FEYNMAN FİZİK DERSLERİ



Feynman-
Leighton-
Sands

İkinci Baskı

CİLT 3

KUANTUM MEKANİĞİ

Yeni Milenyum Basımı

ALFA | BİLİM

FEYNMAN

FİZİK DERSLERİ 3

KUANTUM MEKANİĞİ

ALFA

3033 | ALFA | BİLİM | 121

Feynman Fizik Dersleri
Yeni Milenyum Basım
III. Cilt: Kuantum Mekaniği

RICHARD FEYNMAN

1918'de New York'ta doğan Richard P. Feynman doktorasını 1942'de Princeton'dan aldı. Genç olmasına karşın, İkinci Dünya Savaşı süresince Los Alamos'ta Manhattan Projesinde önemli bir rol oynadı. Daha sonra, Cornell ve California Teknoloji Enstitüsünde ders verdi. 1965'te Sin-Itiro Tomonaga ve Julian Schwinger'le birlikte, kuantum elektrodinamiğindeki çalışmaları nedeniyle Nobel Fizik Ödülünü kazandı.

Dr. Feynman Nobel Ödülünü kazanmasını sağlayan kuantum elektrodinamiği kuramının problemlerini başarıyla çözmesinin yanı sıra, sıvı helyumda üstün akışkanlık olayını açıklayan bir matematiksel kuram da yarattı. Daha sonra Murray Gell-Mann ile birlikte beta bozunumu gibi zayıf etkileşmeler alanında temel çalışmalar yaptı. Sonraki yıllarda Feynman, yüksek enerjili proton çarpışma süreçlerinde kendi parton modelini ileri sürerek, kuark kuramının gelişmesinde önemli bir rol oynadı.

Bu başarıların ötesinde, Dr. Feynman fiziğe yeni temel hesaplama yöntemleri ve gösterimleri getirdi: en önemlisi, her zaman her yerde kullanılan Feynman diyagramlarıydı; söz konusu diyagramlar fiziksel süreçlerin kavramsal hale getirilip hesaplanma yolunu yakın bilim tarihinde diğer her formalizmden daha fazla değiştirmiştir.

Feynman dikkate değer derecede etkin bir eğitimciydi. Sayısız ödülleri arasından, özellikle 1972'de kazandığı Öğretim İçin Oersted Madalyasıyla övünürdü. Özgün olarak 1963'te basılmış olan *Feynman Fizik Dersleri*, *Scientific American*'da bir eleştirmen tarafından "Çetin, fakat besleyici ve lezzet dolu. 25 yıldır, öğretmenler ve başlangıç seviyesindeki öğrenciler için en iyi yol göstericidir," şeklinde betimlenmişti. Bununla birlikte Dr. Feynman meslek dışı kişilerin fizik anlayışlarını artırmaları için *Fizik Yasaları Üzerine* ve *QED: Işık ve Maddenin Acayip Kuramı* kitaplarını yazdı. Çok sayıda ileri yayının sahibiydi; tüm bunlar araştırmacılar ve öğrenciler için klasik kaynaklar ve ders kitapları haline gelmiş durumdadır.

Richard Feynman yapıcı bir halk adamıydı. Challenger komisyonundaki çalışması çok iyi bilinmektedir, özellikle onun o meşhur soğutulmuş O-contalarının kırılganlığı gösterisi, bir bardak buzlu su ve bir C-kıskacından başka hiçbir şey gerektirmeyen o şık deney. Daha az bilinen ise, Dr. Feynman'ın 1960'ta California Devlet Eğitim Programı Komitesine karşı harcadığı çabadır; orada ders kitaplarının bayağılığını protesto etmişti.

Richard Feynman'ın sayısız bilimsel ve eğitimsel başarısının öyküsü, onun insan yanını yeterince anlatamaz. Onun canlı ve çok-yönlü kişiliği tüm çalışmalarında parlar. Bir fizikçi olmasının yanı sıra değişik zamanlarda bir radyo tamircisi, bir kasa açıcı, bir artist, bir dansçı, bongo virtüözü ve hatta Maya hiyerogliflerinin çözücüsüydü. Sürekli olarak yaşadığı dünyayı merak ederdi, örnek gösterilen bir deneyimciydi.

Richard Feynman 15 Şubat 1988'de Los Angeles'ta öldü.

ROBERT LEIGHTON

1919'da Detroit'te doğan Robert B. Leighton katı hal fiziğinde, kozmik ışın fiziğinde, modern parçacık fiziğinin başlangıç anlarında, güneş fiziğinde, gezegen fotoğrafçılığında, milimetre ve milimetre-altı dalga astronomisinde hayatı boyunca çığır açan çalışmalar yapmıştır. Bunun yanı sıra bilimsel araçların yenilikçi tasarımları konusunda yaptığı katkılar herkesçe bilinir. Leighton, *Feynman Fizik Dersleri*'ni geliştiren takıma katılmadan önce yazdığı, oldukça etkili bir kitap olan *Modern Fiziğin İlkeleri*'yle de tanınır.

1950'lerin başlarında Leighton mü-mezonun iki nötrino ve bir elektrona bozunumunun gösterilmesinde önemli bir rol oynamış ve çıkan elektronun enerji spektrumunun ilk ölçümünü o yapmıştı. Acayip parçacıkların ilk keşfinden sonra onların bozunumlarını ilk gözleyen yine oydu ve yeni acayip parçacıkların birçok özelliğini açığa kavuşturmuştu.

Leighton 1950'lerin ortasında Doppler-kayması ve Zeeman-olayı güneş kameralarını tasarlamıştı. Öğrencileriyle birlikte Zeeman kamerasıyla güneşin manyetik alanını mükemmel bir çözünürlükle haritalamış, böylece yerel güneş yüzeyi hızlarında beş-dakikalık bir titreşimin ve "aşırı-tanelenme" örüntüsünün keşfedilmelerine yol açmıştı; bu da yeni bir alanın -güneş sismolojisinin- doğmasını sağlamıştı. Leighton gezegenlerin daha temiz görüntülerini almak için düzenek tasarlayıp inşa etmiş ve bir başka yeni alan daha açmıştı: uyarlamalı optik. 1960'larda başlayan sondalarla uzay araştırmaları çağına kadar gezegenlerin en iyi görüntüleri onunkilerdi.

1960'ların başlarında, Leighton yeni bir ucuz kızılaltı teleskobu geliştirmiş ve gökyüzünün ilk kez 2,2 mikronda haritalamasını üreterek, insan gözüyle görmek için aşırı soğuk olan gökadamızda umulmayacak kadar çok sayıda gökcismini açığa çıkarmıştı. 1960'ın ortalarında Mariner 4, 6 ve 7 Mars görevlerinde Jet Propulsion Laboratory (Tepkiyle İtme Laboratuarı) JPL'de Görüntü Bilimi Araştırmaları için ekip lideriydi. JPL'nin ilk derin-uzay sayısal televizyon sisteminin geliştirilmesinde önemli bir rol üstlenmiş, görüntü işleme ve iyileştirme yöntemlerinde ilk uğraşılara katkıda bulunmuştur.

1970'lerde Leighton'ın ilgisi, milimetrik-dalga girişim-metride ve milimetre-altı astronomide kullanılabilecek büyük, ucuz çanak antenlerin geliştirilmesine kaymıştı. Bir kez daha, onun dikkate şayan deneysel becerileri bilimde yeni bir alan açmıştı ve bu alan, California'daki Owens Vadisi Radyo Gözlemevinde ve Şili'deki Atacama Büyük Milimetre/Milimetre-altı Dizilim (ALMA) Radyo Teleskobunda güçlü bir şekilde gelişmesini sürdürmektedir.

Robert Leighton 9 Mart 1997'de Pasadena, California'da öldü.

MATTHEW SANDS

1919'da Oxford, Massachusetts'te doğan Matthew Sands 1940'ta Clark Üniversitesinden lisansım ve 1941'de Rice Üniversitesinden lisansüstü derecesini aldı. II. Dünya Savaşı esnasında Los Alamos'ta Manhattan Projesinde elektronik ve aletler konusunda hizmet verdi. Savaştan sonra Sands nükleer silahların daha fazla kullanılmasına karşı lobi faaliyeti yürüten Los Alamos Atom Bilim İnsanları Federasyonunda gönüllü olarak çalıştı. Bu sürede MIT'de Bruno Rossi'nin gözetiminde kozmik ışınları araştırarak doktora derecesini aldı.

Sands 1950'de Caltech tarafından 1,5 GeV'lik elektron sinkrotronunu kurmak ve işletmek üzere işe alındı. Elektron hızlandırıcılarında kuantum etkilerinin önemini, kuramsal ve deneysel olarak, ilk gösteren oydu.

1960'tan 1966'ya kadar Kolej Fiziği Komisyonunda hizmet veren Sands, *Feynman Fizik Dersleri*'ni yaratan Caltech lisans fizik programındaki yenileştirmelere öncülük etti. Bu esnada Başkanın Bilim Danışma Kurulu, Silahların Denetlenmesi ve Silahsızlanma Ajansı ile Savunma Bakanlığında nükleer silahlar ve silahsızlanma danışmanı olarak da çalıştı.

Sands 1963'te Stanford Doğrusal Hızlandırıcısının (SLAC) kuruluşu ve işletilişinde Yönetici Yardımcısı olmuş, orada ayrıca 3 GeV'lik hızlandırıcı Stanford Pozitron Elektron Asimetrik Halkalarında (SPEAR) da çalışmıştı.

1969'dan 1985'e kadar California Üniversitesi, Santa Cruz'da fizik profesörüydü ve 1969'dan 1972'ye kadar oranın Bilimsel Rektör Yardımcısı görevinde de bulundu. 1972'de Amerikan Fizik Öğretmenleri Derneğinden Üstün Hizmet Ödülü aldı. Emekli Profesör olarak, 1994'e kadar parçacık hızlandırıcısı araştırmalarında etkin olmayı sürdürmüştü. 1998'de Amerikan Fizik Derneği Sands'e "hızlandırıcı fiziğine ve elektron-pozitron ve proton çarpıştırıcılarının geliştirilmesine yaptığı pek çok katkı nedeniyle" Robert R. Wilson Ödülünü lâyık gördü.

Sands emekliliğinde Santa Cruz'da ilk ve orta öğretim öğretmenlerine, öğrencileri için bilgisayar ve laboratuar etkinlikleri kurmalarına yardım ederek onlara akıl hocalığı yaptı. *Feynman'ın Fizik Tüyoları* adlı problem çözümü kitabının baskıya hazırlanmasını da denetlemiş, ayrıca buna *Feynman Fizik Dersleri*'nin ortaya çıkarılmasını betimleyen bir anı yazısı da koymuştu.

Matthew Sands 13 Eylül 2014'te California'da Santa Cruz'da öldü.

Çeviri:

Murat Metehan Türkoğlu

Yayına Hazırlayan:

Doç Dr. Kerem Cankoçak

Editörler Kurulu

Prof. Dr. Durmuş Ali Demir

(İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Fizik Bölümü)

Prof. Dr. İsmail Hakkı Duru

(Emeritus Prof., IYTE)

Prof. Dr. Zekeriya Aydın

(Emeritus Prof., Ankara Üniversitesi, Fizik Bölümü)

Prof. Dr. Ömer Faruk Dayı

(İstanbul Teknik Üniversitesi, Fizik Mühendisliği Bölümü)

Prof. Dr. Cenap Özben

(İstanbul Teknik Üniversitesi, Fizik Mühendisliği Bölümü)

Prof. Dr. Erhan Pesen

(Celal Bayar Üniversitesi, Fizik Bölümü)

Prof. Dr. Nuri Ünal

(Akdeniz Üniversitesi, Fizik Bölümü)

Prof. Dr. Ali Ulvi Yılmazer

(Ankara Üniversitesi, Fizik Mühendisliği Bölümü)

Doç. Dr. Altan Çakır

(İstanbul Teknik Üniversitesi, Fizik Mühendisliği Bölümü)

Feynman Fizik Dersleri / Yeni Milenyum Basım
III. Cilt: Kuantum Mekaniği
© 2012, ALFA Basım Yayım Dağıtım San. ve Tic. Ltd. Şti.

The Feynmann Lectures On Physics / The New Millennium Edition
Volume III: Quantum Mechanics
© 1965, 2006, 2010 by California Institute of Technology,
Michael A. Gottlieb, and Rudolf Pfeiffer
Orijinal İngilizce baskısı Perseus Books Grubu'un tescilli markası Basic Books tarafından yayımlanmıştır.

Kitabın Türkçe yayın hakları Nurcihan Kesim Ajans aracılığıyla Alfa Basım Yayım Dağıtım San. ve Tic. Ltd. Şti.'ne aittir. Tanıtım amacıyla, kaynak göstermek şartıyla yapılacak kısa alıntılar dışında hiçbir yöntemle çoğaltılamaz.

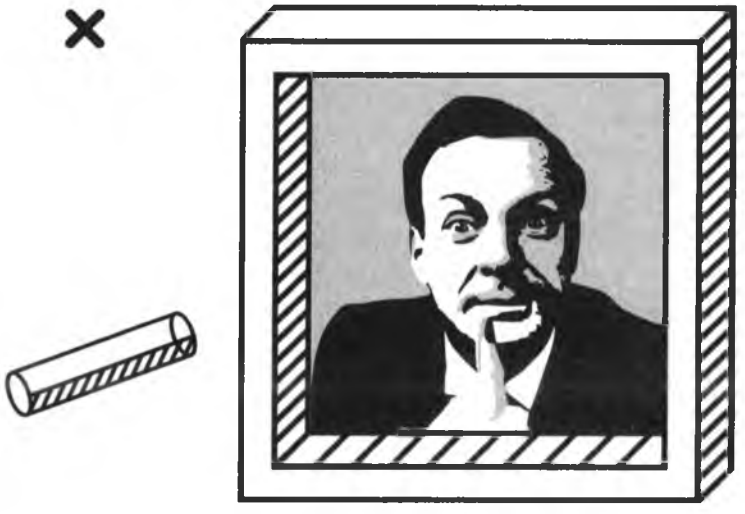
Yayıncı ve Genel Yayın Yönetmeni M. Faruk Bayrak
Genel Müdür Vedat Bayrak
Yayın Yönetmeni Mustafa Küpüşoğlu
Dizi Editörü Kerem Cankoçak
Redaksiyon Mehmet Ata Arslan, Yunus Cankoçak
Kapak Tasarımı Elif Çepikkurt
Sayfa Tasarımı Zeliha Güler

ISBN 978-605-171-359-5
978-605-171-343-4 (Tk)
1. Basım: Ekim 2016
2. Basım: Ağustos 2018

Baskı ve Cilt
Melisa Matbaacılık
Çiftehavuzlar Yolu Acar Sanayi Sitesi No: 8 Bayrampaşa - İstanbul
Tel: 0(212) 674 97 23 Faks: 0(212) 674 97 29
Sertifika no: 12088

Alfa Basım Yayım Dağıtım San. ve Tic. Ltd. Şti.
Alemdar Mahallesi Ticarethane Sokak No: 15 34110 Cağaloğlu - İstanbul
Tel: 0(212) 511 53 03 Faks: 0(212) 519 33 00
www.alfakitap.com - info@alfakitap.com
Sertifika no: 10905

FEYNMAN FİZİK DERSLERİ



Feynman-Leighton-Sands

CİLT 3

KUANTUM MEKANİĞİ

Yeni Milenyum Basımı

BÖLÜM 1. KUANTUM DAVRANIŞI

1-1 Atom mekaniği 1-1
1-2 Mermilerle bir deney 1-1
1-3 Dalgalarla bir deney 1-3
1-4 Elektronlarla bir deney 1-4
1-5 Elektron dalgalarının girişimi 1-5
1-6 Elektronları izleme 1-6
1-7 Kuantum mekaniğinin temel ilkeleri . 1-9
1-8 Belirsizlik ilkesi 1-11

BÖLÜM 2. DALGA VE PARÇACIK GÖRÜŞLERİNİN İLİŞKİSİ

2-1 Olasılık dalga genlikleri 2-1
2-2 Konum ve momentumun ölçümü 2-2
2-3 Kristalden kırınım 2-4
2-4 Bir atomun boyutu 2-5
2-5 Enerji düzeyleri 2-7
2-6 Felsefi çıkarımlar 2-8

BÖLÜM 3. OLASILIK GENLİKLERİ

3-1 Genlikleri birleştirmek için yasalar .. 3-1
3-2 Çift yarıkta girişim deseni 3-5
3-3 Bir kristalden saçılma 3-7
3-4 Özdeş parçacıklar 3-9

BÖLÜM 4. ÖZDEŞ PARÇACIKLAR

4-1 Bose parçacıkları ve Fermi parçacıkları 4-1
4-2 İki Bose parçacıklı durumlar 4-3
4-3 *n adet* Bose parçacıklı durum 4-6
4-4 Fotonların yayınlanması ve soğrulması 4-7
4-5 Kara cisim spektrumu 4-8
4-6 Sıvı helyum 4-12
4-7 Dışarlama ilkesi 4-12

BÖLÜM 5. SPİN BİR

5-1 Stern-Gerlach deneyiyle atomları filtrelemek 5-1
5- 2 Filtrelenmiş atomlarla yapılan deneyler 5-5
5-3 Sıra halindeki Stern-Gerlach filtreleri 5-6
5-4 Taban durumları 5-8
5-5 Girişim yapan genlikler 5-10
5-6 Kuantum mekaniği makinesi 5-12
5-7 Farklı bir taban durumuna geçiş 5-15
5-8 Diğer durumlar 5-16

BÖLÜM 6. YARIM-SPİN

6-1 Genliklerin dönüşümü 6-1
6-2 Dönen koordinat sistemlerine dönüşüm 6-3
6-3 z-ekseni etrafında dönme 6-6
6-4 y-ekseni etrafında 90 ve 180 derece dönme 6-9
6-5 x-ekseni etrafında dönme 6-11
6-6 Gelişigüzel dönmeler 6-12

BÖLÜM 7. GENLİĞİN ZAMAN BAĞIMLILIĞI

7-1 Durgun atomlar; durağan durumlar .. 7-1
7-2 Düzgün hareket 7-3
7-3 Potansiyel enerji; enerjinin korunumu 7-6
7-4 Kuvvetler; klasik limit 7-9
7-5 Bir yarım-spinli parçacığın "presesyonu" 7-10

BÖLÜM 8. HAMILTON İŞLEMCİSİ MATRİSİ

8-1 Genlikler ve vektörler 8-1
8-2 Ayrışma durum vektörü 8-3
8-3 Dünyanın taban durumu nedir? 8-5
8-4 Durumlar zamanla nasıl değişir? 8-7
8-5 Hamilton işlemcisi matrisi 8-10
8-6 Amonyak molekülü 8-11

BÖLÜM 9. AMONYAK MAZERİ

9-1 Bir amonyak molekülünün durumu ... 9-1
9-2 Statik bir elektrik alanındaki molekül 9-5
9-3 Zamana bağlı alandaki geçişler 9-9
9-4 Rezonanstaki geçişler 9-11
9-5 Rezonans olmadığı durumda geçişler 9-13
9-6 Işığın soğrulması 9-14

BÖLÜM 10. DİĞER İKİ-DURUMLU SİSTEMLER

10-1 Hidrojen molekülü iyonu 10-1
10-2 Nükleer kuvvetler 10-6
10-3 Hidrojen molekülü 10-8

10-4 Benzen molekülü 10-10
10-5 Boyalar 10-12
10-6 Bir manyetik alandaki yarım-spinli parçacığın Hamilton işlemcisi 10-12
10-7 Bir manyetik alanda elektron spini 10-15

BÖLÜM 11. İKİ-DURUMLU SİSTEMLERDEN FAZLASI
11-1 Pauli-spin matrisi 11-1
11-2 İşlemci olarak spin matrisleri 11-5
11-3 İki-durumlu denklemlerin çözümü .. 11-8
11-4 Fotonun kutuplanma durumları 11-9
11-5 Yüksüz K-mezonu 11-12
11-6 *N*-durumlu sistemlere genelleme ... 11-21

BÖLÜM 12. HİDROJENDEKİ AŞIRI İNCE YARILMA
12-1 İki yarım-spinli parçacık içeren bir sistem için taban durumları 12-1
12-2 Hidrojenin taban durumu Hamilton işlemcisi 12-3
12-3 Enerji düzeyleri 12-7
12-4 Zeeman yarılması 12-9
12-5 Manyetik alandaki durumlar 12-12
12-6 Spin bir parçacığı için izdüşüm matrisi 12-14

BÖLÜM 13. BİR KRİSTAL ÖRGÜDE YAYINIM
13-1 Bir boyutlu örgü içindeki elektron durumları 13-1
13-2 Belirli enerji durumları 13-3
13-3 Zaman bağımlı durumlar 13-6
13-4 Üç boyutlu bir örgüdeki elektron 13-7
13-5 Bir örgüdeki diğer durumlar 13-8
13-6 Örgüdeki kusurlardan saçılma 13-10
13-7 Örgü kusurunda tuzaklanma 13-12
13-8 Saçılma genlikleri ve bağlı durumlar 13-13

BÖLÜM 14. YARIİLETKENLER
14-1 Yarıiletkenlerdeki deşikler ve elektronlar 14-1
14-2 Saf olmayan yarıiletkenler 14-4
14-3 Hall etkisi 14-7
14-4 Yarıiletken eklemler 14-8
14-5 Bir yarıiletken eklemde doğrultma 14-10
14-6 Transistör 14-11

BÖLÜM 15. SERBEST PARÇACIK YAKLAŞIMI
15-1 Spin dalgaları 15-1
15-2 İki spin dalgası 15-4
15-3 Serbest parçacıklar 15-6
15-4 Benzen molekülü 15-7
15-5 Daha fazla organik kimya 15-10
15-6 Yaklaşımın diğer uygulamaları 15-12

BÖLÜM 16. GENLİKLERİN KONUMA BAĞIMLILIĞI
16-1 Bir çizgi üzerindeki genlik 16-1
16-2 Dalga fonksiyonu 16-5
16-3 Belirli momentum durumları 16-7
16-4 x'teki durumların normalizasyonu .. 16-9
16-5 Schrödinger denklemi 16-11
16-6 Kuantize enerji düzeyleri 16-14

BÖLÜM 17. SİMETRİ VE KORUNUM YASALARI
17-1 Simetri 17-1
17-2 Simetri ve korunum 17-3
17-3 Korunum yasaları 17-7
17-4 Kutuplanmış ışık 17-9
17-5 Λ^0 parçacığının bozunumu 17-11
17-6 Dönme matrislerinin özeti 17-15

BÖLÜM 18. AÇISAL MOMENTUM
18-1 Elektrik dipol ışınımı 18-1
18-2 Işığın saçılması 18-3
18-3 Pozitronyumun yok olması 18-5
18-4 Herhangi bir spin için dönme matrisi 18-9
18-5 Nükleer spini ölçmek 18-13
18-6 Açısal momentumun bileşenleri 18-14
18-7 Ek not 1: Dönme matrisinin çıkarımı 18-19
18-8 Ek not 2: Foton yayınlanmasında parite konumu 18-22

BÖLÜM 19. HİDROJEN ATOMU VE PERİYODİK TABLO
19-1 Hidrojen atomu için Schrödinger denklemi 19-1
19-2 Küresel simetrik çözümler 19-2
19-3 Açıya bağlı durumlar 19-6
19-4 Hidrojen için genel çözüm 19-10
19-5 Hidrojen dalga fonksiyonu 19-12
19-6 Periyodik tablo 19-13

BÖLÜM 20. İŞLEMCİLER
20-1 İşlemler ve işlemciler 20-1
20-2 Ortalama enerjiler 20-3
20-3 Bir atomun ortalama enerjisi 20-6
20-4 Konum işlemcisi 20-8
20-5 Momentum işlemcisi 20-9
20-6 Açısal momentum 20-14
20-7 Ortalamanın zamanla değişimi 20-15

BÖLÜM 21. KLASİK DURUMDA SCHRÖDİNGER DENKLEMİ: SÜPER İLETKENLİK ÜZERİNE BİR SEMİNER
21-1 Manyetik alandaki Schrödinger denklemi 21-1
21-2 Olasılık için süreklilik denklemi 21-3
21-3 İki tür momentum 21-4
21-4 Dalga fonksiyonunun anlamı 21-6
21-5 Süper iletkenlik 21-7
21-6 Meissner etkisi 21-8
21-7 Akı kuantumlanması 21-10
21-8 Süper iletkenliğin dinamikleri 21-12
21-9 Josephson eklemi 21-14

FEYNMAN'IN SONSÖZÜ

EK

DİZİN

İSİM DİZİNİ

SEMBOLLER LİSTESİ

YENİ MİLENYUM BASIMININ ÖNSÖZÜ

Richard Feynman'ın üç ciltlik *Feynman Fizik Dersleri*'nin ortaya çıktığı California Teknoloji Enstitüsündeki fiziğe giriş dersini vermesinden bu yana neredeyse elli yıl geçti. Bu elli yıl boyunca fiziksel dünyayı algılayışımız büyük oranda değişti fakat *Feynman Fizik Dersleri* etkisini kaybetmedi. *Feynman dersleri*, onun eşsiz fizik algısı ve pedagojisi nedeniyle günümüzde hâlâ ilk basıldığı an kadar etkilidir. Dünya çapında hem acemi hem de olgun fizikçiler tarafından çalışılmaktadır; sadece İngilizce 1,5 milyondan fazla kopyası basılmış ve en az bir düzine dile çevrilmiştir. Belki de hiçbir fizik kitabı serisi şu ana dek bu kadar etkili olmamıştır.

Bu *Yeni Milenyum Basımı, Feynman Fizik Dersleri* (*FLP*) için yeni bir çağın başlangıcıdır: elektronik yayıncılığın yirmi birinci yüzyıl çağı. *FLP*, Latex elektronik dizgi dilinde tanımlanmış metin ve denklemleri ve modern çizim yazılımları kullanılarak yeniden çizilen bütün şekillerle birlikte *FLP* formatına çevrilmiştir.

Bu son baskının sonuçları korkutucu *değildir*; neredeyse fizik öğrencileri tarafından yıllarca alışılmış ve sevilen orijinal kırmızı kitaba benzemektedir. Ana farklılıklar, genişletilmiş ve geliştirilmiş bir dizin, bir önceki nüshanın ilk basımından bu yana beş yıldan fazla bir süre içinde okuyucular tarafından bulunan 885 basım hatasının düzeltilmiş hali ve gelecekte okuyucular tarafından bulunabilecek hataları düzeltme kolaylığıdır. Bu konuya aşağıda değineceğiz.

Bu basımın *eKitap* versiyonu ve *Geliştirilmiş Elektronik Versiyonu* elektronik yeniliklerdir. Büyütülmeye çalışıldığında denklemleri, şekilleri ve hatta bazen metnin kendisinin piksellere ayrıldığı 20. yüzyılın teknik kitaplarının çoğu eKitap'larının aksine *Yeni Milenyum Baskısının* Latex taslağı, sayfadaki tüm özelliklerin (fotoğraflar hariç) sınır koyulmaksızın ve şekillerin netliğinin ve tamlığının muhafaza edildiği en yüksek kalite eKitapların yaratılmasına olanak tanımaktadır. Feynman'ın orijinal derslerinden alınmış sınıf tahtası resimleri ve seslerini ve diğer kaynaklarla bağlantılarını içeren *Geliştirilmiş Elektronik Versiyon*, Feynman'ın derslerinden haz almanızı sağlayacak bir yeniliktir.

Feynman Dersleri Anısına

Bu üç cilt eksiksiz pedagojik bir çalışmadır. Ayrıca Feynman'ın 1961-64 yılları arasında, California Teknoloji Enstitüsünde (Caltech) alanlarına bakılmaksızın bütün birinci ve ikinci sınıf öğrencilerinin ihtiyacı olduğu lisans fizik derslerinin tarihsel bir kaydıdır.

Tıpkı benim gibi, okuyucular da Feynman'ın derslerine katılan öğrencilerin nasıl etkilendiklerini merak edebilir. Bu ciltlere kendi yazdığı önsözünde Feynman bir nebze olumsuz bir bakış açısı sunmaktadır. "Öğrenciler tarafından çok iyi anlaşıldığını sanmıyorum" diye yazmaktadır. Matthew Sands, *Feynman Fizik Tüyoları* isimli Feynman biyografisinde çok daha olumlu bir bakış açısı sunar. Merakım nedeniyle 2005 yılının sonbaharında, Feynman'ın 1961-63 sınıfından (yaklaşık 150 öğrenci arasından) rastgele 17 öğrenciyle –bazıları derste oldukça zorlanan bazıları da uzmanlaşan öğrenciler olmak üzere; fizik ana bilim dalının yanı sıra biyoloji, kimya, mühendislik, jeoloji, matematik ve astronomi öğrencileri– mailleştim ya da konuştum.

Aradan geçen yıllar boyunca hafızaları donuklaşmış olabilirdi, fakat yüzde sekseni Feynman'ın derslerinin üniversite hayatlarının en önemli anları olduğu-

nu belirtti. "Kiliseye gitmeye benziyordu." Dersler "dönüşümsel bir deneyimdi," "ömür boyunca size eşlik eden bir deneyim, muhtemelen Caltech'ten edindiğim en önemli deneyim." "Biyoloji alanındaydım fakat Feynman'ın dersleri lisans öğrenimimdeki en ileri deneyimdi... bununla birlikte itiraf etmeliyim ki ev ödevlerini zamanında yapamıyordum ve güçlükle takip edebiliyordum." "Derste en az ümit veren öğrenciler arasındaydım ve asla bir dersi kaçırmadım... Feynman'm keşfetmekten duyduğu hazzı hâlâ hissedebiliyorum ve hatırlıyorum... Dersleri... muhtemelen basılan *Dersleri*'nde olmayan duygusal bir etkiye sahipti."

Bununla birlikte birkaç öğrenci iki nedenden dolayı olumsuz hatıralara sahipti: (i) "Derslere katılmanıza rağmen ev ödevi problemlerini nasıl çözeceğinizi öğrenemiyordunuz. Feynman çok becerikliydi; hangi yaklaşımların ve hilelerin uygulanması gerektiğini biliyordu ve birinci sınıf öğrencilerinin sahip olmadığı bir zekâya ve deneyime dayanan sezgilere sahipti." Feynman ve meslektaşları derslerindeki bu kusurun farkındalardı ve *Feynman'ın Fizik Tüyoları* isimli esere dahil edilen bölümlerde bununla ilgili kaynaklar vardı: Feynman tarafından verilmiş üç problem-çözme dersi ve Robert B. Leighton ile Rochus Vogt tarafından toplanan bir dizi problem ve cevapları. (ii) "Bir sonraki derste nelerin tartışılacağının bilinmemesinden kaynaklanan güvensizlik, bir ders kitabının ya da ders kaynaklarıyla bağlantılı herhangi bir referansın olmayışı ve sonuç olarak ileri okumaların yapılamaması... Üniversite binasının içinde dersleri heyecan verici ve anlaşılır buldum fakat dışarıda [detaylarını yeniden kurmaya çalıştığımda] Sanskritçeydi." Bu problem elbette bu üç cilt, *Feynman Fizik Dersleri*'nin basılan versiyonu, sayesinde çözüldü. Bu eserler daha sonra Caltech öğrencilerinin yıllarca çalıştığı ders kitapları haline geldiler ve Feynman'ın en büyük mirası olarak günümüzde yaşatılmaktadır.

Yazım Hatalarının Bir Tarihi

Feynman Fizik Dersleri, Feynman ve Feynman'ın derslerindeki* kara tahta fotoğrafları ve teyp kayıtları üzerinde çalışıp, onları derleyen yardımcı yazarlar Robert B. Leighton ve Matthew Sands tarafından hızlı bir şekilde üretildi (Her iki yardımcı yazar da *Yeni Milenyum Basımın Geliştirilmiş Elektronik Versiyonuna* katkıda bulundular). Feynman, Leighton ve Sands'in yüksek bir hızla çalışmaları nedeniyle ilk baskısında çok sayıda hatanın bulunması kaçınılmazdı. Feynman daha sonraki yıllarda yazım hatalarından oluşan uzun bir liste oluşturdu: Caltech'teki öğrenciler, öğretim üyeleri ve dünya çapındaki okuyucular tarafından bulunan hatalar. 1960'larda ve 1970'lerin ilk yıllarında Feynman yoğun yaşamı arasında I ve II. ciltler için hataların hepsini olmasa bile büyük bir kısmını kontrol etmek ve daha sonraki baskılara bu düzeltmeleri yerleştirmek için zaman ayırdı. Fakat Feynman'ın III. Cildteki hataların ortadan kaldırılmasına yönelik görev anlayışı asla yeni şeyleri keşfetme heyecanından daha yüksek değildi.† 1988 yılındaki zamansız ölümünden sonra bütün üç cilt için toplanan hatalar Caltech Arşivlerinde toplandı ve unutulmaya yüz tuttu.

2002 yılında Ralph Leighton (Robert Leighton'ın son çocuğu ve Feynman'm hemşerisi) eski hatalar ve Ralph'ın arkadaşı Micheal Gottlieb tarafından derlenen yeni uzun bir liste konusunda beni bilgilendirdi. Leighton bütün hataları düzeltilmiş *Feynman Dersleri*'nin yeni bir Caltech baskısının ortaya konmasını

---

* Feynman'ın derslerinin ve bu üç cildin tanımlamaları için üç cildin her birindeki Giriş ve Önsöz kısımlarına, ayrıca Matt Sands'in *Feynman'ın Fizik Tüyoları* isimli biyografisine ve David Goodstein ve Gerry Neugebauer tarafından 1989 yılında yazılan *FLP'nin Hatıra Baskısına Özel Giriş* isimli eserine, ayrıca 2005 yılında basılan *Tamamlayıcı Baskısı*'na, bakınız.

† 1975 yılında III. Cildin hatalarını kontrol etmeye başlamıştı fakat bazı şeyler dikkatini dağıttı ve bu görevi asla bitiremedi, bu nedenle düzeltmeleri tamamlayamadı.

ve yanında, onun ve Gottlieb'in hazırlayacağı *Feynman'ın Fizik Tüyoları* isimli yeni bir yardımcı kaynak cildinin basılmasını önerdi.

Feynman benim kahramanımdı ve yakın bir arkadaşımdı. Yeni hata listesini ve önerilen yeni cildin içeriğini gördüğümde Caltech (O, Leighton ve Sands'in *Feynman Dersleri* için bütün hakları ve sorumlulukları devrettiği Feynman'ın uzun süreli akademik evi) adına bu projeyi denetlemeyi hemen kabul ettim. Gottlieb'in bir buçuk yıl süren titiz çalışmasından ve Dr. Micheal Hartl'ın (bütün hataları ve yeni cildi kontrol eden seçkin bir Caltech doktora sonrası öğrencisi) dikkatli incelemelerinden sonra 2005 yılında yaklaşık 200 hatası düzeltildi ve Gottlieb ile Leighton tarafından yazılan *Feynman'ın Fizik Tüyoları* isimli yeni bir cilde sahip *Feynman Fizik Dersleri'nin Tamamlayıcı Baskısı* doğdu.

Bu baskının "Tamamlayıcı" olacağını düşünüyordum. Beklemediğim şey dünya çapındaki okuyucuların –daha ileri hataları tanımlamak için Gottlieb'e başvurmaları ve Gottlieb tarafından oluşturulup kalıcı hale getirilen websitesine, *Feynman Dersleri Websitesi* www.feynmanlectures.info, bu hataları sunmaları– taşıdıkları coşkulu sorumluluk duygusuydu. O zamandan beri geçen 5 yılda 965 yeni hata sunuldu ve Gottlieb, Hartl ile Nate Bode'nin (seçkin bir Caltech fizik lisans öğrencisi) titiz çalışmaları sayesinde düzeltildi. 965 hatanın 80 adedi *Tamamlayıcı Basım*'ın (Ağustos 2006) dördüncü baskısında düzeltildi ve geriye kalan 885'i bu *Yeni Milenyum Basımının* ilk baskısında düzeltildi (I. Ciltte 332, II. Ciltte 263 ve III. Ciltte 200). Hataların detayları için www.feynmanlectures.info adresine bakınız.

Açık ki, *Feynman Fizik Dersleri*'ni hatasız hale getirmek dünya çapındaki işbirliği sayesinde gerçekleşti. Caltech adına 2005 yılından bu yana katkıda bulunan 50 okuyucuya ve sonraki yıllarda katkı koyacak çok sayıda okuyucuya şimdiden teşekkür ederim. Katkı koyan herkesin ismi www.feynmanlectures.info/flp_errata.html adresinde bulunmaktadır.

Neredeyse tüm hatalar üç tiptedir: (i) düz yazıdaki baskı hataları; (ii) denklemlerdeki, tablolardaki ve şekillerdeki baskı hataları ve matematiksel hatalar: işaret hataları, yanlış sayılar (örneğin 5 yerine 4 kullanılması), denklemlerdeki unutulmuş alt indisler, toplam işaretleri, parantezler ve terimler; (iii) bölümlere, tablolara ve şekillere atanan yanlış referanslar. Bu tür hatalar, olgun bir fizikçi için korkunç görünmese de, Feynman'ın birincil dinleyicileri olan öğrenciler için kafa karıştırıcı ve engelleyici olabilir.

Benim sorumluluğumda düzeltilen 1165 hata arasından sadece birkaçının gerçek fiziksel hata olması dikkat çekicidir. Örneğin II. Cildin sayfa 5 ile 9 arasında "... *topraklanmış* kapalı bir iletken içindeki statik olmayan yük dağılımı dışarıda bir alan [elektrik] üretemez," (topraklanmış kelimesi bir önceki baskıda ihmal edilmişti). Bu hata, içlerinde William and Mary Kolejinde bir öğrenci olan ve bir sınavda Feynman'ın hatalı bir pasajına güvenen Beulah Elizabeth Cox'un da bulunduğu çok sayıda okuyucu tarafından Feynman'a bildirilmişti. 1975 yılında Feynman Bayan Cox'a şöyle yazdı[1] "Öğretim görevlisinin, Gauss Yasasını kullanarak gösterdiği gibi, cevabınızın yanlış olması nedeniyle size puan vermemesi doğruydu. Bilimde dikkatli biçimde oluşturulmuş mantığa ve savlara güvenmelisiniz, otoritelere değil. Ayrıca kitabı dikkatli bir şekilde okuyup anlayabilirdiniz. Bir hata yaptım ve bu nedenle kitap hatalıdır. Muhtemelen topraklanmış bir küreyi ya da içinde farklı bölgelerde hareket eden parçacıkların dışarıdaki şeyleri etkilemeyeceği bir şeyi düşünüyordum. Bunu nasıl yaptığıma emin değilim fakat pot kırdım ve sen de bana inanarak pot kırdın."

[1] *Uğrak Yerinden Kabul Edilebilir Mükemmel Salınımlar, Richard P. Feynman'ın Mektupları*, sayfa 288-89, ed. Michelle Feynman (Basic Books, New York 2005).

Yeni Milenyum Basımı Bu Hale Nasıl Geldi?

Kasım 2005 ile Temmuz 2006 arasında *Feynman Dersleri Web sitesine* www.feynmanlectures.info 340 hata sunuldu. Önemli ölçüde bunların büyük bir kısmı tek bir kişiden geliyordu: Dr. Rudolf Pfeiffer, Avusturya, Vienna Üniversitesinden doktora sonrası araştırmacı bir fizikçi. Yayıncı, Addison Wesley, 80 hatayı önceden tespit etmişti fakat masrafı yüzünden daha fazlasının tespit edilmesine ayak diredi: kitaplar 1960'lı yıllara ait sayfaların fotografik görüntüsüyle çalışan bir foto-ofset süreci sayesinde basılmaktaydı. Bir hatayı düzeltmek bütün sayfanın yeniden dizimi anlamına geliyordu ve yeni bir hatanın olmamasını garanti altına almak için her sayfa iki farklı insan tarafından ikişer kez dizgiye giriliyor, daha sonra birkaç insan tarafından karşılaştırılarak düzeltiliyordu; gerçekten yüzlerce hatanın var olduğu bir durumda çok masraflı bir süreç.

Gottlieb, Pfeiffer ve Ralph Leighton bu konuda çok mutsuzdular, bu nedenle bütün hataları düzeltmeyi kolaylaştırmak, ayrıca eKitap üretmek ve *Feynman Fizik Dersleri*'nin geliştirilmiş elektronik versiyonunu geliştirmek için bir plan geliştirdiler. 2007 yılında Caltech'in temsilcisi olmam dolayısıyla bana planlarını açıkladılar. Hevesli fakat temkinliydim. *Geliştirilmiş Elektronik Versiyonu*'nun bir bölümlük gösterimini içeren detayları gördükten sonra, Caltech'in Gottlieb, Pfeiffer ve Leighton'ın planları doğrultusunda işbirliği yapmasını önerdim. Plan Caltech'in Fizik, Matematik ve Astronomi bölüm başkanları – Tom Tombrello, Andrew Lange ve Tom Soifer– tarafından onaylandı ve karışık yasal sözleşme detayları Caltech'in fikir hakları danışmanı Adam Cochran tarafından incelendi. Bu *Yeni Milenyum Basımının* yayımlanmasıyla birlikte plan, karmaşıklığına rağmen başarılı bir şekilde yürürlüğe kondu. Özel olarak:

Pfeiffer ve Gottlieb *FLP*'nin bütün üç cildini Latex formuna dönüştürdüler (*Feynman'ın Fizik Tüyoları* eserine Feynman derslerinden elde edilen 1000'den fazla alıştırmayı dahil etmek için çalıştılar). *FLP* şekilleri, *FLP*'nin Alman çevirmeni Henning Heinze tarafından Alman baskısında kullanılmak üzere, Hindistan'da modern elektronik formda yeniden çizildi. Gottlieb ve Pfeiffer, bu *Yeni Milenyum* İngilizce baskısında Heinze'nin özel olmayan şekillerini kullanmak için, Alman baskısındaki (Oldenbourg tarafından basılan) özel olmayan Latex denklemlerini değiş tokuş etti. Pfeiffer ile Gottlieb, bütün Latex metni ile denklemlerini ve bütün yeniden çizilen şekilleri titiz bir şekilde kontrol ederek düzeltilmesi gereken yerleri düzeltti. Nate Bode ile ben, Caltech adına, metni, denklemleri ve şekilleri kısmen kontrol ettik; hiçbir hata bulamadık. Pfeiffer ile Gottlieb inanılmaz bir biçimde titiz ve hassastılar. Gottlieb ile Pfeiffer, Feynman'ın 1962-64 ders fotoğraflarını sayısallaştırmak için Huntington Kütüphanesinde John Sullivan'ı ve ders kayıtlarını sayısallaştırmak için George Blood Ses Sistemlerini ayarladılar: finansal destek ve teşvik için Caltech profesörü Carver Mead, lojistik destek için Caltech Arşivcisi Shelley Erwin ve hukuki destek için Cochran.

Hukuki meseleler oldukça ciddiydi: 1960'larda Caltech, basım yayım hakkını ve 1990'larda Feynman'ın sesli derslerini ve bir elektronik basımının dağıtım haklarını Addison Wesley'e vermişti. 2000'li yıllarda bu lisansların bir dizi kazancı sayesinde, basım hakları Pearson yayın grubuna devredildi fakat ses ve elektronik versiyon hakları Perseus yayın grubuna devredildi. Cochran, Ike Williams'la birlikte, yayın konularında uzmanlaşmış bir avukat, Perseus'la (Basic Books) bütün hakları birleştirerek devretmek konusunda anlaştı ve böylece bu *Yeni Milenyum Baskısı* doğmuş oldu.

Teşekkürler

Caltech adına bu *Yeni Milenyum Baskısının* oluşmasına yardım eden çok sayıda insana teşekkür ederim. Özel olarak yukarıda adı geçen insanlara teşekkür etmek istiyorum: Ralph Leighton, Michael Gottlieb, Tom Tombrello, Michael Hartl, Rudolf Pfeiffer, Henning Heinze, Adam Cochran, Carver Mead, Nate Bode, Shelley Erwin, Andrew Lange, Tom Soifer, Ike Williams ve hataları ortaya koyan 50 kişiye (listesi www.feynmanlectures.info adresinde mevcut). Ayrıca sürekli desteği ve öğütleri için Michelle Feynman'a (Richard Feynman'ın kız kardeşi), Caltech'ten sahne arkasındaki yardımları ve öğütleri için Alan Rice'a, *FLP'yi* Latex formatına dönüştürmek konusunda Pfeiffer'e yardım eden ve öğütlerde bulunan Calvin Jackson'a ve hataların düzeltilmesi konusunda sundukları katkılar için Micheal Figl, Manfred Smolik ve Andreas Stangl'a ve Perseus/Basic Books ve (daha önceki basımlar için) Addison Wesley personeline teşekkür ederim.

Kip S. Thorne
Teorik Fizik Feynman Profesörü, Emekli
California Teknoloji Enstitüsü

Ekim 2010

TÜRKÇE ÇEVİRİYE ÖNSÖZ:

Feynman Fizik Dersleri Türkiye'de Okutulmuştu!

MEB hesabına lise fizik öğretmeni olmak üzere, 1960'ta Ankara Üniversitesi Fizik Bölümüne girdiğimde, Fen Fakültesinin diğer bölümleri gibi Fizik Bölümünde de içinde klasik mekanik, elektrodinamik, kuantum mekaniği derslerinin bulunmadığı oldukça eskimiş bir müfredat izlenmekteydi. Üçüncü sınıftayken bölümün öğretim kadrosuna, Paris Üniversitesinde devlet bursuyla Matematik lisansı okuyup Ecole Normale Superior'un Telekomünikasyon bölümünden Elektronik Yüksek Mühendisi olarak mezun olan ve ardından De Broglie'den de dersler alarak Teorik Fizik dalında Henri Poincaré Enstitüsünde doktorasını yapıp yurda dönmüş bir genç hoca katılmıştı: Burhan Cahit Ünal. Gelir gelmez Goldstein'ın *Klasik Mekanik* kitabını izlediği bir ders açmış, bir sonraki yıl Mandl'ın *Kuantum Mekaniği* kitabını anlatmıştı bize. Mezun olduğumda bir başka arkadaşım (S.A. Baran) ile birlikte Burhan hocanın asistanı olarak bölüme girmiştik. İşte o 1964-65 öğretim yılında Bölümümüze NATO-TÜBİTAK Burslusu dört öğrencinin kaydolduğunu duymuştuk. Bu öğrenciler mezun olduklarında doğrudan ABD'ye doktoraya gideceklerdi.

Burhan hoca, California Teknoloji Enstitüsü CALTECH'te birinci ve ikinci sınıf fizik derslerinin yeniden düzenlenmesi ihtiyacı nedeniyle 1961-63 yıllarında bizzat Richard Feynman tarafından hazırlanıp konferanslar şeklinde Caltech'in bütün birinci ve ikinci sınıf öğrencilerine sunulan ve büyükçe bir ekiple kitaba dönüştürülen üç ciltlik *"Feynman Fizik Dersleri"* dizisinden haberdardı. Çünkü kendisi 1961 yılında Fulbright bursuyla bir yıl Caltech'te ve bir sonraki yıl da Colorado Üniversitesinde doktora sonrası araştırmacı olarak bulunmuştu. Bir-iki öğrencinin daha katılmasıyla bu dört NATO bursiyerinden (Namık Kemal PAK, İsmail Hakkı DURU, Tarık ÇELİK ve Sinan ÖZKAL) oluşan küçük bir grup meydana getirip, iki asistanıyla birlikte, büyük bir cesaretle Caltech programını gayri-resmi olarak akşamları –Cumartesi, Pazar dahil– bu gruba uygulamıştı. İki asistanı gündüzleri Feynman'ın kitaplarını okuyorlar, kendileri öğrenip akşamları konuları Burhan hocayla birlikte bu küçük grupla tartışıyorlardı. Üçüncü ve dördüncü yıllarda da bu gruba Goldstein'ın *Klasik Mekaniği*, Jackson'ın *Elektrodinamiği* ve Mandl'ın *Kuantum Mekaniği* anlatılmıştı. Bu bilgilerle donatılmış olarak ABD'de çeşitli üniversitelere giden bu öğrenciler doktoralarını büyük başarılarla bitirmişler; TÜBİTAK bilim ödülleri almışlar, TÜBİTAK başkanlığı, TÜBİTAK ve TÜBA yönetimlerinde Türkiye'nin bilim politikalarına büyük katkılarda bulunmuşlardı. Bu sistem daha sonra gelen NATO bursiyerlerine bir süre daha uygulanmıştı. Ama Feynman Programının Caltech'te uygulamadan kaldırılıp, ABD'de Berkeley Fizik programı ve buna benzer programların devreye sokulmasıyla, Ankara Üniversitesi Fizik Bölümündeki bu Feynman Programı resmi müfredata konulamadan kalmıştı. Ankara Üniversitesi Fizik Bölümü bu kez Hacettepe, Karadeniz Teknik Üniversitesi ve başka birkaç üniversiteyi daha yanına alarak, Berkeley Fizik Programını, tüm ders ve laboratuar kitapları ve diğer malzemeleriyle Türkçeye çevirmiş ve resmi ders programlarına bu diziyi koymuştu.

Feynman Fizik Dersleri ABD'de ve dünyada kuşkusuz hiçbir zaman terk edilmemiştir; edilmez de. Feynman evrenin işleyişini en iyi anlamış üç-beş kişiden biriydi; bunu derslerinde en iyi şekilde anlatmaktaydı. O nedenle *Feynman Fizik Dersleri* dizisi, üzerinden elli yıl geçmiş olmasına karşın bütün dünyada fiziğe merakı olan kişilerce okunmaktadır. Yüksek lisans ve doktora öğrencilerinin en fazla başvurduğu kitaplardır. Araştırma yapanların her daim ellerinin altındadır. Sadece İngilizce bir buçuk milyondan fazla kopyası basılmış, en az bir düzine dile çevrilmiştir. Sürekli yeni baskıları çıkmaktadır. 1963'teki ilk baskısından sonra, 1965, 1989, 2006, 2010, 2013'te baskıları yapılmıştır.

Caltech'teki öğrencilerden, dünyadaki öğretim üyeleri ve okuyuculardan, ölünceye kadar Feynman'ın kendisinden ve programı birlikte hazırladığı öğretim üyesi arkadaşlarından pek çok imla ve yazım hataları ile tek tük anlam karışıklığı taşıyan düzeltmeler önerilmiştir. Özellikle bunları toplayan Feynman'ın yakın arkadaşı Profesör Kip Thorne *Yeni Millennium Baskısı*na yazdığı önsözde, dünya çapındaki işbirliğiyle *Feynman Fizik Dersleri*'nin tamamen hatasız hale getirildiğini duyurmaktadır.

Aradan geçen elli yılda fizikte, matematikte, astrofizik ve kozmolojide, optikte ve bilgisayar dünyasında önemli gelişmeler oldu; ama *Feynman Fizik Dersleri*'nde izlenen genel felsefe bunları zaten kapsadığı için, bu şaheser ders notları değerinden hiçbir şey kaybetmedi. *Feynman Fizik Dersleri,* yeni hazırlanan güncel fizik ders kitaplarına üst düzeyde destekleyici malzeme niteliğinde bütün dünyada kullanılmaktadır ve ayrıca genç araştırmacılara ilham kaynağı olmaya devam etmektedir.

İlk hazırlandığı 1960'lı yıllarda Türkiye'de de büyük heyecan yaratan ve üstün yetenekli öğrencilere yıllarca başarıyla uygulanan *Feynman Fizik Dersleri*'nin bu Türkçe çevirisinin fizik topluluğumuzda yeni bir heyecan dalgası yaratacağından kuşkumuz yoktur.

Prof. Zekeriya AYDIN



FEYNMAN'IN ÖNSÖZÜ

Bunlar, geçen yıl ve önceki yıl Caltech'te üniversite birinci ve ikinci sınıf öğrencilerine verdiğim fizik dersleridir. Sınıfta anlattığım bu kısımlar, kuşkusuz, derslerin harfi harfine tamamı değildir; bazıları oldukça fazla, bazılarıysa daha az olmak üzere gözden geçirilip baskıya hazırlanmışlardır. Sınıfta anlatılanlar, asıl dersin ancak bir bölümüdür. 180 öğrencilik tüm grup büyük bir konferans salonunda bu dersleri dinlemek üzere haftada iki kez toplanmakta ve sonra bir asistanın rehberliğinde 15 ila 20 kişilik küçük uygulama gruplarına ayrılmaktaydı. Ayrıca haftada bir kez bir laboratuar uygulaması vardı.

