$$6 - 0{,}004\ U_c = 2000\ I_B \quad \Rightarrow \quad I_B = \frac{6 - 0{,}004\ U_c}{2000}$$

$$U_c = -25\ I_B \,.\, 40\,000 = -10\,.\,10^5 \left(\frac{6 - 0{,}004\ U_c}{2000}\right) = -500\,(6 - 0{,}004\ U_c)$$

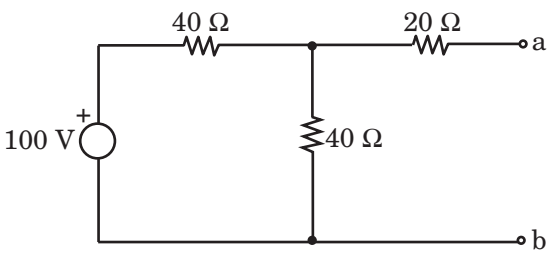
$$U_c = -3000 + 2\ U_c \quad \Rightarrow \quad U_c = 3000 \text{ Volt}$$

$$I_B = \frac{6 - 0{,}004\,.\,3000}{2000} = -\frac{6}{2000} = -0{,}003 \text{ A}$$

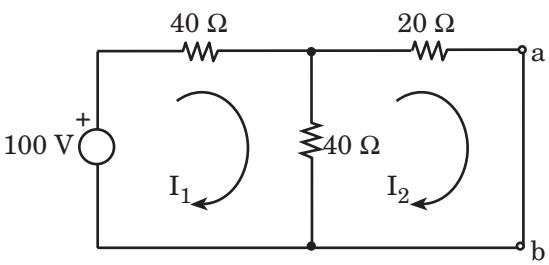
a – b noktaları kısa devre edilirse $I_{ab} = 25\,.\,I_B = 25\,.\,(-0{,}003) \Rightarrow \boxed{I_{ab} = -75 \text{ mA.}}$

$$R_{ab} = \frac{U_{ab}}{I_{ab}} = \frac{3000}{0{,}075} \quad \Rightarrow \quad \boxed{R_{ab} = 40\ K\Omega}$$

Örnek 14:



Norton eşdeğerini bulunuz.



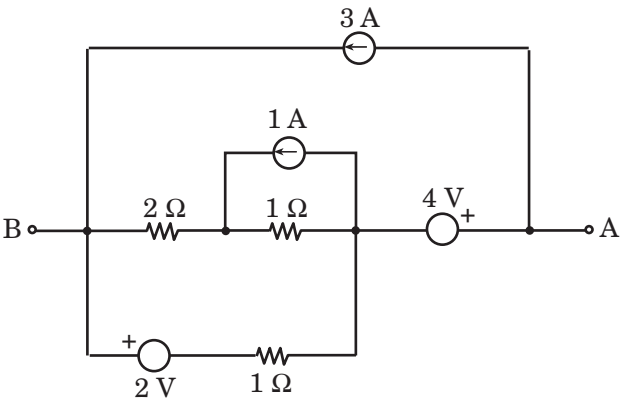
$$100 = 80\ I_1 - 40\ I_2$$

$$0 = -40\ I_1 + 60\ I_2$$

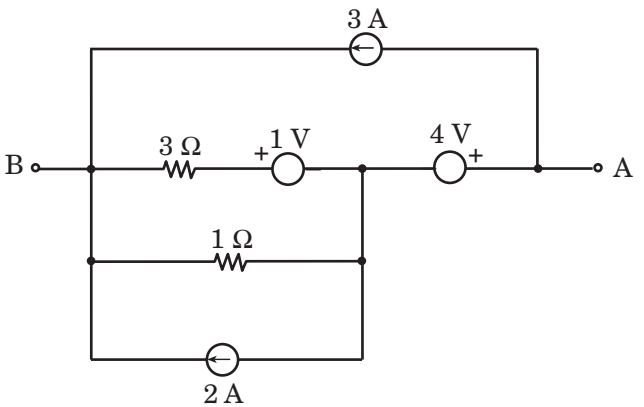
$$I_2 = I_{ab} = \frac{\begin{vmatrix} 80 & 100 \\ -40 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 80 & -40 \\ -40 & 60 \end{vmatrix}} = \frac{4000}{4800 - 1600} \quad \Rightarrow \quad \boxed{I_{ab} = 1{,}25 \text{ A}}$$

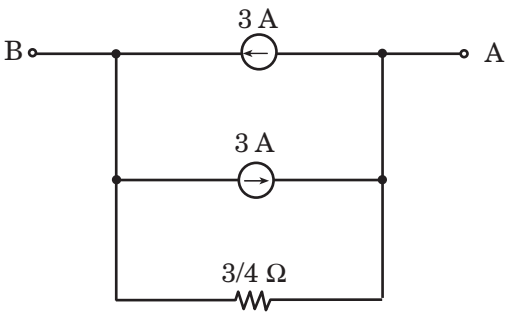
$$R_{ab} = (40\ //\ 40) + 20 \quad \Rightarrow \quad \boxed{R_{ab} = 40\ \Omega}$$

Örnek 15:



Norton eşdeğerindeki akım kaynağının ve direncin değerini bulunuz.

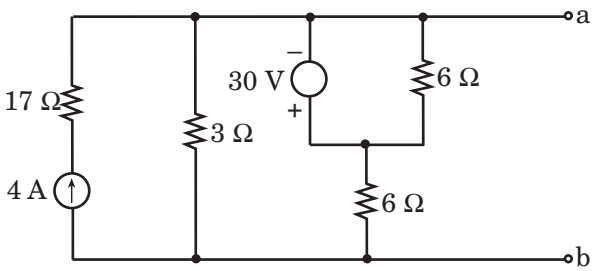




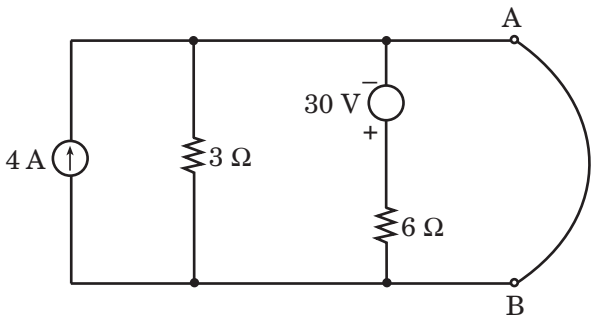
I_{AB} = 0 A.

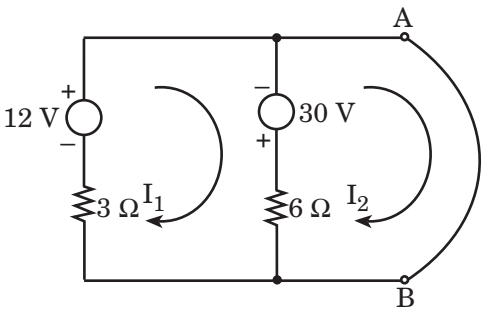
R_{AB} = 3 / 4 Ω

Örnek 16:



Norton eşdeğerindeki akım kaynağı ve direncin değerini bulunuz.





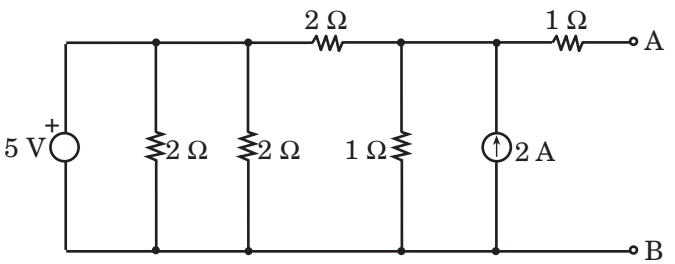
$$42 = 9\,I_1 - 6\,I_2$$

$$-30 = -6\,I_1 + 6\,I_2$$

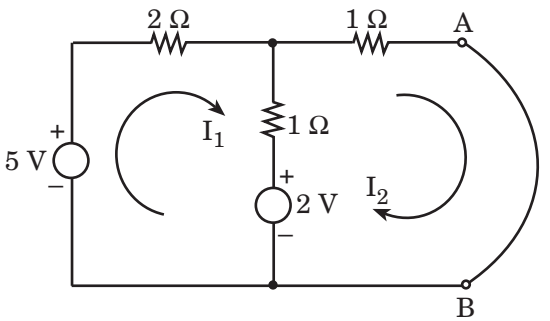
$$I_{AB} = I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 9 & 42 \\ -6 & -30 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 9 & -6 \\ -6 & 6 \end{vmatrix}} = \frac{-270 + 252}{54 - 36} \Rightarrow -\frac{18}{8} \Rightarrow \boxed{I_{AB} = -1\ A}$$

$$R_{AB} = 3 \,//\, 6 \quad \Rightarrow \quad \boxed{R_{AB} = 2\ \Omega}$$

Örnek 17:



Norton eşdeğerindeki akım kaynağının ve direncin değerini bulunuz.



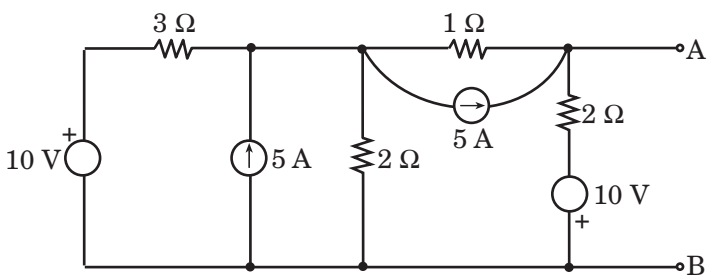
$3 = 3I_1 - I_2$

$2 = -I_1 + 2I_2$

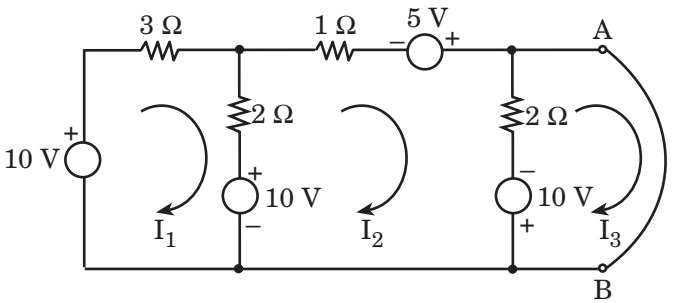
$$I_{AB} = I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{6+3}{6-1} \Rightarrow \boxed{I_{AB} = \frac{9}{5}\ \text{A.}}$$

$$R_{AB} = (1 \,//\, 2) + 1 = \frac{2}{3} + 1 \Rightarrow \boxed{R_{AB} = \frac{5}{3}\ \Omega}$$

Örnek 18:



Norton eşdeğerini bulunuz.



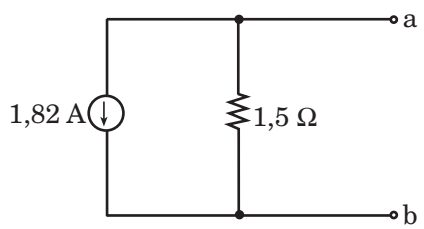
$$0 = 5\ I_1 - 2\ I_2 + 0\ I_3$$

$$25 = -2\ I_1 + 5\ I_2 - 2\ I_3$$

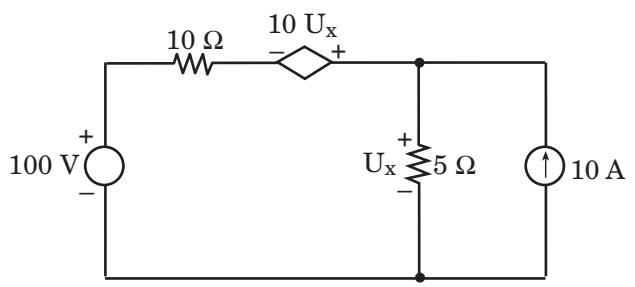
$$-10 = 0\ I_1 - 2\ I_2 + 2\ I_3$$

$$I_{AB} = I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 5 & -2 & 0 \\ -2 & 5 & 25 \\ 0 & -2 & -10 \end{vmatrix} \begin{matrix} 5 & -2 \\ -2 & 5 \\ 0 & -2 \end{matrix}}{\begin{vmatrix} 5 & -2 & 0 \\ -2 & 5 & -2 \\ 0 & -2 & 2 \end{vmatrix} \begin{matrix} 5 & -2 \\ -2 & 5 \\ 0 & -2 \end{matrix}} = \frac{-250 - (-250 - 40)}{50 - (20 + 8)} = -\frac{40}{22} = -1{,}82 \text{ A.}$$

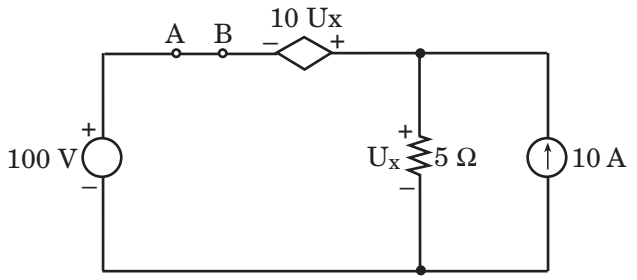
$$R_{AB} = \Big[(2 \,//\, 3) + 1\Big] \,//\, 2 = 2{,}2 \,//\, 2 = \underline{\underline{1{,}05\ \Omega}}$$



Örnek 19:



10 Ω'luk dirençten geçen akımı, Norton teoreminden yararlanarak bulunuz.



$100 + 10\,Ux = 5 \,.\, I_{AB} + 5 \,.\, 10 \qquad \left(Ux = 5 \,.\, (I_{AB} + 10)\right)$

$100 + 50 \,.\, (I_{AB} + 10) = 5\, I_{AB} + 50$

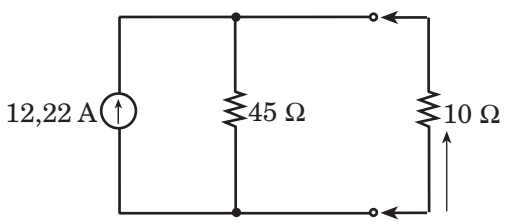
$100 + 50\, I_{AB} + 500 = 5\, I_{AB} + 50$

$45\, I_{AB} = -550 \quad \Rightarrow \quad \underline{I_{AB} = -12{,}22 \text{ A.}}$

$100 + U_{AB} + 10\,Ux - Ux = 0$ (Ux = 5 . 10 = 50 Volt)

$U_{AB} = -550$ V.

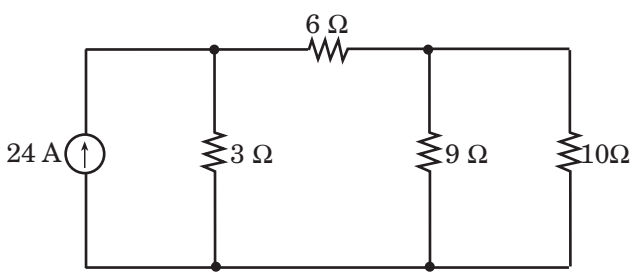
$$R_{AB} = \frac{U_{AB}}{I_{AB}} = \frac{550}{12{,}22} = 45\ \Omega$$



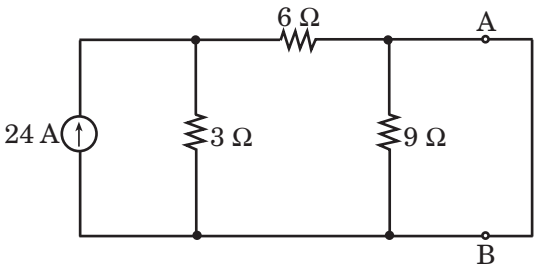
$$I_{10\Omega} = 12{,}22 \,.\, \frac{45}{55}$$

$\boxed{I_{10\,\Omega} = 10 \text{ A}}$

Örnek 20:

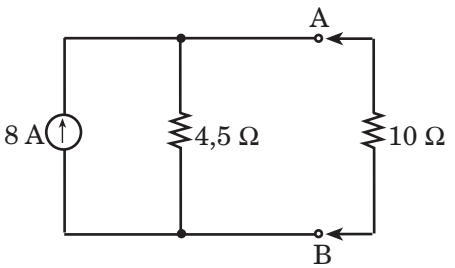


10 Ω'luk dirençten geçen akımı, Norton teoreminden yararlanarak bulunuz.



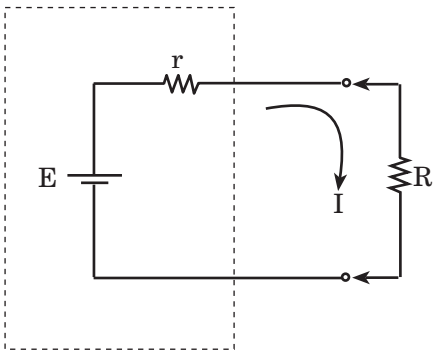
$$I_{AB} = 24 \cdot \frac{3}{9} = 8 \text{ A}$$

$$R_{AB} = 4{,}5\ \Omega$$

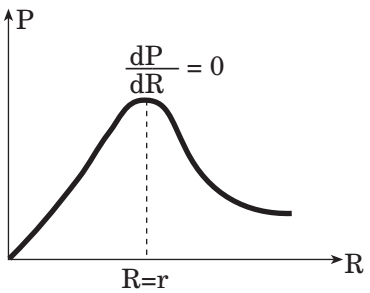


$$I_{10\Omega} = 8 \cdot \frac{4{,}5}{14{,}5} = 2{,}48 \text{ A}$$

6.4 MAKSİMUM GÜÇ TEOREMİ



$$P = I^2 \cdot R = \left(\frac{E}{r + R}\right)^2 \cdot R$$



$$\frac{dP}{dR} = \frac{d}{dR}\left[\frac{E^2 \cdot R}{(r + R)^2}\right]$$

$$= \left[\frac{(R + r)^2 - 2\,R\,(R + r)}{(R + r)^4}\right] = 0$$

Şekil 6.4

Buradan, $\boxed{R = r}$ bulunur. Kaynaktan maksimum güç çekebilmek için R = r eşitliğinin sağlanması gerekir.

R = r durumunda verim; $\eta = \left.\dfrac{I^2 \cdot R}{I^2 (R + r)}\right|_{R = r}$ = % 50'dir.

İki kattan oluşan bir sistem düşünelim. Bu devre uyumunu çok katlı sistemlere şöyle uyarlayabiliriz;

Katlar arasında maksimum güç (enerji) transferinin gerçekleştirilebilmesi için, I. katın çıkış empedansı, II. katın giriş empedansına eşit olması gerekir. Buna "maksimum enerji transferi" denir. Eğer katlar arasında empedans uygunsuzluğu varsa I. katın çıkışından alınan sinyalin tamamı II. kata aktarılamaz, kayıplar meydana gelir.

Örnek 1:

İç direnci 0,2 Ω olan bir akümülatörün emk'i 12 Volt'tur. Bu akümülatörden çekilebilecek maksimum gücü bulunuz.

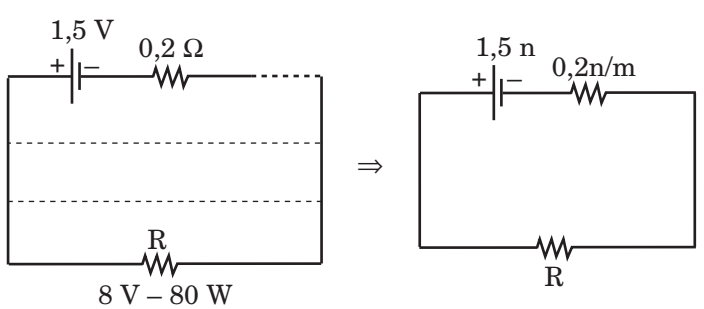
r = R = 0,2 Ω olmalıdır.

$$I = \frac{E}{r + R} = \frac{12}{0{,}2 + 0{,}2} = 30 \text{ A}$$

$$P = I^2 \cdot R = (30)^2 \cdot 0{,}2 = \underline{\underline{180 \text{ W}}}$$

Örnek 2:

8 Volt – 80 W. lık bir alıcı, emk'i 1,5 Volt ve iç direnci 0,2 Ω olan pillerin oluşturduğu bir batarya ile beslenecektir. Kullanılacak en az pil sayısını bulunuz.



Alıcının akımı; $I = \frac{80}{8} = 10$ A

Alıcının direnci; $R = \frac{8}{10} = 0{,}8\ \Omega$

$$I = \frac{1{,}5 \cdot n}{0{,}8 + \frac{0{,}2 \cdot n}{m}}$$

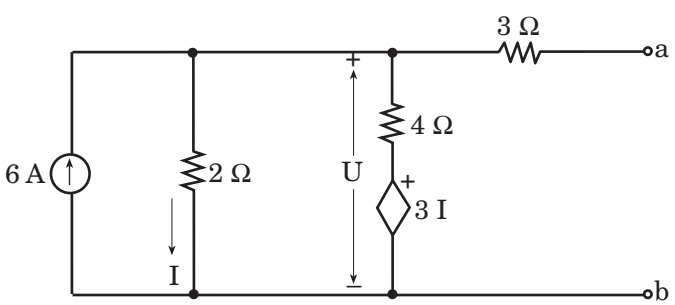
En az pil kullanmak için, maksimum gücün çekilmesi gerekir. Bunun için de $\frac{0{,}2 \cdot n}{m} = 0{,}8$ olmalıdır.

$10 = \frac{1{,}5 \cdot n}{0{,}8 + 0{,}8} \Rightarrow 1{,}5\ n = 16 \Rightarrow n = 10{,}67 \cong 11$ adet pil

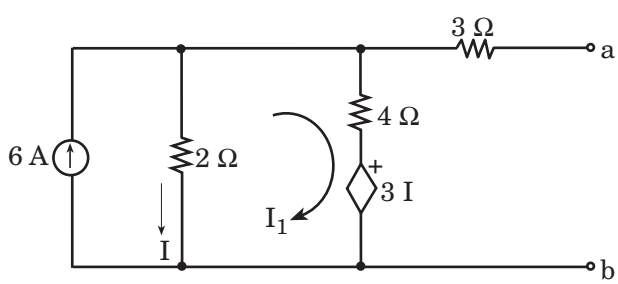
$\frac{0{,}2 \cdot 11}{m} = 0{,}8 \Rightarrow m = 2{,}7 \cong 3$ adet kol

Toplam pil sayısı = m . n = 3 . 11 = 33 adet

Örnek 3:



a, b uçlarına bağlandığı zaman maksimum güç çekecek direnç değerini hesaplayınız.



$-3\ I = 6\ I_1 - 12$

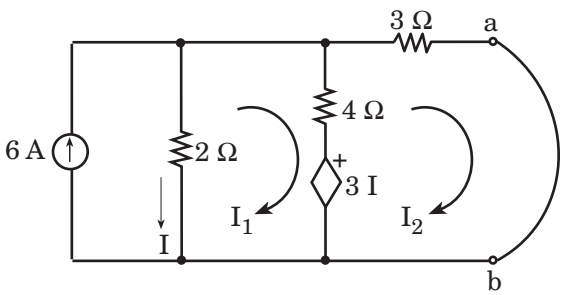
$(I = 6 - I_1)$

$-3\,(6 - I_1) = 6\,I_1 - 12$

$-18 + 3\,I_1 = 6\,I_1 - 12$

$-6 = 3\,I_1 \;\Rightarrow\; I_1 = -2\text{ A.} \;\Rightarrow\; I = 6 + 2 = 8\text{ A.}$

$U = 4\,.\,(-2) + 3\,.\,8 = -8 + 24 \;\Rightarrow\; \underline{U = 16\text{ Volt}}$



$-3\,I = 6\,I_1 - 12 - 4\,I_2$

$3\,I = -4\,I_1 + 7\,I_2$

$I = 6 - I_1$

$-3\,(6 - I_1) = 6\,I_1 - 12 - 4\,I_2 \;\Rightarrow\; -18 + 3\,I_1 = 6\,I_1 - 12 - 4\,I_2$

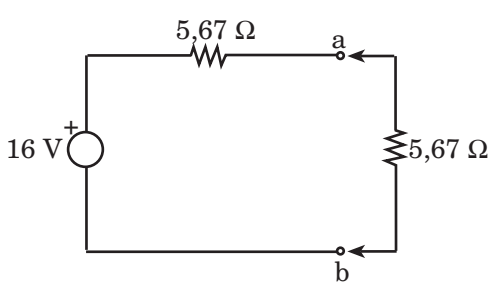
$3\,(6 - I_1) = -4\,I_1 + 7\,I_2 \;\Rightarrow\; 18 - 3\,I_1 = -4\,I_1 + 7\,I_2$

$-6 = 3\,I_1 - 4\,I_2$

$18 = -I_1 + 7\,I_2$

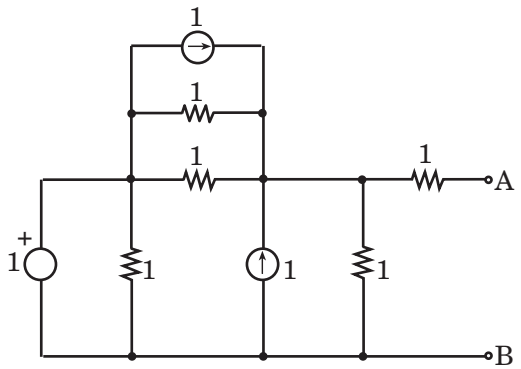
$$I_{ab} = I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -6 \\ -1 & 18 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{54 - 6}{21 - 4} = 2{,}82\text{ A}$$

$$R_{ab} = \frac{U}{I_{ab}} = \frac{16}{2{,}82} = \underline{5{,}67\Omega}$$

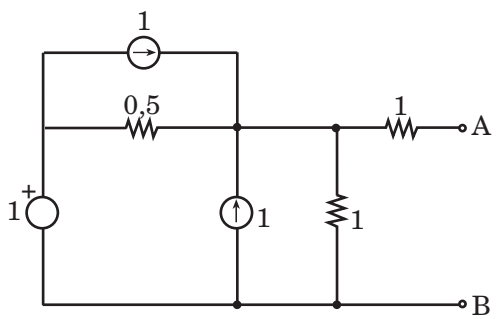


5,67 Ω'luk direnç bağlanırsa devreden maksimum güç çekilir.

Örnek 4:



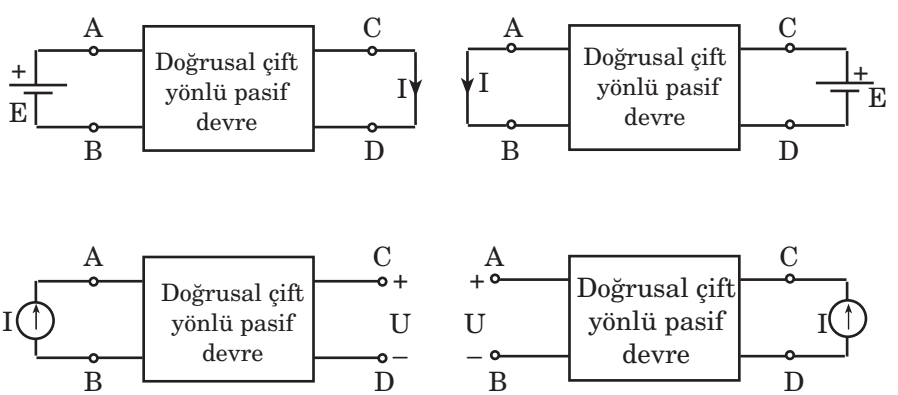
Devreden maksimum güç çekebilmek için A – B noktalarına bağlanacak yük direncinin değerini bulunuz. (Birimler A, V ve Ω cinsindendir)



$R_{AB} = (1 \,//\, 0{,}5) + 1$

$\boxed{R_{AB} = 1{,}33\ \Omega}$

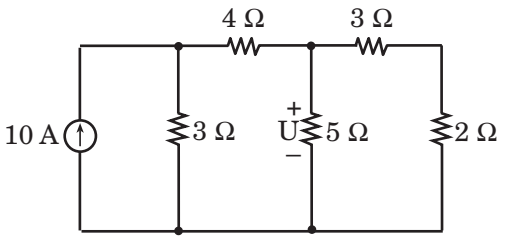
6.5 KARŞITLIK TEOREMİ



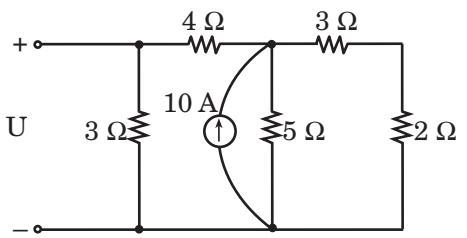
Şekil 6.5

Doğrusal, çift yönlü ve tek kaynaklı devrelerde, sebep ve sonuç konumları yer değiştirildiğinde sonucun oranı sabittir. Buna "karşıtlık (resiprosite) teoremi" denir.

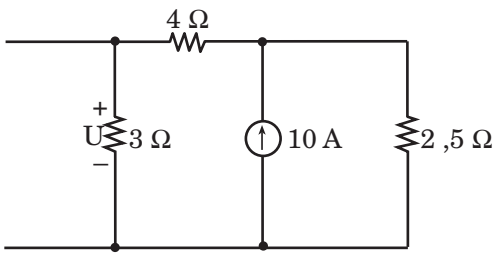
Örnek 1:



Şekildeki devrede 5 Ω'luk direncin uçlarındaki gerilimi karşıtlık teoremini uygulayarak bulunuz.

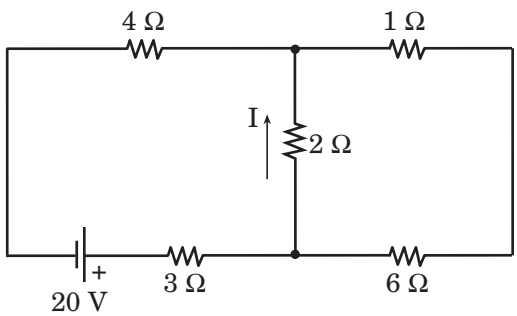


Sebep (10 A. lik akım kaynağı) ile sonuç (U gerilimi) yer değiştirilir.

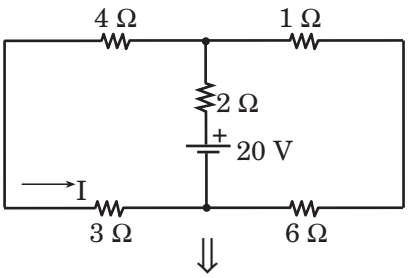


$$U = 10 \cdot \frac{2{,}5}{2{,}5 + 7} \cdot 3 = \underline{\underline{7{,}89 \text{ Volt}}}$$

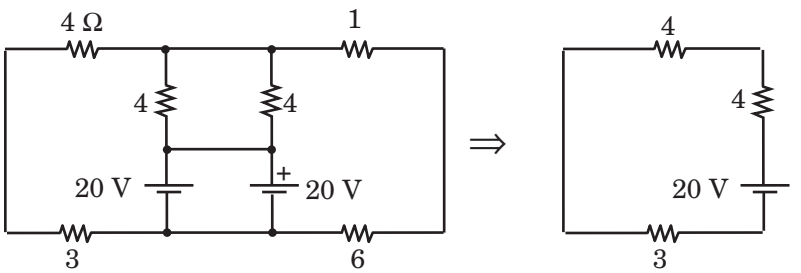
Örnek 2:



Şekildeki devrede 2 Ω'luk dirençten geçen akımı karşıtlık teoremini kullanarak bulunuz.

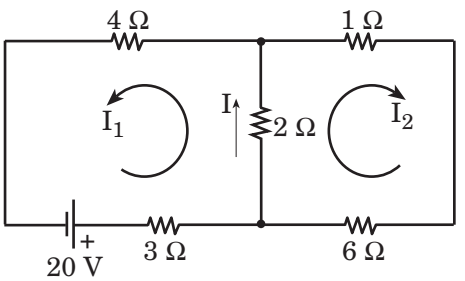


Sebep (20 V. luk kaynak) ile sonuç (I akımı) yer değiştirilir.



$$I = \frac{20}{11} = \underline{\underline{1{,}82\ A.}}$$

2 Ω'luk dirençten geçen akım 1,82 A. dir. İstenen akımı, karşıtlık teoremini kullanmadan bulalım ve sonucun aynı olduğunu görelim.



$$20 = 9\,I_1 + 2\,I_2$$

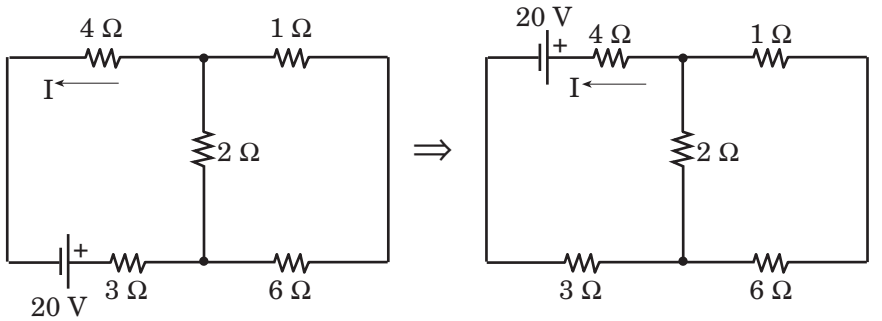
$$0 = 2\,I_1 + 9\,I_2$$

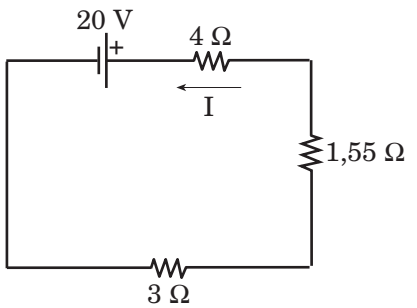
$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 20 & 2 \\ 0 & 9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 9 & 2 \\ 2 & 9 \end{vmatrix}} = \frac{180}{81-4} = 2{,}34\ A$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 9 & 20 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}}{77} = -\frac{40}{77} = -0{,}52\ A$$

$$I = 2{,}34 - 0{,}52 = \underline{\underline{1{,}82\ A}}$$

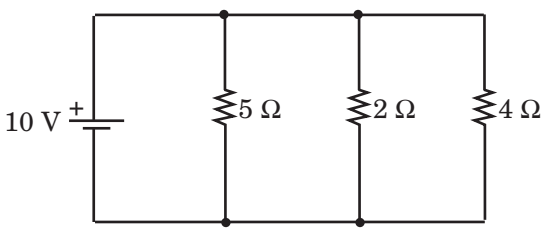
Örnek 3: Örnek 2'deki devrede 4 Ω'luk dirençten geçen akımı, karşıtlık teoremini kullanarak bulunuz.





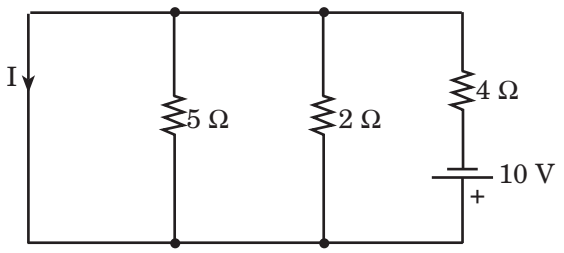
$$I = \frac{20}{8,55} = \underline{\underline{2,34\ A.}}$$

Örnek 4:



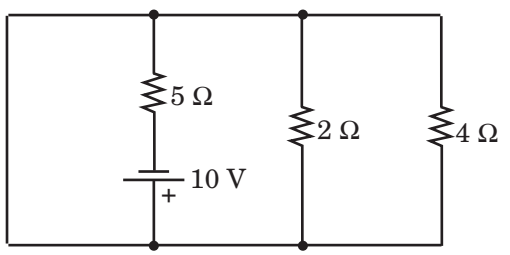
Verilen devrede 4 Ω'luk dirençten geçen akımı bulunuz. Aynı akımı, karşıtlık teoreminden yararlanarak bulunuz ve sonuçları karşılaştırınız.

$$I_{4\Omega} = \frac{10}{4} = \underline{\underline{2,5\ A.}}$$



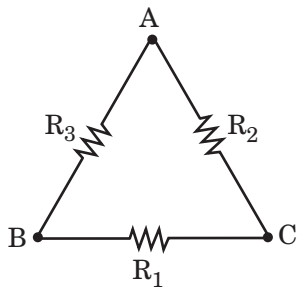
$$I = \frac{10}{4} = 2{,}5 \text{ A.}$$

Örnek 5: Örnek 4'teki devrede 5 Ω'luk dirençten geçen akımı, karşıtlık teoreminden yararlanarak bulunuz.

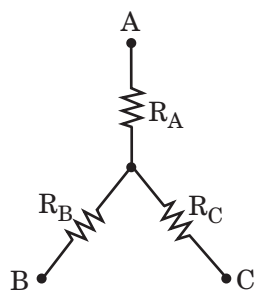


$$I = \frac{10}{5} = 2 \text{ A}$$

6.6 ÜÇGEN - YILDIZ (Δ – ⅄) ve YILDIZ - ÜÇGEN (⅄ – Δ) DÖNÜŞÜMÜ



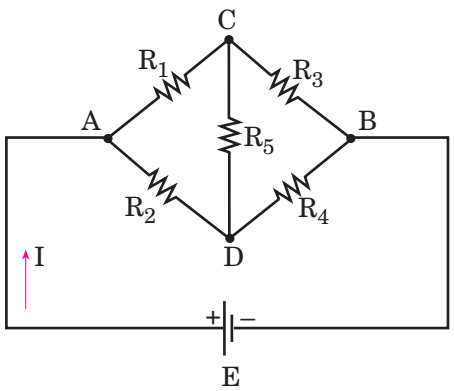
Şekil 6.6



Şekil 6.7

R_1, R_2, ve R_3 gibi üç direnç, şekil 6.6'da gösterildiği gibi bağlanırsa, bu bağlan-

tıya **üçgen bağlıntı** denir ve Δ ile gösterilir. Diğer yandan; R_A, R_B ve R_C gibi üç direnç, şekil 6.7'de gösterildiği gibi bağlanırsa, bu bağlantıya da **yıldız bağlantı** denir ve ⅄ ile gösterilir. Elektrik devrelerinde, bu tip bağlantılara sık sık rastlanır.

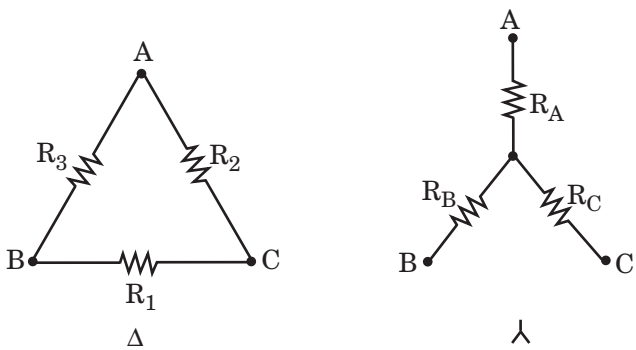


Şekil 6.8

Bazı devrelerde direnç bağlantıları seri, paralel veya karışık olmayabilir. Örneğin, şekil 6.8'de verilen devredeki dirençler, bilinen bağlantı türlerinden hiçbirine uymamaktadır. R_1, R_2, R_5 ve R_3, R_4, R_5 dirençleri üçgen gibi; R_1, R_5, R_3 ve R_2, R_5, R_4 dirençleri de yıldız gibi bağlanmıştır.

Bu gibi devrelerde üçgen bağlı üç direnç yerine yıldız bağlı üç direnç veya yıldız bağlı üç direnç yerine üçgen bağlı üç direnç konularak seri veya paralel bağlı dirençler elde edilerek devrenin çözümü yapılır.

6.6.1 Üçgen – Yıldız (Δ → ⅄) Dönüşümü



a) Üçgen Bağlı Dirençler b) Yıldız Bağlı Dirençler

Şekil 6.9

Şekil 6.9 (a)'daki üçgen bağlı devrenin A – B uçları arasındaki direnç;

$R_{AB} = R_3 \,//\, (R_1 + R_2) = \dfrac{R_3 \,.\, (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3}$ tür.

Şekil 6.9 (b)'deki yıldız bağlı devrenin A – B uçları arasındaki direnç ise;

$R_{AB} = R_A + R_B$ dir. Bu üçgen ve yıldız devrelerinin birbiriyle eşdeğer olabilmesi için, direnç değerlerinin aynı uçlarda eşit olması gerekir. O halde; üçgen ve yıldız devrelerinin A - B uçları arasındaki dirençlerin birbirine eşitlenmesiyle;

$\dfrac{R_3 \,.\, (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} = R_A + R_B$ yazılır.

Aynı şekilde her iki devrenin BC ve AC uçları arasındaki dirençlerde birbirine eşitlenirse;

$R_{BC} = R_1 \,//\, (R_2 + R_3)$ (Üçgen devrede)

$R_{BC} = R_B + R_C$ (Yıldız devrede)

$\dfrac{R_1 \,.\, (R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = R_B + R_C$ olur.

$R_{AC} = R_2 \,//\, (R_1 + R_3)$ (Üçgen devrede)

$R_{AC} + R_A + R_C$ (Yıldız devrede)

$\dfrac{R_2 \,.\, (R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = R_A + R_C$ olur. Özet olarak;

$\dfrac{R_3 \,.\, (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} = R_A + R_B$ . . . . . (I)

$\dfrac{R_1 \,.\, (R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = R_B + R_C$ . . . . . (II)

$\dfrac{R_2 \,.\, (R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = R_A + R_C$ . . . . . (III) elde edilir.

I ve III nolu denklemleri birbirinden çıkartıp II nolu denklemle toplanırsa;

$$\text{I} - \text{III)}\ R_B - R_C = \frac{R_3\,(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} - \frac{R_2\,(R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$\text{II)}\ R_B + R_C = \frac{R_1\,(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$+$$

$$2\,R_B = \frac{R_1\,R_3 + R_2\,R_3 - R_1\,R_2 - R_2\,R_3 + R_1\,R_2 + R_1\,R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$\boxed{R_B = \frac{R_1\,R_3}{R_1 + R_2 + R_3}}$$ elde edilir.

I nolu denklemde;

$$\frac{R_3\,(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} = R_A + R_B,$$ R_B yerine bulunan eşitlik yazılırsa;

$$\frac{R_3\,(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} = R_A + \frac{R_1\,.\,R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_A = \frac{R_1\,R_3 + R_2\,R_3 - R_1\,R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$\boxed{R_A = \frac{R_2\,R_3}{R_1 + R_2 + R_3}}$$ olur.

III nolu denklemde;

$$\frac{R_2\,(R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = R_A + R_C,$$ R_A yerine bulunan eşitlik yazılırsa;

$$\frac{R_2\,(R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{R_2\,R_3}{R_1 + R_2 + R_3} + R_C$$

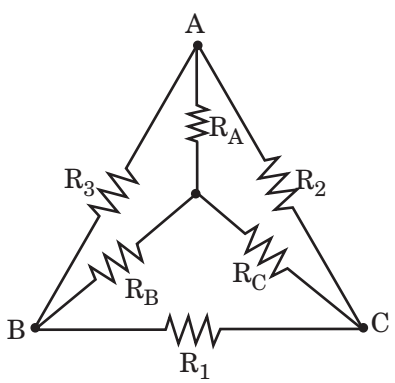
$$R_C = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 - R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$\boxed{R_C = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}}$$ elde edilir. Sonuç olarak, üçgen yıldız transformasyonun da (dönüşümünde);

$$\boxed{R_A = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}}$$

$$\boxed{R_B = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}}$$

$$\boxed{R_C = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}}$$ formülleri kullanılır.



Şekil 6.10

Üçgen - yıldız dönüşüm formüllerinin kolaylıkla hatırlanabilmesi için şekil 6.10 dan faydalanılır. Bu şekilden, üçgenin yıldıza çevrilmesi için şu kural kullanılır;

Yıldız devrenin istenen direnci, kendisine komşu üçgen devre dirençlerinin çarpımının üçgen devre dirençlerinin toplamına bölünmesiyle bulunur.

Eğer, üçgen devre dirençleri birbirine eşit ($R_1 = R_2 = R_3$) ise yıldız devrenin direnç değerleride birbirine eşit olur. Buna göre, üçgen devrenin herbir direncini R_Δ, yıldız devrenin herbir direncini $R_\curlywedge$ ile gösterirsek;

$$\boxed{R_\curlywedge = \frac{R_\Delta}{3}}$$ olur.

6.6.2 Yıldız - Üçgen ($\curlywedge \rightarrow \Delta$) Dönüşümü

Üçgen – yıldız dönüşümünde;

$$R_A = \frac{R_2\, R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(I)}$$

$$R_B = \frac{R_1\, R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(II)}$$

$$R_C = \frac{R_1\, R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(III)}$$ formüllerini çıkartmıştık. (I), (II) ve (III) nolu denklemleri ikişer ikişer çarpıp elde edilen değerleri toplayarak;

$$R_AR_B+R_BR_C+R_AR_C = \frac{R_1^2\, R_2\, R_3 + R_1\, R_2^2\, R_3 + R_1\, R_2\, R_3^2}{(R_1 + R_2 + R_3)^2} = \frac{R_1\, R_2\, R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \ldots\ldots \text{(IV)}$$

denklemi elde edilir. Bu (IV) nolu denklemi sırayla (I), (II) ve (III) nolu denklemlerine bölersek;

$$\frac{IV}{I} = \frac{R_A\, R_B + R_B\, R_C + R_A\, R_C}{R_A} = \frac{\dfrac{R_1\, R_2\, \cancel{R_3}}{\cancel{R_1 + R_2 + R_3}}}{\dfrac{\cancel{R_2\, R_3}}{\cancel{R_1 + R_2 + R_3}}} = R_1$$

$$\boxed{R_1 = \frac{R_A\, R_B + R_B\, R_C + R_A\, R_C}{R_A}}$$

$$\frac{IV}{II} = \frac{R_A\, R_B + R_B\, R_C + R_A\, R_C}{R_B} = \frac{\dfrac{\cancel{R_1}\, R_2\, \cancel{R_3}}{\cancel{R_1 + R_2 + R_3}}}{\dfrac{\cancel{R_1\, R_3}}{\cancel{R_1 + R_2 + R_3}}} = R_2$$

$$\boxed{R_2 = \frac{R_A\, R_B + R_B\, R_C + R_A\, R_C}{R_B}}$$

$$\frac{IV}{III} = \frac{R_A\, R_B + R_B\, R_C + R_A\, R_C}{R_C} = \frac{\dfrac{\cancel{R_1\, R_2}\, R_3}{\cancel{R_1 + R_2 + R_3}}}{\dfrac{\cancel{R_1\, R_2}}{\cancel{R_1 + R_2 + R_3}}} = R_3$$

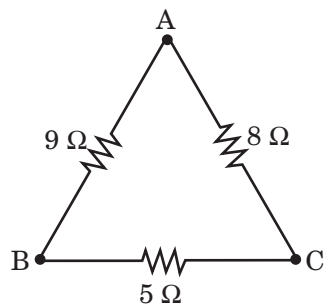
$$R_3 = \frac{R_A R_B + R_B R_C + R_A R_C}{R_C}$$ formülleri elde edilir.

Başka bir ifadeyle; üçgen devrenin istenilen direnci, yıldız devre dirençlerinin ikişer ikişer çarpımları toplamının karşı koldaki yıldız devre direncine bölümüne eşittir.

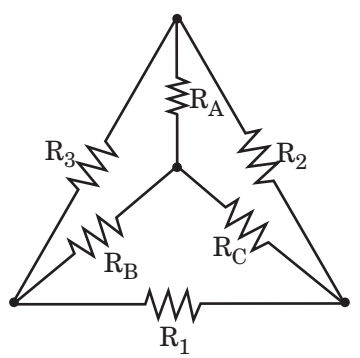
Eğer, yıldız devrenin dirençleri birbirine eşit ise üçgen devrenin dirençleri de birbirine eşit olur.

$$R_\Delta = 3\, R_\curlyvee$$

Örnek 1:



Şekildeki üçgen devrenin, eşdeğeri olan yıldız devrenin dirençlerini bulunuz.

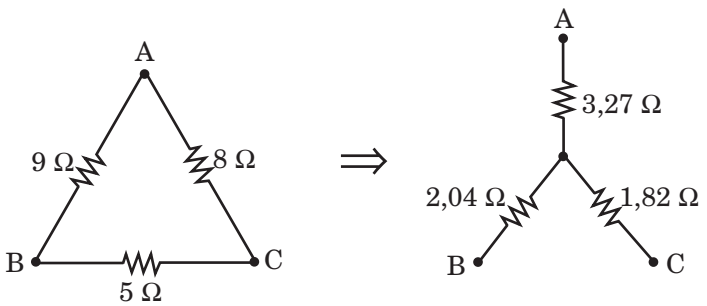


$\Delta - \curlyvee$ transformasyonunda yıldız devrenin istenen direnci, kendisine komşu üçgen devre dirençlerinin çarpımının, üçgen devre dirençlerinin toplamına bölünmesiyle bulunurdu.

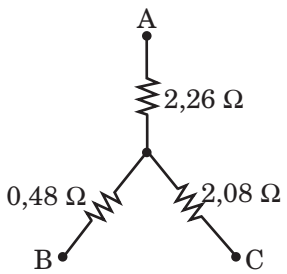
$$R_A = \frac{9 \cdot 8}{9 + 8 + 5} = 3{,}27\ \Omega$$

$$R_B = \frac{9 \cdot 5}{9 + 8 + 5} = 2{,}04\ \Omega$$

$$R_C = \frac{5 \cdot 8}{9 + 8 + 5} = 1{,}82\ \Omega$$



Örnek 2:



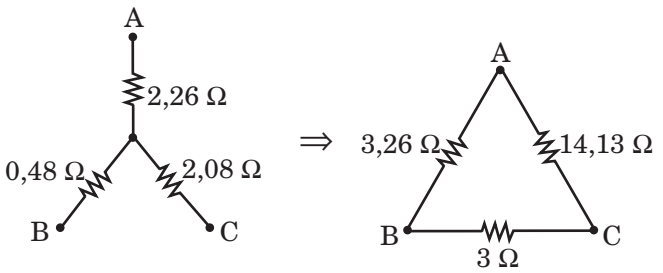
Şekildeki yıldız devrenin eşdeğeri olan üçgen devreyi elde ediniz.

Üçgen devrenin istenilen direnci, yıldız devre dirençlerinin ikişer ikişer çarpımları toplamının karşı koldaki yıldız devre direncine bölümüne eşit idi.

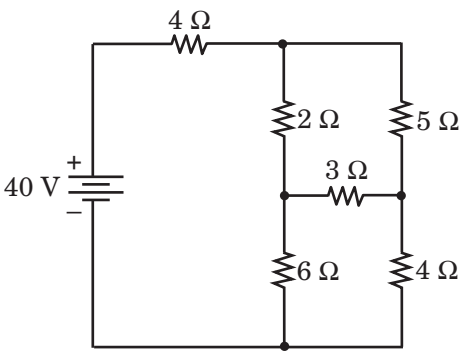
$$R_1 = \frac{2{,}26 \cdot 0{,}48 + 0{,}48 \cdot 2{,}08 + 2{,}26 \cdot 2{,}08}{2{,}26} = 3\ \Omega$$

$$R_2 = \frac{2{,}26 \cdot 0{,}48 + 0{,}48 \cdot 2{,}08 + 2{,}26 \cdot 2{,}08}{0{,}48} = 14{,}13\ \Omega$$

$$R_3 = \frac{2{,}26 \cdot 0{,}48 + 0{,}48 \cdot 2{,}08 + 2{,}26 \cdot 2{,}08}{2{,}08} = 3{,}26\ \Omega$$

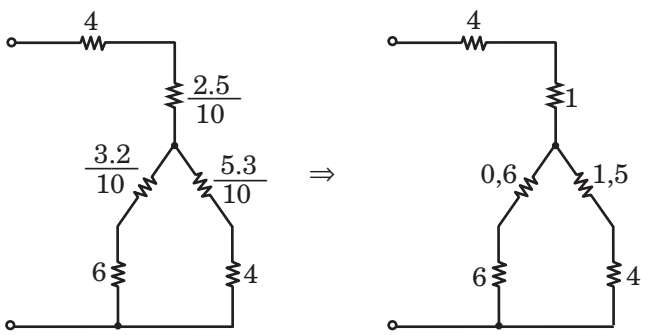


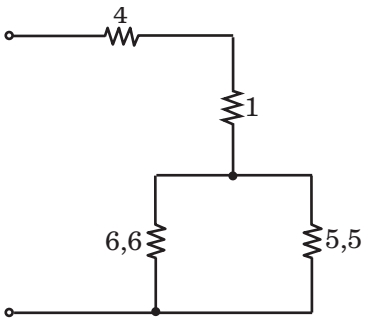
Örnek 3:



Şekildeki devrede kaynaktan çekilen akımı bulunuz.

$I = \frac{E}{Reş}$ formülünden Reş'in bulunması gerekir.



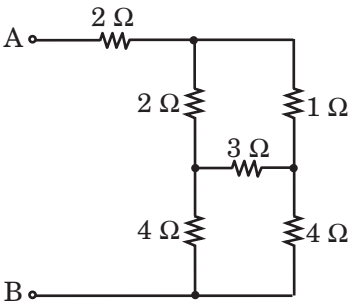


Reş = 5 + (6,6 // 5,5)

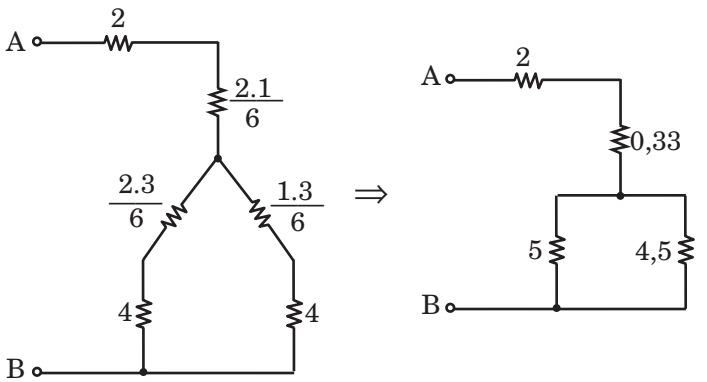
Reş = 8 Ω

$I = \frac{40}{8} = 5$ A bulunur.

Örnek 4:



Şekildeki devrenin eşdeğer direncini bulunuz.

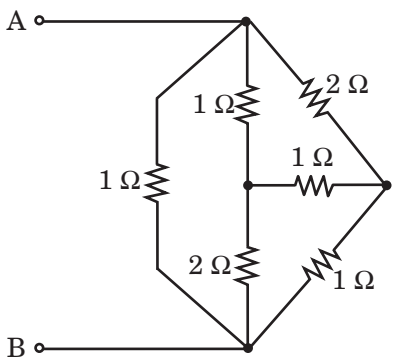


R_{AB} = 2,33 + (5 // 4,5)

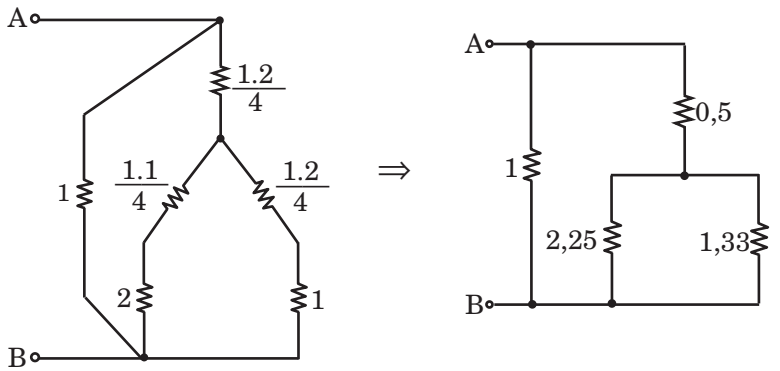
R_{AB} = 2,33 + 2,37

R_{AB} = 4,7 Ω

Örnek 5:

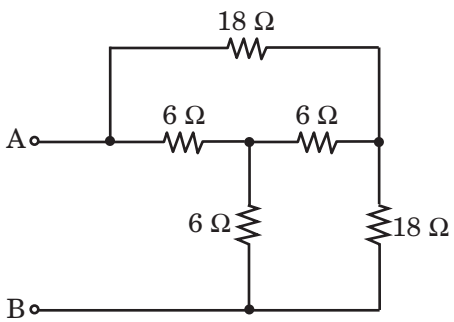


Şekildeki devrenin eşdeğer direncini bulunuz.

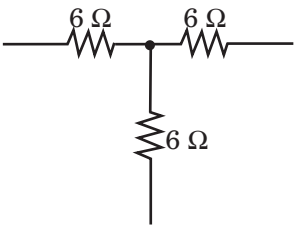


$$R_{AB} = 1 \,//\, \left[0{,}5 + (2{,}25 \,//\, 1{,}5)\right] = 1 \,//\, \left[0{,}5 + 0{,}84\right] = \underline{0{,}57\ \Omega}$$

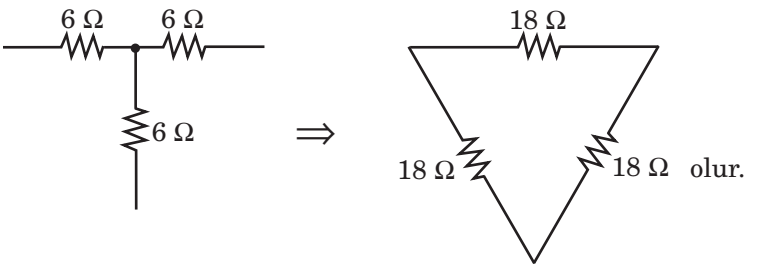
Örnek 6:



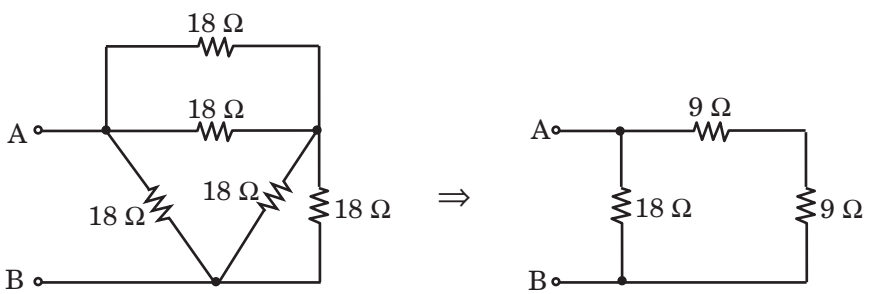
Verilen devrenin A – B uçlarından ölçülen direncini bulunuz.



Yıldız bağlantıda, direnç değerleri birbirine eşit ise $R_\Delta = 3\ R_\curlywedge$ idi. Yani, üçgen bağlı dirençlerin herbirinin değeri yıldız bağlı direnç değerlerinin 3 katı olur.

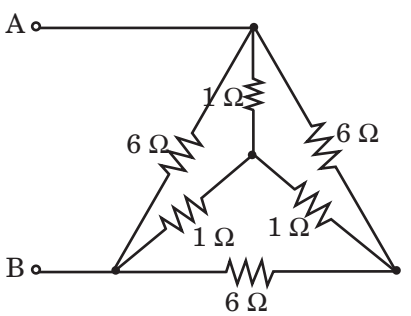


olur.



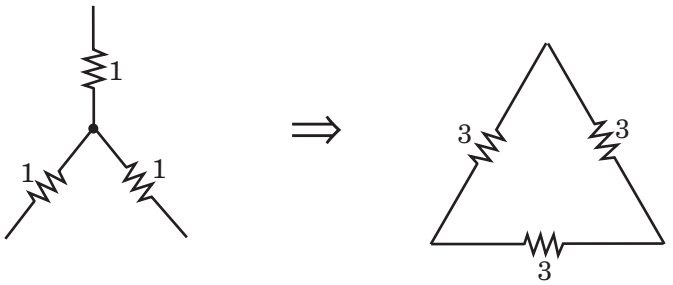
$R_{AB} = 9\ \Omega$

Örnek 7:

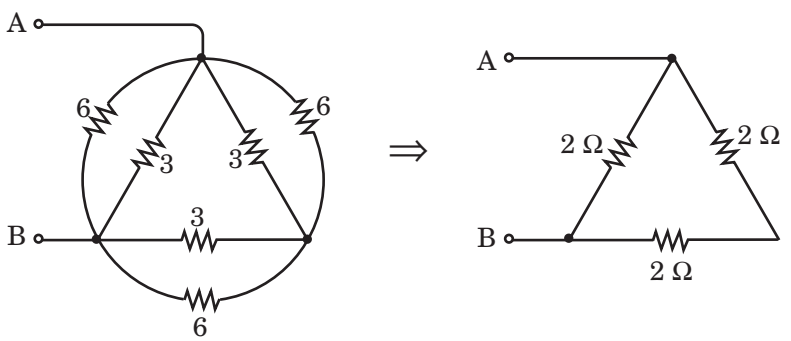


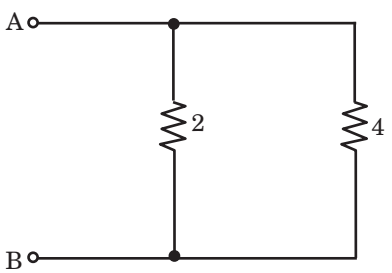
Şekildeki devrede, A – B noktaları arasındaki direnci bulunuz.

İçteki herbiri 1 Ω'luk olan yıldız bağlı devreyi üçgene çevirelim.



Bulunan 3 Ω'luk üçgen bağlı devre, verilen devredeki 6 Ω'luk üçgen devreye paraleldir.

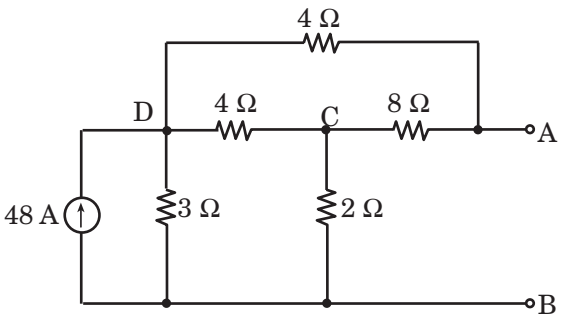




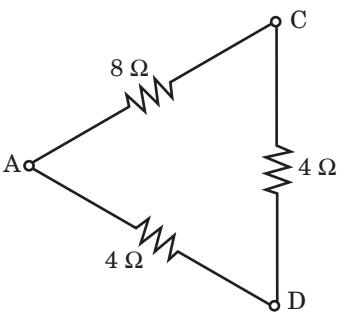
$R_{AB} = 2 \,//\, 4$

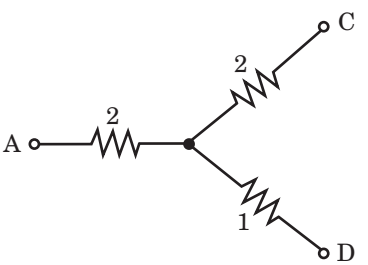
$$R_{AB} = \frac{2 \cdot 4}{2 + 4} = 1{,}33\ \Omega$$

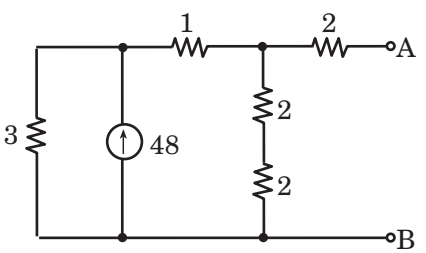
Örnek 8:

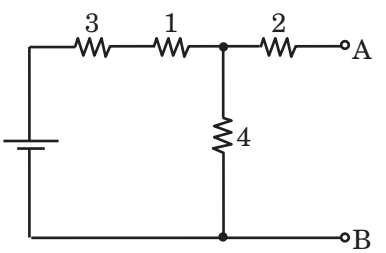


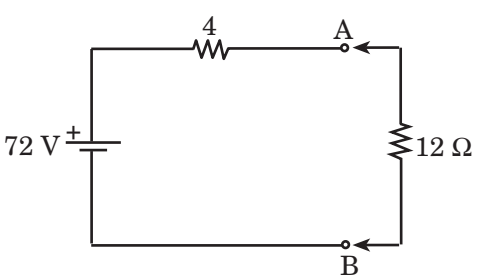
Şekildeki devrede, A – B uçlarındaki eşdeğer gerilim kaynağını bulunuz ve A – B uçlarına bağlanacak 12 Ω'luk dirençte harcanacak gücü hesaplayınız.









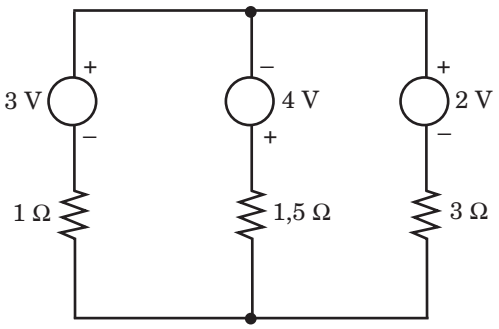


$$I_{12\Omega} = \frac{72}{16} = 4{,}5 \text{ A.}$$

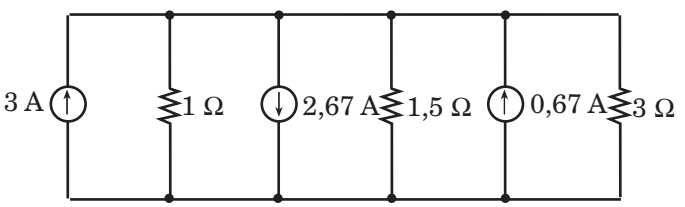
6.7 MILLMAN TEOREMİ

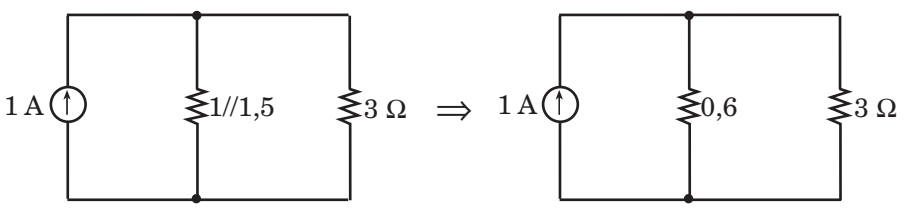
Kaynak dönüşümleri yapmakla bilhassa ikiden fazla kaynağı olan devreleri basitleştirerek istenilen koldaki akımı bulmak kolaylaşır. Bu biçimde çözüme **Millman Teoremi** adı verilir.

Örnek 1:



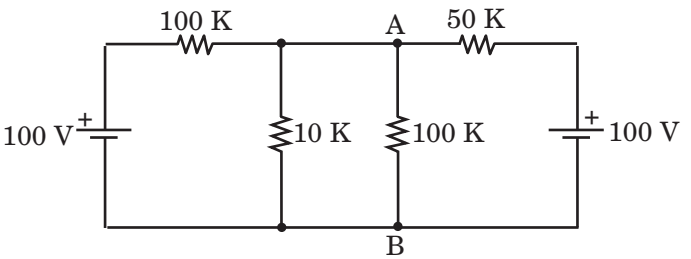
3 Ω'luk dirençten geçen akımı Millman Teoreminden yararlanarak bulunuz.



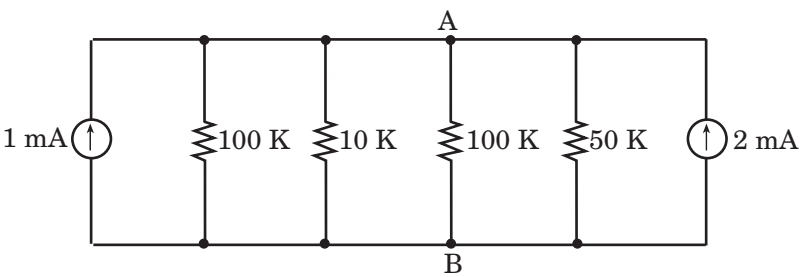


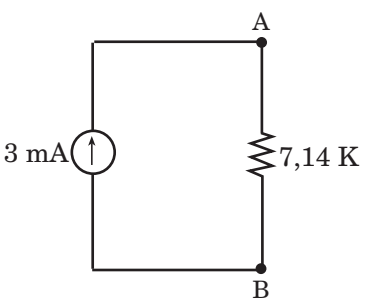
$$I_{3\Omega} = 1 \cdot \frac{0,6}{3,6} = \underline{\underline{0,17\ A}}$$

Örnek 2:



Şekildeki devrede A – B uçlarındaki U_{AB} gerilimini Millman Teoremiyle bulunuz.





U_{AB} = 3 mA . 7,14 K

U_{AB} = 21,42 Volt

BÖLÜM

7

DOĞRU AKIMDA BOBİN ve KONDANSATÖRLÜ DEVRELER

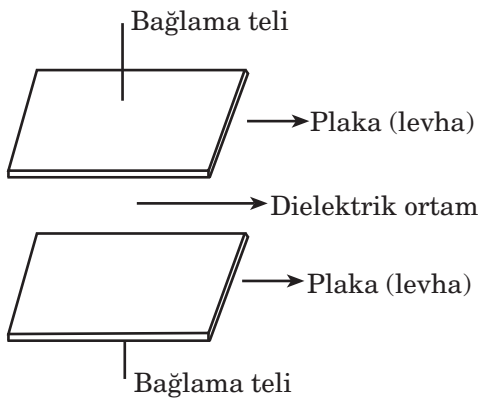
- ✓ *DA Devresinde Kondansatör*
- ✓ *DA Devresinde Bobin*
- ✓ *Pasif Elemanların Uç Denklemleri*
- ✓ *Enerji Depo Eden Elemanların Eşdeğerleri ve DC'deki Davranışları*
- ✓ *Gerilim ve Akımdaki Süreklilik*
- ✓ *R – C Devresi*
- ✓ *R – L Devresi*
- ✓ *Birinci Mertebeden Karışık Devreler*

7.1 DOĞRU AKIM DEVRESİNDE KONDANSATÖR

Elektriği depo etmeye yarayan ve iki iletken, aralarında yalıtkan bir ortam bulunan elemanlara **kondansatör** denir. Kondansatörler; radyo alıcılarının frekans ayarında, güç kaynaklarında filtre olarak, otomobil ateşleme sistemindeki kıvılcımları yok etmede ve elektronik flaş ünitelerinde yaygın olarak kullanılır.

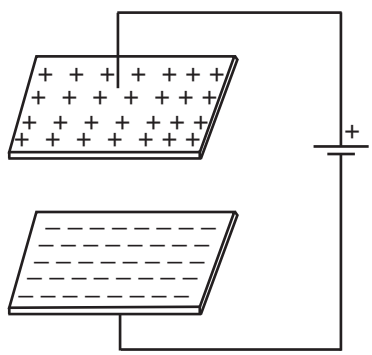
Bir kondansatör, esas olarak iki iletken arasına konulan bir yalıtkandan ibarettir.

7.1.1 Kondansatörün Yapısı ve Çalışması



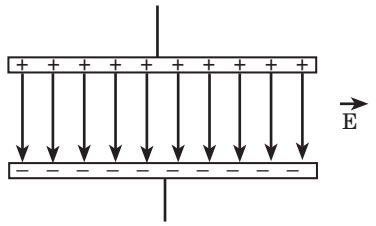
Şekil 7.1: Kondansatörün Yapısı

Şekil 7.1'de görüldüğü gibi, kondansatörü oluşturan iletkenlere «**kondansatör plakaları (levhaları)**» denir. İki plaka arasındaki yalıtkan ise «**kondansatörün dielektriği**» adını alır. Dielektrik madde, yalıtkan maddedir. Bu dielektrik ortam; hava, seramik, kağıt, kauçuk, teflon gibi maddelerden biriyle oluşturulur. Şekil 7.1'de görülen kondansatöre «**düzlem kondansatörü**» denir.



Şekil 7.2: KondansatörPlakalarına Gerilim Uygulanması

Kondansatörler, elektrik yüklerini kısa zaman içinde depo etmeye yarar. Şekil 7.2'de görüldüğü gibi kondansatörün plakalarını üretecin uçlarına bağlamak suretiyle kondansatörü elektrik yükleriyle yüklemek mümkündür. Üretecin (+) kutbuna bağlı plaka (+) elektrik yükleriyle, üretecin (–)kutbuna bağlı plaka da (–) elektrik yükleriyle yüklenecektir.



Şekil 7.3: Kondansatör Plakalarında Oluşan Elektrik Alanı

Şekil 7.3'te görüldüğü gibi (+) ve (–) elektrik yükleriyle yüklenen kondansatör levhaları arasında (+) yüklü levhadan (–) yüklü levhaya doğru oluşan elektrik alanı mevcuttur. Buna göre yüklü levhalar arasındaki elektrik alan şiddeti (V / d) her noktada aynıdır ve eşit değerdedir.

Bir kondansatörden üretecin uçları ayrıldığında, kondansatör dolu durumunu korur. Bir plakası (+) elektrik yükleriyle diğer plakası da (–) yüklerle dolu kondansatörün plakaları doğrudan doğruya bir telle veya bir alıcı (lamba) ile birleştirildiğinde plakalar eski boş durumunu alır.

Bir kondansatörde, iki iletken arasında bulunan dielektrik (yalıtkan) madde, kondansatörün sağlamlığını ve dayanıklılığını arttırmakta ve kondansatörün plakaları arasında oluşabilecek olan kıvılcım atlamasını azaltır. Uçları serbest bir kondansatörün plakaları arasına konan dielektrik madde, kondansatörde elektrik alanını azaltırken potansiyel farkını da düşürür. Yük miktarını ise değiştirmez.

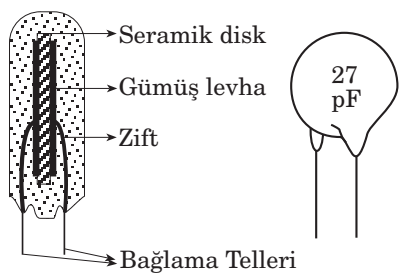
Kondansatörler, içine konulan yalıtkan malzemenin cinsine göre;

a) Katı yalıtkanlı kondansatörler

b) Sıvı yalıtkanlı (elektrolitik) kondansatörler olmak üzere iki çeşittir.

Teknolojide kapasitör adını alan kondansatörler; radyo, telsiz ve televizyonların frekans ayarlamaları, otomobil ateşleme sistemlerindeki kıvılcımların yok edilmesi, elektronik flaş cihazlarında enerji depolanması gibi geniş kullanım alanlarına sahiptir.

Katı yalıtkanlı kondansatörlerde, dielektrik malzemesi olarak kağıt, yağ, seramik, mika kullanılabilir. Kağıtlı kondansatörlerde, kalay yaprakların arasına kağıt konularak rulo yapılmasıyla elde edilir.

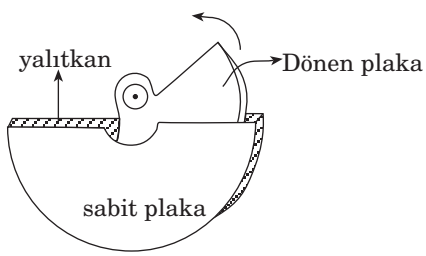


Şekil 7.4: Seramik Kondansatörler

Seramik kondansatörlerin kayıpları az olduğundan yüksek frekanslı devrelerde çok kullanılır. Şekil 7.4'te görüldüğü gibi iki gümüş levha (plaka)nın arasına seramik konulmuştur. Kondansatörü dayanıklı hale getirmek için zift kulllanılmıştır.

Elektrolitik kondansatörlerde, asit borik gibi dielektrik sıvı maddeler kullanılır. Bu tip kondansatörlerde iki alüminyum levha, kondansatörün plakalarını oluşturur. Elektrolitik (sıvı) kondansatörlerde (+) ve (–) uçlar belirlidir. Katı yalıtkanlı kondansatörlerde ise böyle kutuplar yoktur.

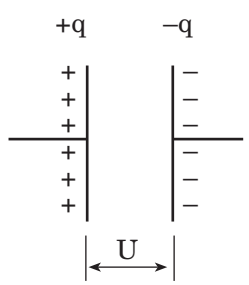
Bu nedenle, elektrolitik kondansatörleri devreye bağlantısı yaparken (+) ve (–) uçlarına çok dikkat edilmelidir. Ters bağlanırsa sıvı kondansatör özelliğini kaybeder.



Şekil 7.5: Değişken Kondansatör

Bir başka kondansatör tipi değişken (variable - varyabıl) kondansatörlerdir. Yarım daire şeklinde yapılan plakalarından biri, merkezinden geçen ve kendisine dik olan bir eksen etrafında döner. Bu kondansatörler sabit ve hareketli plakalardan oluşur. Armatürler arasında hava veya mika bulunur. Hareketli plakanın döndürülmesi ile kondansatörün yararlı yüzeyi değiştirilir. Yüzeyinin değiştirilmesi ile kondansatörün kapasite değeri değişir.

7.1.2 Kondansatör Kapasitesi



Şekil 7.6

Bir kondansatörü, üretecin uçlarına bağlarsak üretecin (+) kutbuna bağlı plaka (+) elektrik yükleriyle (+q), üretecin (–) kutbuna bağlı plaka (–) elektrik yükleriyle (–q) yüklenir. Böylece kondansatör, +q ve –q yüklerini taşıyan ve birbirinde yalıtılmış iki iletkenden oluşan bir sistem olmuş olur. Bu durumda kondansatörün yükü demek, kondansatör levhalarından birindeki yükün mutlak değeri demektir. Yani kondansatörün yükü sadece q'dur denir. Şekil 7.6'daki kondansatörün yükü ne –q, ne +q ve ne de sıfırdır. Sadece q dur.

Kondansatörün yükü denilince levhaların biri üzerindeki yük miktarı anlaşılır.

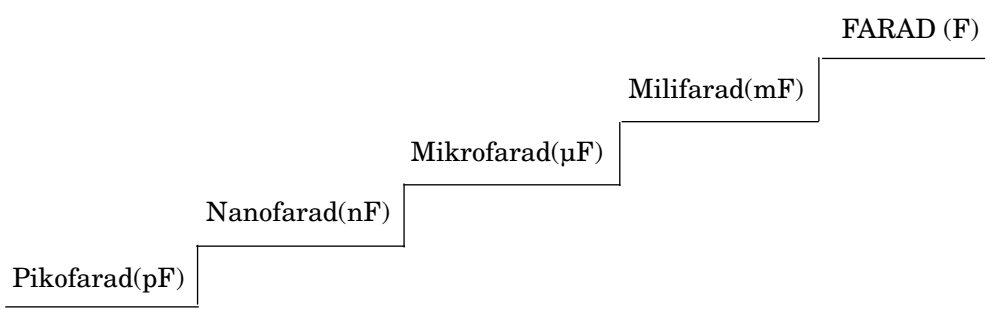
Bir kondansatörün C kapasitesi, iletkenlerden (levha) birindeki yükün büyüklüğünün (q), bu levhalar arasındaki potansiyel farkının (U) büyüklüğüne oranı olarak tanımlanır.

$$C = \frac{q}{U}$$

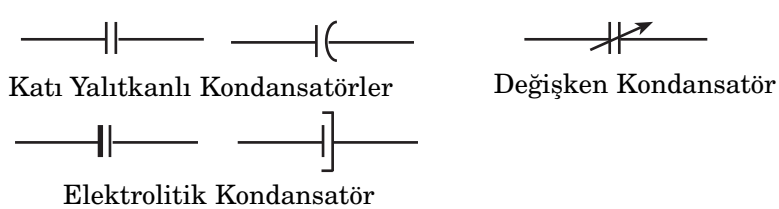
Aslında bir kondansatörün kapasitesi, Volt başına Coulomb'dur. Kapasitesinin, MKS birim sistemindeki adı Michael Faraday'ın onuruna Farad (F) dır.

$$\text{Kapasite} = 1 \text{ Farad} = \frac{1 \text{ Coulomb}}{1 \text{ Volt}}$$

Farad (F), çok büyük sığa birimidir. Uygulamada, kondansatör kapasitesi olarak **mikrofarad (1 μ F = 10^{-6} F)** ve **pikofarad** (1 pF = 10^{-12} F) **kullanılır.**



1 pF = 10^{-12} F	1 F = 10^{12} pF
1 nF = 10^{-9} F	1 F = 10^{9} pF
1 μF = 10^{-6} F	1 F = 10^{6} μF
1 mF = 10^{-3} F	1 F = 10^{3} mF



Şekil 7.7: Çeşitli Kondansatör Sembolleri

Kondansatörlerin yük depolayabilmelerinin bir sınırı vardır. Bunu kamyonların «istiap haddi»ne benzetebiliriz. 1 tonluk kamyonun taşıyabileceği yük 5 ton ise 2 tonluk kamyonun taşıyabileceği yükün 10 ton olması gibi. Bir balonu çok fazla şişirdiğimizde, balonun belli bir basınçtan fazlasına dayanamayıp, patlayacağı gibi kondansatör de belli bir potansiyel farkından fazlasına dayanamaz ve levhaların birinden diğerine yük sıçraması olur. Başka bir ifadeyle, levhaların yükü sıfırlanır. Bu durumda kondansatör «delinmiş» veya «ark yapmış» demektir.

Kondansatörlerde dikkat edilmesi gereken başka bir husus da üzerinde yazan gerilim değerinden fazla uygulanmamasıdır. Örneğin bir kondansatörün üzerinde 10 µ F / 26 V yazıyorsa bu kondansatör, en fazla 26 V'a kadar dayanabilir.

Ohm kanununda gördüğümüz $\frac{U}{I}$ oranı nasıl sabit bir R ye eşit ise $\frac{Q}{U}$ oranı da sabit bir C değerine eşittir.

Örnek 1: Bir kondansatörün uçlarındaki potansiyel farkı 50 Volt ve plakalarında biriken yük $4 . 10^{-4}$ C ise kapasite değerini bulunuz.

$q = 4 . 10^{-4}$ C

U= 50 V

C= ?

$$C = \frac{q}{U} = \frac{4 . 10^{-4}}{50} = 8\ \mu F$$

Örnek 2: 2 µF'lık kondansatörün uçlarına 8 V. luk bir gerilim uygulanırsa plakalarında biriken yükü bulunuz.

C = 2 µ F

U = 8 V

q= ?

$$C = \frac{q}{U} \Rightarrow 2 . 10^{-6} = \frac{9}{8} \Rightarrow q = 16\ \mu C$$

Örnek 3: 10 µF'lık kondansatör 16 V. luk bir pile bağlanırsa, kondansatörde kaç tane elektron depolanır? ($1e^{-} = 1{,}6 . 10^{-19}$ C)

C = 10 µF

U = ?

$$C = \frac{q}{U} \Rightarrow 10 . 10^{-6} = \frac{q}{16} \Rightarrow q = 160 . 10^{-6}\ C$$

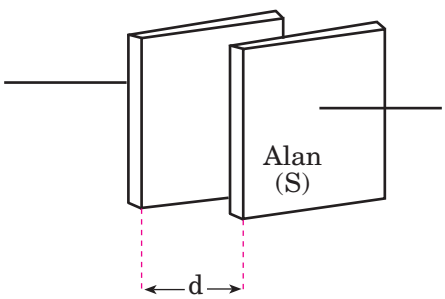
$$q = 160\ \mu C$$

$1\ e^-$ $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C ise

x 160.10^{-6} C

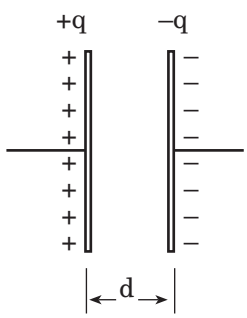
$$x = \frac{160 \cdot 10^{-6}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 100 \cdot 10^{13}$$ adet elektron birikir.

7.1.3 Kapasiteyi Etkileyen Büyüklükler



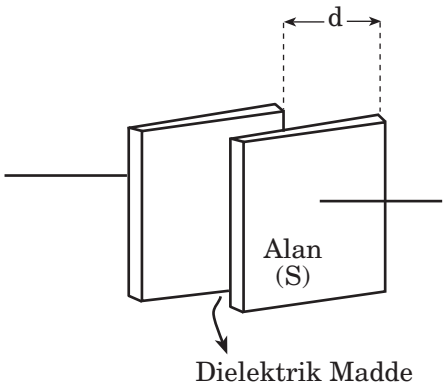
Şekil 7.8

Şekil 7.8'de görülen düzlem kondansatörü yüklediğimizi düşünelim. Kondansatörün plakalarının S alanı ne denli büyük olursa o kadar fazla yük alır. Örneğin, yüzey S'den 2 S'e çıksa yükte q dan 2q'ya çıkar. O halde kapasite, **levhaların alanıyla doğru orantılı olmalıdır.**



Şekil 7.9

Kondansatör levhaları arasında düzgün bir elektrik alanı kurulur. Levhaların d uzaklığı azaltılırsa elektrik alanının $E = \frac{U}{d}$ formülüne göre değişmemesi için levhalar arasındaki gerilimin azalması gerekir. $C = \frac{Q}{U}$ formülüne göre de U değerinin azalması halinde C değeri artar. O halde, **kondansatörün kapasitesi levhalar arasındaki uzaklıkla ters orantılıdır.**



Şekil 7.10

Levhalar arasında hava yerine başka bir yalıtkan (dielektrik) konulsa, yalıtkan maddede etkiyle oluşan yükler, levhalar arasındaki elektrik alanını zayıflatır. Elektrik alan zayıflayınca da, potansiyel fark azalır.

$C = \frac{q}{U}$ formülüne göre levhaların potansiyel farkının azalması C kapasitesi değerinin artması gerekir. O halde, **levhalar arasında bulunan yalıtkan ortama bağlı ve ortamın yalıtkanlık katsayısı ile doğru orantılıdır.**

Sonuç olarak, bir kondansatörün kapasitesi;

1– Levhaların alanıyla doğru orantılı,

2– Levhalar arasındaki uzaklıkla ters orantılı,

3– Levhalar arasında bulunan yalıtkan ortama bağlı ve yalıtkan ortamın yalıtkanlık (dielektrik) katsayısı ile doğru orantılıdır.

Bir kondansatörün kapasitesi;

$$C = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{k \cdot S}{d}$$ formülüyle hesaplanır.

Bu formülde;

$8.85 \cdot 10^{-12} \rightarrow \frac{\text{Farad}}{\text{metre}}$ olarak boşluğun veya havanın dielektrik katsayısı dır, sabittir.

k → Yalıtkan maddeye göre değişen, yalıtkanın dielektrik katsayısıdır. Tablodan bulunur.

S → m^2 olarak levhaların alanıdır.

d → metre olarak levhalar arasındaki uzaklıktır.

C → Farad (F) cinsinden kondansatörün kapasitesidir.

Madde	Dielektrik Katsayısı (k)	Dayanabilecekleri Max Elektrik Alan (10^6 V / m)
Hava	1	3
Boşluk	1	–
Parafin	2–2,5	10
Teflon	2,1	60
Kağıt	3,7	16
Lastik	6,7	12
Naylon	3,5	14
Silikon	12	–
Germanyum	16	–
Su	80	–

Tablo 7.1: Bazı Maddelerin Dielektrik Özellikleri

Boşluk veya havanın dielektrik katsayısı;

$\varepsilon_o = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ F/m dir. Bağıl dielektrik katsayısı k, ortamın dielektrik katsayısı ε olmak üzere, $k = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_o}$ dan hesap edilerek tablodaki değerler bulunmuştur.

Örnek 1: Paralel levhalı bir kondansatörün yüzey alanı 10 cm^2, levhalar arası uzaklık 2 mm dir.

a) Kondansatörün kapasitesini bulunuz.

b) Havanın dayanabileceği max elektrik alanı $3 \cdot 10^6$ V/ m ise kapasitörün taşıyabileceği max yük ne kadardır?

c) Dielektrik katsayısı k = 2 olan yalıtkan bir madde kondansatörün arasını dolduracak şekilde yerleştirilirse yeni kapasite değeri ne olur?

$S = 10 cm^2 = 10 \cdot 10^{-4}\ m^2$

$d = 2\ mm = 2 \cdot 10^{-3}$ m.

a) $C = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot \dfrac{1 \cdot 10 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-3}} = 4{,}425 \cdot 10^{-12}$ F

$= 4{,}425$ pF

(Soruda dielektrik maddeyle ilişkin bilgi verilmediği için hava alınmıştır.)

b) $E = \dfrac{U}{d} \Rightarrow 3 \cdot 10^{6} = \dfrac{U}{2 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow U = 6000$ Volt

$U = 6$ kV

$C = \dfrac{q}{U} \Rightarrow q = C \cdot U \Rightarrow q = 4{,}425 \cdot 10^{-12} \cdot 6 \cdot 10^{3}$

$q = 26 \cdot 10^{-9}$ C

Örnek 2: Dielektrik katsayısı 4,5 ve dielektrik sağlamlığı 12000 V / mm olan sıvı yağ kullanılarak paralel levhalı kondansatör yapılacaktır. Kondansatörün dayanma gerilimi 3000 Volt, kapasitesi 8,1 µF olmalıdır. Kondansatörün iletken levhaların yüzeyi kaç m^2 olmalıdır?

Dielektrik sağlamlığı, elektrik boşalması (kıvılcım) olmadan uygulanabilecek maximum elektrik alanıdır.

$E = \dfrac{U}{d} \Rightarrow 12000 = \dfrac{3000}{d} \Rightarrow 12000 \cdot d = 3000$

$d = 0{,}25$ mm $= 0{,}25 \cdot 10^{-3}$ m

$C = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot \dfrac{k \cdot S}{d} \Rightarrow 8{,}1 \cdot 10^{-6} = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot \dfrac{4{,}5\,S}{0{,}25 \cdot 10^{-3}}$

$2 \cdot 10^{-9} = 3{,}98 \cdot 10^{-11} \cdot S$

$\boxed{S = 50{,}25\ m^2}$

Örnek 3: Paralel levhalı değişken bir kondansatörün kapasitesi C'dir. İletken levhaların birbirini gören yüzeyini yarıya düşürüp, aralarındaki uzaklık 4 katına çıkarıldıktan sonra, levhalar arası dielektrik katsayısı k = 4 olan bir yalıtkan maddeyle doldurulursa kondansatörün yeni kapasitesi ne olur?

Kondansatörün hava ortamındaki kapasitesi , $C = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{k \cdot S}{d}$

$$C = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{S}{d}$$

Kondansatörün yeni kapasitesi, $C' = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{4 \cdot \frac{S}{2}}{4\,d}$

Hava ortamındaki kapasiteyle yeni kapasiteyi birbirine oranlarsak;

$$\frac{C = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{S}{d}}{C' = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{4\,\frac{S}{2}}{4\,d}} \Rightarrow \frac{C}{C'} = \frac{\frac{S}{d}}{4 \cdot \frac{\frac{S}{2}}{4\,d}} \Rightarrow \frac{C}{C'} = \frac{S}{d} \cdot \frac{4\,d}{4 \cdot \frac{S}{2}}$$

$$\frac{C}{C'} = \frac{S^2}{d} \cdot \frac{4\,d}{2\,S} \Rightarrow \frac{C}{C'} = 2 \Rightarrow 2\,C' = C \Rightarrow \boxed{C' = \frac{C}{2}}$$

Yeni kapasite değeri, öncekinin yarısı olur.

Örnek 4: Paralel levhalı bir kondansatörün levhaları arasındaki uzaklık 0,5 mm, levhaların alanı 400 cm^2, kapasite değeri ise 2,62 nF'dır. Levhaların arasındaki yalıtkan malzemenin dielektrik katsayısını bulunuz.

d= 0,5 mm = $0{,}5 \cdot 10^{-3}$ m

S= 400 cm^2 = $400 \cdot 10^{-4}$ m^2

C= 2,62 nF = $2{,}62 \cdot 10^{-9}$ F

k= ?

$$C = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{k \cdot S}{d}$$

$$2{,}62 \cdot 10^{-9} = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{k \cdot 400 \cdot 10^{-4}}{0{,}5 \cdot 10^{-3}}$$

$$2{,}62 \cdot 10^{-9} = \frac{3{,}54 \cdot 10^{-13} \cdot k}{0{,}5 \cdot 10^{-3}}$$

$3.54 \cdot 10^{-13} \cdot k = 1{,}31 \cdot 10^{-12}$

$$\boxed{k = 3{,}7}$$

Tablo 7.1'den bu yalıtkan maddenin kağıt olduğu anlaşılmaktadır.

Örnek 5: Levhaları arasında 1,77 mm uzaklık bulunan düzlem levhalı kondansatörün kapasitesi 2 nF'dır. Dielektrik maddesi hava olduğuna göre levhaların alanını bulunuz.

$d = 1{,}77 \cdot 10^{-3}$ m

$C = 2 \cdot 10^{-9}$ F

$k = 1$

$S = ?$

$$C = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{k \cdot S}{d} \Rightarrow 2 \cdot 10^{-9} = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{1 \cdot S}{1{,}77 \cdot 10^{-3}}$$

$$3{,}54 \cdot 10^{-12} = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot S$$

$$\boxed{S = 0{,}4 \text{ m}^2}$$

Örnek 6: 1000 pF'lık bir katı yalıtkanlı kondansatör yapılmak isteniyor. Katı yalıtkan malzeme olarakta kâğıt kullanılacaktır. Kağıdın kalınlığı 0,45 mm ve dielektrik sabiti 3,5 olduğuna göre iletken levhaların alanı ne olmalıdır?

$C = 1000 \cdot 10^{-12}$ F

$k = 3{,}5$

$d = 0{,}45 \cdot 10^{-3}$ m

$S = ?$

$$C = 8{,}85.10^{-12} \cdot \frac{k.S}{d} \Rightarrow 1000.\cancel{10^{-12}} = 8{,}85.\cancel{10^{-12}} \cdot \frac{3{,}5.S}{0{,}45.10^{-3}}$$

$$0{,}45 = 30{,}975 \cdot S$$

$$\boxed{S = 0{,}014 \text{ m}^2}$$

Örnek 7: Bir paralel plakalı kondansatörün boyutları 2 cm x 4 cm dir. Plakalar birbirinden 1 mm kalınlıktaki, bir kağıt ile ayrılmıştır. Kağıdın dielektrik sabiti 3,7 olduğuna göre bu kondansatörün kapasitesini bulunuz.

$S = 6 \cdot 10^{-4}$ m^2

$d = 1 \cdot 10^{-3}$ m

$k = 3{,}7$

$C = ?$

$$C = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{k \cdot S}{d} \Rightarrow 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{3{,}7 \cdot 6 \cdot 10^{-4}}{1 \cdot 10^{-3}}$$

$$\boxed{C = 19{,}65 \text{ pF}}$$

Örnek 8: 0,1 mm kalınlıktaki bir kağıt tabaka, plaka aralığı 0,4 mm olan hava ortamındaki kapasitesi 340 pF olan kondansatörün plakaları arasına konuluyor. Yeni kapasite değerini bulunuz.

Hava ortamındaki kondansatörde plakaların alanı bulunur.

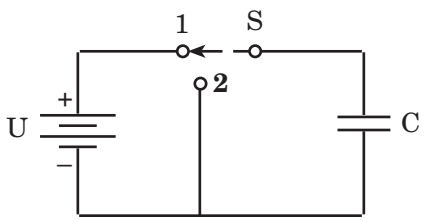
$$340.\cancel{10^{-12}} = 8{,}85 \,.\, \cancel{10^{-12}} \,.\, \frac{1 \,.\, S}{0{,}4 \,.\, 10^{-3}} \Rightarrow 0{,}136 = 8.85 \,.\, S$$

$$S = 0{,}015 \text{ m}^2$$

Kağıt kondansatörün kapasitesi ise;

$$C = 8{,}85 \,.\, 10^{-12} \,.\, \frac{3{,}7 \,.\, 0{,}015}{0{,}1 \,.\, 10^{-3}} \Rightarrow \boxed{C = 4{,}91 \text{ nF}}$$ olarak bulunur.

7.1.4 Kondansatörün Şarjı, Deşarjı ve Zaman Sabitesi



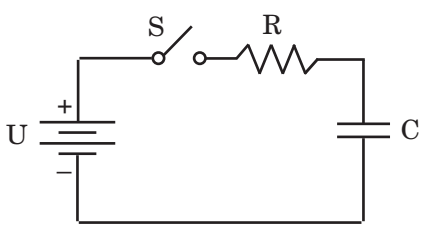
Şekil 7.11

Şekil 7.11'deki devrede, S anahtarı 1 konumunda iken, C kondansatörünün üst ucu (+), alt ucu da (–) olarak yüklenir. S anahtarının 1 konumuna alındığı ilk anda devreden akan akım maximumdur. Bundan dolayı kondansatör kısa devre gibi davranır. Belli bir zaman geçtikçe kondansatörün levhaları yüklenir ve levhalar arasında bir potansiyel farkı oluşur. Kondansatör doldukça, uçlarındaki gerilim de yükselerek bataryanın U emk'ine eşit olur. Bu anda devreden akım geçmez. Buna **kondansatörün şarjı** denir. Kondansatörde depo edilen bu enerji uzun süre korunabilir. Kondansatör üzerindeki voltaj, batarya elektronlarının hareketlerine karşı koyar. Bu suretle kondansatör şarj olurken devredeki elektron hareketleri de düzgün olarak azalır ve açık devre gibi davranır.

Özetlenecek olursa, **bir kondansatöre gerilim uygulandığında ilk anda kısa devre özelliği gösterir ve maximum akım akar. Fakat, üzerindeki voltaj düzgün bir şekilde yükselir. Kondansatör tam şarj olduğunda akım durur ve üzerindeki voltaj kaynak voltajına eşit olur.**

Şekil 7.11'deki devrede anahtarı 2 konumuna aldığımızda veya şarjlı bir kondansatörün uçlarını bir telle birleştirdiğimizde, levhalardaki yük giderek azalır ve

sıfıra ulaşır. Buna **kondansatörün deşarjı** denir. Bir kondansatörde, şarj ile deşarj akımları birbirinin tersi yönündedir.



Şekil 7.12

Şekil 7.12'deki devrede görüldüğü gibi, C kondansatörüne DC gerilim (U) uygulandığında, kondansatör birdenbire bu gerilime dolmayacaktır. İçinden geçen akıma bağlı olarak, bir müddet sonra dolacaktır. Akım şiddeti ne kadar küçük olursa kondansatörün, U gerilimine dolma (şarj) süresi o denli uzar. Devrede akımın değerini sınırlayan R direncidir. O halde, devrede R direncinin değeri ne kadar büyük olursa kondansatör o kadar geç dolacaktır. Bunun yanında, kondansatörün değeri de dolma süresini etkilemektedir. Kondansatör değeri büyüdükçe daha uzun sürede dolar. Kondansatörün dolması için geçen zamana **zaman sabitesi** denir ve τ (tau) ile gösterilir.

$$\boxed{\tau = R \cdot C}$$

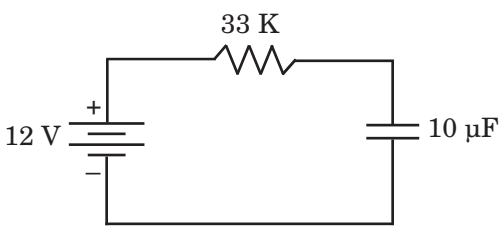
Zaman sabitesi formülünde;

R, Ω (Ohm)

C, F (Farad)

τ, saniye cinsindendir.

Örnek:



Şekildeki devrenin zaman sabitesini bulunuz.

$\tau = R \cdot C$

$\tau = 33 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-6}$

$\boxed{\tau = 0{,}33 \text{ saniye}}$

Kondansatörlerle yapılan laboratuvar çalışmaları, neticesinde bir kondansatörün;

1τ zamanında, kaynak geriliminin % 63'üne şarj olduğu,

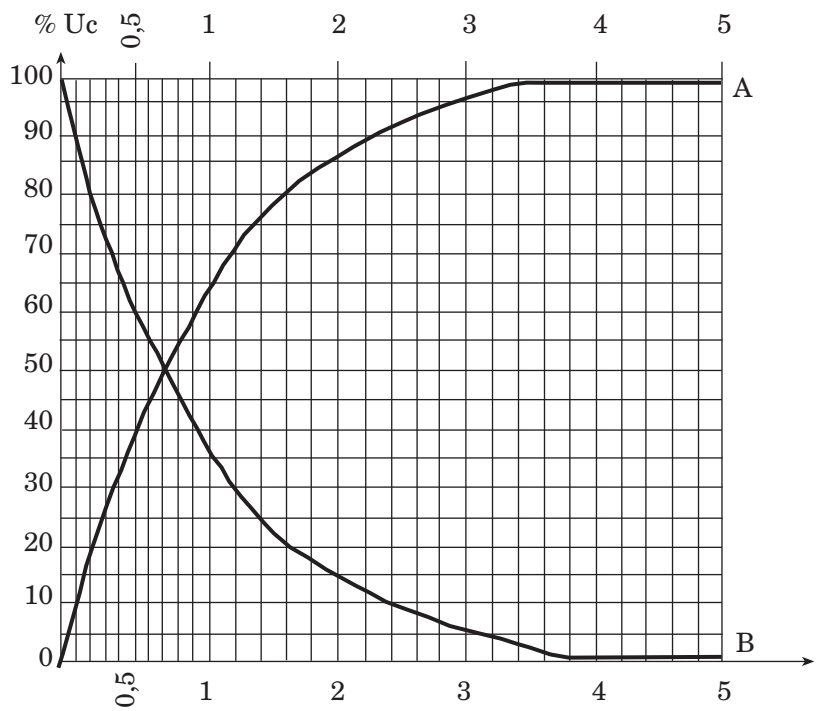
2 τ zamanında, kaynak geriliminin % 86'sına,

3 τ zamanında, kaynak geriliminin % 95'ine,

4τ zamanında, kaynak geriliminin % 98'ine,

5 τ zamanında, kaynak geriliminin % 99,3'üne şarj olduğu belirlenmiştir.