Bu derslerde ulaşmaya çalıştığımız özel amaç, liselerden mezun olup Caltech'e gelmiş olan çok hevesli ve oldukça zeki öğrencilerin ilgisini çekebilmekti. Onlar fiziğin ne kadar ilginç ve heyecan verici olduğuna dair pek çok şey duydular: görelilik kuramı, kuantum mekaniği ve diğer çağdaş düşünceler. Daha önceki iki yıllık dersimizin sonunda, öğrencilerin çoğunun cesareti kırılmış olurdu, çünkü onlara gerçekten de oldukça sınırlı sayıda büyük, yeni ve çağdaş fikirler sunulurdu. Eğik düzlemleri, elektrostatiği ve benzeri rutin şeyleri çalışmak durumunda kalırlar ve iki yıl sonra aptallaşırlardı. Sorun şuydu: onların heveslerini besleyerek çok daha ileri düzeyde ve heyecanlı öğrenciler kazandıracak bir ders yapmayı acaba başarabilir miydik?

Buradaki derslerin hiçbir şekilde bir gözden geçirme dersi olduğu sanılmasın; onlar çok ciddi biçimde hazırlanmıştır. Onları sınıftaki en zeki öğrenciye anlattığımı düşündüm ve bundan emin olmak için de, mümkünse, en zeki öğrencinin bile derslerdeki her şeyi tam olarak kavrayamayacağı şekilde, düşünce ve kavramların ana çizginin dışındaki çeşitli yönlere uygulanması önerilerini de katarak sundum. Yine bu nedenle, denklemlerin ve düşüncelerin fiziğin bünyesine uyduğu her durumu ve –daha çok bilgi edinildiğinde– onların nasıl değişebileceğini göstermek için, tüm beyanları mümkün olduğunca doğru yapmaya özen gösterdim. Böyle öğrenciler için –eğer yeterince akıllılarsa– neyin daha önce söylenenlerden çıkarılması gerektiğini ve neyin yeni bir şey olarak önlerine konulduğunu anlamalarının önemli olduğunu hissettim. Yeni düşünceler ortaya çıktıkça, onları çıkarılabilecek durumdaysalar çıkarmaya; aksi halde bilinen şeyler cinsinden hiçbir temele dayanmayan yeni bir düşünce olduğunu ve kanıtlanabileceğinin beklenmediğini –fakat sadece içeriye eklendiğini– açıklamaya çalıştım.

Bu derslere başlarken, öğrencilerin liseden mezun olduklarında geometrik optik, basit kimya fikirleri ve benzeri şeyler bildiklerini varsaydım. Dersleri belirli bir sırada vermenin herhangi bir nedeni olduğunu da görmedim; şu anlamda ki, bir şeyi ayrıntılı olarak anlatmaya hazır olmadıkça ona değinmek istemem. Pek çok konuya tam olarak tartışmaksızın değinmek gerekiyordu. Daha tam tartışmalara, daha sonra hazırlıklar iyice geliştiği zaman sıra geliyordu. İndüktans ve enerji düzeyi tartışmaları örnek olarak verilebilir; bunlar önce nitel biçimde gündeme getirilir ve daha sonra ayrıntılarıyla geliştirilir.

Daha çalışkan öğrencileri hedeflemekle birlikte, ek tartışmaları ve yan uygulamaları sıkıcı bulan ve derslerdeki malzemenin çoğunu öğrenemeyeceğini düşünen öğrencilere de özen gösterdim. Derslerde, böyle öğrenciler için de, en azından onların alabilecekleri temel ve öz bilgiler olsun istedim. Her şeyi

anlamadılarsa bile umarım sinirlenmemişlerdir. Her şeyi anlamış olduklarını sanmıyorum, yine de işin özünü ve en dolaysız yanlarını anlamışlardır. Kuşkusuz, nelerin esas teoremler ve merkezi fikirler ve nelerinse çok ileri konular ve uygulamalar olduğunu görmeleri onların zekâsına kalmıştır; belki bunu ancak sonraki yıllarda anlarlar.

Bu dersleri verirken ciddi bir zorluk şu oldu: Dersin veriliş biçimiyle ilgili olarak, öğrencilerden öğretim görevlisine dersin nasıl geçtiğini gösterecek hiçbir tepki gelmedi. Bu gerçekten de önemli bir sorundur ve ben derslerin gerçekten ne kadar iyi geçtiğini anlayamadım. Bütün her şey esasında bir deneydi. Aynı şeyi tekrar yapsaydım, aynı biçimde yapmazdım. Umarım onu tekrar yapmak zorunda kalmam! Yine de sanırım ilk yılda fizikle ilgili her şey oldukça doyurucu şekilde halledildi.

İkinci yıl pek tatmin olmadım. İkinci yılın ilk kısmında elektrik ve manyetizmayı işlerken, gerçekten eşsiz ya da farklı hiçbir anlatım yolu –alışılmışın dışında özel olarak daha heyecan verici bir yol– düşünemedim. Böylece elektrik ve manyetizma derslerinde pek bir şey yaptığımı sanmıyorum. İkinci yılın sonuna doğru, elektrik ve manyetizmadan sonra, esas olarak temel kipler, difüzyon denkleminin çözümleri, titreşen sistemler, dik fonksiyonlar gibi şeylere başlayıp genelde "fiziğin matematiksel yöntemleri" denen ilk aşamaları geliştirerek maddenin özellikleri üzerine biraz daha fazla dersler vermeyi daha başlangıçta kafama koymuştum. Geçmişe bakarak, sanırım ki, bu dersi tekrar verseydim, yine bu özgün düşünceye geri giderdim. Fakat bu dersi tekrar vermem planlanmadığı için, bir kuantum mekaniğine giriş dersi vermeyi denememin iyi bir fikir olabileceği söylendi; bunu III. Ciltte bulacaksınız.

Ana dalı fizik olan öğrencilerin kuantum mekaniği için üçüncü yıllarına kadar beklemeleri gerekir. Öte yandan, bizim derslerimizdeki öğrencilerin çoğu, fiziği, esas ilgi alanları olan diğer dallara temel olsun diye okurlar. Ama kuantum mekaniğini öğrenmenin olağan yolu uzunca zaman istediği için, bu öğrencilerin büyük çoğunluğu bu konuyu neredeyse alamayacak durumdadır. Yine de gerçek kuantum uygulamalarında –özellikle de, elektrik mühendisliği ve kimya gibi daha karmaşık uygulamalarda– diferansiyel denklem yaklaşımının tam mekanizması zaten kullanılmaz. Bu nedenle kuantum mekaniğinin ilkelerini parçalı diferansiyel denklemlerin bilinmesini gerektirmeyecek şekilde anlatmaya çalıştım. Bir fizikçiye bile kuantum mekaniğini böyle ters tarzda sunmak –derslerin kendilerinde görünebilecek çeşitli nedenlerle– sanırım ilginç bir deneyimdir. Bununla birlikte, kuantum mekaniği kısmındaki deneylerin tam başarılı olmadığını zannediyorum; büyük ölçüde bunun nedeni, sonunda yeterli zamanımın olmamasıydı (örneğin enerji bantları ve genliklerin uzaysal bağımlılığı gibi konularla tam anlamıyla uğraşmak için üç ya da dört ders daha yapmam gerekirdi). Üstelik, daha önce bu konuyu bu şekilde hiç sunmamıştım; bu nedenle öğrenciden tepki gelmemesi de özellikle ciddiydi. Şimdi kuantum mekaniğinin daha sonra verilmesi gerektiğine inanıyorum. Belki bu dersi bir gün tekrar verme şansını yakalarım. O zaman onu daha doğru yaparım.

Problemlerin nasıl çözüleceği hakkında derslerin olmayışının nedeni, uygulama saatlerinin var olmasıdır. Gerçi ilk yılda problemlerin nasıl çözüleceğine dair üç ders koymuştum, ama onlar kitaba eklenmedi. Dönen sistemler dersinin ardından mutlaka gelen eylemsiz güdüme ait (roket vb için) bir ders de vardı; ama o ne yazık ki atlandı. Beşinci ve altıncı derslerse, benim şehir dışında olduğum sırada, Matthew Sands tarafından verilmiştir.

Kuşkusuz asıl soru, bu deneyimin ne denli başarılı olduğudur. Öğrencilerle çalışmış olan arkadaşlarımın çoğu bana katılmasalar da, benim kendi görüşüm kötümserdir. Öğrencilere çok özen gösterdiğimi sanmıyorum. Öğrencilerin çoğunluğunun sınavlardaki soruları halletme tarzlarına bakınca, sistemin başarı-

sız kaldığını düşünüyorum. Kuşkusuz, arkadaşlarımın belirttiğine göre, tüm derslerde hemen hemen her şeyi anlayan, konuların işlenişinde çok aktif rol alan ve pek çok konuda müthiş heyecan ve ilgi gösteren bir ya da iki düzine kadar öğrenci vardı. Bunlar şimdi sanırım fizikte birinci-dereceden temel bilgiye sahipler ve benim de zaten ulaşmak istediklerim bunlardı. Ama o zaman, "öğretim gücünün etkinliği pek nadir görülür; ancak şu mutlu yeteneklilere yarar, ki onlara da öğretim neredeyse gereksizdir." (Gibbon)

Yine de hiçbir öğrenciyi tamamıyla arkada bırakmak istemedim. Öğrencilere yararlı olmanın bir yolu, sanırım derslerdeki bazı düşünceleri aydınlatabilecek problem setlerini geliştirmeye daha fazla özen göstermektir. Problemler, dersler de anlatılanları tamamlamak, sergilenen düşünceleri daha gerçekçi, daha tam ve daha akılda kalıcı kılmak için iyi bir fırsattır.

Bununla birlikte, sanıyorum ki bu eğitim problemine, bir öğrenci ile iyi bir öğretmen arasında sadece doğrudan kişisel bir ilişki olduğu zaman –öğrencinin düşünceleri tartıştığı, konuları düşündüğü ve konular hakkında konuştuğu bir ortamın oluşması halinde– en iyi öğretimin yapılabileceğini anlamanın dışında başka hiçbir çözüm yoktur. Derste sadece oturarak ya da sadece verilen problemleri çözerek çok şey öğrenmek olanaksızdır. Fakat bizim modern çağımızda yetiştirilecek o kadar çok öğrencimiz var ki ideal yöntemin yerine konacak bir başka yol bulmaya çalışmamız gerekiyor. Belki benim derslerim buna bir katkı yapabilir. Belki özel öğretmenlerin ve öğrencilerin bulunduğu bazı küçük yerlerde, bu öğrenciler derslerden biraz esin ya da bazı fikirler edinebilirler. Belki de konuları düşünürken eğlenecekler ya da bazı düşünceleri daha fazla geliştirmeye başlayacaklardır.

Haziran 1963

Richard P. Feynman

ÖNSÖZ

Yirminci yüzyılın en büyük başarılarından bir olan kuantum mekaniği kuramı neredeyse 40 yaşındadır ve şu anda, fiziksel dünyayı kavrayışımızın bu merkezi kısmına fiziğe giriş derslerinde, ancak üstünkörü bir değinmeyle (çok sayıda öğrenci için son kez) öğrencilere verilmektedir. Öğrencilerle birlikte daha iyisini yapabiliriz. Bu dersler, umut ediyoruz ki kavranılabilir bir şekilde kuantum mekaniğinin temel ve önemli fikirlerini sunacaktır. Burada bulacağınız yaklaşım biraz farklıdır –özellikle ikinci sınıf öğrencileri için– ve daha çok bir deney gibi tasarlanmıştır. Öğrencilerin bazılarının nasıl kolay bir şekilde anladıklarını gördükten sonra deneyin başarılı olduğunu düşünüyorum. Elbette geliştirilmesi için bir boşluk bırakılmıştır ve sınıfla birlikte tecrübe edilmelidir. Burada bulacağınız şey bu ilk deneyin bir kaydıdır.

Eylül 1961'den Mayıs 1963 yılına kadar Caltech'te fiziğe giriş dersi için verilen *Feynman Fizik Dersleri*'nin ilk iki yılında, olguların anlaşılması için gerekli olanları tanımlandıktan sonra kuantum fiziği kavramları sunulurdu. Ek olarak ikinci yılın son on iki dersi, kuantum mekaniği kavramlarının bazılarına çok daha uygun bir giriş olarak verilirdi. Dersler sona erdiğinde kuantum mekaniğine değinmek için yeterince zaman bulunamazdı. Dersin malzemeleri hazırlandıkça, diğer önemli ve ilginç başlıkların temel araçlar olarak değerlendirilebileceğinin farkına varıyorduk. Ayrıca yirminci derse dahil edilen Schrödinger dalga fonksiyonuna çok kısa değinilmesi nedeniyle çok sayıda kitabın daha geleneksel yaklaşımlarına uygun bir köprü oluşturamayacağı konusunda bir korkumuz vardı. Bu nedenle yedi ek dersle birlikte seriyi genişletmeye karar verdik; 1964 yılının Mayıs ayında ikinci sınıf öğrencilerine verildi. Bu dersler, daha önceki derslerin malzemeleri bir şekilde geliştirilerek ve genişletilerek hazırlandı.

Bu ciltte bir dizi ayarlamayla her iki yıldaki dersler bir araya getirildi. Ek olarak başlangıçta birinci sınıflara kuantum fiziğine giriş olarak verilen iki ders I. ciltten kaldırıldı (37. Bölüm ve 38. Bölüm) ve buradaki ilk iki bölüme konuldu; görece olarak ilk ikisinden bağımsız eksiksiz bir cilt meydana getirmek için. Momentumun kuantumlanması hakkında birkaç fikir II. Cildin 34. ve 35. Bölümlerinde tanıtıldı ve aşina olunduğu varsayıldı; bu iki bölüm II. Cilde sahip olmayanlara kolaylık sağlaması için burada bir Ek bölüm olarak yeniden üretildi.

Bu ders dizisi, kuantum mekaniğinin en basit ve en genel olan temel görünümlerini aydınlatmaya çalışmaktadır. İlk dersler olasılık genliği fikrine, genliğin girişimine, bir durumun soyut kavramına ve düzeylerin üst üste binme ve ayrışmasına değinerek, Dirac gösterimine bir giriş yapmaktadır. Her bir durumda fikirler, bazı özel örneklerin detaylı bir tartışmasıyla birlikte verilmiştir; fiziksel fikirleri olabildiğince gerçek olarak resmetmeye çalışmak için. Belirli enerji düzeylerine sahip durumların zaman bağımlılığına daha sonra değinilmiştir ve bu fikirler ilk kez iki-durumlu sistemlere uygulanmıştır. Amonyak mazerin detaylı bir tartışması, ışınım soğurma ve geçişleri tetiklemeye giriş için bir çerçeve sağlamaktadır. Ders sonra daha karmaşık sistemlerin ele alınmasıyla devam etmektedir ve bir kristal içindeki elektronların ilerlemesi ve açısal momentumun kuantum mekaniğinin daha tam bir şeması için bir tartışma

zemini hazırlar. Kuantum mekaniğine giriş Schrödinger dalga fonksiyonunun, diferansiyel denklemi ve hidrojen atomu için bir çözüm, tartışmasıyla birlikte 20. Bölümde sona erer.

Bu cildin son bölümü "dersin" bir parçası olarak düşünülmemişti. Süper iletkenlik üzerine bir "seminerdir" ve ilk iki cildin eğlenceli derslerinin ruhuyla birlikte verildi ve öğrencilere genel fizik kültürüyle neleri öğrenebilecekleri konusunda geniş bir bakış açısı sağlama niyetindedir. Feynman'ın "sonsözü" üç ciltlik serinin sonunu ima eder.

I. Cildin önsözünde açıklandığı gibi bu dersler Fizik Dersi Gözden Geçirme Komitesinin (Robert Leighton, Victor Neher ve Matthew Sands) denetimi altında California Teknoloji Enstitüsünde yürütülen yeni bir giriş dersinin geliştirilmesi programının bir parçasıdır. Program muhtemelen Ford Vakfının desteğiyle gerçekleştirilmiştir. Çok sayıda insan bu cildin hazırlanmasının teknik detaylarına yardımcı olmuştur: Marylou Clayton, Julie Curcio, James Hartle, Tom Harvey, Martin Israel, Patricia Preuss, Fanny Warren ve Barbara Zimmerman. Profesör Gerry Neugebauer ve Charles Wilts metni dikkatli bir şekilde gözden geçirerek daha berrak ve doğru hale getirdi.

Fakat burada bulacağınız kuantum mekaniğinin hikâyesi Richard Feynman'ındır. Fizik üzerine gerçek yaşam derslerinde gözler önüne serilen fikirler gibi deneyimlediğimiz entelektüel heyecanın bir kısmını diğerleriyle de paylaşabilirsek, emeğimiz yerinde harcanmış olacaktır.

MATTHEW SANDS

Aralık, 1964

1

KUANTUM DAVRANIŞI

1-1 Atom mekaniği

"Kuantum mekaniği" maddenin ve ışığın tüm ayrıntılarıyla, özellikle atomik ölçekteki davranışının betimlenişidir. Çok küçük ölçekteki nesneler, herhangi bir doğrudan deneyime sahip olduğumuz şeyler gibi davranmazlar. Dalgalar gibi davranmazlar, parçacıklar gibi de davranmazlar; bulutlar gibi ya da bilardo topları gibi veya yayların uçlarındaki ağırlıklar gibi de davranmazlar; şu ana kadar gördüğünüz hiçbir şey gibi davranmazlar.

Newton ışığın parçacıklardan oluştuğunu düşünmüştü; fakat sonra, burada gördüğümüz gibi, onun bir dalga gibi davrandığı keşfedildi. Bununla birlikte, daha sonra (yirminci yüzyılın başında) ışığın zaman zaman gerçekten bir parçacık gibi de davrandığı bulundu. Tarihsel olarak, örneğin elektronun bir parçacık gibi davrandığı düşünülmüştü; ama daha sonra birçok bakımdan onun bir dalga gibi davrandığı bulundu. O halde, elektron aslında ne parçacık ne de dalga gibi davranır. Artık vazgeçiyoruz ve diyoruz ki "elektron bunların hiçbiri gibi değildir."

Bununla birlikte, elektronların tıpkı ışık gibi davrandığı bir şanslı duruma sahibiz. Atomik nesnelerin (elektronlar, protonlar, nötronlar, fotonlar vb gibi) kuantum davranışı tümü için aynıdır; onların hepsi "parçacık dalgaları"dır ya da onları nasıl adlandırırsanız odur. Böylece elektronların özellikleri hakkında bildiklerimiz (ki bunları örneklerimizde kullanacağız), ışığın fotonları dahil, tüm "parçacıklar"a da uygulanacaktır.

Bu yüzyılın ilk çeyreği boyunca atomik ve küçük-ölçekli davranış hakkında yavaş yavaş toplanan bilgi, küçük nesnelerin nasıl davrandıklarıyla ilgili bazı belirtiler verdiyse de, gittikçe artan bir karışıklık da yaratmıştı. Bu karışıklık, en sonunda, 1926 ve 1927'de Schrödinger, Heisenberg ve Born tarafından çözüldü. Bu fizikçiler nihayet maddenin küçük ölçekteki davranışı için tutarlı bir anlatım elde ettiler. Bu betimlemenin belirgin yanlarını bu bölümde ele alacağız.

Atomik davranış günlük deneyimden o kadar farklıdır ki, ona alışmak aşırı derecede zordur ve herkese, acemi çaylaklara da deneyimli fizikçilere de, tuhaf ve gizemli görünür. Uzmanlar bile onu istedikleri biçimde anlayamazlar ve bunu anlayamamaları mutlak surette akla yakındır, çünkü insan deneyimleri ve insan sezgilerinin tümü büyük cisimlere yöneliktir. Büyük cisimlerin nasıl davranacaklarını biliyoruz, fakat küçük ölçekteki nesneler hiç de böyle davranmazlar. Öyleyse onlar hakkında, doğrudan deneyimlerimizle ilişkilendirmeye çalışmadan, soyut ya da imgesel tarzda bilgi edinmeliyiz.

Bu bölümde gizemli davranışın temel öğesini, en acayip yapısı içinde, hemen ortaya sereceğiz. İncelemek için seçtiğimiz olayın, herhangi bir klasik yolla anlatılması olanaksızdır, *kesinlikle* olanaksız; bu olay, içinde kuantum mekaniğinin özünü barındırmaktadır. Bu, gerçekte, sadece gizem içermektedir. Bununla birlikte söz konusu gizemden, onun nasıl işlediğini "açıklayarak" kurtulamayız. Size onun nasıl işlediğini söyleyeceğiz. Nasıl işlediğini söylerken de, size tüm kuantum mekaniğinin temel özelliklerini söylemiş olacağız.

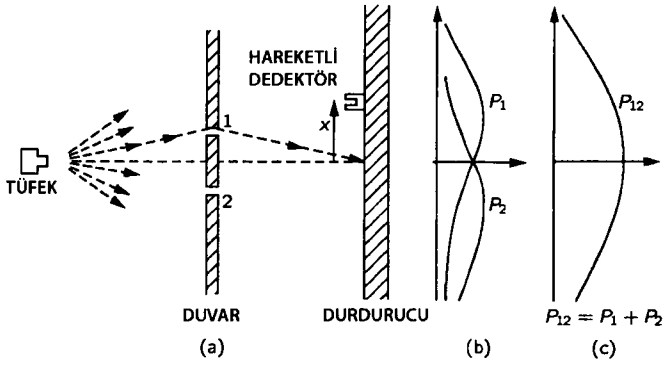
1-1 Atom mekaniği
1-2 Mermilerle bir deney
1-3 Dalgalarla bir deney
1-4 Elektronlarla bir deney
1-5 Elektron dalgalarının girişimi
1-6 Elektronları izleme
1-7 Kuantum mekaniğinin temel ilkeleri
1-8 Belirsizlik İlkesi

Not: Bu bölüm I. Cildin **37.** Bölümüyle nerdeyse aynıdır.

1-2 Mermilerle bir deney

Elektronların kuantum davranışını anlamaya çalışmak için, onların davranışlarını, özel bir deneysel düzenekte, mermiler gibi parçacıkların ve su dalgaları gibi dalgaların çok iyi bilinen davranışlarıyla karşılaştıracağız ve ortaya çıkan farkları göstereceğiz. Önce Şekil 1-1'deki diyagramda görülen deneysel düzenekte mermilerin davranışını inceleyeceğiz. Seri halde mermiler atan bir makineli tüfeğimiz var. Çok iyi bir tüfek değil; mermileri, şekilde görüldüğü gibi, oldukça büyük bir açısal alan içine rastgele püskürüyor. Tüfeğin önünde,

üzerinde bir merminin geçmesine yetecek büyüklükte iki delik bulunan bir duvar (çelik levhadan) var. Duvarın ilerisinde, ona çarptıklarında mermileri "soğuracak" bir durdurucu (diyelim ki kalın bir ahşap perde) yer alıyor. Bu perdenin ön yüzünde de mermi "dedektör"ü dediğimiz bir cisim var; diyelim ki içinde kum bulunan bir kutu. Dedektöre giren her mermi durdurulup toplanacaktır. İstediğimiz zaman kutuyu boşaltabilir ve yakalanan mermileri sayabiliriz. Dedektör ileri geri (x diyeceğimiz doğrultuda) hareket edebilir. Bu düzenekle, şu sorumuza yanıt bulabiliriz: "Bir merminin duvardaki deliklerden geçip merkezin x kadar uzağında durdurucu perdeye varmasının olasılığı nedir?" Önce, olasılıktan söz edeceğimizi iyice algılamalısınız, çünkü her özel merminin nereye gideceğini kesin olarak söyleyemeyiz. Deliklerden birine çarpan bir mermi o deliğin kenarlarından sekip herhangi bir yere gidebilir. "Olasılık" sözüyle, merminin dedektöre varma şansını kastediyoruz; bunu da, belirli bir sürede dedektöre ulaşan mermileri sayıp sonra bu sayıyı bu sürede durdurucu perdeye çarpan mermilerin *toplam* sayısına bölerek ölçebiliriz. Ya da, ölçüm süresinde tüfeğin daima aynı sıklıkta mermi atacağını varsayarsak, istediğimiz olasılık, belirli bir standart zaman aralığında dedektöre ulaşan sayıyla orantılıdır.



Şekil 1-1. Mermilerle yapılan girişim deneyi.

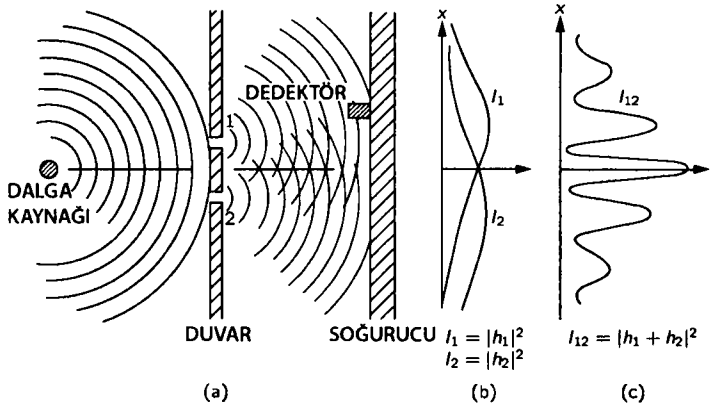
Şimdiki amacımız için, mermilerin gerçek mermiler olmayıp *parçalanamaz* –yarıya bölünemez– mermiler olduğu, bir bakıma idealize bir deney tasarlamak istiyoruz. Deneyimizde mermilerin daima topaklar halinde bulunduğunu ve dedektörde bir şey yakalarsak bunun daima bir tam mermi olduğunu anlayacağız. Eğer makineli tüfeğin ateşleme sıklığı iyice düşükse, verilen herhangi bir anda durdurucu perdeye ya hiçbir şeyin ulaşmadığını ya da bir ve sadece bir –tam olarak bir– merminin ulaştığını görürüz. Ayrıca, topağın büyüklüğü kesinlikle tüfeğin ateşleme sıklığına bağlı değildir. Şunu diyeceğiz: "Mermiler perdeye *her zaman* özdeş topaklar halinde ulaşırlar." Dedektörümüzle ölçtüğümüz şey, bir topağın perdeye ulaşma olasılığıdır. Ve olasılığı x'in fonksiyonu olarak ölçeriz. Bu düzenekle alınan böyle ölçümlerin sonucu (henüz deneyi yapmadık, dolayısıyla aslında sonucu sadece hayal ediyoruz), Şekil 1-1'in (c) kısmında çizilen grafikte görülmektedir. Bu grafikte olasılığı sağa çizdik; x düşeydir, böylece x ölçeği düzenek diyagramına uygundur. Mermiler ya 1. delikten ya da 2. delikten geçebilecekleri için, olasılığa P_{12} deriz. P_{12}'nin grafiğin ortasının yakınlarında büyük olduğu, fakat x büyüdükçe küçüldüğü kimseyi şaşırtmayacaktır. Yine de, $x = 0$'da P_{12}'nin neden maksimum değere sahip olduğunu merak edebilirsiniz. Deneyimizi bir kez 2. deliği kapatarak ve bir kez de 1. deliği kapatarak yaparsak, bu gerçeği anlayabiliriz. 2. delik kapalıyken, mermiler sadece 1. delikten geçebilirler ve şeklin (b) kısmında P_1 ile işaretlenen eğriyi elde ederiz. P_1'in maksimumu, beklendiği gibi, tüfekle 1. deliği birleştiren doğru üzerine rastlayan x değerinde olur. 1. delik kapalıyken, şekildeki P_2 simetrik eğrisini elde ederiz. P_2, mermilerin 2. delikten geçmesiyle ilgili olasılık dağılımıdır. Şekil 1-1'in (b) ve (c) kısımlarını karşılaştırarak, şu önemli sonucu buluruz:

$$P_{12} = P_1 + P_2 \tag{1.1}$$

Olasılıklar doğrudan birbirine eklenir. İki deliğin de açık olduğu zamanki etki, her bir deliğin tek başına açık olduğu zamanki etkilerin toplamıdır. Bu sonucu, daha sonra göreceğimiz bir nedenle, "girişim olmayan" bir gözlem olarak adlandıracağız. Mermi deneyi için bu kadarı yeter. Mermiler topaklar halinde gelir ve perdeye ulaşma olasılıkları girişim göstermez.

1-3 Dalgalarla bir deney

Şimdi de su dalgalarıyla bir deney yapmak istiyoruz. Düzenek Şekil 1-2'de diyagram olarak görülmektedir. Sığ bir su teknemiz var. "Dalga kaynağı" denen küçük bir cisim bir motorla aşağı yukarı titreştirilir ve böylece dairesel dalgalar oluşturur. Kaynağın sağında yine iki delikli bir duvar vardır ve onun ötesinde de ikinci bir duvar; bu ikinci duvar bir "soğurucu" olup ona ulaşan dalgaları hiç yansıtmaz. Bu, hafifçe yükselen bir kum "plaj"ı oluşturarak yapılabilir. Plajın önüne, daha önceki gibi, x-doğrultusunda ileri geri hareket edebilen bir dedektör yerleştiririz. Bu kez dedektör, dalga hareketinin "şiddeti"ni ölçen bir aygıttır. Dalganın yüksekliğini ölçen bir elektronik düzenek düşünebilirsiniz; öyle ki ölçeklemesi gerçek yüksekliğin *karesi*yle orantılı olsun; böylece okumalar dalganın şiddetiyle orantılı olur. Bu durumda dedektörümüz dalga tarafından taşınan *enerji*yle orantılı sayılar ya da daha çok, dedektöre taşınan enerji oranını okur.



Şekil 1-2 Su dalgalarıyla yapılan girişim deneyi.

Dalga düzeneğimizde ilk dikkat edeceğimiz şey, şiddetin büyüklüğünün *her* değeri alabileceğidir. Kaynak çok küçük miktarlarda hareket ederse, dedektörde çok küçük bir dalga hareketi olur. Kaynağın hareketi büyütülürse, dedektörde de daha yüksek şiddetler gözlenir. Dalga şiddeti her değere sahip olabilir. Dalga şiddetinde herhangi bir "topaklık" vardır diyemeyiz.

Şimdi çeşitli x değerleri için dalga şiddetini ölçelim (dalga kaynağını daima aynı biçimde işler tutarak). Şeklin (c) kısmındaki ilginç görünümlü I_{12} eğrisini elde ederiz.

I. Ciltte elektrik dalgalarının girişimini incelediğimizde, böyle örüntülerin nasıl ortaya çıktıklarını zaten görmüştük. Bu durumda, özgün dalganın deliklerde kırındığını ve her bir delikten yeni dairesel dalgaların yayıldığını gözlemleriz. Bir ara bir deliği kapatır ve soğurucudaki şiddet dağılımını ölçersek, şeklin (b) kısmında görülen oldukça basit şiddet eğrilerini buluruz. I_1, 1. delikten geçen dalga şiddetidir (ki onu, 2. deliği kapatarak ölçeriz) ve I_2 ise 2. delikten geçen dalga şiddetidir (1. delik kapatıldığında görülen).

İki delik de açıkken gözlenen I_{12} şiddeti, kesinlikle I_1 ve I_2'nin toplamı değildir. Bu durumda iki dalganın "girişimi" vardır deriz. Bazı noktalarda (I_{12}'nin maksimum olduğu noktalar) dalgalar "aynı evrede"dir ve dalga tepeleri, büyük bir genlik ve dolayısıyla büyük bir şiddet vermek üzere birbirlerine eklenirler. İki dalganın böyle yerlerde "yapıcı olarak giriştiği"ni söyleriz. Dedektörün bir deliğe olan uzaklığının, diğer deliğe olan uzaklığından dalga boyunun bir tamsayı katı kadar daha uzun (ya da daha kısa) olduğu yerlerde böyle yapıcı girişimler olacaktır.

İki dalganın dedektöre π kadarlık bir evre (faz) farkıyla ulaştığı yerlerde (buralarda iki dalga zıt evrededir), dedektördeki bileşke dalga iki genliğin farkı olacaktır. Dalgalar "yıkıcı olarak girişirler" ve dalga şiddeti için düşük bir değer elde ederiz. Dedektör ile 1. delik arasındaki uzaklığın, dedektör ile 2. delik arasındaki uzaklıktan yarı-dalga boyunun tek katları kadar farklı olduğu yerlerdeyse böyle düşük değerler bekleriz. Şekil 1-2'de I_{12}'nin düşük değerleri, iki dalganın yıkıcı olarak giriştiği yerlere karşılık gelir.

I_1, I_2 ve I_{12}'nin arasındaki nicel bağıntının aşağıdaki gibi ifade edilebildiğini anımsayacaksınız: 1. delikten gelen su dalgasının dedektördeki anlık yüksekliği $h_1e^{i\omega t}$ (aslında bunun gerçel kısmı) olarak yazılabilir; buradaki h_1 "genliği" genelde karmaşık bir sayıdır. Şiddet, yüksekliğin mutlak değer karesiyle ya da karmaşık sayıları kullanırsak $|h_1|^2$ terimiyle orantılıdır. Aynı şekilde, 2. delik için yükseklik $h_2e^{i\omega t}$ olur ve şiddet $|h_2|^2$ terimiyle orantılıdır. İki delik de açık olduğunda, dalga genlikleri eklenerek $(h_1 + h_2)\, e^{i\omega t}$ bileşke yüksekliğini verir ve şiddet $|h_1 + h_2|^2$ olur. Şu anki amacımız için orantı katsayısını göz ardı edersek, girişim yapan dalgalar için doğru bağıntılar şunlardır:

$$I_1 = |h_1|^2, \qquad I_2 = |h_2|^2, \qquad I_{12} = |h_1 + h_2|^2 \tag{1.2}$$

Fark ettiğiniz gibi elde ettiğimiz sonuçlar mermilerle yapılan deneylerden elde edilen sonuçlardan (Denk. 1.1) oldukça farklıdır. Eğer $|h_1 + h_2|^2$ terimini açarsak

$$|h_1 + h_2|^2 = |h_1|^2 + |h_2|^2 + 2|h_1|\,|h_2| \cos\delta \tag{1.3}$$

elde ederiz, burada δ, h_1 ve h_2 evre (faz) farkıdır. Bunu şiddetler cinsinden

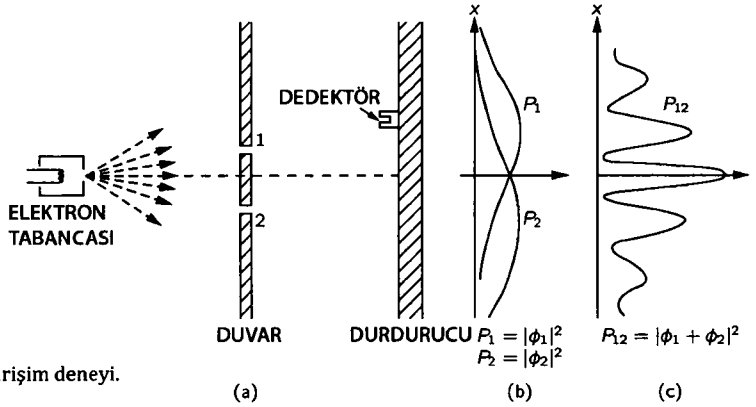
$$I_{12} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta \tag{1.4}$$

şeklinde yazabiliriz. Denklem (1.4)'teki son terim "girişim" terimdir. Su dalgaları için bu kadarı yeterli. Şiddet her değeri alabilir ve su dalgaları girişim gösterir.

1-4 Elektronlarla bir deney

Şimdi de elektronlarla benzer bir deney düşünelim. Bunun diyagramı Şekil 1-3'te gösterilmektedir. Elektrik akımıyla ısıtılan tungsten bir tel ve onu kapatan tek delikli bir metal kutudan oluşan bir elektron tabancası yaparız. Tel kutuya göre bir negatif voltajda tutulursa, telin saldığı elektronlar duvarlara doğru hızlanacaklar ve bazıları delikten geçecektir. Tabancadan çıkan elektronların tümü (yaklaşık olarak) aynı enerjiye sahip olacaktır. Tabancanın önünde yine iki deliğe sahip bir duvar (iyice ince bir metal levha) vardır. Bu duvarın ötesinde "durdurucu" olarak hizmet gören bir başka levha bulunur. Durdurucunun ön yüzüne hareketli bir dedektör yerleştiririz. Dedektör bir Geiger sayacı olabilir ya da belki daha da iyisi, bir hoparlöre bağlı bir elektron çoğaltıcı.

Hemen bu deneyi kurmaya çalışmak da neyin nesi diyebilirsiniz; çünkü biraz önce anlattığımız düzeneklerle zaten bu deneyleri yapmıştık. Bu deney tam



Şekil 1-3 Elektronlarla yapılan girişim deneyi.

bu şekilde asla yapılmadı. Güçlük, ilgilendiğimiz etkilerin gösterilebilmesi için düzeneğin olanaksız ölçüde küçük yapılmasının gerektiğidir. Bir "düşünce deneyi" yapıyoruz; düşünmek kolay olduğu için onu seçtik. Elde edilecek sonuçları biliyoruz, çünkü anlatacağımız etkileri gösterecek ölçek ve sıklıklar seçilerek yapılmış pek çok deney *var*.

Elektron deneyimizde dikkat edeceğimiz ilk husus, dedektörde (hoparlörde) duyacağımız keskin "tık, tık"lardır. Tüm "tık, tık"lar aynıdır. "Yarım-tık" *yok*tur.

"Tık, tık"ların çok düzensiz geldiklerine de dikkat ederiz. Şöyle: tık ..... tık, tık ..... tık .... tık..... tık . tık ..... tık, vb... Bir Geiger sayacını çalışırken duymuş olabileceğinizden hiç kuşkum yok. Yeterince uzun bir süre boyunca, diyelim ki birkaç dakikada dedektöre gelen "tık"ları sayarsak, sonra yine aynı eşit sürede gelen "tık"ları sayarsak, bu iki sayının neredeyse aynı olduğunu görürüz. Öyleyse duyduğumuz ortalama "tık"lama sıklığından söz edebiliriz (ortalama olarak dakikada şu kadar "tık").

Dedektörü oraya buraya dolaştırdığımızda, "tık"lamalar daha sık ya da daha seyrek görünür, ama her "tık"ın ses yüksekliği hep aynıdır. Tabancadaki telin sıcaklığını düşürdüğümüzde tıklama sıklığı azalır, fakat hâlâ her "tık"ın sesi aynıdır. Durdurucuya iki ayrı dedektör yerleştirirsek, birinin ya da diğerinin "tık"ladığını, fakat hiçbir zaman ikisinin birlikte "tık"lamadığına da dikkat ederiz. (Çok seyrek olarak, iki "tık" zamanca birbirlerine çok yakın çıkmışsa, kulağımız ayrılmayı hissetmeyebilir.) Dolayısıyla, durdurucuya ne ulaşıyorsa "topaklar" halinde ulaşır sonucunu çıkarırız. Tüm "topaklar" aynı büyüklüktedir: sadece bütün olan "topaklar" durdurucuya ulaşır ve belli bir anda bir topak ulaşır. Sonuç olarak şöyle diyeceğiz: "Elektronlar, durdurucuya daima özdeş topaklar halinde ulaşırlar."

Tıpkı mermilerle yapılan deneyimizde olduğu gibi, şimdi deneysel olarak şu soruya yanıt bulmaya çalışırız: "Bir elektron topağı, durdurucunun merkezden çeşitli x mesafelerine hangi göreli olasılıkla ulaşır?" Önceki gibi, tabancanın çalışmasını sabit tutarak, "tık"lamaların sıklığını gözlemek suretiyle göreli olasılığı elde ederiz. Topakların belirli bir x noktasına ulaşma olasılığı, bu x'teki "tık"lamaların ortalama sıklığıyla orantılıdır.

Deneyimizin sonucu, Şekil 1-3'ün (c) kısmında P_{12}'yle işaretlenen ilginç eğridir. Evet! Elektronların hareket tarzı işte budur.

1-5 Elektron dalgalarının girişimi

Elektronların davranışını anlayıp anlayamayacağımızı görmek için, şimdi Şekil 1-3 eğrisini çözümlemeye çalışacağız. Söyleyeceğimiz ilk şey şudur: Elektronlar topaklar halinde geldiklerine göre, her topak (pekâlâ ona bir elektron da diyebiliriz) ya 1. delikten ya da 2. delikten geçerek gelmiştir. Haydi bunu bir "Önerme" biçiminde yazalım:

Önerme A: Her elektron *ya* 1. delikten *ya da* 2. delikten geçer.

A önermesini kabul ederek, durdurucuya ulaşan tüm elektronları iki sınıfa ayırabiliriz:

(1) 1. delikten geçerek gelen elektronlar ve (2) 2. delikten geçerek gelen elektronlar. Buna göre gözlenen eğri, 1. delikten geçen elektronların etkileri ile 2. delikten geçen elektronların etkilerinin toplamı olmalıdır. Bu düşünceyi deneyle kontrol edelim. Önce, 1. delikten geçerek gelen elektronlar için bir ölçme yapacağız. 2. deliği kapatıp dedektördeki "tık"lamaları sayarız. "Tık"lama sıklığından P_1'i elde ederiz. Ölçümün sonucu, Şekil 1-3'ün (b) kısmında P_1 işaretli eğriyle verilmektedir. Sonuç akla çok yakın görünüyor. 2. delikten geçerek gelen elektronlar için P_2 olasılık dağılımını da benzer biçimde ölçeriz. Bu ölçümün sonucu da şekilde çizilmiştir.

Deliklerin *ikisi de* açıkken elde edilmiş olan P_{12} sonucunun, her bir delik tek başına açıkken bulunan P_1 ve P_2 olasılıklarının toplamı olmadığı apaçıktır. Öyleyse, su-dalgası deneyimizle benzerlik içinde, "Girişim vardır" deriz.

$$\textit{Elektronlar için:}\quad P_{12} \neq P_1 + P_2 \tag{1.5}$$

Böyle bir girişim nasıl meydana gelebilir? Belki şunu demeliyiz: "Aslında belki büyük olasılıkla, topakların ya 1. delikten ya da 2. delikten geçmesi *doğru değil*dir; çünkü öyle geçselerdi, olasılıkların toplanması gerekirdi. Belki de onlar daha karmaşık bir şekilde hareket ediyorlar. Yarıya bölünüyorlar ve.... "Fakat hayır! Onlar bölünmezler, durdurucuya daima topaklar halinde ulaşırlar..." İyi ama, belki bazıları 1. delikten geçtikten sonra dolanıp 2.'den geçiyor ve sonra birkaç kez daha dolanırken ya da daha karmaşık bir yolla dolanırken ... 2. deliği kapatınca, 1. delikten geçmeye başlayıp sonunda durdurucuya varma şansını değiştiriyoruz ..." Fakat dikkat edin! Deliklerin ikisi de açıkken çok az sayıda elektronun ulaştığı bazı yerler var; fakat oralar bir deliği kapatınca daha çok elektron alıyor; böylece bir deliği *kapatmak* diğerinden geçen sayıyı artırıyor. Bununla birlikte, dikkat ederseniz, merkezde P_{12}, $P_1 + P_2$'nin büyüklüğünün iki katından daha da büyüktür. Bir deliğin kapatılması diğer delikten geçen elektronların sayısını *azalttığı* halde, bu böyledir. Elektronların karmaşık yollar boyunca hareket ettiklerini varsayarak bu *iki etkiyi* de açıklamak zor görünüyor.

Bu tümden çok gizemlidir. Ve ne kadar çok bakarsanız, gizem de o kadar çok artmaktadır sanki. Elektronların deliklerden çok karmaşık şekillerde geçtiklerini öngörerek P_{12} eğrisini açıklamaya çalışan pek çok düşünce üretildi; ama hiçbiri başarılı olamadı. Hiçbiri P_1 ve P_2 cinsinden doğru P_{12} eğrisini elde edemedi.

Oysa, P_1 ve P_2'yi P_{12}'ye bağlayan matematiğin aşırı derecede basit olması yeterince şaşırtıcıdır. Çünkü P_{12}, tıpkı Şekil 1-2'deki I_{12} eğrisi gibidir ve o çok basitti. Durdurucuda olan biten her şey, ϕ_1 ve ϕ_2 diyeceğimiz iki karmaşık sayıyla (kuşkusuz, onlar x'in fonksiyonlarıdır) betimlenebilir. ϕ_1'in mutlak karesi sadece 1. deliğin açık olması durumundaki etkiyi verir. Dolayısıyla $P_1 = |\phi_1|^2$'dir. Aynı şekilde sadece 2. deliğin açık olması durumundaki etki ϕ_2 olup $P_2 = |\phi_2|^2$'dir. Ve iki deliğin birleşik etkisi $P_{12} = |\phi_1 + \phi_2|^2$ olur. Buradaki *matematik*, su dalgaları için sahip olduğumuz matematiğin aynısıdır! (Böylesine basit bir sonucu, elektronların acayip bir yörünge boyunca levhanın içinden ileri geri gidip gelmesinin karmaşık bir oyunundan nasıl elde edebileceğini anlamak zordur.)

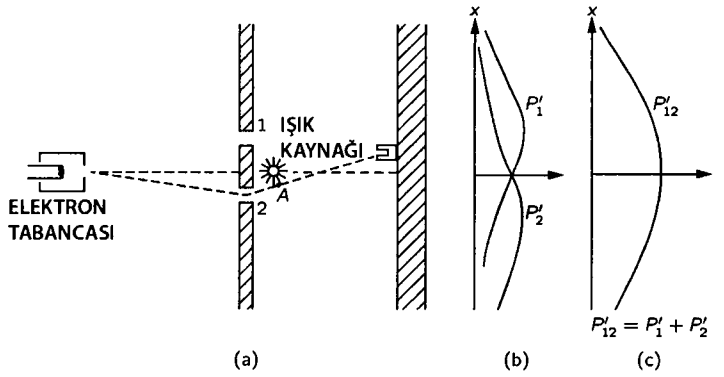
Şu sonuca varırız: Elektronlar durdurucu levhaya, parçacıklar gibi, topaklar halinde varırlar ve bu topakların varma olasılığı, bir dalganın şiddet dağılımına uyar. Bu demektir ki, bir elektron "bazen bir parçacık gibi ve bazen de bir dalga gibi davranır."

Bu arada, klasik dalgalarla uğraşırken, şiddeti, dalga genliğinin karesinin zaman üzerinden ortalaması olarak tanımlamıştık ve çözümlemeyi basitleştirmek için matematiksel bir kurnazlık olarak karmaşık sayıları kullanmıştık. Fakat kuantum mekaniğinde, genliklerin karmaşık sayılarla betimlenmesi *gerektiği* anlaşılıyor. Yalnızca gerçel kısımlar bunu yapamayacaktır. Bu, şu an için teknik bir noktadır, çünkü denklemler tamamen aynı görünüyor.

Her iki delikten geçerek levhaya varma olasılığı, $P_1 + P_2$'ye eşit olmasa da, böylesine basit olduğuna göre, gerçekten başka ne denebilir ki? Fakat doğanın böyle işlediği gerçeğinde içerilen pek çok incelik vardır. Şimdi size bu inceliklerin bazılarını anlatmak istiyoruz. Önce, belirli bir noktaya ulaşan elektron sayısı, 1. delikten ulaşan sayı ile 2. delikten ulaşan sayının toplamına *eşit olmadığından* (oysa *A* önermesinden eşit olma sonucunu çıkarmalıydık) hiç kuşku yok ki, *A önermesinin yanlış olduğu* sonucuna varmamız gerekir. Elektronların ya 1. delikten ya da 2. delikten geçecekleri doğru *değildir*. Fakat bu çıkarım bir başka deneyle sınanabilir.

1-6 Elektronları izleme

Şimdi şu deneyi yapmaya çalışacağız: Elektron düzeneğimize, Şekil 1-4'te görüldüğü gibi, metal levhanın arkasına ve iki deliğin arasına yerleştirilmiş çok güçlü bir ışık kaynağı ekleyeceğiz. Elektrik yüklerinin ışığı saçtığını biliyoruz. Dolayısıyla, bir elektron delikleri geçip dedektöre doğru giderken, gözümüze biraz ışık saçacaktır, böylece elektronun nereye gittiğini görebileceğiz. Örneğin, bir elektron Şekil 1-4'te çizildiği gibi 2. delikten yoluna devam ediyorsa, şekilde



Şekil 1-4 Farklı bir elektron deneyi.

A işaretli yerin yakınından gelen bir ışık çakması görürüz. Eğer bir elektron 1. delikten geçiyorsa, üstteki deliğin yakınlarından gelen bir ışık çakması görmeyi bekleriz. Eğer aynı anda her iki yerden gelen ışık görürsek, o zaman elektron ikiye bölündü demektir... Haydi gelin şu deneyi yapalım!

Gördüğümüz şudur: Durdurucudaki elektron dedektöründe duyduğumuz her "tık" sesiyle birlikte, ya 1. delik ya da 2. delik yakınlarında bir ışık çakması görürüz; ama hiçbir zaman bir seferde iki çakma görmeyiz. Dedektörü nereye koyarsak koyalım, hep aynı sonucu gözleriz. Bu gözlemden şu sonucu çıkarırız: Elektronlara baktığımızda, elektronların ya bu delikten ya da diğerinden geçtiğini buluruz. Deneysel olarak, *A* önermesi mutlak surette doğrudur.

Öyleyse *A* önermesine *karşı* tartışmamızda yanlış olan nedir? P_{12}, neden P_1+P_2'ye eşit değildir? Tekrar deneye geri gidelim! Elektronları izleyelim ve ne yaptıklarını anlayalım. Dedektörün her x konumunda oraya ulaşan elektronları sayacağız ve ayrıca ışık çakmalarını gözleyerek hangi delikten geçtiklerini izleyeceğiz. Bunu şöyle yapabiliriz: Her "tık" sesi duyduğumuzda, ışık çakmasını 1. delik yakınında görürsek 1. sütuna, 2. delik yakınında görürsek 2. sütuna bir çizgi çekeceğiz. Ulaşan her elektron iki sınıftan birine kaydedilecektir: 1. delikten gelenler ve 2. delikten gelenler sınıfına. 1. sütunda kaydedilen sayıdan P'_1 olasılığını elde ederiz; bu, bir elektronun 1. delikten geçip dedektöre ulaşma olasılığıdır. Ve 2. sütunda kaydedilen sayıdan P'_2'yi, diğer bir deyişle bir elektronun 2. delikten geçip dedektöre ulaşma olasılığını elde ederiz. Bu deneyi birçok x değeri için tekrarlarsak, Şekil 1-4'ün (b) kısmında görülen P'_1 ve P'_2 eğrilerini elde ederiz.

Evet, bu pek şaşırtıcı değil! P'_1 için, daha önce 2. deliği kapatarak bulduğumuz P_1'e çok benzeyen bir eğri bulduk; P'_2 de, 1. deliği kapattığımız zaman elde ettiğimiz eğrinin benzeridir. Böylece her iki delikten geçme gibi herhangi bir karmaşık durum yok ortada. Onları gözlediğimizde, elektronlar tam olarak beklediğimiz gibi geçiyorlar. Delikler ister kapalı isterse açık olsunlar, 1. delikten geçerek geldiklerini gördüğümüz elektronlar, 2. delik açık da olsa kapalı da olsa aynı şekilde dağılıyorlar.

Fakat bir saniye durun! Bu durumda *toplam* olasılık nedir? Bir elektronun herhangi bir yoldan dedektöre ulaşma olasılığı nedir? Bu bilgiye zaten sahibiz. Işık çakmalarına hiç bakmamış gibi yapalım ve iki sütuna ayırdığımız dedektör "tık"lamalarını bir araya toplayalım. Bu durumda sadece sayıları *birbirlerine eklemeli*yiz. Bir elektronun her iki delikten geçerek durdurucuya ulaşma olasılığı olarak $P'_{12} = P'_1 + P'_2$ buluruz. Dolayısıyla, elektronların hangi delikten geçtiklerini gözleyerek yürüttüğümüz deneyde eski P_{12} girişim eğrisini elde etmeyip, girişim göstermeyen yeni bir P'_{12} elde ediyoruz! Işığı kapatırsak, tekrar P_{12}'yi buluyoruz.

Şu sonucu çıkarmak zorundayız: *Elektronları izlediğimiz takdirde* onların perdedeki dağılımı, izlemediğimiz zamanki dağılımdan farklıdır. Belki ışık kaynağını açmak her şeyi tedirgin ediyor. Elektronlar çok nazik olmalı, ışık elektronlardan saçıldığında onlara hareketlerini değiştirecek bir sarsma veriyor.