Bu ifadelerden görüldüğü gibi, bir kondansatör kendisine tatbik edilen gerilimin tamamına hemen hemen **5 zaman sabitesi süresinde şarj olur.** Pratikte kullanılan kondansatörler, hiçbir zaman, tatbik voltajının tamamına şarj olamazlar.



Şekil 7.13

Şekil 7.13'te bir kondansatöre ait şarj - deşarj eğrileri gösterilmiştir. A eğrisi şarj durumunu, B eğrisi ise deşarj durumunu gösterir. Yatay eksen, saniye cinsinden zaman sabitesini gösterirken dikey eksen % olarak kondansatör üzerindeki gerilimi gösterir. Örneğin, yatay eksende 1 zaman sabitesini bulalım. Bunun A eğrisini kestiği noktada kondansatör üzerindeki gerilim % 63, B eğrisini kestiği noktada ise yaklaşık % 37 buluruz.

Örnek 1: 3 K Ω'luk bir direnç, 0,2 µF' lık bir kondansatör seri olarak 20 Volt değerindeki bir kaynağa bağlıdır. Kondansatör ne kadar zaman sonra tatbik voltajının tamamına şarj olur?

Devrenin zaman sabitesi, $\tau = R \cdot C = 3 \cdot 10^3 \cdot 0{,}2 \cdot 10^{-6} = 6 \cdot 10^{-4}$ saniye

$= 0{,}6$ ms

Bir kondansatör, tatbik voltajının tamamına 5τ süresinde şarj olacağına göre;

$5\tau = 5 \cdot 0{,}6 = 3$ ms dir.

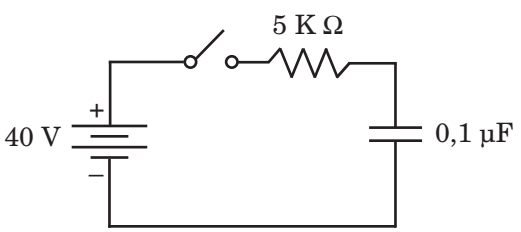
Örnek 2: 5 K Ω'luk bir direnç ile 0,1 µF'lık bir kondansatör seri olarak 40 Volt DC değerindeki bir kaynağa bağlıdır. Devreye gerilim uygulandıktan 1000 µs sonra;

a) Kondansatör üzerindeki gerilimi,

b) Direnç üzerindeki gerilimi,

c) Devreden geçen akımı bulunuz.

a) Devrenin zaman sabitesi,



$\tau = R \cdot C = 5 \cdot 10^3 \cdot 0{,}1 \cdot 10^{-6} =$ 500 µs

1000 µs sonra demek, 2τ demektir. Bir kondansatör, 2 τ süresinde kaynak gerilimin % 86'sına şarj olacaktır. 40 Volt'un % 86'sı,

Uc = 40 . % 86 = 34,4 Volt

b) Kirchhoff'un gerilimler kanununa göre,

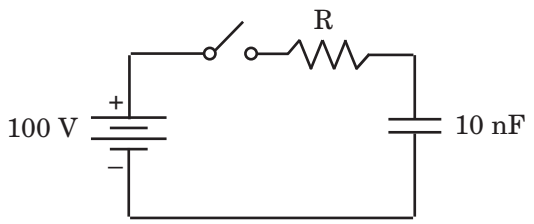
$40 = U_R + 34{,}4$

$\boxed{U_R = 5{,}6 \text{ Volt}}$

c) Devre akımını direnç üzerindeki gerilim belirlediğinden;

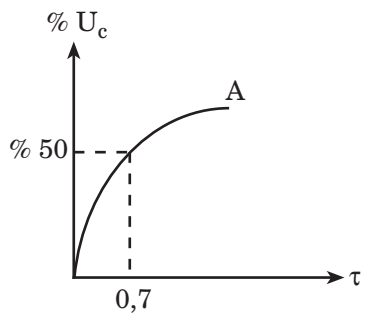
$$I = \frac{U_R}{R} = \frac{5{,}6 \text{ V}}{5 \text{ K}} = 1{,}12 \text{ mA}$$ olur.

Örnek 3: 10 nF'lık bir kondansatör, R direnciyle beraber 100 Volt'luk bir kaynağa seri bağlanır. 1000 μs sonra kondansatör 50 Volt'a şarj olduğuna göre devredeki R direncinin değerini bulunuz.



Kondansatör üzerindeki voltaj, tatbik voltajının $\frac{50\ V}{100}$ =% 50 sine eşittir.

Şekil 7.13'te dikey eksende 50 bulunarak, A eğrisini kestiği noktadan, yatay eksende 0,7 bulunur. Yani, 0,7 τ süresinde kondansatör üzerindeki gerilim tatbik voltajının % 50 sine eşittir.



0,7 τ = 1000 μs olduğuna göre devrenin zaman sabitesi,

τ = 1428,57 μs

τ = R . C formülünden,

$1428{,}57 \cdot 10^{-6} = R \cdot 10 \cdot 10^{-9}$

R = 142 857 Ω

R = 142,857 K Ω olarak bulunur.

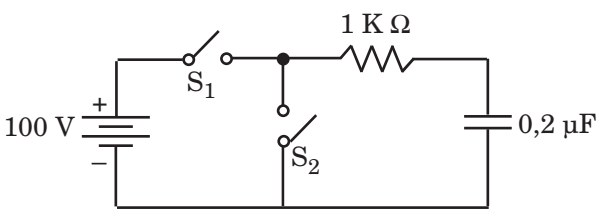
Örnek 4: 1 μF'lık kondansatör ile 1 KΩ'luk direnç, anahtar ile 200 Volt'luk güç kaynağına seri bağlıdır. Anahtar kapandıktan 2 ms sonra kondansatör üzerindeki voltaj ne kadardır?

Devrenin zaman sabitesi, $\tau = R \cdot C = 1 \cdot 10^{3} \cdot 1 \cdot 10^{-6} = 1 \cdot 10^{-3}$ s = 1 ms

2 ms, zaman sabitesinin 2 katı olduğundan, kondansatör 2 τ süresinde, kaynak geriliminin % 86'sına şarj olacaktır.

200 Volt'un % 86'sı; $200 \cdot \frac{86}{100} = 172$ Volt'tur.

Örnek 5:



Şekildeki devrede, direnç üzerindeki gerilim 37 V'a düşünceye kadar S_1 anahtarı kapalı, S_2 anahtarı ise açıktır. Bu andan itibaren S_1 açık, S_2 kapalı duruma alınmaktadır.

a) Direnç üzerinde 37 Volt düşünceye kadar geçen zamanı,

b) Kondansatörün deşarj durumunda 400 µs sonra kondansatör üzerindeki gerilimi bulunuz.

a) $U_R = 37$ Volt $\Rightarrow U_C = 63$ V olur. (Kirchhoff'un gerilimler kanunu)

Kaynak gerilimi 100 V, kondansatör üzerindeki gerilim 63 Volt ise geçen süre 1 τ'dir.

$\tau = R \cdot C = 1 \cdot 10^3 \cdot 0{,}2 \cdot 10^{-6} = 0{,}2 \cdot 10^{-3} = 0{,}2$ ms.

$= 200$ µs'dir.

b) 400 µs, 200 µs'nin 2 katı olduğundan, bir kondansatörün 2 t süresinde deşarj yüzdesi % 13'tür (Şekil 7.13)

$U_c = 63 \text{ V} \cdot \frac{13}{100} = 8{,}2$ Volt olur.

Kondansatörün şarjı esnasında; kondansatör uçlarındaki gerilim,

$U_c = U\left(1 - e^{-\frac{t}{R.C}}\right)$ denklemi ile, devreden geçen akım ise

$I = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{R.C}}$ denklemiyle bulunur.

Kondansatörün deşarjı esnasında kondansatör uçlarındaki gerilim yine;

$U_c = U \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$ ile bulunur.

Devreden geçen akım,

$I = -\frac{U}{R} e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$ formülüyle bulunur. Formüldeki e^x fonksiyonu, logaritma fonksiyonunun tersi fonksiyondur.

$e^x = y$ dersek ve her iki tarafın ln doğal logaritmasını alırsak,

$\ln e^x = \ln y$

$x \cdot \ln e = \ln y$ olur.

$\ln e = 1$ olduğundan

$x = \ln y$ olur.

Örnek 6: 2 μF'lık bir kondansatör, 1 KΩ'luk bir dirençle birlikte 220 Volt'luk kaynağa bağlıdır.

a) Devrenin zaman sabitesini,

b) Başlangıçtaki kondansatör uçlarındaki gerilimi,

c) İlk anda devreden geçen akımı,

d) Devreye gerilim uygulandıktan 1,5 ms sonraki kondansatör üzerindeki gerilimi ve devreden geçen akımı bulunuz.

a) $\tau = R \cdot C = 1 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-6} = 2 \cdot 10^{-3}$ s = 2 ms

b) Başlangıçta kondansatör uçlarındaki gerilim 0'dır.

c) $I_{max} = \frac{U}{R} = \frac{220\ V}{1\ K\ \Omega} = 220$ m A

d) $U_C = U\left(1 - e^{-t / R \cdot C}\right) = 220 \cdot \left(1 - e^{-1,5 \cdot 10^{-3} / 2 \cdot 10^{-3}}\right) = 220\left(1 - e^{-0,75}\right) e^{-0,75} = 0,47$

(Bu değer, e^x fonksiyonu olan hesap makinalarından bulunabilir)

$U_C = 220\ (1 - 0{,}47) = \underline{116,\ 6\ \text{Volt}}$

$$I = \frac{U}{R}\, e^{-t/RC} = \frac{220\ V}{1\ K\ \Omega} \cdot e^{-1{,}5/2} = 220\ m\ A \cdot e^{-0{,}75}$$

$I = 220\ mA \cdot 0{,}47 = \underline{103{,}4\ mA}$

Örnek 7: Üzerinde 220 Volt olan 2 µF'lık kondansatör, 5 K Ω'luk bir direnç üzerinden boşaltılıyor. 20 ms sonra kondansatör üzerindeki gerilimi ve devreden geçen akımın aldıkları değerleri hesaplayınız.

$\tau = R \cdot C = 5 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-6} = 10 \cdot 10^{-3}\ s = 10\ ms$

$U_C = U \cdot e^{-t/R \cdot C} = 220 \cdot e^{-20/10} = 220 \cdot e^{-2}$

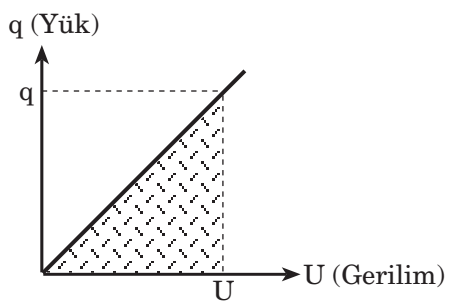
$e^{-2} = 0{,}135$ olduğundan

$U_C = 220 \cdot 0{,}135 = 29{,}7$ Volt

$$I = \frac{U}{R}\, e^{-t/RC} = \frac{220\ V}{5\ K\ \Omega} \cdot e^{-20/10} = 44\ m\ A \cdot e^{-2}$$

$I = 44\ mA \cdot 0{,}135 = \underline{5{,}94\ m\ A}$ olarak bulunur.

7.1.5 Kondansatörde Depo Edilen Enerji



Şekil 7.14

Şekil 7.14'te, bir kondansatörün q–U grafiği verilmiştir. Bu grafiğin eğimi, kapasite değerini vermektedir. Bir kondansatör, bir gerilim kaynağına bağlandığında belli bir süre sonra dolar. Güç ile zamanın çarpımı, enerjiyi vereceğinden kondansatörde elektrik enerjisinin depolandığını anlayabiliriz. Yüksek potansiyelle yüklü bir kondansatöre dokunursak, bizi çarpacaktır. Çünkü, iletken olan vücudumuz kondansatördeki yükün boşalmasına imkan tanır. Böyle yüksek potansiyelle yüklenmiş kondansatör devrelerinde (televizyon tüpleri) bu tür dokunmalar çarpılmaya ve hatta ölüme sebep olmaktadır.

Bir kondansatör, q = C . U bağıntısı geçerli olduğundan, başlangıçta yüksüz bir kondansatörün U potansiyel farkı altında q kadar yüklenmesini şekil 7.14'deki grafik ile gösterebiliriz. Grafikteki doğrunun eğimi C kapasitesini verir. Grafik altındaki alan da kondansatörde depolanan enerjiyi verir. Buna göre kondansatörde depolanan enerji;

$\boxed{W = \frac{1}{2} . q . U}$ dur. Bu formülde,

q → Yük (Coulomb)

U → Gerilim (Volt)

W → Enerji (Joule)'dur.

q = C . U veya $U = \frac{q}{C}$ eşitlikleri, $W = \frac{1}{2} q . U$ formülünde yerine yazılırsa;

$W = \frac{1}{2} C . U . U \quad \Rightarrow \quad \boxed{W = \frac{1}{2} C . U^2}$

$W = \frac{1}{2} . q . \frac{q}{C} \quad \Rightarrow \quad \boxed{W = \frac{1}{2} . \frac{q^2}{C}}$ formülleri elde edilir.

Her kondansatörün, belli bir yük depolama sınırı ve depolayabileceği maximum enerji vardır.

Örnek 1: 5 µF'lık bir kondansatörün uçlarına 600 Volt'luk gerilim uygulanmaktadır. Buna göre, kondansatörde depolanan enerjiyi bulunuz.

$W = \frac{1}{2} C . U^2 = \frac{1}{2} . 5 . 10^{-6} . (600)^2 = \underline{0,9 \text{ J}}$

Örnek 2: Yüksüz bir kondansatöre 12 Volt potansiyel farkı uygulandığında 48 µJ enerji depolanmaktadır. Kondansatörün kapasitesini bulunuz.

$W = \frac{1}{2} C . U^2 \Rightarrow 48 . 10^{-6} . = \frac{1}{2} . C . (12)^2$

$$48 \cdot 10^{-6} \cdot = \frac{1}{2} \cdot C \cdot 144 \quad \Rightarrow \quad 48 \cdot 10^{-6} = 72 \cdot C \quad \Rightarrow \quad C = 0{,}67 \cdot 10^{-6}\ F$$

$$\boxed{C = 0{,}67\ \mu F}$$

Örnek 3: 400 μF'lık bir kondansatör 200 Volt'luk potansiyel farkı ile yüklenmiştir. Kondansatörün uçları bir telle birleştirilirse kaç Cal'lık ısı enerjisi yayılır? (4 Joule = 1 Cal)

$$W = \frac{1}{2} C \cdot U^2 \quad \Rightarrow \quad W = \frac{1}{2} \cdot 400 \cdot 10^{-6} \cdot (200)^2$$

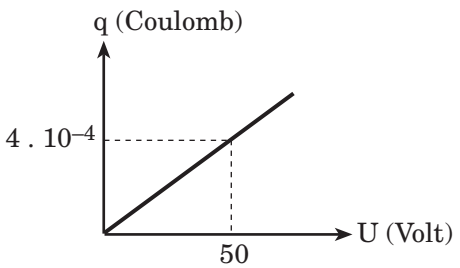
W = 8 Joule

4 J 1 Cal

8 J x

$4x = 8 \quad \Rightarrow \quad \boxed{x = 2\ Cal}$

Örnek 4:



Bir kondansatörün uçlarındaki gerilim ile değişen yük miktarının grafiği verilmiştir. Kondansatörün uçlarına 1000 Volt uygulanırsa depolanan enerji ne kadardır?

$$C = \frac{q}{U} = \frac{4 \cdot 10^{-4}}{50} = 8\ \mu F$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 10^{-6} \cdot (1000)^2 = 4\ Joule$$

Örnek 5: Plakalarından birinin alanı 100 cm^2 olan paralel plakalı kondansatörün plakaları arası 0,5 cm olup, dielektrik sabiti 2,26 olan yalıtkanla doludur. Bu kondansatör, 2000 Volt'luk bir gerilimle yükleniyor. Buna göre kondansatörün,

a) Kapasitesini,

b) Yükünü,

c) Enerjisini bulunuz.

a) $C = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{k \cdot S}{d} = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{2{,}26 \cdot 100 \cdot 10^{-4}}{0{,}5 \cdot 10^{-2}} = \underline{\underline{40\ pF}}$

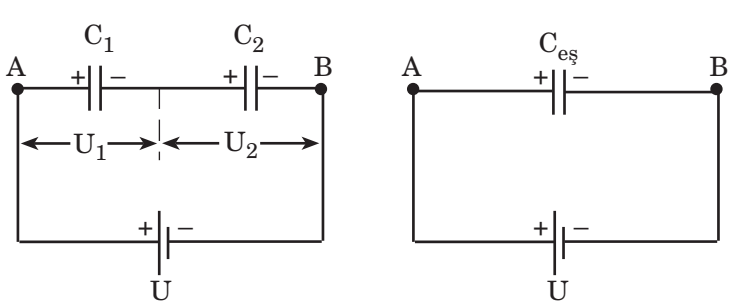
b) $q = C \cdot U = 40 \cdot 10^{-12} \cdot 2000 = \underline{\underline{0{,}08\ \mu C}}$

c) $W = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(0{,}08 \cdot 10^{-6})}{40 \cdot 10^{-12}} = \underline{\underline{8 \cdot 10^{-5}\ Joule}}$

7.1.6. Kondansatör Bağlantıları

Her zaman, amaca uygun bir kondansatörü hazır olarak bulmak mümkün olmayabilir. Bu nedenle, kondansatörleri birbirine bağlayarak tek bir kondansatörün görevini yapacak duruma getirebiliriz. Elektrik / elektronik devrelerde, istenilen değerde kondansatör her zaman elimizde bulunmayabilir. Kullanılış amacına göre, bağlantı şekilleri de değişir.

a) Seri Bağlantı



Şekil 7.15 Kondansatörlerin Seri Bağlanması ve Eşdeğer Kondansatörler

İki veya daha fazla kondansatör, şekil 7.15'te görüldüğü gibi birinin (–) yüklü levhası, diğerinin (+) yüklü levhasına bağlanırsa seri bağlanmış olurlar. Başlangıçta yüksüz olan C_1 ve C_2 kondansatörlerinden, C_2'nin bir levhası üretecin (–) kutbuna bağlanmakla –q yükü kazanmışsa, diğer levhadaki (–) yükleri iterek +q yükü kazanır. Bu itilen –q yükü C_1 kondansatörüne, C_2 kondansatöründen geldiği için C_1'in bu levhası –q ile yüklenir ve C_1'in diğer levhasındaki (–) yükleri ittiği için ikinci levhası da +q ile yüklenir. Öyleyse, **seri bağlı kondansatörlerin yükleri birbirine eşittir.** q_t toplam yük olmak üzere,

$\boxed{q_t = q_1 = q_2}$ yazılabilir.

Buradaki yük, seri bağlı direnç devresindeki akıma benzetilebilir. Seri bağlı direnç devresinde, nasıl her dirençten geçen **akım** birbirine eşitse, seri bağlı kondansatör devresinde de her kondansatörden geçen **yük** birbirine eşittir.

C_1 ve C_2 kondansatörlerinin üzerindeki gerilim U_1 ve U_2 ise devreye uygulanan gerilim, Kirchhoff'un gerilimler kanununa göre;

$\boxed{U = U_1 + U_2}$ dir.

C_1 ve C_2 kondansatörlerinin yerine aynı q yükü kadar yük depo eden tek kondansatörün kapasitesine, bu sistemin **eşdeğer kapasitesi** denir ve eşdeğer kapasiteyi $C_{eş}$ sembolüyle gösterebiliriz.

$\mathbf{U = \frac{q_t}{C_{eş}}}$, $\mathbf{U_1 = \frac{q_1}{C_1}}$, $\mathbf{U_2 = \frac{q_2}{C_2}}$ gerilimleri,

$U = U_1 + U_2$ eşitliğinde yerine yazılırsa

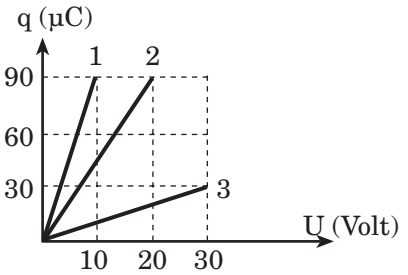
$\frac{q_t}{C_{eş}} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2}$ ve yükler sadeleştirilirse;

$\boxed{\frac{1}{C_{eş}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$ veya $\boxed{C_{eş} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}}$ elde edilir.

İkiden fazla seri bağlı kondansatör için eşdeğer kapasite,

$\boxed{\frac{1}{C_{eş}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} ..... + \frac{1}{C_n}}$ ile bulunur.

Örnek 1:

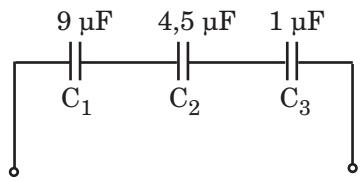


Yük – gerilim grafiği verilen kondansatörler, seri bağlanacak olursa, eşdeğer kapasiteyi bulunuz.

$$C_1 = \frac{q_1}{U_1} = \frac{90}{10} = 9\ \mu F$$

$$C_2 = \frac{q_2}{U_2} = \frac{90}{20} = 4{,}5\ \mu F$$

$$C_3 = \frac{q_3}{U_3} = \frac{30}{30} = 1\ \mu F$$

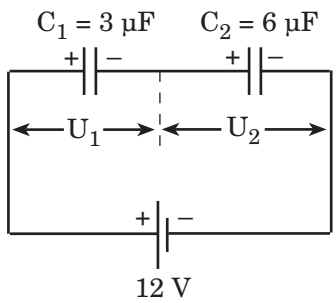


$$\frac{1}{C_{eş}} = \underset{(1)}{\frac{1}{9}} + \underset{(2)}{\frac{1}{4{,}5}} + \underset{(9)}{\frac{1}{1}} = \frac{1+2+9}{9} = \frac{12}{9}$$

$$C_{eş} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} = 0{,}75\ \mu F$$

Örnek 2:

Şekildeki devrede;



a) Eşdeğer kapasite,

b) Toplam yük,

c) Herbir kondansatörün yükü,

d) Herbir kondansatörün üzerindeki gerilim nedir?

a) $C_{eş} = \dfrac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \dfrac{3 \cdot 6}{3 + 6} = \underline{2\ \mu F}$

b) $C_{eş} = \dfrac{q_t}{U} \Rightarrow 2 = \dfrac{q_t}{12} \Rightarrow \underline{q_t = 24\ \mu C}$

c) Seri bağlı kondansatörlü devrede, herbir kondansatör yükü, toplam yüke eşittir.

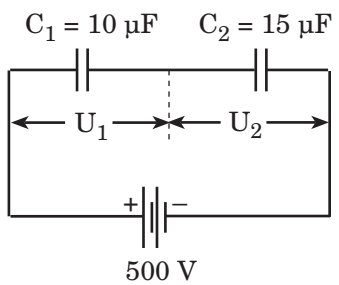
$q_t = q_1 = q_2 = \underline{24\ \mu C}$

d) $U_1 = \dfrac{q_1}{C_1} = \dfrac{24\ \mu C}{3\ \mu F} = \underline{8\ Volt}$

$U_2 = \dfrac{q_2}{C_2} = \dfrac{24\ \mu C}{6\ \mu F} = \underline{4\ Volt}$

Örnek 3:

Şekildeki devrede;



a) $C_{eş}$ = ?

b) U_1 = ?

c) U_2 = ?

d) C_1 ve C_2'de depolanan enerjiler oranını $\left(\dfrac{W_1}{W_2}\right)$ bulunuz.

a) $C_{eş} = \dfrac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \dfrac{10 \cdot 15}{10 + 15} = \dfrac{150}{25} = 6\ \mu F$

b) Devreden geçen yük $q_t = C_{eş} \cdot U = 6 \cdot 500 = 3000\ \mu C$

$U_1 = \dfrac{q_1}{C_1} = \dfrac{3000\ \mu C}{10\ \mu F} = 300\ Volt$

c) $U_2 = \frac{q_2}{C_2} = \frac{3000\ \mu C}{15\ \mu F} = 200$ Volt

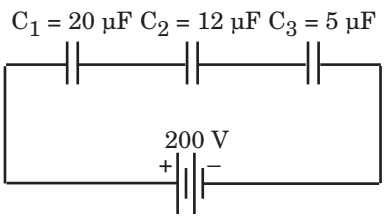
d) $W_1 = \frac{1}{2}\ .\ q\ .\ U_1 = \frac{1}{2} .\ 3000\ .\ 10^{-6}\ .\ 300 = 0{,}45$ J

$W_2 = \frac{1}{2}\ .\ q\ .\ U_2 = \frac{1}{2} .\ 3000\ .\ 10^{-6}\ .\ 200 = 0{,}3$ J

$\frac{W_1}{W_2} = \frac{0{,}45}{0{,}3} = 1{,}5$

Örnek 4:

Şekildeki devrede;



a) $C_{eş}$ = ?

b) U_1 , U_2 , U_3 = ?

c) C_2'de depolanan enerjiyi bulunuz.

a) $\frac{1}{C_{eş}} = \frac{1}{20} + \frac{1}{12} + \frac{1}{5} = \frac{3+5+12}{60} = \frac{20}{60}$

(3) (5) (12)

$C_{eş} = 3\ \mu F$

b) $q_t = C_{eş}\ .\ U = 3\ .\ 200 = 600\ \mu C$

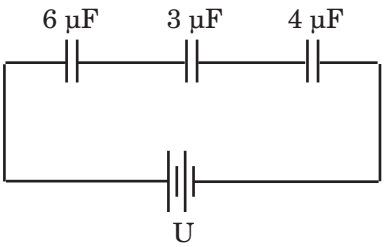
$U_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{600}{20} = \underline{30 \text{ Volt}}$

$U_2 = \frac{q_2}{C_2} = \frac{600}{12} = \underline{50 \text{ Volt}}$

$U_3 = \frac{q_3}{C_3} = \frac{600}{5} = \underline{120 \text{ Volt}}$

c) $W_2 = \frac{1}{2} \cdot q \cdot U_2 = \frac{1}{2} \cdot 600 \cdot 10^{-6} \cdot 50 = \underline{0{,}015 \text{ Joule}}$

Örnek 5:



Şekildeki devrede, 3 µF'lık kondansatör üzerinde 120 Volt varsa devreye uygulanan gerilimi bulunuz.

3 µF'lık kondansatör üzerinde 120 Volt varsa devreden geçen yük;

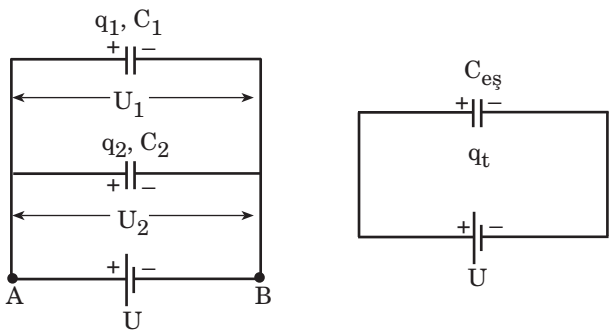
$q_t = C \cdot U = 3\ \mu F \cdot 120\ V = \underline{360\ \mu C}$

$q_t = C_{eş} \cdot U$ 'dan $\quad \frac{1}{C_{eş}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{2+4+3}{12} = \frac{9}{12}$

$$C_{eş} = 1{,}33\ \mu F$$

$$q_t = C_{eş} \cdot U \Rightarrow U = \frac{q_t}{C_{eş}} = \frac{360\ \mu C}{1{,}33\ \mu F} = \underline{270{,}67 \text{ Volt}}$$

b) Paralel Bağlantı



Şekil 7.16: Kondansatörlerin Paralel Bağlanması ve Eşdeğer Kapasite

İki veya daha fazla kondansatör, aynı işaretle yüklü levhaları birbirine şekil 7.16'daki gibi bağlanırsa paralel bağlanmış olur.

Başlangıçta yüksüz olan C_1 ve C_2 kondansatörlerin uçlarına U potansiyel farkı uygulandığında A ucuna bağlı levhalar pozitif (+) yüklenirken, B ucuna bağlı levhalar negatif (–) yüklenir. Her iki kondansatörün uçları aynı gerilime bağlı olduğundan, **paralel bağlı kondansatörlerde gerilim eşittir.** Yani;

$\boxed{\mathbf{U = U_1 = U_2}}$ yazılabilir.

Kondansatörlerin yükleri ise kapasiteleriyle doğru orantılıdır. Kondansatörlerin uçları arasındaki gerilim, kondansatörlerin kapasitelerine göre ayrı ayrı yükleyecektir.

$\boxed{\mathbf{q_t = q_1 + q_2}}$

$\mathbf{q_t = C_{eş} \cdot U,}$ $\mathbf{q_1 = C_1 \cdot U_1,}$ $\mathbf{q_2 = C_2 \cdot U_2}$ ifadeleri,

$q_t = q_1 + q_2$ eşitliğinde yerine yazılırsa;

$C_{eş} \cdot U = C_1 \cdot U_1 + C_2 \cdot U_2$ elde edilir.

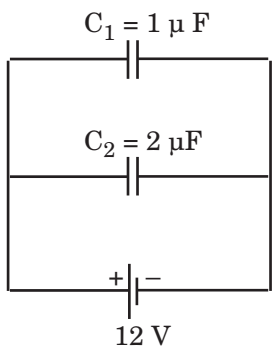
$U = U_1 = U_2$ olduğundan;

$\boxed{C_{eş} = C_1 + C_2}$ bulunur.

İkiden fazla kondansatör paralel bağlanmışsa eşdeğer kapasite,

$\boxed{\mathbf{C_{eş} = C_1 + C_2 + C_3 + ... C_n}}$ olur.

Örnek 1:



Şekildeki devrenin;

a) Eşdeğer kapasitesini,

b) Devrenin toplam yükünü,

c) Herbir kondansatörün gerilimini,

d) Herbir kondansatörün yükünü bulunuz.

a) $C_{eş} = C_1 + C_2 = 1 + 2 = 3\ \mu F$

b) $q_t = C_{eş} \cdot U = 3 \cdot 12 = 36\ \mu C$

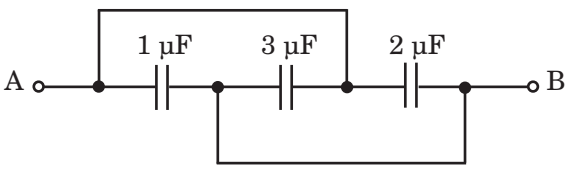
c) $U = U_1 = U_2 = 12\ V$

d) $q_1 = C_1 \cdot U_1$ $\quad q_2 = C_2 \cdot U_2$ $\quad q_t = q_1 + q_2$

$q_1 = 1 \cdot 12$ $\quad q_2 = 2 \cdot 12$ $\quad 36 = 12 + 24$

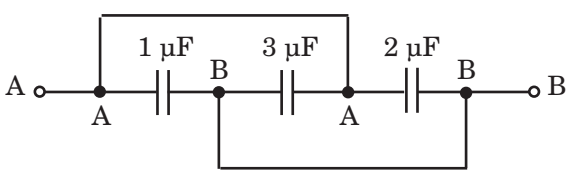
$q_1 = 12\ \mu C$ $\quad q_2 = 24\ \mu C$

Örnek 2:



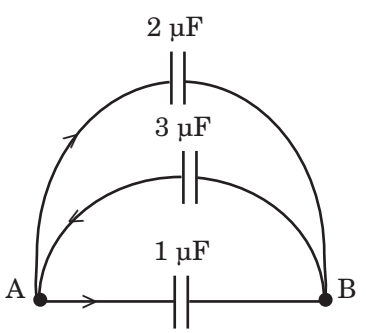
$C_{A-B} = ?$

Verilen devreyi daha anlaşılır hale sokmak için, eşdeğer direnç bulmada yaptığımız gibi harf yöntemini uygulayalım. Hatırlanacağı gibi bu metod, her düğüm noktası bir harf ile sembolize edilir.



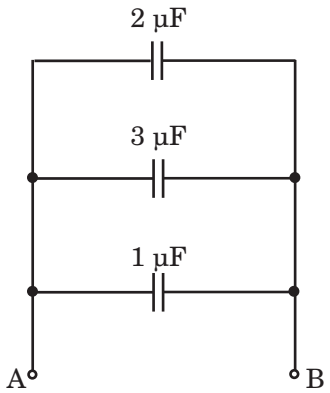
Kısa yoldan, sonuca ulaşmak için ise aynı iletken üzerindeki düğüm noktalarına aynı harf verilmelidir.

Düğüm noktaları, yukarıda görüldüğü gibi harflerle sembolize edildikten sonra,



A . .B şeklinde iki nokta yanyana konulur. Daha sonra verilen kondansatörler bu iki nokta arasına yerleştirilir.

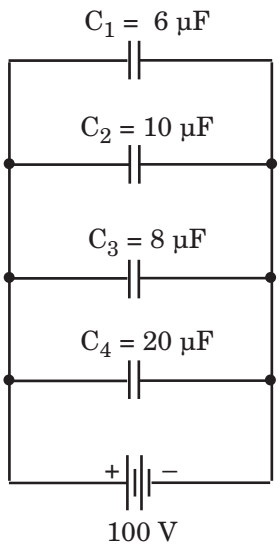
İlk önce A–B arasına 1 µF'lık kondansatör yerleştirilir. B–A arasına 3 µF'lık kondansatör ve A–B arasına 2 µF'lık kondansatör yerleştirilir. Böylece, üç kondansatörün paralel bağlı olduğu anlaşılır.



$C_{A-B} = 2 + 3 + 1$

$\boxed{C_{A-B} = 6\ \mu F}$

Örnek 3:



Şekildeki devrede;

a) Ceş = ?

b) Herbir kondansatörün yükünü,

c) Toplam yükü bulunuz.

a) $C_{eş} = 6 + 10 + 8 + 20 = 44\ \mu F$

b) $q_1 = C_1 \cdot U_1 = 6\ \mu F \cdot 100\ V = 600\ \mu C$

$q_2 = C_2 \cdot U_2 = 10\ \mu F \cdot 100\ V = 1000\ \mu C$

$q_3 = C_3 \cdot U_3 = 8\ \mu F \cdot 100\ V = 800\ \mu C$

$q_4 = C_4 \cdot U_4 = 20\ \mu F \cdot 100\ V = 2000\ \mu C$

$q_t = 600 + 1000 + 800 + 2000$

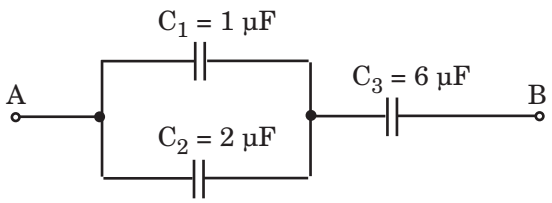
$q_t = 4400\ \mu C$

c) $q_t = C_{eş} \cdot U = 44\ \mu F \cdot 100 = 4400\ \mu C$

c) Seri-Paralel (Karışık) Bağlantı

Hem seri, hem de paralel bağlanmış kondansatörleri içeren bu tür devrelerde karışık bağlı dirençlerde olduğu gibi kendi aralarında seri veya paralel bağlanmış kondansatörlerin çözümünden sonra, diğer kondansatörleri ile bağlama şekillerine göre yeniden değerlendirilerek ve sondan başa doğru adım adım hesaplanmalıdır.

Örnek 1:



Şekildeki kondansatörlü devrenin A–B noktaları arasına 100 Volt'luk gerilim uygulanmaktadır. Buna göre;

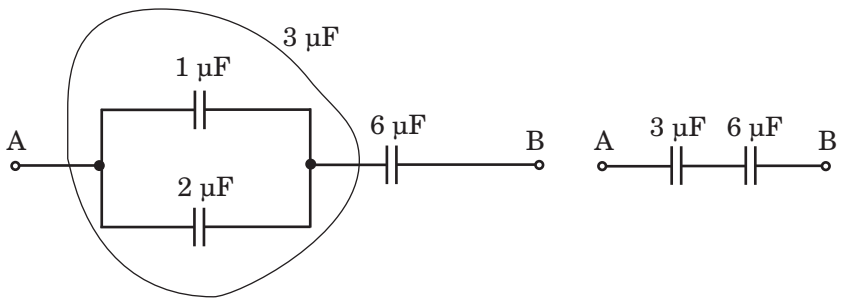
a) Eşdeğer kapasiteyi,

b) Toplam yükü,

c) C_3 kondansatörü üzerindeki gerilimi,

d) C_1 kondansatörünün yükünü bulunuz.

a)



$$C_{A-B} = C_{eş} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = \underline{2\ \mu F}$$

b) $q_t = C_{eş} \cdot U = 2\ \mu F \cdot 100\ V = \underline{200\ \mu C}$

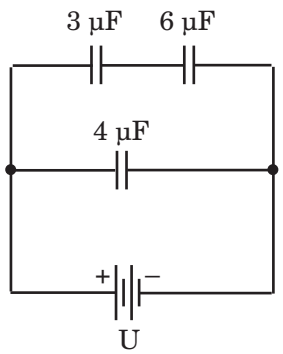
c) Yükü, akıma benzetirsek C_3'den de 200 μC'luk yük geçer.

$$q_3 = C_3 \cdot U_3 \Rightarrow U_3 = \frac{q_3}{C_3} = \frac{200\ \mu C}{6\ \mu F} = \underline{33{,}33\ \text{Volt}}$$

d) C_1 ve C_2 üzerinde düşen voltaj, 100 – 33,33 = 66,67 Volt'tur.

$$q_1 = C_1 \cdot U_1 = 1\ \mu F \cdot 66{,}67\ V = \underline{66{,}67\ \mu C}$$

Örnek 2:



Şekildeki 6 μF'lık kondansatörde depo edilen enerji 3 Joule olduğuna göre devreye uygulanan U geriliminin değerini bulunuz.

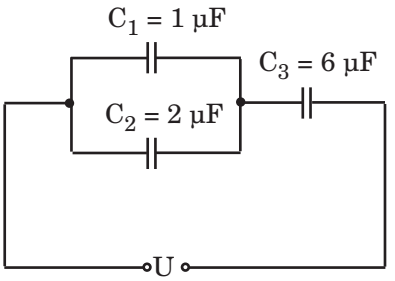
6 μF'lık kondansatörlerin enerjisi 3 J olduğuna göre bu kondansatörün yükü,

$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C} \Rightarrow 3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{6 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow 3 = \frac{q^2}{12 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow q = 6 \cdot 10^{-3}\ C$$

3 μF ve 6 μF'lık kondansatörlerin eşdeğeri $\frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = 2\ \mu F$'tır ve buradan da $6 \cdot 10^{-3}$ C yük geçer. Bu koldaki gerilim ise tatbik gerilimine eşit olur.

$$U = \frac{q}{C} = \frac{6 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-6}} = \underline{3000\ \text{Volt}}$$

Örnek 3:



Şekildeki devrede C1 kondansatöründeki yük 900 µC olduğuna göre;

a) C1 ve C2 kondansatörleri üzerindeki gerilimi,

b) C2 ve C3 kondansatörlerindeki yükleri,

c) C3 kondansatörü üzerindeki gerilimi ve U gerilimini bulunuz.

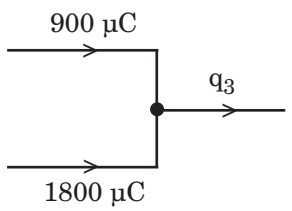
d) Eşdeğer kapasiteyi,

e) Toplam yükü bulunuz.

a) C_1 üzerindeki gerilim, aynı zamanda C_2 üzerindeki gerilime eşittir.

$$U_1 = U_2 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{900\ \mu C}{1\ \mu F} = \underline{\underline{900\ Volt}}$$

b) C_2 üzerindeki yük, $q_2 = C_2 \cdot U_2 = 2\ \mu F \cdot 900 = \underline{\underline{1800\ \mu C}}$

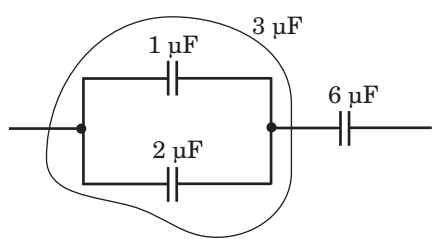


$q_3 = 900 + 1800 = \underline{\underline{2700\ \mu C}}$

c) C_3 üzerindeki gerilim; $U_3 = \frac{q_3}{C_3} = \frac{2700\ \mu C}{6\ \mu F} = 450\ Volt$

$U = 900 + 450 = \underline{\underline{1350\ Volt}}$

d)

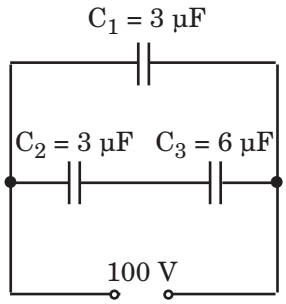


$$C_{eş} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = \underline{\underline{2\ \mu F}}$$

e) $q_t = C_{eş} \cdot U = 2 \cdot 1350 = \underline{\underline{2700}}\ \mu C$

Örnek 4:

Şekildeki devrede;



a) C_2 ve C_3 üzerindeki gerilimleri bulunuz.

b) Herbir kondansatörden geçen yükleri bulunuz.

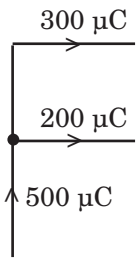
c) Herbir kondansatörün enerjilerini bulunuz.

a) $C_{eş} = 5\ \mu F$ olduğuna göre toplam yük, $q_t = C_{eş} \cdot U = 5\ \mu F \cdot 100$

$q_t = 500\ \mu C$'dur.

C_1 üzerindeki yük, $q_1 = C_1 \cdot U = 3\ \mu F \cdot 100 = 300\ \mu C$

C_2 ve C_3'den 200 µC'luk yük geçer.



$$U_2 = \frac{q_2}{C_2} = \frac{200\ \mu C}{3\ \mu F} = \underline{66{,}67\ Volt}$$

$$U_3 = \frac{q_3}{C_3} = \frac{200\ \mu C}{6\ \mu F} = \underline{33{,}33\ Volt}$$

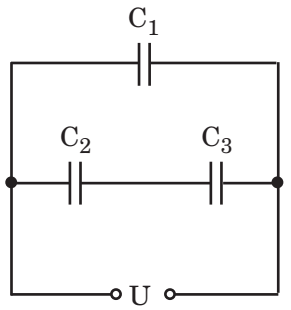
b) C_1'den 300 µC, C_2 ve C_3'den 200 µC'luk yük geçer.

c) $W_1 = \frac{1}{2} \cdot q_1 \cdot U_1 = \frac{1}{2} \cdot 300 \cdot 10^{-6} \cdot 100 = \underline{0{,}015\ J}$

$W_2 = \frac{1}{2} \cdot q_2 \cdot U_2 = \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 10^{-6} \cdot 66{,}67 = \underline{6{,}67 \cdot 10^{-3}\ J}$

$W_3 = \frac{1}{2} \cdot q_3 \cdot U_3 = \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 10^{-6} \cdot 33{,}33 = \underline{3{,}33 \cdot 10^{-3}\ J}$

Örnek 5:



C_1, C_2 ve C_3 kondansatörleri özdeş olup şekildeki gibi bağlanarak U gerilimiyle yükleniyorlar. C_1 kondansatörünün yükü 10 µC olduğuna göre C_2 kondansatörünün yükünü bulunuz.

$C = C_1 = C_2 = C_3$ olduğundan,

$$C_{eş} = \frac{C_2 \cdot C_3}{C_2 + C_3} + C_1 = \frac{C \cdot C}{C + C} + C = \frac{C^2}{2C} + \frac{C}{1} = \frac{C^2 + 2C^2}{2C}$$

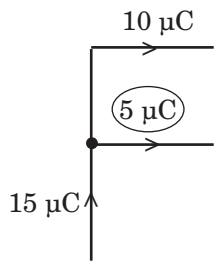
(2 C)

$$C_{eş} = \frac{3C^2}{2C} = \frac{3C}{2} = \frac{3}{2} \cdot C \text{ 'dir.}$$

C_1'in yükü belli olduğuna göre bu kondansatör üzerindeki gerilim,

$$U_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{10\,\mu C}{C} = U \text{ olur.}$$

Devreden geçen toplam yük, $q_t = C_{eş} \cdot U = \frac{3}{2} \cdot \cancel{C} \cdot \frac{10}{\cancel{C}} = 15\,\mu C$ olur.

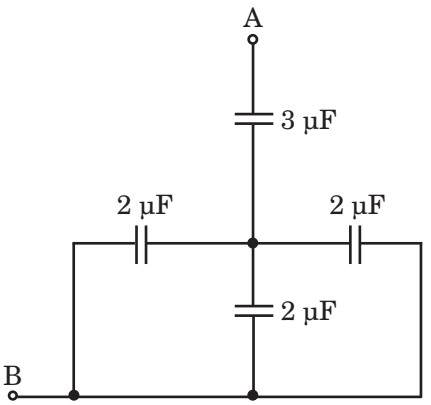


C_2 ve C_3'den aynı yük geçeceğinden,

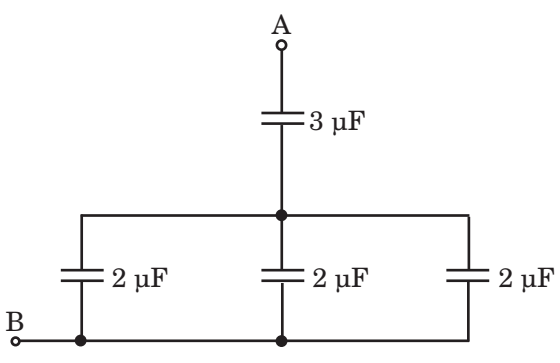
$q_t = q_1 + q_2$

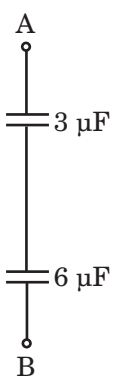
$15 = 10 + q_2 \Rightarrow \boxed{q_2 = 5\,\mu C}$ bulunur.

Örnek 6:



Şekildeki sistemin A–B noktaları arasına 100 Volt'luk bir gerilim uygulandığında 3 µF'lık kondansatör üzerindeki yükü bulunuz.





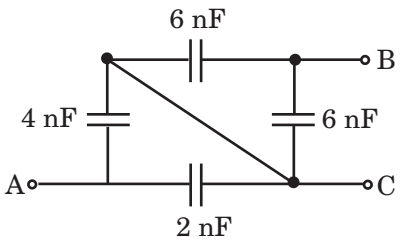
$$C_{A-B} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = \frac{18}{9} = 2\ \mu F$$

3 µF'lık kondansatörden geçen yük aynı zamanda devrenin toplam yüküne eşit olacağından;

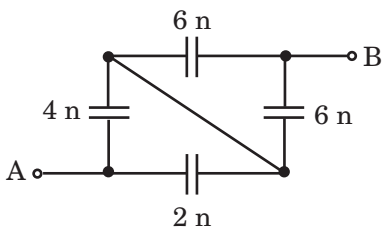
$q_t = C_{eş} \cdot U = 2\ \mu F \cdot 100\ V$

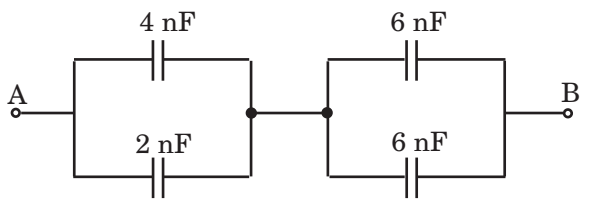
$q_3 = q_t = 200\ \mu C$ olarak bulunur.

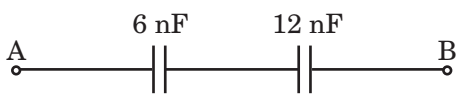
Örnek 7:



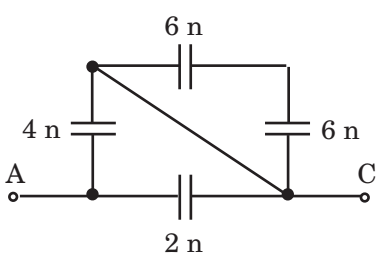
Şekildeki devrede A–B arasındaki eşdeğer kapasite C_1 , A–C arasındaki eşdeğer kapasite C_2 ise $\frac{C_1}{C_2}$ oranını bulunuz.

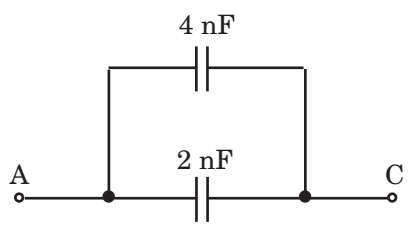






$$C_{A-B} = C_1 = \frac{6 \cdot 12}{6 + 12} = 4 \text{ nF}$$

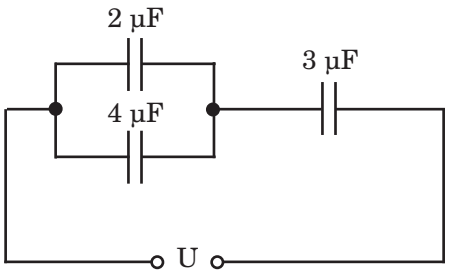




$C_{A-C} = C_2 = 6$ nF

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{4 \text{ nF}}{6 \text{ nF}} = \frac{2}{3}$$

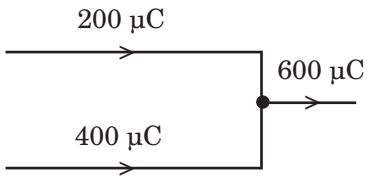
Örnek 8:



Şekildeki devrede U gerilimiyle yüklenen kondansatörlerden 2 µF'lık kondansatörün üzerindeki yük 200 µC olduğuna göre 3 µF'lık kondansatörün enerjisini bulunuz.

2 µF'lık kondansatör üzerindeki gerilim, $U_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{200}{2} = 100$ Volt

4 µF'lık kondansatörün yükü, $q_2 = C_2 \cdot U_1 = 4\ \mu F \cdot 100 = 400\ \mu C$'dur.



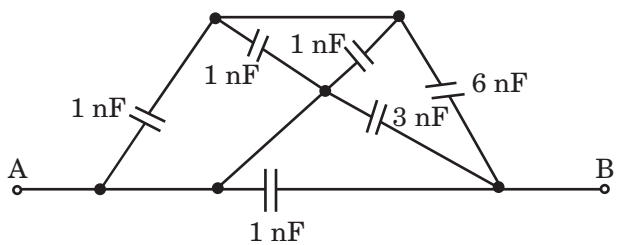
Devreden geçen toplam yük,

200 + 400 = 600 µC'dur.

3 µF'lık kondansatördeki yük, devrenin toplam yüküne eşit olacağından,

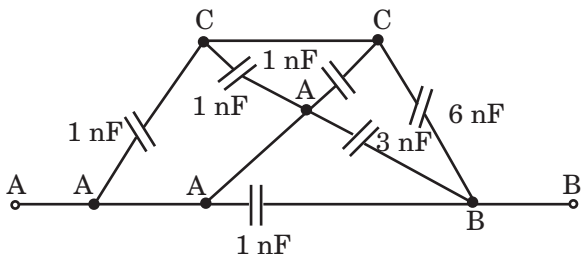
$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(600 \cdot 10^{-6})^2}{3 \cdot 10^{-6}} = 0{,}06 \text{ Joule}$$

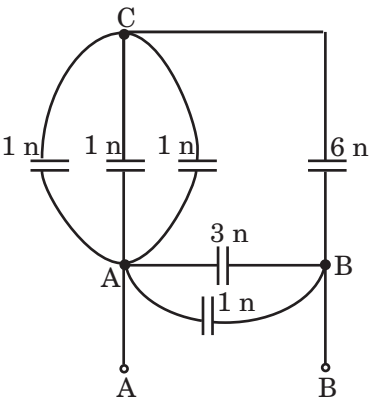
Örnek 9:

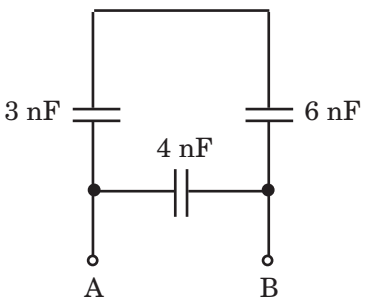


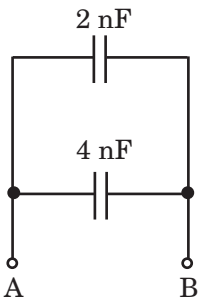
Şekildeki kondansatör sisteminin A–B noktaları arasına 120 Volt uygulanırsa devrenin toplam yükünü bulunuz.

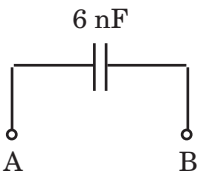
$q_t = C_{eş} \cdot U_{A-B}$ den Ceş'in bulunması gerekir.







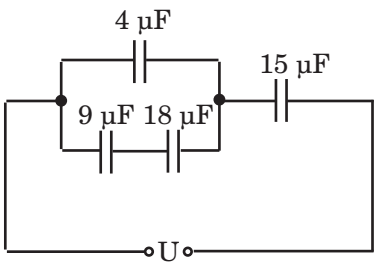




$C_{A-B} = 6$ nF

$q_t = C_{eş} \cdot U_{A-B} = 6 \cdot 10^{-9} \cdot 120 = 720 \cdot 10^{-9}$ C

Örnek 10:

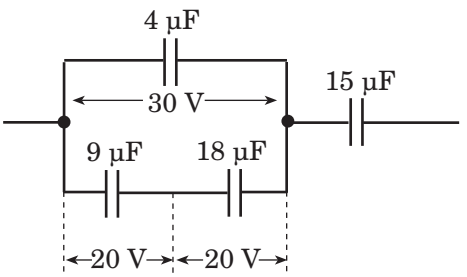


Şekildeki devrede 9 µF'lık kondansatör uçlarında 20 Volt olduğuna göre devreye uygulanan gerilim (U) değerini bulunuz.

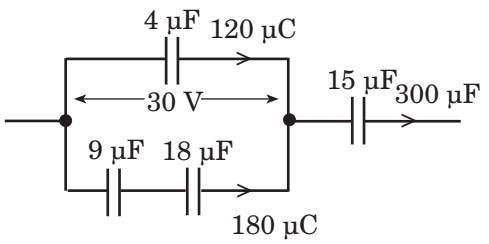
9 µF'lık kondansatör ile 18 µF'lık kondansatörden aynı yük geçeceğine göre bu yük;

$q_1 = 9\ \mu F \cdot 20 = 180\ \mu C$

18 µF'lık kondansatör üzerindeki gerilim, $U_{18\mu F} = \dfrac{180\ \mu C}{18\ \mu F} = 10$ Volt



4 µF'lık kondansatörün yükü, $q_{4\mu F} = 4\ \mu F \cdot 30\ V = 120\ \mu C$



15 µF'lık kondansatörden geçen yük, 120 µC + 180 µC = 300 µC 'dur.

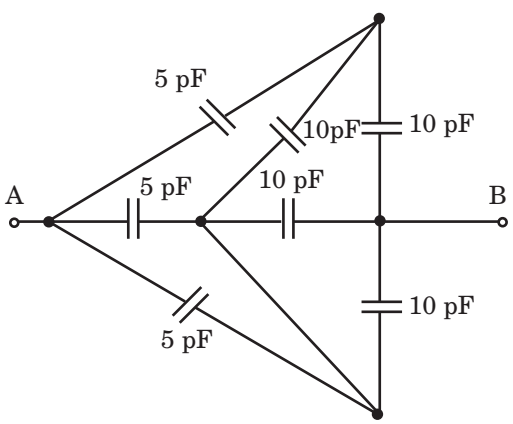
15 µF'lık kondansatör üzerindeki gerilim;

$$U_{15\mu F} = \frac{300\ \mu C}{15\ \mu F} = 20\ Volt$$

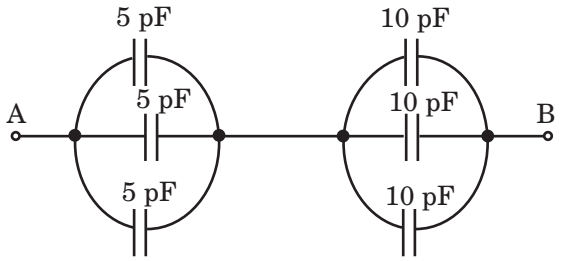
$$U = U_{4\,\mu F} + U_{15\,\mu F} = 30 + 20$$

$$\boxed{U = 50\ Volt}$$

Örnek 11:



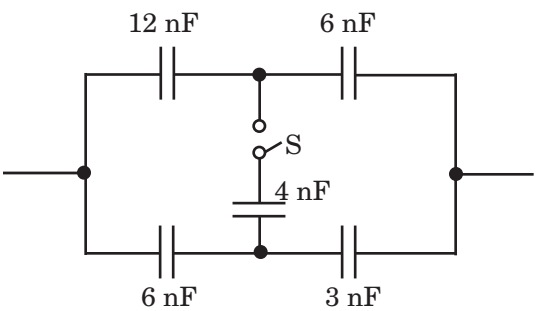
$C_{A-B} = ?$





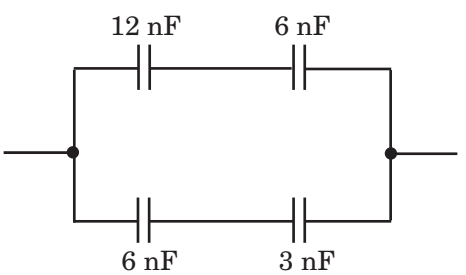
$$C_{A-B} = \frac{15 \cdot 30}{15 + 30} \Rightarrow \boxed{C_{A-B} = 10\ pF}$$

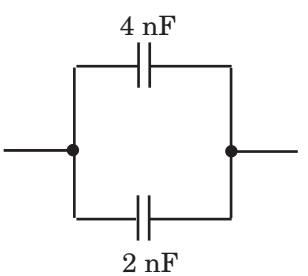
Örnek 12:



Şekildeki devrede S anahtarı açıkken eşdeğer kapasite C_1, S anahtarı kapalıyken C_2 olmaktadır. Buna göre C_1/C_2 nedir?

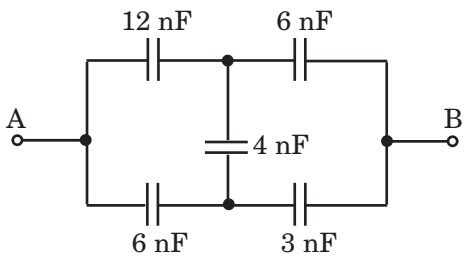
S anahtarı açık iken;





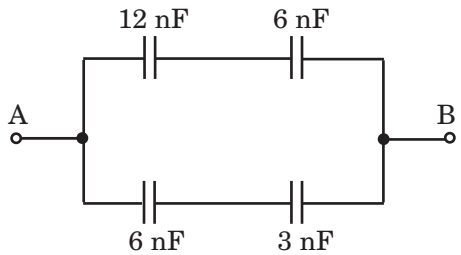
$\boxed{C_1 = 6\ nF}$

S anahtarı kapalı iken;



Şekildeki devrede Wheatstone köprüsünde olduğu gibi çapraz kondansatörlerin çarpımı birbirine eşit ise ortadaki kondansatör yüklenmez veya ondan akım geçmez.

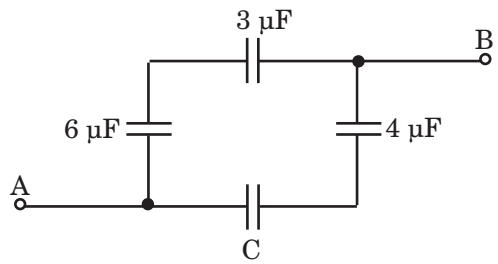
12 . 3 = 6 . 6 olduğundan 4 nF'lık kondansatörün herhangi bir etkisi yoktur. Bunun çıkartılması, devrede herhangi bir etki yapmaz.



Bu devrededе eşdeğer kapasite, $C_{A-B} = C_2 = 6$ nF'tır.

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{6\ nF}{6\ nF} = 1$$

Örnek 13:



Şekildeki devrede, 3 µF'lık kondansatörde 20 µC yük depolanmıştır. Sistemin tümünde 50 µC yük depolanmışsa C'nin değerini bulunuz.

3 µF'lık kondansatör üzerindeki gerilim;

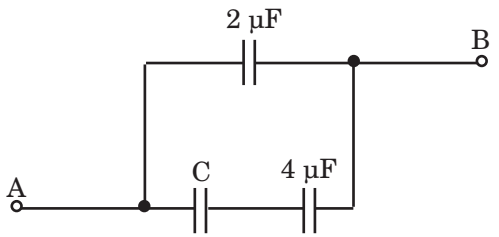
$$U_{3\,\mu F} = \frac{20\ \mu C}{3\ \mu F} = 6{,}67 \text{ Volt}$$

6 µF'lık kondansatör üzerinde ise 3,33 Volt vardır.

Bir paralel kolda 6,67 + 3,33 = 10 Volt vardır.

Bulunan 10 Volt, aynı zamanda devre gerilimidir.

$$C_{eş} = \frac{q_t}{U} = \frac{50\ \mu C}{10\ V} = 5\ \mu F$$



$$5 = \frac{4\ .\ C}{4 + C} + 2$$

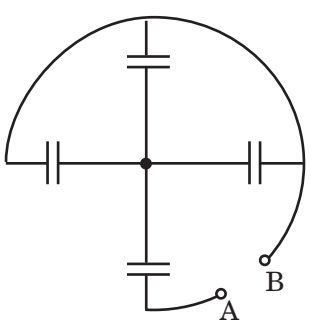
$$5 = \frac{4C + 2\ (4 + C)}{4 + C}$$

$$5 = \frac{4C + 8 + 2C}{4 + C} \Rightarrow 5 = \frac{6C + 8}{4 + C} \Rightarrow 6\ C + 8 = 20 + 5\ C$$

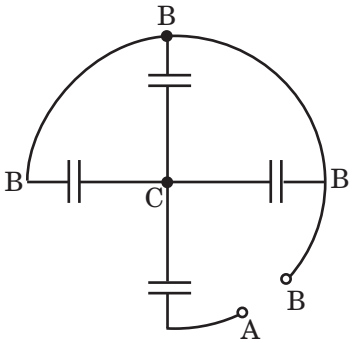
$$6\ C - 5\ C = 20 - 8$$

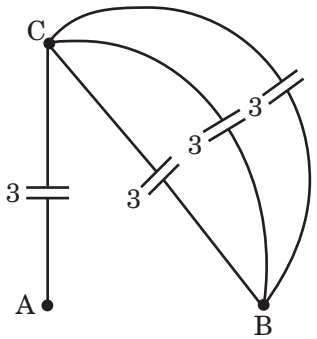
$$\boxed{C = 12\ \mu F}$$

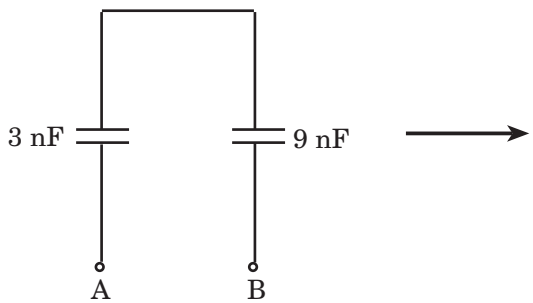
Örnek 14:



Şekildeki devrede herbir kondansatörün değeri 3 nF ise A–B arasındaki eşdeğer kapasite nedir?

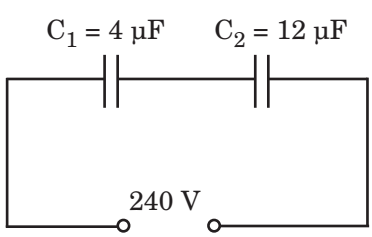




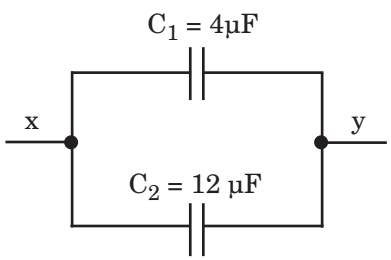


$$C_{A-B} = \frac{3 \cdot 9}{3+9} = \frac{27}{12} = \underline{2{,}25\ \text{nF}}$$

Örnek 15:



(I)



(II)

Şekil (I)'de görüldüğü gibi kondansatörler yüklendikten sonra, yüklerini kaybetmeden devreden çıkarılıyor. Şekil (II)'de görüldüğü gibi,

a) Zıt işaretle yüklü levhalar

b) Aynı işaretle yüklü levhalar, x ve y noktalarında ortak bağlanıyorlar.

Her iki durumda x ile y arasında oluşan potansiyel farkları bulunuz.

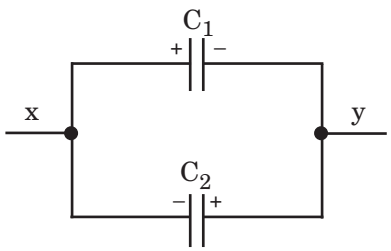
Şekil (I)'deki eşdeğer kapasite, $C_{eş} = \frac{4 \cdot 12}{4 + 12} = \frac{48}{16} =$ 3 μF'tır.

Devrenin toplam yükü; $q_t = C_{eş} \cdot U = 3\ \mu F \cdot 240 = 720\ \mu C$'dur.

C_1 üzerindeki gerilim düşümü, $U_1 = \frac{q}{C_1} = \frac{720\ \mu C}{4\ \mu F} =$ 180 Volt

C_2 üzerindeki gerilim düşümü, $U_2 = \frac{q}{C_2} = \frac{720\ \mu C}{12\ \mu F} =$ 60 Volt

a)

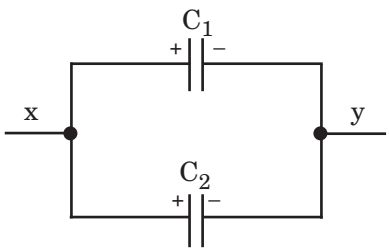


Zıt işaretli kutuplar birbiriyle bağlanırsa, yükleri eşit olduğundan (+) ve (–) yükler birbirini nötr yaparlar.

$q_t = 0$

$U_{x-y} = 0$ olur.

b)



Toplam yük sabit kalacağından,

$q_1 + q_2 = C_1 \cdot U_{x-y} + C_2 \cdot U_{x-y}$

$720 + 720 = 4 \cdot U_{x-y} + 12\ U_{x-y}$

$1440 = 16 \cdot U_{x-y}$

$U_{x-y} = 90$ Volt olur.

7.2 DOĞRU AKIM DEVRESİNDE BOBİN

İçinden elektrik akımı geçmesi halinde manyetik alan oluşturan ve manyetik alanı depolayan devre elemanına **bobin (endüktör, self)** denir. Birimi **Henry (H, Henri)** dir. Henry'nin ast katları mH (mili - henry) ve μH (mikro - henry) dir. Henry büyük bir birim olduğu için pratikte mH ve μH çok kullanılır.

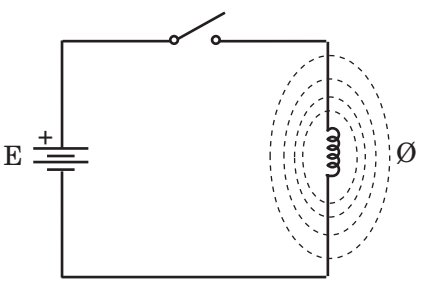
$1\ H = 10^3\ mH$

$1\ H = 10^6\ \mu H$

Pratikte bobin, emaye telden sarılarak elde edilir. Bu emaye telin azda olsa bir direnci olduğundan pratikte kullanılan gerçek bobinin bir iç direnci mevcuttur. İdeal bobinin iç direnci sıfır kabul edilir.



Şekil 7.17 : Bobin Sembolleri



Şekil 7.18

Şekil 7.18'de görüldüğü gibi bobine bir batarya vasıtasıyla doğru akım uygulandığında bobinden geçen akım, bobin etrafında bir manyetik alan oluşturur. Oluşan bu manyetik alan, bobinin sarımlarını kapladığı için, bobinin kendi sarımlarında bir emk endükler. Buna **özendüklemeli emk** denir. Anahtar açıldığında bobinden akım akmayacağı için manyetik alan giderek sıfır olur.

Bobinde endüklenen emk'in yönü, bunu meydana getiren akımın tersi yönündedir. Buna **Lenz Kanunu** denir. Bobinde endüklenen bu özendükleme emk'ine aynı zamanda zıt emk da denir.

7.2.1 Özendükleme ve Katsayısı

Lenz kanununa göre bobinde meydana gelen endüksiyon emk'i manyetik akı değişimiyle doğru, manyetik akının değişme süresiyle ters orantılıdır.

$$\boxed{E = -\frac{\Delta\varnothing}{\Delta t}}$$

$\Delta\varnothing$ = Weber (Wb) cinsinden manyetik akı değişimi,

Δt = Saniye (s) cinsinden manyetik akının değişme süresi,

E = Volt (V) cinsinden bobinde endüklenen emk'i dir.

Formüldeki (–) işareti, Lenz kanununa göre, bobinde endüklenen emk'inin yönü, kendisini oluşturan etkiye ters olduğu için konulmuştur.

n sarımlı bir bobinde endüklenen emk ise;

$$\boxed{E = -n \cdot \frac{\Delta\varnothing}{\Delta t}}$$ dir.

$\Delta\varnothing$ manyetik akı değişimini, akı değişmesi olarak kabul edelim. Çünkü, elektrik - elektronik devrelerinde akı değişiminden ziyade, akım değişimi söz konusudur. Bobinin H (Henry) değeri olan endüktans doğrudan, sarım (spir) sayısıyla ilgili olduğundan;

$$\boxed{E = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}}$$ yazılabilir.

İki formülü eşitleyelim ve L değerini bulalım.

$$-n \cdot \frac{\Delta\varnothing}{\Delta t} = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$n \cdot \frac{\Delta\varnothing}{\cancel{\Delta t}} = L \cdot \frac{\Delta I}{\cancel{\Delta t}}$$

$$n\,\Delta\varnothing = L \cdot \Delta I \quad \Rightarrow \quad \boxed{L = n\frac{\Delta\varnothing}{\Delta I}}$$ dir. (FARADAY KANUNU)

Bu formülde;

L = Henry (H) cinsinden özendükleme katsayısı,

n = Bobinin sarım (spir) sayısı,

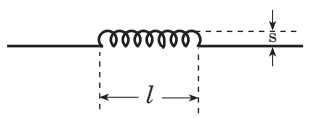
$\Delta\varnothing$ = Weber (Wb) cinsinden manyetik akı değişimi,

ΔI = Amper (A) cinsinden akım değişimidir.

$E = -n \frac{\Delta \varnothing}{\Delta t}$ formülünde n yerine L, $\Delta \varnothing$ yerine ΔI yazarsak;

$$\boxed{E = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}}$$ formülü elde edilir.

Bobinin fiziksel boyutlarına bağlı olarak değişen L değeri ise şöyledir.



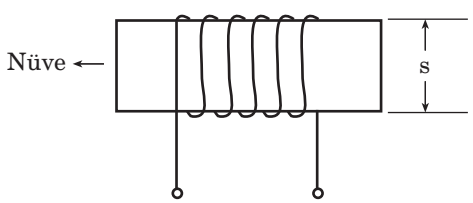
$$\boxed{L = \frac{n^2 \cdot \mu_0 \cdot s}{l}}$$

n = Bobinin sarım sayısı,
μ_0 = Havanın geçirgenliği $(4\pi \cdot 10^{-7})$

S = m^2 cinsinden bobinin göbek kesiti,

l = m cinsinden bobinin uzunluğu,

L = H cinsinden bobinin endüktansıdır.



Şekil 7.19

Bazı bobinler, nüve denilen bir karkasın üzerine şekil 7.19'da görüldüğü gibi sarılır. Nüve bobinin L değerini arttırır. Orta, uzun ve kısa dalgadan (A – M) yayın yapan radyo istasyonlarının yayınlarını dinlemede kullanılan radyo alıcıların içinde; anten vazifesi gören demir çubuk (kömür çubuk, ferit nüve) üzerine sarılmış bobin vardır. Burada eğer kömür çubuk olmasaydı, bobinin aynı L değerine ulaşmak için bobinin daha çok sarılması gerekecekti. Dolayısıyla bu tip nüvelerle aynı L değerine ulaşmak için daha az sarımdan oluşan bobinler elde edilir. Nüveli bobinlerde;

$L = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot n^2 \cdot \mu \cdot S}{l}$ (μ = Nüvenin geçirgenliği) dir.

Örnek 1:

600 sarımlı bir bobinin uzunluğu 6,28 cm, kesit alanı 10 cm^2 dir. Nüvesiz bu bobinin endüktans değerini bulunuz.

$$L = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (600)^2 \cdot (10 \cdot 10^{-4})}{6{,}28 \cdot 10^{-2}} = \underline{7{,}2 \text{ mH}}$$

Örnek 2:

Bir bobinden geçen akım 0,1 saniyede 50 A. den sıfıra indiğinde, 1 Volt'luk özendüksiyon emk'i oluşmaktadır. Bobinin endüktansını bulunuz.

$\Delta t = 0{,}1 - 0 = 0{,}1$ s

$\Delta I = 50 - 0 = 50$ A

$E = 1$ Volt

$$E = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$1 = L \cdot \frac{50}{0{,}1} \Rightarrow \boxed{L = 2 \text{ mH}}$$

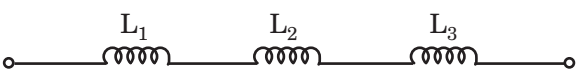
Örnek 3:

Bir bobinden 1 ms'de akım 6 A'den 4 A'e düştüğünde özendükleme emk'i 400 Volt oluyorsa bu bobinin endüktansını bulunuz.

$$E = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow 400 = L \cdot \frac{2}{1 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow \boxed{L = 0{,}2 \text{ H}}$$

7.2.2 Bobin Bağlantıları

Seri Bağlama



Şekil 7.20

Bobinlerin seri bağlanması, şekil 7.20'de görüldüğü gibidir. Dirençlerin seri bağlanmasında olduğu gibi seri bağlanan bobinlerde, eşdeğer bobin;

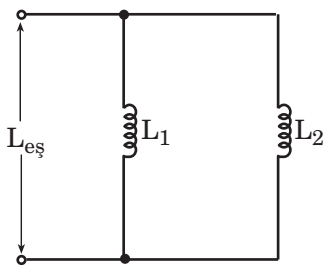
$\boxed{L_{eş} = L_1 + L_2 + L_3 + \ldots + Ln}$ dir.

Örnek:

0,1 H ve 5 mH değerindeki iki bobin seri bağlanırsa eşdeğer endüktansını bulunuz.

$L_{eş} = 100\ mH + 5\ mH \Rightarrow \boxed{L_{eş} = 105\ mH}$

Paralel Bağlama

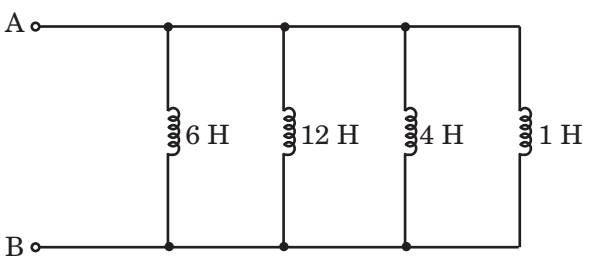


Şekil 7.21

Paralel bağlı dirençlerde olduğu gibi, paralel endüktanslarda eşdeğer bobin değeri;

$\boxed{L_{eş} = \dfrac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2}}$ formülüyle bulunur.

Örnek:

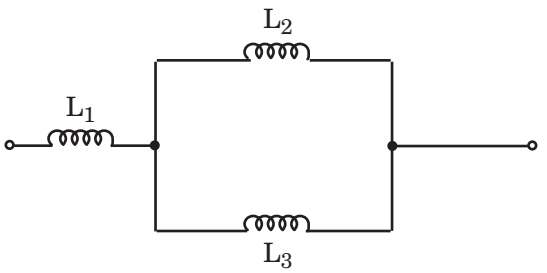


A –B arasındaki eşdeğer endüktansı bulunuz.

$$\frac{1}{L_{A-B}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{4} + \frac{1}{1}$$

$\boxed{L_{A-B} = 0{,}67\ H}$

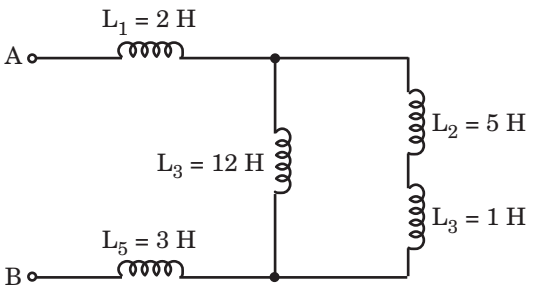
Seri – Paralel Bağlama



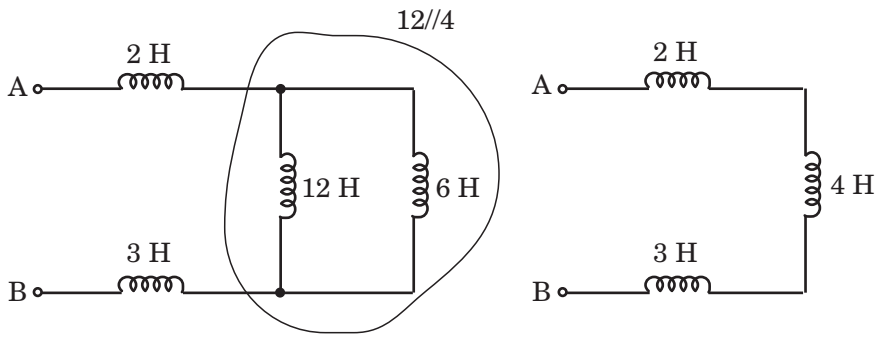
Şekil 7.22

Seri ve paralel bağlanan dirençlerden oluşan devrelere "seri – paralel" veya "karışık devreler" denir. Şekil 7.22'deki devrede, L_2 // L_3 olduğu için ilk önce bunun eşdeğeri bulunup daha sonra bunula L_1 değeri toplanmalıdır.

Örnek 1:



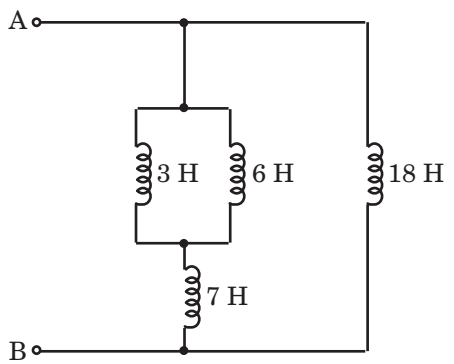
Şekildeki devrede A – B arasındaki eşdeğer endüktansı bulunuz.



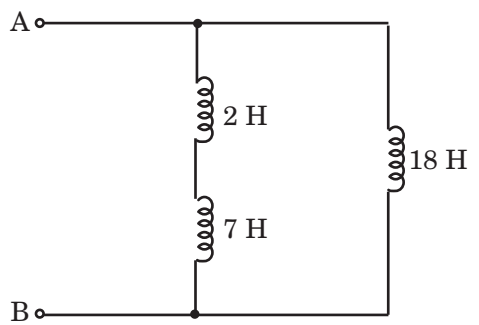
$L_{A-B} = 2 + 4 + 3$

$\boxed{L_{A-B} = 9\ H}$

Örnek 2:

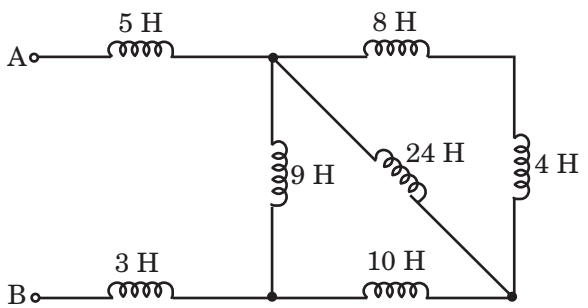


Şekildeki devrede A – B arasındaki eşdeğer endüktansı bulunuz.

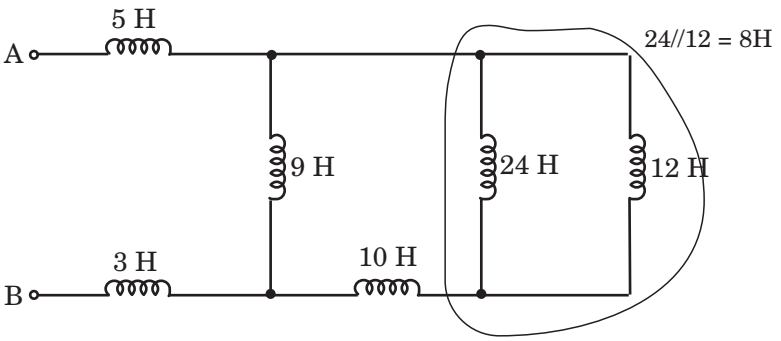


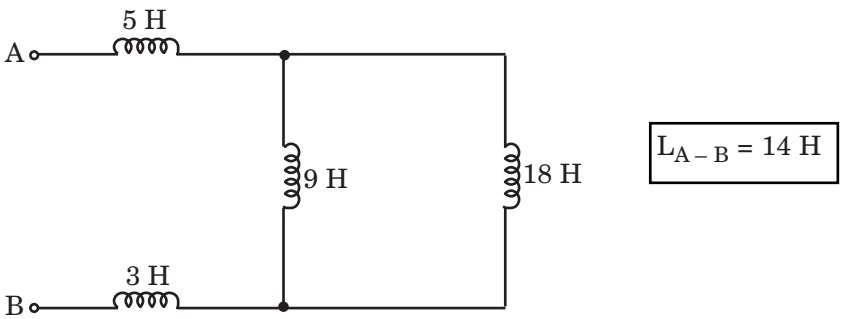
$L_{A-B} = 9 \,//\, 18 \Rightarrow \boxed{L_{A-B} = 6\ H}$

Örnek 3:



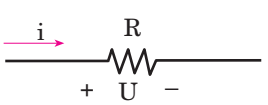
Şekildeki devrenin, A – B arasındaki eşdeğer direncini bulunuz.





7.3 PASİF ELEMANLARIN UÇ DENKLEMLERİ

Direnç

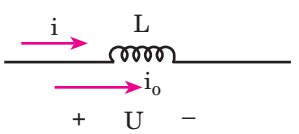


$$U = i \cdot R$$

$$i = U / R$$

Direnç, enerji harcayan elemandır. $W = i^2 \cdot R \cdot t$

Bobin



endüktans (H)

$$U = L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$i = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{t} u \cdot d\tau$$

$$i = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{0} u \cdot d\tau + \frac{1}{L}\int_{0}^{t} u \cdot d\tau$$

$i_{(0)} = I_0$ = İlk akım, Başlangıç akımı,

Başlangıç akımı = Başlangıç şartı

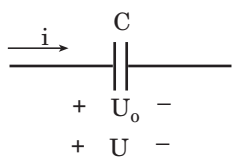
$$\boxed{i = I_0 + \frac{1}{L}\int_{0}^{t} u \cdot d\tau}$$

Bobin, enerji depo eden elemandır ve depo ettiği enerji;

$$W = \frac{1}{2} L\, i^2$$

$$W_0 = \frac{1}{2} L\, I_0^2 \text{ dir.}$$

Kondansatör



Kapasite (F)

$$i = C \cdot \frac{du}{dt}, \qquad U = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i \cdot d\tau$$

$$U = \underbrace{\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{0} i \cdot d\tau}_{U_o} + \frac{1}{C}\int_{0}^{t} i \cdot d\tau$$

U_o = İlk gerilim, başlangıç gerilimi, başlangıç şartıdır.

$$U = U_o + \frac{1}{C}\int_0^t i \,.\, d\tau$$

$$W = \frac{1}{2} C \,.\, U^2$$

$$Wo = \frac{1}{2} C \,.\, Uo^2 \text{ (ilk enerjisi)}$$

Kondansatör, enerji depo eden bir elemandır.

Örnek 1:

50 μF'lık bir kondansatörün gerilimi 100.sin 200 t Volt'tur. Kondansatörün akımını bulunuz.

$$i = C \frac{du}{dt} = 50 \,.\, 10^{-6} \,.\, \frac{d}{dt} (100 \,.\, \sin 200\ t)$$

$$i = 50 \,.\, 10^{-6} \,.\, (100 \,.\, 200 \,.\, \cos 200\ t) = \underline{\cos 200\ t\ A}$$

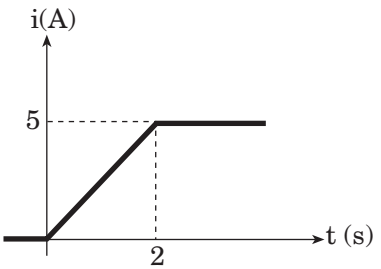
Örnek 2:

Bir anahtara bağlı 100 μF'lık kondansatörde t = 0 anında geçen akım i = 10 . cos 377 t A. dir. Buna göre kondansatör üzerindeki gerilimin eşitliğini bulunuz.

$$U = \frac{1}{C}\int_0^t i \,.\, d\tau = \frac{1}{100 \,.\, 10^{-6}}\int_0^t 10 \,.\, \cos 377\ t \,.\, d\tau$$

$$U = \frac{10 \,.\, \sin 377\ t}{100 \,.\, 377 \,.\, 10^{-6}} = \underline{265{,}25 \,.\, \sin 377\ t\ \text{Volt}}$$

Örnek 3:



Şekildeki akım 1 F'lık bir kondansatörden geçirildiğinde kondansatör gerilimi ne olur? ($U_{(0)} = 0$)

$$U = U_o + \frac{1}{C}\int_0^t i\, d\tau$$

$0 \le t \le 2$ s için akım denklemi 2,5 t'dir.

$$U = \int_0^t 2{,}5\,\tau \,.\, d\tau = \frac{2{,}5}{2}\tau^2 \Big|_0^t = 1{,}25\, t^2$$

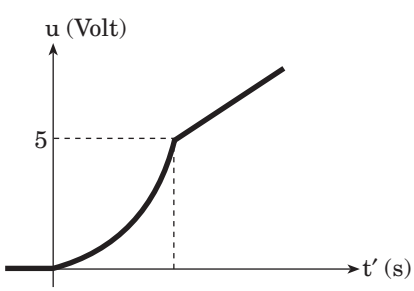
$t \ge 2$ s için akım denklemi i = 5'tir.

$U = U_o$ (2 s'yi sıfır ekseni olarak kabul edebiliriz)

$$U = U_o + \frac{1}{C}\int_0^{t'} i \,.\, d\tau = 5 + \int_0^{t'} 5\, d\tau = 5 + 5\tau \Big|_0^{t'} = 5 + 5\, t'$$

$t' = t - 2$

$$\boxed{U = 5 + (t - 2)}$$



$y = ax + b$

eğim sabit

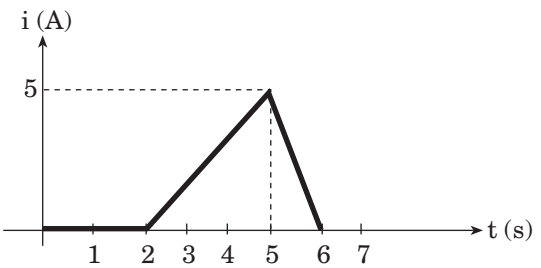
Örnek 4:

60 mH'lik bir bobinden 15 sin 377 t A. lik bir akım geçerse bobin üzerindeki gerilim ne olur?

$$U = L \cdot \frac{di}{dt} = 60 \cdot 10^{-3} \cdot 15 \cdot 377 \cdot \cos 377\,t$$

$$\boxed{U = 339{,}3 \cdot \cos 377\,t \text{ Volt}}$$

Örnek 5:

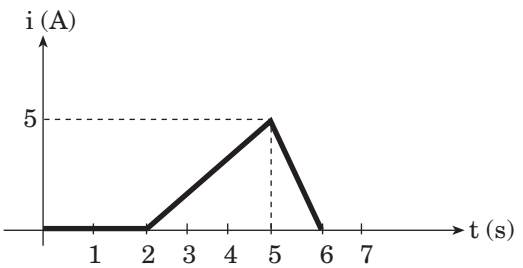


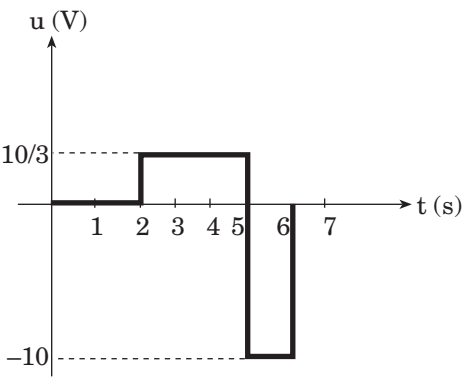
2 H'lik bir bobinden geçen akımın i – t grafiği yanda verilmiştir. Buna göre bobin geriliminin grafiğini çiziniz.

$0 \le t \le 2$ s için $i = 0 \Rightarrow U = L \cdot \frac{di}{dt} = 0$

$2 < t < 5$ s için $i = \frac{5}{3}t - \frac{10}{3} \Rightarrow U = 2 \cdot \frac{5}{3} = \frac{10}{3}$ Volt

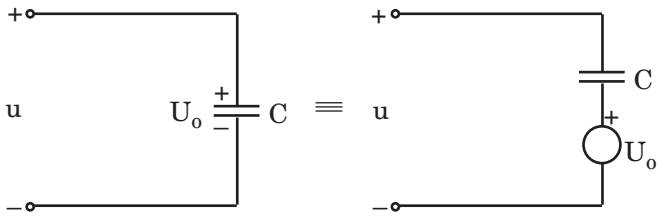
$5 < t < 6$ s için $i = -5t + 30 \Rightarrow U = 2 \cdot (-5) = -10$ Volt





7.4 ENERJİ DEPO EDEN ELEMANLARIN EŞDEĞERLERİ ve DC'DEKİ DAVRANIŞLARI

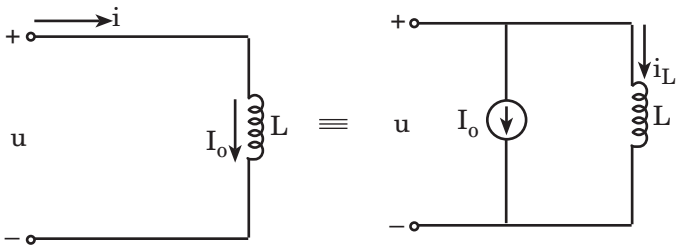
Kondansatör;



$$u = U_0 + \underbrace{\frac{1}{C}\int_0^t i \cdot d\tau}_{U_c}$$

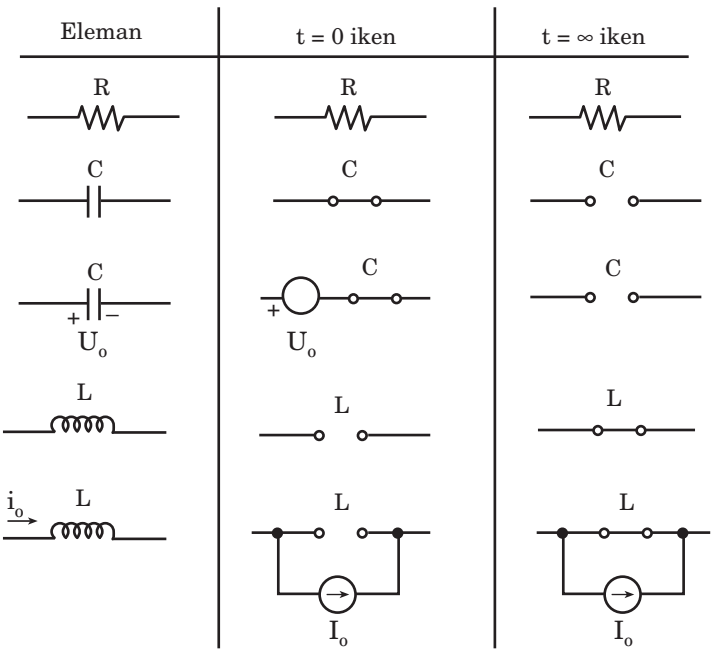
Şekil 7.23

Bobin;



$$i = I_0 + \underbrace{\frac{1}{L}\int_0^t u \cdot d\tau}_{i_L}$$

Şekil 7.24



Şekil 7.25

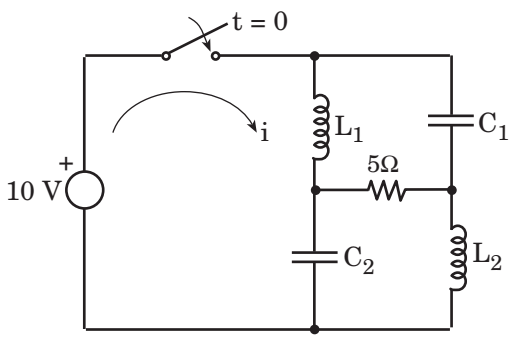
Tabloda t = 0 durumu anahtarın kapandığı ilk anı, t = ∞ durumu ise anahtarın kapandığı andan itibaren uzun bir zaman dilimini gösterir. Dirence bir anahtar vasıtasıyla DC bir voltaj uygularsak t = 0 ve t = ∞ anlarında direnç aynı R değerini gösterecektir.

Kondansatöre bir anahtar vasıtasıyla DC bir voltaj uygularsak t = 0 anında kondansatör kısa devre, t = ∞ anında ise kondansatör açık devre özelliği gösterecektir. Çünkü, belli bir müddet sonra kondansatör, tatbik voltajının tamamına şarj olacağından açık devre özelliği gösterecektir.

Bobin ile kondansatör yapı itibariyle zıt elemanlardır. Kondansatörün aksine, bobin t = 0 anında açık devre, t = ∞ anında ise kısa devre özelliği gösterir.

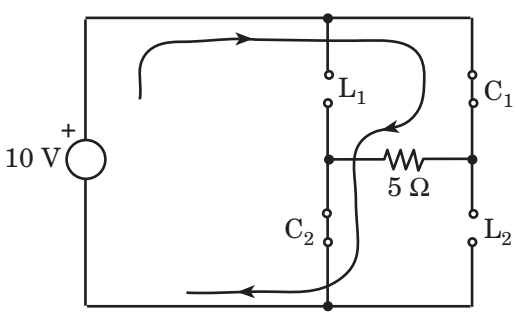
Kondansatör üzerindeki U_o gerilimi, kondansatörün ilk başlangıç gerilimini, bobindeki i_0 akımı ise bobinin başlangıç akımını gösterir.

Örnek 1:



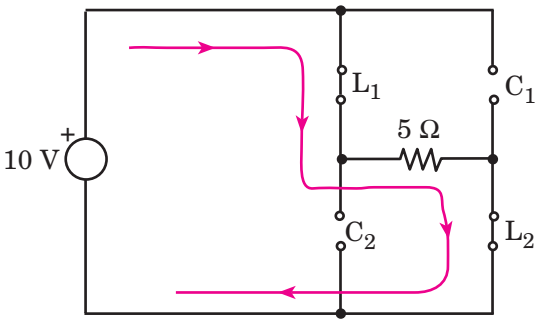
Anahtarın kapandığı (t = 0) ve t = ∞ anındaki devre akımını bulunuz.

t = 0 iken;

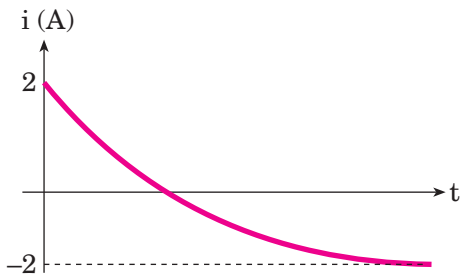


i (o) = 2 A

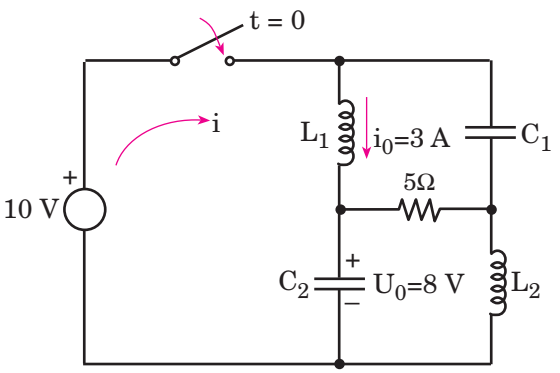
t = ∞ iken;



i (∞) = 2 A



Örnek 2:

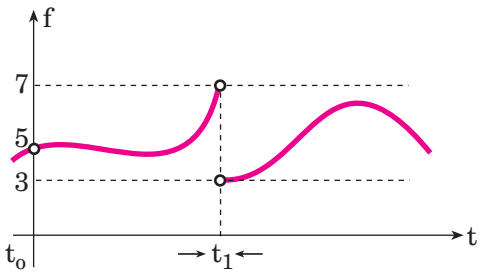


t = 0 ve t = ∞ iken devre akımlarını bulunuz.

t = 0 iken i (o) = $\frac{18}{5}$ = A.

t = ∞ iken i (∞) = $\frac{18}{5}$ A.

7.5 GERİLİM ve AKIMDAKİ SÜREKLİLİK



$f(t_o) = 5$

$f(t_1^-) = 7$

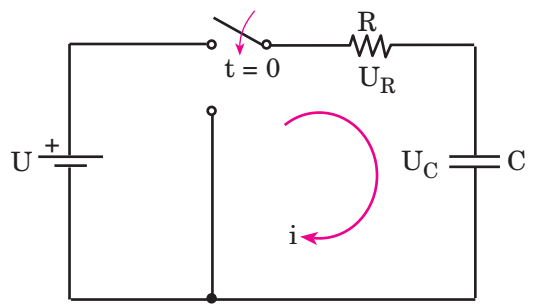
$f(t_1^+) = 3$

Şekil 7.26

Bir kondansatörün akımı sonlu olmak şartıyla gerilimi ani olarak değiştirilemez. Başka bir ifadeyle kondansatör gerilimi sürekli bir fonksiyondur.

Bir bobinin gerilimi sonlu olmak şartıyla, akımı ani olarak değiştirilemez. Başka bir ifadeyle, bobinin akımı sürekli bir fonksiyondur.

7.6 R – C DEVRESİ



$$U_R + U_C = U$$

$$R \cdot i + \frac{1}{C}\int i\,dt = U$$

$$R \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = 0$$

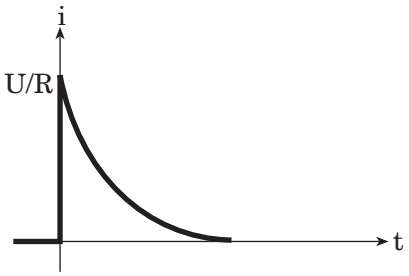
Şekil 7.27

$$\frac{di}{i} = -\frac{1}{RC}dt \quad \Rightarrow \quad \int_{U/R}^{i} \frac{di}{i} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt$$

$$i = \frac{U}{R} \cdot e^{-t/RC}$$

e = 2,718 doğal logaritma

RC = Devrenin zaman sabitesidir.

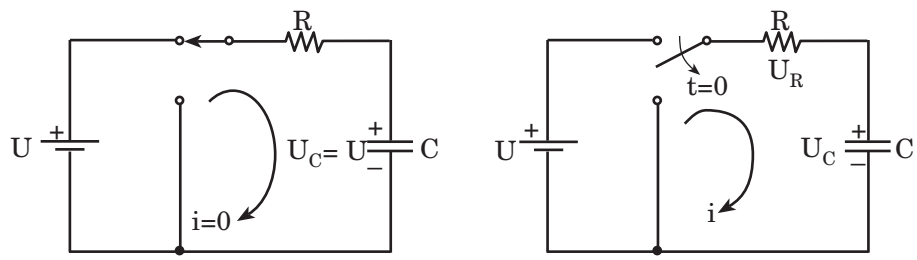


Şekil 7.28: Kondansatörün Şarj akımının değişmesi

R – C devresinde, anahtar ilk kapandığı anda kondansatör kısa devre özelliği gösterir. Devreden geçen akım, U / R olur. İntegral alınırken alt sınır U / R olarak alınmıştır.