Işığın elektrik alanı bir yük üzerine etkidiğinde, ona bir kuvvet uygulayacağını biliyoruz. Böylece hareketin değişmesini bekleyebiliriz. Her koşulda, ışık elektronlara büyük bir etki uygular. Elektronları "izlemeye" çalışarak onların hareketlerini değiştirdik. Demek ki elektron tarafından saçılan fotonun elektrona verdiği sarsma, elektronun hareketini yeteri kadar değiştirerek, P_{12}'nin maksimum olduğu bir yere gidecekken minimum olduğu bir yere gitmesine yol açıyor; biz bu nedenle artık dalgalı girişim etkilerini görmüyoruz.

Belki şöyle düşünürsünüz: "Böyle parlak bir kaynak kullanmayın! Kaynağın parlaklığını azaltın. O zaman ışık dalgası zayıflayacak ve elektronu pek fazla tedirgin etmeyecektir. Kuşkusuz, ışığı zayıflatarak sonunda dalgayı göz ardı edecek derecede bir etki yaratacak hale gelene kadar küçültürsünüz." Peki, haydi bunu deneyelim. İlk gözleyeceğimiz şey, geçen elektronlardan saçılacak olan ışık çakmasının zayıflamayacağıdır. *Çakma daima aynı büyüklüktedir.* Işık zayıfladığında olan sadece şudur: Bazen dedektörde bir "tık" sesi duyarız, *fakat hiç çakma görmeyiz.* Elektron "görünmeden" gitmiştir. Buradan ışığın da elektronlar gibi davrandığını çıkarırız; ışığın "dalgalı" olduğunu *biliyorduk*, fakat şimdi "topaklı" olduğunu da bulmuş oluyoruz. Işık, daima "fotonlar" denen topaklar halinde gelir ya da saçılır. Işık kaynağının şiddetini düşürdüğümüzde, fotonların büyüklüklerini değiştirmeyiz, sadece onların miktarını azaltırız. Bu, kaynağımız zayıfladığında, bazı elektronların neden görünmeden gittiklerini açıklar. Çünkü elektronun geçtiği anda oralarda bir foton yoktur.

Tüm bunlar biraz umut kırıcıdır. Her elektron gördüğümüzde aynı-şiddette bir ışık çakması da "gördüğümüz" doğruysa, bu durumda gördüğümüz bu elektronlar daima tedirgin edilmiş elektronlardır. Deneyi bir şekilde zayıflatılmış ışıkla yapmayı deneyelim. Şimdi ne zaman dedektörde bir "tık" sesi duyarsak, üç sütundan birine bir çizgi çekeceğiz: 1. delikte görülen elektronlar 1. sütunda, 2. delikte görülenler 2. sütunda ve hiç görülmeyenler 3. sütunda işaretlenecek. Verileri işlediğimizde (olasılıkları hesaplayarak), şu sonuçları buluruz: "1. delikte görülen" elektronlar P'_1 gibi bir dağılıma, "2. delikte görülenler" P'_2 gibi bir dağılıma (öyle ki ya "1. delikte ya da 2. delikte görülen" elektronlar P'_{12} gibi bir dağılıma) sahiptirler; ve "hiç görülmeyenlerin" ise tam Şekil 1-3'teki P_{12} gibi "dalgalı" bir dağılımı vardır! Elektronlar görülmüyorsa, girişime sahibiz!

Bu anlaşılabilir bir durumdur. Elektronu görmediğimiz zaman, onu tedirgin eden foton yoktur; oysa onu gördüğümüzde, onu bir foton tedirgin etmiştir. Her zaman aynı miktarda tedirginlik vardır, çünkü ışık fotonlarının tümü aynı-şiddette etkiler üretirler ve saçılmış olan fotonların etkisi her girişim etkisini yeterince bozar.

Elektronları tedirgin etmeden görmenin bir yolu yok mudur? Daha önceki bir bölümde bir "fotonun" taşıdığı momentumun onun dalga boyuyla ters orantılı olduğunu görmüştük ($p = h/\lambda$). Foton bizim gözümüze doğru saçıldığında elektrona verilen sarsma, bu fotonun taşıdığı momentuma bağlıdır. Hah işte! Elektronları azıcık tedirgin etmek istersek, ışığın şiddetini düşürmeyip onun frekansını azaltmalıyız (dalga boyunu artırmakla aynı şey). Öyleyse kırmızıya çalan renkli bir ışık kullanalım. Hâttâ kızılaltı ya da radyo dalgası (radar gibi) kullanabiliriz ve bu daha uzun dalga boylu ışığı "gören" bir düzeneğin yardımıyla elektronun nereye gittiğini "görebiliriz". "Daha yumuşak" ışık kullanırsak, belki de elektronları bu kadar çok tedirgin etmekten kaçınabiliriz.

Deneyimizi daha uzun dalgalarla yapmaya çalışalım. Deneyimizi her seferinde daha uzun dalga boyuyla tekrarlamayı sürdüreceğiz. Önce, hiçbir şey değişmiyor gibi görünür. Sonuçlar aynıdır. Sonra, korkunç bir şey olur. Hatırlarsanız, mikroskobu tartıştığımızda, ışığın *dalga doğası*na göre, iki lekenin hâlâ iki leke olarak ayırt edilebilmesi için ne kadar yakın olabilecekleri üzerine bir sınırlamanın var olduğuna işaret etmiştik. Bu uzaklık ışığın dalga boyu mertebesindedir. Öyleyse, ışığın dalga boyu iki deliğin arasındaki uzaklıktan daha büyük alındığında, ışık elektronlardan saçıldığı zaman büyük bir bulanık çakma görürüz. Artık elektronun hangi delikten geçtiğini söyleyemeyiz! Elektronun herhangi bir yerden gittiğini biliriz! Ve anlarız ki tam bu renkteki ışıkla elektrona verilen sarsıntı, P'_{12}'nin P_{12} gibi görünmeye –girişim etkisi elde etmeye–

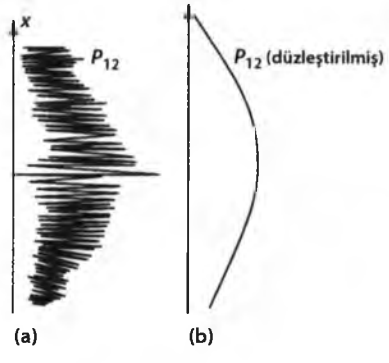
başlamasına yetecek kadar küçüktür. Ancak iki deliğin arasındaki uzaklıktan çok daha uzun dalga boyları için (elektronun nereden gittiğini söyleme şansını tamamen kaybettiğimiz zaman) ışığın neden olduğu tedirgeme yeterince küçüktür ve tekrar Şekil 1-3'te görülen P_{12} eğrisini elde ederiz.

Deneyimizde, hem elektronun hangi delikten geçtiğini ve hem de olasılık dağılımını bozmayacak şekilde ışığı düzenlemenin olanak dışı olduğunu söylemek mümkün hale gelir. Heisenberg tarafından önerildiği gibi, yeni doğa yasalarının tutarlı olması için, deneysel yeteneklerimiz üzerine daha önce onaylamadığımız bazı temel sınırlamalar konmalıdır. Heisenberg'in genel bir ilke olarak önerdiği *belirsizlik ilkesi*, deneyimiz cinsinden ifade edebileceğimiz haliyle şöyledir: "Elektronun hangi delikten geçtiğini belirleyecek ve aynı zamanda elektronları girişim desenini bozmaya yetecek ölçüde tedirgin etmeyecek bir düzenek tasarlamak olanaksızdır." Eğer bir düzenek elektronun hangi delikten geçtiğini belirtebiliyorsa, deseni esaslı bir şekilde bozmayacak kadar hassas *olamaz*. Bugüne kadar hiç kimse belirsizlik ilkesinin etrafından dolanacak bir yol bulamadı (bunu düşünemedi bile). Dolayısıyla, bu ilkenin doğanın bir temel karakteristiğini betimlediğini kabul etmeliyiz.

Artık atomları ve aslında tüm maddeyi betimlemede kullanacağımız tam kuantum mekaniği kuramı, belirsizlik ilkesinin doğruluğuna dayanır. Kuantum mekaniği böylesine başarılı bir kuram olduğundan, belirsizlik ilkesine olan inancımız pekişmiştir. Fakat şimdiye kadar belirsizlik ilkesini "yenecek" bir yol keşfedilebilseydi, kuantum mekaniği tutarsız sonuçlar verirdi ve doğanın geçerli bir kuramı olmaktan çıkardı.

"Peki, *A* Önermesi hakkında ne düşünüyorsunuz? Doğru mu, doğru değil mi? Elektron 1. delikten mi geçiyor, yoksa 2. delikten mi?" diye sorabilirsiniz. Verilebilecek tek yanıt şudur: Tutarsızlığa düşmemek için deneyden çıkardığımız belirli özel bir yoldan düşünmek durumundayız. Yanlış öngörülerden kaçınmak için şöyle demeliyiz: Deliklere bakılırsa ya da daha doğru bir deyişle, elektronların 1. delikten mi yoksa 2. delikten mi geçtiğini belirtebilen bir düzenek parçası varsa, bu durumda elektronların 1. delikten ya da 2. delikten geçtiği söylenebilir. *Fakat* elektronun hangi yoldan gittiğini söylemeye çalışmıyorsanız, o zaman deneyde elektronları tedirgin edecek hiçbir şey yoktur ve bu durumda elektronun 1. delikten mi yoksa 2. delikten mi geçtiğini söyleyemezsiniz. Eğer bunu söyler ve buna göre çıkarımlar yapmaya başlarsanız, işte o zaman çözümlemede hatalar yapacaksınız demektir. Doğayı başarılı bir şekilde betimlemek istiyorsak, üzerinde cambaz gibi yürümemiz gereken gergin mantıksal ip budur.

Tüm maddenin –bu arada elektronların da– hareketi dalgalar cinsinden betimlenmek zorundaysa, ilk deneyimizdeki mermiler hakkında ne diyebiliriz? Orada neden bir girişim deseni görmedik? Mermiler için dalga boyları öylesine küçüktür ki girişim desenleri çok ince hale gelir. Aslında öylesine ince ki sonlu boyutlu hiçbir dedektörle ayrı ayrı maksimum ve minimumlar ayırt edilemez. Gördüğümüz sadece bir tür ortalamadır ve bu da klasik eğridir. Şekil 1-5'te, büyük-ölçekli cisimlerle olan biteni şema halinde göstermeye çalıştık. Şeklin (a) kısmı, mermiler için kuantum mekaniği kullanılarak beklenebilecek olasılık dağılımını gösteriyor. Hızlı kıpırtıların, çok kısa dalga boylu dalgalar için elde edilecek girişim desenini betimlediği varsayılmaktadır. Bununla birlikte, hiçbir fiziksel dedektör, olasılık eğrisinin birçok kıpırtısını birbirinden ayıramaz; böylece ölçümler şeklin (b) kısmındaki düzgün eğriyi gösterir.



Şekil 1-5 Mermili girişim desenleri: (a) gerçek (şematik), (b) gözlenen.

1-7 Kuantum mekaniğinin temel ilkeleri

Şimdi deneylerimizin esas sonuçlarını özetleyeceğiz. Yine de, bu sonuçları, bu türden genel bir deneyler sınıfı için geçerli olacak bir yapıya sokacağız. Önce bir "ideal deney"i, içinde belirsiz dış etkilerin, diğer bir deyişle hesaba katamayacağımız sürüp giden sallantıların ya da diğer şeylerin yer almadığı bir deney olarak tanımlarsak, özetimizi çok daha basit olarak yazabiliriz. "Bir ideal

deney, başlangıç ve bitiş koşulları tümüyle belirtilmiş bir deneydir" dersek, oldukça doğru ve kesin konuşmuş oluruz. Bir "olay" diye adlandıracağımız şey, genelde, belirli başlangıç ve bitiş koşulları cümlesidir. (Örneğin, "bir elektron tabancadan çıkar, dedektöre gelir ve hiçbir şey olmaz.") İşte özetimiz.

Özet

(1) Bir ideal deneyde, bir olayın olasılığı, olasılık genliği denen bir ϕ karmaşık sayısının mutlak değerinin karesiyle verilir.

$$\begin{aligned} P &= \text{olasılık} \\ \phi &= \text{olasılık genliği} \\ P &= |\phi|^2 \end{aligned} \tag{1.6}$$

(2) Bir olay birkaç değişik yoldan meydana gelebiliyorsa, bu olayın olasılık genliği, her yol ayrı ayrı ele alınarak yazılan olasılık genliklerinin toplamıdır. Bu durumda girişim vardır.

$$\begin{aligned} \phi &= \phi_1 + \phi_2 \\ P &= |\phi_1 + \phi_2|^2 \end{aligned} \tag{1.7}$$

(3) Değişik yollardan hangisinin gerçekten izlendiğinin belirtilebildiği bir deney yapılırsa, olayın olasılığı, her yol için yazılan olasılıkların toplamıdır. Bu durumda girişim kaybedilir.

$$P = P_1 + P_2 \tag{1.8}$$

Yine de "Bu nasıl işler? Bu yasanın arkasındaki mekanizma nedir?" diye sormak isteyebilirsiniz. Hiç kimse bu yasanın dayandığı bir mekanizma bulamamıştır. Hiç kimse bizim "açıkladığımız"dan daha fazlasını "açıklayamaz." Hiç kimse size bu durumun daha derin bir temsilini veremeyecektir. Bu sonuçların çıkarılabileceği daha temel bir mekanizma hakkında herhangi bir düşünceye sahip değiliz.

Klasik mekanik ve kuantum mekaniği arasındaki çok önemli bir ayrımı vurgulamak istiyoruz. Bir elektronun verilen bir duruma ulaşma olasılığı hakkında konuşuyorduk. Deneysel düzenlememizde (ya da mümkün olan en iyi düzenlemede) tam olarak ne olacağını öngörmenin olanaksız olduğunu söylemiştik. Sadece acayiplikler/olasılıklar öngörebiliriz! Bu doğru olsaydı fiziğin, verilen bir durumda tam olarak ne olacağını öngörme probleminden vazgeçtiği anlamına gelirdi. Evet! Fizik bundan vazgeçmiştir. Verilen bir durumda ne olabileceğini nasıl öngöreceğimizi bilmiyoruz ve artık inanıyoruz ki bu olanaksızdır; öngörebileceğimiz tek şey, farklı olayların olasılığıdır. Bunun, daha önceki doğayı anlama idealimizde bir kısıtlama olduğunu anlamalıyız. Bu bir geri adım olabilir, fakat hiç kimse bundan kaçınmanın bir yolunu bulamamıştır.

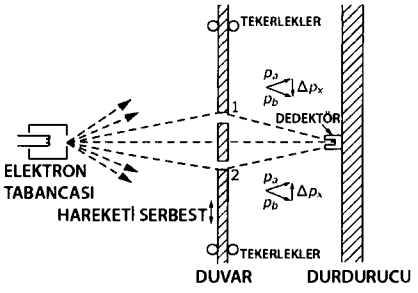
Şimdi verdiğimiz betimlemeyi göz ardı etmeye çalışan bir öneri üzerine birkaç uyarı yapacağız: "Belki de elektron bir tür iç-işlemeye –bazı iç değişkenlere– sahiptir, ama bizim henüz bunlar hakkında bir bilgimiz yoktur. Belki de bundan ötürü ne olacağını öngöremiyoruz. Elektrona daha yakından bakabilseydik, nerede sonlanacağını söyleyebilirdik." Bildiğimiz kadarıyla, bu olanaksızdır. Yine de güç durumda oluruz. Varsayalım ki elektronun içinde, sonunda nereye gideceğini belirten bir tür mekanizma var. Bu mekanizma yolu boyunca elektronun hangi delikten geçeceğini de belirliyor. Fakat şunu unutmamalıyız ki elektronun içinde olan şey, bizim ne yapacağımıza bağımlı değildir ve özellikle deliklerden birini kapatıp kapatmayacağımıza. Böylece bir elektron, daha harekete geçmeden önce (a) hangi deliği kullanacağına ve (b) nereye ulaşacağına karar vermişse, 1. deliği seçmiş olan elektronlar için P_1, 2. deliği seçmiş olanlar için P_2 ve zorunlu olarak iki delikten geçerek gelenler içinse $P_1 + P_2$ olasılıklarını bulmalıyız. Bundan başka yol yok gibi görünüyor. Fakat durumun böyle olmadığını deneysel olarak doğrulamıştık. Ve hiç kimse bu bilmeceden kurtulmanın bir yolunu düşünemedi. Öyleyse şimdilik kendimizi olasılıkları hesaplamaya sı-

nırlamak zorundayız. "Şimdilik" diyoruz, ama bunun sonsuza kadar bizimle olacağını, bu bilmeceyi çözmenin olanaksızlığını, doğanın gerçekten bu yolda olduğunu çok kuvvetli bir şekilde sezinliyoruz.

1-8 Belirsizlik ilkesi

Heisenberg'in özgün olarak ifade ettiği belirsizlik ilkesi şu şekildedir: Herhangi bir cisim üzerinde ölçme yaparsanız ve onun momentumunun x-bileşenini Δp belirsizliğiyle saptayabilirseniz, onun x-konumunu, aynı anda, $\Delta x \geq \hbar/2\Delta p$'den daha doğru olarak bilemezsiniz. Burada $\hbar$ bir doğa sabitidir ve "indirgenmiş Planck sabiti" olarak adlandırılır ve yaklaşık olarak $1{,}05 \times 10^{-34}$ Joule-saniye değerine sahiptir. Herhangi bir anda, konum ve momentumun belirsizliklerinin çarpımı, indirgenmiş Planck sabitinin yarısından daha büyüktür. Bu, yukarıda daha genel olarak ifade edilmiş olan belirsizlik ilkesinin özel bir halidir. Çok daha genel ifade şudur: Aynı anda hem girişim deseni veren hem de ele alınan iki seçenekten birini belirleyen bir gereç tasarlanamaz.

Bizi sıkıntıya düşmekten koruması için, Heisenberg'in verdiği türden bir bağıntının geçerli olduğunu özel bir durum için gösterelim. Şekil 1-3'teki deneyde bir değişiklik yapalım, şöyle ki delikli duvar bu kez altına tekerlekler eklenmiş bir levha olsun ve Şekil 1-6'da görüldüğü gibi serbestçe aşağı yukarı (x-doğrultusunda) hareket edebilsin. Levhanın hareketini dikkatlice izleyerek, elektronun hangi delikten geçtiğini söylemeye çalışalım. Dedektörü $x = 0$'a yerleştirdiğimizde ne olacağını düşünelim. 1. delikten geçen elektronun dedektöre ulaşmak için levha tarafından aşağıya doğru saptırılmasını bekleriz. Elektronun düşey momentum bileşeni değişeceği için, levha eşit momentumla zıt yönde geri tepmelidir. Levha yukarı doğru bir itme kazanacaktır. Elektron alttaki delikten geçerse, levha aşağı doğru bir itki hissetmelidir. Dedektörün her konumu için, levhanın 1. delik aracılığıyla alacağı enine momentumun 2. delik aracılığıyla alacağı enine momentumdan farklı bir değere sahip olacağı açıktır. Böylece, elektronları hiç tedirgin etmeden, sadece levhayı izleyerek, elektronun hangi yolu kullandığını söyleyebiliriz.



Şekil 1-6 Duvarın geri tepmesinin ölçüldüğü bir deney.

Bunu yapmak için, elektron delikten geçmeden önce levhanın momentumunun ne olduğunu bilmemiz gerekir. Böylece elektron geçtikten sonra momentumu ölçersek, levhanın momentumunun ne kadar değiştiğini hesaplayabiliriz. Ama hatırlarsanız, belirsizlik ilkesine göre, aynı zamanda levhanın konumunu istediğimiz bir doğrulukla bilemeyiz. Ama levhanın nerede olduğunu tam olarak bilemiyorsak, iki deliğin de kesin olarak nerede olduğunu söyleyemeyiz. Her elektron geçişinde onlar farklı yerde olacaklardır. Bu demektir ki girişim deseninin merkezi, her elektron için farklı bir konuma sahip olacaktır. Girişim deseninin kıpırdamaları, deseni bozacaktır. Gelecek bölümde nicel olarak göstereceğiz ki, geri tepme ölçümünden hangi deliğin kullanıldığını saptamak için levhanın momentumunu yeterince doğrulukla belirtirsek, bu durumda levhanın x-konumundaki –belirsizlik ilkesi uyarınca hesaplanan– belirsizliği, dedektörde gözlenen deseni, x-doğrultusunda bir maksimumdan ona bitişik minimuma olan uzaklık kadar kaydırmaya yetecektir. Böyle bir rasgele kayma, deseni bozmaya tam yetecek ve herhangi bir girişim gözlenmeyecektir.

Belirsizlik ilkesi kuantum mekaniğini "korumakta"dır. Konum ve momentumu eş zamanlı olarak büyük bir doğrulukla ölçmek mümkün olsaydı, kuantum mekaniğinin çökebileceğini fark etmişti Heisenberg. O nedenle, bunun olanaksız olduğunu öne sürmüştü. Sonra fizikçiler oturdular ve bunu yapmanın yollarını aradılar; hiç kimse hiçbir nesnenin –bir levhanın, bir elektronun, bir bilardo topunun, hiçbir şeyin– konum ve momentumunu istendiği kadar büyük bir doğrulukla ölçmenin bir yolunu bulamadı. Kuantum mekaniği, kendi riskli ama kesin varlığını sürdürmektedir.

2

DALGA VE PARÇACIK GÖRÜŞLERİNİN İLİŞKİSİ

2-1 Olasılık dalga genlikleri

2-1 Olasılık dalga genlikleri
2-2 Konum ve momentumun ölçümü
2-3 Kristalden kırınım
2-4 Bir atomun boyutu
2-5 Enerji düzeyleri
2-6 Felsefi çıkarımlar

Bu bölümde dalga ve parçacık görüşlerinin ilişkisini tartışacağız. Son bölümden zaten biliyoruz ki, ne dalga görüşü ne de parçacık görüşü doğrudur. Genelde olayları doğru olarak sunmaya ya da en azından daha fazla öğrendiğimizde, değişmeyecekleri kadar kesin olarak anlatmaya çalıştık -genişletilebilirler, fakat değiştirilemezler! Fakat dalga temsili ya da parçacık temsili hakkında konuşmaya çalıştığımızda, her ikisi de yaklaşık olacak ve ikisi de değişecektir. Dolayısıyla bu bölümde öğreneceğimiz şeyler kesin anlamda doğru olmayacak; daha sonra daha kesin hale getirilecek türden yarı-sezgisel kanıtlardır; kuantum mekaniğinde doğru yorumlandığımızda, bazı şeyler biraz değişecektir. Bunu, kuantum mekaniğinin matematiksel detaylarına girmeden önce, bazı kuantum olguları için niteliksel sezgiler edinilmesi adına yapıyoruz. Üstelik, tüm deneyimlerimiz dalgalarla ve parçacıklarladır; bu nedenle kuantum-mekaniksel genliklerin tam matematiğini iyice anlamadan önce, verilen durumlarda neler olduğunu kavramak için dalga ve parçacık fikirlerini kullanmak oldukça işe yarar. Devam ederken en zayıf yerleri resimlerle anlatmaya çalışacağız, fakat onların çoğu neredeyse doğrudur, bu sadece yorum meselesidir.

Not: Bu bölüm I. Cildin 38. Bölümüyle nerdeyse aynıdır.

Bunu, kuantum mekaniğinin matematiksel detaylarına girmeden önce, bazı kuantum olguları için niteliksel sezgiler edinilmesi adına yapıyoruz. Buna ek olarak şu ana kadarki tüm tecrübemiz dalga ve parçacık bakış açısıyla sınırlıdır fakat kuantum mekaniksel genliklerin bütün matematiğini kavramamızdan önce, verili koşullarda neler olduğunu anlamak için dalga ve parçacık fikirleri oldukça kullanışlı sayılır. İlerledikçe en zayıf fakat neredeyse çoğunun doğru olduğu noktaları, sadece yorum meselesi olan, göstermeye çalışacağız.

Her şeyden önce, biliyoruz ki kuantum mekaniğinde doğayı temsil etmenin yeni yolu -yeni çerçeve-, meydana gelen her olay için bir genlik vermektir ve eğer bu olay bir parçacığın kabulünü içeriyorsa, o zaman bir parçacığı farklı yerlerde ve farklı zamanlarda bulmanın genliğini veririz. Parçacığı bulmanın olasılığı, genliğin mutlak karesiyle orantılıdır. Genel olarak, bir parçacığı farklı yerlerde ve farklı zamanlarda bulma genliği konum ve zamanla değişir.

Özel bir durumda genlik uzay ve zamanda $e^{i(\omega t-\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r})}$ gibi sinüs eğrisi biçiminde değişir (unutmayın ki bu genlikler karmaşık sayılardır, gerçel sayılar değil) ve belli bir ω frekansı ile belli bir $\boldsymbol{k}$ dalga sayısı içerir. O zaman bunun bir klasik sınır durumuna karşı geldiği anlaşılır; bu durumda bilinen E enerjili bir parçacığımızın olduğuna ve bu enerjinin

$$E = \hbar\omega \tag{2.1}$$

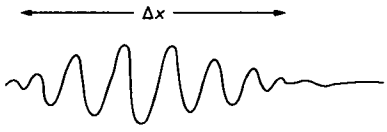
şeklinde frekansa bağlı bulunduğuna inanırız; bu parçacığın $\boldsymbol{p}$ momentumu da bilinir ve dalga sayısına

$$\boldsymbol{p} = \hbar\boldsymbol{k} \tag{2.2}$$

şeklinde bağlıdır. (Burada $\hbar$, h sayısının 2π'ye bölünmüş halidir; $\hbar = h/2\pi$).

Bu demektir ki parçacık fikri sınırlıdır. Çok kullandığımız parçacık fikri -onun yerleşimi, onun momentumu vb- belli durumlarda yetersizdir. Örneğin, bir parçacığı değişik yerlerde bulma genliği $e^{i(\omega t-\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r})}$ ile veriliyorsa, onun mutlak karesi bir sabittir; bu, bir parçacığı bulma genliğinin her yerde aynı olduğu anlamına gelir. Bu da onun *nerede* olduğunu bilmiyoruz -her yerde olabilir- demektir; konumunda büyük belirsizlik vardır.

Diğer taraftan, eğer bir parçacığın konumu aşağı yukarı iyi biliniyorsa ve onu oldukça doğru bir şekilde tahmin edebiliyorsak, bu durumda onu değişik yerlerde bulma olasılığı, uzunluğu Δx olan belirli bir bölgeye sınırlanmalıdır.



Şekil 2-1 Δx uzunluğuna sahip bir dalga paketi.

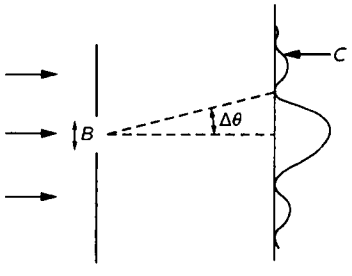
Bu bölgenin dışında olasılık sıfırdır. Bu olasılık bir genliğin mutlak karesidir ve mutlak kare sıfırsa, genlik de sıfırdır; öyle ki uzunluğu Δx olan bir dalga katarına sahibiz (Şekil 2-1) ve bu dalga katarının dalga boyu (katardaki dalgaların düğümleri arasındaki mesafe) parçacık momentumuna karşılık gelen şeydir.

Burada dalgalar hakkında tuhaf bir durumla karşılaşırız; kuantum mekaniğiyle hiç ilgisi olmayan çok basit bir şey. Dalgalarla çalışan herkesin, kuantum mekaniği bilmese bile, bileceği bir şeydir bu: Yani, *kısa bir dalga katarı için tek ve biricik bir dalga boyu tanımlayamayız.* Böyle bir dalga katarı belirli bir dalga boyuna *sahip* olamaz; katarın sonlu boyutuyla ilgili dalga sayısında bir tanımsızlık vardır ve dolayısıyla momentumda bir tanımsızlık söz konusudur.

2-2 Konum ve momentumun ölçümü

Bu fikrin iki örneğini ele alalım; kuantum mekaniği doğruysa, konum ve/veya momentumda bir belirsizliğin var olmasının nedenini görmek. Daha önce şunu da görmüştük; böyle bir şey olmasaydı –her şeyin konum ve momentumunu aynı anda ölçmek mümkün olsaydı– bir ikilem içine düşerdik; iyi ki böyle bir ikilem yok ve böyle bir belirsizliğin doğal olarak dalga temsilinden gelmesi, her şeyin karşılıklı olarak tutarlı olduğunu gösterir.

İşte size, anlaşılması kolay bir durumda, konum ile momentumun arasındaki bağıntıyı gösteren bir örnek. Bir levha üzerinde tek bir yarık olsun ve buna çok uzaktan belli enerjili parçacıklar gelsin; öyle ki tüm parçacıklar esas itibariyle yatay olarak geliyor olsunlar (Şekil 2-2). Momentumun düşey bileşenine yoğunlaşacağız. Bu parçacıkların tümü, klasik anlamda, belli bir p_0 yatay momentumuna sahiptir. Dolayısıyla, klasik anlamda, yarığa gelmeden önce düşey p_y momentumu kesinlikle bilinmektedir. Parçacıklar çok uzaktaki bir kaynaktan geldikleri için, ne yukarı ne de aşağı hareket ederler; öyleyse düşey momentum kuşkusuz sıfırdır. Fakat şimdi varsayalım ki demet B genişlikli bir yarıktan geçmektedir. Yarıktan çıktıktan sonra düşey konumu –y konumu– oldukça doğru bir şekilde biliriz, bu konum $\pm B$'dir.* Yani, konumdaki Δy belirsizliği B mertebesindedir. Şimdi şöyle demek isteriz: Mademki momentumun mutlak olarak yatay olduğunu biliyoruz, öyleyse bu Δp_y sıfırdır; fakat bu yanlıştır. Momentumun yatay olduğunu *bir kez* biliyorduk, fakat artık bilmiyoruz. Parçacıklar yarıktan geçmeden önce, onların düşey konumlarını bilmiyorduk. Parçacığın yarık içinden geçip çıkmasıyla düşey konumunu bulduk, ama şimdi düşey momentum üzerindeki bilgimizi kaybettik. Neden? Dalga kuramına göre, tıpkı ışık gibi, yarıktan geçtikten sonra dalgaların yayılması ya da kırınımı söz konusudur. Dolayısıyla parçacıkların yarıktan çıktıktan sonra tam olarak dümdüz gelmemelerinin belli bir olasılığı vardır. Örüntü kırınım etkisi nedeniyle yayılmıştır ve ilk minimumun açısı olarak tanımlanabilen yayılma açısı, en son açıdaki belirsizliğin bir ölçüsüdür.



Şekil 2-2 Bir yarıktan geçen parçacıkların kırınımı.

Örüntü yayılmış hale nasıl gelir? Yayılmış demek, parçacığın bir miktar yukarı ya da aşağı hareket etme, yani momentumunun yukarıya ya da aşağıya doğru bir bileşene sahip olma şansı olduğu anlamına gelir. *Şans* ve *parçacık* diyoruz, çünkü bu kırınım örüntüsünü parçacık sayacıyla saptıyoruz ve diyelim ki sayaç Şekil 2-2'deki C noktasında parçacığı algıladığı zaman, *tüm* parçacığı algılar; öyle ki parçacık yarıktan C'ye ulaşmak için, klasik anlamda, bir düşey momentuma sahiptir.

Momentumun yayılmasıyla ilgili kaba bir fikir elde etmek için, düşey p_y momentumu $p_0\,\Delta\theta$'ye eşit bir yayınıma sahip olsun, burada p_0 yatay momentumdur. Yayılmış-örüntüde $\Delta\theta$ ne kadar büyüktür? İlk minimumun bir $\Delta\theta$ açısında meydana geldiğini biliyoruz, öyle ki yarığın bir kenarından giden dalgalar diğer kenarından giden dalgalardan bir dalga boyu daha fazla yol katederler; bunu daha önce hesaplamıştık (Cilt I., Bölüm 30). Bu nedenle $\Delta\theta = \lambda/B$'dir, dolayısıyla

* Daha kesin şekliyle, y bilgimizdeki hata $\pm B/2$'dir. Fakat burada genel düşünceyle ilgileniyoruz, dolayısıyla 2 çarpanını hiç dert etmeyeceğiz.

bu deneyde $\Delta p_y = p_0\lambda/B$ olur. Dikkat ederseniz, B'yi küçülttükçe, parçacığın konumunu daha doğru ölçersiniz, kırınım örüntüsüyse daha da genişler. Hatırlarsanız, mikrodalgalarla olan deneyde yarıkları kapattığımızda, daha ötelerde daha fazla şiddet elde etmiştik. Böylece yarığı daha dar hale getirdikçe, daha geniş örüntü ve parçacığı daha büyük enine momentuma sahip olarak bulma olasılığı elde ederiz. Dolayısıyla düşey momentumdaki belirsizlik, y'deki belirsizlikle ters orantılıdır. Aslında, ikisinin çarpımının $p_0\lambda$'ya eşit olduğunu görürüz. Fakat λ dalga boyu, p_0 da momentumdur ve kuantum mekaniğiyle uyum içinde, dalga boyu çarpı momentum Planck sabiti h'dir. Böylece düşey momentum ve düşey konumdaki belirsizliklerin h mertebesinde bir çarpıma sahip olduğu kuralını elde ederiz:

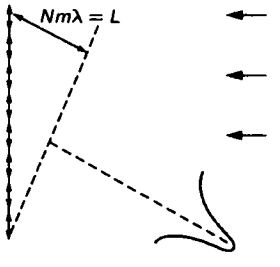
$$\Delta y \Delta p_y \geq \hbar/2 \tag{2.3}$$

Düşey konumunu bildiğimiz bir parçacığın (2.3) denklemiyle verilenden daha büyük kesinlikle düşey olarak nasıl hareket edeceğini öngörebileceğimiz bir sistem hazırlayamayız. Yani, düşey momentumdaki belirsizlik $\hbar/2\Delta y$'yi aşmalıdır, burada Δy konumdaki bilgimizde var olan belirsizliktir.

Bazen insanlar kuantum mekaniğinin tümden yanlış olduğunu söylerler. Parçacık soldan ulaştığında, düşey momentum sıfırdır. Yarıktan geçtiği anda konumu bilinmektedir. Konum ve momentumun ikisinin de istenen doğrulukta bilinmekte olduğu sanılır. Bir parçacığı kabul ettiğimiz ve onu kabul etmekle konumunu saptadığımız ve orada bulunduğunda sahip olması gereken momentumunun ne olduğunu da belirttiğimiz doğrudur. Bu doğrudur, fakat (2.3) belirsizlik bağıntısının kastettiği bu değildir. (2.3) denklemi bir durumun *öngörülebilirliğini* amaçlar, *geçmiş* hakkındaki yorumları değil. "Yarıktan geçmeden önce momentumu biliyordum ve şimdi de konumu biliyorum" demenin hiçbir yararı yoktur, çünkü şimdi momentum bilgisi yitirilmiştir. Yarıktan geçmiş olma olgusu, bize artık düşey momentumu öngörme olanağı sağlamaz. Sırf olgudan sonraki ölçümlerden değil, öngörücü bir kuramdan söz ediyoruz. Öyleyse ne öngörebileceğimizden bahsetmeliyiz.

Şimdi meseleyi tam tersinden alalım. Aynı olayın bir başka örneğini biraz daha nicel şekilde düşünelim. Önceki örnekte momentumu klasik bir yöntemle ölçmüştük. Yani, yönü, hızı, açıyı vb, ele almış ve momentumu klasik çözümlemeyle elde etmiştik. Ama momentum dalga sayısıyla ilgili olduğundan, klasik benzeri olmayan (2.2 denklemini kullanan) bir parçacığın –foton ya da başka bir şeyin– momentumunu ölçmenin doğada hâlâ bir başka yolu daha vardır. *Dalgaların dalga boylarını* ölçeriz. Momentumu bu yolla ölçmeye çalışalım.

Çok sayıda çizikli bir ağımız olsun (Şekil 2-3) ve bu ağa bir parçacıklar demeti gönderelim. Bu problemi birçok kez tartışmıştık: Parçacıklar belirli momentumlara sahipse, girişim nedeniyle belli bir yönde çok keskin bir örüntü elde ederiz. Momentumu ne denli doğrulukla saptayabileceğimizi de konuşmuştuk; bu, böyle bir ağın çözme gücünün ne olduğu demekti. Onu tekrar türetmektense, I. Cildin 30. Bölümüne havale ederiz, orada verilen bir kırınım ağıyla ölçülebilecek dalga boyundaki bağıl belirsizliğin $1/Nm$ olduğunu bulmuştuk, burada N ağdaki çiziklerin sayısı ve m kırınım örüntüsünün mertebesidir. Yani:



Şekil 2-3 Bir kırınım ağı kullanarak momentumun saptanması.

$$\Delta\lambda/\lambda = 1/Nm \tag{2.4}$$

(2.4) denklemi tekrardan

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} = \frac{1}{Nm\lambda} = 1/L \tag{2.5}$$

şeklinde yazılabilir; burada L Şekil 2-3'te gösterilen uzaklıktır. Bu uzaklık, parçacık, dalga ya da her neyse o nesne ağın alt ucundan yansımışsa gitmesi gereken toplam mesafe ile ağın üst ucundan yansımışsa gitmesi gereken mesafe arasındaki farktır. Yani, kırınım örüntüsünü oluşturan dalgalar, ağın değişik kısımlarından gelen dalgalardır. İlk ulaşanlar ağın alt ucundan, dalga katarının başından gelirler ve onların geri kalanı ağın değişik yerlerinden, dalga katarının daha sonraki kısımlarından gelir; nihayet en sonuncusu ulaşıncaya dek ve

bu, dalga katarında ilk noktanın gerisinde bir L mesafesindeki bir noktayı içerir. Buna göre, spektrumumuzda (2.4)'te verilen bir belirsizlikle belirli bir momentuma karşılık gelen keskin bir çizgiye sahip olmak için, en azından L uzunluklu bir dalga katarına sahip olmalıyız. Dalga katarı aşırı kısaysa, bütün ağı kullanmayız. Dalga katarı aşırı küçükse, spektrumu oluşturan dalgalar ağın sadece çok kısa bir bölümünden yansıtılmışlardır ve ağ doğru çalışmayacaktır; büyük bir açısal yayılma bulacağız. Daha dar bir yayılma elde etmek için, tüm ağı kullanmamız gerekir, öyle ki en azından belli bir anda tüm dalga katarı ağın tüm kısımlarından eş-zamanlı olarak saçılıyor. Dolayısıyla dalga boyundaki belirsizliğin (2.5)'te verilenden daha az olması için, dalga katarı L uzunluğunda olmalıdır. Bu arada

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} = \Delta(1/\lambda) = \Delta k/2\pi \tag{2.6}$$

olduğundan,

$$\Delta k = 2\pi/L \tag{2.7}$$

buluruz, burada L Şekil 2-2'de görülen mesafedir.

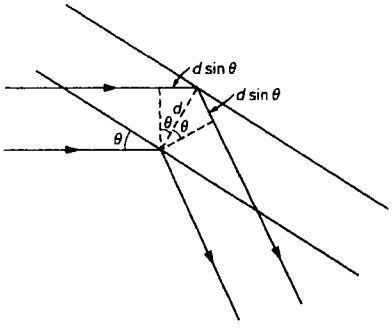
Bu demektir ki uzunluğu L'den daha az olan bir dalga katarımız varsa, dalga sayısındaki belirsizlik $2\pi/L$'yi aşmalıdır. Ya da dalga sayısındaki belirsizlik çarpı dalga katarının uzunluğu –bir an için buna Δx diyeceğiz– 2π'yi aşar. Ona Δx diyoruz, çünkü o parçacığın yerleşimindeki belirsizliktir. Dalga katarı sadece sonlu bir uzunlukta varsa, o zaman parçacığı bulabileceğimiz yerler bu Δx belirsizliği içindedir. Dalgaların bu özelliği, yani dalga katarının uzunluğu çarpı onunla ilgili dalga sayısındaki belirsizliğin en az 2π olması, onları inceleyen herkesin bildiği bir özelliktir. Kuantum mekaniğiyle hiç ilgisi yoktur. Basitçe, sonlu bir katarımız varsa, onun içindeki dalgaları kesin olarak sayamayız. Bunun nedenini bir başka yolla görmeyi deneyelim.

L uzunluğunda sonlu bir dalga katarımız olsun; Şekil 2-1'de görüldüğü gibi, katarın uçlarda azalma durumunda olması nedeniyle, L uzunluğundaki dalga sayısı ± 1 kadar belirsizdir. Fakat L'deki dalga sayısı $kL/2\pi$'dir. Öyleyse k belirsizdir ve yine sadece dalgaların bir özelliği olan (2.7) sonucunu elde ederiz. İster dalgalar uzayda yer alsın, k santimetredeki radyan sayısı ve L katarın uzunluğu olsun, isterse dalgalar zamanda yer alsın, ω saniyedeki radyan sayısı ve T gelen dalga katarının zamandaki "uzunluğu" olsun, aynı şey işler. Yani, sadece belli bir T süresince devam eden bir dalga katarına sahipsek, bu durumda frekanstaki belirsizlik şöyle verilir:

$$\Delta\omega = 2\pi/T \tag{2.8}$$

Bunların sadece dalgaların özellikleri olduklarını vurgulamaya çalıştık ve bunlar, örneğin, ses kuramında çok iyi bilinmektedir.

Mesele şudur; kuantum mekaniğinde dalga sayısını, $p = \hbar k$ kuralıyla, parçacığın momentumunun bir ölçüsü olarak yorumlarız, öyle ki (2.7) bağıntısı bize $\Delta p \approx h/\Delta x$ olduğunu söyler. Bu, o durumda, klasik momentum düşüncesinin bir kısıtlamasıdır. (Doğal olarak, parçacıkları dalgalarla temsil edeceksek, o bazı bakımlardan kısıtlanmalıdır!) Klasik düşüncelerin ne zaman başarısız olacağı hakkında bize fikir veren bir kural bulmuş olmamız hoştur.



Şekil 2-4 Kristal düzlemlerden dalgaların saçılması.

2-3 Kristalden kırınım

Şimdi de parçacık dalgalarının bir kristalden yansımasını inceleyelim. Bir kristal, hoş bir diziliş içinde pek çok özdeş atoma sahip yoğun bir nesnedir; bazı karmaşıklıkları daha sonra işe katacağız. Soru şudur: Bu dizilişi nasıl kuralım ki verilen bir ışık (x-ışını), elektron, nötron ya da başka bir parçacık demeti için verilen bir yönde güçlü bir yansıtılmış maksimum elde edelim? Güçlü bir yansıma elde etmek için, atomların tümünden gelen saçılma eş-evrede olmalıdır. Eş-evrede ve evre-dışında eşit sayılar olamaz ya da dalgalar birbirlerini yok edeceklerdir. Durumu düzeltmenin yolu, daha önce de açıkladığımız gibi, sabit evre bölgeleri bulmaktır; bunlar, ilk ve son yönlerle eşit açılar oluşturan düzlemlerdir (Şekil 2-4).

Şekil 2-4'teki gibi, iki paralel düzlem düşünürsek, iki düzlemden saçılan dalgalar eş-evreli olacaklardır, yeter ki bir dalga cephesiyle ilerlemedeki mesafe farkı dalga boyunun bir tam katı olsun. Bu farkın $2d\sin\theta$ olacağı görülebilir, burada d düzlemler arasındaki dik uzaklıktır. Dolayısıyla uyumlu yansıma için koşul şudur:

$$2d\sin\theta = n\lambda \qquad (n = 1, 2 \ldots) \tag{2.9}$$

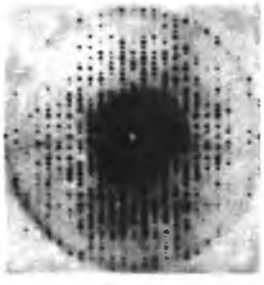
Örneğin, kristalin atomları $n = 1$ (2.9) koşuluna uyan düzlemler üzerinde yerleşmişlerse, o durumda güçlü bir yansıma olacaktır. Diğer taraftan, iki düzlemin ortasında aynı tür atomlar (eşit yoğunluklu) varsa, o zaman bu ara düzlemler de aynı şiddette saçacaklar ve diğerleriyle girişerek önceki etkiyi söndüreceklerdir. Böylece (2.9)'daki *d yan yana* düzlemlere atfedilmelidir; beş tabakalıdan daha öte bir düzlem alamayız ve bu denklemi kullanamayız!

Aslında, gerçek kristaller genelde tek türden bir atomun belli bir şekilde tekrarı olacak kadar basit değildirler. Bunun yerine, iki boyutlu bir benzetme yaparsak, daha çok bir duvar kâğıdı gibidirler; orada duvar kâğıdı boyunca tekrar eden bir tür şekil vardır. "Şekil" sözcüğüyle, atomlar halinde bir düzenleme –kalsiyum karbonat için, bir kalsiyum, bir karbon ve üç oksijen, vb– demek isteriz, ki bu oldukça çok sayıda atom içerebilir. Fakat her durumda ne olursa olsun, şekil bir örüntü içinde tekrarlanmaktadır. Bu temel şekle *birim hücre* denir.

Tekrarlanan temel desen *örgü tipi* dediğimiz şeyi tanımlar; yansımalara bakarak ve simetrinin ne olduğunu görerek örgü tipi derhal saptanabilir. Bir başka deyişle, bulduğumuz yansımalar örgü tipini belirler, fakat örgü elementlerinin her birinde ne olduğunu saptamak için, çeşitli yönlerdeki saçılma *şiddetini* hesaba katmak gerekir. Saçılmanın *hangi* yönlerde olacağı örgünün tipine bağlıdır, fakat her birinin *ne şiddette* saçılacağı, her birim hücrenin içinde olanlar vasıtasıyla saptanır ve kristallerin yapıları bu yolla çözümlenir.



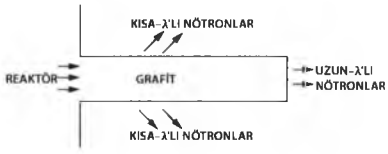
Şekil 2-5



Şekil 2-6

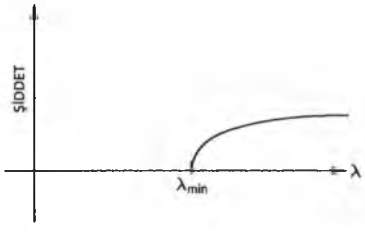
Şekil 2-5 ve Şekil 2-6'da iki x-ışını kırınımı örüntüsünün fotoğrafı görünmektedir; bunlar sırasıyla kaya tuzu ve miyoglobinden saçılmaları resmetmektedir.

Bu arada, en yakın düzlemlerin aralıkları $\lambda/2$'den daha azsa, ilginç bir şey olur. Bu durumda, (2.9) denkleminin n için çözümü yoktur. Dolayısıyla λ komşu düzlemler arası mesafenin iki katından daha büyükse, o zaman hiç yan kırınım örüntüsü olmaz ve ışık –ya da, her neyse o– maddeden hiç sekmeden ya da yitmeden dosdoğru geçecektir. Böylece λ'nın ara mesafeden çok daha büyük olduğu ışık durumunda, ışık, kuşkusuz, dosdoğru geçer ve kristal düzlemlerinde hiç yansıma örüntüsü olmaz.



Şekil 2-7 Reaktör nötronlarının grafit blok boyunca yayınımı.

Bu olgu, nötronlar (bunlar belli ki parçacıktır; herkese göre!) üreten atom reaktörleri halinde ilginç bir özelliğe sahiptir. Bu nötronları alıp uzun bir grafit blok içine gönderirsek, nötronlar dağılıp yayılırlar ve güçlükle ilerlerler (Şekil 2-7). Yayılırlar, çünkü atomlar tarafından yollarından saptırılırlar, ama tam olarak dalga kuramı çerçevesinde, kristal düzlemlerinden kırınım nedeniyle, atomlar tarafından yollarından saptırılırlar. Çok uzun bir grafit blok alırsak, öbür uçtan çıkan nötronların tümünün uzun dalga boylu oldukları anlaşılır! Aslında, dalga boyunun fonksiyonu olarak şiddeti çizersek, belli bir minimumdan daha uzun dalga boylarından başka bir şey elde etmeyiz (Şekil 2-8). Başka bir deyişle, çok yavaş nötronları bu yolla elde ederiz. Sadece en yavaş nötronlar boydan boya geçerler; grafitin kristal düzlemlerinden kırınıma uğramazlar ya da saçılmazlar; cam boyunca giden ışık gibi dosdoğru gidişlerini sürdürürler ve yanlara saçılmazlar. Nötron (ve diğer parçacık) dalgalarının gerçekliğini gösteren pek çok deney vardır.



Şekil 2-8 Dalga boyunun fonksiyonu olarak, grafit çubuğun diğer ucundan çıkan nötronların şiddeti.

2-4 Bir atomun boyutu

(2.3) belirsizlik bağıntısının bir başka uygulamasını ele alalım şimdi de. Bu çok ciddiye alınmamalıdır; düşünce doğrudur, fakat çözümleme tam kesin değildir. Düşünce, atomların boyutunun saptanmasıyla ve klasik olarak elektron-

ların çekirdeğin tam üstüne düşünceye kadar ışık yayınlayıp spiral çizmesi olgusuyla ilgilidir. Fakat bu kuantum mekaniği açısından doğru olamaz, çünkü o zaman her elektronun nerede olduğunu ve ne kadar hızla gittiğini bilirdik.

Bir hidrojen atomumuz olsun ve elektronun konumunu ölçmek isteyelim; elektronun tam olarak nerede olduğunu öngörememeliyiz ya da momentumun yayılması sonsuz olmalıdır. Elektrona her baktığımızda, o bir yerdedir, fakat farklı yerlerde bulunacak bir genliğe sahiptir, böylece onu farklı yerlerde bulma olasılığı vardır. Bu yerler çekirdekte hiç mi hiç olamaz; konumda a mertebesinde bir yayılma olduğunu varsayacağız. Yani, elektronun çekirdekten olan uzaklığı genelde bu a kadardır. Atomun toplam enerjisini en aza indirerek a'yı saptayacağız.

Momentumdaki yayılma, belirsizlik bağıntısı nedeniyle, kabaca $\hbar/a$'dır, öyle ki elektronun momentumunu bir tarzda, örneğin, ondan x-ışınlarını saçarak ve hareketli bir saçıcıdan Doppler olayı arayarak ölçmeye çalışırsak, her seferinde sıfır elde etmeyi beklemeyiz -elektron durgun durmuyordur- momentumlar $p \approx \hbar/a$ mertebesinde olmalıdır. Bu durumda kinetik enerji kabaca $\frac{1}{2}mv^2 = p^2/2m = \hbar^2/2ma^2$'dir. (Bu, bir bakıma, kinetik enerjinin indirgenmiş Planck sabitine, m'ye ve atomun boyutuna ne şekilde bağlı olduğunu anlamak için bir tür boyut çözümlemesidir. Yanıtımıza 2, π, vb gibi çarpanlara kadar güvenmemiz gerekmez. a'yı da çok kesin şekilde tanımlamamıştık.) Potansiyel enerji, eksi e^2 bölü merkezden uzaklıktır, yani $-e^2/a$; burada e^2, I. Ciltte belirtildiği gibi, elektron yükünün karesi bölü $4\pi\epsilon_0$'dır. Şimdi incelik şuradadır: a küçüldükçe, potansiyel enerji azalır; fakat a ne kadar küçükse, belirsizlik ilkesi nedeniyle, gereken momentum da o kadar büyür ve dolayısıyla kinetik enerji artar. Toplam enerji şudur:

$$E = \frac{\hbar^2}{2ma^2} - \frac{e^2}{a} \tag{2.10}$$

Burada a'nın ne olduğunu bilmiyoruz, fakat atom bir tür uzlaşma için, enerjisini mümkün olan en küçük değeri alacak şekilde kendini düzenleyecektir. E'yi en aza indirmek için, onun a'ya göre türevini alırız, türevi sıfıra eşitleriz ve a'yı çözeriz. E'nin türevi

$$\frac{dE}{da} = -\frac{\hbar^2}{ma^3} + \frac{e^2}{a^2} \tag{2.11}$$

olur ve $dE/da = 0$ a için aşağıdaki değeri verir:

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{me^2} = 0{,}528 \text{ angström}$$
$$= 0{,}528 \times 10^{-10} \text{ metre} \tag{2.12}$$

Bu özel uzaklığa *Bohr yarıçapı* denir ve böylece atomik boyutun angström mertebesinde olduğunu öğrenmiş oluruz, ki bu doğrudur: Oldukça iyi; aslında, hayret verici, çünkü şu ana kadar atomların boyutunu anlamak için hiç dayanağımız olmamıştı! Atomlar klasik bakış açısından tamamen olanak dışıdır, çünkü elektronlar spiral çizerek çekirdeğe düşerler.