Belli bir süre kondansatör uçlarındaki gerilim;

$U_C = U\left(1 - e^{-t/RC}\right)$ formülüyle bulunur.



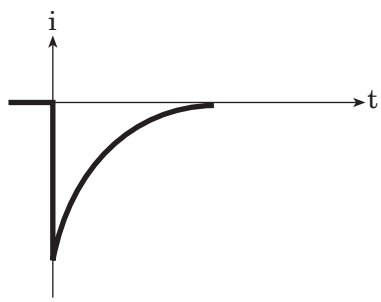
Şekil 7.29

t = ∞ için;

$U_R + U_C = 0$

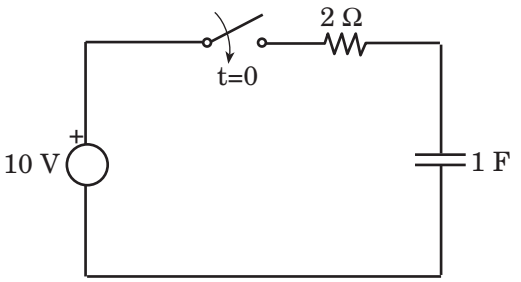
$$R \cdot i + \frac{1}{C}\int i\,dt = 0 \quad \Rightarrow \quad R \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot i = 0$$

$$\int_{-U/R}^{i} \frac{d_i}{t} = -\frac{1}{RC}\int_{0}^{t} dt \quad \Rightarrow \quad \boxed{i = -\frac{U}{R} \cdot e^{-t/RC}}$$



Şekil 7.30: Kondansatörün deşarj akımının değişmesi

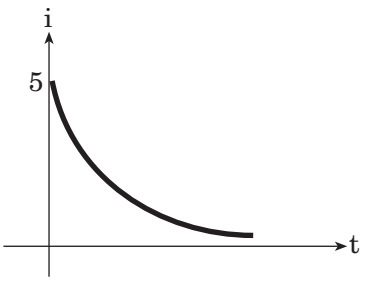
Örnek 1:



$i , U_R , U_C = ?$

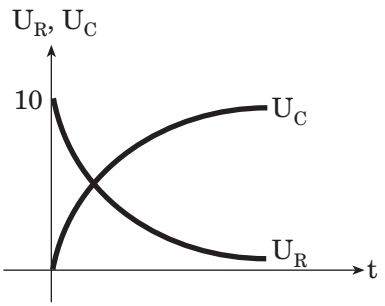
$$i = \frac{U}{R} e^{-t / RC} \Rightarrow i = \frac{10}{2} . e^{-t / 2 . 1} \Rightarrow i = 5 . e^{-t / 2} \text{ A.}$$

$$U_R = R . i = 2 . 5 . e^{-t / 2} \Rightarrow U_R = 10 . e^{-t /2} \text{ A.}$$



$$U_C = \frac{1}{C} \int_0^t i . d\tau$$

$$U_C = \frac{1}{1} \int_0^t 5 . e^{-\tau/ 2} . d\tau$$



$$U_C = 5 \left| -2 . e^{-\tau / 2} \right|_0^t$$

$$U_C = -10 . e^{-t / 2} + 10$$

Örnek 2:

2 μF'lık bir kondansatör, 1 KΩ'luk bir dirençle birlikte 220 Volt'luk kaynağa bağlıdır.

a) Devrenin zaman sabitesini,

b) Başlangıçtaki, kondansatör uçlarındaki gerilimi,

c) İlk anda devreden geçen akımı,

d) Devreye gerilim uygulandıktan 1,5 ms sonraki kondansatör üzerindeki gerilimi ve devreden geçen akımı bulunuz.

a) $\tau = R \cdot C = 1 \cdot 10^{3} \cdot 2 \cdot 10^{-6} = \underline{\underline{2 \text{ ms}}}$

b) Başlangıçta kondansatör uçlarındaki gerilim 0 dır.

c) $I_{max} = \dfrac{U}{R} = \dfrac{220 \text{ V}}{1 \text{ K}} = \underline{\underline{220 \text{ mA}}}$

d) $U_C = U\left(1 - e^{-t / RC}\right) = 220 \cdot \left(1 - e^{-1,5 \cdot 10^{-3} / 2 \cdot 10^{-3}}\right)$

$U_C = 220\left(1 - e^{-0,75}\right) \quad \left[e^{-0,75}\right] = 0,47$

$U_C = 220\,(1 - 0,47) = \underline{\underline{116,6 \text{ Volt}}}$

$I = \dfrac{U}{R} \cdot e^{-t / RC} = \dfrac{220 \text{ V}}{1 \text{ K}} \cdot e^{-1,5 / 2} = 220 \text{ mA} \cdot e^{-0,75}$

$I = 220 \text{ mA} \cdot 0,47 = \underline{\underline{103,4 \text{ mA}}}$

Örnek 3:

Üzerinde 220 Volt olan 2 μF'lık kondansatör 5 KΩ'luk bir direnç üzerinden boşaltılıyor. 20 ms sonra kondansatör üzerindeki gerilimi ve devreden geçen akımın aldıkları değerleri hesaplayınız.

$\tau = R \cdot C = 5 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-6} = 10$ ms

$U_C = U \cdot e^{-t/RC} = 220 \cdot e^{-20/10} = 220 \cdot e^{-2}$

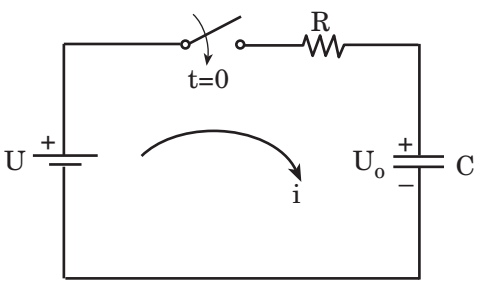
$e^{-2} = 0{,}135$ olduğundan;

$U_C = 220 \cdot 0{,}135 = \underline{29{,}7 \text{ Volt}}$

$I = \frac{U}{R} \cdot e^{-t/RC} = \frac{220\ V}{5\ K} \cdot e^{-20/10} = 44 \text{ mA} \cdot e^{-2}$

$I = 44 \text{ mA} \cdot 0{,}135 = \underline{5{,}94 \text{ mA}}$ olarak bulunur.

Örnek 4:

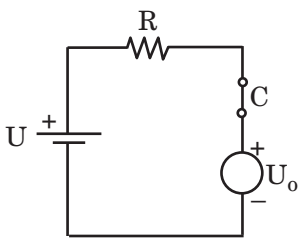


Devreden geçen akımın eşitliğini bulunuz.

$$\underbrace{R \cdot i}_{U_R} + \underbrace{U_o + \frac{1}{C}\int_0^t i \cdot d\tau}_{U_C} = U$$

$$R \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot i = 0$$

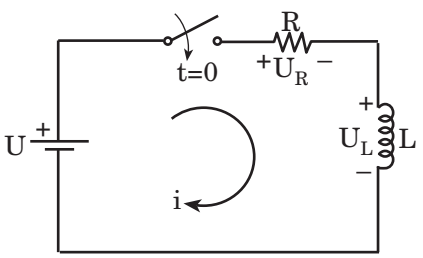
İntegral sınırı $\frac{U - U_o}{R}$' dir.



$$\int_{i_{(0)}=\frac{U-Uo}{R}}^{t} \frac{di}{i} = \int_{0}^{t} -\frac{1}{RC} \cdot dt$$

$$\boxed{i = \frac{U - Uo}{R} \cdot e^{-t/RC}}$$

7.7 R – L DEVRESİ



Şekil 7.31

$$U = U_R + U_L$$

$$\left.\begin{aligned} U_R &= R \cdot i \\ U_L &= L \cdot \frac{di}{dt} \end{aligned}\right\} \quad U = R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt}$$

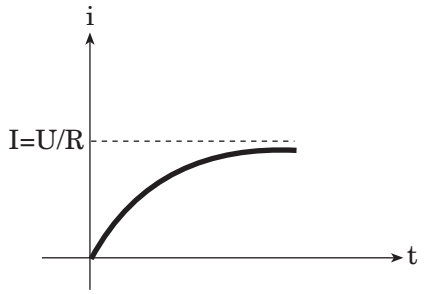
(1. mertebeden diferansiyel denklem)

$$\frac{dx}{dy} + \frac{R}{L} \cdot i = \frac{U}{L}$$ (Sabit katsayılı doğrusal diferansiyel denklem)

$$\frac{di}{i - \frac{U}{R}} = -\frac{R}{L}\, dt \quad \Rightarrow \quad \int_{0}^{t} \frac{di}{i - \frac{U}{R}} = \int_{0}^{t} -\frac{R}{L} \cdot dt$$

$$\boxed{i = \frac{U}{R}\left(1 - e^{-R \cdot t / L}\right)}$$

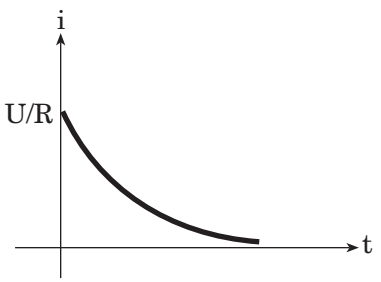
Bu denklemde; U / R kararlı akım, $\left(1 - e^{-R \cdot t / L}\right)$ geçici devre akımıdır. L / R ise devrenin zaman sabitesidir.



Şekil 7.32: Doğru akım R – L devresinde anahtar kapatıldıktan sonra akımın yükselmesi

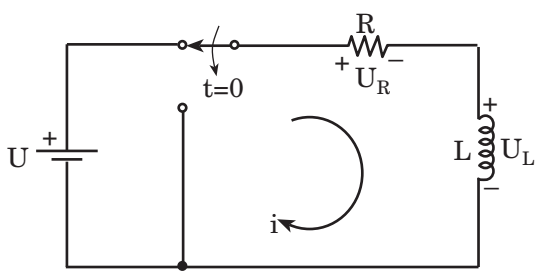
$$\lim_{t=0} e^{-Rt/L} = 1,\ i(o) = 0$$

$$\lim_{t=0} e^{-Rt/L} = 0,\ i(\infty) = U/R$$



Şekil 7.33: Doğru akım R – L devresinde anahtar açıldıktan sonra akımın değişmesi

Grafiklerdeki, i eksenine "kararlı rejim ekseni", elde edilen eğriye ise "geçici rejim akımı" denir. Teknikte, kararlı devre akımına "özel çözüm", geçici devre akımına da "genel çözüm" denir.



Şekil 7.34

$$W_o = \frac{1}{2} L (I_o)^2$$

$$I_o^2 = (U / R)^2$$

$$0 = U_R + U_L,\ U_R = i\,R,\ U_L = L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$0 = R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$\frac{di}{i} = -\frac{R}{L} \cdot dt,\ \int_{I(o) = U/R}^{i(t) = i} \frac{di}{i} = \int_0^t -\frac{R}{L} \cdot dt$$

$i = U / R$, $t = 0$ anındaki akımdır.

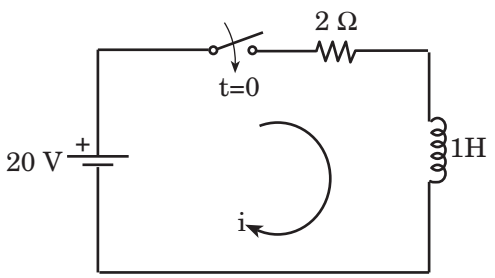
$$ln\ i \Big|_{U/R}^{i} = -\frac{R}{L} \cdot t \Big|_0^t$$

$$ln\ i - ln\ \frac{U}{R} = -\frac{R}{L} \cdot t$$

$$ln\ \frac{i}{U / R} = -\frac{R}{L} \cdot t$$

$$\frac{i}{U / R} = e^{-Rt / L} \quad \Rightarrow \quad \boxed{i = \frac{U}{R} \cdot e^{-Rt / L}}$$

Örnek 1:



Verilen devrede, anahtar t = 0 saniyede kapatılmıştır. t = 0 sn, 0,5, 1 sn, 2 sn ve ∞ sn sonra akımın alacağı değerleri bulunuz.

$$i = \frac{U}{R}\left(1 - e^{-Rt/L}\right) = 10\left(1 - e^{-2t}\right)$$

t = 0 sn. de;

$u = 10\,(1 - 1) = \underline{0}$

t = 0,5 sn. de;

$$i = 10\left(1 - e^{-2.0,5}\right) = 10\left(1 - e^{-1}\right) = \underline{6,33\ A.}$$

t = 1 sn. de;

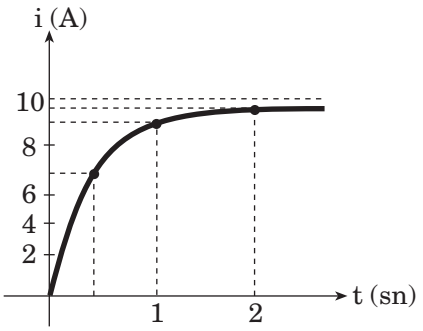
$$i = 10\left(1 - e^{-2\,.\,1}\right) = \underline{8,65\ A.}$$

t = 2 sn. de;

$$i = 10\left(1 - e^{-2\,.\,2}\right) = \underline{9,82\ A.}$$

t = ∞ 'da;

$$i = \left(1 - e^{-\infty}\right) = 10\ A. \qquad \left(e^{-\infty} = 0\right)$$



Örnek 2:

Örnek 1'deki devrede akımın 5 A. e ulaşması için geçen zamanı bulunuz.

$$i = 10\left(1 - e^{-2t}\right)$$

$$5 = 10\left(1 - e^{-2t}\right)$$

$$e^{-2t} = 0{,}5$$

$$-2t \cdot \underbrace{ln\ e}_{1} = \underbrace{ln\ 0{,}5}_{-0{,}69} \quad \Rightarrow \quad -2t = -0{,}69 \quad \Rightarrow \quad \boxed{t = 345\ ms}$$

Devredeki gerilimler;

$$U_R = R \cdot i = 20\left(1 - e^{-2t}\right)$$

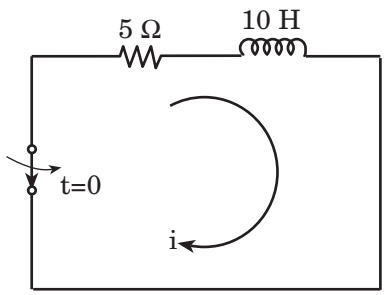
$$U_L = L \cdot \frac{di}{dt} = 1 \cdot \frac{d}{dt}\left[10\left(1 - e^{-2t}\right)\right]$$

$$U_L = 10\left(1 - e^{-2t}\right) = 20\ e^{-2t}$$

$$U = U_R + U_L = 20\,(1 - e^{-2t}) + 20 \cdot e^{-2t}$$

$$U = 20 - 20\,e^{-2t} + 20\,e^{-2t} = \underline{\underline{20}}$$

Örnek 3:



Şekildeki devre anahtar yardımıyla, 2 saniye sonra aşağıdaki gibi olmaktadır. 2 saniyelik zamanda, bobinde depo edilen 8 J'lük enerjinin dirençte ısıya dönüştüğünü görünüz.

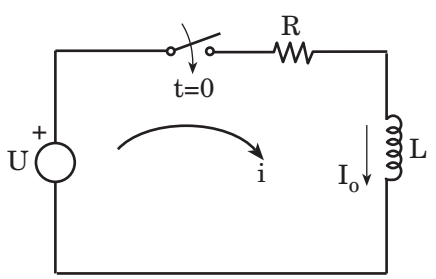
t = 2 sn. deki akım; $I = 2\left(1 - e^{-0,5 \cdot 2}\right)$

$$I = 1,264 \text{ A.}$$

$t \geq 2$ sn. için akım; $t = 1,264 \cdot e^{-0,5t}$

$$W_R = \int_0^{\infty} 5\left(1,264 \cdot e^{-0.5t}\right)^2 \cdot dt = 8 \text{ J}$$

Örnek 4:



Şekildeki devrede, devre akımının eşitliğini bulunuz.

$$U_R + U_L = U$$

$$R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} = U$$

Değişkenlerine ayıralım;

$$\frac{di}{dt} = \frac{U}{L} - \frac{R}{L} \cdot i$$

$$= -\frac{R}{L}\left(i - \frac{U}{R}\right)$$

$$\int \frac{di}{i - \frac{U}{R}} = \int_0^t -\frac{R}{L} \cdot dt$$

$i_{(0)}$ daki akım I_0'dır.

$$i_{(0)} = I_0$$

$$\boxed{i = \left(I_0 - \frac{U}{R}\right) e^{-Rt/L} + \frac{U}{R}} \qquad t \geq 0$$

Bu eşitlikte;

$\left(I_0 - \frac{U}{R}\right) e^{-Rt/L}$ $\rightarrow$ Ig (geçici akım)

$\frac{U}{R}$ $\rightarrow$ I_k, kararlı durum bileşenidir.

7.8 BİRİNCİ MERTEBEDEN KARIŞIK DEVRELER

Devrenin diferansiyel denklemi I. mertebeden ise böyle devrelere "I. mertebeden devre" denir. Bu devrelerde çözüm;

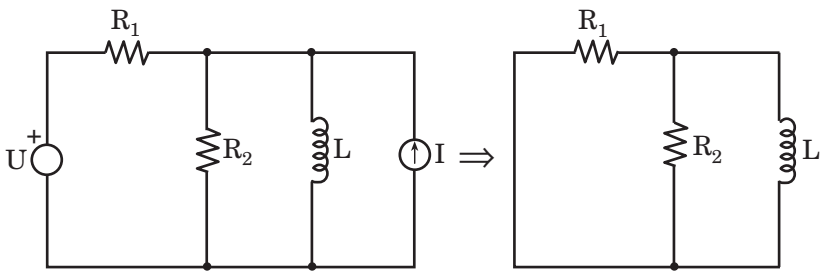
$i = A\,e^{-t/T} + B$ formundadır.

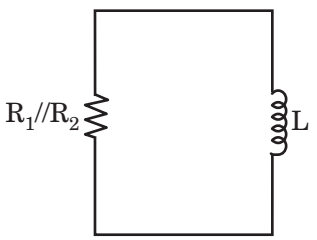
$$i = \underbrace{\left(I_0 - \frac{U}{R} \right)}_{A} . e^{-Rt/L} + \underbrace{\frac{U}{R}}_{B}$$

7.8.1 I. Mertebeden Devrelerin Tanınması

Devredeki gerilim kaynakları kısa devre, akım kaynakları açık devre yapılarak devre basitleştirilir. Eğer, en basit R – L ve R – C durumuna geliyorsa devre I. mertebedendir. Devrenin zaman sabitesi de basitleştirilmiş devreden elde edilir.

Örnek 1:

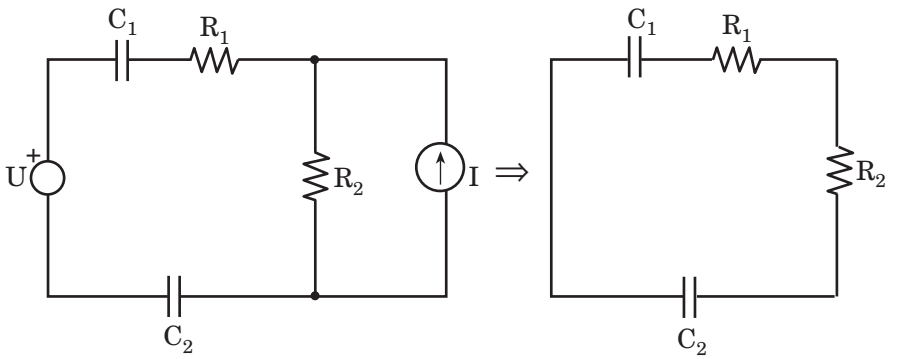


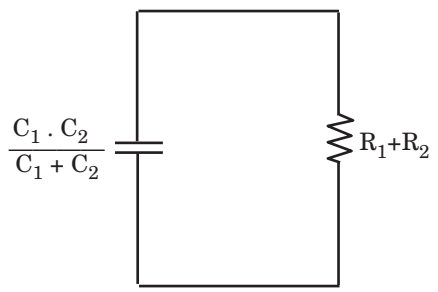


Bu devre en basit R – L durumuna geldiği için devre, I. mertebedendir.

$$T = \frac{L}{R_1 // R_2}$$

Örnek 2:

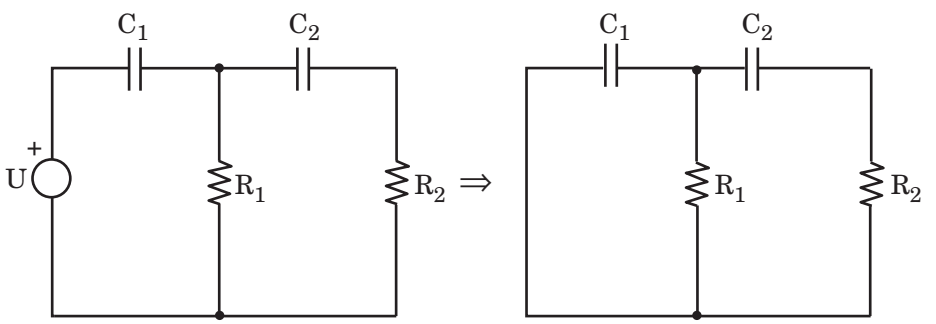




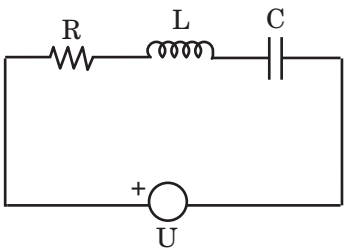
Devre, I. mertebedendir.

$$T = (R_1 + R_2) \cdot \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

Örnek 3:

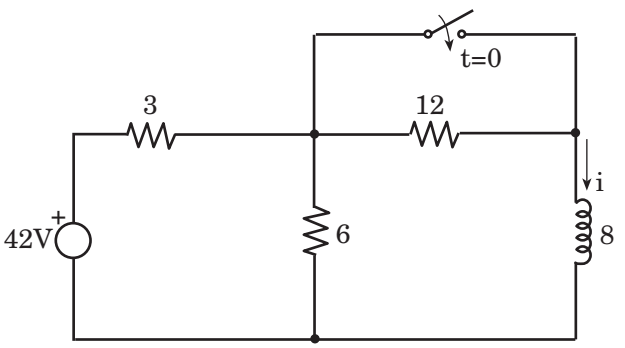


Bu devre basitleşmediği için, I. mertebeden değildir.

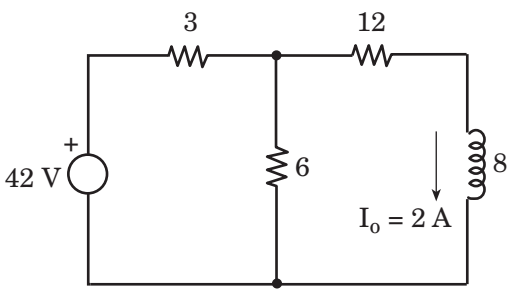


Devresi de I. mertebeden değildir.

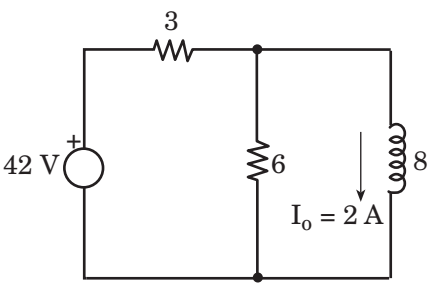
Örnek 4:



Birimler V, Ω ve H olduğuna göre i akımının değerini bulunuz.

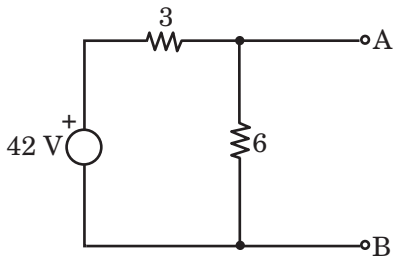


Anahtar açıkken devre de; bobin kısa devre edilerek, bobinden geçen akımın 2 A. olduğu bulunur. (t < 0 iken)



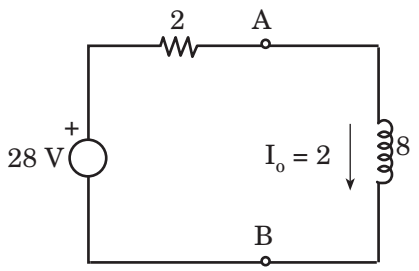
Anahtar kapandığı anda, bobin akımı sürekli olduğu için hemen değişmez. Bobinden geçen akım 2 A. dir. Daha sonra yavaş yavaş 42 / 3 A. olur. (t > 0 iken)

Thévenin teoreminden;



$U_{AB} = 28$ Volt

$R_{AB} = 2\ \Omega$

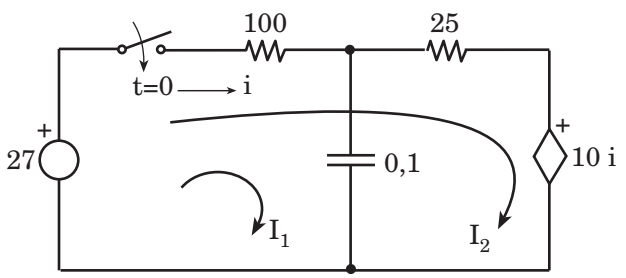


$$i = \left(I_0 - \frac{U}{R}\right) e^{-Rt / L} + \frac{U}{R}$$

$$i = (2 - 14) \cdot e^{-t / 4} + 14$$

$$i = -12 \cdot e^{-t / 4} + 14$$

Örnek 5:



Şekildeki devrede birimler V, Ω, μF cinsindendir. Buna göre kondansatör gerilimini bulunuz.

Çevre denklemlerinden;

$$27 = 100\ (i_1 + i_2) + \frac{10^6}{0,1} \int_0^t i_1\, d\tau \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$27 - 10\ i = 100\ (i_1 + i_2) + 25\ i_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots .(2)$$

$$i_1 = i_1 + i_2$$

(1) nolu denklemde integralli ifadeyi kaldırmak için her iki tarafın türevi alınır.

$$0 = 100 \frac{di}{dt} + 100 \frac{di_2}{dt} + 10^7 i_1$$

$$27 = 100 i_1 + 135 i_2$$

$$i_2 = \frac{27 - 110}{135} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

$$0 = 100 \frac{di}{dt} + 100 \frac{d}{dt} \left(\frac{27 - 110 i_1}{135} \right) + 10^7 i_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

$$0 = 100 \frac{di_1}{dt} - \frac{11000}{135} \frac{di_1}{dt} + 10^7 i_1$$

$$\frac{di_1}{dt} + 5{,}4 \,.\, 10^{-5} \,.\, i_1 = 0 \text{ (Devrenin diferansiyel denklemi)}$$

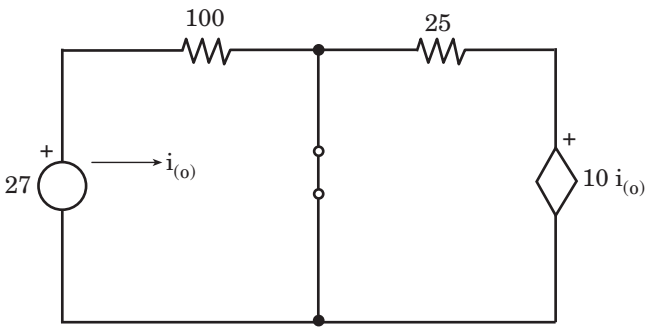
$$\int_{i_{(0)} = 0{,}378}^{i_1} \frac{di_1}{i_1} = \int_0^t -5{,}4 \,.\, 10^5 \, dt$$

$$i_1 = 0{,}378 \,.\, e^{-5{,}4 \,.\, 10^5 \, t}$$

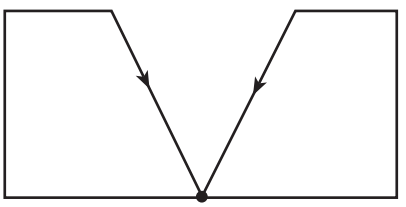
$$U_C = \frac{10^6}{0{,}1} \int_0^t 0{,}378 \,.\, e^{-5{,}4 \,.\, 10^5 \, \tau} \,.\, dt$$

$$\boxed{U_C = -12 \,.\, e^{-t / 4 + 14}}$$

İntegral sınırlarını bulmak için;



Bu devrede;



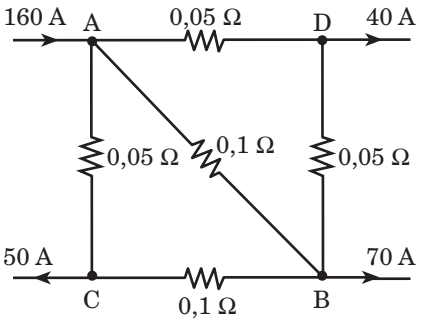
olarak tek noktadan bağlı düşünülebilir. ($i_{(0)} = 0{,}378$)

BÖLÜM

8

DC Devrelerle İlgili Çeşitli Problemler

Problem 1:



Şekildeki devre modelinde A – B noktaları arasındaki 0,1 Ω'luk dirençten geçen akımı Thévenin teoreminden yararlanarak bulunuz.

Cevap: U_{AB} = 6,4 V, I_{AB} = 40 A, A – B uçlarındaki toplam direnç R_T = 0,06 Ω, I_{AC} = 60 A, I_{AD} = 60 A, I_{CB} = 10 A, I_{DB} = 20 A.

Problem 2:

R_1 = 5 Ω, R_2 = 10 Ω ve R_3 = 20 Ω dirençleriyle R_2 ve R_3 paralel, R_1 direnci de bunlara seri bağlanarak bir devre yapılmıştır. Bu devreye 100 Volt bir gerilim uygulanırsa R_1'deki gerilim düşümü ne olur? Her dirençte harcanan gücü bulunuz.

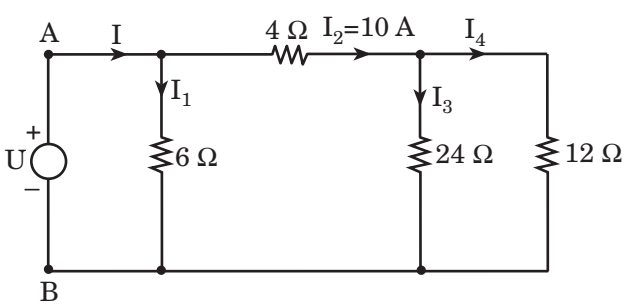
Cevap: U_{R1} = 42,9 V, P_{R1} = 367,22 W, P_{R2} = 326 W, P_{R3} = 163 W

Problem 3:

Değerleri 12 ve 8 Ω olan iki direnç paralel bağlıdır. Bu bağlantıya seri olarak R direncinin bağlanmasıyla elde edilen devreye 20 V. luk bir gerilim uygulanmakla devrede tükenen güç 70 W olursa, R direncinin değeri ne olur?

Cevap: 0,914 Ω

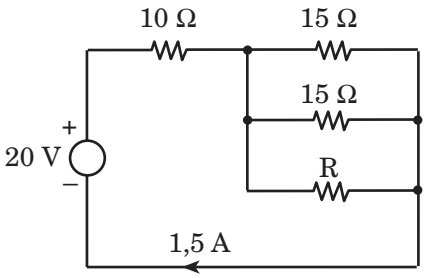
Problem 4:



I akımını bulunuz.

Cevap: 30 A.

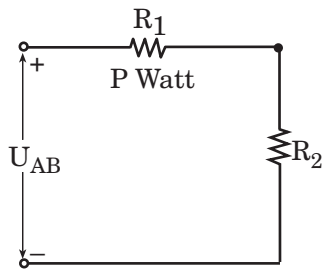
Problem 5:



R direncinin değerini bulunuz.

Cevap: 6 Ω

Problem 6:



Şekildeki devre modelinde U_{AB}, R_2 direnciyle R_1 direncinde harcanan P gücü değeri bilinmektedir. Bu değerlerle I akımını veren denklemi bulunuz. U_{AB} = 250 V, R_2 = 10 Ω ve P = 1 KW olduğuna göre I akımının değerini bulunuz.

$U_{AB} = U_{AC} + U_{CB}$ ya da $U_{AB} = \frac{P}{I} + I \cdot R_2$,

$R_2 \cdot I^2 - U_{AB} \cdot I + P = 0$

$$I = \frac{U_{AB} \pm \sqrt{U_{AB}^2 - 4\,R_2 \cdot P}}{2\,R_2}$$

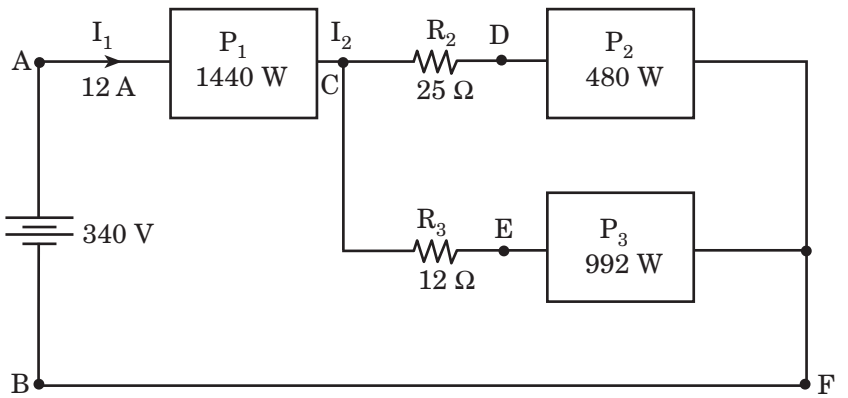
Bu denklemde, sayısal değerler yerlerine konarak; I = 5 A ve I = 20 A. değerleri elde edilir.

Burada, devredeki akımın iki ayrı değer alabileceği görülmektedir. Bunun nedeni, R_1 direncinin verilmemiş olmasıdır.

I = 5 A için; $R_1 = \frac{P}{I^2} = \frac{1000}{25} = 40\ \Omega$

I = 20 A için; $R_1 = \frac{1000}{400} = 2{,}5\ \Omega$ olur.

Problem 7:



Şekildeki devre modelinde; P_1 ve P_3 yüklerinin uçları arasındaki U_{DF} ve U_{FF} potansiyel farklarıyla bu yüklerin dirençlerini bulunuz. (Devredeki bütün yükler rezistiftir)

Cevap: P_2'nin direnci 30 Ω

P_3'ün direnci 15,5 Ω

Problem 8:

Dirençleri birbirine eşit olan üç R direnciyle başka eşdeğer direnç verecek kaç türlü bağlantı yapılabilir.

Cevap: 4 türlü, 3 R, 1/3 R, 3/2 R, 2/3 R

Problem 9:

Elimizdeki emk'i 1,5 Volt ve iç direnci 1 Ω ve emk'i 2 Volt ve iç direnci 2 Ω olan iki akümülatör bulunmaktadır. Bu akümülatörlerin uçlarına dirençleri aynı olan birer R direnci bağlanmıştır. Her iki akümülatörden çekilen akımların aynı olmaları için R dirençlerinin değerleri ne olmalıdır? Akım ne kadardır?

Cevap: Birinci akümülatörün beslediği devreden; 1,5 = I (R + 1)

İkinci akümülatörün beslediği devreden; 2 = I (R + 2)

Bu iki denklemden; R = 2 Ω ve I = 0,5 A elde edilir.

Problem 10:

Elimizde bulunan bir akümülatörün uçlarına 2 Ω'luk bir direnç bağlayıp, akümülatörün uçlarındaki potansiyel farkını ölçtüğümüzde 1,2 Volt buluyoruz. Aynı akümülatöre bağlanan elemanın direnci 1 Ω olduğu zaman, ölçülen potansiyel farkı 1 Volt'tur. Bu akümülatörün iç direnciyle emk'ini bulunuz. (Ölçü için kullandığımız voltmetreyi ideal kabul ediniz.)

Cevap: r = 0,5 Ω, E = 1,5 Volt

Problem 11:

Üç direnç bir ABC üçgeni oluşturacak biçimde bağlanmıştır. AB = 3 r, BC = 1,5 r ve CA = r Ω'dur. A - B uçları arasına iç direnci r Ω ve emk'i 2 Volt olan bir akümülatör bağlandığı zaman A - B direncinden geçen akım 5/17 A. olursa akümülatörün iç direnci kaç Ω'dur?

Cevap: r = 17/13 Ω

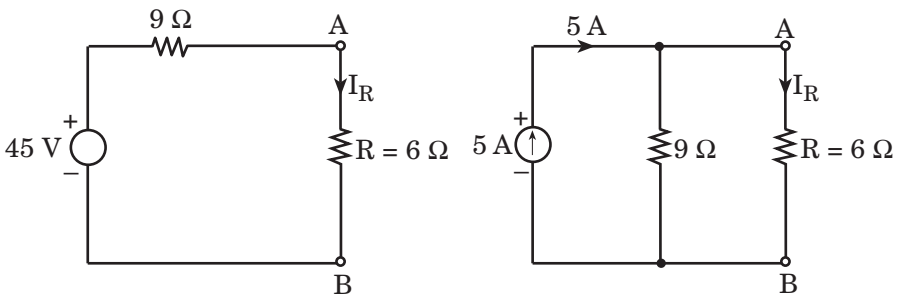
Problem 12:

Üniform bir telden daire yapılmış olup, çapı boyunca aynı telle çevresinin iki noktası birleştirilmiştir. Çapının bir ucunun daire çevresiyle birleştiği nokta ile çapın daire çevresiyle birleştiği noktaların arasındaki yarım daire çevresinin tam ortasındaki devrenin eşdeğer toplam direncinin aşağıda verilen R_T değerine eşit olduğunu bulunuz. (R = Dairenin yarı çapına eşit boydaki telin Ω cinsinden direncidir.)

Cevap: $R_T = \dfrac{\pi \cdot R\,(\pi + 6)}{4\,(\pi + 4)}$

Problem 13:

Kapalı bir kutu içinde bulunan lineer aktif bir devrenin A – B uçları kutu dışına çıkarılmıştır. Bu uçlar arasına önce bir voltmetre ve sonra voltmetre çıkarılarak bir ampermetre bağlanmıştır. Her ikisi de ideal olan bu ölçü aletleri 45 V ve 5 A göstermiştir. A – B uçlarına 6 Ω'luk bir direnç bağlanırsa bu dirençten geçen akım değeri ne olur? Problemi Thévenin ve Norton eşdeğer devrelerini kullanarak iki şekilde çözünüz.



$R_T = \frac{45}{5} = 9\ \Omega$

$U_{AB} = 45$ V, $I_k = 5$ A

Thévenin eşdeğerinden; $I_R = \frac{U_{AB}}{R_T + R} = 3$ A.

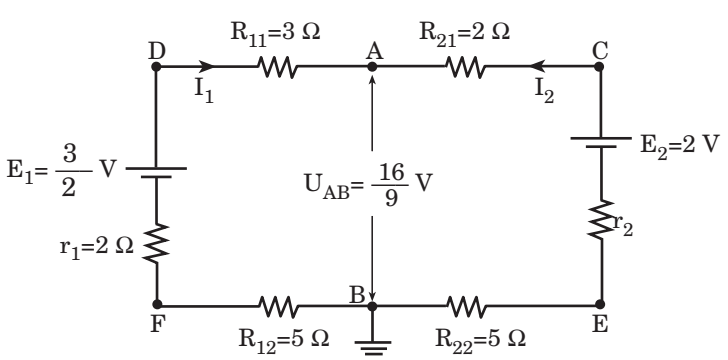
Norton eşdeğerinden; $I_R = 5 \cdot \frac{9}{9 + 6} = 3$ A.

Problem 14:

ABCD dörtgeninin kenarlarındaki dirençlerin değerleri, AB = 1 Ω, BC = 2 Ω, CD = 3 Ω, DA = 4 Ω'dur. Bu dörtgenin B ve D uçları arasına iç direnci 5 Ω olan bir galvanometre bağlanmıştır.. Dörtgenin A ucundan 1 A. girmekte ve C ucundan 1 A. çıkmaktadır. Galvanometreden geçen akımı bulunuz.

Cevap: 1/15 A. yönü B'den D'ye

Problem 15:



Şekildeki devre modelinde r_2 direncinin değerini bulunuz.

DABF çevresinden;

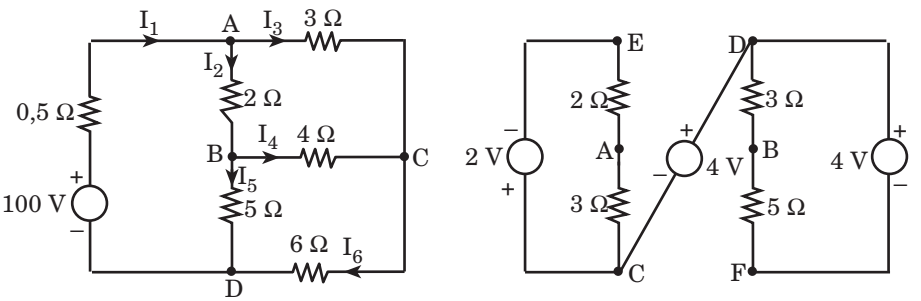
$$E_1 = I_1 (R_{11} + R_{12} + r_1) + U_{AB} \Rightarrow I_1 = -\frac{5}{180} \text{ A.}$$

ACEB çevresinden;

$E_2 = I_2 (R_{21} + R_{22} + r_2) + U_{AB}$

Buradan; $r_2 = 1\ \Omega$ bulunur.

Problem 16:

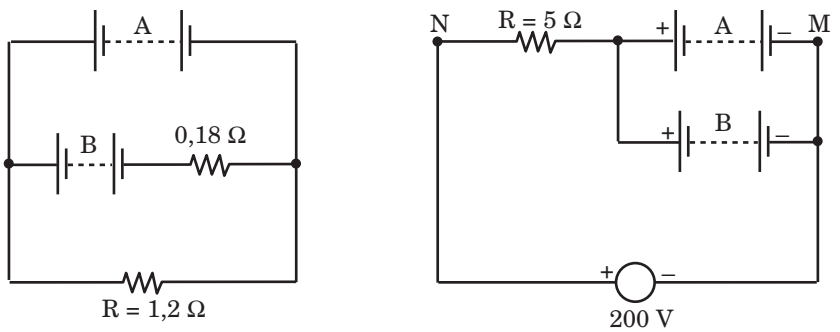


(a) (b)

Şekil (a)'da gösterilen devre modelinde bütün kollardaki akımlarını, şekil (b)'de verilen devre modelinde de A - B uçları arasındaki gerilimi bulunuz. (Şekil (a)'daki devre modelinde $\Delta \rightarrow \curlywedge$ dönüşümünden yararlanınız.)

Cevap: $I_1 = 22{,}5$ A, $I_2 = 13{,}1$ A, $I_3 = 9{,}5$ A, $I_4 = 0{,}55$ A, $I_5 = 12{,}6$ A, $I_6 = 10{,}03$ A, $U_{AB} = -3{,}7$ Volt

Problem 17:



(a) (b)

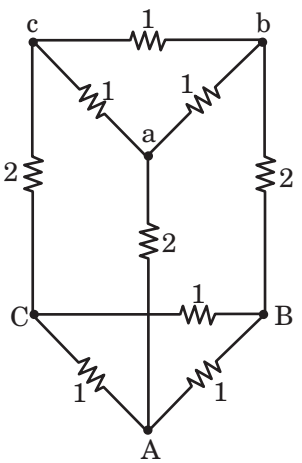
Şekil (a)'da A akümülatör bataryası 50 akümülatörden oluşturulmuştur. B akümülatör bataryasında da 45 akümülatör vardır. Her akümülatörün emk'-i 2 Volt ve iç direnci de 1 mΩ'dur. Akümülatör bataryalarındaki ve R direncindeki akımları bulunuz. Şekil (b)'de görülen devre modelinde A ve B akümülatör bataryaları paralel bağlanmıştır. Bu akümülatör bataryalarına seri bağlı bir dirençle 200 V. luk bir kaynak uygulanırsa yönleriyle birlikte A ve B bataryalarından geçen ve sistemin kaynaktan çektiği toplam akımı bulunuz. A bataryasının emk'-i 110 V ve iç direnci 0,25 Ω ve B bataryasının emk'i 100 V ve iç direnci 0,25 Ω'dur.

Cevap: a) I_R = 79 A. b) I_R = 18,54 A.

I_A = 101 A. (boşalıyor) I_A = 10,73 A. (boşalıyor)

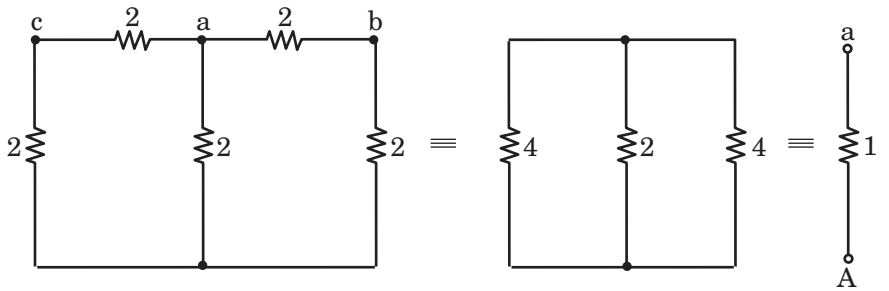
I_B = 22 A. (doluyor) I_B = 29,27 A. (doluyor)

Problem 18:

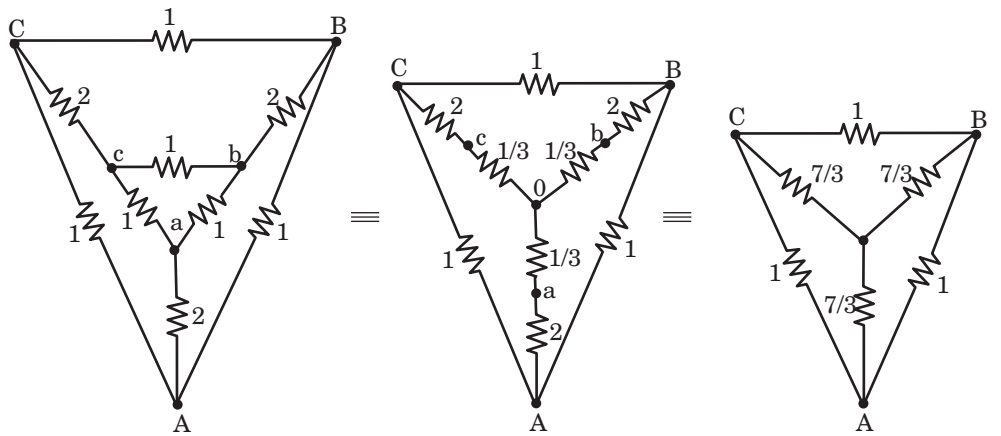


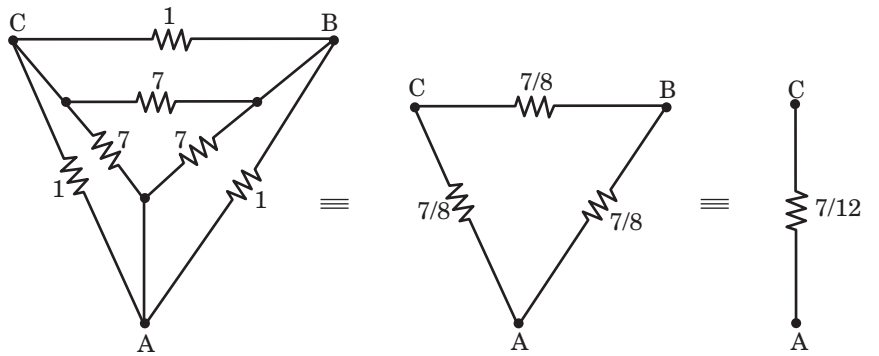
Şekildeki devrede Aa ve CA uçları arasındaki eşdeğer direncini bulunuz. (Değerler Ω cinsindendir.)

Cevap: R_{Aa}'nın bulunması; simetri yüzünden b ve c düğümlerindeki potansiyeller aynıdır. ($U_C = U_b$) Böylece U_{cb} = 0'dır. Dolayısıyla Rcb'den akım geçmez. Aynı şekilde, $U_C = U_B$ ve U_{CB} = 0 olduğu için R_{CB}'den de akım geçmez. Böylece iki direnç devreden çıkarılabilir. Devrenin şekli aşağıdaki gibi olur.



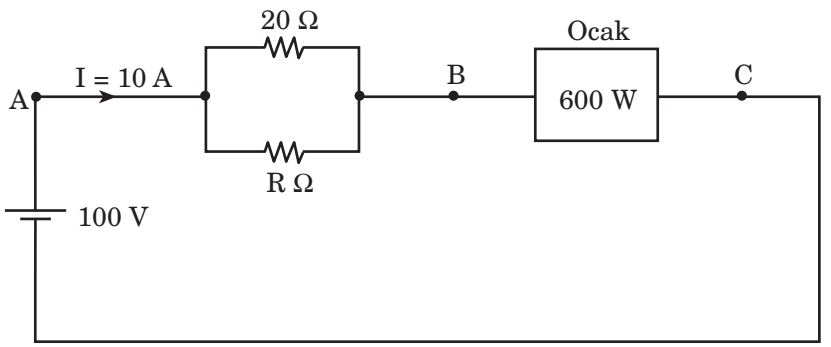
R_{CA}'nın bulunması;





Problem 19:

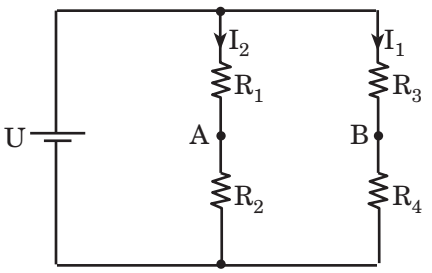
Bir elektrik ocağının 600 W harcaması, içinden 10 A. geçmesiyle mümkündür. Bu ocak, paralel bağlı 20 Ω ve R Ω'luk iki dirençle seri bağlanmış ve sisteme 100 Volt bir gerilim uygulanmıştır. Ocaktan 10 A. geçmesi için R direncinin değeri kaç Ω olmalıdır?



Ocağın direnci; $600 = I^2 \cdot R_0 = R_0 = \dfrac{600}{100} = 6\ \Omega$

$$100 = \left(\frac{20 \cdot R}{20 + R} + 6 \right) \cdot 10 \quad \Rightarrow \quad \boxed{R = 5\ \Omega}$$

Problem 20:



Şekildeki devrede;

$$\frac{U_{AB}}{U} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$ olduğunu gösteriniz.