Enerjiyi bulmak için a_0'ın (2.12)'deki değerini (2.10)'da yerine koyarsak, şu çıkar:

$$E_0 = -e^2/2a_0 = -me^4/2\hbar^2 = -13{,}6 \text{ eV} \tag{2.13}$$

Negatif enerji ne anlama gelir? Elektron atomun içinde bulunduğu zaman, serbest olduğu zamankinden daha az enerjiye sahip demektir. Bağlı demektir. Bu demektir ki elektronun kapı dışarı edilmesi için enerji harcamalıdır; hidrojen atomunu iyonlaştırmak için 13,6 eV mertebesinde enerji harcanır. Bunun iki ya da üç katı -veya yarısı- ya da $(1/\pi)$ katı olmaz diye düşünmeye bir neden yok, çünkü öyle yarım yamalak bir kanıt kullandık ki. Bununla birlikte, hilekârca davranıp, tüm sabitleri doğru sayı çıkacak şekilde kullandık! Bu 13,6 eV değerine bir Rydberg enerjisi denir; bu, hidrojenin iyonlaşma enerjisidir.

Döşemenin içine doğru neden batmadığımızı artık anlıyoruz. Yürürken, ayakkabılarımız atomlarının kütleleriyle döşemenin atomlarının *kütlesini* bas-

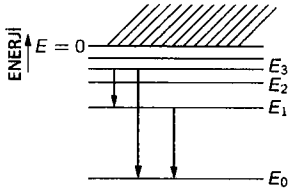
tırırlar. Atomları birbirlerine doğru sıkıştırmak için, elektronlar daha küçük bir bölgeye hapsolmalıdır ve belirsizlik ilkesiyle onların momentumları ortalamanın üzerinde daha fazla artmalıdır ve bu da daha yüksek enerji demektir; atomik basınca direnç kuantum-mekaniksel bir etkidir, klasik bir etki değil. Klasik olarak, tüm elektronları ve protonları bir araya sıkıştırsaydık, enerjinin daha da azalmasını beklerdik ve artı ile eksi yüklerin en iyi düzenlenişi tümünün üst üste gelmesidir. Bu klasik fizikte iyi bilinmekteydi ve atomun varlığı nedeniyle bir muammaydı. Kuşkusuz, ilk bilim insanları bu güçlüğü aşmanın bazı yollarını bulmuşlardı; fakat boş verin, biz doğru çıkışı bulduk artık! (Belki.)

Bu arada, şu anda onu anlamak için bir nedenimiz olmasa da, birçok elektronun bulunduğu bir durumda, onların birbirlerinden uzak durmaya çalıştıkları anlaşılır. Bir elektron belli bir bölgeyi işgal ederse, bir diğeri aynı bölgeyi işgal etmez. Daha kesin olarak, iki spin durumu vardır, öyle ki biri bir yönde ve diğeri diğer yönde dönerek ikisi birbiri üzerine oturabilir. Fakat bundan sonra oraya daha fazla elektron koyamayız. Diğerlerini bir başka yere koymalıyız ve maddenin dayanıklılığının asıl nedeni budur. Tüm elektronları aynı yere koyabilseydik, olduğundan daha bile yoğun olurdu. Masaları ve her şeyi katı yapan, elektronların tümünün birbiri üstüne gelememesi olgusudur.

Maddenin özelliklerini anlamak için klasik mekanikle yetinemeyiz, kuantum mekaniğini kullanmak zorunda olduğumuz açıktır.

2-5 Enerji düzeyleri

Atomdan olası en düşük enerji koşulu altında söz ettik, fakat elektronun başka şeyler de yapabileceği anlaşılıyor. Çok daha enerjili bir tarzda salınır ve kıpırdar ve böylece atomun birçok olası değişik hareketleri söz konusudur. Kuantum mekaniğine göre, bir atom için ancak durağan bir koşulda belirli enerjiler olabilir. Bir diyagramda (Şekil 2-9) enerjiyi düşey olarak çizelim ve her izinli enerji değerini bir yatay çizgiyle temsil edelim. Elektron serbestse, yani enerjisi pozitifse, her enerjiye sahip olabilir; her hızda hareket edebilir. Fakat bağlı enerjiler gelişigüzel olamaz. Atom, Şekil 2-9'daki gibi, bir izinli değerler kümesinden birine ya da öbürüne sahip olmalıdır.



Şekil 2-9 Bir atomun enerji diyagramı ve çeşitli olası geçişler.

Enerjinin izinli değerlerine E_0, E_1, E_2, E_3, . . . diyelim. Bir atom başlangıçta bu E_1, E_2, *vb*, "uyarılmış durumlar"ın birindeyse, hep bu durumda kalmaz. Er ya da geç bir düşük enerjili duruma iner ve ışık biçiminde enerji salar. Saldığı bu ışığın frekansı, enerji korunumu artı ışığın enerjisi ile frekansı arasındaki kuantum-mekaniksel (2.1) denklemiyle saptanır. Dolayısıyla, örneğin E_3 enerjisinden E_1 enerjisine geçişte salıverilen ışığın frekansı şudur:

$$\omega_{31} = (E_3 - E_1)/\hbar \tag{2.14}$$

Bu, atomun bir karakteristik frekansıdır ve bir tayfsal yayınlanma çizgisi tanımlar. Bir başka olası geçiş E_3'ten E_0'a olabilir. Bu da farklı bir frekansa sahip olur:

$$\omega_{30} = (E_3 - E_0)/\hbar \tag{2.15}$$

Bir başka olanak şudur: eğer atom E_1 durumuna uyarılmışsa,

$$\omega_{10} = (E_1 - E_0)/\hbar \tag{2.16}$$

frekanslı bir foton salarak, E_0 taban durumuna inebilir. Üç geçişten söz etmemizin nedeni ilginç bir bağıntıya değinmektir. (2.14), (2.15) ve (2.16)'dan şunu kolayca görürsünüz:

$$\omega_{30} = \omega_{31} + \omega_{10} \tag{2.17}$$

Genel olarak, iki spektral çizgi bulursak, bu frekansların toplamından (ya da frekansların farkından) bir başka çizgi bulmayı bekleriz ve bir dizi düzey bula-

rak tüm çizgiler anlaşılabilir, öyle ki her çizgi bir düzey çiftinin enerji farkına karşılık gelir. Kuantum mekaniği keşfedilmeden önce dikkat edilmiş olan spektrum frekanslarındaki bu şaşırtıcı çakışmaya, *Ritz'in birleştirme ilkesi* denir. Klasik mekanik açısından bir sırdır bu. Lafı uzatmayalım, klasik mekanik atomik bölgede başarısızdır; bunu büyük ölçüde gösterdik sanırım.

Kuantum mekaniğinin, belirli frekanslara ve dalga sayılarına sahip dalgalar gibi davranan genliklerle temsil edildiğini zaten söylemiştik. Şimdi atomun belirli enerji durumlarına sahip olmasını genlikler açısından nasıl ortaya koyabileceğimizi görelim. Bunu şu ana kadar söylediklerimizden anlayamayız, fakat sınırlanmış dalgaların belirli frekanslara sahip olduğu gerçeğine aşinalığımız var. Örneğin, ses bir org borusu ya da onun gibi bir şeyle sınırlanmışsa, sesin titreşebileceği birden fazla tarz vardır ve böyle her tarz için belirli bir frekans söz konusudur. Böylece içinde dalgaların hapsolduğu bir cisim çeşitli rezonans frekanslarına sahiptir. Dolayısıyla bu, sınırlı bir bölgedeki dalgaların sadece belirli frekanslarda var olan bir özelliğidir ve daha sonra denklemlerle daha ayrıntılı şekilde tartışılacaktır. Genliğin frekansları ile enerji arasında genel bağıntı mevcut olduğuna göre, atomlarda bağlı elektronlarla ilgili belirli enerjiler bulmak bizde pek şaşkınlık yaratmaz.

2-6 Felsefi çıkarımlar

Kuantum mekaniğinin bazı felsefi çıkarımlarını kısaca inceleyelim. Her zamanki gibi, problemin iki cephesi vardır: Biri fizik için felsefi çıkarım ve diğeri felsefi sorunların öbür alanlara uzatılmasıdır. Bilimle ilgili felsefi düşünceler bir başka alana sürüklendiğinde, genelde tamamen çarpıtılır. Dolayısıyla yorumlarımızı mümkün olduğunca fiziğin kendisiyle sınırlayacağız.

Her şeyden önce, en ilginç nitelik belirsizlik ilkesi fikridir: gözlem yapmanın kendisi, gözlemlenen olayı etkiler. Bir gözlem yapmanın olayı etkilemesi, her zaman bilinmekteydi; fakat mesele, düzeneği yeniden ayarlayarak bu etkinin göz ardı edilememesi, en aza indirilememesi ya da keyfi olarak azaltılamamasıdır. Bir olaya baktığımızda, onu belirli bir minimum düzeyde tedirgin ederiz ve *bakış açısının tutarlılığı için tedirgeme kaçınılmazdır*. Kuantum-öncesi fizikte bazen gözlemci önemliydi, ama fazlasıyla basit anlamda. Şu problem öne sürülmüştü: Bir ormanda bir ağaç devrilirse ve orada onu duyacak kimse yoksa, o ağaç bir gürültü çıkarır mı? *Gerçek* bir ormanda devrilen bir *gerçek* ağaç elbette ses çıkarır, orada kimse olmasa bile. Onu duyacak kimse olmasa da, kalan başka izler vardır. Ses bazı yaprakları sallayacaktır ve yeterince dikkatli olsaydık, bir yerlerde bir dikenin bir yaprağa sürtündüğünü ve onun üzerinde ufacık bir çizik oluşturduğunu, yaprağın sallandığını varsaymadıkça bunun açıklanamayacağını anlardık. Böylece belli bir anlamda bir sesin çıkarılmış olduğunu kabul ederdik. Şunu sorabilirdik: Sesin bir ***duygusu*** var mıydı? Hayır, herhalde duygular bilinçle ilgilidir. Acaba karıncalar bilinçli midir ve ormanda karıncalar var mıydı ya da ağaç bilinçli miydi? Bunları bilmiyoruz. Problemi bu yapıda bırakalım.

Kuantum mekaniğinin geliştirilmesinden beri, insanların üzerinde durduğu bir başka şey şu düşüncedir: Ölçemediğimiz şeylerden söz etmemeliyiz. (Aslında görelilik kuramı da böyle der.) Bir nesne ölçmeyle tanımlanmadıkça, kuramda onun yeri yoktur. Mademki yerelleşmiş bir parçacığın momentumunun doğru bir değeri ölçümle tanımlanamıyor, öyleyse onun kuramda yeri yoktur. Bu klasik kuramın sorunudur fikri *yanlış bir tutum*dur. Meselenin dikkatsiz bir çözümlemesidir. Sırf konum ve momentumu kesin olarak *ölçemiyoruz* diye, *a priori olarak* onlar hakkında konuşamayız anlamına gelmez bu. Sadece onlar hakkında konuşmamız gerekmiyor anlamına gelir. Bilimde durum şudur: Ölçülemeyen ya da doğrudan doğruya deneye dayandırılamayan bir kavram ya da bir düşünce, yararlı olabilir ya da olmayabilir. Onun kuramda var olması gerekmez. Başka bir deyişle, evrenin klasik kuramını evrenin kuantum kuramıyla

karşılaştırdığımızı düşünelim ve deneysel olarak konum ile momentumu sadece kesin olmayarak ölçebildiğimizin doğru olduğunu varsayalım. Soru şudur: Acaba bir parçacığın tam konumu ve bir parçacığın tam momentumu *fikri* geçerli midir, değil midir? Klasik kuram bu fikirleri kabul eder; kuantum kuramı etmez. Bu, başlı başına klasik fiziğin yanlış olduğu anlamına gelmez. Yeni kuantum mekaniği keşfedildiğinde, klasik insanlar -Heisenberg, Schrödinger ve Born dışında herkes- demişti ki, "Bakın, kuramınız işe yaramaz, çünkü şu tür soruları yanıtlayamazsınız: Bir parçacığın tam konumu nedir? Elektron hangi yarıktan geçer? Ve başkaları." Heisenberg'in yanıtı şuydu: "Böyle soruları yanıtlama gereği duymuyorum, çünkü deneysel olarak böyle sorular soramazsınız." Yani *sormamalıyız*. (a) ve (b) gibi iki kuram düşünelim; (a) kuramı içinde doğrudan sınanamayan fakat çözümlemede kullanılan bir fikir bulundursun ve diğer (b) kuramı bu fikri içinde bulundurmasın. Öngörülerinde uyuşmuyorlarsa, (b)'nin yanlış olduğunu iddia edemezsiniz, çünkü o bu fikri kapsamıyordur, bu fikir (a)'dadır, çünkü bu fikir doğrudan doğruya sınanamayacak şeylerden biridir. Hangi fikirlerin doğrudan sınanamayacağını bilmek daima iyidir, fakat onların hepsini ortadan kaldırmak gerekmez. Sadece deneye doğrudan konu olan kavramaları kullanarak bilimin peşinden koşmak doğru değildir.

Kuantum mekaniğinin kendi içinde, bir dalga fonksiyonu genliği vardır, bir potansiyel vardır ve doğrudan ölçemediğimiz birçok kurgu vardır. Bilimin özü, onun *öngörme* yetisidir. Öngörmek, asla yapılmamış bir deneyde ne olacağını söylemek demektir. Bunu nasıl yapabiliriz? Orada ne olduğunu, deneyden bağımsız olarak bildiğimizi varsayarak. Deneyleri, onların yapılmadığı bir bölgeye uzatarak değer tahmin etmeliyiz. Kavramlarımızı alıp, onları henüz sınamadığımız yerlere uzatmalıyız. Bunu yapmazsak, öngörümüz olmaz. Böylece klasik fizikçiler için güle oynaya ilerlemek ve konumun bir top için açıkça ne anlama geliyorsa bir elektron için de aynı anlama geldiğini varsaymak mükemmelen akla uygundu. Bu akılsızlık değildi. Akla uygun bir süreçti. Bugün görelilik yasasının bütün enerjilerde doğru olarak kabul edildiğini söylüyoruz, fakat bakarsınız, bir gün birisi çıkar ve ne kadar şapşalmışız der. "Kelleyi koltuğa alıncaya" kadar nerede "akılsız" olduğumuzu bilemeyiz ve dolayısıyla bütün mesele tehlikeye atılmaktır. Hatalı olduğumuzu anlamanın tek yolu öngörülerimizin *ne* olduklarını öğrenmektir. Kurgular yapmak mutlak şekilde gereklidir.

Kuantum mekaniğinin belirsizliği üzerine birkaç yorum zaten yapmıştık. Yani, fizikte mümkün olduğunca dikkatli bir şekilde düzenlenmiş verilen bir durumda ne olacağını öngöremeyiz. Uyarılmış bir durumda bir atom varsa ve bir foton yayınlayacaksa, fotonu *ne zaman* yayınlayacağını söyleyemeyiz. Herhangi bir zamanda bir foton yayınlamak için belirli bir genliğe sahiptir ve sadece bir yayınlanma olasılığı öngörebiliriz; geleceği tam olarak öngöremeyiz. Her türlü saçmalığa ve irade özgürlüğü anlamında sorulara ve dünyanın belirsiz olduğu fikrine işte bu neden olmaktadır.

Elbette klasik fiziğin de, bir bakıma, kesin olmadığını vurgulamalıyız. Genelde bu kesinsizliğin -geleceği öngöremeyiz anlamında- önemli bir kuantummekaniksel şey olduğu düşünülür ve aklın davranışını, özgür irade hissini vb, açıklamak için bu söylenir. Fakat dünya klasik olsaydı -mekanik yasaları klasik olsaydı- aklın aşağı yukarı aynı hissetmeyeceği hususu pek açık değildir. Klasik olarak şu doğrudur; dünyada ya da bir kutu gazda her parçacığın konumunu ve hızını bilseydik, ne olacağını tam olarak öngörebilirdik. Dolayısıyla klasik dünya belirlenimcidir. Bununla birlikte, sonlu doğruluğa sahip olduğumuzu ve sırf bir atomun nerede olduğunu, diyelim ki milyonda bir hatayla *tam olarak* bilmediğimizi varsayın. O zaman o atom ilerlerken başka bir atoma çarpar ve konumu milyonda birden daha iyi bilmediğimiz için, çarpışmadan sonra konumda daha bile büyük bir hata buluruz. Kuşkusuz bu bir sonraki çarpışmada artar, öyle ki sadece ufacık bir hatayla başlasak bile, hızla çok büyük bir be-

lirsizliğe yükselir. Bir örnek verelim: Su barajdan aşağı düştüğünde, sıçrar. Yakınında durursak, arada sırada burnumuza bir damla düşer. Bunun tamamen rastgele olduğu görülür, yine de böyle bir davranış sırf klasik yasalarla öngörülebilir. Tüm damlaların tam konumu, barajdan düşmeden hemen önce suyun kıpırdanmalarına bağlıdır. Nasıl? Ufacık düzensizlikler düşmede büyür, öyle ki tam rastgelelik elde ederiz. Suyun hareketini *bütün yönleriyle tam olarak* bilmedikçe, damlaların konumunu aslında öngöremeyeceğimiz açıktır.

Çok daha kesin konuşmak gerekirse, ne kadar hassas olursa olsun, verilen keyfi bir doğruluk için, öyle uzun bir süre bulunabilir ki bu sürede geçerli öngörüler yapamayız. Mesele, bu sürenin uzunluğunun çok büyük olmamasıdır. Doğruluk milyarda birse, bu süre milyonlarca yıl değildir. Zaman, aslında hatayla sadece logaritmik olarak geçer ve sonunda anlaşılır ki çok kısa bir sürede tüm bilgimizi yitiririz. Doğruluk milyar ve milyar ve milyarda bir olarak alınırsa –ne kadar çok milyar dersek diyelim, yeter ki bir yerde duralım– bu durumda doğruluğu ifade etmek için geçmiş olan süreden daha az bir süre bulabiliriz –bundan sonra artık ne olacağını öngöremeyiz! Dolayısıyla insan aklının görünür serbestliği ve belirsizliğinden, klasik "belirlenimci" fiziğin evreni asla anlayamayacağının farkına varmalıydık ve kuantum mekaniğinin "tam anlamıyla mekaniğe ait" evrenden kurtarılmış olmasını hoş karşılamalıydık demek pek adil olmaz. Çünkü klasik mekanikte, pratik bakış açısından, zaten belirlenemezlik vardı.

3

OLASILIK GENLİKLERİ

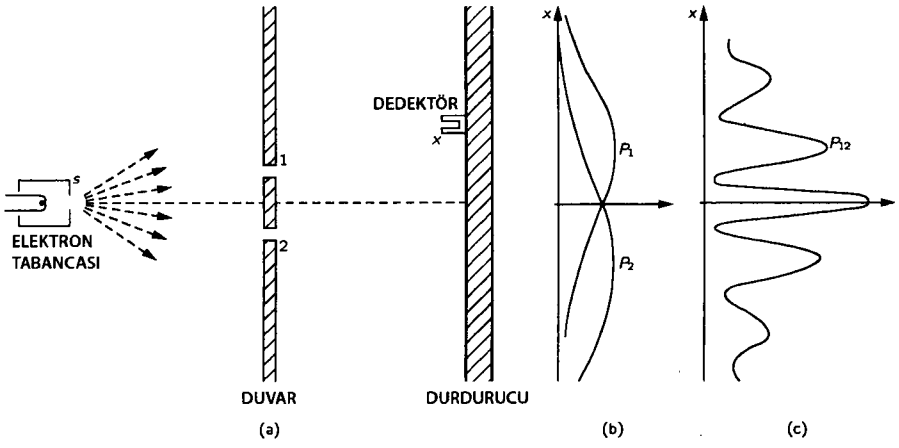
3-1 Genlikleri birleştirmek için yasalar
3-2 Çift yarıkta girişim deseni
3-3 Bir kristalden saçılma
3-4 Özdeş parçacıklar

3-1 Genlikleri birleştirmek için yasalar

Schrödinger, doğru kuantum mekaniği yasalarını ilk kez keşfettiğinde, bir parçacığın farklı yerlerde bulunma genliğini betimleyen bir denklem yazdı. Bu denklem klasik fizikten zaten bildiğimiz denkleme, havadaki bir ses dalgasının hareketini, ışığın iletimini ve benzeri olayları tanımlamak için kullandıkları denkleme oldukça benziyordu. Bu nedenle kuantum mekaniğinin ilk yılları çoğu zaman bu denklemin çözülmesine ayrılmıştı. Fakat aynı zamanda, Born ve Dirac tarafından kuantum mekaniğinin arkasında yatan yeni fiziksel fikirler için bir kavrayış geliştirildi. Kuantum mekaniği daha da ilerledikçe, elektron spini ve farklı görelilik etkileri gibi Schrödinger denklemi tarafından doğrudan kapsanmayan çok sayıda olgunun varlığı bulundu. Geleneksel olarak kuantum mekaniğindeki bütün dersler benzer yolu, konunun tarihsel gelişiminde izlenilen yolu, takip eder. İlk olarak Schrödinger denkleminin nasıl çözüleceğinin anlaşılması için klasik mekanik hakkında çok sayıda bilgi öğretilir. Daha sonra denklemin değişik çözümleri üzerine uzun zaman harcanır. Sadece bu denklemin detaylı incelenmesinden sonra elektron spini gibi "ileri" konular araştırılmaya başlanır.

İlk olarak bu fizik derslerinde, sınırlandırılmış bölgedeki ses dalgalarının tanımlanması, silindirik oyuklardaki elektromanyetik ışınımın kipleri vb gibi klasik fiziğin karmaşık denklemlerinin nasıl çözüleceğini göstererek ilerlemeyi düşünmüştük. İlk plan buydu. Bununla birlikte kuantum mekaniğine bir giriş yapmak adına geleneksel yolu terk etmeye karar verdik. Kuantum mekaniğinin aslında oldukça basit olan ileri konularına dair sonuçlar çıkaracağız. Bu kısımdaki matematik oldukça anlaşılırdır ve basit cebirsel işlemleri içerirken, karmaşık diferansiyel denklemler yoktur. Asıl problem uzaydaki parçacıkların *detaylı* davranışını tanımlayamayacağımız bir boşluğu aşmaktır. Bu durumda yapmaya çalışacağımız şudur: geleneksel olarak kuantum mekaniğinin "ileri" kısımları olarak adlandırılan konular hakkında bir şeyler söylemek. Fakat garanti ederiz ki bu kısımlar, tüm tuhaf yönlerine rağmen kelimenin tam anlamıyla en basit ve en temel kısımlarıdır. Açık yüreklilikle söyleyebiliriz ki bu pedagojik bir deneydir ve bildiğimiz kadarıyla daha önce denenmemiştir.

Bu bağlamda, elbette, nesnelerin oldukça garip olan kuantum mekaniksel davranışlarını incelerken zorluklar olacaktır. Hiç kimsenin ne olacağına dair sezgisel, basit bir fikir elde etmek için güvenebileceği bir tecrübesi olmadı. Bu nedenle konuyu açıklamak için iki yol var: ya konuyla ilgili doğru yasaları vermeksizin az çok ne olacağını söyleyeceğimiz oldukça kabataslak fiziksel bir yolu takip edebiliriz ya da diğer yandan ilgili yasaları en soyut haliyle verebiliriz. Fakat soyut olmaları nedeniyle fiziksel olarak ne anlama geldiklerini bilemeyeceksiniz. İkinci yöntem çok da başarılı sayılmaz çünkü tamamen soyuttur ve ilk yöntem de tam olarak neyin doğru neyin yanlış olduğu anlaşılamayacağı için rahatsız edicidir. Bu zorluğun üstesinden nasıl geleceğimiz konusunda emin değiliz. Aslında 1. ve 2. Bölümde bu probleme değindiğimizi hatırlayacaksınız. İlk bölüm görece daha tamdı fakat ikinci bölüm farklı olguların özelliklerinin kaba bir tanımlanmasıydı. Burada bu iki uç arasında mutlu bir orta nokta bulmaya çalışacağız.



Şekil 3.1 Elektronlarla girişim deneyi.

Bu bölümde kuantum mekaniğine dair bazı genel fikirleri inceleyeceğiz. Bunlardan bazıları oldukça kesindir diğerleriyse kısmen kesindir. Şu an hangisinin kesin olup olmadığını söylemek zordur fakat kitabın geri kalanını bitirdiğinizde hangi kısmın daha tam ve hangi kısmın sadece kabataslak açıklandığını anlayacaksınız. Fakat bu bölüm bu kadar belirsiz olmayacak. Aslında sonraki bölümlerin daha eksiksiz olması için dikkat edeceğimiz durumlardan birisi kuantum mekaniği hakkında en güzel şeylerden birini, ne kadar az ilkeden ne kadar çok şey çıkaracağımızı göstermektir.

Yeniden *olasılık genliklerinin* üst üste binmesi konusunu tartışmaya başlıyoruz. Şekil 3-1'de gösterildiği gibi, 1. Bölümde tanımladığımız deneye benzer bir deneyi gerçekleştireceğiz. *s* olarak göstereceğimiz bir parçacık (elektron gibi) kaynağımız olsun; bu deneyde iki yarığa sahip bir duvar ve duvarın arkasındaysa herhangi bir *x* konumuna yerleştirilmiş bir dedektör olsun. Parçacıkların *x* konumunda olma olasılıklarını araştırıyoruz. Kuantum mekaniğindeki *ilk genel ilkemiz, s* kaynağından serbest bırakılan parçacıkların *x* konumuna varma olasılığının, *olasılık genliği* adı verilen karmaşık bir sayının mutlak değerinin karesi tarafından gösterilebildiğidir: *"s kaynağından serbest bırakılan parçacıkların x konumuna varma olasılıkları."* Buna benzer genlikleri sık sık –Dirac tarafından keşfedilen ve genelde kuantum mekaniğinde kullanılan– stenografik bir gösterimle resmedeceğiz. Olasılık genliğini şu şekilde tanımlıyoruz:

$$\langle x \text{ konumuna varan parçacıklar} \mid s\text{'den ayrılan parçacıklar} \rangle \qquad (3.1)$$

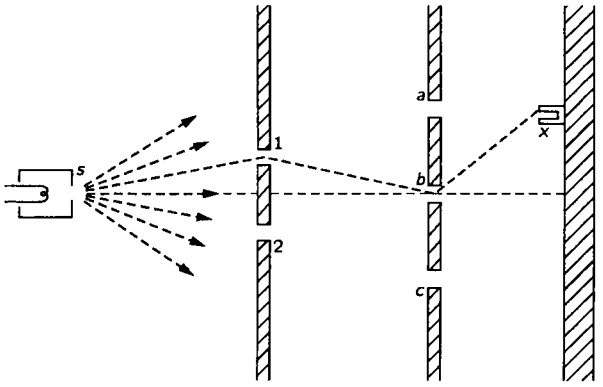
Diğer bir deyişle ⟨ ⟩ iki braket gösterimi "genliği" resmeder; dikey çizginin sağ tarafı her zaman *başlangıç* koşulunu, sol tarafıysa *son* durumu göstermektedir. Bazen gösterimi bu kadar kısaltmak ve başlangıç ile son durumu bir harfle göstermek çok daha uygun olacaktır. Örneğin (3.1) denkleminde gösterilen genliği şu şekilde ifade edebiliriz

$$\langle x \mid s \rangle \qquad (3.2)$$

Bunun gibi bir genliğin sadece bir sayı olduğunu vurgulamak isteriz; *karmaşık* bir sayı.

1. Bölümde gördüğümüz gibi parçacıkların dedektöre ulaşması için iki yol vardır; son olasılık iki olasılığın toplamı değildir fakat iki genliğin toplamının mutlak değer karesi şeklinde yazılmalıdır. Her iki yarık açıkken bir elektronun dedektöre varma olasılığı aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$P_{12} = |\phi_1 + \phi_2|^2 \qquad (3.3)$$



Şekil 3-2 Daha karmaşık bir girişim deneyi.

Şimdi elde ettiğimiz sonuçları yeni gösterimimiz cinsinden ifade edelim. Bununla birlikte ilk olarak kuantum mekaniğinin *ikinci genel ilkesini* açıklamak istiyoruz: Bir parçacık iki olası yoldan birine ulaştığında, süreç için toplam genlik ayrı ayrı hesaba katılan iki yolun *genliklerinin toplamıdır.* Yeni gösterimimizde toplam genliği şu şekilde ifade edebiliriz

$$\langle x \mid s\rangle_{\text{her iki yarık açık}} = \langle x \mid s\rangle_{1.\text{ yarık}} + \langle x \mid s\rangle_{2.\text{ yarık}} \tag{3.4}$$

Bu arada 1. ve 2. yarığın yeterince küçük olduğunu varsayıyoruz ve bir elektron yarığa vardığında yarığın neresinden geçeceği konusunu tartışmıyoruz. Elbette her yarığı belirli bir genliği verecek şekilde, elektronların yarığın üst kısmından ya da alt kısmından gitmesi için, parçalara bölebilirdik. Yarığın yeterince küçük olduğunu varsaydığımız için bu detay konusunda endişe duymamıza gerek yok. Bu deneyin içerdiği bir pürüzdür: elbette deney çok daha hassas bir hale getirilebilir fakat şimdilik bunu istemiyoruz.

Şimdi elektronun 1. yarığı kullanarak x-konumundaki dedektöre ulaştığı sürecin genliğini daha detaylı inceleyelim. Bunu *üçüncü genel ilkeyi* kullanarak yapabiliriz: parçacık bazı özel yolları tercih ettiğinde, bu yol için genlik, *genliklerin çarpımı* olarak, diğer bir deyişle tercih ettiği yolun bir parçasındaki genliğiyle yolun diğer parçasındaki genliğinin çarpımı olarak yazılır. Şekil 3-1'deki düzenek için, 1. yarık kullanılarak s'den x'e gidildiğinde elde edilen genlik, s'den 1'e gidildiğindeki genlik ile 1'den x'e gidildiğinde elde edilen genliğin çarpımına eşittir.

$$\langle x \mid s\rangle_{1.\text{ yarıktan}} = \langle x \mid 1\rangle\langle 1 \mid s\rangle \tag{3.5}$$

Bu sonuç yine de tamamen doğru değildir. Elektronun 1. yarıktan geçtiği durumdaki genlik için bir faktör eklememiz gerekir; fakat bu durumda deliklerimiz oldukça basittir ve bu faktörü 1 olarak alacağız.

(3.5) denkleminin tersten yazılmış olduğuna dikkat ediniz. Denklem sağdan sola okunmalıdır: İlk olarak elektron s'den 1'e daha sonra 1'den x'e gitmektedir. Özetle olaylar art arda gerçekleştiğinde –yani, eğer parçacığın yollarından birini, daha sonra diğerini ve daha sonra diğerini analiz edebilirseniz– yol için son genlik, ardışık her bir olayın genliklerinin çarpımıyla bulunabilir. Bu yasayı kullanarak (3.4) denklemini aşağıdaki gibi ifade edebiliriz:

$$\langle x \mid s\rangle_{\text{iki yarık}} = \langle x \mid 1\rangle\langle 1 \mid s\rangle + \langle x \mid 2\rangle\langle 2 \mid s\rangle$$

Şimdi sadece bu yasaları kullanarak Şekil 3-2'de gösterilene benzer daha karmaşık bir problemi hesaplayabiliriz. Diyelim ki, iki duvarımız var; duvarlardan birisi 1 ve 2 olarak gösterilen iki yarığa ve diğer duvarda *a, b ve c* olarak gösterilen üç yarığa sahip olsun. İkinci duvarın arkasında x konumunda bulunan bir dedektör bulunmaktadır ve bir parçacığın bu dedektöre varma olasılığını bulmaya çalışacağız. Dalgaların girişim ya da üst üste binme durumunu hesaplayarak bunu kolayca yapabilirsiniz; ayrıca altı olası yol için ayrı ayrı genlikleri hesaba katarak olasılığı hesaplayabilirsiniz. Elektron 1. yarıktan gidebilir daha sonra a ve daha sonra da x yolunu takip edebilir; ya da 1. yarıktan geçip ilk olarak b'ye sonra da x'e ulaşabilir ve bunun gibi. İkinci ilkemize göre, alternatif yolları ekleyerek s'den x'e olan genliği altı ayrı genliğin toplamı olarak

yazabiliriz. Diğer yandan üçüncü ilkeyi kullanarak bu ayrı genliklerin her birini üç genliğin çarpımı olarak yazabiliriz. Örneğin bunlardan biri, s'den 1'e olan genlik çarpı 1'den a'ya olan genlik çarpı a'den x'e olan genliğin çarpımına eşittir. Stenografik gösterimimizi kullanarak s'den x'e olan bütün genliği şu şekilde yazabiliriz:

$$\langle x \mid s\rangle = \langle x \mid a\rangle\langle a \mid 1\rangle\langle 1 \mid s\rangle + \langle x \mid b\rangle\langle b \mid 1\rangle\langle 1 \mid s\rangle + \cdots + \langle x \mid c\rangle\langle c \mid 2\rangle\langle 2 \mid s\rangle$$

Yukarıdaki ifadeyi toplam gösterimi cinsinden ifade ederek kısaltabiliriz:

$$\langle x \mid s\rangle = \sum_{\substack{i=1,2 \\ \alpha=a,b,c}} \langle x \mid \alpha\rangle\langle \alpha \mid i\rangle\langle i \mid s\rangle \tag{3.6}$$

Bu yöntemleri kullanarak herhangi bir hesaplama yapmak için doğal olarak her yerden geçişe ait genliklerin biliniyor olması gerekir. Sadece tipik bir genlik için kabataslak fikri vereceğiz. Bu fikir elektronun spini ya da ışığın kutuplanması gibi kesin olguları ihmal eder fakat bunun gibi olguların dışında oldukça doğrudur. Yarıkların farklı kombinasyonlarını içeren problemleri çözebilmeniz için bu fikri ortaya koyuyoruz. Boş bir uzayda, belirli bir enerjiye sahip parçacığın $\boldsymbol{r}_1$ konumundan $\boldsymbol{r}_2$ konumuna gittiğini düşünün. Diğer bir deyişle üzerine hiçbir kuvvetin etki etmediği serbest bir parçacık olsun. Önündeki sayısal faktör haricinde $\boldsymbol{r}_1$ konumundan $\boldsymbol{r}_2$ konumuna gitme genliği

$$\langle r_2 \mid r_1\rangle = \frac{e^{ip\cdot r_{12}/\hbar}}{r_{12}} \tag{3.7}$$

biçiminde ifade edebiliriz. Burada $\boldsymbol{r}_{12} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1$ ve $\boldsymbol{p}$

$$p^2c^2 = E^2 - (m_0c^2)^2$$

şeklindeki görelilik denklemiyle ya da

$$\frac{p^2}{2m} = \text{Kinetik enerji}$$

şeklindeki göreli olmayan denklemle ifade edilen E enerjisiyle ilişkili momentumu göstermektedir. (3.7) denklemi parçacıkların dalga benzeri özelliklere sahip olduğunu ifade eder, yani bir dalga gibi hareket eden genliğin dalga sayısının, momentum bölü $\hbar$'a eşit olduğunu gösterir.

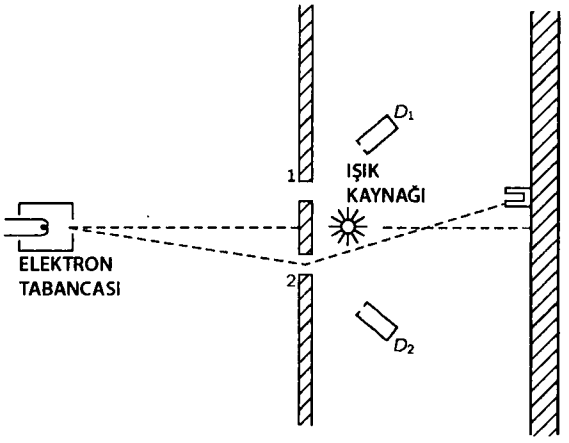
En genel durumda genlik ve ilgili olasılık zamanı da içerir. Başlangıçtaki tartışmalarımızın çoğunda, kaynağımızın zaman konusunda endişe etmemizi önleyecek şekilde sadece belirli enerjilere sahip parçacıklar yayınladığını kabul edeceğiz. Fakat genel durumda diğer bazı problemlerle de ilgilenebiliriz. Bir parçacığın belirli bir P noktasından belirli bir anda yayınlandığını varsayalım ve belirli bir süre sonra bir $\boldsymbol{r}$ konumuna varma genliğini bulmaya çalıştığımızı düşünelim. Bu genlik sembolik olarak $\langle \boldsymbol{r}, t = t_1 | P, t = 0\rangle$ şeklinde yazılabilir. Açıkça görülmekte ki bu genlik hem $\boldsymbol{r}$'ye hem de t'ye bağımlıdır. Eğer dedektörü başka bir konuma koyarsanız ve farklı bir zamanda ölçüm yaparsanız farklı sonuçlar elde edersiniz. Genelde $\boldsymbol{r}$ ve t'nin bu fonksiyonu bir dalga denklemi olan diferansiyel bir denklemi sağlar. Örneğin göreli olmayan durumda bu Schrödinger denklemidir. Bu nedenle dalga denklemini, bir gaz içindeki ses dalga denklemiyle ya da elektromanyetik dalga denklemiyle benzeştirebiliriz. Bununla birlikte denklemi sağlayan dalga fonksiyonunun uzaydaki gerçek bir dalga olmadığını vurgulamamız gerekir; hiç kimse bu dalgayla ilgili herhangi bir gerçekliği, bir ses dalgası gibi resmedemez.

Bir parçacıkla ilgilendiğimiz durumu birileri "parçacık dalgaları" cinsinden düşünmeye meyilli olsa da, bu iyi bir fikir değildir çünkü örneğin iki parçacığımız varsa biri $\boldsymbol{r}_1$ diğeri $\boldsymbol{r}_2$'de olan genlikleri bulmak, üç boyutlu uzayda altı farklı $\boldsymbol{r}_1$ ve $\boldsymbol{r}_2$ değişkenine bağımlı olacağından kolay olmayacaktır. Eğer iki ya da daha fazla parçacıkla ilgileniyorsak ek bir ilkeye daha ihtiyacımız olacaktır: İki parçacığın birbiriyle etkileşmemesi şartıyla son genlik, farklı şekilde davranan iki parçacığın iki ayrı genliğinin çarpımı olacaktır. Örneğin $\langle a|s_1\rangle$ birinci parçacığın s_1'den a'ya gitmesi için yazılan genlik ve $\langle b|s_2\rangle$ ikinci parçacığın

s_2'den b'ye gitmesi için yazılan genlikse, iki farklı olayın meydana gelme genlikleri aşağıdaki biçimde ifade edilir:

$$\langle a|s_1\rangle\langle b|s_2\rangle$$

Vurgulamamız gereken bir nokta daha var. Şekil 3-2'deki parçacıkların ilk duvarın 1. ve 2. yarıklarına varmadan önce nereden harekete geçtiklerini bilmediğimizi varsayalım. Parcacığın 1. yarığa varma genliği ile parcacığın 2. yarığa varma genliğini ifade eden iki sayının elde edilmesiyle yine de duvarın arkasında ne olacağına dair (örneğin x-konumuna varma genliği) bir tahmin yürütebiliriz. Diğer bir deyişle, Denk. (3-6)'da gösterildiği gibi, art arda meydana gelen olaylarda genliklerin birbirleriyle çarpılması nedeniyle analizi devam ettirmek için bilmemiz gereken şey sadece iki sayıdır; bu durumda sayılar $\langle 1|s\rangle$ ve $\langle 2|s\rangle$'dir. Bu iki karmaşık sayı gelecekte ne olacağını tahmin etmek için yeterlidir. Bu durum kuantum mekaniğinin neden gerçekten de kolay olduğunu gösterir. İlerleyen bölümlerde başlangıç koşullarını iki ya da birkaç sayıyla belirleyebildiğimiz durumda yukarıdaki örneğe benzer olayları inceleyeceğiz. Elbette bu sayılar kaynağın ve muhtemelen düzenekteki diğer detayların nerede konumlandırıldığına bağlıdır fakat bu iki sayı sayesinde daha fazla detay bilmemize gerek yoktur.



Şekil 3-3 Elektronun hangi yarıktan geçtiğini belirleyen deney.

3-2 İki yarıkta girişim deseni

Şimdi 1. Bölümde değindiğimiz bir konuyu daha detaylı bir şekilde incelemek istiyoruz. Bu kez nasıl çalıştığını size göstermek için genlik fikrinin bütün güzelliklerini göz önüne alacağız. Şekil 3-1'de gösterilene benzer bir deney yapacağız fakat şimdi Şekil 3-3'te gösterildiği gibi iki yarığın arkasına ek bir ışık kaynağı yerleştireceğiz. 1. Bölümde şu ilginç sonuçlara ulaşmıştık. Eğer 1. kaynağın arkasına bakarsak ve buradan saçılan bir foton görürsek, saçılan fotonlarla çakışan x konumundaki elektronlar için elde edilen dağılımın 2. yarık kapalıymış gibi elde edilene benzer olduğunu buluruz. Ya 1. yarık ya da 2. yarıkta "görülen" elektronlar için toplam dağılım ayrı ayrı dağılımların toplamına eşitti ve ışığın kapalı olduğu durumdan tamamen farklıydı. Bu en azından yeterince kısa dalga boyuna sahip bir ışık kullandığımızda doğruydu. Eğer dalga boyu çok daha büyük olursa hangi yarıktan saçılma olduğunu belirleyemeyiz ve dağılım ışığın kapalı olduğu durumdakine daha çok benzer hale gelir.

Şimdi de yeni gösterimimizi ve birleşik genlik ilkesini kullanarak ne olacağını inceleyelim. Yazımı kısaltmak için elektronun 1. yarığı kullanarak x konumuna varacağı genliğe yeniden ϕ_1 diyelim:

$$\phi_1 = \langle x|1\rangle\langle 1|s\rangle$$

Benzer şekilde ϕ_2, 2. yarığı kullanarak dedektöre ulaşan elektronun sahip olduğu genliği göstersin:

$$\phi_2 = \langle x|2\rangle\langle 2|s\rangle$$

Bunlar eğer ışık yoksa iki yarıktan geçerek x konumuna varma genlikleridir. Eğer ışık varsa kendimize şunu sorabiliriz: Elektronun s konumundan harekete

başlaması ve L ışık kaynağından bir foton saçılmasından sonra, elektronun x konumuna varması ve 1. yarığın arkasından bir fotonun görülmesi için genlik nedir? Şekil 3-3'te gösterildiği gibi D_1 dedektörü yardımıyla 1. yarığın arkasındaki bir fotonu gözlemlediğimizi ve benzer bir D_2 dedektörü yardımıyla 2. yarığın arkasından saçılan fotonları saydığımızı varsayalım. D_1'e varan bir foton ve x konumundaki bir elektron için bir genlik olacaktır ve benzer şekilde D_2'ye varan bir foton ve x konumundaki bir elektron için bir genlik olacaktır. Şimdi bu genlikleri hesaplayalım.

Bu hesaba dahil olması gereken bütün faktörler için doğru matematiksel formülasyona sahip olmasak da yapacağımız tartışmada bu denklemin ruhunu göreceksiniz. İlk olarak kaynaktan 1. yarığa giden elektron için bir $\langle 1|s\rangle$ genliği vardır. Elektron birinci yarıktayken D_1 dedektörüne doğru bir foton saçtığı anda belli bir genliğe sahip olduğunu varsayabiliriz. Bu genliği a olarak gösterelim. Sonra 1. yarıktan x konumundaki elektron dedektörüne giden bir elektronun $\langle x|1\rangle$ genliği vardır. Elektronun 1. yarık sayesinde s'den x'e gittiği *ve* D_1 dedektörüne bir foton saçtığı genlik

$$\langle x|1\rangle\, a\, \langle 1|s\rangle$$

biçiminde ya da önceki gösterimde olduğu gibi sadece $a\phi_1$ biçiminde yazılabilir.

Ayrıca elektronun 2. yarıktan geçerek D_1 sayacına bir foton saçtığı bazı genlikler de vardır. Şunu söyleyebilirsiniz "Bu imkânsız; sadece 1. yarığa bakıyorsak nasıl D_1 sayacına saçılabilir?" Eğer dalga boyu yeterince uzunsa kırınım etkileri gözlenir ve büyük bir ihtimalle bu saçılma meydana gelir. Eğer düzenek iyi hazırlanmışsa ve kısa dalga boyuna sahip fotonlar kullanılıyorsa, saçılan fotonun genliği çok küçük olur. Fakat genel tartışmadan sapmamak için, her zaman b olarak adlandıracağımız bunun gibi bazı genlikleri hesaba katacağız. 2. yarıktan geçerek D_1'e bir foton saçan bir elektronun genliği

$$\langle x|2\rangle\, b\, \langle 2|s\rangle = b\phi_2$$

biçiminde ifade edilebilir.

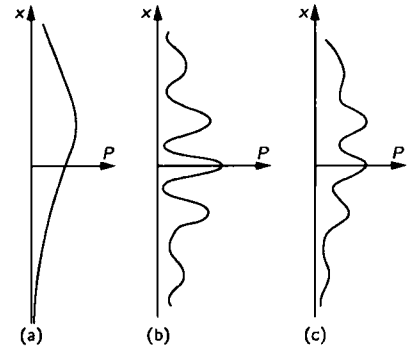
x konumunda bir elektron ve D_1'de bir foton bulunma genliği, bir elektron için olası her yolu gösteren bu iki terimin toplamıdır. Her bir terim sırasıyla iki faktörden meydana gelir; birincisi bir yarıktan gelen elektron için ikincisi bir elektron tarafından saçılan foton için

$$\left\langle \begin{matrix} x \text{ konumundaki elektron} \\ D_1\text{'deki foton} \end{matrix} \middle| \begin{matrix} s\text{'den harekete geçen elektron} \\ L\text{'den çıkan foton} \end{matrix} \right\rangle = a\phi_1 + b\phi_2 \quad (3.8)$$

Benzer bir ifade D_2 dedektöründe bulunan bir foton için de yazılabilir. Basitlik için sistemin simetrik olduğunu varsayarsak, a aynı zamanda elektron 2. yarığı geçtikten sonra D_2 dedektöründe bulunan bir foton için genliktir ve b de, elektron 1. yarığı geçtikten sonra D_2 dedektöründe bulunan bir foton için genliktir. D_2 dedektöründe bulunan bir foton ve x konumundaki bir elektron için ilgili genlik

$$\left\langle \begin{matrix} x \text{ konumundaki elektron} \\ D_2\text{'deki foton} \end{matrix} \middle| \begin{matrix} s\text{'den harekete geçen elektron} \\ L\text{'den çıkan foton} \end{matrix} \right\rangle = a\phi_2 + b\phi_1 \quad (3.9)$$

biçiminde ifade edilebilir.



Şekil 3-4 Şekil 3-3'teki deneyde, D'de bir fotonla çakışan x konumundaki bir elektronun sayım olasılığı. (a) b=0, (b) b=a, (c) $0 < b < a$.

Şimdi işimizi bitirdik. Farklı durumlar için genliği kolayca hesaplayabiliriz. D_1 sayacındaki foton ve x konumundaki bir elektron için olasılığın ne olduğunu bulmayı istiyoruz. Bu (3.8) denklemiyle verilen genliğin mutlak değerinin karesi olacaktır, yani $|a\phi_1 + b\phi_2|^2$. Şimdi bu tanıma daha yakından bakalım. İlk olarak eğer b sıfırsa –düzeneği bu şekilde ayarlamış olduğumuzu varsayalım– o zaman cevap sadece $|\phi_1|^2$, yani toplam genlik bir $|a|^2$ faktörü kadar azaltılmıştır. Bu sadece bir yarık varsa elde edeceğiniz olasılıktır; Şekil 3-4'ün (a) kısmında gösterildiği gibi. Diğer yandan eğer dalga boyu çok büyükse 2. yarığın arkasından D_1'e doğru saçılma tıpkı 1. yarıkta gerçekleşene benzer olabilir. a ve b genliklerini içeren bazı evreler olsa da, bu ikisinin eşit olduğu basit bir durumu düşünebiliriz. Pratik olarak eğer a, b'ye eşitse toplam olasılık bir $|a|^2$ faktörüyle çar-

pılmış $|\phi_1 + \phi_2|^2$ genliği haline gelir. Oysa bu sadece fotonların etkisinin dahil edilmediği olasılık dağılımıdır. Bu nedenle dalga boyunun büyük olduğu durumda –ve fotonların saptanmasının yetersiz olduğu durumlarda– Şekil 3-4(b)'de görülen girişim etkilerini gösteren özgün dağılım eğrisini elde ederiz. Saptamanın kısmen etkili olduğu durumlarda ϕ_1'in çoğunda ve biraz da ϕ_2 arasında bir girişim vardır ve Şekil 3-4(c)'de resmedildiği gibi ara bir dağılım elde ederiz. Şüphesiz ki, D_2'deki fotonlar ve x konumundaki elektronların rastgele sayılarını incelersek, benzer sonuçların elde edildiği görülecektir. Şayet 1. Bölümdeki tartışmayı hatırlarsak, bu sonuçların ilgili yerde anlatılanın sayısal bir tanımı olduğunu göreceksiniz.

Şimdi genel bir hatadan kaçınmak için önemli bir noktayı vurgulamak istiyoruz. Fotonların D_1 ya da D_2'de sayılmalarını *önemsemeksizin,* sadece x konumuna varan elektronların genliklerini bilmek istediğimizi hayal edelim. Denklem (3.8) ve (3.9)'da verilenler birbirlerine eklenmeli mi? *Farklı ve ayrık son durumlar için asla genlikleri toplamamalısınız.* Foton bir kez bir foton sayacı tarafından tespit edildi mi, eğer sistemi daha fazla rahatsız etmek istemiyorsak, hangi alternatif yolun kullanıldığını her zaman belirleyebiliriz. Her alternatif birbirlerinden tamamen farklı bir dağılıma sahiptir. Tekrarlarsak, farklı *son* koşullara sahip genlikleri eklemeyin, burada "son koşuldan" kastettiğimiz şey beklenen *olasılıktır*; yani deney "bittiği" andaki olasılıktır. Deneyde bütün süreç tamamlanmadan önce farklı *ayırt edilemez* alternatiflerin olduğu durumlarda genlikleri ekleyebilirsiniz. Sürecin sonunda "fotonlara bakmak istemiyorum" diyebilirsiniz. Bu sizin tercihiniz fakat yine de genlikleri eklemeyin. Doğa neyi araştırdığınızı bilmez ve verinizi kaydedip kaydetmediğinizi dert etmeyecek şekilde davranacaktır. Bu nedenle burada genlikleri eklemeyeceğiz. İlk olarak bütün olası farklı son durumlar için kareleri alırız ve toplarız. x konumundaki veya D_1 ya da D_2'deki bir foton için doğru sonuç

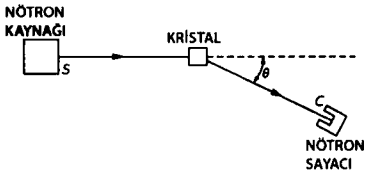
$$\left|\begin{matrix}x \text{ konumundaki } e \\ D_1\text{'deki foton}\end{matrix}\middle|\begin{matrix}s\text{'den harekete geçen } e \\ L\text{'den çıkan foton}\end{matrix}\right\rangle\Big|^2 + \left|\left\langle\begin{matrix}x \text{ konumundaki } e \\ D_2\text{'deki foton}\end{matrix}\middle|\begin{matrix}s\text{'den harekete geçen } e \\ L\text{'den çıkan foton}\end{matrix}\right\rangle\right|^2$$

$$= |a\phi_1 + b\phi_2|^2 + |a\phi_2 + b\phi_1|^2 \qquad (3.10)$$

olarak yazılır.

3-3 Bir kristalden saçılma

Diğer örneğimiz olasılık genliklerinin girişimini bir şekilde daha dikkatli olarak incelediğimiz bir deneydir. Kristalden nötron saçılma sürecini inceliyoruz. Merkezlerinde çekirdeklerin olduğu çok sayıda periyodik aralıklarla düzenlenmiş atomdan meydana gelmiş bir kristalimiz olsun ve çok uzaklardan bir nötron demetinin bu kristale doğru gönderildiğini düşünün. Kristal içindeki farklı çekirdekleri i indisiyle gösterebiliriz ve burada i, i = 1, 2, 3, ..., N şeklinde devam eden ve toplam atom sayısı kadar değer alan tamsayılardır. Problem, Şekil 3-5'te gösterilen bir sayaca giren nötronların olasılıklarını hesaplamaktır. Herhangi bir özel i atomu için C sayacına gelen nötronların genliği S kaynağından i çekirdeğine gelen nötronların genliği çarpı, eğer orada bir saçılma varsa, a genliği çarpı i'den C sayacına gelen nötronların genliğidir. Şimdi bunu yazalım:

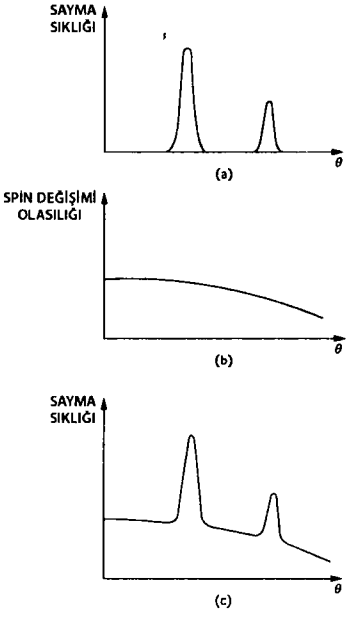


Şekil 3-5 bir kristalden saçılan nötronların ölçülmesi.

$$\langle C\text{'deki nötron} \mid S\text{'den gelen nötron}\rangle_{i \text{ üzerinden}} = \langle C|i\rangle a\langle i|S\rangle \qquad (3.11)$$

Bu denklemi yazarken a saçılma genliğinin tüm atomlar için aynı olduğunu varsaydık. Burada çok sayıda ayırt edilemez yol vardır. Ayırt edilemezdir çünkü düşük enerjili bir nötron, kristaldeki konumu dışında bir atoma çarpmadan, bir çekirdekten saçılmıştır; saçılmayla ilgili bir "kayıt" bulunmamaktadır. Daha önce belirttiğimiz gibi, C'deki bir nötron için toplam genlik Denklem (3.11)'in tüm atomlar üzerinden bir toplamıdır:

$$\langle C\text{'deki nötron} \mid S\text{'den gelen nötron}\rangle_{i \text{ üzerinden}} = \sum_{i=1}^{N} \langle C|i\rangle a\langle i|S\rangle \qquad (3.12)$$



3-6 Açıya bağlı olarak nötron sayma sıklığı. (a) sıfır spinli çekirdek, (b) spin değişimiyle saçılma, (c) yarım spinli çekirdek.

Farklı uzaysal konumlardaki atomlardan saçılma genliklerini eklediğimiz için genlikler, bir kırınım ağından ışığın saçılması durumunda incelediğimiz gibi karakteristik girişim desenleri veren farklı evrelere sahip olacaktır.

Şekil 3-6(a)'da gösterildiği gibi böyle bir deneyde açının fonksiyonu olarak nötron yoğunluğu, çok keskin girişim zirveleri ve aralarında neredeyse hiçbir şeyin olmadığı boşluklardan oluşan büyük değişimler gösterir. Bununla birlikte belirli tür kristaller için işler bu şekilde yürümez ve bütün yönlerde genel bir saçılma –yukarıda tartıştığımız girişim zirveleriyle birlikte– vardır. Bunun arka planındaki gizemli nedenleri anlamaya çalışmalıyız. Fakat nötronların önemli bir özelliğini hesaba katmadık. Yarım spine sahiptirler ve bu nedenle olması muhtemel iki durum vardır: ya spin "yukarı" (Şekil 3-5'te sayfaya dik) ya da spin "aşağı." Eğer kristal çekirdeklerinin spini yoksa nötron spininin herhangi bir etkisi olmaz. Fakat kristal çekirdeklerinin bir spini varsa, diyelim ki 1/2 spine sahiplerse, yukarıda tanımlanan yayılmış saçılma ardalanını görürsünüz.

Eğer nötronun tek bir spin yönü varsa ve atom çekirdeği özdeş spine sahipse o zaman saçılma süresince spinde bir değişim meydana gelmez. Eğer nötron ve atomik çekirdek zıt spinlere sahipse saçılma iki süreç sayesinde meydana gelir, bunlardan biri spinlerin değişmediği durum diğeriyse spin yönlerinin değiş-tokuş edildiği durumdur. Spin toplamının değişmezliğindeki bu kural açısal momentumun klasik korunum yasasıyla benzerdir. Eğer saçılan bütün çekirdeklerin aynı spinlere sahip olduğunu varsayarsak söz konusu olguyu anlayabiliriz. Özdeş spinli bir nötron beklenen keskin girişim dağılımıyla saçılacaktır. Peki zıt spinli bir durumda ne olacak? Eğer spin ters çevrilmeden bir saçılma olursa hiçbir şey değişmez; fakat saçılmada iki spin de ters çevrilirse ilkesel olarak hangi çekirdekten saçılma olduğunu bulabiliriz, çünkü spini değiştirecek sadece bir yol vardır. Eğer hangi atomdan saçılma olduğunu söyleyebiliyorsak bu bilgi diğer atomları nasıl etkileyecektir? Elbette etkilemeyecek. Saçılma tamamen tek bir atomdan saçılmayla aynıdır.

Bu etkiyi dahil etmek için (3.12) denkleminin matematiksel formülasyonu değiştirilmelidir çünkü bu analizde durumları tamamen tanımlamadık. Kaynaktan gelen bütün nötronların spin yukarı olduğunu ve kristaldeki bütün çekirdeklerin de spin aşağı olduğunu varsayalım. İlk olarak sayaçtaki nötronların spinlerinin yukarı olduğunu ve kristaldekilerin ise aşağı olduğunu düşünelim. Bu durum bir önceki tartışmamızdan farklı değildir. Spinlerin ters çevrilmediği durumdaki genliğe a diyelim. Böylece i'yinci. atomdan saçılma genliği aşağıdaki gibi olur:

$$\langle C_{\text{yukarı}}, \text{bütün kristaller aşağı} | S_{\text{yukarı}}, \text{bütün kristaller aşağı} \rangle = \langle C|i\rangle a \langle i|S\rangle$$

Bütün atom spinleri hâlâ aynı olduğundan farklı alternatifler (i'nin farklı değerleri) ayırt edilemezler. Hangi atomdan saçıldığını tam olarak söylemenin bir yolu yoktur. Bu süreç için bütün genlikler girişim yaparlar.

S kaynağından spin yukarı olarak yollanmasına rağmen saptanan nötron spinlerinin aşağı olduğu diğer bir örneği ele alalım. Kristalde spinlerden biri yukarı yönde değişmelidir (k. atomdan saçıldığını varsayalım). Her atom için spinlerin ters çevrildiği benzer saçılma genliklerinin olduğunu düşünelim ve bu genliğe b diyelim. (Gerçek bir kristalde diğer atomlarla uyumsuz ters çevrilmiş spinler olabilir, fakat şu an bu olasılığın çok düşük olduğunu varsayıyoruz.) Saçılma genliği bu nedenle

$$\langle C_{\text{aşağı}}, k \text{ çekirdeği yukarı} | S_{\text{yukarı}}, \text{bütün kristaller aşağı} \rangle = \langle C|k\rangle b \langle k|S\rangle \quad (3.13)$$

olur. Nötronların spin aşağı ve k. çekirdeğin spin yukarı olma olasılıkları genliğin mutlak karesine eşittir, yani $|b|^2$ çarpı $|\langle C|k\rangle\langle k|S\rangle|^2$. İkinci faktör kristaldeki konumdan neredeyse bağımsızdır ve denklemin mutlak karesi alındığında bü-

tün evreler kaybolur. Kristaldeki *herhangi bir çekirdekten* spinlerin ters çevrilmesine neden olan saçılmaların olasılığı

$$|b|^2 \sum_{k=1}^{N} |\langle C|k\rangle\langle k|S\rangle|^2$$

olarak yazılır ve Şekil 3-6(b)'deki gibi düzgün bir dağılım gösterir.

"Hangi atomun yukarı olduğuyla ilgilenmiyorum" diyebilirsiniz. Belki de öyle düşünmüyorsunuz fakat doğa bilir ve olasılık, gerçekten de, yukarıda verdiğim gibidir; herhangi bir girişim yoktur. Diğer yandan dedektörde spinlerin yukarı olma ve bütün atomların hâlâ spin aşağı olma olasılığını araştırıyorsanız aşağıdaki ifadenin mutlak değer karesini almalısınız:

$$\sum_{i=1}^{N} \langle C\,|i\rangle a\langle i|S\rangle$$

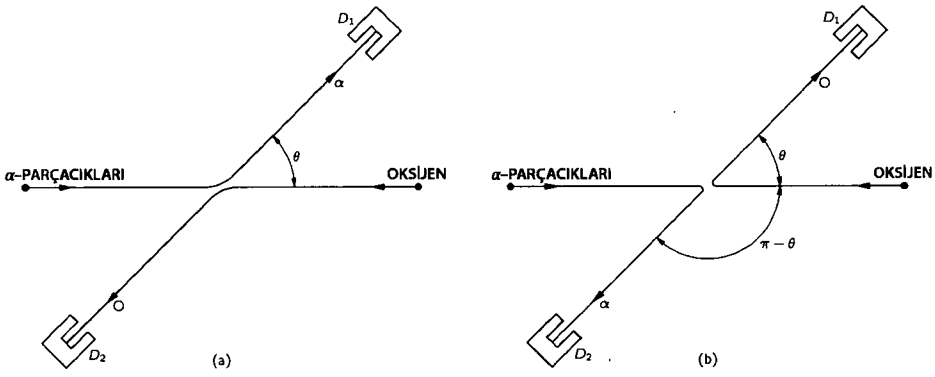
Toplamdaki terimler evrelere sahip olduğundan, girişim yaparlar ve keskin bir girişim deseni elde ederiz. Eğer saptanan nötronların spinlerini gözlemleyemediğimiz bir deney yaparsak o zaman iki tür olay meydana gelebilir ve olasılıklar ayrı ayrı toplanır. Açının bir fonksiyonu olan toplam olasılık (ya da sayma oranı) tıpkı Şekil 3-6(c)'deki grafiğe benzer.

Şimdi bu deneyi gözden geçirelim. Şayet *ilkesel olarak* alternatif *son* durumları ayırt edebilseydiniz (bu zahmete girmeyecek olmanıza rağmen) toplam son olasılık (genlik değil), her bir durumun *olasılığının* hesaplanması ve birbirleriyle eklenmesi sayesinde elde edilirdi. *İlkesel olarak* son durumları *ayırt edemeseniz bile* olasılık genlikleri, gerçek olasılığı bulmak için mutlak değer kareleri alınmadan toplanmalıdır. Özel olarak farkına varmamız gereken şey, eğer nötronu sadece bir dalga gibi göstermeye çalışırsanız bir spin aşağı nötronunun saçılma dağılımına benzer bir dağılım bulacak olmanızdır. "Dalgaların" farklı atomlardan geldiğini ve tıpkı aynı dalga boyuna sahip yukarı spinli bir nötronun yaptığı gibi girişime uğradığını söyleyebilirsiniz. Fakat bunun böyle çalışmadığını biliyoruz. Daha önce vurguladığımız gibi uzaydaki dalgalara benzerliğe çok fazla atıfta bulunmamamız gerekir.

3-4 Özdeş parçacıklar

Tanımlayacağımız diğer deney kuantum mekaniğinin en güzel sonuçlarından birini göstermektedir: İki *ayırt edilemez* şekilde meydana gelen ve bu durumlarda her zaman doğru olduğu gibi girişim genliği oluşturan bir fiziksel durumu içermektedir. Görece düşük enerjilerde bir çekirdeğin diğer bir çekirdekten saçılmasını inceleyeceğiz. Örneğin oksijenin α-parçacıklarıyla (helyum çekirdeği olarak bildiğiniz parçacıklar) bombardıman edilmesini düşünerek işe başlayacağız. Sürecin analizini kolaylaştırmak için süreci kütle merkezi sisteminde inceleyeceğiz, diğer bir deyişle oksijen çekirdeği ile α-parçacıklarının çarpışmadan önce ve sonra zıt yönde hızlara sahip oldukları durumu ele alacağız. *Bkz.* Şekil 3-7(a). (Elbette hızların büyüklükleri farklıdır çünkü kütleleri farklıdır.) Ayrıca enerjinin korunduğunu ve parçacıkların ne uyarılmasına ne de dağılmasına neden olmayacak kadar düşük çarpışma enerjilerine sahip olduklarını varsayacağız. İki parçacığın birbirlerini saptırmalarının nedeni elbette parçacıkların taşıdıkları pozitif yüktür; klasik olarak söylemek gerekirse aralarında elektriksel bir itme kuvveti vardır. Saçılma farklı olasılıklara sahip farklı açılarda meydana gelecektir bu nedenle bunun gibi saçılmaların açıya bağımlılığı hakkında bir şeyleri tartışmak istiyoruz. (Elbette bu süreci klasik olarak hesaplamak mümkündür ve problemin cevabının klasik mekaniktekiyle aynı olması kuantum mekaniğinin en dikkate değer tesadüflerinden biridir.)

Farklı yönlerde saçılma olasılıkları Şekil 3-7(a)'da gösterilen bir deney sayesinde ölçülebilir. 1. konumdaki sayaç sadece α-parçacıklarını saptayacak şekilde tasarlanmıştır; 2. konumdaki sayaç ise sadece oksijen atomlarını saptayacak



Şekil 3-7 Kütle merkezi sisteminde α-parçacıklarının oksijen çekirdeğinden saçılması.

şekilde tasarlanmıştır. (Laboratuar sisteminde dedektörler karşı karşıya değildir fakat kütle sisteminde karşı karşıya konumlandırılırlar.) Deneyimiz farklı yönlerdeki saçılma genliklerini ölçmek için tasarlanmıştır. Parçacıklar aralarında θ açısı olacak şekilde saçıldıklarında sayaç tarafından saptanan genliğe $f(\theta)$ fonksiyonu diyelim. Bu durumda $|f(\theta)|^2$ değeri deneysel olarak saptanan olasılık olur.

Şimdi hem α-parçacıklarını hem de oksijen çekirdeklerini saptayan sayaçlarımızın olduğu diğer bir deneyi oluşturalım. Hangi parçacığın saptandığıyla ilgilenmediğimiz zaman ne olacağını görelim. Elbette θ konumunda bir oksijen bulmayı bekliyorsak elbette zıt $(\pi - \theta)$ açısında bir α-parçacığı da olmalıdır, tıpkı Şekil 7-3(b)'de gösterildiği gibi. Eğer $f(\theta)$, θ açısında saçılan α-parçacıklarının genliğini gösteriyorsa o zaman $f(\pi - \theta)$, θ açısında saçılan oksijen çekirdeklerini gösterir.* Bu nedenle 1. dedektörde bulunan *bazı* parçacıklar için olasılık;

$$D_1\text{'deki parçacıkların } \textit{olasılığı} = |f(\theta)|^2 + |f(\pi-\theta)|^2 \tag{3.14}$$

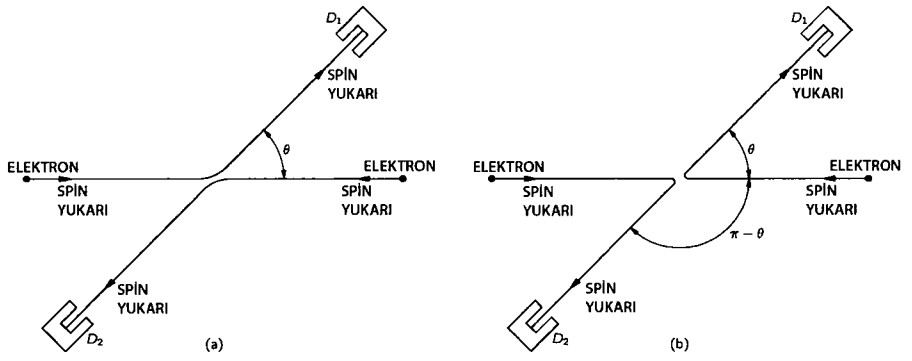
şeklinde yazılır. İki durumun da ilkesel olarak ayırt edilebilir olduğunu varsayıyoruz. Deneyde bu durumları ayırt *edemesek* bile aslında *yapabilirdik*. Daha önceki tartışmalarımıza göre olasılıklar toplanmalıydı genlikler değil.

Yukarıda verilen sonuç farklı hedef çekirdekler için doğrudur; oksijen, karbon, berilyum, hidrojen üzerine yollanan α parçacıkları için. Fakat α-parçacıkları üzerine yollanan α-parçacıkları için doğru değildir. Her iki parçacığın aynı olduğu bir durum için deneysel veriler (3.14) denkleminin sonuçlarıyla uyumlu olmaz. Örneğin 90° saçılma olasılığı kuramın öngördüğü sonucun tam iki katıdır ve parçacıkların "helyum" çekirdeği olması bu sonucu değiştirmez. Eğer hedef He^3 çekirdeğiyse, fakat fırlatılanlar α-parçacıklarıysa (He^4), o zaman uyumlu sonuçlar elde ederiz. Eğer hedef He^4 ise –çekirdekleri yollanan α parçacıklarıyla aynı olacağından– saçılma açıyla birlikte çok özel bir biçimde değişir.

Belki de açıklamayı zaten görüyorsunuz. α parçacıklarının dedektöre ulaşması için iki yolu bulunmaktadır: bombardıman eden α-parçacıklarının θ açısında saçılması ya da α-parçacıklarının $(\pi - \theta)$ açısından saçılmaları. Yollanan parçacığın mı yoksa hedef parçacığın mı dedektöre ulaştığını nasıl söyleyebiliriz? Cevabı söyleyemeyiz. α-parçacıklarının α-parçacıklarından saçılması durumunda ayırt edemeyeceğimiz iki durum vardır. Burada olasılık genliklerinin

---

* Genelde elbette saçılmanın yönü iki açı tarafından belirlenir; θ kutup açısı ve ϕ boylam açısı. (θ, ϕ) konumundaki oksijen çekirdeği varsa o zaman $(\pi - \theta, \phi + \pi)$ yönünde bir α parçacığı da olmalıdır. Bununla birlikte Coulomb saçılması için (ve diğer pek çok durumda) saçılma genliği ϕ açısından bağımsızdır. O zaman θ açısındaki bir oksijenin genliğini, $(\pi - \theta)$ konumundaki bir α parçacığının genliğiyle aynıdır.



Şekil 3-8 Elektronların elektronlardan saçılması. Eğer gelen elektronlar paralel spinlere sahiplerse (a) ve (b) durumu ayırt edilemez.

toplanmasına izin vermeliyiz ve bu nedenle sayaçtaki α-parçacıklarının bulunma olasılığı bu toplamın karesi olur:

$$D_1\text{'deki } \alpha\text{-parçacıklarının olasılığı} = |f(\theta) + f(\pi-\theta)|^2 \tag{3.15}$$

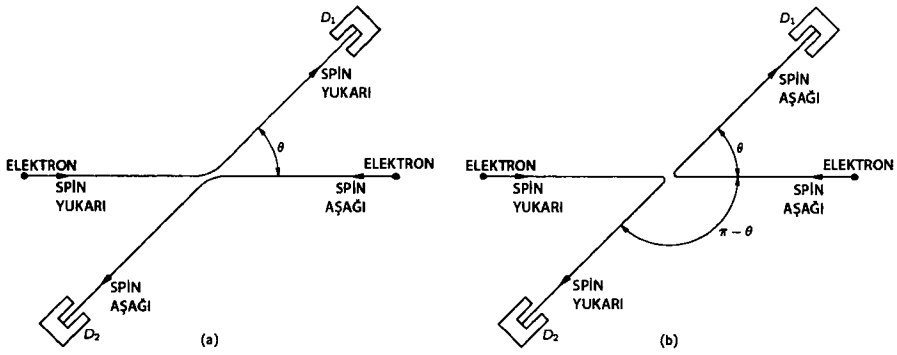
Bu sonuç Denklem (3.14)'te elde edilen sonuçtan oldukça farklıdır. Örnek olarak $\pi/2$ açısını alabiliriz, çünkü bu açıda fonksiyonu incelemek daha kolaydır. Eğer $\theta = \pi/2$ olursa $f(\theta) = f(\pi-\theta)$ sonucunu elde ederiz. Bu nedenle Denk. (3.15)'te verilen olasılık $|f(\pi/2) + f(\pi/2)|^2 = 4|f(\pi/2)|^2$ haline gelir.

Diğer yandan eğer girişim olmazsa (3.14) denklemi $2|f(\pi/2)|^2$ sonucunu verir. Bu nedenle 90° durumunda iki kat daha fazla saçılma bekleriz. Elbette diğer açılarda sonuçlar da farklı olacaktır. Özdeş parçacıklarla, parçacıklar ayırt edilebilir olduğunda meydana gelmeyen yeni ve alışılmadık bir sonuç elde edersiniz. Matematiksel olarak tanımlarsak, iki parçacığın basitçe rollerini değiştirdiği ve bir girişim meydana geldiği alternatif süreçler için genlikler toplanmalıdır.

Eğer elektronların elektronlardan ya da protonların protonlardan saçıldığı benzer bir deneyi yapmaya kalkışırsanız çok daha kafa karıştırıcı bir sonuçla karşılaşırsınız. Yukarıdaki hiçbir sonucun doğru olmadığı bir durum! Bu tür parçacıklar için biraz sonra tanımlayacağımız, en acayiplerden biri, yeni bir kuralı yardıma çağıracağız; bir noktaya gelen elektronun diğer elektronla yerdeğiştirdiği bir durum varsa, yeni genlik eski genlikle *zıt evreli* girişim yapar. Kuşkusuz ki bu bir girişimdir fakat eksi işaretli bir girişim. α-parçacıklarının varlığında, dedektöre giren α-parçacıklarını değiştirirseniz, girişim yapan genlikler pozitif işaretli girişime sahip olurlar. *Elektronların varlığındaysa girişim yapan genlikler yerdeğiştirdiklerinde negatif işaretli girişim yaparlar.* Aşağıda tartışacağımız diğer bir detay dışında, deneydeki elektronlar için Şekil 3-8'dekine benzer uygun denklem aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$D_1\text{'deki elektronların olasılığı} = |f(\theta) - f(\pi-\theta)|^2 \tag{3.16}$$

Yukarıdaki durum açıklığa kavuşturulmalıdır çünkü elektronun spinini hesaba katmadık (α-parçacıklarının spinleri yoktur). Elektronların spinleri saçılma düzlemlerine göre "aşağı" ya da "yukarı" olabilir. Eğer deneyin enerjisi yeterince düşükse akımlardan doğan manyetik kuvvetler de küçük olacaktır ve spinler etkilenmeyecektir. Şimdiki analizimiz için, çarpışma sırasında spinlerin değişmediğini varsayabiliriz. Elektron nasıl bir spine sahip olursa olsun aynı spinle devam edecektir. Bu nedenle ortada çok fazla olasılık vardır. Bombardıman edilen hedef parçacıkların her ikisi de spin yukarı, spin aşağı ya da zıt spinli olabilir. Eğer her iki parçacık da spin yukarıysa (ya da her ikisi de spin aşağı), Şekil 3-8'de gösterildiği üzere, geri tepen parçacıklar için olduğu gibi,



Şekil 3-9 Zıt yönlü spinlere sahip elektronların saçılması.

genlik iki olasılığın genlikleri arasındaki *fark* kadar olacaktır (Şekil 3-8(a) ve (b)). D_1'de bir elektronun saptanma *olasılığı* Denk. (3.16)'da verildiği gibidir.

Bununla birlikte "bombardıman" edilen parçacıkların spin yukarı ve "hedef" parçacıkların aşağı spinli olduklarını düşünelim. 1. sayaca giren elektron spin aşağı ya da spin yukarı olabilir ve spinin ölçülmesi sayesinde elektronun bombardıman edilen demetten mi yoksa hedeften mi geldiği söylenebilir. Bu iki olasılık Şekil 3-9(a) ve (b)'de gösterilmiştir; ilkesel olarak ayırt edilebilirler ve bu nedenle girişim gözlenmez; sadece iki olasılığın toplanması yeterlidir. Aynı varsayım eğer her iki parçacığın başlangıçtaki spinleri ters olsa da ileri sürülebilir; yani sol-elli spin aşağı ve sağ-elli spin yukarı.

Şimdi rastgele elektronları –tamamen kutuplanmamış oldukları bir tungsten filamanından yollanan elektronları– dikkate alırsak seçilen elektronların spin yukarı ya da spin aşağı olma olasılıkları yarı yarıyadır. Eğer deneyin herhangi bir noktasında elektronların spinlerini ölçmekle ilgilenmiyorsak kutuplanmamış bir deneye sahip oluruz. Bu deneyin sonuçları, Tablo 3-1'deki değişik olasılıklar için hesaplanmıştır. Farklı *olasılıklar* ayırt edilebilen her bir alternatif için hesaplanmıştır. Toplam olasılık bütün ayrı olasılıkların toplamıdır. $\theta = \pi/2$ durumunda kutuplanmamış demet için sonuç, parçacıkların serbest olduğu klasik sonucun yarısıdır. Özdeş parçacıkların davranışı çok sayıda ilginç özelliğe sahiptir; bir sonraki bölümde bu konuyu daha detaylı tartışacağız.

Tablo 3-1
Kutuplanmamış yarım-spinli parçacıkların saçılması

durumun kesri	1. Parçacığın spini	2. Parçacığın spini	D_1'deki spin	D_2'deki spin	olasılık
$\frac{1}{4}$	yukarı	yukarı	yukarı	yukarı	$\lvert f(\theta) - f(\pi-\theta)\rvert^2$
$\frac{1}{4}$	aşağı	aşağı	aşağı	aşağı	$\lvert f(\theta) - f(\pi-\theta)\rvert^2$
$\frac{1}{4}$	yukarı	aşağı	yukarı	aşağı	$\lvert f(\theta)\rvert^2$
			aşağı	yukarı	$\lvert f(\pi-\theta)\rvert^2$
$\frac{1}{4}$	aşağı	yukarı	yukarı	aşağı	$\lvert f(\pi-\theta)\rvert^2$
			aşağı	yukarı	$\lvert f(\theta)\rvert^2$
Toplam olasılık = $\frac{1}{2}\lvert f(\theta) - f(\pi-\theta)\rvert^2 + \frac{1}{2}\lvert f(\theta)\rvert^2 + \frac{1}{2}\lvert f(\pi-\theta)\rvert^2$					

4

ÖZDEŞ PARÇACIKLAR

4-1 Bose parçacıkları ve Fermi parçacıkları

4-1 Bose parçacıkları ve Fermi parçacıkları
4-2 İki Bose parçacıklı durumlar
4-3 *n* adet Bose parçacıklı durum
4-4 Fotonların yayınımı ve soğrulması
4-5 Kara cisim spektrumu
4-6 Sıvı helyum
4-7 Dışarlama ilkesi

Son bölümde iki *özdeş* parçacıklı süreçlerde meydana gelen girişim için özel kuralları incelemeye başlamıştık. *Özdeş parçacıklar* dediğimizde, elektron gibi birbirlerinden hiçbir şekilde ayırt edilemeyen parçacıkları kastediyoruz. Eğer bir süreç iki özdeş parçacık içeriyorsa, bir parçacığın belli bir sayaca geldiği durum, parçacığın diğer sayaca gittiği tersine çevrilmiş durumdan ayırt edilemez –ayırt edilemeyen bütün alternatifler gibi– ve başlangıçtaki durumla tersine çevrilmiş durum girişim yapar. Bu olayın genliği iki girişim yapan genliğin toplamıdır; fakat garip olan şu ki, girişim bazı durumlarda *aynı* evreli diğerlerindeyse *zıt* evrelidir.

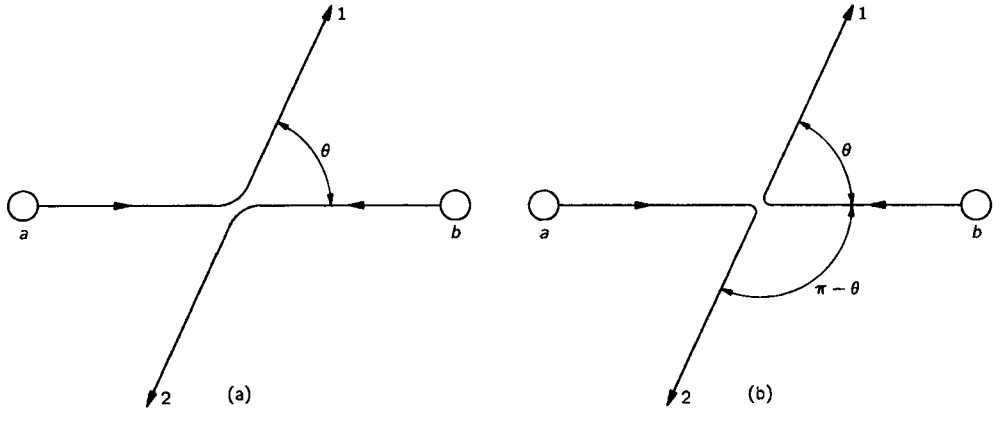
Şekil 4-1(a)'da tasvir edildiği gibi a parçacığının 1 yönünde b parçacığının 2 yönünde saçıldığı, iki adet a ve b parçacığının çarpışmasını ele alalım. Bu sürecin genliği de $f(\theta)$ olsun; o zaman bunun gibi bir olayın P_1 olasılığı $|f(\theta)|^2$ olur. Şekil 4-1(b)'de gösterildiği gibi elbette b parçacığı 1 sayacı yönünde ve a parçacığı da 2 sayacı yönünde saçılabilir. Spin ya da onun gibi bir fiziksel nicelik tarafından belirlenen özel bir yönün olmadığını varsayarsak, bu süreç için P_2 olasılığı $|f(\pi-\theta)|^2$ olur çünkü sayacın $\pi - \theta$ yönünde hareket ettiği ilk sürece benzemektedir. İkinci süreç için genliği sadece $f(\pi-\theta)$ olarak da düşünebilirsiniz. Fakat bu çok da önemli değildir çünkü keyfi bir evre faktörü olabilir. Yani genlik,

$$e^{i\delta} f(\pi-\theta)$$

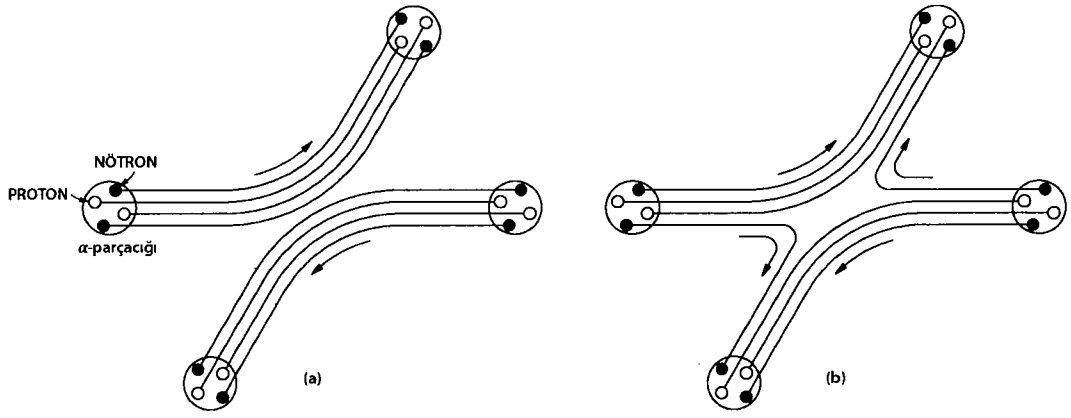
biçiminde ifade edilebilir. Bunun gibi bir genlik hâlâ $|f(\pi-\theta)|^2$ değerine eşit olan P_2 olasılığını verir.

Gözden geçirme: Kara cisim ışınımı: Cilt I, Bölüm 41, *Brown Hareketi*
Cilt I, Bölüm 42, *Kinetik Kuramın Uygulamaları*

Şimdi a ve b parçacığının özdeş olduğu durumda neler olacağına bakalım. O zaman Şekil 4-1'deki iki diyagramda gösterilen iki farklı süreç ayırt edilemez. Ya a'nın ya da b'nin 1. sayaca diğerlerininse 2. sayaca ulaştığı bir genlik vardır. Bu genlik, Şekil 4-1'de gösterilen iki sürecin genlikleri toplamıdır. Eğer ilkine $f(\theta)$, ikincisine $e^{i\delta} f(\pi-\theta)$ dersek, iki genliği toplayacağımız için, evre faktörü daha önemli bir hale gelir. İki parçacığın rollerini değiştirdiğimiz anda genliği belirli bir evre faktörüyle çarpmamız gerekir. Eğer yine değiştirirsek aynı evre faktörünü elde etmeliyiz. Ama bu sefer ilk sürece geri dönmüş oluruz.



Şekil 4-1 İki özdeş parçacığın saçılmasında (a) ve (b) süreçleri ayırt edilemez.



Şekil 4-2 İki α-parçacığının saçılması. (a)'da iki parçacık benzerliğini korumaktadır; (b)'de çarpışma sırasında bir nötron değiş-tokuşu vardır.

İki kez evre faktörünün işin içine sokulması bizi başladığımız yere geri götürür; karesi 1'e eşit olmalıdır. Sadece iki olasılık vardır: $e^{i\delta}$, +1'e ya da −1'e eşittir. Değiş-tokuş edilen her durum *aynı* işaretli ya da *zıt* işaretli katkılar yapar. Doğada her bir farklı parçacık sınıfı için her iki durum da olabilir. *Pozitif* işaretli girişim yapan parçacıklara *Bose parçacıkları* ve *negatif* işaretli girişim yapan parçacıklara da *Fermi parçacıkları* adı verilir. Bose parçacıkları foton, mezon ve gravitondur. Fermi parçacıkları elektron, müon, nötrino, nükleon ve baryonlardır. Bu nedenle özdeş parçacıkların saçılması için genlikleri aşağıdaki gibi ifade edebiliriz;

Bose Parçacıkları:

(Doğrudan Genlik) + (Değiş-tokuş Genliği) (4.1)

Fermi Parçacıkları:

(Doğrudan Genlik) − (Değiş-tokuş Genliği) (4.2)

Spinli parçacıklar için –elektron gibi– ek bir karmaşıklık vardır. Sadece parçacıkların konumunu değil aynı zamanda spin yönlerini de tanımlamamız gerekir. Parçacıklar değiştirildiğinde sadece *özdeş spin durumlu* özdeş parçacıkların genlikleri girişim yapar. Eğer farklı spin durumlarının karışımı olan kutuplanmamış demetlerin saçılmalarını düşünürsek bazı ek hesaplara ihtiyaç duyarız.

İki ya da daha fazla parçacığın birbirlerine sıkıca bağlı olduğu durumda ilginç bir problem ortaya çıkar. Örneğin α-parçacıkları dört parçacıktan oluşur; iki nötron ve iki proton. İki α-parçacığı saçıldığında birkaç olasılık ortaya çıkar. Saçılma sırasında nötronlardan birinin bir α-parçacığından diğerine sıçradığı ve diğer α-parçacığındaki nötronun da diğerine sıçradığı ve böylece iki α-parçacığının da artık başlangıçtaki parçacıklar olmadığı bir genlik vardır; bir çift nötron değiş-tokuş edilmiştir. *Bkz.* Şekil 4-2. Bir çift nötronun değiş-tokuş edildiği saçılma genliği, böyle bir değişimin olmadığı saçılma genliğiyle girişim yapacaktır ve girişim negatif işaretli olmalıdır çünkü bir çift Fermi parçacığı değiş-tokuş edilmiştir. Diğer yandan, eğer birbirlerinden oldukça uzak iki α-parçacığının göreli enerjisi düşükse –Coulomb etkileşimi nedeniyle– ve içindeki parçacıkların hiçbirisinin değiş-tokuş edilme olasılığı yoksa, α-parçacıklarını basit nesneler gibi düşünebiliriz ve herhangi bir iç detay hakkında endişelenmemize gerek yoktur. Bunun gibi durumlarda, saçılma genliğine sadece iki katkı vardır. Ya değiş-tokuş yoktur ya da nükleonların dördü de saçılma sırasında değiş-tokuş edilmiştir. α-parçacığındaki proton ve nötronların hepsi Fermi parçacıkları olduğu için herhangi bir çift parçacığın değiş-tokuş edilmesi saçılma

genliğinin işaretini ters çevirir. α-parçacığının iç yapısında herhangi bir değişim olmadığı sürece iki α-parçacığının yerdeğiştirmesi, dört çift Fermi parçacığının yerdeğiştirmesiyle aynıdır. Her çiftin yerdeğiştirmesinde işaret değişir ve bu nedenle net sonuçta genlik pozitif olur. α-parçacıkları Bose parçacıkları gibi davranır.

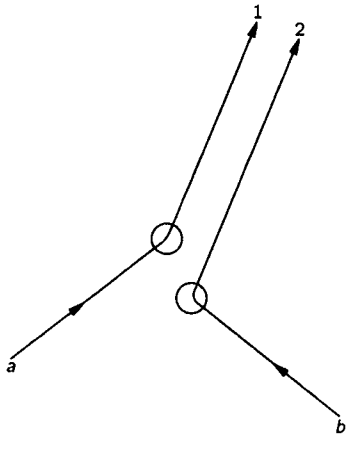
Kural, tek bir nesne gibi ele alabileceğimiz birleşik nesnelerin, tek ya da çift sayıda Fermi parçacıkları içermesine göre Fermi parçacığı ya da Bose parçacığı gibi davranmasıdır.

Ele aldığımız bütün temel Fermi parçacıkları –elektron, proton ve nötron gibi– $j = 1/2$ spine sahiptir. Şayet bunun gibi birkaç Fermi parçacığı birleşik bir nesneyi oluşturmak için bir araya gelirse, toplam spin ya tamsayı ya da yarım-tamsayı olur. Örneğin iki proton ve iki nötron içeren helyum izotopunun, He^4, spini sıfır olur, bununla birlikte üç proton ve dört nötron içeren Li^7, 3/2 spine sahip olur. Daha sonra açısal momentumları birleştirmek için gerekli yasaları öğreneceğiz ve *yarım-tamsayılı spine sahip* her birleşik nesnenin bir *Fermi parçacığı* gibi davrandığını bununla birlikte *tamsayılı spine sahip* her birleşik nesnenin bir *Bose parçacığı* gibi davrandığını göreceğiz.

Bu oldukça ilginç bir sorunu ortaya çıkarır: neden yarım-tamsayılı spine sahip parçacıklar, genliği eksi işaret veren Fermi parçacıklarını ve neden tamsayılı spine sahip parçacıklar, genliği artı işaret veren Bose parçacıklarını oluşturmaktadır? Bu soruya temel bir cevap veremeyeceğimiz için üzgünüz. Bu sorunu Pauli, kuantum alan kuramı ve göreliliğin karmaşık parametrelerini kullanarak açıklamaya çalışmıştı. Pauli bu iki başlığın uyumlu olması gerektiğini göstermişti fakat şu ana kadar açıklamalarını temel bir düzeyde yeniden üretecek herhangi bir yol bulamadık. Fizikte cevabı açık biçimde ortaya koyan bir yasanın olabileceğini biliyoruz fakat hiç kimse şu ana dek basit ve kolay bir açıklama ortaya koyamamıştır. Muhtemelen bu fiziğin temel ilkelerini tam olarak kavrayamadığımız anlamına gelmektedir. Şimdilik bunu doğanın temel bir yasası olarak kabul etmek zorundayız.

4-2 İki Bose parçacıklı durumlar

Şimdi Bose parçacıkları için toplama kuralının ilginç bir sonucunu tartışmak istiyoruz. Bu özellik, çok sayıda parçacık devreye girdiğinde ortaya çıkan davranışla ilgilidir. İki farklı hedef parçacığından saçılan iki Bose parçacığını içeren bir durumla işe başlıyoruz. Saçılma mekanizmasının detayları hakkında fazla endişe duymamıza gerek yok. Sadece saçılan parçacıklara ne olacağıyla ilgileniyoruz. Şekil 4-3'te tasvir edilen bir olayın meydana geldiğini düşünelim. a parçacığı 1. duruma saçılsın. *Durum,* belirli bir yönü, enerjiyi ya da diğer bazı koşulları anlatmaktadır. b parçacığı da 2. duruma saçılsın. 1. ve 2. durumun neredeyse aynı olduğunu varsayıyoruz. (Aslında bulmak istediğimiz şey aynı yönlere ya da durumlara saçılan iki parçacığın genliğidir; fakat en iyisi ilk olarak durumlar neredeyse benzerken ne olacağını ve daha sonra tam olarak aynıyken ne olacağını araştırmaktır.)



Şekil 4-3 Bir çift saçılmanın son durumu.

Sadece a parçacığına sahip olduğumuzu düşünelim; 1 yönündeki saçılma için belirli bir genliğimiz olsun örneğin $\langle 1|a\rangle$ gibi. Bununla birlikte sadece b parçacığı için 2 yönünde saçıldığında, $\langle 2|b\rangle$ gibi bir genliğimiz olsun. Eğer iki parçacık aynı değilse saçılma genliği, aynı zamanda bu iki ayrı genliğin çarpımı biçiminde ifade edilir:

$$\langle 1|a\rangle\langle 2|b\rangle$$

Bunun gibi bir olayın olasılığıysa

$$|\langle 1|a\rangle\langle 2|b\rangle|^2$$

olarak yazılabilir ve aynı zamanda yukarıdaki ifade

$$|\langle 1|a\rangle|^2|\langle 2|b\rangle|^2$$

ifadesine eşittir.

İşleri basitleştirmek için yukarıdaki ifadeyi bazen aşağıdaki şekilde ifade edeceğiz:

$$\langle 1|a\rangle = a_1, \qquad \langle 2|b\rangle = b_2$$

Bu nedenle saçılmanın genliğini aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$|a_1|^2\,|b_2|^2$$

Ayrıca b parçacığı 1 yönünde, a parçacığıysa 2 yönünde saçılabilir. Bu süreç için genlik

$$\langle 2|a\rangle\langle 1|b\rangle$$

olarak yazılır ve bunun gibi bir olayın olasılığıysa aşağıdaki gibidir:

$$|\langle 2|a\rangle\langle 1|b\rangle|^2 = |a_2|^2\,|b_1|^2$$

Şimdi saçılan iki parçacığı toplayan bir çift küçük sayacımız olduğunu düşünelim. İki parçacığın birlikte hesaba katıldığı P_2 olasılığıysa iki ayrı olasılığın toplamıdır:

$$P_2 = |a_1|^2\,|b_2|^2 + |a_2|^2\,|b_1|^2 \tag{4.3}$$

Şimdi de 1 ve 2 yönlerinin birbirlerine oldukça yakın olduğunu varsayalım. a parçacığının yönünün düzgün bir şekilde değiştiğini umuyoruz bu nedenle 1 ve 2 yönü birbirlerine yakınlaştıkça a_1 ve a_2 de birbirlerine yaklaşmalıdır. Eğer birbirlerine yeterince yakınlarsa a_1 ve a_2 genlikleri birbirlerine eşit olur. a_1=a_2 olarak seçersek ikisine a ve b_1=b_2 olarak seçersek ikisine b diyelim. Böylece olasılık

$$P_2 = 2|a|^2\,|b|^2 \tag{4.4}$$

haline gelir.

Bununla birlikte şimdi de a ve b parçacığını özdeş Bose parçacıkları olarak düşünelim. O zaman 1 yönündeki a genliği ve 2 yönündeki b genliği, 2 yönündeki a genliği ve 1 yönündeki b genliği sürecinden ayırt edilemez. Bu durumda iki ayrı sürecin *genlikleri* birbiriyle girişim yapar. İki sayacın her birindeki bir parçacık için *toplam* genlik

$$\langle 1|a\rangle\langle 2|b\rangle + \langle 2|a\rangle\langle 1|b\rangle \tag{4.5}$$

olarak yazılır. Bir çift parçacık için olasılık bu genliğin mutlak değerinin karesidir:

$$P_2 = |a_1b_2 + a_2b_1|^2 = 4|a|^2\,|b|^2 \tag{4.6}$$

Dolayısıyla, özdeş durumlara saçılan iki *aynı* Bose parçacığıyla elde ettiğimiz olasılık, *parçacıkları farklı olarak düşündüğümüz durumda elde ettiğimiz olasılığın iki katıdır.*

İki parçacığı farklı sayaçlarda gözlemlediğimizi varsaymamıza rağmen göreceğimiz gibi aslında bu gerekli değildir. 1 ve 2 yönlerinin parçacıkları biraz uzaktaki tek bir sayaca yönlendirdiğini düşünelim. 1. doğrultuyu, parçacıkları sayacın dS_1 alanına yönlendirdiğini düşünerek tanımlayabiliriz. 2. doğrultu da benzer şekilde parçacıkları sayacın dS_2 alanına yönlendirsin. (Sayacın saçılma çizgilerine dik açılarda yüzeyleri olduğunu hayal edin.) Şu an parçacığın belirli bir yönde gitme ya da uzaydaki *özel* bir noktaya yönelme olasılığını veremiyoruz. Böyle bir şey imkânsızdır; parçacığın belirli bir yöne gitme olasılığı sıfırdır. Bu yönü belirlemek istediğimizde, sayacın *her birim alanına* parçacıkların varma olasılıklarını veren genlikleri tanımlamamız gerekir. Sadece a parçacığımız olsun; 1 yönünde saçılma için belirli bir genliğe sahip oluruz. a parçacığının 1 yönündeki sayacın *birim alanına* saçıldığı genliği $\langle 1|a\rangle = a_1$ olarak tanımlayalım. Diğer bir deyişle a_1'in ölçeğini bu şekilde seçtik; parçacığın dS_1 *alanına* "normalize edilmiş" saçılma olasılığını aşağıdaki biçimde ifade edeceğiz:

$$|\langle 1|a\rangle|^2\,dS_1 = |a_1|^2\,dS_1 \tag{4.7}$$

Eğer sayacımızın toplam alanı ΔS ise ve dS_1'in bu alan üzerinde yayıldığını düşünürsek, sayaca doğru saçılan a parçacığının toplam olasılığı aşağıdaki gibidir:

$$\int_{\Delta S} |a_1|^2 \, dS_1 \tag{4.8}$$

Daha önce a_1 genliğinin sayacın yüzeyi üzerinde çok fazla değişmemesi adına sayacın yeterince küçük olduğunu varsaymıştık; bu nedenle a_1 genliğini a olarak adlandırdığımız sabit bir genlik olarak düşünebiliriz. O zaman a parçacığının sayacın herhangi bir yerine saçılma olasılığı

$$p_a = |a|^2 \, \Delta S \tag{4.9}$$

olarak yazılır. Benzer şekilde b parçacığının –yalnız başına– sayacın herhangi bir alanına, dS_2, saçılma olasılığı aşağıdaki gibi yazılır:

$$|b_2|^2 \, dS_2$$

(dS_1 yerine dS_2 kullandık çünkü daha sonra a ve b parçacığının farklı yönlerde gitmesini isteyeceğiz.) Tekrar b_2 genliğini b genliğine eşit olarak seçiyoruz; bu nedenle sayaçta sayılan b parçacığının olasılığı

$$p_b = |b|^2 \, \Delta S \tag{4.10}$$

olarak yazılır. Şimdi iki parçacığımız olsun o zaman dS_1 alanından a parçacığının ve dS_2 alanından b parçacığının saçılma olasılığı

$$|a_1 b_2|^2 \, dS_1 \, dS_2 = |a|^2 \, |b|^2 \, dS_1 \, dS_2 \tag{4.11}$$

şeklinde ifade edilir. Eğer ***hem a ve hem b*** parçacığının sayaca çarpma olasılığını bulmak istiyorsak ΔS alanı üzerinden hem dS_1 hem de dS_2'nin integralini almamız gerekir ve bulacağımız sonuç aşağıdaki gibidir:

$$P_2 = |a|^2 \, |b|^2 \, (\Delta S)^2 \tag{4.12}$$

Yukarıdaki sonucun, tıpkı a ve b parçacıklarının birbirinden bağımsız olarak davrandıklarında elde ettiğimiz olasılık gibi sadece $p_a \cdot p_b$ olduğunu vurgulamamız gerekir.

Bununla birlikte iki parçacık özdeş olduğunda, dS_1 ve dS_2 alanının her biri için iki ayırt edilemez olasılık vardır. dS_2 alanına giden a ve dS_1 alanına giden b parçacığı, dS_1 alanına giden a ve dS_2 alanına giden b parçacığından ayırt edilemez; bu nedenle bu süreçlerin genlikleri girişim yapar. (Yukarıdaki gibi iki *farklı* parçacığımız olsa bile –*gerçekte* hangi parçacığın sayacın hangi yerine gittiğini önemsemesek bile– *ilkesel olarak*, süreci anlayabilirdik; çünkü hiçbir girişim olmayacaktı. Fakat özdeş parçacıkların varlığında ilkesel olarak bile bunu söyleyemeyiz.) O zaman dS_1 ve dS_2'ye iki parçacığın varma olasılığını aşağıdaki gibi ifade edebiliriz:

$$|a_1 b_2 + a_2 b_1|^2 \, dS_1 \, dS_2 \tag{4.13}$$

Bununla birlikte sayacın alanı üzerinden integral aldığımızda dikkatli olmalıyız. Eğer bütün ΔS alanı üzerinden dS_1 ve dS_2 integralini alırsak, alanın her kısmını *iki kez* saymış oluruz çünkü (4.13) denklemi dS_1 ve dS_2 alanının herhangi birinde meydana gelebilecek her şeyi içermektedir.* Eğer iki kez sayılan sonucu 2'ye bölerek düzeltirsek integrali yine alışkın olduğumuz şekliyle alabiliriz. Böylece özdeş Bose parçacıkları için P_2 olasılığı

$$P_2 \text{ (Bose)} = \tfrac{1}{2} \{4|a|^2 \, |b|^2 \, (\Delta S)^2\} = 2|a|^2 \, |b|^2 \, (\Delta S)^2 \tag{4.14}$$

olur. Bu sonuç ayırt edilebilir parçacıklar için (4.12) denkleminde elde ettiğimiz denklemin 2 katıdır.

Bir anlığına b kanalındaki parçacığın belirli bir yöne gittiğini bildiğimizi düşünelim, o zaman özdeş yönde gidecek ikinci bir parçacığın *olasılığı*, eğer bu-

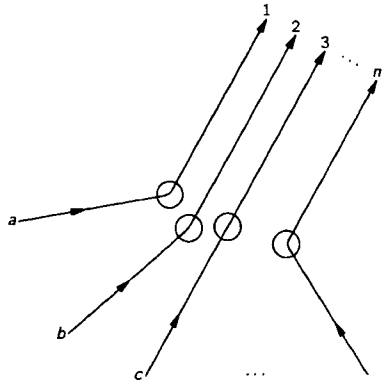
* (4.11) denkleminde dS_1 ve dS_2 alanının değiş-tokuş edilmesi farklı bir olaya neden olur. Bu nedenle her iki yüzey elemanı sayacın bütün yüzeyine yayılmalıdır. (4.13) denkleminde dS_1 ve dS_2 alanlarını bir *çift* olarak ele aldık ve her şeyin burada olduğunu düşündük. Eğer integral dS_1 ve dS_2 ters çevrildiğinde olacak her şeyi yeniden içerirse, her şey iki kez sayılmış olur.

nu bağımsız bir olay gibi ele alırsak, bulmayı beklediğimizin iki katı kadar olur. Buna benzer durumdaki Bose parçacıklarının genel bir özelliğidir: özdeş ikinci bir parçacığın *olasılığı*, ilk parçacık orada değilken elde edilen olasılığın iki katı kadar olur. Bu durum genel olarak şu şekilde açıklanır; Eğer belirli bir durumda zaten bir Bose parçacığımız varsa, bu parçacığın üzerine özdeş bir parçacığı koyma genliği orada olmadığı durumun $\sqrt{2}$ katıdır. (Bu, ele aldığımız fiziksel bakış açısından sonucun uygun bir açıklaması değildir fakat kalıcı bir kural olarak kullanılacaksa, elbette doğru bir sonuç verecektir.)