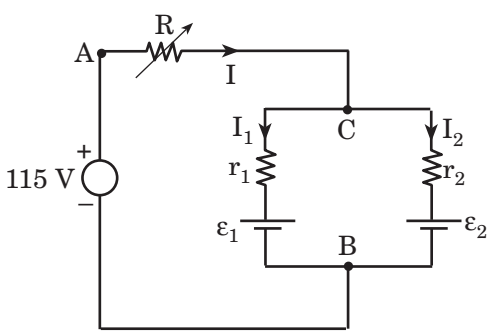
$$U_A = \frac{U \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad , \quad U_B = \frac{U \cdot R_4}{R_3 + R_4}$$

$$U_{AB} = U_A - U_B = U\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4}\right)$$

$$\frac{U_{AB}}{U} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

Problem 21:

emk'leri $\varepsilon_1 = 82$ V, $\varepsilon_2 = 85$ V ve iç dirençleri $r_1 = r_2 = 0{,}3\ \Omega$ olan iki akümülatör bataryası, paralel bağlı olarak 115 Volt'luk bir doğru akım jeneratörü ile şarj edilecektir. ε_1 akümülatör bataryasındaki I_1 akımının 40 A. olması istenmektedir. Bunun için, jeneratörün pozitif ucuyla bataryaların pozitif uçlarının birleştikleri uç arasına bir R reostası bağlanmıştır. Bu durumda, ε_2 bataryasından geçen I_2 akımı ile reostanın kaç Ω'a ayarlanması gerektiğini bulunuz.



$U_{CB} = \varepsilon_1 + I_1 \cdot r_1 = 82 + 0{,}3 \cdot 40 = 94$ V

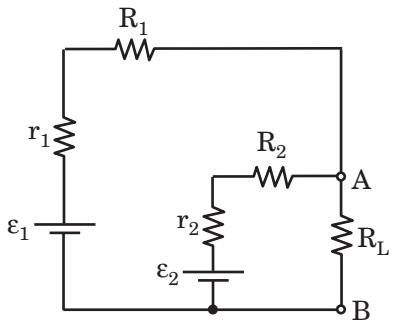
$$I_2 = \frac{U_{CB} - \varepsilon_2}{r_2} = \frac{94 - 85}{0{,}3} = 30 \text{ A.}$$

$$I = I_1 + I_2 = 70 \text{ A.}$$

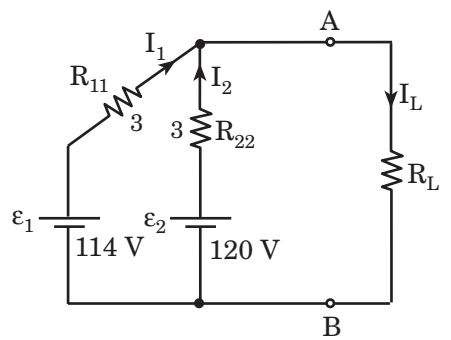
$$R = \frac{U_{AB} - U_{CB}}{I} = \frac{115 - 94}{70} = 0{,}3\ \Omega$$

Problem 22:

Emk'leri $\varepsilon_1 = 114$ V, $\varepsilon_2 = 120$ V ve iç dirençleri $r_1 = 0{,}5\ \Omega$, $r_2 = 0{,}3\ \Omega$ olan iki akümülatör bataryası devrelerine seri bağlı $R_1 = 2{,}5\ \Omega$ ve $R_2 = 2{,}7\ \Omega$ olan dirençlerle paralel bağlı olarak bir R_L yükünü beslemektedir. Yükün harcadığı gücün maksimum olduğu için R_L kaç Ω olmalıdır? Elde edilecek bu R_L değeriyle yükteki akımı ve uçlarındaki gerilimi bulunuz. Bu yükteki harcanan güç nedir? ε_1 ve ε_2 bataryalarından çekilen akımları, bunların devrelerinde harcanan güçleri ve sistemin verimini hesaplayınız.

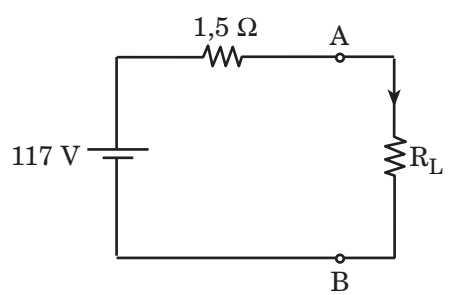


Önce devre modelini çizelim. Bu modelde, seri dirençler toplanarak aşağıdaki devre elde edilir. Bu modelin A – B uçlarındaki Thévenin eşdeğerini bulalım. Yükte harcanan gücün maksimum olması için $R_L = R_T = 1{,}5\ \Omega$ olması gerekir.



Yükün maksimum gücü harcadığı durumda çektiği akım Thévenin eşdeğer devresinden;

$$I_L = \frac{117}{1{,}5 + 1{,}5} = 39 \text{ A.}$$



Bu durumda yük uçlarındaki gerilimi;

$U_L = 39 \cdot 1{,}5 = 58{,}5$ Volt

Yükte harcanan güç;

$P_L = I_L^2 \cdot R_L = U_L \cdot I_L = 39^2 \cdot 1{,}5$

$P_L = 2281{,}5$ W

ε_1 ve ε_2 bataryalarından çekilen akımlar;

$$I_1 = \frac{114 - 58{,}5}{3} = \frac{55{,}5}{3} = 18{,}5 \text{ A.}$$

$$I_2 = \frac{120 - 58{,}5}{3} = \frac{61{,}5}{3} = 20{,}5$$

ε_1 ve ε_2 kollarında harcanan güçler;

$P_1 = I_1^2 \cdot R_{11} = (18,5)^2 \cdot 3 = 1026,75$ W

$P_2 = I_2^2 \cdot R_{22} = (20,5)^2 \cdot 3 = 1260,75$ W

Sistemde harcanan toplam güç; $P = P_1 + P_2 + P_L = 4569$ W

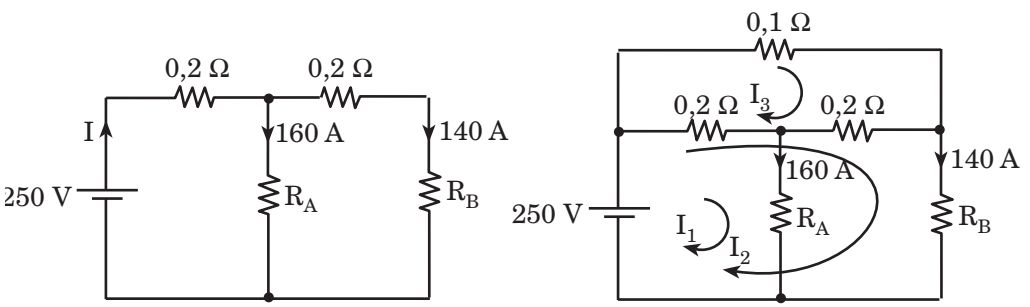
Sistemin verimi; $\frac{P_L}{P} \cdot 100 = \%\ 49,93$

Problem 23:

Bir damarının direnci 0,2 Ω olan iki damarlı bir kablonun bir ucuna 140 A. çeken bir B yükü ve tam ortasından da 160 A. çeken bir A yükü bağlanmıştır. Yükler rezistiftir. Gerilimi 250 V olan bir DC jeneratörü paralel bağlı bu yükleri kablonun boştaki ucundan beslenmektedir.

a) Sistemin modelini çiziniz. A ile B yüklerine uygulanan gerilimleri bulunuz.

b) Yukarıdaki sistemde, jeneratörle B yükü uçlarına, bir damarının direnci 0,05 Ω olan iki damarlı bir kablo ile birleştirmekle elde edilen devrenin modelini çiziniz ve bu durumda A ile B yüklerine uygulanan gerilimleri hesaplayınız.



a) Şekil (a)'daki modelden;

$I = I_1 + I_2 = 300$ A.

$U_A = 250 - (300 \cdot 0,2) = 250 - 60 = 190$ V

$U_B = U_A - (140 \cdot 0,2) = 190 - 28 = 162$ V

b) Şekil (b)'deki modelden, çevre akımlarını yazabiliriz.

I_1 = 160 A, I_2 = 140 A. dir. U_A = 160 R_A ve U_B = 140 R_B olacaktır. Böylece;

$(0{,}2 + R_A) \cdot 160 + 0{,}2 \cdot 140 - 0{,}2\ I_3 = 250$ . . . . . (I)

$0{,}2 \cdot 160 + (0{,}4 + R_B) \cdot 140 - 0{,}4\ I_3 = 250$ . . . . . (II)

$-0{,}2 \cdot 160 - 0{,}4 \cdot 140 + 0{,}5\ I_3 = 0$ . . . . . (III)

(III) nolu denklemden $-32 - 56 + 0{,}5\ I_3 = 0$ ya da I_3 = 176 A.

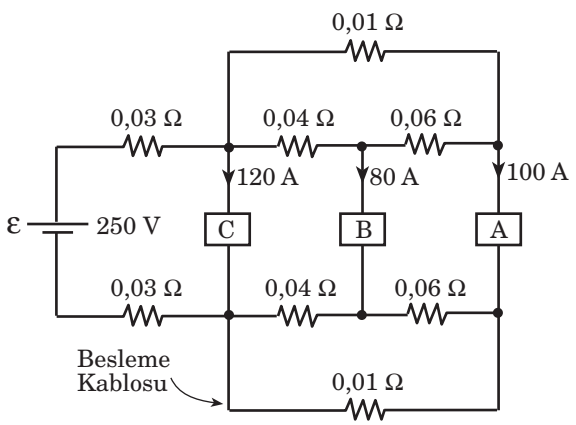
(I)'den I_3 = 176 koyarak;

$(0{,}2 + R_A) \cdot 160 + 0{,}2 \cdot 140 - 0{,}2 \cdot 176 = 250$ ya da $160 \cdot R_A$ = 225,2 Volt

(II) nolu denklemde I_3 = 176 koyarak

$32 + 56 + 140\ R_B = 250 + 70 \cdot 4$ veya $140\ R_B$ = 232,4 Volt

Problem 24:



Şekilde verilen modelde ε = 250 Volt'luk bir DC jeneratörüyle beslenen A, B ve C yüklerinin devre modelini göstermektedir. Modeldeki dirençler, devreyi oluşturan kabloların dirençleridir.

Yüklere uygulanan gerilimleri hesaplayınız. Sistemde bağlı olan ve besleme kablosuna dikkat ediniz.

Cevap: U_A = 229,6 Volt, U_B = 227,2 Volt, U_C = 232 Volt

Problem 25:

Üniform ve düz bir telden yapılmış, toplam direnci 90 Ω olan bir potansiyometrenin sabit uçları 120 V.luk bir gerilim kaynağına ve 60 Ω'luk bir direncin uçları ise potansiyometrenin sabit uçlarından biriyle gezen ucuna bağlanmıştır. Gezen uç, sabit uçlarda ve sabit uçlardan 1/3 uzaklıkta olduğu durumlarda dirençte harcanan güçleri hesaplayınız.

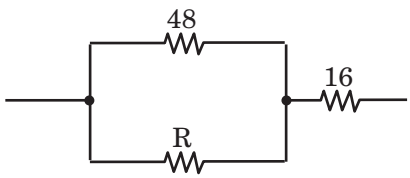
Cevap: 240 W, 60 W, 15 W, 0 W

Problem 26:

Emk'i 125 Volt ve iç direnci 0,15 Ω olan bir DC jeneratörü, bir damarının direnci 225 mΩ olan bir kablo ile paralel bağlı A ve B akümülatör bataryalarını doldurmaktadır. Bu bataryaların iç dirençleri, sırasıyla 0,4 ve 0,32 Ω'dur. Emk'leri ise birbirine eşit ve 90 Volt'tur. Bu bataryaları şarj eden akımları bulunuz.

Cevap: I_A = 20 A. ve I_B = 25 A.

Problem 27:



Şekilde verilen devre modelinde değerler Ω'dur. 16 Ω'luk dirençte harcanacak gücün, bütün sistemde harcanacak gücün 2/3'ü olması için R değeri ne olmalıdır?

Cevap: R = 9,6 Ω

Problem 28:

Verimi % 92 olan 12 beygir gücündeki bir DC motor ile kapasitesi 4,8 KW olan bir elektrikli ocak, boyu 100 m. iki damarlı bir kablo ile 132 Volt'luk bir gerilim kaynağına bağlanmıştır. Motor ve ocak, birlikte ve tam kapasitelerinde çalıştıkları zaman uçlarındaki gerilim 120 Volt'tur. Bu çalışma durumunda kabloda harcanan gücü ve kablonun kesit alanını bulunuz. Bakır iletkeninin özdirenci 0,0175 Ω – mm^2/m dir.

$$I_{motor} = \frac{12 \,.\, 736}{0{,}92 \,.\, 120} = 80 \text{ A}, \qquad I_{ocak} = \frac{4800}{120} = 40 \text{ A}.$$

Kablodaki akım = 80 + 40 = 120 A.

Kablodaki gerilim düşümü; 132 – 120 = 12 Volt

Kablonun direnci; R = 12/120 = 0,1 Ω

Kabloda harcanan güç; $P = 0{,}1 \,.\, (120)^2 = 1440$ W

Kablonun kesiti; $R = \rho \frac{l}{A}$. 'dan $\quad A = \frac{0{,}0175 \,.\, 100 \,.\, 2}{0{,}1} = 35 \text{ mm}^2 \quad (l{=}100.2)$

Problem 29:

Seri bağlı iki direncin toplamı, bu iki direncin paralel toplamı değerinin 6,25 katıdır. Bu dirençlerden birinin değeri 1 Ω ise diğeri kaç Ω'dur?

Cevap: 4 Ω veya 0,25 Ω

Problem 30:

İçinde 20 litre su bulunan bir elektrikli su ısıtıcısı ile 1,5 KW harcayan bir elektrikli soba paralel olarak bir gerilim kaynağına bağlandıktan sonra suyun 20 C° olan sıcaklığı 20 dakikada 80 C°'ye çıkmıştır. Su ısıtıcısının verimi % 70 ve ısıtıcı elemanının direnci 3,75 Ω'dur. 1 Cal = 4,2 J alarak, su ısıtıcısıyla sobanın, birlikte ve tam kapasitede çalıştıkları durumda, gerilim kaynağından çektikleri toplam akımı ve bunlara uygulanan gerilimi bulunuz.

$Q = 20 \cdot 10^3 (80 - 20) = 12 \cdot 10^5$ Cal $= 12 \cdot 10^5 \cdot 4{,}2$ Joule

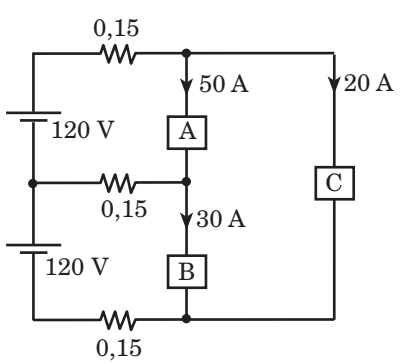
$$P = \frac{12 \cdot 10^5 \cdot 4{,}2}{20 \cdot 60} = 4{,}2 \cdot 10^3 \text{ W}$$

Su ısıtıcısına verilen güç; $P_{giriş} = \dfrac{4{,}2 \cdot 10^3}{0{,}7} = 6 \cdot 10^3$ W

$$P = \frac{U^2}{R} \quad \text{veya} \quad U = \sqrt{P \cdot R} = \sqrt{6000 \cdot 3{,}75} = 150 \text{ Volt}$$

$$I_{ısıtıcı} = \frac{150}{3.750} = 40 \text{ A}, \qquad I_{soba} = \frac{1500}{150} = 10 \text{ A}, \; I = 40 + 10 = 50 \text{ A}.$$

Problem 31:



Şekilde verilen model, gemilerde kullanılan üç iletkenli bir doğru gerilim sisteminin genel modelidir. Yüklere uygulanan gerilimleri ve yüklerde harcanan güçleri bulunuz.

Cevap: $U_A = 106{,}5$ V

$U_B = 115{,}5$ V, $P_A = 5325$ W

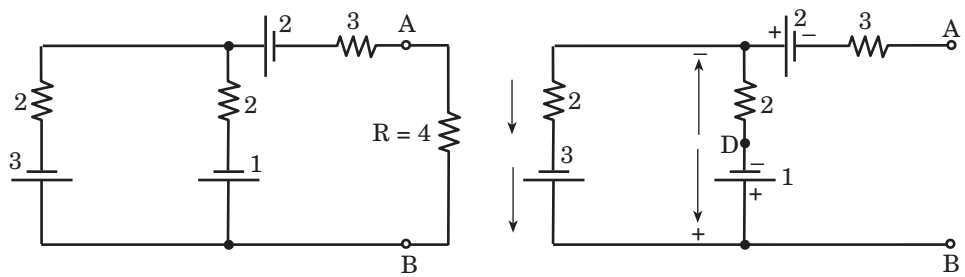
$P_B = 3465$ W, $P_C = 4440$ W

Dirençler ohm' dur.

$R_A = 2{,}13$, $R_B = 3{,}85$, $R_C = 11{,}1$ ohm

Problem 32:

Thévenin teoremiyle R direncindeki harcanan gücü bulunuz. Sayısal değerler ohm ve volttur.



Cevap: R = 4 ohm direnci devreden çıkarılır ve gerilim kaynakları kısa devre yapılarak AB uçlarında, sistemin toplam (eşdeğer) direnci bulunur. Böylece; $R_T = 3 + (2 \,.\, 2) / (2 + 2) = 4$ ohm' dur.

AB uçlarındaki gerilimin bulunması:

I akımının çevreye Kirchhoff'un gerilim yasasını uygulamakla;

$-3 - 2I - 2I + 1 = 0$, buradan:

$I = -\dfrac{1}{2}$ A (seçilen yönün tersi). Böylece:

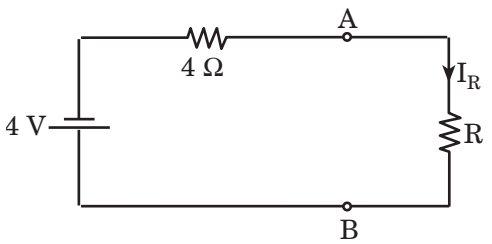
$$U_{CB} = U_{DB} + U_{CD} = -1 + (-\frac{1}{2} \,.\, 2) = -2 \text{ Volt}$$

$$U_{DC} = I \,.\, 2 = \frac{1}{2} \,.\, 2 = 1 \text{ V}, \; -U_{CB} = +U_{BC} = U_{DC} + U_{BD} = 1 + 1 = 2 \text{ Volt}$$

$U_{BA} = -U_{CB} + U_{CA} = 2 + 2 = 4$ V, ya da $U_{AB} = -U_{BA} = -4$ Volt

Sistemin Thévenin eşdeğeri aşağıda gösterilmiştir.

Bu şekilden:

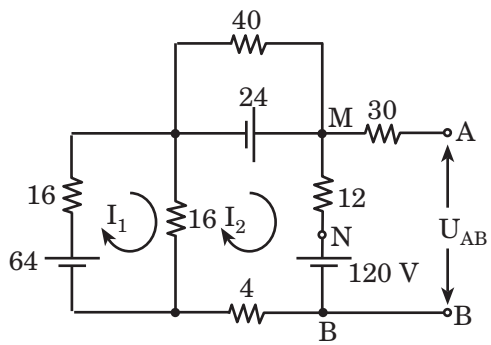


$$I_R = \frac{U_{AB}}{R_T + R} = \frac{-4}{4 + 4} = -\frac{1}{2} \text{ A.}$$

Bu akımın yönü A'dan B'ye dir. Böylece, I_R akımının gerçel yönü B'den A'ya dır.

$$P_R = (-1/2)^2 \cdot 4 = 1 \text{ W}$$

Problem 33:



Şekildeki modelin AB uçlarındaki Thévenin eşdeğerini bulunuz. Şekildeki değerler ohm ve volttur.

R_T = 36 ohm,

Çevre yöntemi ile;

$32\ I_1 - 16\ I_2 = 64$

$-16\ I_1 + 32\ I_2 = -96$

Buradan: $I_2 = \frac{-128}{48}$ A.

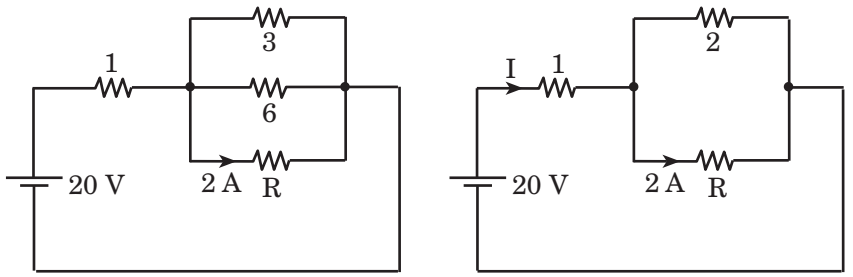
Buradan I_2'nin yönü şekildekinin tersidir.

$U_{AB} = U_{MN} + U_{NB}$ $\qquad U_{MN} = \frac{-128 \cdot 12}{48} = -32$ V

$U_{AB} = -32 + 120 = 88$ V

Problem 34:

Şekildeki modelde R direncinden geçen akım 2 amperdir. Bu direncin değerini bulunuz.

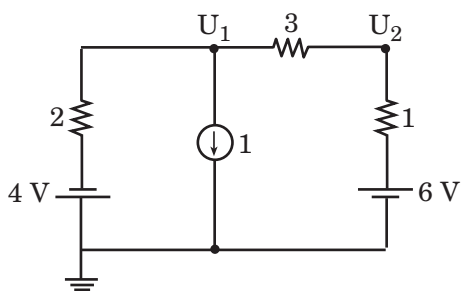


(a) (b)

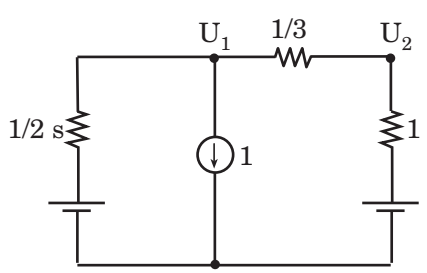
$$R_T = 1 + \frac{2 \cdot R}{2 + R} = \frac{2 + 3R}{2 + R} \quad , \quad I = \frac{U}{R_T} = \frac{20}{\left(\frac{2 + 3R}{2 + R}\right)}$$

$$I_R = I \cdot \frac{2}{2 + R} = \frac{20}{\left(\frac{2 + 3R}{2 + R}\right)} \cdot \frac{2}{2 + R} = 2 \quad , \qquad R = 6\Omega$$

Problem 35:



Şekilde verilen devre modelinde, kaynak dönüşümü yapmadan U_1 ve U_2 değerlerini bulunuz. Değerler Volt, Amper ve Ω cinsindendir. (Yapay düğümlerin gerilimleri –4 V, + 6 V'tur.)

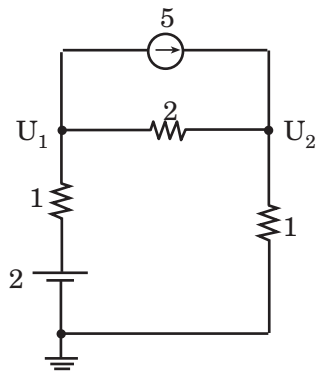


$$\frac{5}{6} U_1 - \frac{1}{3} U_2 - (-4 \cdot \frac{1}{2}) = -1$$

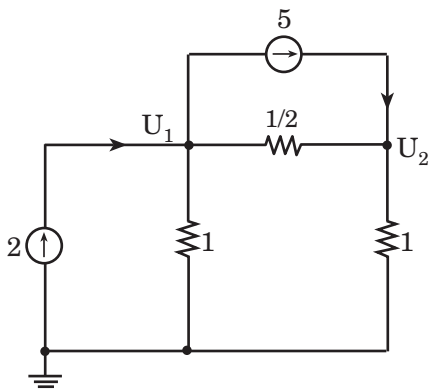
$$-\frac{1}{3} U_1 + \frac{4}{3} U_2 - (6 \cdot 1) = 0$$

$U_1 = -2$ V, $\qquad U_2 = 4$ V

Problem 36:



Şekildeki sayısal değerler V, A ve Ω'-dur. Gerekli kaynak dönüşümünü yaparak U_1 ve U_2 gerilimleri bulunuz.



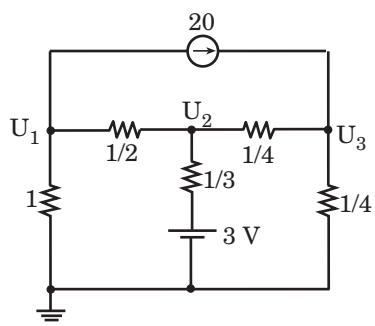
$$\frac{3}{2}U_1 - \frac{1}{2}U_2 = -3$$

$$-\frac{1}{2}U_1 + \frac{3}{2}U_2 = 5$$

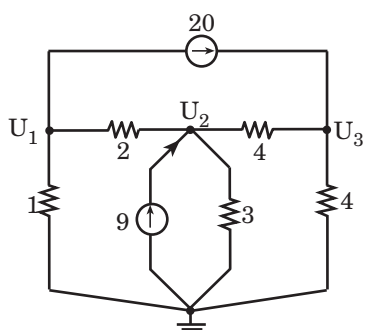
$U_1 = -1$ V, $U_2 = 3$ V

Problem 37:

Şekildeki modelde U_1, U_2 ve U_3 gerilimlerini bulunuz. Sayısal değerler; Ω, V ve A. dir.



(a)



(b)

Gerilim kaynaklarını akım kaynaklarına (Şekilde yalnız bir kaynak var) çevirelim, dirençlerin yerlerine iletkenliklerini yazalım. Böylece, şekildeki model elde edilir. Bu modelde sayısal değerlerin Siemens (S) ve amper olduklarına dikkat ediniz. Düğüm yöntemi ile aşağıdaki denklem sistemini yazabiliriz (Üç bağımsız düğüm, "üç" denklem).

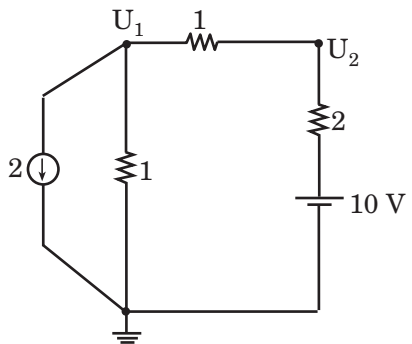
$3\ U_1 - 2\ U_2 + 0\ U_3 = -20$

$-2\ U_1 + 9U_2 - 4\ U_3 = 9$

$0\ U_1 - 4\ U_2 + 8\ U_3 = 20$

$U_1 = -6$ V, $U_2 = 1$ V, $U_3 = 3$ V

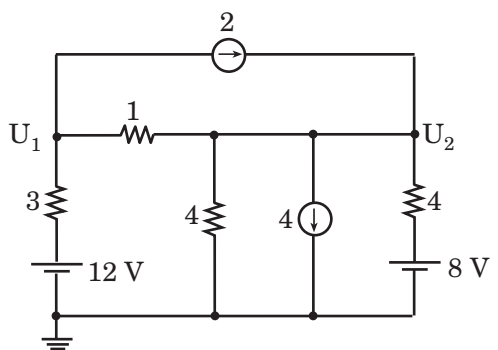
Problem 38:



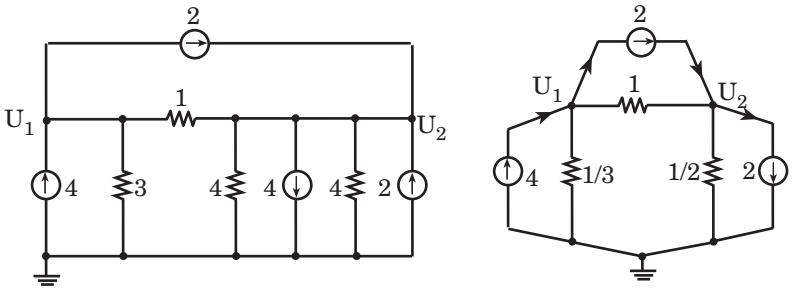
Şekildeki devre modelinde sayısal değerler V, A ve Ω'dur. Devrenin biçimini bozmadan U_1 ve U_2 gerilimlerini bulunuz.

Cevap: $U_1 = 1$ V, $U_2 = 4$ V

Problem 39:



Şekildeki devre modelinde değerler V, A ve Ω'dur. U_1 ve U_2 gerilimlerini bulunuz.

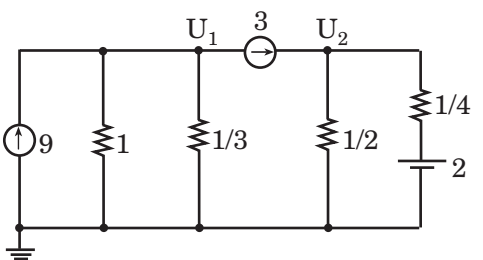


Bu modele düğüm yöntemini uygulayarak:

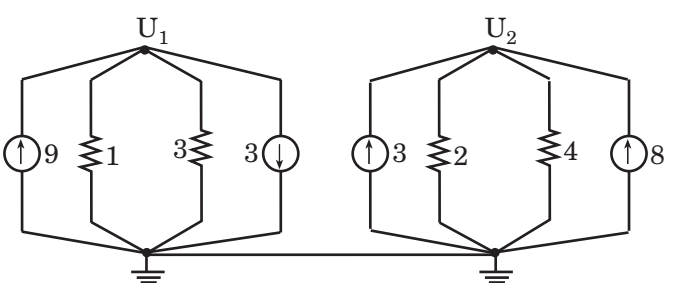
$\frac{4}{3} U_1 - 1\, U_2 = 2$ Bu denklem sisteminden:

$-1\, U_1 + \frac{3}{2} U_2 = 0$ $U_1 = 3$ V ve $U_2 = 2$ V bulunur.

Problem 40:



Şekildeki devre modelinde U_1 ve U_2 gerilimlerini bulunuz. Sayısal değerler volt, amper ve ohm'dur.

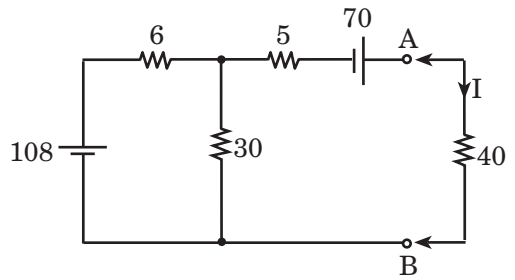


Paralel dirençsiz akım kaynağını paralel dirençli kaynağa 2 V'luk gerilim kaynağı da akım kaynağına dönüştürülür ve dirençlerin yerlerine iletkenlikleri yazılırsa şekildeki devre eldilir. Düğüm yöntemi ile:

$(1 + 3)\, U_1 = 9 - 3$, $U_1 = \frac{3}{2}$ V

$(2 + 4)\, U_2 = 3 + 8$, $U_2 = \frac{11}{6}$ V

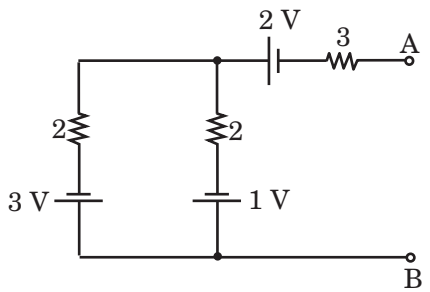
Problem 41:



Şekilde verilen devre modelinde 40 Ω'luk dirençteki akımı önce çevre sonra Thévenin teoremiyle hesaplayınız.

Cevap: I = 3,2 A.

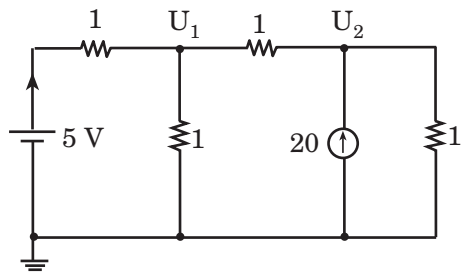
Problem 42:



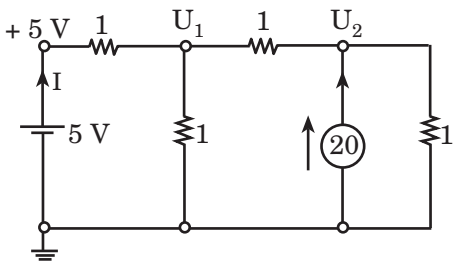
Şekildeki devre modelinde A – B uçlarındaki eşdeğer gerilim kaynağını bulunuz. Bu sistemin A – B uçlarına 4 Ω'luk direnç bağlanırsa harcanan gücü bulunuz.

Cevap: U_{AB} = 4 V, P = 1 W

Problem 43:



Şekilde verilen modelin biçimini bozmadan U_1 ve U_2 gerilimlerini bulunuz. 5 V'luk kaynak bir akümülatör olup, verdiği gücü bulunuz. Değerler volt, amper ve Ω'-dur.



Düğüm gerilimleri yöntemi ile:

$3\,U_1 - 1\,U_2 - (1\,.\,5) = 0$ ya da $3\,U_1 - 1\,U_2 = 5$

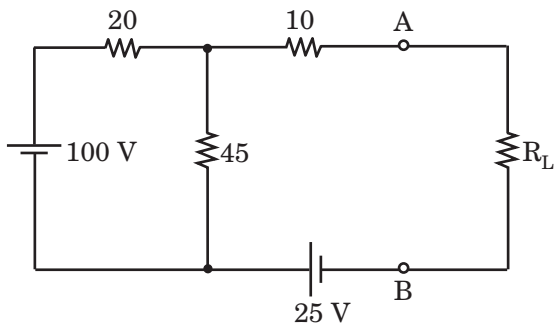
$-1\,U_1 + 2\,U_2 - (1\,.\,0) = 20$ $-1\,U_1 + 2\,U_2 = 20$

Bu denklem sisteminden: $U_1 = 6$ V, $U_2 = \frac{11}{3}$ V

Gerilim kaynağındaki akım: $I = \frac{5 - 6}{1} = -1$ A.

Akım yönü şekildekinin tersidir. Böylece, akümülatör boşalmayıp, dolmaktadır. Güç vermiyor, fakat 5 W güç alıyor.

Problem 44:

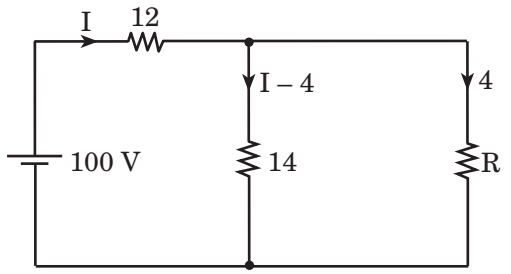


Şekildeki devre modelinin AB uçlarında Thévenin eşdeğerini bulunuz ve sonra bu uçlara bağlı R_L = 15 ohm direncinde harcanan gücü hesaplayınız. Değerler volt, amper ve Ω'dur.

Cevap: $U_{AB} = 94{,}23$ V, $I_R = 2{,}43$A

$R_T = 23{,}8$ ohm, $P_R = 88{,}57$ W

Problem 45:



14 ohm'luk bir dirençle, değeri belli olmayan bir R direnci paralel bağlı ve 12 ohm'luk üçüncü bir dirençte bunlara seri bağlanmıştır. Bu sisteme uygulanan gerilim 100 Volt olduğuna göre, R direncinden geçen akımın 4 amper olması için, bu direncin kaç ohm olması gerekir?

Kaynaktan çekilen akım I amper olsun. Böylece, 14 ohm'daki akım I – 4 A olur. 14 ohm ve R ohm, paralel bağlı dirençlerin uçlarındaki gerilimler eşit olacağından:

$$14\,(I - 4) = 4\,R \qquad \text{ya da} \qquad I = \frac{2\,(14 + R)}{7} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Sistemin kaynak uçlarındaki toplam (eşdeğer) direnci:

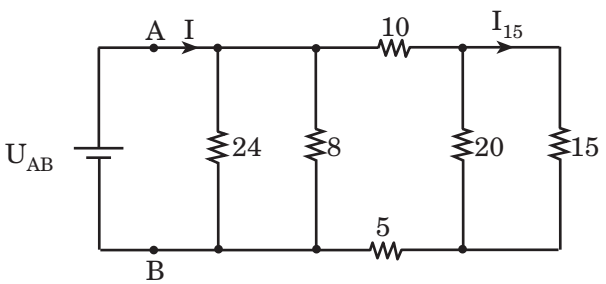
$$R_T = 12 + \frac{14\,.\,R}{14 + R} = \frac{168\,.\,26\,R}{14 + R}$$

$$\text{Sistemin çektiği akım: } I = \frac{100}{R_T} = \frac{100\,(14 + R)}{168 + 26\,R} = \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Böylece, (1) = (2) yaparak:

$$\frac{100\,(14 + R)}{168 + 26\,R} = \frac{2\,(14 + R)}{7}$$ Buradan: R = 7 ohm bulunur.

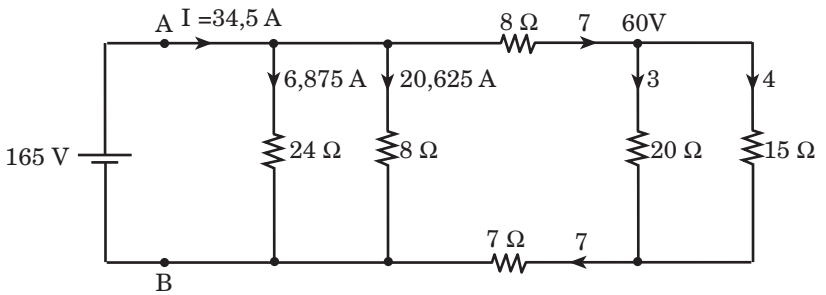
Problem 46:



Şekildeki devrede 15 Ω'luk dirençte harcanan güç 240 W olduğuna göre, AB uçlarına uygulanan gerilimi, kollardaki akımları bulunuz. Değerler Ω ve V'tur.

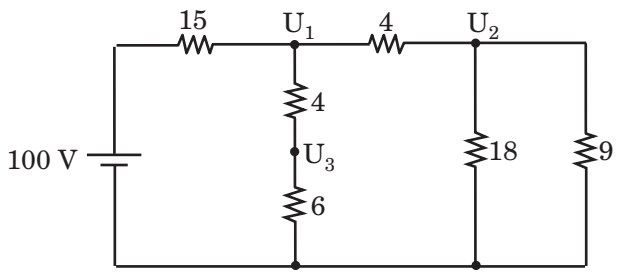
$$I_{15} = \sqrt{\frac{240}{15}} = 4A,\ U_{15} = 60\ V$$

$$I_{20} = \frac{60}{20} = 3A,\ I_8 = 3 + 4 = 7A$$

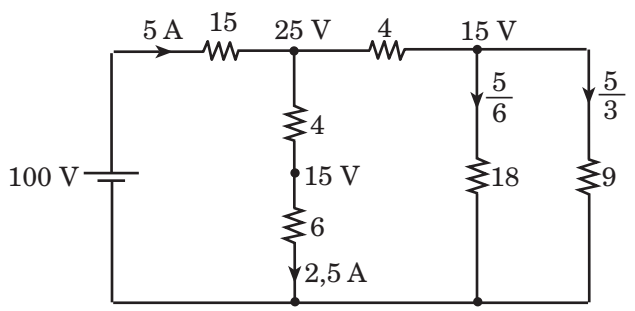


$$R_{AB} = R_T = \frac{110}{23} = \Omega \qquad I = \frac{U_{AB}}{R_T} = 34,5\ A.$$

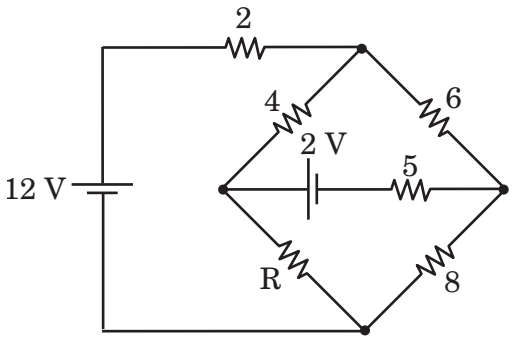
Problem 47:



Şekildeki modelde, kollardaki akımları ve düğümlerdeki gerilimleri bulunuz. Değerler V ve Ω'dur.



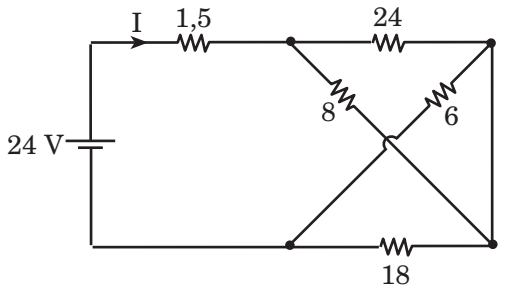
Problem 48:



Şekilde görülen köprü devresinde 5 Ω'luk dirençteki akımın sıfır olması için R direncinin değeri ne olmalıdır? Değerler Ω ve V'tur.

Cevap: R = 14,2 Ω

Problem 49:

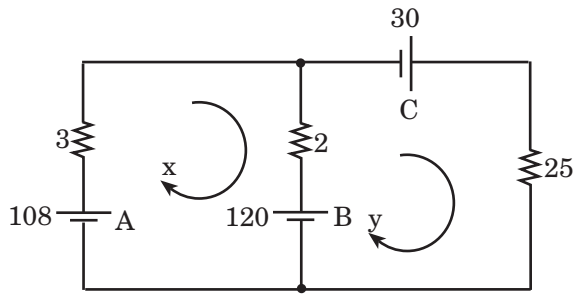


Şekilde verilen modelde değerler ohm ve volttur. 6 ohm'luk direnç elemanının uçlarındaki gerilim düşümünü bulunuz.

Cevap: Bu elemandaki akım,

I = 2 A. ve gerilim U_{R6} = 9 V'tur.

Problem 50:



A ve B akümülatör bataryaları paralel ve bunların uçlarına da direnci 25 ohm olan bir direnç elemanı ile seri bir C bataryası negatif ucu diğer bataryaların pozitif uçlarına gelecek biçimde bağlanmıştır. E_C = 30 V, E_A = 108 V, E_B = 120 V, r_A = 3 ohm, r_B = 2 ohm ve r_C ise ihmal edilecek kadar küçüktür. Bataryalardaki akımları yönleri ile birlikte ve A bataryasının uç gerilimini bulunuz.

Çözüm: Seçilen çevre akımları yönlerine göre:

$5\ x - 2\ y = -12$ Bu denklemlerden: $x = -0{,}183$ A,

$-2\ x + 27\ y = 150$ $y = 5{,}54$ A,

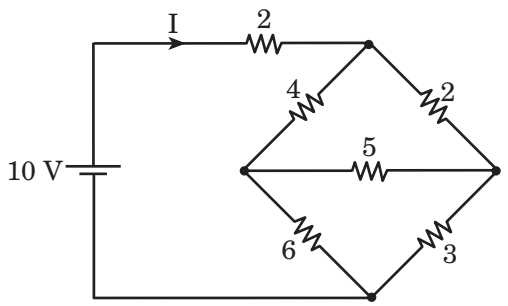
$I_A = 0{,}183$ A (Şekildeki yönün tersi) Doluyor,

$I_C = 5{,}5$ A (Şekildeki yönün tersi) Boşalıyor,

$I_B = y - x = 5{,}54 - (-0{,}183) = 5{,}723$ A Boşalıyor,

A aküsünün uç gerilimi: $U_A = 108 + 3\ .\ 0{,}183 = 108{,}55$ V

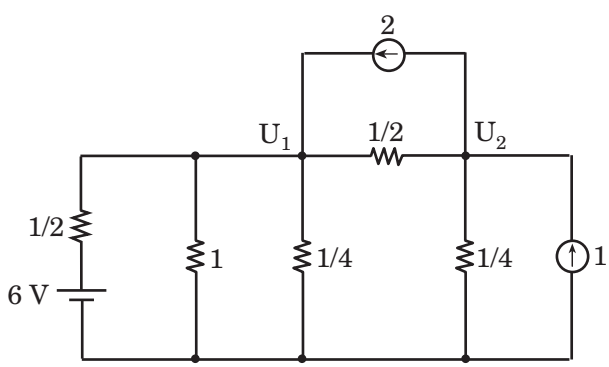
Problem 51:



Şekilde verilen köprü devresinde I akımını bulunuz. Direnç değerleri Ω cinsindendir.

Cevap: 1,875 A.

Problem 52:

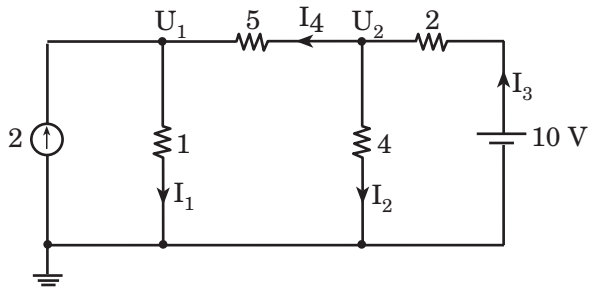


Şekilde verilen modelde gerekli kaynak dönüşümlerini yaparak, düğüm yöntemiyle U_1 ve U_2 gerilimlerini bulunuz.

Cevap: $U_1 = 1{,}64$ V

$U_2 = 0{,}38$ V

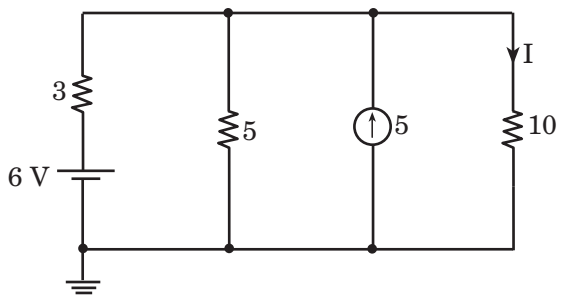
Problem 53:



Şekildeki değerler; Ω, V ve A. dir. Düğüm yöntemini uygulayarak U_1, U_2 ve U_{21} gerilimlerini ve dirençlerdeki akımları bulunuz.

Cevap: $U_1 = 2{,}636$ V $U_2 = 5{,}82$ V $U_{21} = 3{,}184$ V $I_1 = 2{,}636$ A.
$I_2 = 1{,}455$ A. $I_3 = 2{,}091$ A. $I_4 = 0{,}636$ A.

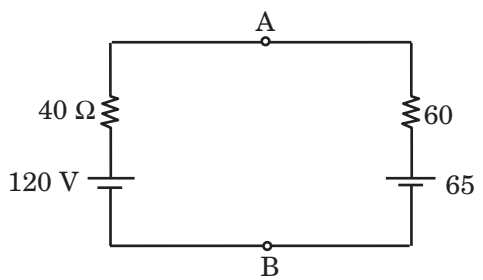
Problem 54:



Şekilde verilen modelde değerler Ω, V ve A. dir. Modelin şeklini değiştirmeden düğüm yöntemiyle I akımını bulunuz.

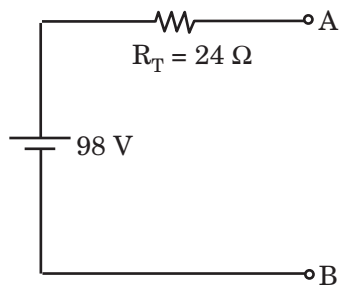
Cevap: 1,105 A.

Problem 55:



Şekilde verilen devre modelinde AB uçlarına bir $R_L = 74$ ohm direnci bağlanırsa, Thévenin teoremini uygulayarak bu dirençte harcanan gücü bulunuz. R_L direncinde harcanacak gücün maksimum olması için değerinin kaç ohm olması gere-

kir? R_L'ye sıra ile 100, 74, 46, 24, 19 ve 11 ohm değerlerini vererek bu dirençlerdeki akımları ve harcanan güçleri bulunuz. Dirençleri x eksenine ve güçleri y eksenine koyarak çizeceğiniz eğri ile Direnç – Güç değişimini gösteriniz.

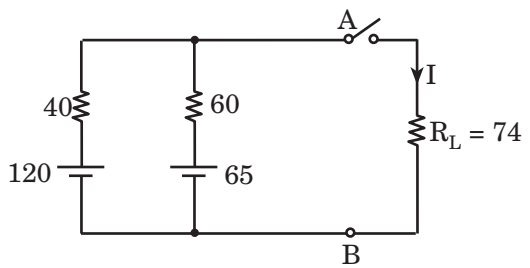


Thévenin teoremine göre R_L akımı:

$$I = \frac{U_{AB}}{R_T + R_L}$$

R_L de harcanan güç:

$$P_L = I^2 . R_L = \frac{(U_{AB})^2}{(R_T + R_L)^2} . R_L$$



Önce, verilen modelin Thévenin eşdeğerini bulalım:

$$R_T = \frac{40 . 60}{40 + 60} = 24 \text{ ohm}$$

$$U_{AB} = 65 + (\frac{120 - 65}{40 + 60}) . 60 = 98 \text{ V}$$

$$I = \frac{98}{24 + 74} = 1 \text{ A}, \quad P_L = (1)^2 . 74 = 74 \text{ W}$$

$$P_L = \frac{U^2_{AB} R_L}{(R_T + R_L)^2}$$

olduğuna göre, P_L'nin maksimum olması için R_L'nin alacağı değeri bulmak için, yandaki denklemin R_L'ye (değişken değer) göre türevini almamız gerekir. Yani:

$$\frac{dP_L}{dR_L} = U^2_{AB} \left[\frac{(R_T + R_T)^2 - (2 R_T + 2 R_L)R_L}{(R_T + R_L)^4} \right] = U^2_{AB} \left[\frac{R_T + R_L - 2 R_T}{(R_T + R_L)^3} \right]$$

Türevi sıfır yapan değer $R_T + R_L - 2 R_T = 0$ olup, buradan: $R_L = R_T$

$R_L = R_T = 24$ ohm için; $I = 98 / (24 + 24) \cong 2$ A.