4-3 n adet Bose parçacıklı durum

Şimdi sonucumuzu n adet parçacığın bulunduğu bir duruma genişletelim. Şekil 4-4'te gösterilen durumu hayal edin. 1, 2, 3, ..., n doğrultusunda saçılan n adet a, b, c,... parçacığımız olsun ve n adet yönün hepsi uzaktaki küçük bir sayaca yönlendirilsin. Son bölümdeki gibi, her bir parçacığın sayacın dS yüzey elemanına tek başına varması için bütün genlikleri normalize edilmiş olarak seçiyoruz:

$$|\langle\ \rangle|^2\, dS$$



Şekil 4-4 n adet parçacığın yakın durumlara saçılması.

İlk olarak parçacıkların hepsini ayırt edilebilir olduğunu varsayıyoruz; o zaman n adet parçacığın n farklı yüzey elemanında birlikte sayılma olasılığı,

$$|a_1 b_2 c_3 \ldots|^2\, dS_1\, dS_2\, dS_3 \ldots \tag{4.15}$$

olarak ifade edilir. Tekrar genliklerin, (yeterince küçük) dS alanının sayacın neresinde konumlandığına bağlı olmadığını düşünüyoruz ve bu nedenle basitçe a, b, c... olarak adlandırıyoruz. Dolayısıyla (4.15) olasılığı

$$|a|^2\, |b|^2\, |c|^2 \ldots\, dS_1\, dS_2\, dS_3 \ldots \tag{4.16}$$

haline gelir. Sayacın ΔS alanı üzerinden her bir dS alanının integralini alırsak, P_n olasılığını yani n farklı parçacığın bir kez sayılma olasılığını aşağıdaki gibi elde ederiz:

$$P_n\,(\text{farklı}) = |a|^2\, |b|^2\, |c|^2 \ldots\, (\Delta S)^n \tag{4.17}$$

Bu sadece her bir parçacığın ayrı ayrı sayaca girme olasılıklarının çarpımıdır. Hepsi birbirlerinden bağımsız olarak davranırlar; bir parçacığın girme olasılığı kaç parçacığın sayaca girdiğine bağlı değildir.

Şimdi de bütün parçacıkların özdeş Bose parçacıkları olduğunu hayal edin. 1, 2, 3, ... yönlerinin her biri için çok sayıda ayırt edilemez olasılık vardır. Örneğin sadece üç parçacığımız olsaydı aşağıdaki olasılıklara sahip olurduk:

$$\begin{array}{lll} a \to 1 & a \to 1 & a \to 2 \\ b \to 2 & b \to 3 & b \to 1 \\ c \to 3 & c \to 2 & c \to 3 \\ a \to 2 & a \to 3 & a \to 3 \\ b \to 3 & b \to 1 & b \to 2 \\ c \to 1 & c \to 2 & c \to 1 \end{array}$$

Altı farklı kombinasyon vardır. n parçacık için *ayırt edilemeyen* $n!$ kadar farklı kombinasyon vardır ve olasılık için tüm genlikler toplanmalıdır. n parçacığın n yüzey elemanında sayılma olasılığı

$$|a_1 b_2 c_3 \cdots + a_1 b_3 c_2 \cdots + a_2 b_1 c_3 \cdots + a_2 b_3 c_1 \cdots + \text{vs.} + \text{vs.}|^2\, dS_1\, dS_2\, dS_3 \ldots\, dS_n \tag{4.18}$$

olarak ifade edilir.

Bir kez daha bütün yönlerin birbirlerine yeterince yakın olduklarını düşünerek, $a_1 = a_2 = \ldots = a_n = a$ olarak seçeceğiz, aynı şekilde b, c, ... için de bu durum geçerli olacaktır. Bu nedenle (4.18) denklemi aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$|n!\, abc \cdots|^2\, dS_1\, dS_2\, dS_3 \cdots\, dS_n \tag{4.19}$$

Sayacın ΔS alanının her dS birim alanı üzerinden integralini aldığımızda, yüzey elemanının her olası çarpımı $n!$ kere sayılır; bu durumu $n!$ sayısına bölerek düzeltebiliriz ve sonuçta

$$P_n \text{ (Bose)} = \frac{1}{n!} |n!\, abc \cdots|^2 (\Delta S)^n$$

ya da

$$P_n \text{ (Bose)} = n! |abc \cdots|^2 (\Delta S)^n \tag{4.20}$$

elde ederiz. Bu sonucu Denk. (4.17)'yle karşılaştırırsak, n adet Bose parçacığının birlikte sayılma olasılığının, parçacıkların hepsini ayırt edilebilir varsayarak yaptığımız hesaptan $n!$ defa daha büyük olduğunu görürüz. Elde ettiğimiz sonucu şu şekilde özetleyebiliriz:

$$P_n \text{ (Bose)} = n!\, P_n \text{ (farklı)} \tag{4.21}$$

Bu nedenle Bose durumundaki olasılık, parçacıkların hepsinin serbest davrandığını varsayarak yaptığımız hesaptan $n!$ kez daha büyüktür.

Şayet şu soruyu sorarsanız bunun ne demek olduğunu daha iyi anlayabilirsiniz: Bir Bose parçacığının, *zaten n adet* parçacık varken, belirli bir durumda olma olasılığı nedir? Şimdi yeni eklediğimiz parçacığa ω diyelim. Eğer ω parçacığını da içeren $(n + 1)$ adet parçacığımız varsa (4.20) denklemi şu şekilde yazılır:

$$P_{n+1} \text{ (Bose)} = (n + 1)! |abc \cdots \omega|^2 (\Delta S)^{n+1} \tag{4.22}$$

(4.22) denklemini şu şekilde ifade edebiliriz:

$$P_{n+1} \text{ (Bose)} = \{(n + 1) |\omega|^2 \Delta S\} n! |abc \cdots|^2 (\Delta S)^n$$

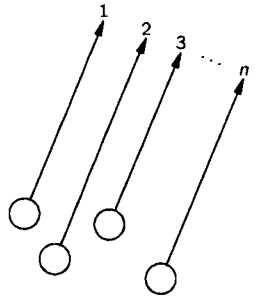
ya da

$$P_{n+1} \text{ (Bose)} = (n + 1) |\omega|^2 \Delta S\, P_n \text{ (Bose)} \tag{4.23}$$

Bu sonucun anlamı şudur: Eğer hiçbir parçacık yoksa, $|\omega|^2 \Delta S$ sayısı dedektörde ω parçacığını bulma olasılığını verir; P_n (Bose) ifadesi, zaten var olan n adet Bose parçacığı durumundaki olasılıktır. Bu nedenle (4.23) denklemi, zaten n adet Bose parçacığı varsa, *bir parçacığın daha* aynı durumda bulunma olasılığının $(n + 1)$ faktörü kadar *artmış* olduğunu söyler. n adet parçacık varken, bir bozonun bulunma olasılığı daha önce hiçbir parçacığın bulunmadığı durumdan $(n + 1)$ kere daha güçlüdür. Diğer parçacıkların *varlığı*, bulunma olasılığını artırır.

4-4 Fotonların yayınlanması ve soğrulması

Tartışmamız boyunca α-parçacıklarının saçılmasına benzer bir süreç hakkında konuştuk. Fakat bu esas meselemiz değildi; ışığın yayınlanması örneğinde olduğu gibi parçacıkların yaratılması üzerinde konuşmak istiyorduk. Işık yayınlandığından bir foton "yaratılır." Bunun gibi bir durumda Şekil 4-4'te gösterilen gelen çizgilere ihtiyacımız yoktur; Şekil 4-5'te gösterildiği gibi sadece n adet foton yayınlayan bazı atomları hesaba katarız. Bu nedenle sonucumuzu şu şekilde ifade edebiliriz: *Bir atomun belirli bir son duruma bir foton yayınlama olasılığı, eğer bu durumda zaten n adet foton varsa, (n+1) faktörü kadar artırılır.*



Şekil 4-5 Birbirlerine yakın durumlarda n adet fotonun yaratılması.

İnsanlar bu sonucu, zaten n adet foton varsa, bir fotonun yayınlanma *genliğinin* $\sqrt{n+1}$ faktörü kadar artırıldığı şeklinde özetlemeyi seviyorlar. Eğer olasılığı bulmak için sadece genliğin karesini almak yeterli olsaydı elbette bu elde ettiğimiz sonucun benzer bir açıklaması olabilirdi.

Kuantum mekaniğinde genelde herhangi bir ϕ koşulundan diğer herhangi bir χ koşulunu elde etme genliği, χ'ten ϕ elde etme genliğinin karmaşık eşleniğidir:

$$\langle \chi | \phi \rangle = \langle \phi | \chi \rangle^* \tag{4.24}$$

Bu kuralı daha sonra inceleyeceğiz fakat şu an sadece doğru olduğunu varsayıyoruz. Belirli bir durumun *dışında* fotonların nasıl saçıldıklarını ya da soğrulduklarını anlamak için bu kuralı kullanacağız. n adet fotonun varlığı durumunda belirli bir duruma eklenen bir fotonun genliğini şu şekilde ifade edebiliriz:

$$\langle n + 1 | n \rangle = \sqrt{n + 1}\, a \tag{4.25}$$

burada $a = \langle i|a\rangle$ diğer parçacıkların olmadığı durumdaki genliktir. (4.24) denklemini kullanarak genliği başka bir şekilde ifade edebiliriz; $(n + 1)$ fotondan n fotona:

$$\langle n|n+1\rangle = \sqrt{n+1}\,a^* \tag{4.26}$$

Bu insanların genelde söyledikleri şu durumun karşılığı değildir: insanlar $(n+1)$ parçacıktan n parçacığa gitmekten hoşlanmazlar fakat her zaman n fotonla başlamayı tercih ederler. Daha sonra n adet parçacığın varlığında bir fotonun soğrulma genliğini, diğer bir deyişle n'den $(n-1)$'e gitme genliği olarak

$$\langle n-1|n\rangle = \sqrt{n}\,a^* \tag{4.27}$$

düşünürler, elbette bu denklem, (4.26) denkleminin benzeridir. Ne zaman $\sqrt{n+1}$ ne zaman $\sqrt{n}$ kullanmamız gerektiği kafa karışıklığı yaratabilir. Burada hatırlamamız gereken şudur: Faktör her zaman en büyük sayıdaki fotonun kare köküdür. (4.25) ve (4.26) denklemleri yasanın gerçekten simetrik olduğunu göstermiştir; sadece (4.27) denklemi gibi yazıldığında simetrik değilmiş gibi görünmektedir.

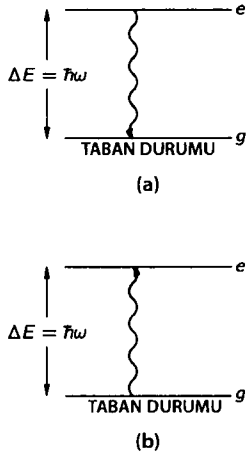
Bu yeni yasaların çok sayıda fiziksel sonucu vardır; bunlardan birini ışığın yayınlanmasını açıklamak için kullanmak istiyoruz. Fotonların bir kutuda olduğu durumu hayal edin; kutunun duvarlarının aynadan yapıldığını düşünebilirsiniz. Kutuda hepsi aynı durumda olan –aynı frekans, yön ve kutuplanmada– n adet fotonumuz olsun, bu yüzden birbirlerinden ayırt edilemezler ve ayrıca kutuya benzer durumda bir başka foton yayınlayan bir atom koyulsun. O zaman fotonun yayınlanma olasılığı

$$(n+1)|a|^2 \tag{4.28}$$

olur ve bir fotonun yayınlanma olasılığı da

$$n|a|^2 \tag{4.29}$$

şeklinde ifade edilir. Burada $|a|^2$ hiçbir fotonun olmadığı durumdaki yayınlanma olasılığıdır. Şu an tartıştığımız kurallar I. Cildin 42. Bölümünden biraz farklıdır. (4.29) denklemi, bir foton *soğurarak* daha üst bir enerji seviyesine geçme olasılığının, üzerine tutulan ışığın yoğunluğuyla orantılı olduğunu gösterir. Fakat ilk olarak Einstein'ın vurguladığı gibi *aşağı doğru* geçiş yapan atomların oranı iki kısma sahiptir. Bu kısımlar, $|a|^2$ değeriyle gösterilen kendiliğinden geçiş yapma olasılığı artı ışığın şiddetiyle orantılı olan –yani hali hazırda var olan foton sayısıyla doğru orantılı– ve $n|a|^2$ değeriyle gösterilen uyarılmış geçiştir. Dahası Einstein'ın dediği gibi soğrulma ve uyarılma geçiş katsayıları eşittir ve kendiliğinden yayınlanma olasılığıyla ilişkilidir. Burada öğrendiğimiz şey, eğer ışık yoğunluğunu var olan foton sayısı cinsinden ölçersek (birim yüzeye birim saniyede ulaşan enerji yerine), uyarılmış yayınlanma ile kendiliğinden yayınlanmanın soğrulma katsayılarının aynı olduğudur. Bu, I. Cilt 42. Bölüm (42.18) denklemindeki Einstein'ın A ve B katsayıları arasındaki ilişkiyi göstermektedir.



Şekil 4-6 ω frekansına sahip bir fotonun ışıması ve soğrulması.

4-5 Kara cisim spektrumu

Bose parçacıkları için kullandığımız kuralları kara cisim ışınım spektrumunu bir kez daha tartışmak için kullanmak istiyoruz (*bkz.* Cilt I, Bölüm 42). Bunu, eğer ışınım kutudaki bazı atomlarla termal dengedeyse kutuda kaç adet foton olacağını araştırarak yapacağız. Her bir ω ışık frekansı için, $\Delta E = \hbar\omega$ enerjisiyle birbirlerinden ayrılmış iki enerji düzeyine sahip N atom olduğunu farz edelim. Şekil 4-6'ya bakınız. Düşük enerjili durumu "taban" durumu ve üstteki enerji durumunu "uyarılmış" durum olarak adlandıracağız. N_g ve N_e taban ve uyarılmış durumdaki atom sayılarını göstersin; o zaman istatistiksel mekanikten bildiğimiz üzere T sıcaklığında termal denge için aşağıdaki denklemi yazabiliriz:

$$\frac{N_e}{N_g} = e^{-\Delta E/kT} = e^{-\hbar\omega/kT} \tag{4.30}$$

Taban durumundaki her atom bir foton soğurabilir ve uyarılmış duruma geçebilir ve uyarılmış durumdaki her atom bir foton yayınlayarak taban durumuna inebilir. Denge durumunda bu iki sürecin oranları eşit olmalıdır. Oranlar, olayın olasılığıyla ve var olan atomların sayısıyla orantılıdır. Şimdi ω frekansına sahip fotonların sayısı $\bar{n}$ olsun. Bir durumdan soğrulma oranı $N_g\bar{n}\,|a|^2$ olur ve bir duruma yayınlanma oranıysa $N_e(\bar{n}+1)|a|^2$'dir. Bu iki oranın eşit olduğunu düşündüğümüzde

$$N_g\bar{n} = N_e(\bar{n}+1) \tag{4.31}$$

elde ederiz ve bu ifadeyi (4.30) denklemiyle birleştirirsek

$$\frac{\bar{n}}{(\bar{n}+1)} = e^{-\hbar\omega/kT}$$

buluruz. Buradan $\bar{n}$'yi çözersek

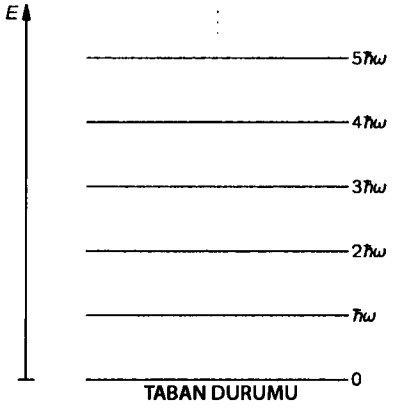
$$\bar{n} = \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT}-1} \tag{4.32}$$

elde ederiz ve bu ifade termal dengedeki bir kovuk için herhangi bir durumda ω frekansına sahip fotonların ortalama sayısını verir. Her foton $\hbar\omega$ enerjisine sahip olduğu için belirli bir durumdaki fotonların enerjisi $\bar{n}\,\hbar\omega$ ya da

$$\frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/kT}-1} \tag{4.33}$$

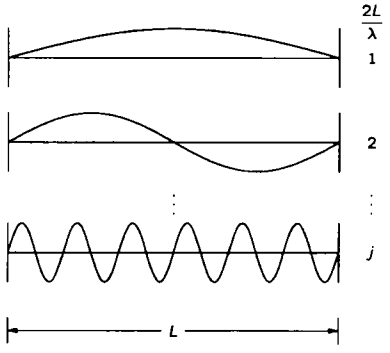
olarak yazılır.

Tesadüf eseri benzer içeriğe sahip bir denklemi daha önce bulmuştuk [Bölüm 41, Cilt I, Denklem (41.15)]. Hatırlayacağınız gibi, herhangi bir harmonik salınıcı için –yaya asılmış bir ağırlık gibi– kuantum mekaniksel enerji düzeyleri $\hbar\omega$ kadarlık eşit aralıklara ayrılmıştı, Şekil 4-7'de görüldüğü gibi. Eğer n. düzeyin enerjisi $n\hbar\omega$ ise bunun gibi bir salınıcının ortalama enerjisi de (4.33) denklemiyle verilir. Şu an bu denklemi parçacıkların sayılması yardımıyla fotonlar için türettik ve aynı sonuçlara ulaştık. Bu kuantum mekaniğinin en harika mucizelerinden biridir. Eğer birileri, birbiriyle etkileşmeyen (fotoların birbiriyle etkileşmediklerini düşünüyoruz) Bose parçacıkları için özdeş durumları ya da koşulları ele alarak yeniden benzer işlemleri yaparsa ve özdeş durumlara n parçacığa kadar ya sıfır ya bir ya iki ya da üç... parçacık yerleştirirse, bu sistemin tıpkı bir kuantum mekaniksel harmonik salınıcı gibi davrandığını bulacaktır. Bunun gibi salınıcı derken, bir yaya bağlı ağırlığın ya da rezonans kovuğundaki bir durağan dalganın oluşturduğu bir sistemden bahsediyoruz. Bu elektromanyetik alanı neden foton parcacıklarıyla resmedebildiğimizi gösterir. Bir anlamda, bir kutu ya da kovuktaki elektromanyetik alanı, kuantum mekaniğine göre salınımın her kipinin bir harmonik salınıcı gibi davrandığı çok sayıda harmonik salınıcı cinsinden inceleyebiliriz. Farklı bir bakış açısına göre, aynı fiziği özdeş Bose parçacıkları cinsinden analiz edebiliriz. Her iki yöntemin sonucu da *her zaman tam olarak uyum içindedir.* Elektromanyetik alanın kuantize olmuş harmonik salınıcı gibi mi, yoksa her durumda kaç adet fotonun olduğunu sayarak mı betimlenmesi gerektiğine karar vermenin bir yolu yoktur. İki bakış açısı da matematiksel olarak benzer görünmektedir. Bu nedenle ilerde ya bir kutu içinde belirli bir durumda bulunan fotonların sayısı hakkında ya da elektromanyetik alanın özel salınım kipleriyle ilişkili enerji düzey sayısı hakkında konuşacağız. Benzer şeyi söylemenin iki yolu vardır. Aynı şey boş uzaydaki fotonlar için geçerlidir. Duvarları sonsuza uzatılmış kovuktaki salınımlara eşdeğerdirler.



Şekil 4-7 Bir harmonik salınıcımn enerji düzeyleri.

T sıcaklığındaki bir kutuda herhangi bir özel kipteki ortalama enerjiyi hesaplamıştık; kara cisim ışınım yasasını elde etmek için sadece bir şeye ihtiyacımız var; her bir enerji düzeyinde kaç adet kip olduğunu bilmemiz gerekir. (Her kip için kutuda –ya da duvarlarda–, her kipin termal dengeye girmesini sağlamak için bu kiplere ışınım yapabilen enerji düzeylerine sahip bazı atomların olduğunu varsayıyoruz.) Kara cisim ışınım yasası genelde, ω ile $\omega + \Delta\omega$ arasındaki küçük



Şekil 4-8 Bir sicim üzerindeki durağan dalganın kipleri.

frekans aralığına sahip ışık tarafından taşınan her birim hacimdeki enerji cinsinden ifade edilir. Bu nedenle kutuda $\Delta\omega$ aralığındaki frekansa sahip kaç adet kip olduğunu bilmemiz gerekir. Bu sorun sürekli olarak kuantum mekaniğinde ortaya çıkmasına rağmen, durağan dalgalar için oldukça klasik bir sorundur.

Sadece dikdörtgen bir kutu için cevabı bulacağız. Herhangi bir şekle sahip kutu için bu çözüm genelleştirilebilir fakat gelişigüzel bir durum için bunu hesaplamak oldukça karmaşıktır. Ayrıca boyutları, ışığın dalga boyuyla karşılaştırılınca oldukça büyük bir kutuyla ilgileniyoruz. Bu nedenle milyarlarca ve milyarlarca kip vardır; herhangi bir küçük $\Delta\omega$ frekans aralığında da çok sayıda kip bulunur, bu nedenle herhangi bir $\Delta\omega$ aralığında ω frekansına sahip "ortalama kip sayısından" bahsedebiliriz. Bir boyutlu bir durumda kaç adet kip olduğunu sorarak işe başlayalım; gerilmiş bir sicim üzerindeki dalgalar. Her bir kipin, her iki ucta da sıfıra gitmesi gereken bir sinüs dalgası olduğunu biliyorsunuz. Diğer bir deyişle, Şekil 4-8'de gösterildiği gibi, sicim boyunca yarım-dalga boyunun bir tamsayı katı sinüs dalgaları olmalıdır. Dalga sayısı için $k = 2\pi/\lambda$ ifadesini kullanmayı tercih ediyoruz; k_j, j. kipin dalga sayısını gösterdiğini düşünürsek

$$k_j = \frac{j\pi}{L} \tag{4.34}$$

ifadesini elde ederiz, burada j herhangi bir tamsayıdır. Ardışık kipler arasındaki ayrım

$$\delta k = k_{j+1} - k_j = \frac{\pi}{L}$$

olarak ifade edilebilir. Küçük Δk aralığındaki kip sayısı büyük olacak şekilde kL'nin çok büyük olduğunu varsayıyoruz. $\Delta\mathfrak{N}$, Δk aralığındaki kiplerin sayısı

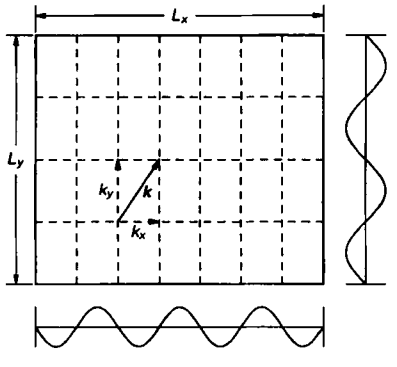
$$\Delta\mathfrak{N} = \frac{\Delta k}{\delta k} = \frac{L}{\pi}\,\Delta k \tag{4.35}$$

olarak yazılır.

Kuantum mekaniği üzerine çalışan kuramsal fizikçiler genelde çok sayıda yarım kip olduğunu varsaymayı tercih ederler ve

$$\Delta\mathfrak{N} = \frac{L}{2\pi}\,\Delta k \tag{4.36}$$

şeklinde yazarlar. Neden böyle olduğunu açıklamak istiyoruz. Genelde kuramsal fizikçiler hareketli dalgalar cinsinden düşünmeyi severler; bazılarının sağa (pozitif k) ve bazılarının da sola gittiği (negatif k) dalgalar. Fakat bir "kip", her yönde hareket edebilen iki dalganın toplamı olan *duran* bir dalgadır. Diğer bir deyişle kuramsal fizikçiler, her durağan dalgayı iki farklı foton "durumu" olarak düşünürler. Bu nedenle birileri $\Delta\mathfrak{N}$ ifadesini, verilen bir k'nın foton durum sayısı olarak adlandırmayı tercih eder (k'nın değerleri şimdi pozitif ve negatif aralığa yayılmıştır) ve $\Delta\mathfrak{N}$ değerinin yarısını alırlar. (Bütün sayılar şimdi $k = -\infty$'dan $k = \infty$'a uzanır ve toplam durum sayısı k mutlak değerindedir.) Elbette durağan dalgaları çok iyi tanımlamadık fakat kipleri uygun bir şekilde saydık.



Şekil 4-9 İki boyuttaki durağan dalga kipleri.

Şimdi de sonuçlarımızı üç boyuta genişletelim. Durağan bir dalga içeren dikdörtgen kutu, *her bir ekseni boyunca* yarım dalgaların tamsayı katına sahiptir. İki boyutlu durum Şekil 4-9'da gösterilmiştir. Her dalganın yönü ve frekansı, x, y ve z bileşenlerinin (4.34) gibi denklemleri sağladığı vektörel bir $\boldsymbol{k}$ dalga sayısıyla tanımlanır. Bu nedenle bileşenleri aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$k_x = \frac{j_x\pi}{L_x}$$

$$k_y = \frac{j_y\pi}{L_y}$$

$$k_z = \frac{j_z\pi}{L_z}$$

Δk_x aralığındaki k_x değerine sahip kip sayısı daha önce gösterdiğimiz gibi

$$\frac{L_x}{2\pi}\,\Delta k_x$$

olarak yazılır ve Δk_y ile Δk_z için de benzerleri yazılabilir. Eğer $\Delta\mathfrak{N}$, x-bileşeni k_x ile $k_x + \Delta k_x$, y-bileşeni k_y ile $k_y + \Delta k_y$ ve z-bileşeni k_z ile $k_z + \Delta k_z$ arasında olan bir $\boldsymbol{k}$ vektör dalga sayısı için kip sayısını gösteriyorsa, o zaman

$$\Delta\mathfrak{N}(\boldsymbol{k}) = \frac{L_x L_y L_z}{(2\pi)^3}\ \Delta k_x \Delta k_y \Delta k_z \tag{4.37}$$

yazılabilir. $L_x L_y L_z$ kutunun hacmine, V, eşittir. Böylece yüksek frekanslar için oldukça önemli bir sonuç elde ederiz (Dalga boyu boyutlarla karşılaştırıldığında küçüktür), kovuktaki kip sayısı kutunun V hacmiyle ve "k-uzayının hacmiyle" $\Delta k_x \Delta k_y \Delta k_z$ orantılıdır. Bu sonuç karşımıza tekrar tekrar çıkacağı için kısaca şu şekilde yazabiliriz:

$$d\mathfrak{N}(\boldsymbol{k}) = V\ \frac{d^3\boldsymbol{k}}{(2\pi)^3} \tag{4.38}$$

Kanıtlamamış olmamıza rağmen bu sonuç kutunun şeklinden bağımsızdır.

Bu sonucu, $\Delta\omega$ aralığındaki frekanslara sahip fotonların kip sayısını bulmak için uygulayacağız. Şu an sadece farklı kiplerdeki enerjilerle ilgileniyoruz; fakat dalgaların yönüyle ilgilenmiyoruz. Verilen bir frekans aralığındaki kip sayısını bulmak istiyoruz. Kovukta $\boldsymbol{k}$'nın büyüklüğü frekansla

$$|\boldsymbol{k}| = \frac{\omega}{c} \tag{4.39}$$

orantılıdır. Bu nedenle bütün kipler, bir $\Delta\omega$ frekans aralığında, k ile $k + \Delta k$ arasındaki $\boldsymbol{k}$'nın büyüklüğüyle ilişkilidir ve yönünden bağımsızdır. k ile $k + \Delta k$ arasındaki "k-uzayının hacmi", küresel bir kabuğun hacmidir:

$$4\pi k^2\ \Delta k$$

Bu nedenle kip sayısı

$$\Delta\mathfrak{N}(\omega) = \frac{V 4\pi k^2 \Delta k}{(2\pi)^3} \tag{4.40}$$

şeklinde yazılabilir. Bununla birlikte şimdi frekansla ilgilendiğimiz için $k = \omega/c$ yazarak

$$\Delta\mathfrak{N}(\omega) = \frac{V 4\pi\omega^2 \Delta\omega}{(2\pi)^3 c^3} \tag{4.41}$$

elde ederiz.

Önümüzde bir engel daha var. Eğer elektromanyetik dalganın kipleri hakkında konuşuyorsak, verilen herhangi bir dalga vektörü $\boldsymbol{k}$ için iki kutuplanma olabilir (birbirlerine dik). Bu kipler serbest olduklarından kip sayısını ikiyle – ışık için– çarpmalıyız. Böylece

$$\Delta\mathfrak{N}(\omega) = \frac{V\omega^2\ \Delta\omega}{\pi^2 c^3} \tag{4.42}$$

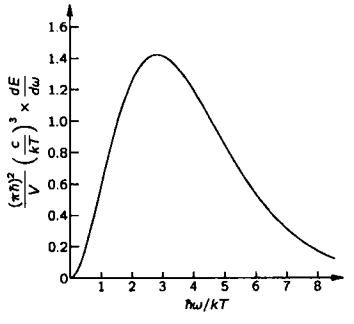
elde ederiz. (4.33) denkleminde her kipin (her "durumun") ortalama bir enerjiye sahip olduğunu göstermiştik:

$$\bar{n}\hbar\omega = \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}$$

Yukarıdaki ifadeyi kip sayısıyla çarparsak $\Delta\omega$ aralığındaki kiplerin ΔE enerjisini elde ederiz:

$$\Delta E = \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}\ \frac{V\omega^2\Delta\omega}{(\pi)^2 c^3} \tag{4.43}$$

Bu ifade kara cisim ışınım frekans spektrumu için bir yasadır ve bu denklemi I. Cildin 41. Bölümünde zaten elde etmiştik. Spektrum Şekil 4-10'da çizilmiştir. Şu an fotonların, bütün parçacıkların aynı durumu doldurma eğiliminde olduğu



Şekil 4-10 Termal dengeye sahip bir kovuktaki ışınımın frekans spektrumu, "kara cisim" spektrumu.

(böyle davranan bir genlik büyük olacağı için) Bose parçacıkları olması gerçeğine dayanan cevabı görüyoruz. Hatırlayacağınız gibi bu Planck'ın kara cisim spektrum çalışmasıydı (klasik fizik için bir gizemdi) ve (4.43) denklemini keşfetmesiyle kuantum mekaniği ortaya çıkmış oldu.

4-6 Sıvı helyum

Düşük sıcaklıklardaki sıvı helyum, şu ana kadar detaylarını doğru bir şekilde tanımlayamadığımız oldukça ilginç özelliklere sahiptir, fakat bu durum çoğu helyum atomunun bir Bose parçacığı gibi davranmasından kaynaklanır. Bunlardan biri sıvı helyumun herhangi bir viskoz direncine uğramaksızın akmasıdır. Aslında bu daha önceki bölümlerin birinde konuştuğumuz ideal "ıslak" sudur; hızın yeterince düşük olması şartıyla. Nedeniyse şudur: Bir akışkanın viskoziteye sahip olması için iç enerjide kayıplar olmalıdır; bu durum sıvının bir kısmının sahip olduğu hareketin geri kalanından farklı olmasına benzer. Bunun anlamı bazı atomların diğer atomların işgal ettiği durumlardan farklı durumlara sahip olmaları gerektiğidir. Fakat yeterince düşük sıcaklıklarda, eğer termal hareketler çok küçükse, bütün atomlar aynı durumu doldurmak ister. Eğer bazı atomlar ilerliyorsa, bu atomlar özdeş durumlarda birlikte hareket etmeye çalışırlar. Hareketlerinde bir tür katılık vardır ve serbest parçacıklarda olduğu gibi, türbülansın düzensiz desenlerini oluşturmak oldukça zordur. Bu nedenle Bose parçacıkları sıvısındaki bütün atomlar güçlü bir şekilde özdeş durumları doldurma eğilimindedir; daha önce bulduğumuz $\sqrt{n+1}$ faktörüyle gösterildiği gibi. (Bir sıvı helyum için n, elbette çok büyük bir sayıdır!) Bu ortak hareket yüksek sıcaklıklarda oluşmaz, çünkü farklı atomları birbirlerinden farklı daha yüksek durumlara yerleştirmek için yeterli iç enerji vardır. Fakat yeterince düşük sıcaklıklarda aniden bütün atomların özdeş durumları doldurmaya çalıştığı bir durum oluşur. Helyum artık bir süper akışkandır. Tesadüfen bu olay sadece atom ağırlığı 4 olan helyum izotopunda meydana gelir. Atom ağırlığı 3 olan helyum izotopu için ayrı ayrı atomlar Fermi parçacıkları gibi davranır ve normal bir akışkan özelliği gösterir. Süper akışkanlık sadece He^4'te meydana gelmesine rağmen oldukça açık kuantum mekaniksel bir etkidir, α-parçacıklarının Bose doğasından kaynaklanmaktadır.

4-7 Dışarlama ilkesi

Fermi parçacıkları tamamen farklı davranır. İki Fermi parçacığını aynı duruma koyduğumuzda ne olacağını görelim. Başlangıçtaki örneğimize geri döneceğiz ve neredeyse tamamen aynı yönde saçılan iki özdeş Fermi parçacığının genliğini araştıracağız. 1 yönünde giden a parçacığının ve 2 yönünde giden b parçacığının genliğini daha önce

$$\langle 1|a\rangle\,\langle 2|b\rangle$$

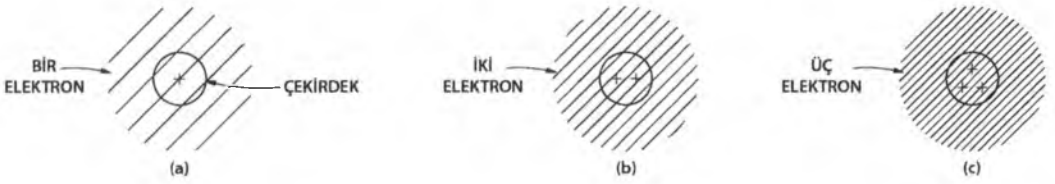
şeklinde tanımlamıştık. Fakat gidiş yönleri yerdeğiştirileceğinde

$$\langle 2|a\rangle\,\langle 1|b\rangle$$

olarak yazılır. Fermi parçacıklarına sahip olduğumuzdan bu sürecin genliği, bu iki genliğin farkıdır:

$$\langle 1|a\rangle\,\langle 2|b\rangle - \langle 2|a\rangle\,\langle 1|b\rangle \tag{4.44}$$

"1 yönünün" sadece belirli bir yönü göstermediğini aynı zamanda spin yönünü de gösterdiğini varsayalım ve "2 yönü" 1 yönüyle neredeyse aynı ve *özdeş* spin yönüyle ilişkili olsun. O zaman $\langle 1|a\rangle$ ve $\langle 2|a\rangle$ neredeyse aynı olur. (Eğer gidiş yönleri özdeş spinlere sahip değillerse bu çok da doğru olmayabilir çünkü genliğin spin yönüne bağlı olduğu bazı durumlar olabilir.) Eğer 1 ve 2 yönleri bir-



Şekil 4-11 Elektronlar Bose parçacıkları gibi davrandıklarında atomların nasıl görüneceklerinin bir resmi.

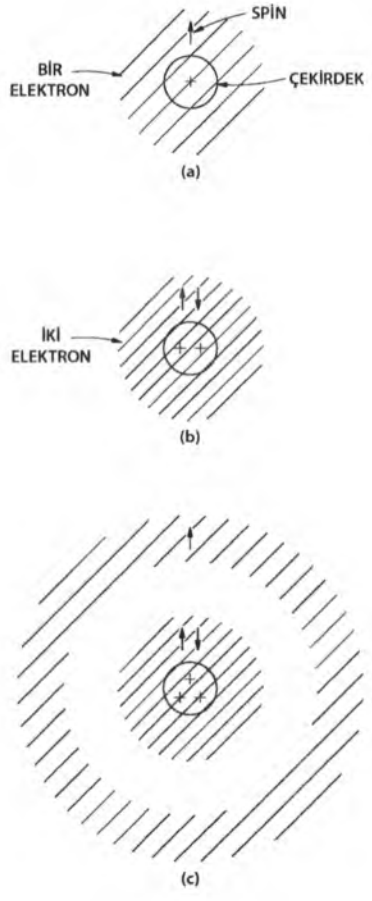
birlerine yakınsa (4.44) denklemindeki toplam genlik sıfır olur. Fermi parçacıkları için sonuç Bose parçacıklarından daha basittir. İki Fermi parçacığının –iki elektron gibi– aynı durumu işgal etmesi olası değildir. Özdeş iki spin yönüne sahip iki elektronu aynı durumda bulabilmeniz imkânsızdır. İki elektronun aynı durumda aynı spin yönüne ve aynı momentuma sahip olmaları mümkün değildir. Aynı konumda bulunmaları için ya da hareket edebilmeleri için tek koşul birbirlerine zıt spinlere sahip olmalarıdır.

Bunun sonucu nedir? İki Fermi parçacığının aynı durumda bulunamaması gerçeğine dayanan çok sayıda önemli etki vardır. Gerçekte maddesel dünyanın neredeyse tüm özellikleri bu olağanüstü gerçeğe dayanır. Periyodik tabloda görülen çeşitlilik temel olarak bu basit kuralın sonucudur.

Elbette bu kural değiştiğinde dünyanın artık eskisi gibi olamayacağını söylemiyoruz çünkü bu kural tüm kuantum mekaniğinin sadece bir kısmını oluşturur ve eğer Fermi parçacıkları hakkındaki yasa farklı olsaydı, başka nelerin değişeceğini söylemek şu an için imkânsızdır. Neyse şimdi sadece bu kural değişseydi ne olacağını görmeye çalışalım. İlk olarak her atomun az ya da çok birbirlerine özdeş olduğunu gösterebiliriz. İşe hidrojen atomuyla başlayalım. Bu durumdan çok da etkilenmeyecekti. Çekirdekteki proton küresel simetrik bir elektron bulutu tarafından çevrelenmektedir, Şekil 4-11(a)'da görüldüğü gibi. 2. Bölümde açıkladığımız gibi elektron merkeze doğru çekilir fakat belirsizlik ilkesi uzaydaki ve momentumdaki yoğunluk arasında bir dengeyi gerekli kılar. Denge, belirli bir enerji ve hidrojen atomunun karakteristik boyutunu tanımlayan belirli bir elektron dağılımı anlamına gelir.

Şimdi iki birim yüke sahip bir çekirdeğimiz olsun, helyum çekirdeği gibi. Bu çekirdek iki elektronu çeker ve eğer Bose parçacıkları olsalardı her ikisi de çekirdeğe –elektriksel itmeleri dışında– oldukça yakın durma eğiliminde olurlardı. Helyum atomu şeklin (b) kısmında resmedildiği gibi gösterilebilir. Benzer şekilde üç birim yüklü çekirdeğe sahip lityum atomu Şekil 4-11'in (c) kısmında gösterilen bir elektron dağılımına sahiptir. Her atom az ya da çok birbirine benzer görünmektedir; hiçbir şeyin yöne sahip olmadığı ve karmaşık olamayan, çekirdeğin yakınında konumlanmış elektronları olan küçük yuvarlak bir top gibi.

Bununla birlikte elektronlar Fermi parçacığı olduğu için gerçek durum oldukça farklıdır. Hidrojen atomu için durum neredeyse değişmez. Tek fark Şekil 4-12(a)'da küçük bir okla gösterdiğimiz bir spine sahip olmasıdır. Bir helyum atomu durumunda, bununla birlikte, iki elektronu üst üste koyamayız. Fakat bu sadece spinler aynıysa doğrudur. İki elektron eğer spinleri zıt yönlüyse aynı durumu doldurabilir. Bu nedenle helyum atomu her iki durumda da çok farklı görünmez. Bununla birlikte lityum atomu için durum oldukça farklıdır. Üçüncü elektronu nereye koyabiliriz? Üçüncü elektronu diğer ikisinin üstüne koyamayız çünkü her iki spin yönü de işgal edilmiş durumdadır. (Hatırlayacağınız gibi bir elektron ya da herhangi bir spin 1/2 parçacık için sadece olası iki spin yönü vardır.) Üçüncü elektron diğer iki elektron tarafından işgal edilmiş yerin yakınına gidemez bu nedenle şeklin (c) kısmında gösterilen çekirdekten uzak, farklı ve özel bir konumu işgal etmelidir. (Burada kabaca konuşuyoruz, çünkü gerçekte bütün elektronlar özdeştir; birbirlerinden ayırt edemediğimiz için tasvirimiz sadece bir yaklaşıklıktır.)



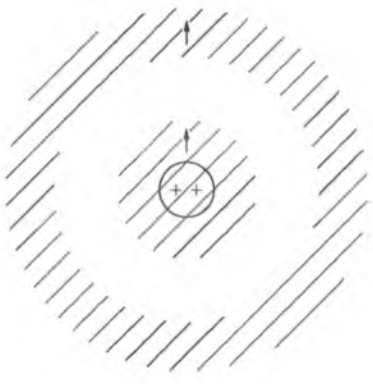
Şekil 4-12 Gerçek, Fermi tipli, yarım-spinli elektronlar için atomik konfigürasyon.



Şekil 4-13 İki hidrojen molekülü.

Şimdi neden farklı atomların farklı kimyasal özelliklere sahip olduğunu görmeye başlayabiliriz. Çünkü lityumdaki üçüncü elektron oldukça uzaktadır ve görece daha gevşek bir bağa sahiptir. Lityum atomundan bir elektron koparmak helyum atomundan elektron koparmaktan daha kolaydır. (Deneysel olarak helyum atomunun iyonize olması için 25 elektron volt gerekir fakat lityumun iyonize olması için 5 elektron volt yeterlidir.) Bu durum lityum atomunun değerlik yapısıyla ilişkilidir. Değerliğin yön özelliği dıştaki elektronun dalga desenine bağımlıdır, fakat şu anda bu durumun ayrıntılarına girmeyeceğiz. Zaten *dışarlama ilkesinin* önemini kavradık: iki elektronun asla aynı durumda (spini de içeren) bulunamama ilkesi.

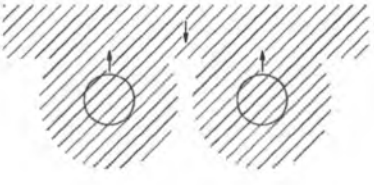
Dışarlama ilkesi ayrıca büyük ölçekte madde kararlılığından da sorumludur. Daha önce maddedeki atomların belirsizlik ilkesi uyarınca birbirlerinin üzerine yığılmayacağını belirtmiştik; fakat bu durum neden iki hidrojen atomunu istediğimiz kadar yakınlaştırıp sıkıştıramadığımızı açıklamaz ya da neden protonların etraflarındaki elektron bulutuyla bir araya getirilemediğini. Cevap elbette iki elektrondan –zıt spinli– daha fazlasının kabaca aynı durumda bulunamamasıdır, hidrojen atomları birbirlerinden uzak durmalıdır. Bu nedenle büyük ölçekte madde kararlılığı gerçekten de elektronların Fermi parçacık doğasının bir sonucudur.



Şekil 4-14 Daha yüksek bir enerji durumundaki elektrona sahip helyum atomu.

Elbette iki atomun dıştaki elektronları zıt spin yönlerine sahipse, birbirlerine yakınlaşabilirler. Bu aslında kimyasal bağların meydana gelmesinin tek yoludur. Eğer aralarında bir elektron varsa genelde en düşük enerji seviyesinde bulunur. Bu, iki pozitif çekirdek ile ortalarındaki elektron arasında bir tür elektriksel çekimin sonucudur. Spinleri zıt olduğu sürece iki elektronu iki çekirdeğin arasına koymak mümkündür ve en güçlü kimyasal bağlanma bu şekilde meydana gelir. Daha güçlü bir bağlanma şekli yoktur çünkü dışarlama ilkesi, atomlar arasındaki boşluğa daha fazla elektron yerleştirilmesine izin vermez. Bir hidrojen molekülünün az çok Şekil 4-13'teki resme benzediğini düşünüyoruz.

Dışarlama ilkesinin bir diğer önemli sonucunu da vurgulamak istiyoruz. Hatırlayacağınız gibi, helyum atomundaki her iki elektronun çekirdeğe yakın olabilmesi için spinleri zıt yönlü olmalıdır. Şimdi her iki elektronu aynı spinlere sahip olacak şekilde ayarlamaya çalışalım; spinlerini aynı yönde hizalamak için elektronları oldukça büyük bir manyetik alana koyarak bunu yapabilmeyi umuyoruz. Fakat o zaman iki elektron aynı konumu işgal edemeyecektir. İçlerinden birisi Şekil 4-14'te gösterildiği gibi farklı bir geometrik konumda bulunur. Çekirdekten daha uzak bir konuma yerleşen elektron daha az bağlanma enerjisine sahiptir. Diğer bir deyişle, iki spin zıt yönde olduğunda daha büyük bir çekim oluşur.



Şekil 4-15 Ferromanyetik kristaldeki olası mekanizma; elektron iletimi çiftlenmemiş iç elektronlara zıt yöndedir.

İki elektron birbirlerine yaklaştıklarında, spinleri birbirlerine zıt hale getirmeye çalışan olağanüstü büyük bir kuvvet ortaya çıkar. Eğer iki elektron aynı konumu işgal etmeye çalışırsa, spinlerini birbirlerine zıt hale getirmeye çalışan bu görünür kuvvet, iki elektronun manyetik momentleri arasındaki küçük kuvvetten çok daha yeğindir. Hatırlayacağınız gibi ferromanyetizma durumunda, neden farklı atomlardaki elektronların spinlerini birbirlerine paralel hale getirmeye çalıştıkları üzerine konuşmuştuk. Hâlâ sayısal bir açıklamamız olmamasına rağmen, bir atomun çekirdeği etrafındaki elektronların dışarlama ilkesi uyarınca, kristal boyunca serbestçe dolaşabilen, daha dıştaki elektronlarla etkileşmesinin sonucu olduğuna inanılmaktadır. Bu etkileşim serbest elektronların ve içteki elektronların zıt yönlü spinlere sahip olmalarına neden olur. Fakat Şekil 4-15'te tasvir edildiği gibi, serbest elektronlar ve en içteki atomik elektronlar, içteki elektronların aynı spin yönüne sahip olmaları şartıyla zıt yönlü spinlere sahip olabilirler. Öyle görünüyor ki serbest elektronlara dolaylı olarak etki eden dışarlama ilkesinin bu etkisi, ferromanyetizmadan sorumlu büyük hizalama kuvvetlerinin ortaya çıkmasını sağlamaktadır.

Dışarlama ilkesinin daha ileri bir örneğini vurgulamak istiyoruz. Daha önce nükleer kuvvetlerin nötron ve proton, proton ve proton, nötron ve nötron arasındaki kuvvetlere benzediğini söylemiştik. Peki bir proton ve bir nötron birbir-

lerine yapışarak bir döteryum çekirdeği meydana getiriyorken neden sadece iki proton ya da sadece iki nötrondan oluşan bir çekirdek yok? Aslına bakarsanız döteron yaklaşık 2,2 milyon elektron voltluk bir bağlanma enerjisine sahiptir, fakat bu atomik ağırlığı 2 olan bir helyum izotopu meydana getirmek için birleşmesi gereken bir çift proton arasındaki bağlanma enerjisinin yerini tutamaz. Böyle bir çekirdek doğada var olamaz. İki protonun kombinasyonu bağlı bir durum meydana getiremez.

Cevap iki etkinin sonucudur: ilk olarak dışarlama ilkesi ve ikinci olarak nükleer kuvvetlerin spin yönüne duyarlı olma gerçeği. Bir proton ile bir nötron arasındaki kuvvet çekicidir ve spinlerin aynı yönde paralel olduğu durumdaki kuvvet, spinlerin zıt yönde olduğu durumdakinden daha büyüktür. Dolayısıyla eğer proton ve nötron paralel spinlere sahiplerse, kuvvetler bir döteronu meydana getirmeye yetecek kadar büyük olur; aksi takdirde, zıt yönlü spinlere sahiplerse kuvvet yetersiz kalır. Nötron ve protonun spinleri yarım ve aynı yönlü olduğu için, döteronun spini 1'dir. Bununla birlikte eğer spinleri paralelse iki protonun birbirlerinin üzerine yerleşemeyeceklerini biliyoruz. Eğer dışarlama ilkesi olmasaydı iki proton bağlanabilirdi fakat aynı durumda aynı spin yönleriyle birlikte bulunamayacakları için He^2 çekirdeği oluşamaz. Protonlar spinleri zıt olduğunda bir araya gelebilir fakat kararlı bir çekirdek oluşturacak kadar büyük bir bağlanma enerjisi meydana gelmez, çünkü zıt spin için nükleer kuvvetler bir çift nükleonu bağlamak için çok zayıftır. Zıt spinli proton ile nötron arasındaki çekici kuvvet saçılma deneylerinde görülebilir. Paralel spine sahip iki protonlu benzer saçılma deneyleri benzer kuvvetlerin varlığını göstermiştir. Bu nedenle dışarlama ilkesi neden döteryum oluşurken He^2 çekirdeğinin oluşmadığının anlaşılmasına yardım edebilir.

5
SPİN BİR

5-1 Stern-Gerlach deneyiyle atomları filtrelemek

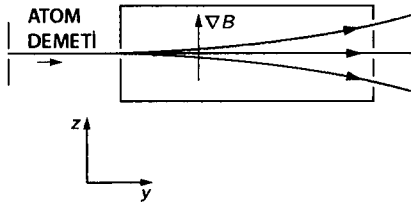
5-1 Stern-Gerlach deneyiyle atomları filtrelemek
5- 2 Filtrelenmiş atomlarla yapılan deneyler
5-3 Sıra halindeki Stern-Gerlach filtreleri
5-4 Taban durumları
5-5 Girişim yapan genlikler
5-6 Kuantum mekaniği makinesi
5-7 Farklı bir taban durumuna geçiş
5-8 Diğer durumlar

Asıl bu bölümde kuantum mekaniğine giriş yapmış olacağız; kuantum mekaniksel bir olayı tamamen kuantum mekaniksel bir yol kullanarak açıklayacağız. Herhangi bir savunma yapmayacağız ve klasik mekanikle bağlantı kurmaya çalışmayacağız. Yeni bir dilde yeni şeyler hakkında konuşmak istiyoruz. Tanımlayacağımız özel durum *spin* 1 parçacıkları için açısal momentumun kuantumlanması olarak adlandırılan bir süreçtir. Fakat "açısal momentum" gibi daha önce klasik mekaniğe dair kullandığımız kavramları kullanmayacağız. Bu özel örneği seçtik çünkü olası en basit örnek olmasa da görece olarak basittir. Bütün kuantum mekaniksel süreçler için genelleştirilmesini sağlayabileceğimiz bir prototiptir. Bu nedenle, özel bir örnekle ilgileniyor olsak da, vurgulayacağımız bütün yasalar hemen genelleştirilebilir ve kuantum mekaniksel bir olayın tüm yönlerini görebilmenizi sağlar. Bir Stern-Gerlach deneyinde üç kısma ayrılmış bir atom demetini inceleyerek işe başlayacağız.

Gözden geçirme: Cilt II, Bölüm 35 *Paramanyetizma ve Manyetik Rezonans*. Sizin için bu cildin Ek Bölümünde yeniden basılmıştır.

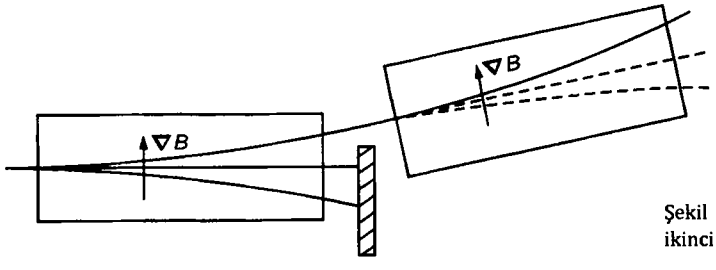
Hatırlayacağınız gibi, homojen olmayan bir manyetik alana sahip düzeneğe bir atom demeti yolladığımızda, parçacık demeti birkaç demete ayrılabilir; demetin sayısı atomun türüne ve durumuna bağlıdır. Üç demete ayrılan bir atomun durumunu ele alacağız ve bu parçacıkları *spin* 1 olarak adlandıracağız. Elbette beş demetli, yedi demetli ya da iki demetli durumu da ele alabilirsiniz; aşağıda yazılanlarda üç yerine beş ya da yedi koyarsanız söylediklerimiz değişmez.

Düzeneğin Şekil 5-1'deki gibi olduğunu hayal edin. Bir atom demeti (ya da herhangi bir tür parçacık) düzgün olmayan bir alandan geçeceği birkaç yarığa yönlendirilmiştir. Demetlerin y-yönünde gittiğini varsayın ve manyetik alan ile gradyanınm z-yönünde olduğunu hayal edelim. Daha sonra şekilde gösterildiği gibi, kenarlardan bakıp dikey olarak üçe ayrılmış demeti göreceğiz. Şimdi mıknatısın çıkış ucuna, üç demetten herhangi birindeki parçacıkların varma oranını hesaplayan küçük sayaçlar koyabiliriz. Ya da demetlerin ikisini engelleyip, üçüncüsün gönderilmesine izin verebiliriz.



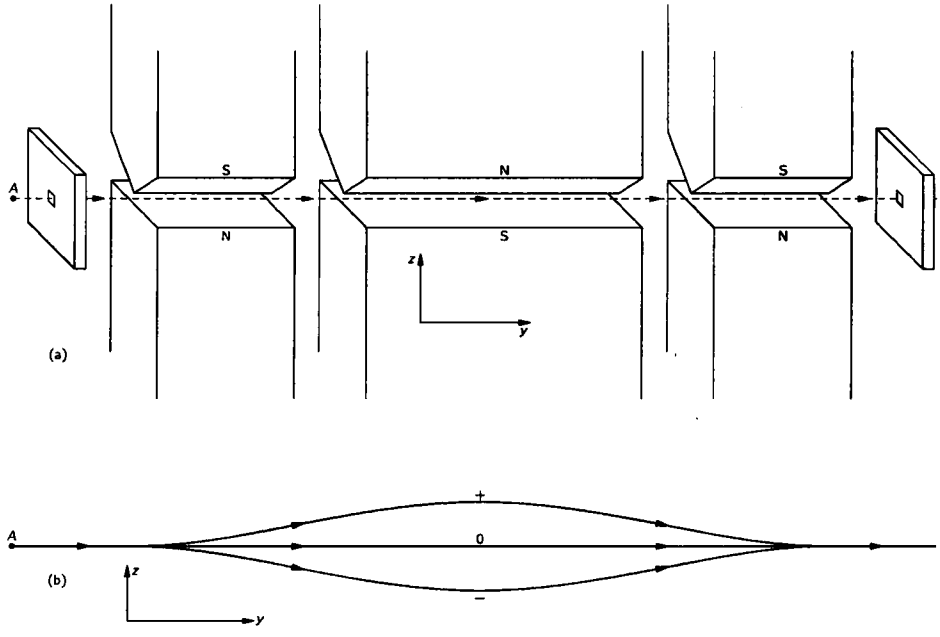
Şekil 5-1 Stern-Gerlach deneyinde spin 1 atomları üç demete ayrılmıştır.

Alttaki iki demeti engellediğimizi varsayın ve en üstteki demetin yoluna devam etmesine izin vererek, Şekil 5-2'te gösterildiği gibi, ikinci benzer Stern Gerlach düzeneğine girdiğini düşünelim. Peki ne olacak? İkinci düzenekte üç demet yoktur; sadece en üstteki demet vardır.* Eğer ikinci düzeneği birincisinin basit bir genişletilmiş hali olarak düşünürseniz, bulacağınız şey elbette bu olacaktır. Yukarı doğru itilen atomlar ikinci mıknatısta da yukarı doğru itilmeye devam eder.



Şekil 5-2 Demetlerin birinden gelen atomlar benzer ikinci bir düzeneğe yollanmaktadır.

* Sapma açılarının çok küçük olduğunu varsayıyoruz.



Şekil 5-3 (a) Modifiye edilmiş hayali bir Stern-Gerlach düzeneği; (b) Spin-1 atomların rotası.

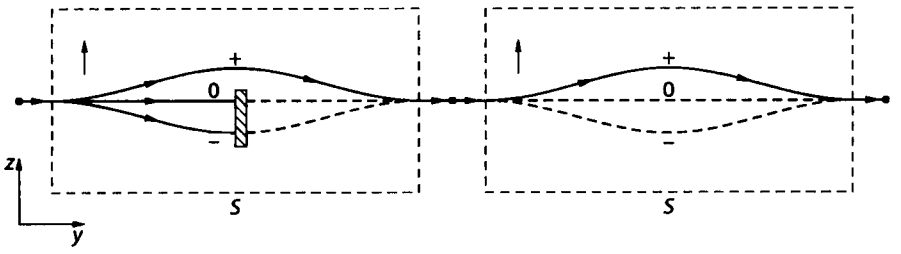
İlk düzeneğin "saf" atomların bir demetini oluşturduğunu görebilirsiniz; homojen olmayan bir alanda yukarı doğru bükülmüş atomlar. Başlangıçtaki Stern-Gerlach düzeneğine giren atomlar üç "çeşittir" ve farklı rotalara sahiptir. Bütün demetlerin içinden birisini filtreleyerek, benzer bir düzenek içinde gelecekteki davranışını belirleyebileceğimiz ve tahmin edebileceğimiz bir demet elde edebiliriz. Bu demeti, *filtrelenmiş* demet ya da *kutuplanmış* demet ya da atomlarının hepsinin *belirli bir durumda* olduğu bilinen bir demet olarak adlandıracağız.

Tartışmamızın geri kalan kısmı için modifiye edilmiş hayali bir Stern-Gerlach düzeneğini göz önüne almak daha uygun olacaktır. Düzenek ilk bakışta çok karmaşık görünebilir fakat ortaya koyacağımız fikirleri oldukça basitleştirecektir. Bununla birlikte, bunlar sadece "düşünce deneyi" oldukları için, deneyin karmaşık olmasında herhangi bir sorun yoktur. (Bu arada şu ana dek hiç kimse tanımlayacağımız deneyleri bu şekilde yapmamıştır fakat kuantum mekaniğine dayalı olduklarından ne olacağını bilmekteyiz, elbette benzer diğer deneylere de dayandıkları için. Bunun gibi deneyleri anlamak başlangıçta oldukça zordur, bu nedenle bazı idealize –fakat olası– deneyleri betimlemek istiyoruz.)

Şekil 5-3(a)'da kullanmak istediğimiz "değiştirilmiş Stern-Gerlach düzeneğini" görmektesiniz. Ardışık yüksek gradyana sahip üç mıknatıstan oluşmaktadır. İlki (soldaki) sadece alışıldık Stern-Gerlach mıknatısıdır ve gelen spin-1 parçacıklarının demetini üçe ayırır. İkinci mıknatıs birincisiyle aynı tesir kesitine sahiptir fakat iki kat daha uzundur ve manyetik alanının kutupsallığı 1. mıknatısın tam tersidir. İkinci mıknatıs atomik mıknatısları zıt yönde iter ve rotasını eksenin arkasına doğru eğer, şeklin en alt kısmında yörüngelerinin gösterildiği gibi. Üçüncü mıknatıs birinci mıknatısa benzerdir ve ayrılmış üç demeti tekrar bir araya getirir; böylece demet eksen boyunca yerleştirilmiş çıkış deliğinden ayrılır. Son olarak *A* deliğinin önünde atomları durağan konumdan harekete geçiren bir mekanizma ve *B* deliğinin arkasında bir yavaşlatma mekanizması olduğunu hayal edelim. Bu önemli değil fakat analizimizde, atomlar yayıldıkça hareketlerinden kaynaklanan etkiler konusunda endişe duymamamız ve spinle

ilgili konulara yoğunlaşabileceğimiz anlamına gelecektir. "Geliştirilmiş" düzeneğin bütün amacı süratlerini sıfıra indirdiğimiz bütün parçacıkları aynı duruma getirmektir.

Şimdi deney Şekil 5-2'dekine benzer bir deney yapmak istersek, Şekil 5-4'te gösterildiği gibi, ilk olarak iki demeti engellemek için düzeneğin ortasına bir plaka koyarak filtrelenmiş bir demet elde etmemiz gerekir. Şimdi kutuplanmış atomları ikinci bir düzeneğe yolladığımızda bütün atomlar daha üstteki yolu tercih eder. Bunu *S* filtresinden sonra koyacağımız benzer plakalarla sınayabiliriz.



Şekil 5-4 Filtre kullanılarak "geliştirilmiş" bir Stern-Gerlach deneyi.

İlk düzeneği *S* harfiyle adlandırdığımızı düşünün. (Her çeşit kombinasyonu dikkate alacağımız için durumları ayırt etmemiz gerekecektir.) *S*'nin yukarısındaki rotayı takip eden atomları "*S*'ye göre artı durumda" kabul edeceğiz; ortadaki rotayı kullananları "*S*'ye göre sıfır durumda" kabul edeceğiz; en aşağıdaki rotayı kullananları da "S'ye göre eksi durumda" kabul edeceğiz. (Daha geleneksel bir dille konuşursak, açısal momentumun *z*-bileşeni $+1\hbar$, 0, $-1\hbar$'dır fakat şu an bu dili kullanmayacağız.) Şimdi Şekil 5-4'teki ikinci düzeneği tıpkı birincisi gibi konumlandıralım, böylece filtrelenen atomlar daha üstteki yolu kullanacaktır. Ya da eğer ilk düzenekte üstteki ve alttaki demetleri engelleyerek sadece sıfır durumun geçmesine izin verirsek, bütün filtrelenmiş atomlar ikinci düzenekteki orta yolu kullanacaktır. Eğer ilk düzenekte sadece en alttaki demetin geçişine izin verirsek ikinci düzenekte sadece aşağıdaki yolu kullanan filtrelenmiş atomları elde ederiz. İlk düzenekteki her bir durumun (+, 0 ya da –) *S*'ye göre *saf bir durumda* olan filtrelenmiş bir demet ürettiğini söyleyebiliriz ve benzer, ikinci bir düzeneğe giden atomların hangi durumda olduğunu sınayabiliriz.

İkinci düzeneği ilkinde yaptığımız gibi içine bazı plakalar koyarak sadece belirli bir durumdaki atomların geçişine izin verecek şekilde tasarlayabiliriz ve daha sonra düzeneğin ucundan çıkan atomları izleyerek gelen demetin durumunu anlayabiliriz. Örneğin ikinci düzenekte aşağıdaki iki demeti engellediğimizde yine de atomlar başarıyla dışarı çıkacaktır fakat üstteki demeti engellersek hiçbir demet dışarı çıkamayacaktır.

Bu tartışmayı basitleştirmek için geliştirilmiş Stern-Gerlach deneyimizi göstermek için kısa bir sembol kullanacağız. Bütün düzeneği göstermek için

$$\left\{\begin{matrix}+\\0\\-\end{matrix}\right\}_S \qquad (5.1)$$

sembolünü kullanacağız. (Bu kuantum mekaniğinde kullanılan bir sembol değildir; sadece bu bölümde kullanmak üzere ortaya attık. Basitçe Şekil 5-3'teki düzeneği anlatmaktadır.) Çeşitli düzenekler ve farklı yönler kullanacağımız için her bir durumu bir harfle göstereceğiz. Bu nedenle (5.1)'deki sembol *S* düzeneğini göstermektedir. İçerdeki bir ya da birden fazla demeti engellediğimizde,

engellenen demetleri göstermek için bazı dikey çubuklar kullanacağız, örneğin:

$$\left\{\begin{matrix}+\\0\\-\end{matrix}\right\}_S \tag{5.2}$$

Kullanacağımız değişik olası kombinasyonlar Şekil 5-5'te gösterilmiştir.

Ardışık iki filtremiz varsa (Şekil 5-4'teki gibi) yan yana iki sembol kullanacağız:

$$\left\{\begin{matrix}+\\0\\-\end{matrix}\right\}_S \left\{\begin{matrix}+\\0\\-\end{matrix}\right\}_S \tag{5.3}$$

Bu kurulumda her şey birinci düzenekten gelip ikinci düzenekten geçmektedir. Gerçekte ikinci düzeneğin "sıfır" ve "eksi" kanallarını kapatsak bile

$$\left\{\begin{matrix}+\\0\\-\end{matrix}\right\}_S \left\{\begin{matrix}+\\0\\-\end{matrix}\right\}_S \tag{5.4}$$

elde ederiz ve bu durumda hâlâ ikinci düzenek boyunca atomların yüzde yüzü geçmektedir. Diğer yandan eğer

$$\left\{\begin{matrix}+\\0\\-\end{matrix}\right\}_S \left\{\begin{matrix}+\\0\\-\end{matrix}\right\}_S \tag{5.5}$$

durumu varsa, düzeneğin sonundan hiçbir parçacık çıkmayacaktır. Benzer şekilde,

$$\left\{\begin{matrix}+\\0\\-\end{matrix}\right\}_S \left\{\begin{matrix}+\\0\\-\end{matrix}\right\}_S \tag{5.6}$$

durumunda da hiçbir şey elde edilmez. Diğer yandan

$$\left\{\begin{matrix}+\\0\\-\end{matrix}\right\}_S \left\{\begin{matrix}+\\0\\-\end{matrix}\right\}_S \tag{5.7}$$

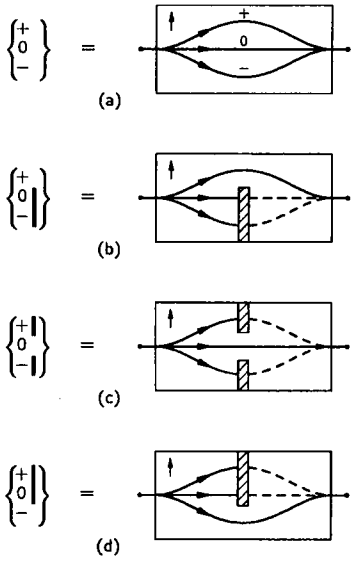
durumu aslında

$$\left\{\begin{matrix}+\\0\\-\end{matrix}\right\}_S$$

durumudur.

Şimdi bu deneyi kuantum mekaniksel olarak tanımlayalım. Eğer atomlar Şekil 5-5(b)'deki durumdaysa atomların $(+S)$ durumunda olduğunu eğer (c)'deki durumdaysalar atomların $(0\ S)$ durumunda olduklarını ve (d) durumunda da $(-S)$ durumunda olduğunu varsayacağız.* Atomun a durumundan düzeneği geçerek b durumuna geçme genliğine $\langle b|a\rangle$ diyelim: diğer bir deyişle $\langle b|a\rangle$ a durumundaki bir atomun b durumuna geçme genliğidir. (5.4) deneyi bize

$$\langle +S|+S\rangle = 1$$



Şekil 5-5 Stern-Gerlach tipindeki filtreler için kullanılan kısa özel semboller.

* $(+S)$ = "artı-S", $(0\ S)$ = "sıfır-S" ve $(-S)$ = "eksi-S" olarak okunur.

sonucunu verirken (5.5)

$$\langle -S|+S\rangle = 0$$

sonucunu verir. Benzer şekilde (5.6)'nın sonucu

$$\langle +S|-S\rangle = 0$$

ve (5.7)'nin sonucu

$$\langle -S|-S\rangle = 1$$

olarak yazılır.

Sadece "saf" durumlarla ilgilendiğimiz için –yani sadece açık olan bir kanalımız var– bunun gibi dokuz adet genlik vardır ve bunları bir tablo halinde aşağıdaki biçimde yazabiliriz:

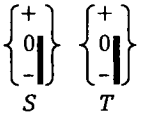
		başlangıç		
		$+S$	$0S$	$-S$
son	$+S$	1	0	0
	$0S$	0	1	0
	$-S$	0	0	1

(5.8)

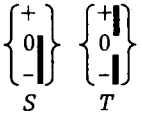
Bu dokuz sayılık küme –matris olarak adlandırılan– tanımladığımız durumu özetlemektedir.

5-2 Filtrelenmiş atomlarla yapılan deneyler

Şimdi büyük bir soruyla karşı karşıyayız. Eğer ikinci düzenek birinci düzenekle paralel olmaması için farklı açıyla eğilirse ne olur? Sadece eğilmesin aynı zamanda farklı bir yönelime de sahip olsun; örneğin demet başlangıçtaki konumundan 90°'lik bir açıyla sapabilir. Başta işi kolaylaştırmak için ikinci Stern-Gerlach deneyinin y-ekseni etrafında bir α-açısı kadar eğildiğini düşünelim, Şekil 5-6'da gösterildiği gibi. Bu ikinci düzeneğe T diyelim ve aşağıdaki deneyi yaptığımızı düşünelim



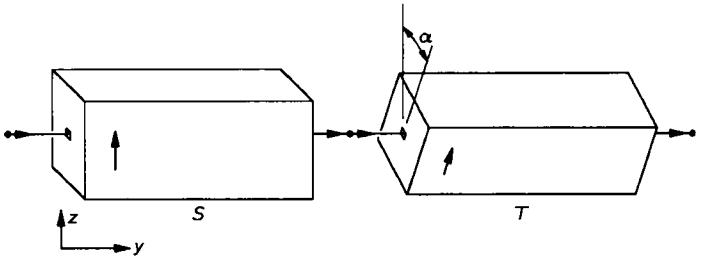
ya da



Bu durumda öbür uçta hangi durum meydana gelir?

Cevap şudur: Eğer atomlar S'ye göre belirli bir durumdaysa T'ye göre aynı durumda olamazlar yani bir $(+S)$ durumu aynı zamanda bir $(+T)$ durumu değildir. Bununla birlikte $(+T)$ durumundaki bir atomu bulmak için belirli bir genlik vardır (ya da $(0T)$ durumundaki ya da $(-T)$ durumundaki).

Diğer bir deyişle, farklı bir açıda eski konumuna göre "yeniden yönlendirilen" bir düzeneği kullanarak sadece belirli durumlara sahip atomları elde etmeye çalışıyoruz. Her seferinde düzeneğe sadece bir parçacık koyalım ve ardından



Şekil 5-6 Ardışık iki Stern-Gerlach filtresi; ikincisi birincisine göre bir α-açısı kadar eğilmiştir.

şu soruyu soralım: Bu parçacığın bu düzeneklerden geçme olasılığı nedir? S düzeneğinin içinden geçen bazı atomlar, her biri farklı olasılıklarda $(+T)$, $(0T)$ ya da $(-T)$ durumunda olacaklardır. Bu olasılıklar karmaşık genliğin mutlak değerinin karesi alınarak hesaplanabilir; bu genlikler için istediğimiz şey sadece matematiksel bir yöntem ya da kuantum mekaniksel bir tanımdır. Aşağıdaki niceliğe benzer çeşitli nicelikleri hesaplamamız gerekecektir:

$$\langle -T \,|\, +S\rangle$$

Diğer bir deyişle, başlangıçtaki $(+S)$ durumundan $(-T)$ durumuna geçişin ortalama genliği gibi ifadeleri tanımlamamız gerekir (T ve S birbirleriyle paralel olduğu sürece sıfır değerini vermeyen süreçleri). Diğer genlikler şunlardır:

$$\langle +T \,|\, 0S\rangle \quad \text{ya da} \quad \langle 0T \,|\, -S\rangle \quad \text{vs.}$$

Aslında bir parçacık kuramının bize nasıl hesaplanacağını söyleyebileceği bunun gibi dokuz genlik –başka bir matris– vardır. Tıpkı $F = ma$ denkleminin bize herhangi bir durumdaki klasik bir parçacığa ne olacağını nasıl hesaplayabileceğimizi söylemesi gibi kuantum mekaniği yasaları da, belirli düzenekten geçen bir parçacığın genliğini hesaplamamıza yardımcı olur. O zaman esas problem aşağıda verilen dokuz genliğin de hesaplanabilmesidir; verilen herhangi bir a-açısında ya da verilen herhangi bir yönde:

$$\begin{array}{lll} \langle +T \,|\, +S\rangle & \langle +T \,|\, 0S\rangle & \langle +T \,|\, -S\rangle \\ \langle 0T \,|\, +S\rangle & \langle 0T \,|\, 0S\rangle & \langle 0T \,|\, -S\rangle \\ \langle -T \,|\, +S\rangle & \langle -T \,|\, 0S\rangle & \langle -T \,|\, -S\rangle \end{array} \tag{5.9}$$

Bu genlikler arasındaki bazı ilişkileri zaten incelemiştik. İlk olarak tanımlamalarımıza göre mutlak değerin karesi

$$|\langle +T \,|\, +S\rangle|^2$$

$(+S)$ durumundaki bir atomun $(+T)$ durumuna geçme *olasılığıdır*. Genelde bu gibi ifadeleri eşleniği cinsinden yazmak daha uygundur:

$$\langle +T \,|\, +S\rangle \langle +T \,|\, +S\rangle^*$$

Aynı şekilde aşağıdaki genlik

$$\langle 0T \,|\, +S\rangle \langle 0T \,|\, +S\rangle^*$$

$(+S)$ durumundaki bir parçacığın $(0T)$ durumuna geçme *olasılığıdır* ve

$$\langle -T \,|\, +S\rangle \langle -T \,|\, +S\rangle^*$$

genliği de $(-T)$ durumuna geçme *olasılığıdır*. Fakat düzeneklerimizin konumlanma şekli nedeniyle, T düzeneğine giren her atom T düzeneğindeki üç durumun *bazılarında* bulunmalıdır; bu tür atomların gidecekleri başka bir yer yoktur. Bu nedenle yazacağımız üç olasılığın toplamı 1'e eşit olmalıdır. Bu nedenle

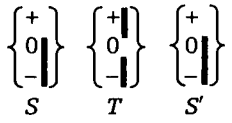
$$\langle +T \,|\, +S\rangle \langle +T \,|\, +S\rangle^* + \langle 0T \,|\, +S\rangle \langle 0T \,|\, +S\rangle^* + \langle -T \,|\, +S\rangle \langle -T \,|\, +S\rangle^* = 1 \tag{5.10}$$

eşitliğini yazabiliriz. Elbette eğer $(0S)$ ya da $(-S)$ durumuyla başlarsak yukarıdaki ifade gibi iki denklem daha yazmamız gerekir. Hepsini kolayca yazabilmemize rağmen, şimdilik diğer sorunlarla ilgilenmek istiyoruz.

5-3 Sıra halindeki Stern-Gerlach filtreleri

Burada ilginç bir soruyla karşı karşıyayız: $(+S)$ durumuna filtrelenmiş atomlarımız olduğunu, daha sonra bunları örneğin $(0T)$ durumunda ikinci bir filtreden geçirerek, $(+S)$ durumundaki bir diğer filtreye yolladığımızı düşünelim. (Son filtreyi birinci S filtresinden ayırt etmek için S' olarak adlandıracağız.) Peki

atomlar başlangıçta (+*S*) durumunda olduklarını hatırlarlar mı? Diğer bir deyişle aşağıdaki deneyi yapıyoruz:

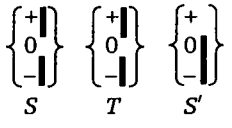


(5.11)

T ve *S*′'den atomların geçip geçmediğini bulmak istiyoruz. *Fakat geçmediler.* Bir kez *T* tarafından filtrelendiklerinde, *T*'ye girdikleri zaman herhangi bir (+*S*) durumunda olup olmadıkları *hatırlamayacaklardır.* (5.11)'deki ikinci *S* düzeneği birincisiyle aynı şekilde yönlendirilmiştir, bu nedenle hâlâ *S*-tipli bir filtredir. *S*′ tarafından filtrelenen durumlar elbette (+*S*), (0*S*) ve (–*S*) durumlarıdır.

Önemli olan nokta şudur: *Eğer T sadece bir demetin geçişine izin verirse,* ikinci *S* filtresinden geçme *oranı* sadece *T* filtresinin düzenlenmesine bağlıdır ve önünde ne olduğundan tamamen bağımsızdır. Atomların *S*-filtresi tarafından ayıklandıkları durumun, daha sonra bir *T* düzeneği tarafından saf bir demet olarak ayıklandıkları duruma hiçbir etkisi yoktur. O andan itibaren farklı durumlarda bulunma olasılıkları *T* düzeneğine girmeden önceki durumlarıyla aynıdır.

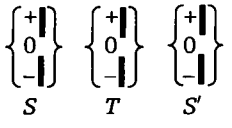
Bir örnek olarak (5.11) deneyi ile sadece ilk *S* düzeneğinin değiştiği



(5.12)

deneyi karşılaştıralım. α-açısının (*S* ile *T* arasındaki) (5.11) deneyindeki *T* ve *S*′ durumundan geçen atomların üçte birinin geçmesine izin verdiğini kabul edelim. (5.12) deneyinde *T* filtresine bu nedenle farklı sayıda atom gelmesine rağmen, *aynı oranda* –üçte biri– *S*′ filtresine de atom gelecektir.

Aslında *T* filtresinden yola çıkıp *S*′ filtresine varan atomların oranının daha önce öğrendiklerimizden yola çıkarak sadece *T* ve *S*′ durumlarına bağlı olduğunu ve daha önce meydana gelen herhangi bir şeye bağlı olmadığını gösterebiliriz. (5.12) deneyini



(5.13)

deneyiyle kıyaslayabiliriz. *S*'den yola çıkan bir atomun hem *T* filtresine hem de *S*′ filtresine gitme genliği, (5.12) deneyi için

$$\langle +S\,|0T\rangle\,\langle 0T\,|0S\rangle$$

olur. İlgili olasılıksa

$$|\langle +S\,|0T\rangle\,\langle 0T\,|0S\rangle|^2 = |\langle +S\,|0T\rangle|^2\,|\langle 0T\,|0S\rangle|^2$$

olarak ifade edilir. (5.13) deneyi için olasılık

$$|\langle 0S\,|0T\rangle\,\langle 0T\,|0S\rangle|^2 = |\langle 0S\,|0T\rangle|^2\,|\langle 0T\,|0S\rangle|^2$$

şeklinde yazılırsa bu iki olasılığın oranı

$$\frac{|\langle 0S\,|0T\rangle|^2}{|\langle +S\,|0T\rangle|^2}$$

haline gelir ve sadece *T* ile *S*′ durumuna bağlıdır ve hiç de *S* tarafından seçilen (+*S*), (0*S*) ve (–*S*) durumlarına bağlı değildir. (Mutlak sayılar *T* filtresine ne kadar parçacığın ulaştığına bağlı olarak azalabilir ve artabilir.) Elbette olasılıkları, *S*′ filtresine göre artı ya da eksi durumlara giden atomların olasılıklarıyla ya da

sıfır ya da eksi durumlara gitme olasılıklarının oranıyla karşılaştırırsak, benzer sonuçlar elde ederiz.

Aslında bu oranların sadece T filtresinden geçebilen ve ilk S filtresi tarafından filtrelenen demetlere bağlı olmaması nedeniyle, son düzenek bir S filtresi olmasa bile aynı sonucu elde ederiz. Eğer T filtresine göre gelişigüzel bir açıyla döndürülmüş üçüncü bir düzenek $-R$ olarak adlandıracağımız– kullanırsak, bulacağımız $|\langle 0R|0T\rangle|^2/|\langle +R|0T\rangle|^2$ gibi bir oran, birinci S filtresinden geçen demetten bağımsızdır.

5-4 Taban durumları

Bu sonuçlar kuantum mekaniğinin temel ilkelerinden birini göstermektedir: Herhangi bir atomik sistem filtreden geçirilerek, *taban durumu* olarak adlandıracağımız belirli bir durum kümesine ayrılabilir ve belirli bir taban durumundaki atomların gelecekteki davranışı sadece taban durumunun doğasına bağlıdır; daha önce meydana gelen her şeyden bağımsızdır.* Taban durumları elbette kullanılan filtreye bağlıdır; örneğin $(+T)$, $(0T)$ ve $(-T)$ bir taban durumu kümesidir; $(+S)$, $(0S)$ ve $(-S)$ diğer taban durumlarıdır. Her biri bir diğeri kadar mümkün olan bir olasılık kümesi vardır.

Gerçekten "saf" demetler üreten *iyi* filtreleri hesaba kattığımızı söylediğimizde dikkatli olmalıyız. Örneğin eğer bizim Stern-Gerlach düzeneğimiz üç demeti iyi bir şekilde ayıramıyorsa taban durumlarını belirgin bir biçimde belirleyemeyiz. Görelim ya da görmeyelim eğer saf taban durumlarına sahipsek, demetler bir diğer benzer filtre tarafından tekrar ayrılabilir. Eğer saf bir $(+T)$ durumuna sahipsek bütün atomlar

$$\left\{\begin{matrix}+\\0\\-\end{matrix}\right\}_T$$

filtresinden geçebilir ve hiçbiri ne

$$\left\{\begin{matrix}+\\0\\-\end{matrix}\right\}_T$$

filtresinden ne de

$$\left\{\begin{matrix}+\\0\\-\end{matrix}\right\}_T$$

filtresinden geçebilir. Taban durumundan kastettiğimiz şey bazı saf durumların filtreden geçmesinin ***mümkün olmasıdır*** ve benzer bir düzenekle daha fazla filtrelemenin mümkün olmamasıdır.

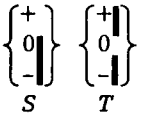
Şu ana dek söylediğimiz her şeyin sadece ideal koşullarda doğru olduğunu vurgulamak zorundayız. Herhangi bir Stern-Gerlach düzeneğinde, bazı atomların farklı açılara karşılık gelen durumlara saçılmasına neden olan kırınımlar ya da farklı uyarılma durumlarına sahip atomları içeren demetler konusunda endişelenmemiz gerekir. Bir manyetik alanda ayrılan durumlar hakkında konuşurken ideal koşulları dikkate alıyoruz; konum, momentum, iç uyarılma gibi fiziksel durumları ihmal ediyoruz. Genelde bunun gibi fiziksel durumlara göre filtrelenmiş taban durumlarını hesaba katmamız gerekir. Fakat kavramları basitleştirmek için, atomların düzeneklerden sorunsuz geçtiği ve düzenekten ay-

* "Taban durum" sözcüğünün burada anlatılandan daha fazla şeyi kapsadığını söylemiyoruz. Bu sözcük herhangi bir durumun "temeli" olarak düşünülmemelidir. Bu betimlemedeki *taban* kavramı, tıpkı "on tabanındaki sayılar" hakkında konuştuğumuz anlamdadır.

rıldıklarında durgun hale geldikleri idealize edilmiş koşulları yeterince iyi resmeden üç taban durumunu dikkate alıyoruz.

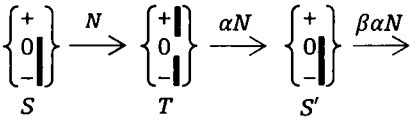
Fark edeceğiniz gibi belirli durumlarla işe başlamak için, her zaman bir kanalı açık bir filtre kullanarak düşünce deneylerimizi yapmaya başlıyoruz. Bunu yapıyoruz çünkü atomlar, rastgele şekilde meydana gelen olayların tanımladığı değişik durumları içeren bir düzenekten gelmektedir. (Genelde bu durumlar "kutuplanmamış" bir demet üretir.) Bu rastlantısallık, şu an burada başımıza dert açan kuantum mekaniksel olasılıklardan farklı olan "klasik" tür olasılıkları –yazı tura atma gibi– içerir. Kutuplanmamış bir demetle ilgilenmek ek karmaşık durumlara yol açar ve bu nedenle kutuplanmış demetlerin davranışını anlayıncaya dek uzak durmamız iyi olur. Eğer ilk düzenek birden fazla demetin geçişine izin verseydi ne olacağını düşünmenin bu noktada bir gereği yoktur. (Bölümün sonunda bunun gibi durumlarla nasıl başa çıkacağınızı söyleyeceğiz.)

Şimdi geri dönelim ve bir filtre için olan bir taban durumundan farklı bir filtre için başka bir taban durumuna geçtiğimizde ne olacağını görelim. Tekrar aşağıdaki deneyle işe başlayalım:



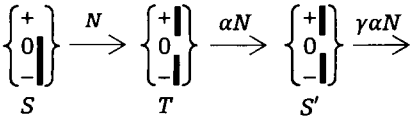
T'den gelen atomlar ($0T$) taban durumundadır ve ($+S$) durumuna dair hafızaları yoktur. Bazı insanlar T filtresi kullanıldığında ($+S$) durumundaki "bilginin kaybolduğunu" öne sürmektedir çünkü demetleri T düzeneğinde üçe ayırdığımız için atomları "rahatsız ettiğimizi" söylemektedir. Fakat bu doğru değildir. Geçmiş bilgi demetlerin üçe *ayrılmasıyla* yok olmaz fakat içine yerleştirdiğimiz *engelleyici plakalar* nedeniyle kaybolur; bir sonraki deneyde göreceğiniz gibi.

Bir $+S$ filtresiyle işe başlıyoruz ve içinden N adet atomun geçeceğini varsayıyoruz. Eğer arkasına bir $0T$ filtresi koyarsak, bu filtreden geçen atomların sayısı başlangıçtaki sayının bir kesiri, örneğin αN kadar olacaktır. Eğer başka bir $+S$ filtresi daha koyarsak T filtresinden çıkan atomların sadece bir kısmı (β kadarı) bu filtreden çıkacaktır. Bu durumu aşağıdaki şekilde gösterebiliriz:



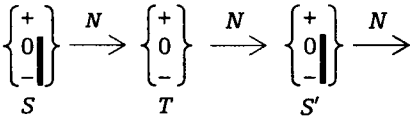
(5.14)

Eğer üçüncü S' düzeneğimiz farklı bir durumda seçilirse, örneğin ($0S$) durumunda, farklı bir kesir, örneğin γ, elde ederiz.* Yani

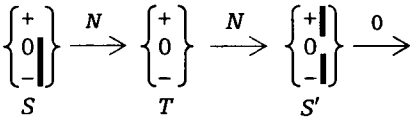


(5.15)

Şimdi bu iki deneyi T filtresindeki tüm plakaları kaldırarak yapalım. O zaman çok önemli sonuçlar elde ederiz:



(5.16)



(5.17)

* Daha önceki gösterimlerimiz cinsinden $\alpha = |\langle 0T|+S\rangle|^2$, $\beta = |\langle +S|0T\rangle|^2$ ve $\gamma = |\langle 0S|0T\rangle|^2$.

İlk durumda bütün atomlar S' filtresine varırken ikinci durumda *hiçbiri* varmamıştır! Bu kuantum mekaniğinin en büyük yasalarından biridir. Doğanın bu şekilde işlemesi çok açık değildir fakat elde ettiğimiz sonuçlar, sayısız deneyde gözlemlenen kuantum mekaniksel davranışın ideal durumdaki karşılığıdır.

5-5 Girişim yapan genlikler

(5.15)'ten (5.17)'ye giderken nasıl oluyor da *daha az* atom –*daha fazla açık kanal olmasına rağmen*– S' filtresinden çıkıyor? Bu durum kuantum mekaniğinin eski ve derin bir gizemidir: genliklerin girişimi. Aslında ilk olarak elektronlarla yapılan iki yarıklı girişim deneyinde gördüğümüz şeyle aynıdır. Bazı yerlerde iki yarık açıkken elde ettiğimiz atom sayısı, tek yarık açıkken elde ettiğimiz atom sayısından daha azdı. Nicelik olarak bu iş böyle yürümektedir. (5.17) düzeneğinde T ve S' filtresine ulaşan bir atomun genliğini, T filtresindeki üç demetin her biri için yazılan genliklerin toplamı olarak ifade edebiliriz; toplamıysa sıfıra eşittir;

$$\langle 0S\,|+T\rangle\,\langle +T\,|+S\rangle + |\langle 0S\,|0T\rangle\,\langle 0T\,|+S\rangle + \langle 0S\,|-T\rangle\,\langle -T\,|+S\rangle = 0 \tag{5.18}$$

Üç genliğin ayrı ayrı genlikleri sıfır olmasa da –örneğin ikinci genliğin mutlak değerinin karesi $\gamma\alpha$'dır, *bkz.* (5.15)– *toplamları* sıfırdır. Eğer S' filtresi $(-S)$ durumunu seçseydi yine aynı sonucu elde ederdik. Bununla birlikte, (5.16) düzeneğinde, cevap farklıdır. Eğer T ve S' filtresindeki genliğe a dersek;

$$a = \langle +S\,|+T\rangle\,\langle +T\,|+S\rangle + |\langle +S\,|0T\rangle\,\langle 0T\,|+S\rangle + \langle +S\,|-T\rangle\,\langle -T\,|+S\rangle = 1 \tag{5.19}$$

elde ederiz.* (5.16) deneyinde demet ayrılmış ve yeniden birleşmiştir. Bodur ve Şişko tekrar aynı yere koyulmuştur. Sanki T düzeneği hiçbir şekilde orada değilmiş gibi, başlangıçtaki $(+S)$ durumu hakkındaki bilgi muhafaza edilmiştir. Bu durum "ardına kadar açık" T düzeneğinden sonra ne konulursa konulsun doğrudur. Aynı şeyi bir R filtresiyle –rastgele bazı açılara döndürülmüş bir filtre– ya da istediğiniz her neyse onunla tekrarlayabilirdik. Atomlar sanki doğrudan S filtresinden geliyormuş gibi, elde edeceğimiz sonuç hep aynı olacaktır.

Sonuçta, önemli ilke şudur: ardına kadar açık bir T filtresi –ya da herhangi bir filtre– hiçbir değişikliğe neden olmaz. Ek bir koşulu daha belirtmeliyiz. Ardına kadar açık filtreler sadece üç demeti iletmekle kalmayıp, aynı zamanda üç demet üzerinde eşitsiz tedirgemeler de yaratmamalıdırlar. Örneğin bir demetin yakınında büyük bir elektrik alanının olması diğerlerinde olmaması durumu bozar. Bunun nedeni, bu tür tedirgemelerin atomların filtrelere girmesine izin verse de, bazı genliklerin evresini değiştirmesidir. O zaman girişim değişebilir ve (5.18) ile (5.19)'daki genlikler de farklı olur. Bu tür tedirgemelerin hiçbir zaman olmadığını kabul edeceğiz.

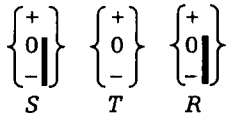
(5.18) ve (5.19) denklemlerini daha gelişkin bir gösterim kullanarak yeniden ifade edelim. i, $(+T)$, $(0T)$ ya da $(-T)$ durumlarından herhangi birini göstersin; o zaman denklemlerimizi

$$\sum_i \langle 0S\,|i\rangle\,\langle i\,|+S\rangle = 0 \tag{5.20}$$

ve

$$\sum_i \langle +S\,|i\rangle\,\langle i\,|+S\rangle = 1 \tag{5.21}$$

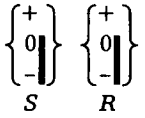
şeklinde ifade edebiliriz. Benzer şekilde S' filtresinin tamamen keyfi bir R filtresiyle değiştirildiği bir deney için



(5.22)

* Aslında deneyden $a = 1$ sonucuna ulaşamayız bunun yerine $|a|^2 = 1$ elde ederiz, yani a, $e^{i\delta}$ olabilir, bununla birlikte $\delta = 0$ seçiminin genelliği kaybettirmediği gösterilebilir.

yazabiliriz. Elde edeceğimiz sonuç, T düzeneğinin ihmal edildiği bir deneyle aynıdır;



ya da matematiksel olarak ifade edersek:

$$\sum_i \langle +R|i\rangle \langle i|+S\rangle = \langle +R|+S\rangle \tag{5.23}$$

Bu bizim temel yasamızdır ve i, herhangi bir filtredeki üç taban durumunu gösterdiği sürece genelde doğrudur.

(5.22) deneyinde S ve R'nin T'yle herhangi bir özel ilişkisi olmadığının farkına varmışsınızdır. Dahası sonuçlar hangi durum seçilirse seçilsin aynıdır. Genel bir denklem yazmak için, S ve R tarafından seçilen herhangi bir özel durumu kapsamayan, birinci filtre tarafından hazırlanan (özel örneğimizde $+S$) duruma ϕ "phi" ve son filtre tarafından (örneğimizde $+R$) kontrol edilen duruma da χ "khi" diyelim. Temel (5.23) denklemini,

$$\langle \chi|\phi\rangle = \sum_i \langle \chi|i\rangle \langle i|\phi\rangle \tag{5.24}$$

biçiminde ifade edebiliriz, burada i, herhangi bir filtredeki üç taban durumunu göstermektedir.

Yeniden taban durumu derken neyi kastettiğimizi vurgulamak istiyoruz. Taban durumları, bizim Stern-Gerlach deney düzeneklerimizden biri tarafından seçilebilen üç duruma benzerdir. Koşullardan biri, eğer bir taban durumunuz varsa o zaman geleceğinizin geçmişinizden bağımsız oluşudur. Diğer koşul, eğer taban durumlarının tam bir kümesine sahipseniz (5.24) denkleminin, başlangıç ve bitiş durumu ϕ ve χ olan her küme için doğru olmasıdır. Bununla birlikte *tek bir* taban durumu kümesi yoktur. Şu an taban durumlarını özel bir T düzeneğine *göre* ele almaya başlayabiliriz. Elbette bir S ya da R düzeneğiyle ilişkili *farklı bir* taban durumu kümesini ele alabilirdik.* Genelde taban durumlarını "belirli bir temsil" içinde konuşuruz.

Belirli bir temsildeki taban durumu kümeleri için bir diğer koşul hepsinin tamamen farklı olmasıdır. Bu, eğer $(+T)$ durumundaysak bir $(0T)$ durumuna ya da bir $(-T)$ durumuna gitmeyi tanımlayan bir genlik olmadığı anlamına gelir. Eğer i ve j herhangi iki taban durumu kümesini tanımlıyorsa, (5.8) denklemiyle ilgili tartıştığımız genel kuralı, bütün i ve j değerleri birbirlerinden farklı olmaları kaydıyla aşağıdaki gibi ifade edebiliriz:

$$\langle j|i\rangle = 0$$

Elbette

$$\langle i|i\rangle = 1$$

olduğunu biliyoruz. Bu iki denklem genelde

$$\langle j|i\rangle = \delta_{ji} \tag{5.25}$$

biçiminde ifade edilir, δ_{ji} ("Kronocker Delta") $i \neq j$ olduğu durumda 0 ve $i = j$ olduğu durumda da 1 verir.

(5.25) denklemi vurguladığımız yasalardan bağımsız değildir. Burada sadece, sonuçlarının bütün yasaları verdiği en az sayıda bağımsız önermeyi matematiksel olarak bulma problemiyle ilgilenmiyoruz.† Eğer tam ve açıkça tutarsız

---

* Gerçekte üç ya da daha fazla taban durumuna sahip atomik sistemler için, çok daha fazla taban durumu kümesi (her bir kümenin *aynı* sayıda durum içerdiği) seçmek için kullanılabilen –bir Stern-Gerlach düzeneğinden oldukça farklı– farklı tür filtreler olabilir.

† Lüzumsuz *gerçekler* canımızı sıkmaz!

olmayan bir kümeye sahipsek tatmin oluruz. Bununla birlikte (5.24) ve (5.25) denklemlerinin bağımsız olmadıklarını gösterebiliriz. (5.24) denklemindeki ϕ'nin i'deki taban durumlarını gösterdiğini varsayalım, örneğin j. gibi, o zaman

$$\langle\chi|j\rangle = \sum_i \langle\chi|i\rangle\,\langle i|j\rangle$$

yazılabilir. Fakat (5.25) denklemi $\langle i|j\rangle$ ifadesinin $i = j$ olmadığı sürece sıfır olduğunu söyler, bu nedenle toplam sadece $\langle\chi|j\rangle$'ye eşittir ve iki yasanın birbirinden bağımsız olmadığını gösteren bir eşitlik elde ederiz.

Eğer hem (5.10) denklemi hem de (5.24) denklemi doğruysa genlikler arasında diğer bir ilişkinin olması gerektiğini görürüz. (5.10) denklemi aşağıdaki gibiydi:

$$\langle+T\,|+S\rangle\,\langle+T\,|+S\rangle^* + \langle 0T\,|+S\rangle\langle 0T\,|+S\rangle^* + \langle-T\,|+S\rangle\,\langle-T\,|+S\rangle^* = 1$$

Eğer (5.24) denklemini hem χ'yi hem de ϕ'yi $(+S)$ durumunda varsayarak yeniden yazarsak sol tarafın açıkça $\langle+S\,|+S\rangle = 1$ olduğunu görürüz ve yeniden (5.19) denklemini elde ederiz:

$$\langle+S\,|+T\rangle\,\langle+T\,|+S\rangle + \langle+S\,|0T\rangle\langle 0T\,|+S\rangle + \langle+S\,|-T\rangle\,\langle-T\,|+S\rangle = 1$$

Bu iki denklem eğer

$$\langle+S\,|+T\rangle = \langle+T\,|+S\rangle^*$$
$$\langle+S\,|0T\rangle = \langle 0T\,|+S\rangle^*$$
$$\langle+S\,|-T\rangle = \langle-T\,|+S\rangle^*$$

eşitlikleri geçerliyse birbirleriyle (T ve S düzeneklerinin bütün göreli yönelimleri için) uyumludur. Bu nedenle herhangi bir χ ve ϕ durumu için

$$\langle\phi|\chi\rangle = \langle\chi|\phi\rangle^* \tag{5.26}$$

yazılabilir. Eğer bu ifade doğru olmasaydı olasılık "korunumlu" olmazdı ve parçacıklar "kaybolurdu."

Devam etmeden önce genliklerle ilgili üç önemli yasayı özetlemek istiyoruz. Bunlar (5.24), (5.25) ve (5.26) denklemleridir:

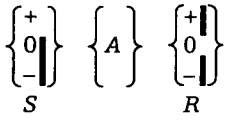
$$\begin{aligned} &\text{I} && \langle j\,|i\rangle = \delta_{ji} \\ &\text{II} && \langle\chi|\phi\rangle = \sum_i \langle\chi|i\rangle\,\langle i|\phi\rangle \\ &\text{III} && \langle\phi|\chi\rangle = \langle\chi|\phi\rangle^* \end{aligned} \tag{5.27}$$

Bu denklemlerdeki i ve j *bütün* taban durumlarını gösterirken, χ ve ϕ atomun olası herhangi bir durumunu gösterir. II ifadesinin sadece, sistemin bütün taban durumları (bu örneğimizde $+T$, $0T$ ve $-T$) üzerinden bir toplam uyguladığında doğru olduğunu belirtmek gerekir. Bu yasaların taban durumları kümemizden hangi durumu seçtiğimiz konusunda bir şey söylemez. Gelişigüzel bazı yönelimlere sahip bir Stern-Gerlach deneyi olan T düzeneğini kullanarak işe başladık; fakat diğer herhangi bir yönelim de, örneğin W, iyi olabilirdi. i ve j'yi kullanarak farklı bir durum kümesi elde edebilirdik fakat yine de bütün yasalar hâlâ geçerli olurdu; yani tek bir küme yoktur. Kuantum mekaniğinin en büyük oyunlarından biri olguları, birden fazla yolu kullanarak hesaplayabilmemizdir.

5-6 Kuantum mekaniği makinesi

Şimdi bu yasaların neden kullanışlı olduklarını göstermek istiyoruz. Belirli bir durumda (belirli bir durum için hazırlanmış) bir atomumuz olsun ve deneyde ne olacağını araştıralım. Diğer bir deyişle, ϕ durumundaki bir atomla işe başladığımızı ve sadece χ durumundaki atomların geçişine izin veren bazı düzeneklerden geçme *olasılıklarını* bilmek istediğimizi düşünün. Yasalar bu düzeneği, χ koşulundaki her taban durumunun genliği olan $\langle\chi|i\rangle$ şeklinde üç karmaşık sayıyla betimleyebileceğimizi ve eğer atom durumunu, atomun başlangıç koşulunun bu üç taban durumunda bulunma genliği olan üç karmaşık sayı $\langle i|\phi\rangle$ cinsinden betimlersek, atomu bu düzeneğe koyduğumuzda ne olacağını bulabileceğimizi anlatmaktadır. Bu oldukça önemli bir fikirdir.

Şimdi de bir diğer deneyi ele alalım. Şu problem üzerine düşünelim: bir S düzeneğiyle işe başlayalım; daha sonra A olarak adlandıracağımız dağınık bir yığını S düzeneğinin arkasına koyalım ve bu yığının arkasına da bir R düzeneği yerleştirelim:



(5.28)

A düzeneği, garip elektrik ve manyetik alanlara sahip, gelişigüzel açılarda yönlendirilmiş, örtük ya da yarı örtük yarıkları olan ve aklınıza gelen her türlü şeyi koyabileceğiniz, karmaşık şekilde düzenlenmiş bir Stern-Gerlach düzeneğidir. (Düşünce deneylerini yapmak bu nedenle çok eğlencelidir; gerçekte düzeneği *inşa ederken* karşılaşacağımız belalardan korkmamıza gerek yoktur.) Problem şudur: A düzeneğine $(+S)$ durumunda girerek $(0R)$ durumunda çıkan bir parçacık R filtresinde hangi genliğe sahip olur? Bunun gibi bir genlik için bildiğimiz gösterimi kullanabiliriz:

$$\langle 0R|A|+S\rangle$$

Bildiğiniz gibi yukarıdaki genlik sağdan sola okunur (tıpkı İbranice gibi):

$$\langle \text{varış} \mid \text{ilerleme} \mid \text{başlangıç}\rangle$$

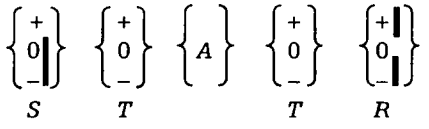
Eğer A'nın hiçbir özelliği olmadığını varsayarsak –yani tamamen açık bir kanalsa– o zaman

$$\langle 0R|1|+S\rangle = \langle 0R|+S\rangle \tag{5.29}$$

şeklindeki iki gösterim de eşit olur. Daha genel bir problem için $(+S)$ durumunu genel bir ϕ başlangıç koşuluyla ve $(0R)$ durumunu da genel bir χ koşuluyla yerdeğiştirebiliriz ve bu nedenle

$$\langle \chi|A|\phi\rangle$$

genliğini araştırabiliriz. A düzeneğinin tam bir analizi her olası ϕ ve χ durum çifti için $\langle \chi|A|\phi\rangle$ genliğini vermelidir: sonsuz sayıda kombinasyon! Peki A düzeneğinin davranışının kısa bir tanımını nasıl verebiliriz? Bunu şu şekilde yapabiliriz. (5.28) düzeneğini



(5.30)

şeklinde yeniden düzenlediğimizi hayal edelim. Bu düzenleme, ardına kadar açık T düzeneğinin hiçbir etkisi olmadığı için aslında yenilik sayılmaz. Fakat problemin nasıl çözüleceği konusunda bize fikir verebilir. S düzeneğinden T'nin i durumuna giden atomların belirli $\langle i|+S\rangle$ genlik kümeleri vardır. Daha sonra A düzeneğine i durumunda giren (T'ye göre) ve j durumunda çıkan (T'ye göre) diğer bir genlik kümesi vardır. Son olarak her j durumunun $(0R)$ durumundaki son filtreye ulaşma genliği vardır. Her olası alternatif yol için

$$\langle 0R|j\rangle\,\langle j|A|i\rangle\,\langle i|+S\rangle$$

biçiminde bir genlik vardır ve toplam genlik, i ve j'nin bütün olası kombinasyonlarıyla elde ettiğimiz terimlerin toplamıdır; yani aradığımız genlik

$$\sum_{ij} \langle 0R|j\rangle\,\langle j|A|i\rangle\,\langle i|+S\rangle \tag{5.31}$$

olur. Eğer $(0R)$ ve $(+S)$ genel ϕ ve χ durumuyla yerdeğiştirilirse benzer bir ifade elde edebiliriz. Bu nedenle genel sonuç aşağıdaki gibidir:

$$\langle \chi|A|\phi\rangle = \sum_{ij} \langle \chi|j\rangle\,\langle j|A|i\rangle\,\langle i|\phi\rangle \tag{5.32}$$

(5.32) denkleminin sağ tarafının gerçekten de sol tarafından "daha basit" olduğunu vurgulamamız gerekir. A düzeneği, tamamen, T düzeneğinin üç taban durumuyla ilgili olan *dokuz* $\langle j|A|i\rangle$ sayısıyla tanımlanır. Bu dokuz sayıyı bir kez bildiğimizde ϕ ve χ gibi herhangi iki giren ve çıkan durumu, eğer her birini üç taban durumunun her birine giren ya da ayrılan genlikler cinsinden ifade edebilirsek, inceleyebiliriz. Bir deneyin sonucu (5.32) denkleminin kullanılmasıyla tahmin edilebilir.