$P_L = (2{,}04)^2 . 24 \cong 100$ W

R_L = 100 ohm için; I = 0,79 A ve P_L = 64,41 W

R_L = 74 ohm için; I = 1,00 A ve P_L = 74 W

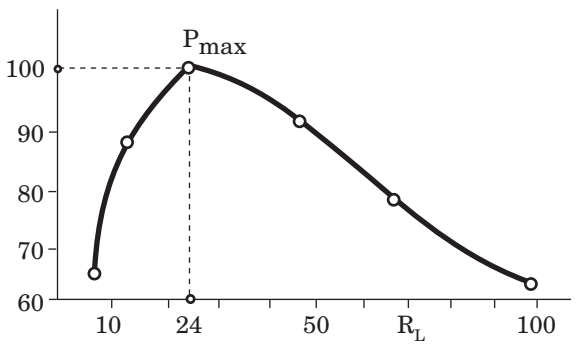
R_L = 46 ohm için; I = 1,4 A ve P_L = 90,16 W

R_L = 24 ohm için; I = 2,04 A ve P_L = 100 W

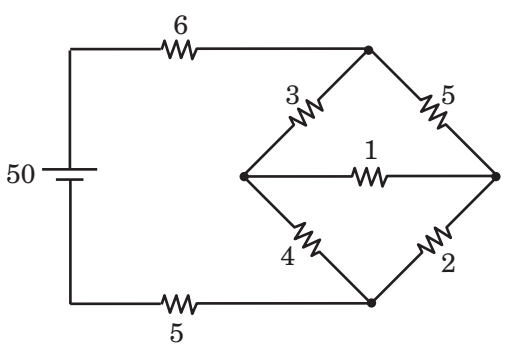
R_L = 19 ohm için; I = 2,28 A ve P_L = 98,77 W

R_L = 11 ohm için; I = 2,8 A ve P_L = 86,24 W

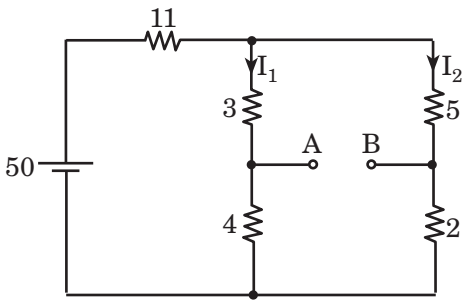
Böylece maksimum güç için (yani Pmax = 100 W) R_L = 24 ohm olması gerektiği anlaşılır. Şekildeki grafikte dikkat edilirse R_L'nin 24 ohm'dan küçük ya da büyük değerleri için P_L'nin 100 W'tan küçük değerler aldığı görülür.

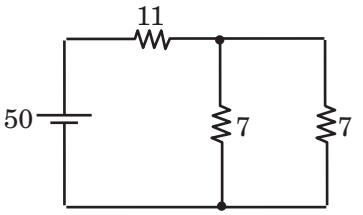


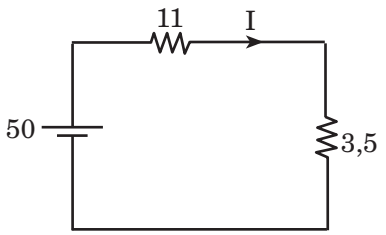
Problem 56:



Şekildeki devreye Thévenin teoremini uygulayarak 1 Ω'luk dirençteki akımı bulunuz.







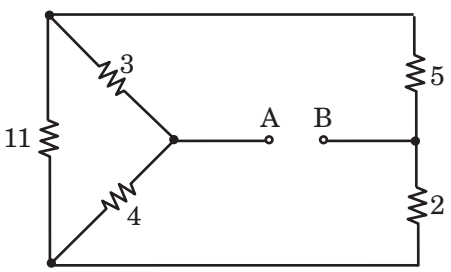
$I = 50 / 14{,}5$ A ve $I_1 = I_2 = I / 2 = 50 / 29$ A.

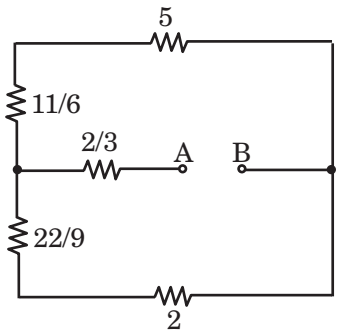
$U_A = \frac{50}{29} . 4 = \frac{200}{29}$ V

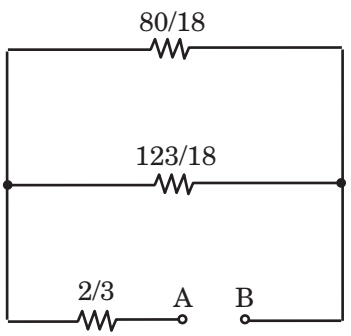
$U_B = \frac{50}{29} . 2 = \frac{100}{29}$ V

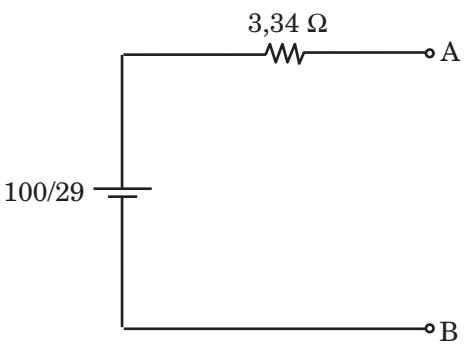
$U_{AB} = U_A - U_B = \frac{100}{29}$ V

R_T'nin hesaplanması;

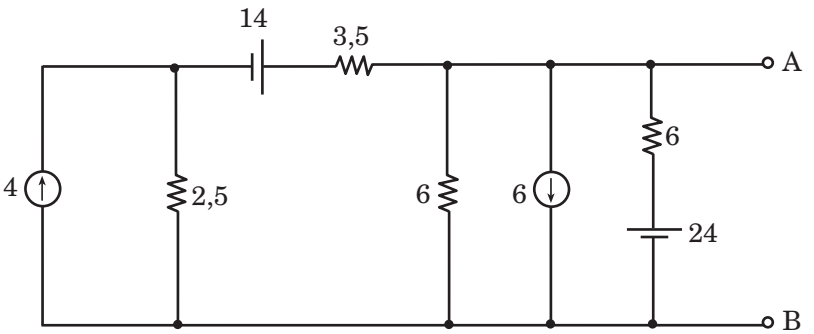




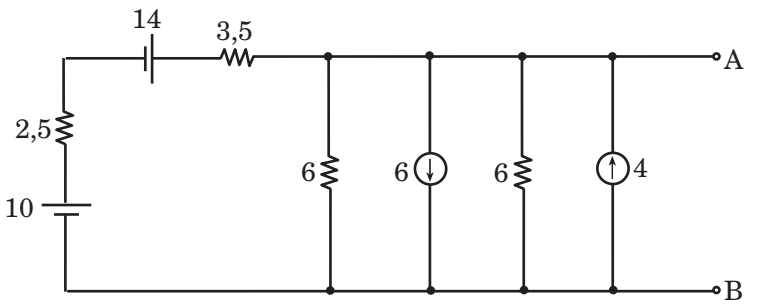


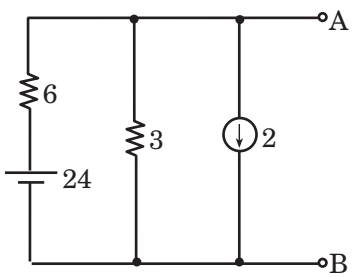


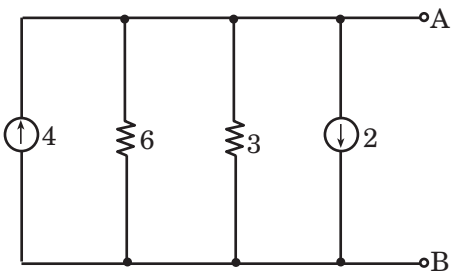
Problem 57:

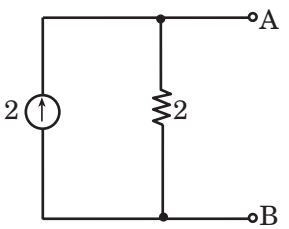


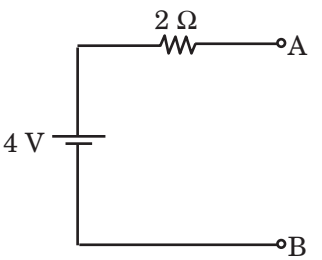
Kaynak dönüşümleriyle devrenin A – B uçlarında, eşdeğer gerilim kaynağını bulunuz. Şekildeki değerler; V, A ve Ω'dur.



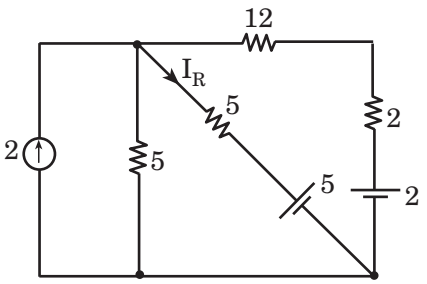








Problem 58:

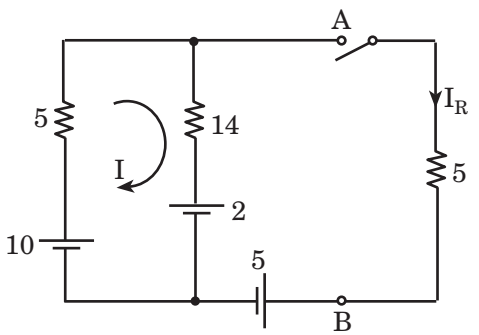


Şekildeki modelde I_R akımını;

a) Thévenin teoremiyle,

b) Düğüm yöntemiyle bulunuz. Değerler Ω, V ve A. dir.

a) Thévenin teoremiyle;

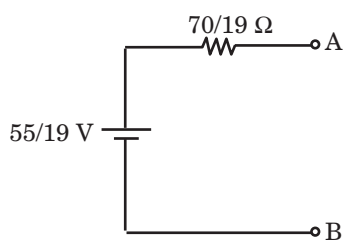


$$R_T = \frac{14 \cdot 5}{14 + 5} = \frac{70}{19}\ \Omega$$

$$10 - 5\,I - 14\,I - 2 = 0$$

$$I = \frac{8}{19}\ A.$$

$$U_{AC} = 14\,I + 2 = 14\,\frac{8}{19} + 2$$



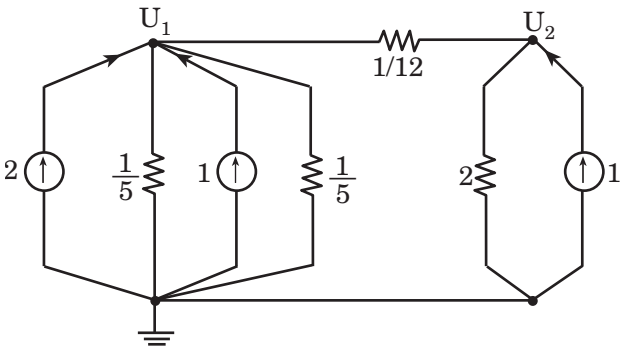
$$U_{AB} = U_{AC} + U_{BC} = \left(\frac{14 \cdot 8}{19} + 2\right) + (-5) = \frac{14 \cdot 8}{19} - 3 = \frac{112 - 57}{19}$$

$$= \frac{55}{19}\ V \quad \text{Thévenin teoremi ile;}$$

$$I_R = \frac{\frac{55}{19}}{\frac{70}{19} + 5} = \frac{55}{165} = \frac{1}{3}\ A.$$

b) Düğüm yöntemiyle;

Gerekli kaynak dönüşümleri ile şekildeki devre elde edilir.



Bu şekilden;

$$\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{12}\right)U_1-\frac{1}{12}U_2=3$$

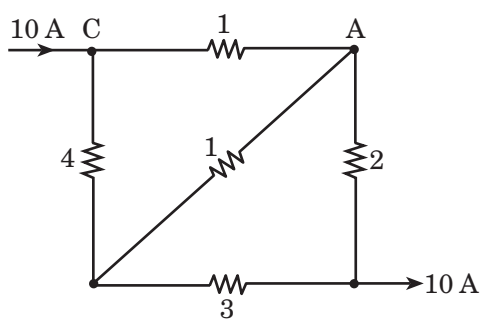
$$-\frac{1}{12}U_1+\frac{7}{12}U_2=1$$

Bu denklemlerden; $U_1=\frac{220}{33}$ V

$(5 \cdot I) + 5 = U_1$ ya da

$I=\frac{U_1-5}{5}=\frac{1}{3}$ A

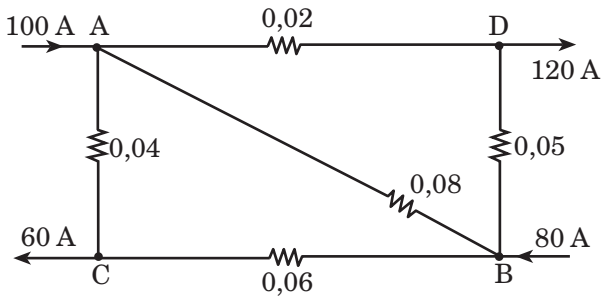
Problem 59:



Şekildeki modelde A – B düğümleri arasına bağlı dirençteki akımı bulunuz.

Cevap: 1,43 A

Problem 60:

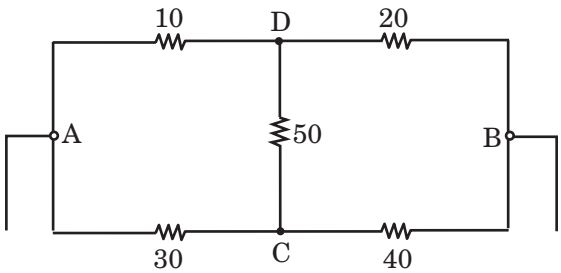


Şekildeki modelde sayısal değerler Ω ve A. dir. Thévenin teoremi ile AB arasındaki dirençten geçen akımı bulunuz ve yönünü belirtiniz.

Cevap: 7,42 A.

B'den A'ya

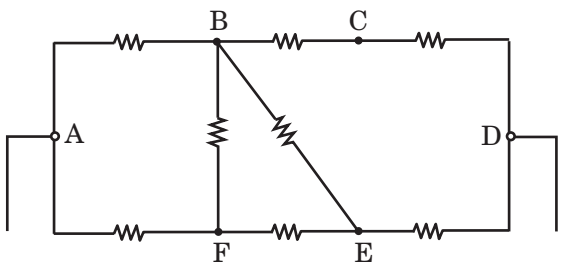
Problem 61:



Şekildeki modelin AB uçları arasındaki eşdeğer direncini, üçgen – yıldız dönüşümü ile bulunuz. Sayısal değerler Ω'dur.

Cevap: 20,95 ohm

Problem 62:



Herbirinin direnci 1 ohm olan 8 direnç elemanı şekilde gösterildiği gibi bağlanmıştır. Bu sistemin AD uçları arasındaki toplam direncini, üçgen – yıldız dönüşümü ile hesaplayınız.

Cevap: $R_T = \frac{40}{29} \cong 1{,}38$ ohm

Problem 63:

12 ohm'luk bir direnç, seri bağlı 5 ve 10 ohm'luk direnç sistemi ile paralel bağlanmıştır. 10 ohm'luk direnç uçlarındaki gerilim 80 V olduğuna göre bu sistemde harcanan toplam gücü bulunuz.

Cevap: P = 2160 W

Problem 64:

Seri bağlı üç saf direnç elemanından oluşturulmuş bir devreye 125 V uygulandığı zaman devredeki akım 0,2 A. dir. Dirençlerin birinde harcanan güç 4 W ve diğer birinin uçlarındaki gerilim 45 V'tur. Bu üç direnç elemanı paralel bağlandığı zaman sistemin harcadığı gücün seri bağlı durumda harcanan güce eşit olması için paralel bağlı devreye uygulanması gereken gerilimi hesaplayınız.

Cevap: V = 37,5 Volt

Problem 65:

Uzunluğu 40 m ve kesiti 2 mm^2 olan bakır telin direnci 0,35 ohm'dur. Aynı malzemeden yapılmış kesiti 0,5 mm^2 ve direnci 21 ohm olan telin uzunluğu kaç metre olur?

Cevap: 600 metre

NOT: Önce telin özdirencini hesaplayınız. (0,0175 ohm – mm^2 / m)

Problem 66:

Uzunluğu 20 m olan bir bakır tel ile uzunluğu 16 m olan alüminyum tel uçlarından birleştirilmiştir (paralel bağlantı). Bu sistemden geçen toplam akım 6 A. olup, bu akımın 4 A.i bakır telden geçmektedir. Bakır telin özdirencinin alüminyum telin özdirencine oranı 8/13 olduğuna göre, bakır telin kesitinin alüminyum telin kesitine oranını bulunuz.

Cevap: 20/13

Problem 67:

230 Volt doğru gerilimle çalışan bir ampulün çektiği akım 0,26 A ve flamanın sı-

caklığı 2000 C° dir. Flaman tungstenden yapılmış olup $\propto_o$ = 0,005'tir. Bu lambanın 20 C° ortam sıcaklığında uzun süre sönük kaldıktan sonra, ilk yakıldığı anda çekeceği akımı bulunuz. (Flaman direncinin sıcaklıkla lineer olarak arttığını varsayınız.)

Cevap: 2,6 A. (10 kat artmıştır.)

Problem 68:

220 Volt ile çalışan ve kapasitesi 150 KW olan bir elektrikli fırın, ilk sıcaklığı 20 C° ve kütlesi 500 kg olan pirinç madeninin sıcaklığını 920 C° ye çıkaracaktır. Fırının verimini % 81, pirinç madeninin özgül ısınma ısısını 0,09 Cal/gr C° ve 1 Cal = 4,2 Joule alarak, fırının ne kadar bir zaman süresi için çalışması gerektiğini bulunuz.

Cevap: 23 dk – 20 sn

Problem 69:

Çalışmayan ve içinde sıcaklığı 20 C°'de 200 litre su bulanan bir elektrikli termosifonun verimi % 80'dir. Termosifon ısıtıcı elemanının direnci 12,8 Ω olup, bu değerin daima sabit kaldığı varsayılmaktadır. Sistem, DC kaynağa bağlandıktan 1 saat 24 dakika sonra suyun sıcaklığı 80 C°'ye çıkmıştır. 1 Cal = 4,2 Joule alarak, termosifonun çektiği akımı ve termosifona uygulanan gerilimi bulunuz.

Cevap: I = 31,25 A, U = 400 Volt

Problem 70:

İçinde 15 C°'de 100 litre su bulunan ve verimi % 80 olan bir su ısıtıcısı ile 1 KW harcayan bir elektrikli soba paralel olarak bir gerilim kaynağına bağlanmıştır. Su ısıtıcısı elemanının direnci 3,572 Ω'dur. Su sıcaklığı yarım saatte 75 C°'ye çıkacaktır. Isıtıcı ile soba tam kapasitelerinde çalıştıkları durumda sistemden çektikleri toplam akımı bulunuz. (1 Cal = 4,2 J)

Cevap: 74 A.

Problem 71:

Herbirinin iç direnci r ohm ve emk'i 1,46 Volt olan dört akümülatör paralel ola-

rak direnci 0,525 ohm olan bir yükü beslemektedir. Yükteki akım 0,8 A. olduğuna göre, akümülatörlerin iç dirençlerini bulunuz.

Cevap: r = 5,2 ohm

Problem 72:

Verimi % 90 ve gücü 70 KW olan bir doğru akım motoruna uygulanan gerilim 400 V olduğuna göre, bu motorun çektiği akımı bulunuz ve 5 saniyelik bir süre için girişine uygulanan enerjinin kaç Joule olduğunu hesaplayınız.

Cevap: 194 A, 388000 Joule

Problem 73:

Çıkış gücü 80 HP (BG) olan bir dairesel motoru, tam yük verimi % 90 olan 220 V doğru gerilim liman jeneratörünü çalıştırmaktadır. Jeneratöre bağlı yükler aşağıdadır;

a) Verimi % 80, 24 HP motor, b) Yağ ısıtıcı elemanı, c) 40 tane 100 W, 80 tane 60 W, 60 tane 40 W lamba,

Jeneratörün tam kapasitede çalışması için, yağ ısıtma elemanının gücü kaç Watt olmalıdır? (Yüklerin hepsinin tam kapasitelerinde çalıştıkları varsayılmaktadır).

Cevap: 19712 W

Problem 74:

Bir akümülatörün emk'i 1,45 Volt'tur. Bu akümülatörün uçlarına direnci 5,4 ohm olan bir yük bağlanırsa, akümülatörün uçlarında ölçülen gerilim 1,35 Volt olmaktadır. Bu akümülatörün iç direncini hesaplayınız.

Cevap: 0,4 ohm

Problem 75:

100 Volt'luk bir gerilimle çalışacak biçimde yapılmış bir elektrikli ocağın bu gerilimde çektiği akım 4 A. dir. Bu ocağın 230 Volt'luk bir gerilimle çalıştırılabilmesi

için ocakla seri bağlanması gerekli direncin değerini ve bu dirençte harcanan gücü bulunuz.

Cevap: 32,5 ohm, 520 W

Problem 76:

Herbirinin iç direnci 0,225 ohm ve emk'i 1,5 Volt olan 12 akümülatörün dörder tanesi seri bağlı üç grup ve bunlar da paralel bağlanarak bir batarya elde edilmiştir. Bu akümülatör bataryası uçlarına 2,5 ohm'luk bir elemanla seri bağlı, paralel bağlı 2 ve 3 ohm'luk elemanlardan oluşturulmuş bir yük bağlanmıştır. Akümülatör bataryasının uç gerilimi ile direnç elemanlarında harcanan güçleri ve bütün sistemin 1 saat süre içinde harcadığı enerjiyi bulunuz.

Cevap: 5,5 Volt, $P_{2,5}$ = 5,625 W, P_2 = 1,62 W, P_3 = 1,08 W ve P = 8,325 W,

Q = 32400 Joule

Problem 77:

Bir kuru yük gemisinde diesel motoru ile çalıştırılan 220 V doğru gerilim jeneratörü aşağıdaki yükleri beslemektedir;

a) Verimi % 83, 12 HP motor,

b) Elektrikli ısıtıcı yük, 10 KW

c) 70 tane 40 W, 100 tane 60 W, 50 tane 100 W ampul,

d) Toplam olarak çektikleri akım 40 A. olan diğer yükler.

Jeneratörün verimi % 85 olduğuna göre, bu yüklerin hepsinin birlikte ve tam güçlerinde beslenebilmeleri için diesel motorunun çıkış gücü % 10 güvenlik payı ile ne olmalıdır?

Cevap: 77 HP

Problem 78:

Ağırlığı 250 kg olan bir kepçeyle 2 tonluk bir yük, 27 m yüksekliğe 1,5 dakikada kaldırılmaktadır. Bu iş için kullanılan ve 220 Volt doğru gerilimle çalışan motorun verimi % 88 ve çektiği akım 50 A. dir. Vincin mekanik verimini hesaplayınız.

Kaldırılan ağırlık : 2000 + 250 = 2250 kg

Kaldırma hızı: 27/90 m/s

Vincin yaptığı iş: $\frac{2250 \cdot 27}{90} = 675 \text{ kg} - \text{m/s} = \frac{675 \cdot 10^3}{102} = 6618 \text{ W}$

Motora verilen güç: 50 . 220 = 11000 W, η_V = Vincin verimi

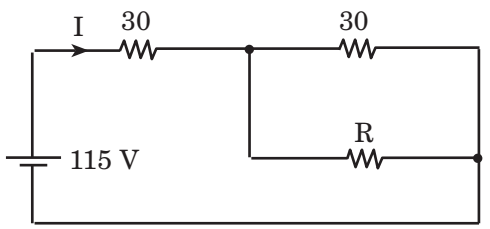
$$\frac{6618}{\eta_V \cdot 0{,}88} = 11000 \quad \Rightarrow \quad \eta_V = \frac{6618}{11000 \cdot 0{,}88} \cdot 100 = \% \ 68{,}4 \text{ A.}$$

Problem 79:

Bir röle bobininin 15 C°'de direnci 20 Ω'dur. 60 C°'de direnci ne olur? (α_0 = 0,00429)

Cevap: R_{60} = 23,63 Ω

Problem 80:



Şekildeki devrede;

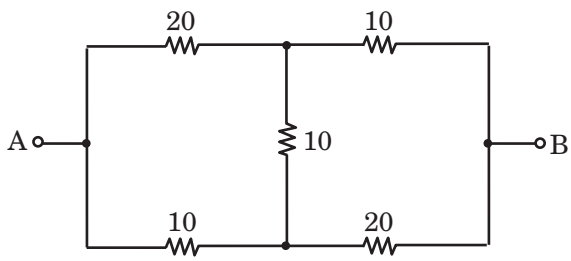
a) Harcanan gücün 250 W olması için R direncine verilmesi gereken değeri bulunuz.

b) I = 2,875 A. olması için R'nin ne olması gerekir?

Cevap: a) 96,76 ohm

b) 15 ohm

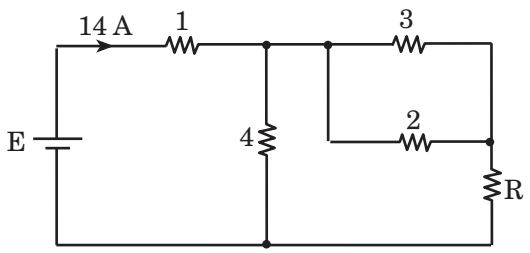
Problem 81:



Şekilde verilen devrenin AB uçlarındaki toplam (eşdeğer) direncini bulunuz. Şekildeki değerler ohm'dur. Bu problemi üçgen – yıldız dönüşümü kullanmadan çözünüz.

Cevap: R_{AB} = 14 ohm

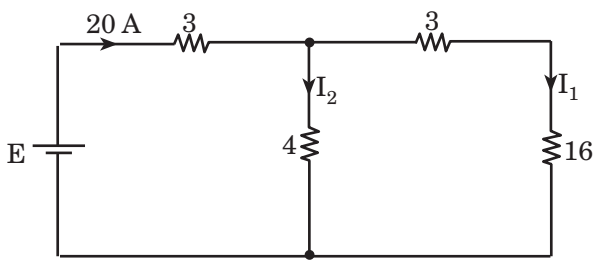
Problem 82:



Şekildeki modelde 4 ohm'luk dirençten geçen akım, 2 ohm'luk dirençten geçen akımın 3 katıdır. E gerilimi ile R elemanının direncini hesaplayınız.

Cevap: R = 6 ohm, E = 50 V

Problem 83:

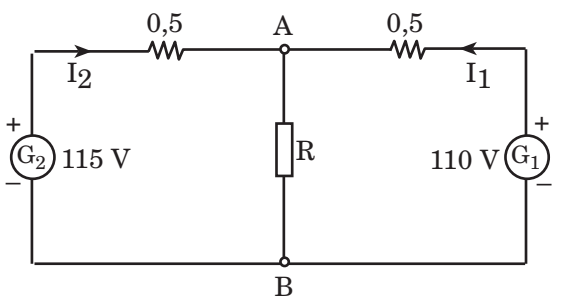


Şekildeki modelde sayısal değerler amper ve ohm'dur. E gerilim ile 16 ohm'luk dirençte harcanan gücü bulunuz.

Cevap: E = 124 V,

P_{16} = 256 W

Problem 84:



Şekilde G_1 ve G_2 jeneratörlerinin verdikleri güçlerin toplamı 5650 W'tır. E_1 = 110 V, E_2 = 115 Volt olduklarına göre, R direncinin değeri kaç ohm'dur? Bu dirençte harcanan gücü bulunuz.

Cevap: 2 Ω, 5000 W

Problem 85:

R_1 direnciyle R_2 direnci seri bağlanırsa elde edilen değer 54 Ω ve paralel bağlanırsa 12 Ω elde edilmektedir. R_1 ve R_2'nin değerlerini hesaplayınız.

Cevap: 36 Ω, 18 Ω

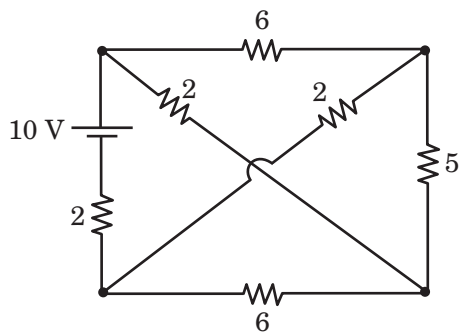
Problem 86:

R_1, R_2 ve R_3 dirençleri seri bağlanmıştır. $R_2 = 2\ R_1$ ve $R_3 = 3\ R_1$'dir. Bu sisteme 120 Volt uygulanırsa sistemin harcadığı güç 200 W olur. Üç direncin değerlerini ve herbirinde harcanan gücü bulunuz.

Cevap: $R_1 = 12\ \Omega$, $R_2 = 24\ \Omega$, $R_3 = 36\ \Omega$

$P_1 = 33{,}3$ W, $P_2 = 66{,}7$ W, $P_3 = 100$ W

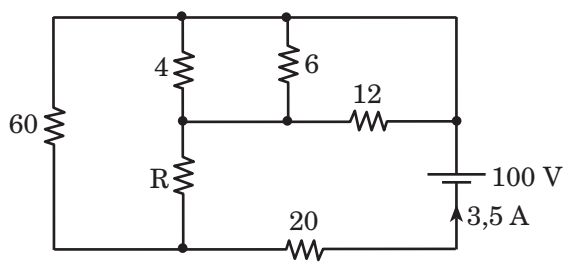
Problem 87:



Şekilde verilen modelde, A – B uçlarındaki gerilimi bulunuz ve polaritesini belirtiniz.

Cevap: $U_{AB} = -2$ V veya $U_{AB} = 2$ V

Problem 88:



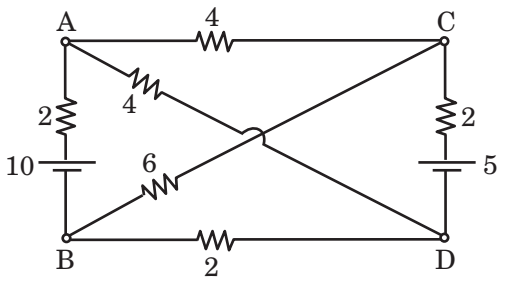
Şekilde verilen modelde R direncinin değerini bulunuz. Sayısal değerler Ω cinsindendir.

Problem 89:

Yıldız noktası N olan bir yıldız noktasının kolları; AN = 70 Ω, BN = 100 Ω, CN = 90 Ω'dur. Bu bağlantının üçgen eşdeğerini bulunuz. Bu yıldız ve üçgen bağlantıların aynı harfleri taşıyan uçları birbirleriyle bağlanırsa, elde edilecek sistemin AC uçları arasındaki toplam direnci ne olur?

Cevap: R_a = 318,6 Ω, R_b = 223 Ω, R_c = 247,8 Ω, R_{AC} = 80 Ω

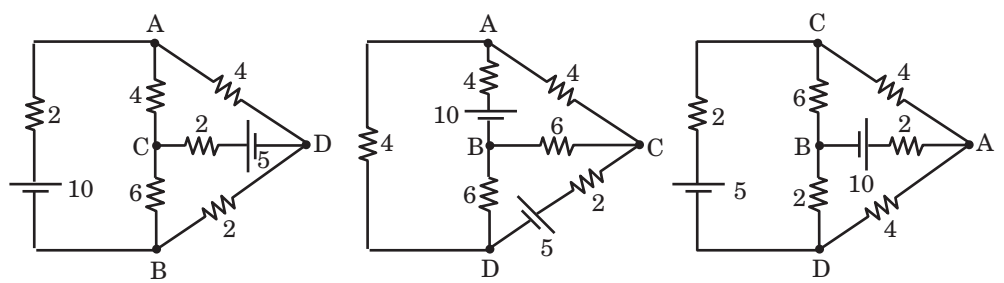
Problem 90:

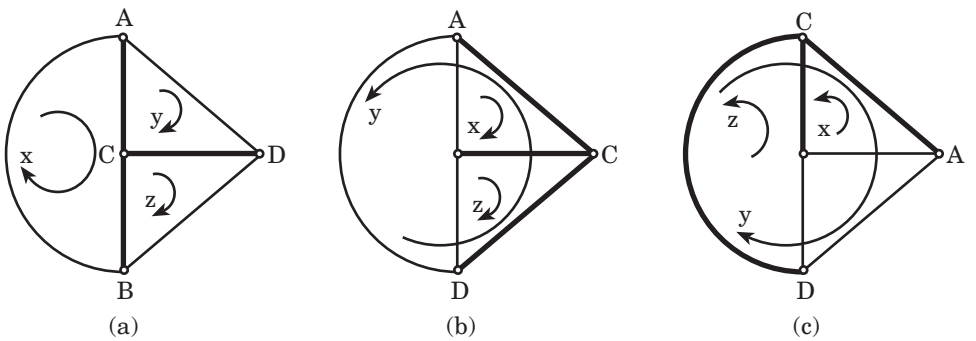


Şekildeki modelin düzlemsel biçimini çiziniz. AB, BD ve AD kollarını kiriş yaparak, sistemin topolojik ağacını çiziniz. Dalları kalın, kirişleri ince çizgilerle belirtiniz. Çevre akımlarını, AB kirişindeki akımın yönünü B'den A'ya x, AD kirişindeki akımın yönünü A'dan D'ye ve BD kirişindeki akımın yönünü D'den B'ye z olarak gösterip bu çevre akımlarına göre, çevre yöntemini uygulayarak, denklem sistemini yazınız. Buradan, önce x, y, z çevre akımlarını ve sonra bu değerlerle dallardaki akımları hesaplayınız.

NOT: Sistemde 6 kol, dolayısı ile 6 akım vardır. Bunların üçü (x, y, z) kiriş akımları ve diğer üçü de dal akımlarıdır. Bu modelin bir çok düzlemsel biçimi çizilebilir. Yukarıda belirtilen kirişler ve verilen çevre akımları yönlerini uygulamakla elde edilecek denklem sistemlerinin hepsi aynı olur.

Şekil a, b ve c'de çizilebilecek bir çok düzlemsel devreden üçü, topolojik ağaçları ile birlikte gösterilmiştir.





Bu modellerin hangisini ele alırsak alalım, aşağıdaki denklem sistemini yazabiliriz;

$12\,x - 4\,y - 6\,z = 10$	Determinant kurallarını uygulayarak;
$-4\,x + 10\,y - 2\,z = +5$	$\Delta = 536,\ \Delta_x = 880,\ \Delta_y = 700,\ \Delta_z = 400$
$-6\,x - 2\,y + 10\,z = -5$	$x = 1{,}64$ A, $y = 1{,}306$ A, $z = 0{,}746$ A.
Dal akımları ve yönleri:	$I_{AC} = x - y = 0{,}334$ A. (A'dan C'ye),

$I_{CB} = x - z = 0{,}894$ A. (C'den B'ye), $I_{DC} = y - z = 0{,}56$ A. (D'den C'ye)

Problem 91:

Emk'i 20 Volt ve iç direnci 1 Ω olan bir akümülatör bataryası uçlarına bağlanan bir dirençte harcanan güç 36 W'tır. Bu direncin değerini ve uçlarındaki gerilimi bulunuz.

Cevap: 9 Ω, 18 Volt veya 1/9 Ω, 2 Volt

Problem 92:

Herbirinin emk'i 1,85 Volt ve iç direnci 0,08 Ω olan 20 boş akümülatör, gerilimi 70 V'ta sabit tutulan bir DC gerilim kaynağıyla doldurulacaktır. Bunun için, akümülatörlerin hepsi, bir R direnciyle birlikte seri bağlanmıştır. Başlangıçta doldurma akımı 10 A. dir. Doldurma sonunda akümülatörlerin herbirinin emk'i 2,2 Volt yükselmiştir. Bu durumda doldurma akımının kaç A. olduğunu bulunuz.

Cevap: 7,88 A.

Problem 93:

Kurşun plakalı bir akümülatörün dolu ve boşta uç gerilimleri 2,1 Volt ve 1,85 Volt'tur. 230 Volt elde etmek için dolu ve boş akülerden kaçar tane gereklidir ve nasıl bağlanmalıdır?

Cevap: 110 ve 125 akü, seri bağlantı

Problem 94:

50 akümülatörün seri bağlanmalarıyla oluşturulmuş bir batarya, 4 Ω'luk seri dirençle 230 V. luk bir DC gerilim kaynağı ile doldurulacaktır. Akümülatörlerin boşta ve dolu iken uç gerilimleri 2 ve 2,7 Volt'tur. Doldurma akımının sınırları nedir?

Cevap: 32,5 A, 23,75 A.

Problem 95:

Kapasitesi 60 A – h (Amper – saat) olan bir akümülatör 10 saatte boşaltılırsa, normal kapasitesi kullanılmış olacaktır. Bu akümülatör 20 saatte boşaltılırsa kapasitesi normal kapasitesinin % 122'si ve 15 dakikada boşaltılırsa kapasitesi normal kapasitesinin % 35'i olduğuna göre, boşalma akımlarını bulunuz.

Cevap: a) 6 A. b) $\frac{60 \cdot 1,22}{20} = 3,66$ A. c) $\frac{60 \cdot 0,35}{0,25} = 84$ A.

Problem 96:

İç direnci 0,4 Ω ve emk'i 12 V olan bir akümülatörün kapasitesi 400 A – h'tir. Bu akümülatöre bir R direnci bağlandığı zaman devrede dolaşan akım 5 A. olduğuna göre;

a) Akümülatör, 5 A. i sürekli olarak kaç saatte verir? (80s)

b) R değeri ne kadardır? (2 Ω)

c) Akümülatörde harcanan enerji nedir? (4,8 KW – h)

d) Akümülatörün iç direncinde harcanan enerji nedir? (800 W – h)

Problem 97:

Bir akümülatörün boşta uç gerilimi 2,06 Volt'tur. Bu akümülatöre 0,125 Ω'luk bir yük bağlanırsa, akümülatörün uç gerilimi 1,95 Volt olmaktadır. Akümülatörün iç direncini ve harcadığı gücü bulunuz.

Cevap: 7 mΩ, 1,7 W

Problem 98:

50, 100, 150 ohm'luk üç direnç, sıra ile A, B, C uçlarına yıldız olarak bağlanmıştır (birer uçları ortaktır). Bu sistemin üçgen eşdeğerini bulunuz.

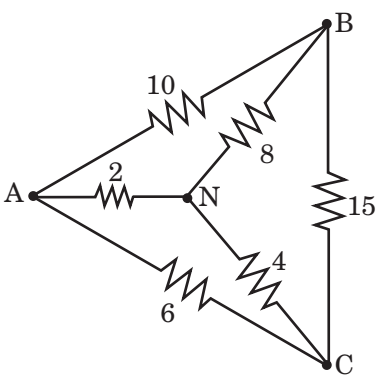
Cevap: R_{AB} = 183,3 ohm, R_{BC} = 550 ohm, R_{CA} = 275 ohm

Problem 99:

Dirençleri 20, 80 ve 30 ohm olan üç eleman AB, BC ve CA uçları arasına üçgen olarak bağlanmıştır. Bu bağlantının yıldız eşdeğerinin bulunuz.

Cevap: R_A = 4,615 ohm, R_B = 12,31 ohm ve R_{CA} = 275 ohm

Problem 100:



Şekilde verilen modelin AN ve AB uçları arasındaki eşdeğer dirençlerini bulunuz.

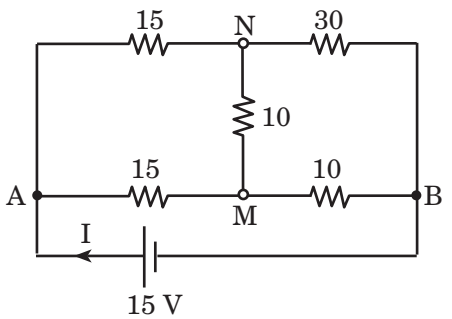
NOT: ABC üçgeninin yıldız eşdeğerini bulunuz.

(Cevap: R_A = 1,93 ohm, R_B = 4,84 ohm, R_C = 2,9 ohm)

Verilen ABC yıldızı ile elde edilen yıldızı ABC uçları üst üste gelecek biçimde bağlayınız. Yıldız uçları bağlanmayacaktır. Bu biçimde elde edilen devre, seri - paralel dirençlerden oluşur. Buradan, R_{AN} ve R_{AB} elde edilir.

Cevap: R_{AN} = 1,53 ohm, R_{AB} = 4,03 ohm

Problem 101:



Şekilde verilen modelde yıldız - üçgen dönüşümünden yararlanarak AB uçları arasındaki toplam direncini bulunuz ve sistemden çekilen akımı hesaplayınız.

NOT: İşe, yıldız noktası N olan yıldız bağlantısının üçgen eşdeğerini bularak başlayınız.

(R_{MA} = 30, R_{AB} = 90 ve R_{MB} = 60 ohm)

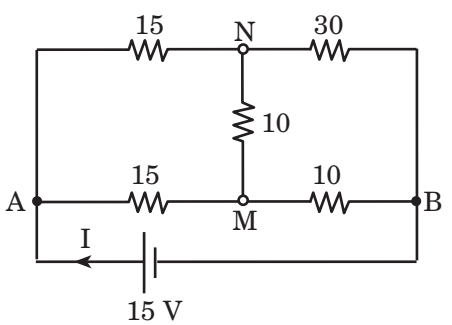
Cevap: R_{AB} = 15,39 ohm, I = 0,975 A. Sayısal değerler ohm'dur.

Problem 102:

Boştaki (yüksüz) uç gerilimi 14 V ve iç direnci 0,15 ohm olan bir doğru gerilim kaynağı ile paralel olarak bağlı A ve B akümülatör bataryaları doldurulacaktır. A'nın boşta uç gerilim 11 V, iç direnci 0,06 ohm ve B'nin uç gerilimi 11,5 V, iç direnci 0,05 ohm'dur. Doldurulmaya başlandıkları anda bataryalardan geçen akımları bulunuz.

Cevap: A bataryasından geçen akım I_A = 11,54 A. ve I_B = 3,86 A.

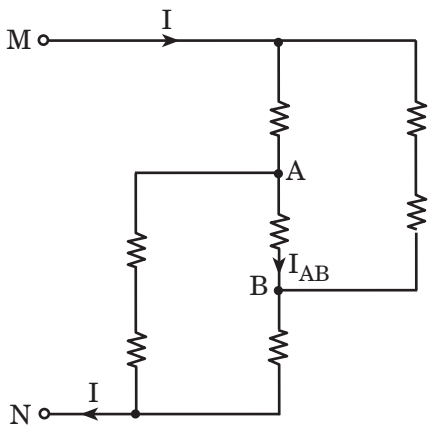
Problem 103:



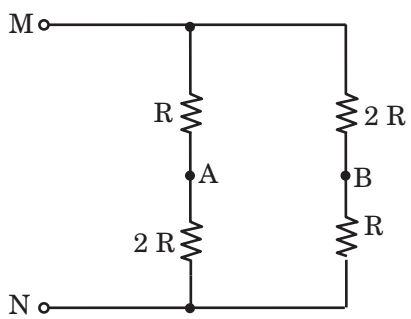
Şekilde verilen devre modelinde R_{AN} = 20 ohm, R_{NB} = 24 ohm, R_{BM} = 5 ohm, R_{MA} = 50 ohm, R_{NM} = 30 ohm'dur. AB uçlarına 220 V'luk bir gerilim uygulanmakla sistemde harcanacak gücü bulunuz. Üçgen – Yıldız dönüşümünden yararlanınız.

Cevap: P = 2,2 KW

Problem 104:



Şekildeki modeli oluşturan yedi direnç elemanının dirençleri birbirine eşit ve sisteme M noktasından giren ve N noktasından çıkan I Amper'dir. Thévenin teoremiyle I_{AB} = I/5 olduğunu gösteriniz.



Herbir elemanın direnci R olsun. A – B uçlarındaki direnci çıkarılarak şekildeki devre elde edilir.

U_{AB}'nin bulunması;

Paralel kolların toplam dirençleri birbirine eşit olacağından, bu kollardaki akımlarda eşit (1/2) olacaktır. Böylece;

$$U_{AN} = 2\,R \cdot \frac{I}{2}\ ,\ U_{BN} = R \cdot \frac{I}{2}$$

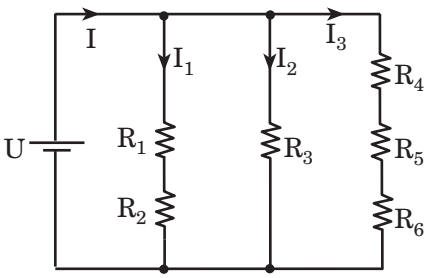
$$U_{AB} = U_{AN} - U_{BN} = I \cdot R - \frac{I \cdot R}{2} = \frac{I \cdot R}{2}\ \text{Volt}$$

$R_T = R_{AB}$'nin hesaplanması;

$$R_T = 3\,R \,//\, 3\,R = \frac{3}{2}\,R\,\Omega$$

$$I_{AB} = \frac{U_{AB}}{R + R_T} = (IR / 2) / (3\,R / 2 + R) = \frac{I \cdot R}{5\,R} = \frac{I}{5}\,A.$$

Problem 105:



Şekilde verilen modelde R_1 = 6 ohm, R_2 = 14 ohm, R_3 = 16 ohm, R_4 = 20 ohm ve R_5 = 25 ohm'dur. Sisteme U gerilimi uygulandığı durumda R_2 direnci uçlarındaki gerilim 86,8 V ve sistemde harcanan güç 1922 W'tır. R_6 direncinin kaç ohm olduğunu bulunuz.

$I_1 = 86,8 / 14 = 6,2$ A,

$U = I_1 (R_1 + R_2) = 6,2 . 20 = 124$ V

$I_2 = U / R_3 = 124 / 16 = 7,75$ A.

$I = P / U = 1922 / 124 = 15,5$ A.

$I_3 = I - (I_1 + I_2) = 1,55$ A.

$U = I_3 (R_4 + R_5 + R_6)$

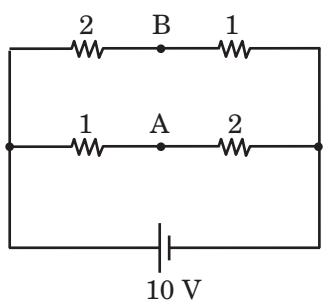
$124 = 1,55 (45 + R_6)$ Buradan; $R_6 = 35$ ohm

Problem 106:

Bir doğru gerilim kaynağının emk'i 12,6 V ve iç direnci 0,15 ohm'dur. Bu kaynaktan maksimum gücü çekebilecek yükün direnci kaç ohm olmalıdır? Yük bu değerinde kaç watt harcar? Bulacağınız bu yük direncine aynı değerde paralel bir direnç bağlarsınız, yük direnci uçlarındaki gerilim ne olur?

Cevap: R = 0,15 ohm, $P_R = 264,6$ W, $U_R = 4,2$ Volt

Problem 107:



Şekildeki modelin A – B uçları arasındaki Thévenin eşdeğer devresini bulunuz. A – B uçları arasına;

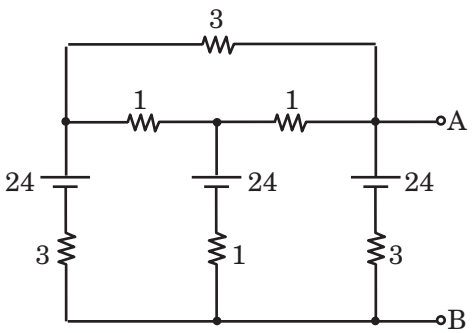
a) İç direnci sıfır,

b) İç direnci 2 Ω olan bir ampermetre bağlanırsa, ampermetre hangi değerleri gösterir?

Cevap: U_{AB} = 10/3 V, $R_{AB} = R_T$ = 4/3 Ω

a) 2,5 A. b) 1 A.

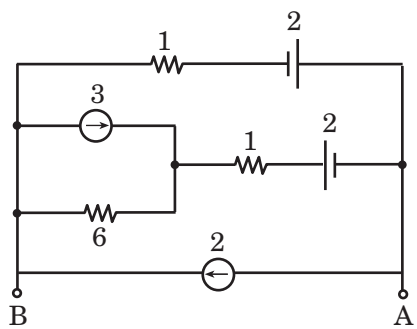
Problem 108:



Şekilde verilen modelin A – B uçlarına Thévenin eşdeğerini bulunuz.

Cevap: U_{AB} = 24 Volt, R_{AB} = 1 Ω

Problem 109:



Şekildeki modelde değerler ohm, volt, amper'dir. Bu modelin AB uçlarında Thévenin eşdeğerini bulunuz. Bütün sistemde harcanacak toplam gücün AB uçlarına bağlanması gerekli yükün direncinin kaç ohm olması gerektiğini bulunuz. Bu direncin değerini bayağı kesir olarak veriniz.

Cevap: U_{AB} = 2 V, R_T = 7/8 ohm ve R_L = 9/8 ohm.

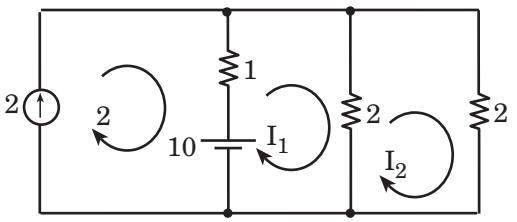
= 1,125 ohm

Problem 110:

Güç kaynağı 220 V doğru gerilim olan bir geminin hidro elektrik dümen makinası emercensi durumunda 30 dakika süre ile çalışacaktır. Makinanın verimi % 88 ve gücü 20 HP (BG) dür. Bu makinanın çalıştırılmasından başka herbiri 60 W'lık olan 22 lambanının da aynı süre içinde yanması gerekmektedir. Bu işi yapacak bir akümülatör bataryasının minimum kapasitesi ile boşalma akımını hesaplayınız.

Cevap: Batarya kapasitesi 41 Ah (A – Saat), Boşalma akımı 82 A.

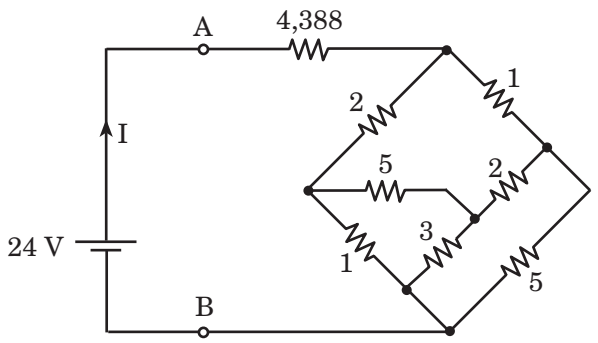
Problem 111:



Şekildeki modelde verilen çevre akımlarına göre denklem sistemini yazınız ve dirençlerde harcanan güçleri hesaplayınız. Çözüm için modelin biçimini değiştirmeyiniz. Verilen sayısal değerler ohm, volt ve amperdir.

Cevap: $I_1 = 6$ A, $I_2 = 3$ A.
Güçler: 16 W, 18 W, 18 W

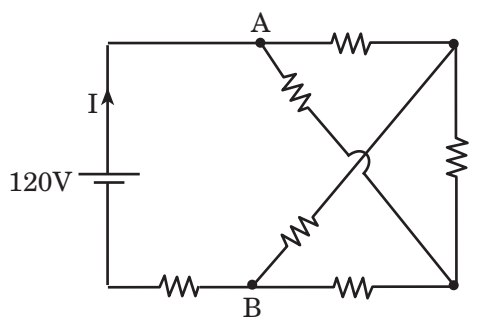
Problem 112:



Şekilde verilen modelde sayısal değerler Ω ve V'tur. $\curlywedge - \Delta$ transformasyonundan yararlanarak sistemin A – B uçlarındaki eşdeğer direncini ve sistemde harcanan gücü bulunuz.

Cevap: $R_{AB} = 6\ \Omega$, P = 96 W

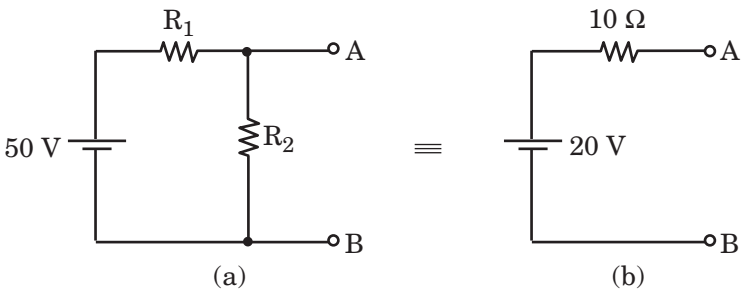
Problem 113:



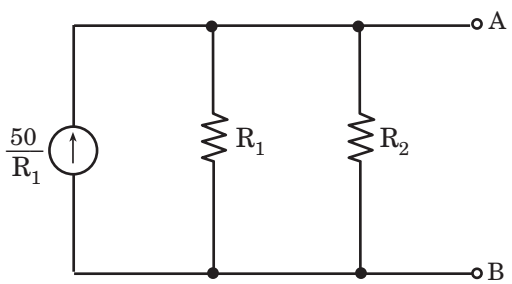
Herbirinin 20 Ω olan 6 dirençle şekildeki gibi bir model oluşturulmuştur. I akımını ve sistemde harcanan toplam gücü bulunuz.

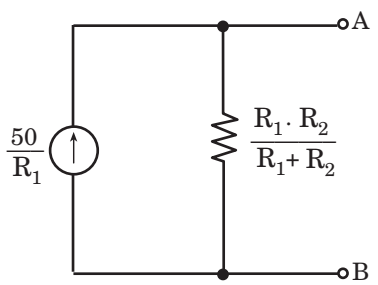
Cevap: 3 A, 360 W

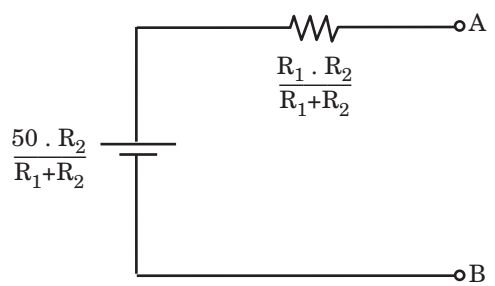
Problem 114:



Şekil (a)'daki modelin A – B uçlarındaki eşdeğer gerilim kaynağının şekil (b)'deki model olması için R_1 ve R_2'ye verilmesi gerekli değerleri bulunuz.





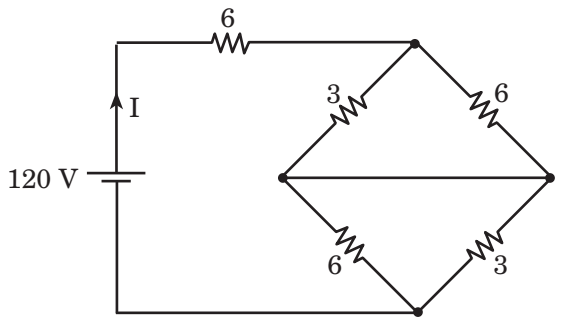


$$\frac{50 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 20 \ldots\ldots\ldots \text{(I)}$$

$$\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 10 \ldots\ldots\ldots \text{(II)}$$

$$R_2 = \frac{2}{3} R_1 \quad \Rightarrow \quad R_1 = 25\ \Omega \quad \text{ve} \quad R_2 = \frac{2}{3} \quad R_1 = \frac{2}{3} \cdot 25 \cong 16{,}67\ \Omega$$

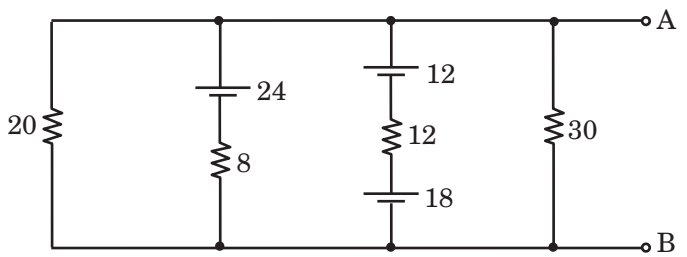
Problem 115:



Şekildeki sayısal değerler Ω'dur. I akımını bulunuz.

Cevap: 12 A.

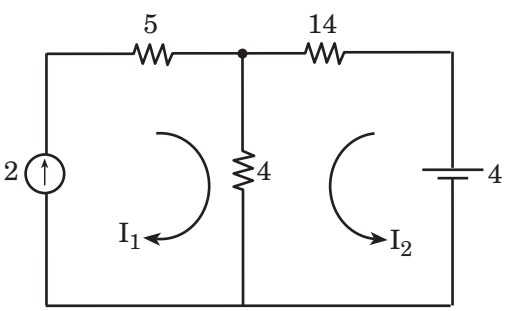
Problem 116:



Şekildeki modelin A – B uçlarındaki Thévenin eşdeğerini bulunuz.

Cevap: U_{AB} = 18,86 Volt, R_{AB} = 24/7 Ω

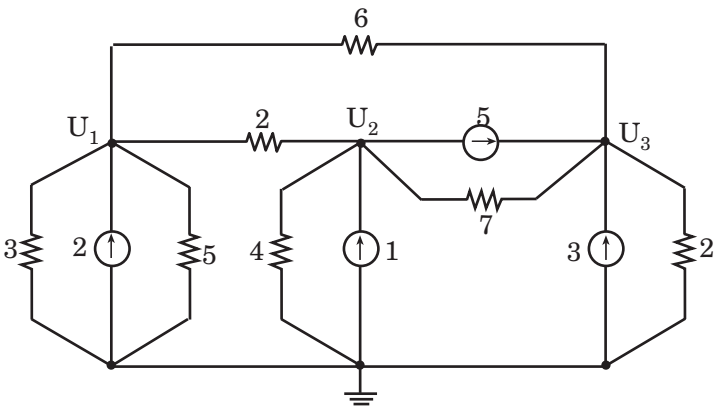
Problem 117:



Şekildeki devrede I_1 ve I_2 çevre akımlarını bulunuz. Sayısal değerler V, A ve Ω'dur.

Cevap: $I_1 = 2$ A, $I_2 = -\frac{2}{9}$ A

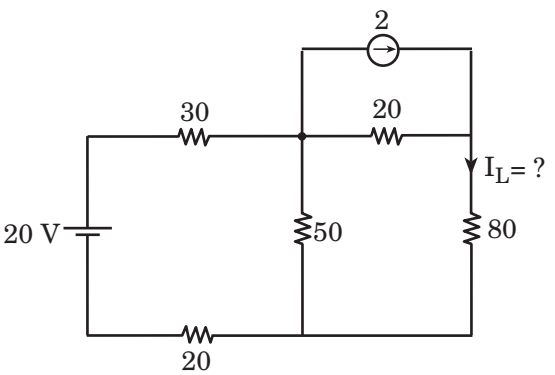
Problem 118:



Şekildeki modelde sayısal değerler Siemens ve A. dir. Düğüm yöntemiyle U_1, U_2 ve U_3 düğüm gerilimlerini bulunuz.

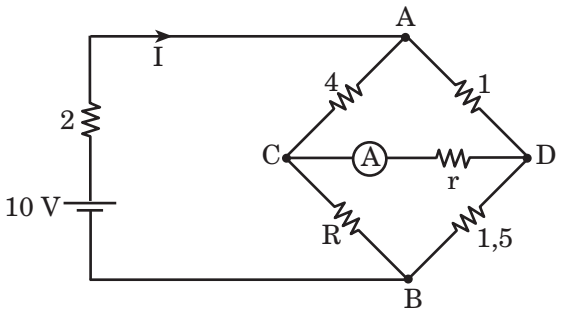
$$\left.\begin{aligned} 16\,U_1 - 2\,U_2 - 6\,U_3 &= 2 \\ -2\,U_1 + 13\,U_2 - 7\,U_3 &= -4 \\ -6\,U_1 - 7\,U_2 + 15\,U_3 &= 8 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} U_1 &= 0{,}45 \text{ Volt} \\ U_2 &= 0{,}2 \text{ Volt} \\ U_3 &= 0{,}81 \text{ Volt} \end{aligned}$$

Problem 119:



Cevap: $I_L = 0{,}4$ A.

Problem 120:



Şekildeki modelde r ve R bilinmeyen değerlerdir. A ampermetresinin sıfır göstermesi için R değerini bulunuz. R'nin bu değeri ile bataryadan çekilen akımı bulunuz.

Köprü dengede olunca CD kolundan akım geçmez. Bu durumda kolların değerlerinin çarpımları biribirine eşittir. Yani;

4 . 1,5 = 1 . R, R = 6 ohm

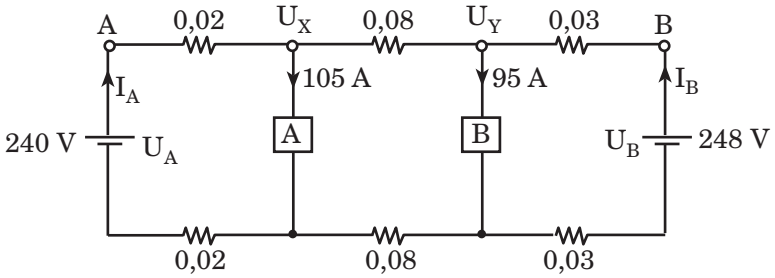
CD'den akım geçmediğine göre, bu kol devreden çıkarılır. Böylece;

$$R_T = 2 + \frac{(4+6)(1+1,5)}{4+6+1+1,5} = 2 + \frac{10 \,.\, 2,5}{12,5} = 2 + 2 = 4 \text{ ohm}, \; I = \frac{10}{4} = 2,5 \text{ A}.$$

Problem 121: Boyu 450 metre olan iki damarlı bir kablonun A ucuna 225 V ve B ucuna 220 V doğru gerilim uygulanmaktadır. Bu kablonunun iki damarının direnci 0,5 ohm'dur. Kablonun AB uçları arasında bulunan X noktasından 180 A. ve Y noktasından 100 A. çekilmektedir. AX = 135 metre, AY = 360 metredir. Sistemin AX, XY ve YB bölümlerinden geçen akımları bulunuz ve yönlerini belirtiniz. X ve Y noktalarındaki gerilimleri hesaplayınız.

Cevap: $I_{AX} = 196$ A, $I_{XY} = 16$ A, $I_{BY} = 84$ A, $U_X = 219,12$ V, $U_Y = 218,32$ V

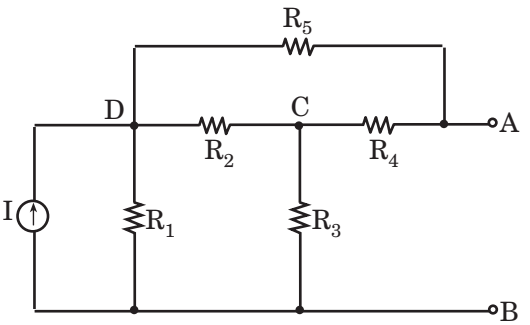
Problem 122:



Şekilde I_A, I_B akımları ile U_X ve U_Y gerilimlerini bulunuz. Dirençler için verilen değerler ohm'dur.

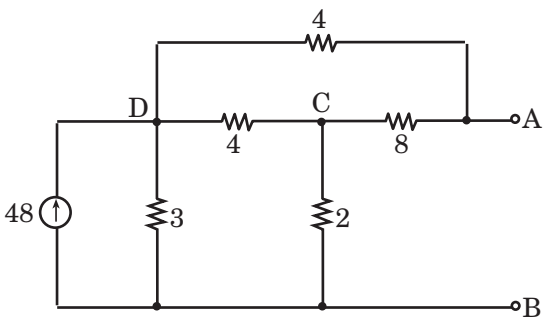
Cevap: $I_A = 80$ A, $I_B = 120$ A, $U_X = 236,8$ V, $U_Y = 240,8$ V

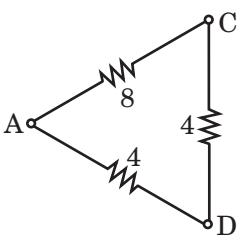
Problem 123:

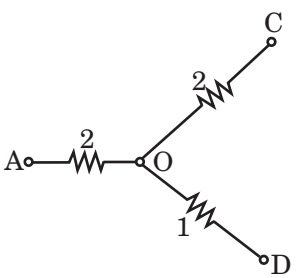


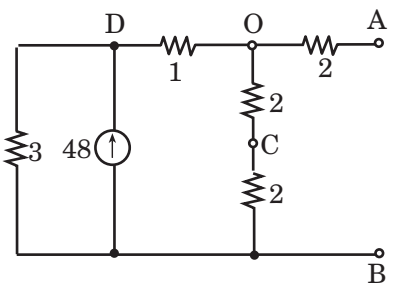
Şekilde verilen devre modelinde gerekli dönüşümlerle, AB uçlarındaki eşdeğer gerilim kaynağını bulunuz ve AB uçlarına bağlanacak R_L direncinde harcanacak gücü hesaplayınız. Şekilde;

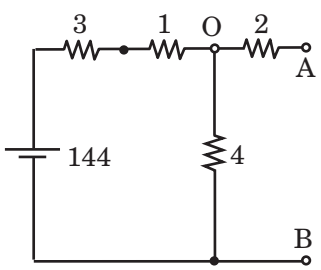
R_1 = 3 ohm, R_2 = R_5 = 4 ohm, R_3 = 2 ohm, R_4 = 8 ohm, I = 48 A. dir.

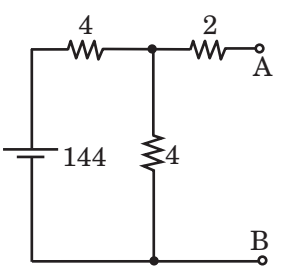


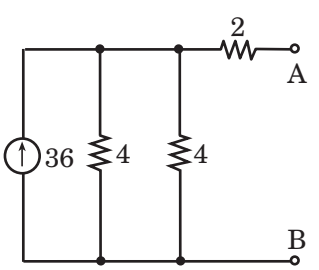


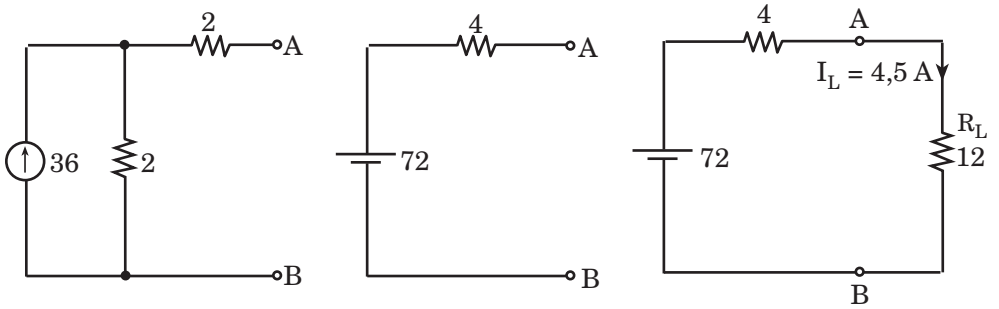












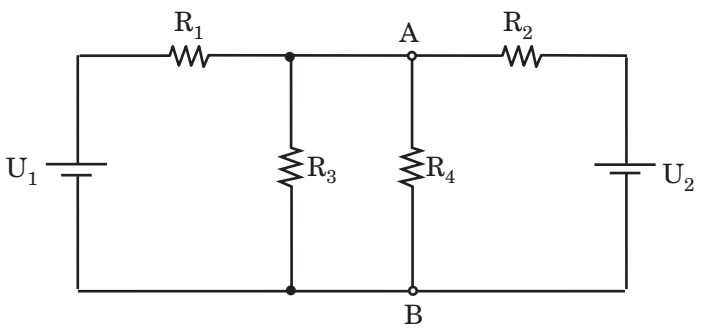
$I_L = 72 / (4 + 12) = 4{,}5$ A. bulunur. $P = I_L^2 \cdot R_L = 245$ W

Problem 124:

Problem 123'te $R_1 = R_4 = 3$ ohm, $R_2 = 2$ ohm, $R_3 = 3{,}4$ ohm, $R_5 = 5$ ohm, $I = 4$ A ve $R_L = 2{,}5$ ohm alarak çözünüz.

Cevap: $U_{AB} = 6$ V, $R_T = 3{,}5$ ohm, $I_L = 1$ A, $P_L = I_L^2 \cdot R_L = 2{,}5$ W

Problem 125:



Şekildeki devrede AB uçlarındaki U_{AB} gerilimini Millman teoremi ile bulunuz.

Şekilde;

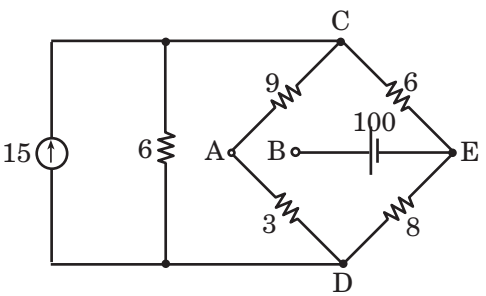
$U_1 = U_2 = 100$ Volt, $R_1 = R_4 = 100$ K, $R_2 = 50$ K, $R_3 = 10$ K K = Kilo - ohm

Cevap: $U_1 = 100$ V, $U_2 = 100$ V, $U_3 = U_4 = 0$ V, $G_1 = 1 \cdot 10^{-5}$ S,
$G_2 = 2 \cdot 10^{-5}$ S , $G_3 = 10 \cdot 10^{-5}$ S , $G_4 = 1 \cdot 10^{-5}$ S (Siemens)

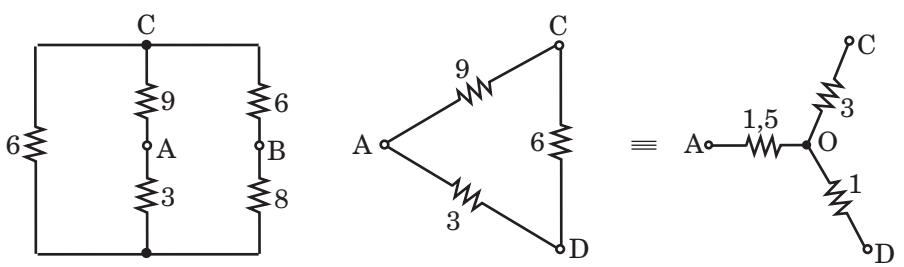
$$U_{AB} = \frac{U_1G_1 + U_2G_2 + U_3G_3 + U_4G_4}{G_1 + G_2 + G_3 + G_4} = \frac{(100 + 100) \times 10^{-5} + 0 + 0}{14 \times 10^{-5}}$$

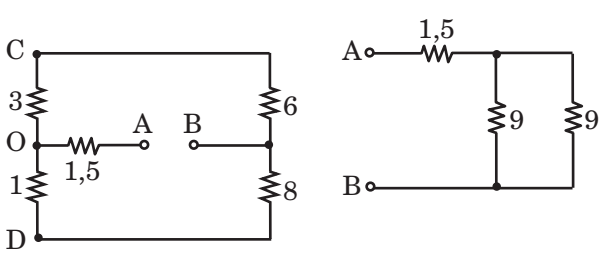
$$= \frac{300}{14} = 21{,}43 \text{ volt}$$

Problem 126:



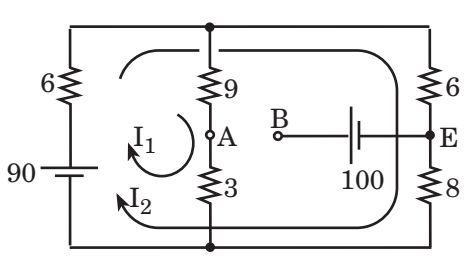
Şekildeki devreninin AB uçlarındaki Thévenin eşdeğerini bulunuz. Sayısal değerler A, V ve Ω'-dur.





R_{AB}'nin bulunması;

Gerilim kaynağı kısa devre ve akım kaynağı açık devre yapılır. R_{AB} = 6 ohm bulunur.



U_{AB}'nin bulunması;

Akım kaynağını gerilim kaynağına dönüştürerek şekildeki gibi devre elde edilir. Çevre yöntemi ile;

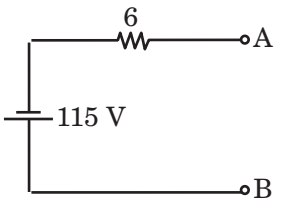
$18\ I_1 + 6\ I_2 = 90$ Buradan; $I_1 = \frac{35}{9}$ A,

$6\ I_1 + 20\ I_2 = 90$ $I_2 = 10/3$ A.

$U_{AD} = 3 \cdot \frac{35}{9} = \frac{35}{3}$ V, $U_{ED} = 8 \cdot \frac{10}{3} = \frac{80}{3}$ V,

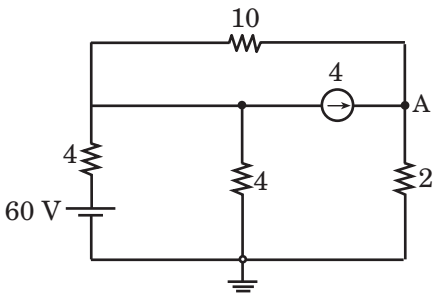
$U_{BD} = U_{ED} + U_{BE} = \frac{80}{3} + 100 = \frac{380}{3}$ V,

$U_{AB} = U_{AD} - U_{BD} = \frac{35 - 380}{3} = -\frac{345}{3} = -115$ V



ya da $U_{BA} = 115$ Volt

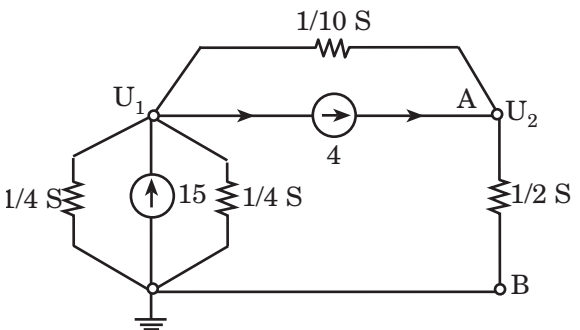
Problem 127:



Şekildeki devrede;

a) Düğüm yöntemi ile,

b) Kaynak dönüşümü ile, 2 ohm'luk direncin uçlarındaki gerilimi bulunuz. Sayısal değerler Volt, Amper ve Ω'dur.

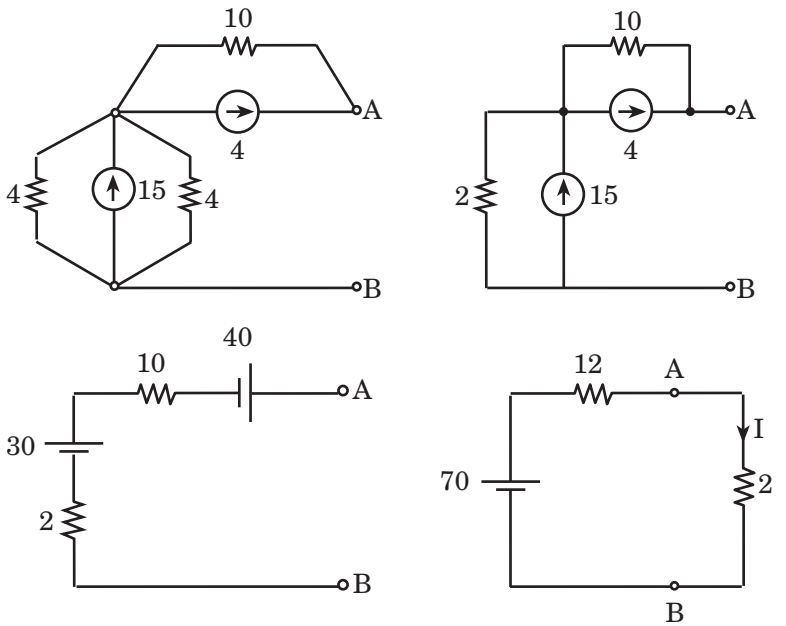


a) Düğüm yönteminin uygulanması için şekildeki devre çizilmiştir. Burada sayısal değerler Amper ve Siemens'tir. U_2 gerilimi ise R_2 uçlarındaki istenen gerilimdir.

$$(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{10})\,U_1-\frac{1}{10}\,U_2=15-4 \qquad \text{Buradan; } U_1=20\ V$$

$$-\frac{1}{10}\,U_1+(\frac{1}{2}+\frac{1}{10})\,U_2=4 \qquad U_2=U_{AB}=U_{R2}=10\ V \text{ elde edilir.}$$

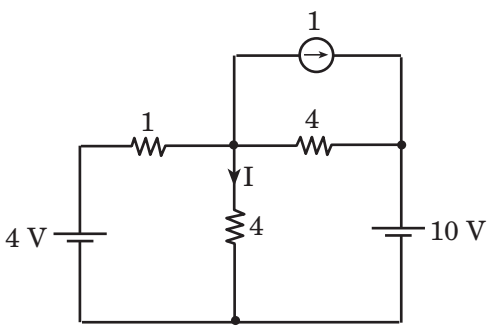
b)



Eşdeğer gerilim kaynağı şekilde gösterilmiştir. Bu devreninin AB uçlarına 2 ohm'luk direnç bağlanarak;

$$I=\frac{70}{14}\ A. \text{ ve } U_{AB}=I\,.\,2=\frac{70}{14}\,.\,2=10\ V$$

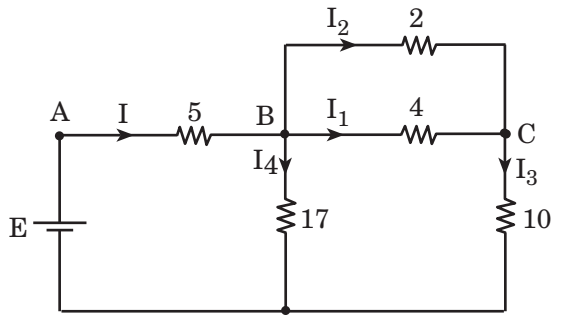
Problem 128:



Şekilde verilen devrede sayısal değerler V, mA ve KΩ'dur. Süperpozisyon yöntemiyle I akımını bulunuz.

Cevap: I = 917 μA

Problem 129:



Şekilde verilen devrede sayısal değerler V, A ve Ω'dur. I_1 = 1 A olması için E gerilimi ne olmalıdır? Dirençlerdeki akımları bulunuz.

Cevap: I_2 = 2 A, I_3 = 3 A,

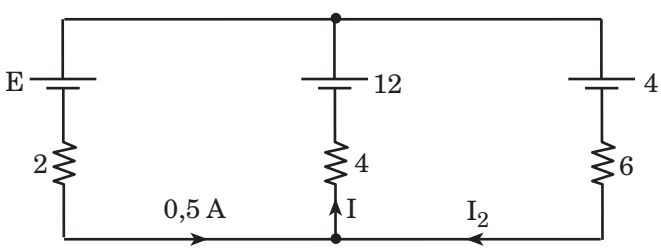
I_4 = 2 A, I= 5 A

ve E = 59 Volt

Problem 130: EMK'i ε volt, iç direnci r ohm olan bir gerilim kaynağından 130 mA çekildiği zaman kaynağın uç gerilimi 240 Volt, 40 mA çekildiği zaman ise uç gerilimi 300 Volt'tur. E ile r değerini bulunuz.

Cevap: r = 2000/3 = 666,67 ohm, ε = 326,67 Volt

Problem 131:



Şekilde sayısal değerler volt ve ohm'dur. E gerilimi ile I akımını;

a) Kirchhoff'un yasaları ile,

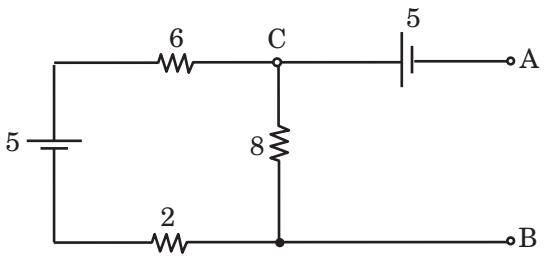
b) Thévenin teoremi ile,

c) Çevre yöntemi ile,

d) Düğüm yöntemi ile bulunuz.

Cevap: I = 1,1 A, E = 6,6 V

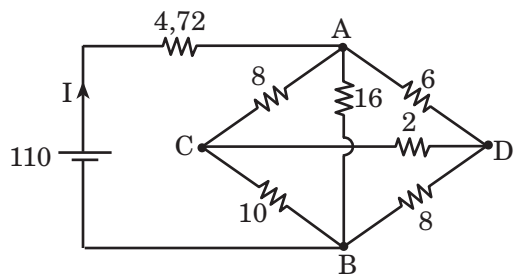
Problem 132:



Şekilde verilen sayısal değerler ohm ve volttur. Bu devrenin AB uçlarında Thévenin eşdeğerini bulunuz ve AB uçlarına bağlanacak 1 ohm'luk dirençteki akımı hesaplayınız, yönünü belirtiniz.

Cevap: U_{AB} = –2,5 Volt, I_{AB} = 0,5 A. (Akımın yönü B'den A'yadır)

Problem 133:



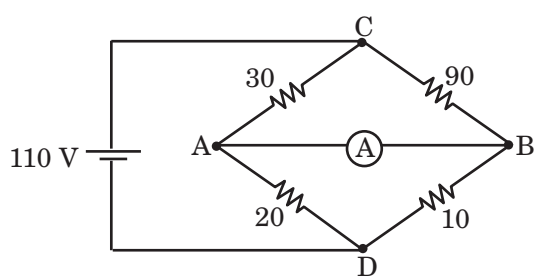
Şekilde verilen devrede sayısal değerler volt ve ohm'dur. I akımını hesaplayınız.

Cevap: R_{AB} = 5,28 ohm I = 11 A.

Problem 134: Bir telden iki eşit boy kesilmiş olup artan parçanın direnci 2 ohm'dur. Bu üç parça telin paralel bağlanması ile elde edilen direnç telin kesilmeden önceki direncinin 1/10 katıdır. İki eşit parçanın herbirinin direncini bulunuz.

Cevap: 4 ohm ya da 1 ohm

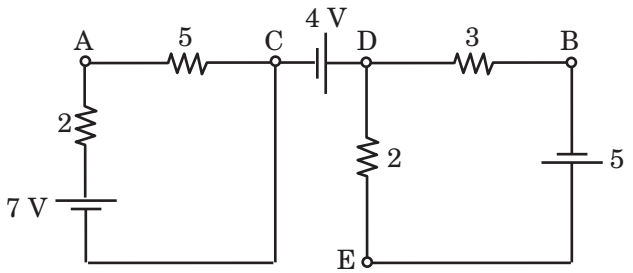
Problem 135:



Şekilde verilen devrede AB uçları arasına bağlı A ampermetresinin iç direnci 9 ohm'dur. Bu ampermetreden geçen akımı bulunuz. Çözümü Thévenin teoremi ile yapınız.

Cevap: U_{AB} = 30 V, R_T = 21 ohm ve I_A = 1 A.

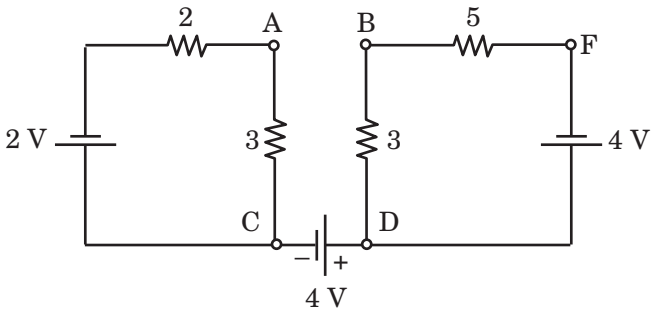
Problem 136:



Şekildeki devrede sayısal değerler volt ve ohm'dur. AB uçları arasındaki gerilimi bulunuz. Bu gerilim hangi uçta (+) dır.

Cevap: U_{AB} = 4 V, A ucu (+) dır.

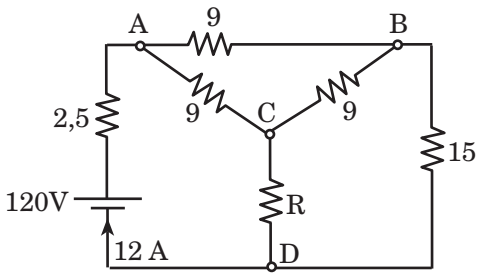
Problem 137:



Şekilde verilen devreyi Problem 136 da sorulduğu gibi çözünüz.

Cevap: U_{AB} = 3,7 V, B ucu (+) dır.

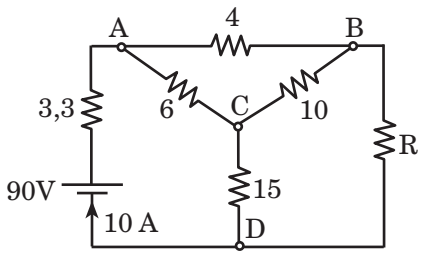
Problem 138:



Şekilde R değerini bulunuz. Sayısal değerler Volt, Amper ve ohm'dur.

Cevap: R = 3 ohm

Problem 139:



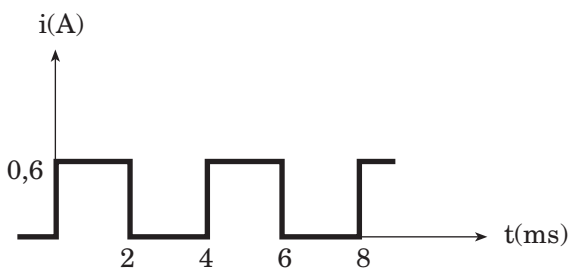
Şekilde R değerini bulunuz. Sayısal değerler Volt, Amper ve ohm'dur.

Cevap: R = 4 ohm

Problem 140: En iyi dört iletkeni sırasıyla yazınız.

Cevap: Gümüş-Bakır-Altın-Alüminyum

Problem 141:



Şekilde, bir iletken telden geçen akım-zaman değişimi verilmiştir. Buna göre, 8 ms'deki bu iletken telden geçen elektron miktarını hesaplayınız.

Cevap:

$q = i\,t = 0{,}6.2{,}2 = 2{,}4$ mC

1 C $\quad 6{,}3.10^{18}$ adet e^-

2,4 mC $\quad x$

$x = 1{,}512.10^{16}$ adet e^-

Problem 142: Uzunluğu 20 m ve kesiti 0,1 mm^2 olan gümüş telin 20°C deki direncini bulunuz. Bu telin direnci hangi sıcaklıkta 4 Ω olur?

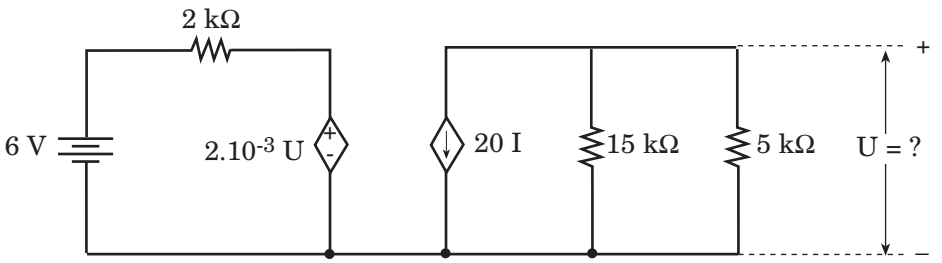
($\rho_{gümüş} = 0{,}016\ \Omega mm^2/m$, $\alpha_{gümüş} = 0{,}0038\ \ 1/°C$)

Cevap: $R_0 = \rho \cdot \frac{l}{S} = 0{,}016 \frac{20}{0{,}1} = 3{,}2\ \Omega$

$R = R_0 \cdot [1 + \alpha (t - t_0)]$

$4 = 3{,}2\ [1 + 0{,}0038\ (t - 20)] \Rightarrow t = 85{,}8\ °C$

Problem 143:



Cevap:

$6 - 2.10^{-3}\ U = 2.10^{3}\ I$

$I = \frac{6 - 2.10^{-3}\ U}{2.10^{3}} = 3.10^{-3} - 1.10^{-6}\ U$

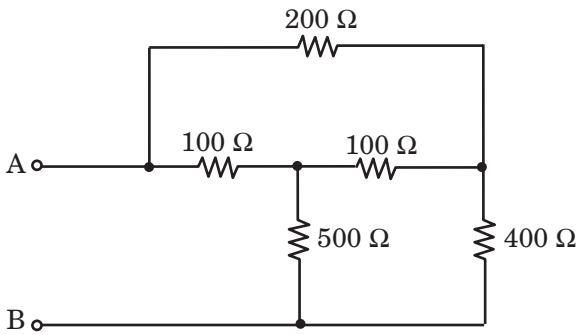
$I_{5K} = 20\ I\ \frac{15K}{20K} = 15\ I$

$U = -15\ I \cdot 5.10^{3} = -75.10^{3}\ (3.10^{-3} - 1.10^{-6}U)$

$U = -225 + 75.10^{-3}\ U$

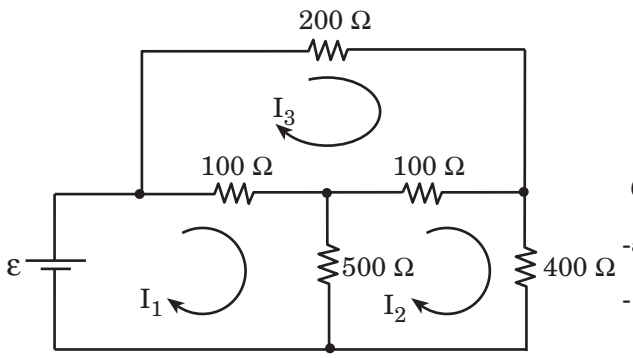
$0{,}925 \cdot U = -225 \Rightarrow U = -243{,}24$ Volt

Problem 144:



A-B noktaları arasındaki eşdeğer direnci, çevre akımları yönteminden yararlanarak bulunuz.

Cevap:



$$600\ I_1 - 500\ I_2 - 100\ I_3 = \varepsilon$$

$$-500\ I_1 + 1000\ I_2 - 100\ I_3 = 0$$

$$-100\ I_1 - 100\ I_2 + 400\ I_3 = 0$$

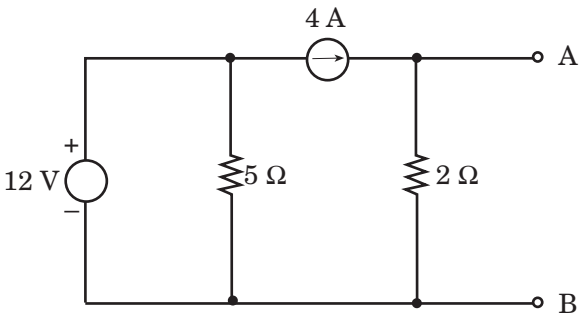
$$\Delta = \begin{vmatrix} 600 & -500 & -100 \\ -500 & 1000 & -100 \\ -100 & -100 & 400 \end{vmatrix} = 114.10^6$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} \varepsilon & -500 & -100 \\ 0 & 1000 & -100 \\ 0 & -100 & 400 \end{vmatrix} = 390.10^3\ \varepsilon$$

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{390.10^3\ \varepsilon}{114.10^6} = 3{,}42.10^{-3}\ \varepsilon$$

$$R_{A\text{-}B} = \frac{\varepsilon}{I_1} = \frac{\varepsilon}{1} \cdot \frac{114.10^6}{390.10^3\ \varepsilon} = 292{,}3\ \Omega$$

Problem 145:

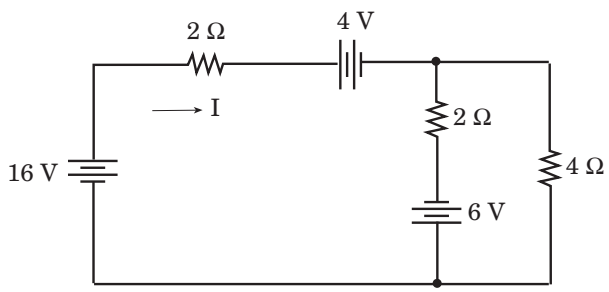


Şekildeki devrede 2 Ω'luk direncin gücünü bulunuz.

Cevap: U_{AB} = 8 Volt

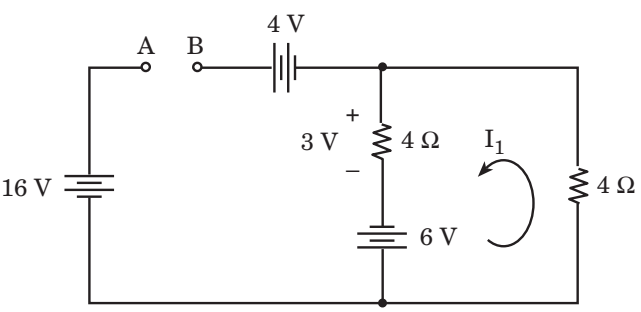
P = U . I = 8.4 = 32 W

Problem 146:



Şekildeki devrede, 2 Ω'luk dirençten geçen akımı Thevenin teoriminden yararlanarak bulunuz.

Cevap:

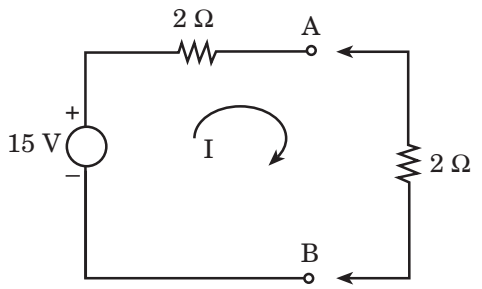


$I_1 = \frac{6}{8}$ = 0,75 A

$U_{4\Omega}$ = 0,75.4 = 3 V

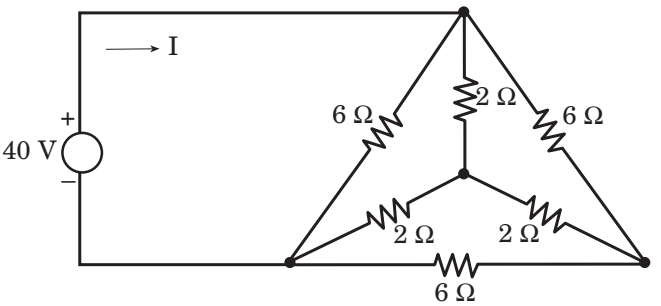
U_{AB} = 16 + 6 – (4+3) = 15 V

$R_{A\text{-}B}$ = 4//4 = 2 Ω



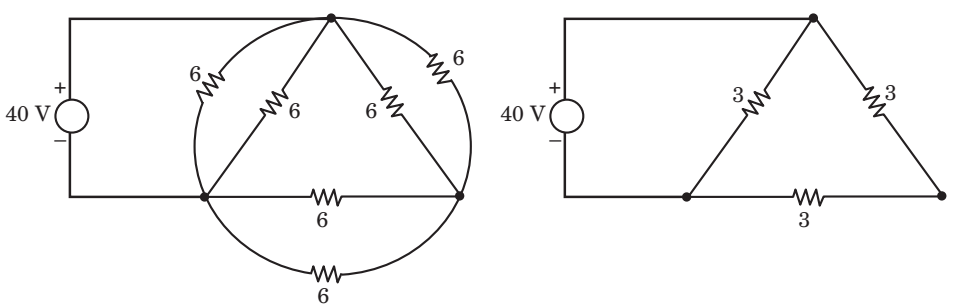
$$I_{2\Omega} = \frac{15}{4} = 3{,}75 \text{ A}$$

Problem 147:



Kaynaktan çekilen akımı hesaplayınız.

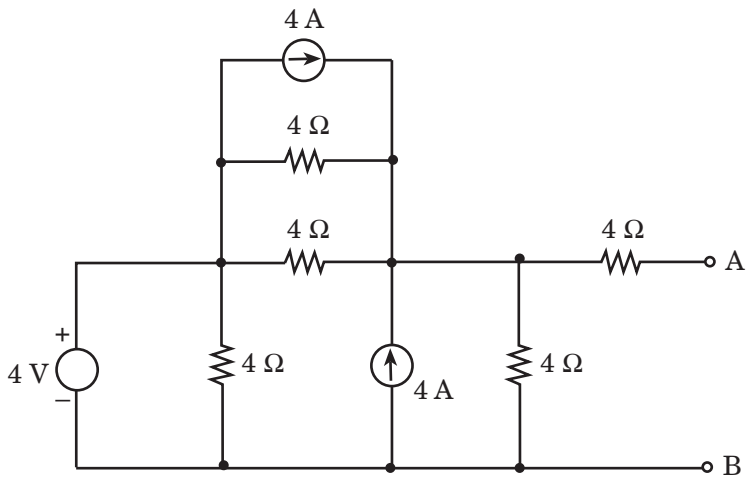
Cevap:



Reş = 3//6 = 2 Ω

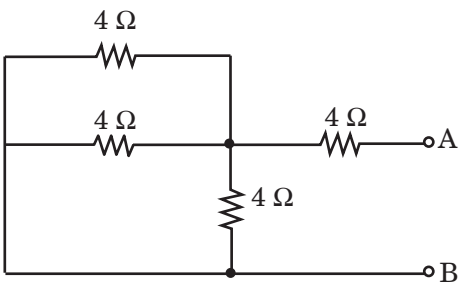
I = 40/2 = 20 A

Problem 148:



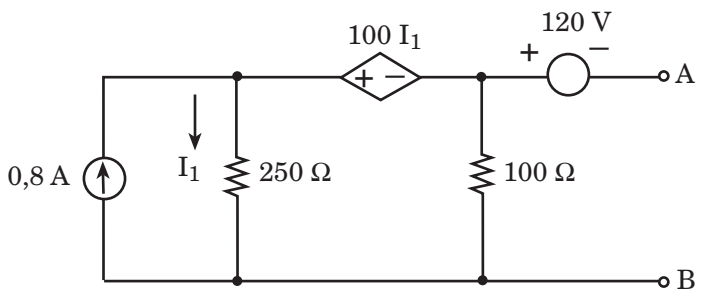
Devreden maksimum güç çekebilmek için A-B noktalarına bağlanacak yük direncinin değerini bulunuz.

Cevap: Gerilim kaynakları kısa devre, akım kaynakları açık devre kabul edilir.



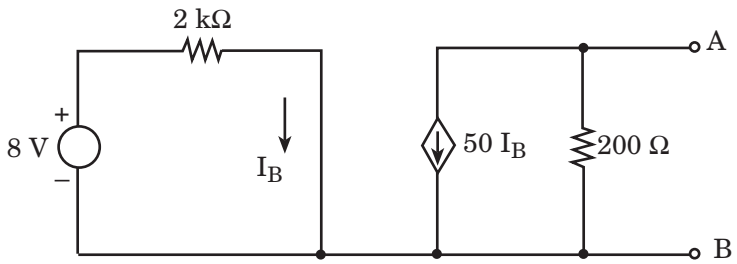
$R_{A\text{-}B} = [(4 \,//\, 4) \,//\, 4] + 4 = 5{,}32\ \Omega$

Problem 149:



Şekildeki devrenin Norton eşdeğerini bulunuz.

Problem 150:



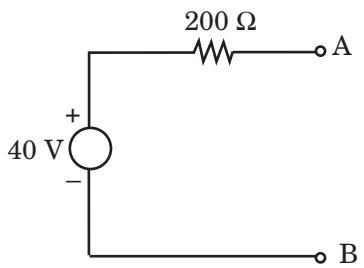
Şekildeki devrenin Thevenin eşdeğerini bulunuz.

Cevap: $I_B = \frac{8\ V}{2\ k} = 4\ mA$

$U_{AB} = 50 \cdot 4\ mA \cdot 200 = 40\ V$

$I_{AB} = 50 \cdot 4\ mA = 0{,}2\ A$

$R_{AB} = \frac{40}{0{,}2} = 200\ \Omega$



Problem 151: Direnci 10 Ω olan bir iletkenden 5A. lik akım 4 dakikada geçmiştir. Bu zaman içinde iletkenin herhangi bir kesitinden geçen yük miktarını ve elektron sayısını hesaplayınız.

Cevap: 1200 C ; $7{,}5.10^{21}$ adet e^-

Problem 152: İnsan vücudundan 15 mA. den büyük akım geçirilmesi ölüme sebep olmaktadır. Bir insanın iki eli veya bir eli ile ayağı arasındaki direncin yaklaşık olarak 4000 Ω olduğu bilindiğine göre en küçük tehlikeli gerilim kaç Volt'tur?

Cevap: U = i . R = 15 mA . 4k = 60 V

YARARLANILAN KAYNAKLAR

[1] Syed A. Nasar, "**Schaum's 3000 Solved Problems in Electrical Circuits",** Jan. 1988 / McGraw-Hill Trade, ISBN: 0070459363.

[2] Fethi Y. ERALP, "**Doğru Akım Devreleri**", 1988, Beta A.Ş.

[3] Thomas L. Floyd, **"Electric Circuits Fundamentals"** Jun. 2000, Prentice Hall, ISBN: 0130163945.

[4] Thomas L. Floyd, **"Principles of Electric Circuits: Conventional Current Version"** April 2002, Prentice Hall, ISBN: 0130985767

[5] Charles K. Alexander, Matthew N. O. Sadiku, **"Fundamentals of Electric Circuits"**, Jun. 2002, McGraw-Hill College ISBN: 007249350X.

[6] M. Yağımlı, F. Akar, **"Elektroteknik-I"**, Ekim 2000, Beta A.Ş.

[7] M. Yağımlı, F. Akar, **"Elektroteknik-II"**, Ekim 2001, Beta A.Ş.

[8] M. Yağımlı, F. Akar, **"Bilgisayar Destekli Elektroteknik I-II"**, Ağustos 2001, Beta A.Ş.

[9] Yazarların Ders Notları.