Bu bir spin-1 parçacığı için kuantum mekaniği makinesidir. Her *durum*, seçilen bazı taban durumu kümelerinin her birindeki genlikleri tanımlayan üç sayıyla elde edilir. Her düzenek, düzenekteki bir taban durumundan diğerine gitme genliklerini tanımlayan dokuz sayıyla tanımlanır. Bu sayılardan herhangi biri hesaplanabilir.

Düzeneği tanımlayan dokuz genlik genelde bir kare $\langle j|A|i\rangle$ matrisi olarak yazılır:

$$\begin{array}{cc|ccc} & & & \text{başlangıç} & \\ & & + & 0 & - \\ \text{son} & + & \langle +|A|+\rangle & \langle +|A|0\rangle & \langle +|A|-\rangle \\ & 0 & \langle 0|A|+\rangle & \langle 0|A|0\rangle & \langle 0|A|-\rangle \\ & - & \langle -|A|+\rangle & \langle -|A|0\rangle & \langle -|A|-\rangle \end{array} \tag{5.33}$$

Kuantum mekaniğinin matematiği sadece bu fikrin genelleştirilmiş halidir. Şimdi size basit bir örnek vereceğiz. Analiz etmek istediğimiz bir C düzeneğimiz olsun; yani $\langle j|C|i\rangle$ genliğini hesaplamak istiyoruz. Örneğin aşağıdaki gibi bir deneyde neler olduğunu bilmek istiyoruz:

$$\underset{S}{\left\{\begin{matrix}+\\0\\-\end{matrix}\right|} \quad \left\{C\right\} \quad \underset{R}{\left|\begin{matrix}+\\0\\-\end{matrix}\right\}} \tag{5.34}$$

Fakat daha sonra C düzeneğinin sırasıyla A ve B gibi –parçacıkların önce A bileşenine girip B bileşenine ulaştıkları– iki düzenekten meydana geldiğini fark ediyoruz. Bunu sembolik olarak

$$\left\{C\right\} = \left\{A\right\} \cdot \left\{B\right\} \tag{5.35}$$

şeklinde yazabiliriz. C düzeneğini A ve B'nin "çarpımı" olarak ifade ediyoruz. Ayrıca bu iki bileşenin nasıl analiz edildiğini bildiğimizi düşünelim; böylece A ve B gibi iki matris elde ederiz (T'ye göre). Böylece problemimiz çözülmüş olur. Basit bir şekilde herhangi bir giriş ve çıkış durumu için

$$\langle\chi|C|\phi\rangle$$

elde edilir. İlk olarak şunu yazabiliriz:

$$\langle\chi|C|\phi\rangle = \sum_k \langle\chi|B|k\rangle\langle k|A|\phi\rangle$$

Neden böyle olduğunu görebiliyor musunuz? (*İpucu: A* ile *B*'nin arasına bir T düzeneği koyduğunuzu hayal edin.) Bu nedenle eğer ϕ ve χ'nin ayrıca taban durumları oldukları (T'nin) özel bir durumu ele alırsak, örneğin i ve j için

$$\langle j|C|i\rangle = \sum_k \langle j|B|k\rangle\langle k|A|i\rangle \tag{5.36}$$

elde ederiz. Bu denklem A ve B düzeneklerini tanımlayan iki matrisin "çarpımı" cinsinden verilen C düzenek matrisini tanımlar. Matematikçiler –(5.36) denkleminde tanımlanan toplama göre iki $\langle j|B|i\rangle$ ve $\langle j|A|i\rangle$ matrisinden oluşan– $\langle j|C|i\rangle$ matrisini, iki A ve B matrisinin BA matris "çarpımı" olarak adlandırır. (Not; *sıralama* önemlidir çünkü $AB \neq BA$.) O nedenle ardışık iki bileşenden oluşan bir düzeneğin matrisi, bu iki bileşen matrisinin (*ilk* düzeneğin çarpımda *sağa* yazıldığı) matris çarpımıdır. Matris cebirini bilen herhangi biri (5.36) denkleminin neyi anlattığını anlayabilir.

5-7 Farklı bir taban durumuna geçiş

Hesaplamalarımızda kullandığımız taban durumları için son bir noktayı daha vurgulamak istiyoruz. Seçtiğimiz bazı özel taban durumlarım incelemek istediğimizi düşünelim –örneğin S durumunu– diğer ortağımızsa farklı bir durum için aynı hesaplamaları yapmaya karar versin, örneğin T durumu için. Durumumuzu ayırt etmek için incelediğimiz taban durumu, $i = +, 0, -$ olmak üzere $|iS\rangle$ olsun. Benzer şekilde ortağımızın incelemek istediği taban durumlarına $|jT\rangle$ diyelim. Kendi incelememizi onunkiyle nasıl kıyaslayabiliriz? Herhangi bir ölçümün sonucu için nihai cevap benzer olmalıdır fakat hesaplamalarda farklı genlikler ve matrisler kullanılacaktır. Peki bunlar birbirleriyle nasıl ilişkilidir? Örneğin her ikimizin de ϕ durumunu ele aldığını düşünelim, o zaman biz, S gösterimindeki ϕ taban durumlarını veren üç $\langle iS|\phi\rangle$ genliği cinsinden hesaplama yapabilmeliyiz, oysa ortağımız T gösteriminde ϕ taban durumlarını veren $\langle jT|\phi\rangle$ genliklerini hesaplayacaktır. Peki her ikimizin de aynı ϕ durumunu hesapladığımızı nasıl kontrol edebiliriz? Bunu (5.27)'nin II. kuralını dikkate alarak yapabiliriz. Ortağımızın herhangi bir $|jT\rangle$ durumunu χ durumuyla yerdeğiştirerek

$$\langle jT|\phi\rangle = \sum_i \langle jT|iS\rangle\,\langle iS|\phi\rangle \tag{5.37}$$

yazabiliriz. Bu iki gösterimi ilişkilendirmek için sadece, $\langle jT|iS\rangle$ matrisinin dokuz karmaşık sayısını hesaplamamız gerekir. Bu matris bütün denklemlerimizi ortağımızın denklemlerine dönüştürebilir. Ayrıca bir küme, taban durumundan diğerine nasıl *geçeceğimizi* de söyler. (Bu nedenle $\langle jT|iS\rangle$ genelde "S gösteriminden T gösterimine dönüşüm" matrisi olarak adlandırılır. Ne de uzun bir adlandırma!)

Sadece üç taban durumuna sahip olduğumuz spin-1 parçacıkları için matematiksel hesaplamalar vektör cebirinde karşılaştığımız hesaplamalarla aynıdır. Her vektör üç sayıyla gösterilebilir; x, y ve z bileşenleri cinsinden. Yani her vektör, üç eksen boyunca tanımlanan üç "temel" vektöre ayrılabilir. Fakat birilerinin farklı bir eksen seçtiğini hayal edelim; bileşenleri x', y' ve z' olan. O zaman belirli bir vektörü göstermek için farklı sayıları kullanmalıdır. Hesaplamaları farklı görünecektir, fakat sonuç aynı olacaktır. Bu durumu daha önce dikkate almıştık ve vektörlerin bir eksenden diğerine dönüşüm yasalarını biliyoruz.

Kuantum mekaniksel dönüşümün nasıl aynı şekilde çalıştığını görmek istiyor olabilirsiniz; burada spin-1 genliklerinin S gösteriminden T gösterimine dönüşüm matrislerini hiçbir kanıta ihtiyaç duymadan göstereceğiz, bunu S ve T filtrelerinin farklı yönelimleri için yapacağız. (Bir sonraki bölümde aynı cevapları nasıl türettiğimizi göstereceğiz.)

Birinci durum; T düzeneği S düzeneği gibi (parçacıkların hareket ettiği) aynı y-eksenine sahip olsun fakat y-ekseninden bir α açısı kadar döndürülsün (Şekil 5-6'da gösterildiği gibi). (Matematiksel olarak, T düzeneğindeki x', y' ve z' koordinatları S düzeneğinin x, y ve z koordinatlarıyla $z' = z\cos\alpha + x\sin\alpha$, $x' = x\cos\alpha - z\sin\alpha$, $y' = y$ biçiminde ilişkili olsun.) O zaman dönüşüm genlikleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned}
\langle +T|+S\rangle &= \tfrac{1}{2}(1+\cos\alpha)\\
\langle 0T|+S\rangle &= -\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\alpha\\
\langle -T|+S\rangle &= \tfrac{1}{2}(1-\cos\alpha)\\
\langle +T|0S\rangle &= +\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\alpha\\
\langle 0T|0S\rangle &= \cos\alpha\\
\langle -T|0S\rangle &= -\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\alpha\\
\langle +T|-S\rangle &= \tfrac{1}{2}(1-\cos\alpha)\\
\langle 0T|-S\rangle &= +\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\alpha\\
\langle -T|-S\rangle &= \tfrac{1}{2}(1+\cos\alpha)
\end{aligned} \tag{5.38}$$

İkinci durum: T düzeneği tıpkı S düzeneğine olduğu gibi aynı z-eksenine sahip olsun, fakat z-ekseninden β açısı kadar döndürülmüş olsun. (Koordinat dönüşümleri $z' = z$, $x' = x \cos\beta + y \sin\beta$, $y' = y \cos\beta - x \sin\beta$ şeklindedir.) O zaman dönüşüm matrisleri aşağıdaki gibi olur:

$$\begin{aligned} &\langle +T|+S\rangle = e^{+i\beta} \\ &\langle 0T|0S\rangle = 1 \\ &\langle -T|-S\rangle = e^{-i\beta} \\ &\text{diğerleri} = 0 \end{aligned} \tag{5.39}$$

T'nin herhangi bir eksen etrafında dönüşü herhangi iki eksen etrafında dönüş cinsinden tanımlanabilir.

Eğer ϕ, aşağıdaki üç sayı cinsinden tanımlanırsa

$$C_+ = \langle +S|\phi\rangle, \quad C_0 = \langle 0S|\phi\rangle, \quad C_- = \langle -S|\phi\rangle \tag{5.40}$$

ve benzer durumlar T'nin bakış açısından aşağıdaki üç sayıyla tanımlanırsa

$$C'_+ = \langle +T|\phi\rangle, \quad C'_0 = \langle 0T|\phi\rangle, \quad C'_- = \langle -T|\phi\rangle \tag{5.41}$$

(5.38) ve (5.39) denklemlerindeki $\langle jT|iS\rangle$ katsayıları, C_i ve C'_i arasındaki bağlanma dönüşümlerini verir. Diğer bir deyişle C_i, S ve T'nin farklı bakış açılarında ortaya çıkan vektör bileşenlerine çok benzemektedir.

Bir spin-1 parçacığı bir vektörle –çünkü her ikisi de *üç* bileşene sahiptir– oldukça benzerdir. Her bir durumda koordinatlarının belirli bir şekilde dönüşebildiği dokuz sayı vardır. Gerçekte *tıpkı bir vektörün üç bileşeni gibi dönüşebilen* bir taban durumu kümesi vardır. Tıpkı x, y ve z'nin, x', y' ve z''ne dönüşmesi gibi aşağıdaki üç denklem yardımıyla C_x, C_y ve C_z'den C'_x, C'_y ve C'_z katsayılarına geçilebilir:

$$C_x = -\frac{1}{\sqrt{2}}(C_+ - C_-), \quad C_y = -\frac{i}{\sqrt{2}}(C_+ + C_-), \quad C_z = C_0 \tag{5.42}$$

[Yukarıdaki ifadeleri (5.38) ve (5.39) dönüşüm yasalarını kullanarak kontrol edebilirsiniz.] Şimdi neden spin-1 parçacığının sık sık bir "vektör parçacığı" olarak adlandırıldığını anlıyoruz.

5-8 Diğer durumlar

Spin-1 parçacıkları hakkında yaptığımız tartışmalar herhangi bir kuantum mekanik problemi için bir prototip özelliği taşımaktadır. Genelleştirme sadece durum sayılarıyla ilişkilidir. Üç taban durumu yerine, herhangi bir özel durum n adet taban durumu içerebilir.* (5.27)'deki temel yasalarımız tamamen aynı biçimdedir; i ve j'nin bütün n temel düzeyleri kapsadığını biliyoruz. Herhangi bir olay, bir taban durumunda başlayıp diğer bir taban durumunda sona eren genliklerin bulunmasıyla ve bütün taban durumları üzerinden toplam alınmasıyla analiz edilebilir. Uygun herhangi bir taban durumu kümesi kullanılabilir ve eğer birileri farklı bir küme kullanmak isterse, bu sonucu değiştirmeyecektir; ikisi arasında $n \times n$'lik bir dönüşüm matrisi kullanılarak bir ilişki kurulabilir. Bu dönüşümler hakkında daha sonra konuşacağız.

Son olarak bir kaynaktan gelerek bazı düzeneklerin içinden geçen, örneğin A, daha sonra χ durumunu seçen bir filtre yardımıyla analiz edilen atomların durumu hakkında konuşalım. Düzeneğin içinde yol alan ϕ durumu hakkında bir şey bilmiyoruz. Henüz bu problem hakkında endişelenmek istemiyorsanız ve bunun yerine her zaman durumları dikkate aldığımız problemlere yoğunlaşmak istiyorsanız belki de bu en iyisidir. Fakat yine de ısrar ederseniz, problemin nasıl çözülebileceğini göstereceğiz.

İlk olarak bir kaynaktan gelen atomların durumları hakkında akla yatkın bazı tahminlerde bulunmanız gerekir. Örneğin kaynağın herhangi bir özelliği yoksa atomların kaynaktan rastgele "yönlerde" çıktığını düşünebiliriz. Kuan-

* Taban durumu sayısı n sonsuz olabilir ve genelde de öyledir.

tum mekaniksel olarak bu, durumlar hakkında hiçbir şey bilmediğiniz anlamına gelir yani atomların üçte biri (+*S*), üçte biri (–*S*) ve üçte biri (0*S*) durumundadır. (+*S*) durumunda olanlar için genlik $\langle\chi|A|+S\rangle$ ve olasılıksa $|\langle\chi|A|+S\rangle|^2$ şeklindedir ve diğerleri için de benzerleri yazılabilir. Toplam olasılık o zaman

$$\tfrac{1}{3}|\langle\chi|A|+S\rangle|^2 + \tfrac{1}{3}|\langle\chi|A|0S\rangle|^2 + \tfrac{1}{3}|\langle\chi|A|-S\rangle|^2$$

şeklindedir. Örneğin *T* yerine neden *S* kullandık? Cevap, sürpriz bir şekilde, başlangıçta hangi durumu seçtiğimizin bir öneminin olmamasıdır; tamamen rastgele yönelimlerle ilgilendiğimiz sürece. Yani herhangi bir χ için

$$\sum_i |\langle\chi|iS\rangle|^2 = \sum_j |\langle\chi|jT\rangle|^2$$

yazılabilir. (Bunun kanıtlanmasını size bırakıyoruz.)

(+*S*)'deki giriş durum genliğinin $\sqrt{1/3}$, (0*S*)'deki giriş durum genliğinin $\sqrt{1/3}$ ve (–*S*)'deki giriş durum genliğinin $\sqrt{1/3}$ olduğunu söylemek tam olarak doğru *değildir;* bu belirli bir girişimin olası olduğunu ima eder. Basit olarak ilk durumun ne olduğunu *bilmiyorsunuz;* sistemin olası farklı başlangıç durumlarından harekete geçme olasılıkları cinsinden düşünmelisiniz ve farklı olasılıkların ağırlıklı ortalamasını almalısınız.

6

YARIM-SPİN*

6.1 Genliklerin dönüşümü

6-1 Genliklerin dönüşümü
6-2 Dönen koordinat sistemlerine dönüşüm
6-3 z-ekseni etrafında dönme
6-4 y-ekseni etrafında 90° ve 180° dönme
6-5 x-ekseni etrafında dönme
6-6 Gelişigüzel dönmeler

Son bölümde, örnek olarak spin-1 parçacıklarından oluşan bir sistemi kullanarak kuantum mekaniğinin genel ilkelerini ortaya koyduk:

> Herhangi bir ψ durumu, her birinin genliği hesaplanan bir taban durumu kümesi cinsinden tanımlanabilir.
>
> Bir durumdan diğerine gitmeyi tanımlayan genlik, genel olarak, çarpımların bir toplamı olarak yazılır ve her çarpım, taban durumlarından birine gitme genliği çarpı bu taban durumundan son duruma geçiş genliğinin çarpımıdır.

$$\langle\chi|\psi\rangle = \sum_i \langle\chi|i\rangle\langle i|\psi\rangle \tag{6.1}$$

> Taban durumları diktir; birbirlerinden farklı iki taban durumu varsa genlik sıfırdır:

$$\langle i|j\rangle = \delta_{ij} \tag{6.2}$$

> Bir durumundan diğerine geçiş genliği, tam tersi bir geçişin karmaşık eşleniğidir:

$$\langle\chi|\psi\rangle^* = \langle\psi|\chi\rangle \tag{6.3}$$

Birden fazla durumun olabileceğini ve bir durumdan diğerine (6.1) denklemini kullanarak geçebileceğimiz üzerine konuşmuştuk. Örneğin, bir S taban sisteminin i taban durumlarından birindeki ψ taban durumunu veren bir $\langle iS|\psi\rangle$ genliğimiz olsun fakat farklı bir taban durumu kümesi cinsinden tanımlamayı tercih ettiğimizi hayal edin, örneğin T temelindeki j durumunu. (6.1) genel denkleminde χ yerine jT yazabiliriz ve

$$\langle jT|\psi\rangle = \sum_i \langle jT|iS\rangle\langle iS|\psi\rangle \tag{6.4}$$

elde ederiz. jT taban durumundaki ψ durum genlikleri, iS taban durumundaki genliklerle ilişkilidir; elbette bir $\langle jT|iS\rangle$ kümesi katsayısı sayesinde. Eğer N adet taban durumu varsa, bunun gibi N^2 adet katsayı vardır. Bunun gibi katsayılar sık sık *S-gösteriminden T-gösterimine dönüşüm matrisi* olarak adlandırılır. Bu matematiksel olarak tüyler ürpertici görünmektedir fakat yeniden adlandırmayla aslında o kadar da kötü görünmeyecektir. Eğer iS taban durumundaki ψ durum genliğine C_i –yani $C_i = \langle iS|\psi\rangle$– ve T durumu için ilgili genliklere C'_j ($C'_j = \langle jT|\psi\rangle$) dersek, (6.4) denklemini

$$C'_j = \sum_i R_{ji}\, C_i \tag{6.5}$$

şeklinde yazabiliriz, burada R_{ji}, $\langle jT|iS\rangle$ ifadesiyle aynı anlama gelmektedir. Her C'_j genliği, her bir R_{ji} katsayısı ve C_i genliğinin çarpımının i üzerinden top-

---

* Ek bilgiler içeren bu bölüm oldukça uzundur ve ileriki bölümlerde farklı bir şekilde karşılaşabileceğiniz herhangi bir fikri içermez. Bu nedenle bu bölümü atlayabilirsiniz ve ilgileniyorsanız daha sonra tekrar geri dönebilirsiniz.

lamını ifade eder. Bir vektörün bir koordinat sisteminden diğerine dönüşümüyle aynı biçimdedir.

Özetimizin çok uzun olmasından kaçınmak için spin-1 durumundaki bu katsayılardan bazı örnekler vereceğiz böylece katsayıların pratikte nasıl kullanıldıklarını görebilirsiniz. Diğer yandan kuantum mekaniğinde çok güzel bir nokta vardır: üç durumu ve dönme altında uzayın simetri özelliklerini kullanarak, bu katsayıları soyut akıl yürütmelerle bulabiliriz. Şu an bu fikrin detaylarına girmek dezavantajlı bir durum yaratır çünkü "gerçeğe" ulaşmadan önce soyutlamalara dalıp gidebilirsiniz. Bu kadar güzel olan şeyse zaten bunu yapacak olmanızdır.

Bu bölümde yarım-spinli parçacıklar için dönüşüm katsayılarının nasıl türetileceğini göstereceğiz. Spin-1 yerine bu durumu seçtik çünkü incelemek daha kolaydır. Problemimiz, bir Stern-Gerlach deneyinde iki demete ayrılan –atomik sistemdeki– bir parçacık için R_{ji} katsayılarını tanımlamaktır. Saf akıl yürütmeyle ve birkaç varsayımla bir gösterimden diğerine dönüşümü gerçekleştiren bütün katsayıları türeteceğiz. *Bazı* varsayımlar saf akıl yürütmeleri kullanmak için her zaman önemlidir! Bu fikirler soyut olsalar da, elde edeceğimiz sonuç göreli olarak basit ve anlaşılması kolay olacaktır; ve sonuç en önemli şeydir. Eğer isterseniz bunu kültürel bir yolculuk olarak düşünebilirsiniz. Aslında burada üreteceğimiz temel sonuçların hepsini daha sonraki bölümlerde ihtiyaç duyduğumuzda yeniden türeteceğiz. Bunun için, eğer bu bölümü tamamen ihmal ettiyseniz ya da daha sonra inceleyecekseniz, bu bölümde ipin ucunu kaçırmanız konusunda endişelenmemelisiniz. Yolculuğumuz, kuantum mekaniği ilkelerinin sadece ilginç değil aynı zamanda uzayın yapısı hakkında sadece birkaç varsayımın eklenmesiyle oldukça derin anlamlar taşıdığını gösterirken, fiziksel sistemlerin çok sayıda özelliğini elde edeceğimiz için aynı zamanda "kültüreldir." Ayrıca kuantum mekaniğinin farklı sonuçlar vermesinin nedenini anlamamız da önemlidir ve fizik yasalarımızın tam olmaması nedeniyle –bildiğimiz kadarıyla– kuramlarımızın deneylerle nerede başarısızlığa uğradığını ve mantığımızın nerede iyi nerede kötü olduğunu bulmamız da oldukça ilginçtir. Şu ana kadar mantığımızın her zaman doğru sonuçlar verdiği görülmektedir; deneylerle uyumludurlar. Sadece temel parçacıkların ve etkileşimlerinin iç işleyişlerine dair özel bir model geliştirmeye çalıştığımızda, deneylerle uyumlu bir kuram bulmalıyız. Deneylerle uyumlu bir kuram tanımladığımızda bu kuramı bir şekilde sınamalıyız; hem acayip parçacıklar için hem de elektron ve proton gibi parçacıklar için.

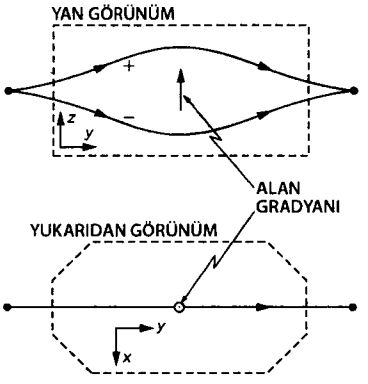
İlerlemeden önce can sıkıcı fakat ilginç bir durumu vurgulamak istiyoruz: R_{ji} katsayılarını tek bir şekilde tanımlamak mümkün değildir, çünkü olasılık genliklerinde her zaman bazı keyfilikler mevcuttur. Eğer herhangi bir genlik kümeniz varsa, bir yere ulaşma genliği çok sayıda yolu takip edebildiği için, her bir genliği $e^{i\delta}$ gibi bir evre faktörüyle çarparsanız, bir diğer taban durumu kümesini bulursunuz. Bu nedenle, eğer isterseniz, verilen herhangi bir problemdeki bütün eş fazlı genliklerde gelişigüzel bir değişim yapmak mümkündür.

Birkaç genliğin, örneğin $(A + B + C + \ldots)$, toplamını yazarak ve mutlak değer karelerini alarak bazı olasılıklar hesaplamak istediğimizi düşünelim. Başka birilerinin de benzer şeyi, $(A' + B' + C' + \ldots)$ genliklerini toplayıp mutlak değer karelerini alarak yaptığını hayal edelim. Eğer bütün A', B', C' vb $e^{i\delta}$ farkı dışında A, B, C... genliklerine eşitse, mutlak değerin karesi alınarak elde edilen bütün olasılıklar tamamen aynıdır çünkü $(A' + B' + C' + \ldots)$, $e^{i\delta}(A + B + C + \ldots)$'ne eşittir ya da örneğin (6.1)'deki gibi bir şeyi hesapladığımızı ve temel bir sistemin bütün evrelerini aniden değiştirdiğimizi düşünün. $\langle i|\chi\rangle$ genliklerinin her biri $e^{i\delta}$ evre farkı kullanılarak da değiştirilebilir fakat $\langle\chi|i\rangle$ genlikleri $\langle i|\chi\rangle$ genliklerinin karmaşık eşleniğidir; bu nedenle önceki $e^{-i\delta}$ evre farkı kullanılarak değiştiril-

melidir. Üstel ifadedeki $i\delta$ evre farkının artı ve eksi işaretleri birbirini yok eder ve daha önce elde ettiğimiz genliğin benzerini elde ederiz. Eğer bütün genlikleri verilen bir taban durumuna göre aynı evreyi kullanarak değiştirirsek –ya da verilen herhangi bir problemdeki *bütün* genlikleri aynı evre farkıyla değiştirsek bile– hiçbir farklılık olmaz. Bu nedenle dönüşüm matrisindeki evreleri seçmek için serbestliğe sahibiz. Arada sırada bunun gibi gelişigüzel seçimler yapacağız; çoğunlukla genel kullanımda belirttiğimiz notasyon kullanılmaktadır.

6-2 Dönen koordinat sistemlerine dönüşüm

Yine bir önceki bölümde tanımlanan "geliştirilmiş" bir Stern-Gerlach düzeneğini göz önüne alacağız. Sol taraftan giren bir yarım-spinli parçacık demeti genelde iki demete ayrılır, Şekil 6-1'de gösterildiği gibi. (Spin-1 parçacıkları için üç demet vardı.) Daha öncekiler gibi demetler yeniden birleşir, demetlerden birinin ya da diğerinin düzeneğin orta noktasında yollarını kesen bir "engelle" durdurulmadığı sürece. Şekilde alanın *büyüklüğünün* artış yönünü gösteren bir ok bulunmaktadır; keskin kenarlı mıknatıs kutuplarına doğru yöneldiğini farz edin. Ele aldığımız ok herhangi bir düzeneğin *"yukarı" eksenini* göstermektedir. Düzeneğe göre sabittir ve birkaç düzeneği birlikte kullandığımızda birbirlerine göre yönelimlerini tanımlamayı sağlar. Ayrıca her bir mıknatıstaki manyetik alanın yönünün oka göre her zaman aynı olduğunu varsayıyoruz.

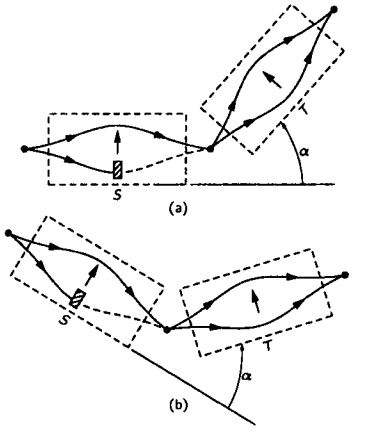


Şekil 6.1 Bir yarım-spinli parçacık demetinin kullanıldığı "geliştirilmiş" bir Stern-Gerlach düzeneğinin yukarından ve yandan görünümü.

"Yukarıdaki" demette yer alan atomlar *düzeneğe göre* (+) durumdadırlar ve "aşağıdaki" demettekiler (–) konumdadırlar. (Yarım-spinli parçacıklar için "sıfır" durumu yoktur.)

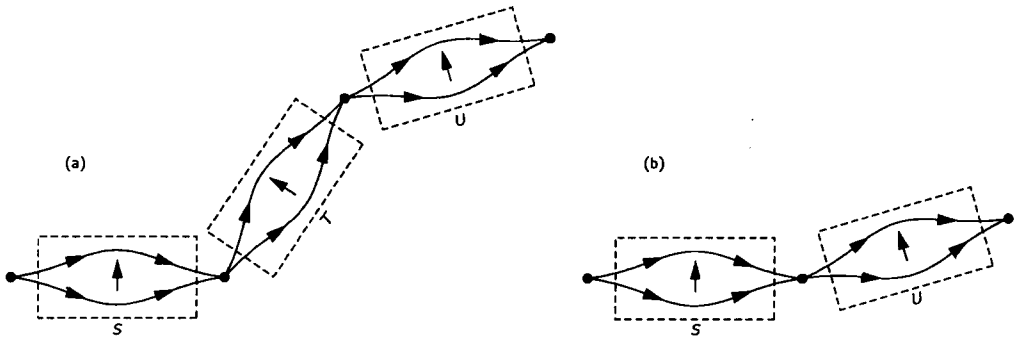
Şekil 6-2(a)'da gösterildiği gibi iki yenilenmiş Stern-Gerlach düzeneğini art arda yerleştirdiğimizi düşünelim. S olarak adlandırdığımız birincisi demetlerin birini ya da diğerini durdurarak saf bir $(+S)$ ya da saf bir $(-S)$ durumu ortaya çıkarmaktadır. [Şekilde saf bir $(+S)$ durumu meydana gelmektedir.] Her bir durum için, S düzeneğinden gelerek ikinci düzenekte ya $(+T)$ ya da $(-T)$ durumunda olan parçacıkların genlikleri vardır. Aslında sadece dört genlik vardır: $(+S)$'den $(+T)$'ye gitme genliği, $(+S)$'den $(-T)$'ye gitme genliği, $(-S)$'den $(+T)$'ye gitme genliği ve $(-S)$'den $(-T)$'ye gitme genliği. Bu genlikler, S gösteriminden T gösterimine gitmek için kullanılan R_{ji} dönüşüm matrisinin dört katsayısını tanımlar. İlk düzeneği bir gösterimdeki özel bir durumu yaratması için "hazırladığımızı" ve ikinci düzeneğin de ikinci gösterim cinsinden bu durumu "analiz" edeceğini düşünelim. Cevabını bulmak istediğimiz soru o zaman şudur; S düzeneğinde demetlerden birinin engellenmesiyle belirli bir $(+S)$ durumu hazırladığımızı düşünürsek, bu durumun $(-T)$ durumunda ayarlanmış ikinci T düzeneğinden geçme şansı nedir? Elbette sonuç S ve T sistemleri arasındaki açıya bağlı olacaktır.

Tümdengelimle neden R_{ji} katsayılarını bulmanın herhangi bir yolu olmadığını açıklamak istiyoruz. Eğer bir parçacığın spini $+z$-yönünde hizalanmışsa, $+x$-yönünde spini hizalanmış özdeş parçacığı bulma şansının neredeyse imkânsız olduğunu biliyorsunuz. Aslında neredeyse imkânsızdır fakat tam olarak değil. Bunun gerçekleşebileceği *tek bir yol* olduğundan neredeyse imkânsızdır ve bu gerçek tek yolun ne olduğunu araştırmamızın sebebidir.



Şekil 6.2 İki eşdeğer deney.

Ortaya koyabileceğimiz ilk fikir şudur. T'nin S'ye göre bir a açısı kadar döndürüldüğü ve S düzeneğinde sadece (+) demetin ve T düzeneğinde sadece (–) demetin olduğu Şekil 6-2(a)'daki gibi bir deney kümemiz olsun. Şimdi Şekil 6-2(b)'deki bir başka düzenekte ölçüm yaptığımızı düşünelim. *S ve T düzeneklerinin birbirlerine göre* yönelimleri benzerdir fakat bütün sistem uzayda farklı bir açıda otursun. Bir parçacığın S'deki saf bir durumdan T'ye göre özel bir duruma geçme şansı için iki deneyin de aynı sayıyı verdiğini *varsayıyoruz.* Diğer bir deyişle bunun gibi bir deneyin sonucu, bütün düzeneğin uzayın nasıl konumlandığına bağlı olmaksızın aynıdır; çünkü *fizik aynıdır.* ("Bunun gayet açık"



Şekil 6-3 Eğer T ardına kadar "açıksa" (b) (a)'ya eşittir.

olduğunu söyleyebilirsiniz. Fakat bu bir *varsayımdır* ve eğer gerçekte olan buysa "doğrudur.") Bu, R_{ji} katsayılarının sadece S ve T düzeneğine bağlı olduğu anlamına gelir ve S ve T'nin mutlak durumuna bağlı değildir. Diğer bir deyişle R_{ji}, T düzeneğinin S düzeneğine göre ***dönüşüne*** bağlıdır, bu durum Şekil 6-2(a) ve Şekil 6-2(b)'de gösterilen T düzeneğinin S düzeneğine göre üç-boyutlu dönüşüne benzerdir. R_{ji} dönüşüm matrisi burada olduğu gibi sadece dönmeye bağlı olduğu anda ***dönme matrisi*** olarak adlandırılır.

İkinci adımımız için bir parça bilgiye daha ihtiyacımız var. Keyfi bir açıyla T düzeneğinin arkasına yerleştirdiğimiz ve U olarak adlandırdığımız üçüncü bir düzeneği eklediğimizi düşünelim, Şekil 6-3(a)'da gösterildiği gibi. (Başlangıçta göz korkutucu görünebilir fakat bu soyut akıl yürütmenin eğlenceli olmasını sağlar; en tuhaf deneyleri sadece çizgiler çizerek yapabilirsiniz!) Peki şimdi $S \rightarrow T \rightarrow U$ dönüşümü nedir? Şu an bilmek istediğimiz şey, S'den T'ye ve T'den U'ya dönüşümü bildiğimiz anda, S düzeneğine göre bir durumdan yola çıkarak U düzeneğine göre bir duruma varma genliğinin ne olduğudur. O zaman T'nin her iki kanalının da açık olduğu bir deney üzerine konuşabiliriz. S-dönüşümünden T-dönüşümüne geçmek için

$$C'_j = \sum_i R^{TS}_{ji} C_i \tag{6.6}$$

dönüşümünü kullanabiliriz. Bu ifade de, T'den U'ya R^{UT} dönüşüm katsayılarını ayırt etmek için, R üzerine TS üst indisi koyduk.

U-gösterimindeki taban durumu genliklerinin C''_k olduğunu düşünelim. Yeniden (6.5) denklemini kullanarak T-genliklerini U-genliğine bağlayabiliriz;

$$C''_k = \sum_j R^{UT}_{kj} C'_j \tag{6.7}$$

Şimdi (6.6) ve (6.7) denklemlerini S'dan U'ya doğrudan geçmek için birleştirebiliriz. (6.6) denklemindeki C'_j ifadesini (6.7) denkleminde yerine yazarsak

$$C''_k = \sum_j R^{UT}_{kj} \sum_i R^{TS}_{ji} C_i \tag{6.8}$$

elde ederiz ya da i, R^{UT}_{kj} içinde olmadığından, i-toplamını öne alarak

$$C''_k = \sum_i \sum_j R^{UT}_{kj} R^{TS}_{ji} C_i \tag{6.9}$$

yazabiliriz. Bu çift dönüşüm için bir denklemdir.

Bununla birlikte T düzeneğindeki hiçbir demet engellenmediği sürece T düzeneğine giriş durumu çıkış durumuna benzerdir. Aynı şekilde S-gösteriminden U-gösterimine doğrudan geçmek için kullanacağımız bir dönüşüm de elde edebilirdik. Şekil 6-3(b)'de gösterildiği gibi aslında bu durum S düzeneğinden hemen sonra bir U düzeneği koymakla aynıdır. R^{US}_{ki}, bu dönüşüme ait katsayıları göstermek üzere

$$C''_k = \sum_i R^{US}_{ki} C_i \tag{6.10}$$

yazılabilir. Şu an açık bir şekilde (6.9) ve (6.10) denklemlerinin aynı C''_k genliğini verdiğini görüyoruz ve bu ifade, C_i genliğini veren başlangıçtaki ϕ durumuna bağlı olmaksızın doğrudur. Bu nedenle

$$R^{US}_{ki} = \sum_j R^{UT}_{kj} R^{TS}_{ji} \tag{6.11}$$

yazılabilir. Diğer bir deyişle, bir referans durumunun, iki ardışık $S \to T$ ve $T \to U$ dönüşümünün bir birleşimi olarak görünen herhangi bir $S \to U$ dönüşümü için R^{US}_{ki} dönme matrisi, Denk. (6.11) kullanılarak iki kısmi dönme matrisinden elde edilebilir. Eğer isterseniz doğrudan (6.1) denklemini kullanarak (6.11) denklemini elde edebilirsiniz; farklı bir gösterime sahip olsa da aynı şeyi anlatır: $\langle kU|iS\rangle = \sum_j \langle kU|jT\rangle\langle jT|iS\rangle$

Eksiksiz olmak için arada bazı önemli şeyleri belirtmemiz gerekir. Bununla birlikte çok önemli olmadığı için bir sonraki kısmı geçebilirsiniz. Söyleyeceğimiz şey tam olarak doğru değildir. Denklem (6.9) ve (6.10) *tam olarak* özdeş genlikleri vermez. Sadece *fiziği* aynıdır; bütün genlikler, gerçek dünya için yapılan herhangi bir hesabın sonucunu değiştirmeksizin, $e^{i\delta}$ genel evre faktörü kadar farklıdır. Bu nedenle Denk. (6.11) yerine, δ gerçel bir sabit olmak üzere

$$e^{i\delta} R^{US}_{ki} = \sum_j R^{UT}_{kj} R^{TS}_{ji} \tag{6.12}$$

yazabiliriz. Bu ek $e^{i\delta}$ faktörü, R^{US} matrisi kullanırsak elde edeceğimiz genliklerin, R^{UT} ve R^{TS} gibi iki dönme genliğinden $e^{-i\delta}$ faktörü kadar farklılaştığı anlamına gelir. Eğer bütün genlikler aynı evre faktörüyle değişirse bunun bir şeyi değiştirmeyeceğini biliyoruz, bu nedenle istersek bu evre faktörünü ihmal edebiliriz. Bununla birlikte şayet bütün dönme matrislerimizi belirli bir şekilde tanımladığımızda bu ek evre faktörü asla ortaya çıkmaz; (6.12) denklemindeki δ her zaman sıfırdır. Ortaya koyacağımız diğer fikirler için önemli olmasa da, determinantlar hakkında matematiksel bir teorem kullanarak hızlıca bir kanıt sunabiliriz. [Determinantlar hakkında yeterli bilginiz yoksa kanıt hakkında endişelenmeyin ve (6.15) denkleminin tanımını atlayın.]

Birincisi, (6.11) denkleminin iki matris "çarpımının" matematiksel bir tanımı olduğunu belirtelim. (Şunu söylemek uygun olur: "R^{US}, R^{UT} ve R^{TS}'nin çarpımıdır.") İkincisi, iki matrisin "çarpımının" determinantının iki matrisin ayrı ayrı determinant çarpımına eşit olduğunu söyleyen –ikiye iki bir matris için bunu kolayca hesaplayabilirsiniz– matematiksel bir teorem vardır. Bu teoremi (6.12) denklemine uygularsak

$$e^{i2\delta} (\text{Det } R^{US}) = (\text{Det } R^{UT}) \cdot (\text{Det } R^{TS}) \tag{6.13}$$

elde ederiz. (İşimizi kolaylaştıran hiçbir şey söylemedikleri için alt indisleri kullanmadık.) Evet 2δ doğrudur. İkiye iki matrisleri hatırlayın; R^{US}_{ki} matrisindeki her terim $e^{i\delta}$ değeriyle çarpılmıştır ve bu nedenle determinant içindeki her çarpımın sonucu –*iki* faktör içeren– $e^{i2\delta}$ değerini verir. Şimdi (6.13) denkleminin kare kökünü alıp (6.12) denklemiyle bölersek

$$\frac{R^{US}_{ki}}{\sqrt{Det\, R^{US}}} = \sum_j \frac{R^{UT}_{kj}}{\sqrt{Det\, R^{UT}}} \frac{R^{TS}_{ji}}{\sqrt{Det\, R^{TS}}} \tag{6.14}$$

elde ederiz. Göreceğiniz gibi ek faktör kaybolmuştur.

Eğer herhangi bir gösterimdeki bütün genlikleri normalize etmek istiyorsanız (normalizasyonun $\sum_i \langle\phi|i\rangle\langle i|\phi\rangle = 1$ anlamına geldiğini hatırlayın) bütün dönme matrislerinin determinantının $e^{i\alpha}$ gibi saf karmaşık üstel ifadeler içereceğini göreceksiniz. (Bunu kanıtlamayacağız; bunun her zaman böyle olduğunu göreceksiniz.) Bu nedenle bütün R dönme matrislerini Det $R = 1$ haline getiren tek bir evreye sahip olacak şekilde seçebiliriz. Rastgele bir R dönme matrisi bulduğumuzu hayal edin. Bu matrisi "standart biçime" "çeviren" bir kural yazabiliriz:

$$R_{\text{standart}} = \frac{R}{\sqrt{Det\, R}} \tag{6.15}$$

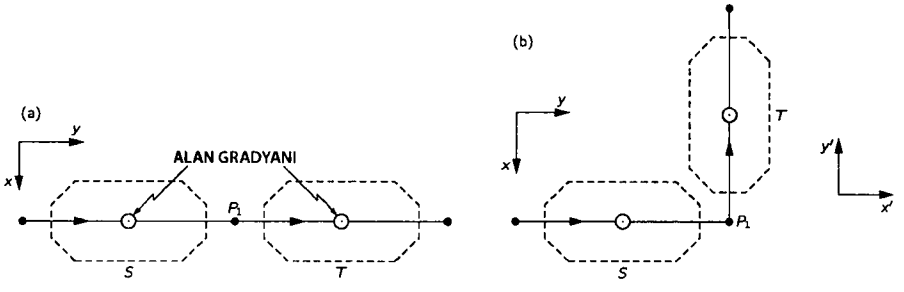
Bunu yapabiliriz çünkü R'nin her bir terimini istediğimiz evre faktörünü elde etmek için aynı evre faktörüyle çarpıyoruz. Daha sonra bütün matrislerimizin "standart biçimde" olduğunu varsayacağız; o zaman (6.11) denklemini hiçbir evre faktörü olmadan kullanabiliriz.

6-3 z-ekseni etrafında dönme

Şimdi iki farklı gösterim arasındaki R_{ji} dönüşüm matrisini bulmaya hazırız. Birleşik dönmeler için kuralımızı ve uzayın hiçbir yönünü tercih etmediğimizi varsayarsak herhangi bir keyfi dönüşüm matrisini bulmak için ihtiyaç duyduğumuz anahtarlara sahip oluruz. Sadece *bir* çözüm vardır. z-ekseni etrafındaki bir dönüşüm matrisiyle işe başlıyoruz. Düz bir çizgi boyunca art arda yerleştirilmiş ve eksenleri bu çizgiye paralel ve sayfa dışına yönelmiş S ile T gibi düzeneğe sahip olduğumuzu düşünelim, Şekil 6-4(a)'da gösterildiği gibi. "z-eksenimizi" bu yönde seçiyoruz. Elbette, eğer demet S düzeneğinde "yukarı" doğru ($+z$ yönünde) giderse, aynı şeyi T düzeneğinde de yapar. Benzer şekilde eğer S düzeneğinde aşağıya doğru giderse, T düzeneğinde de aşağıya doğru gider. Bununla birlikte T düzeneğinin farklı bir açıda yerleştirildiğini düşünelim, fakat Şekil 6-4(b)'de gösterildiği gibi hâlâ ekseni S'nin eksenine paralel olsun. İçgüdüsel olarak S düzeneğindeki bir (+) demetin T düzeneğinde de hâlâ (+) demet olarak yoluna devam ettiğini söyleyebilirsiniz, çünkü alan ve alan gradyanları hâlâ aynı fiziksel yöndedir. Bu oldukça doğrudur. Ayrıca S düzeneğindeki bir (–) demet T düzeneğinde de hâlâ (–) demet olarak yoluna devam eder. Peki bu durum, $C'_+ = \langle +T|\psi\rangle$, $C'_- = \langle -T|\psi\rangle$ ve $C_+ = \langle +S|\psi\rangle$, $C_- = \langle -S|\psi\rangle$ arasındaki ilişki hakkında ne söyleyebilir? Taban durumları için "referans çerçevesinin" z-ekseni etrafında herhangi bir dönüşünün, önceki "yukarı" ve "aşağı" genlikleri unutacağı sonucunu çıkarabilirsiniz. $C'_+ = C_+$ ve $C'_- = C_-$ yazabilirdik fakat bu *yanlış* olurdu. Buna benzer dönmeler için çıkaracağımız yegâne sonuç, "yukarı" demet olasılığının S ve T düzenekleri için aynı olmasıdır:

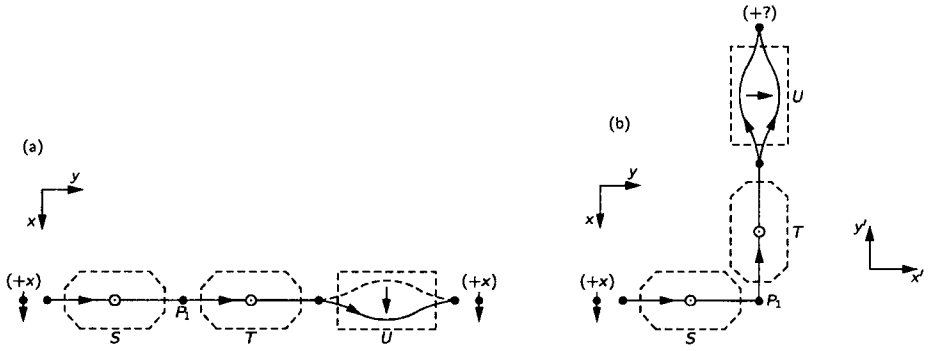
$$|C'_+| = |C_+| \text{ ve } |C'_-| = |C_-|$$

T düzeneğiyle ilişkili genlik evrelerinin Şekil 6-4'ün (a) ve (b) kısımlarındaki iki farklı yön için farklı olmadığını söyleyemeyiz.



Şekil 6-4 z-ekseni etrafında 90° dönme.

Şekil 6-4(a) ve (b)'deki iki düzenek biraz sonra göreceğimiz gibi aslında farklıdır. Saf bir (+) durumu üreten bir düzeneği S düzeneğinin önüne koyduğumuzu varsayalım. (x-ekseni şeklin alt tarafına yönelmiştir.) Bunun gibi parçacıklar S düzeneğinde ($+z$) ve ($-z$) demetlerine ayrılabilir fakat iki demet P_1 –S düzeneğinin çıkışı– noktasında bir ($+x$) durumu verecek şekilde birleşir. T düzeneğinde de aynı şey olur. Eğer T düzeneğinin önüne ekseni ($+x$) yönünde olan üçüncü bir U düzeneği yerleştirirsek, Şekil 6-5(a)'da gösterildiği gibi, bütün parçacıklar U düzeneğinde ($+x$) demeti olarak çıkar. Şimdi Şekil 6-5(b)'de gösterildiği gibi, T ve U'yu birbirlerine göre 90° derece döndürdüğümüzü hayal edelim. T düzeneği giren demeti olduğu gibi çıkartır; dolayısıyla U düzeneğine giren parçacıklar S'ye göre ($+x$) durumundadır. Fakat şimdi U farklı olarak, S'le ilişkili ($+y$) durumuna etki eder. (Simetri nedeniyle şu an sadece yarım-spinli parçacıkları hesaba katıyoruz.)



Şekil 6-5 (+x) durumundaki bir parçacık (a) ve (b)'de farklı davranır.

Ne değişti? T ve S düzenekleri birbirleriyle hâlâ aynı *fiziksel* ilişki içindedirler. T ve U düzenekleri farklı bir yönelime sahip olduğundan *fizik* değişmiş olabilir mi? Başlangıçta varsayımımız bunun böyle olamayacağıydı. Şekil 6-5'te gösterilen iki durumda, T'yle ilişkili *genlikler* farklı olmalıdır; ve ayrıca Şekil 6-4'te olduğu gibi. P_1 noktasındaki köşeyi dönen parçacıkları biliyor olmamız gerekir. Bunu nasıl belirleriz? Pekâlâ, karar vermemiz gereken şey C'_+ *ve* C_+'nın ***büyüklüklerinin*** her iki durumda da aynı olup olmadığıdır, fakat aslında farklı evrelere sahiptirler. $C'_+ = C_+$'nın birbirleriyle

$$C'_+ = e^{i\lambda}\, C_+$$

şeklinde ve $C'_- = C_-$'nin birbirleriyle

$$C'_- = e^{i\mu}\, C_-$$

şeklinde ilişkili olması gerekir. Burada, S ile T arasındaki açıyla ilişkili olan λ ve μ gerçel sayılardır.

Şimdilik λ ve μ hakkında söyleyeceğimiz tek şey birbirlerine eşit olmadıklarıdır [Şekil 6-5(a)'da gösterilen özel durum dışında, yani T ve S aynı yöne sahip olduklarında]. Gördüğümüz gibi bütün genliklerdeki eşit evre değişimlerinin hiçbir fiziksel sonucu yoktur. Bazı nedenlerden dolayı, hiçbir şeyi değiştirmeden her zaman λ ve μ'ye aynı değeri ekleyebiliriz. Bu nedenle λ ve μ'ye aynı sayıyı ekleyip çıkarabiliriz:

$$\lambda' = \lambda - \frac{(\lambda+\mu)}{2} \qquad \mu' = \mu - \frac{(\lambda+\mu)}{2}$$

Buradan da

$$\lambda' = \frac{\lambda}{2} - \frac{\mu}{2} = -\mu'$$

ifadesini elde ederiz. Bu şekilde $\mu = -\lambda$ sonucuna ulaşırız.* O zaman z-ekseni etrafındaki bazı açılarda referans düzeneğimizin bir dönüşü için genel bir kurala sahip oluruz, bu dönüşümler

$$C'_+ = e^{+i\lambda}\, C_+ \qquad C'_- = e^{-i\lambda}\, C_- \tag{6.16}$$

şeklinde tanımlanabilir. Mutlak değerleri aynıdır sadece evreleri farklıdır. Bu evre farkları, Şekil 6-5'te gösterilen iki deneydeki farklı sonuçlardan sorumludur.

S ile T arasındaki açıya λ'nın hangi yasayla bağlı olduğunu bulmaya çalışalım. Bir durum için zaten cevabı biliyoruz. Eğer açı sıfırsa, λ da sıfırdır. Şimdi λ evre kaymasının S ile T arasındaki ϕ açısının (*bkz.* Şekil 6-4) sürekli bir fonksiyonu olduğunu *varsayalım;* olabildiğince mantıklı görünmektedir. Diğer bir deyişle T düzeneğini düz bir çizgi boyunca S'den küçük bir ϵ açısı kadar döndür-

* Bunu bir diğer yolla da görebiliriz, Denk. (6.15)'i kullanarak Bölüm 6-2'de tanımlanan "standart biçimdeki" dönüşümlere de koyabilirdik.

düğümüzü düşünelim, ayrıca λ küçük bir niceliktir: örneğin $m\epsilon$'ye eşittir (burada m bir sayıdır). Bu şekilde yazdık çünkü λ, ϵ sayısıyla orantılı olmalıdır. Örneğin T düzeneğinin arkasına T'yle ϵ açısı yapan bir T' düzeneğini yerleştirdiğimizi düşünelim, bu şekilde S'yle 2ϵ açısı yapacaktır. O zaman T'ye göre

$$C'_+ = e^{i\lambda}\, C_+$$

ve T' düzeneğine göre

$$C''_+ = e^{i\lambda}\, C'_+ = e^{i2\lambda}\, C_+$$

elde ederiz. Fakat T' düzeneğinden hemen sonra bir S düzeneği yerleştirirsek, aynı cevabı bulacağımızı biliyoruz. Bu nedenle açı iki katına çıktığında, evre de iki katına çıkar. Fikrimizi genişletebiliriz ve bir dizi sonsuz küçük dönme sayesinde herhangi bir dönüşü tanımlayabiliriz. Herhangi bir ϕ açısı için λ'nın açıyla orantılı olduğu sonucuna ulaşabiliriz. Bu nedenle $\lambda = m\phi$ yazıyoruz.

Elde ettiğimiz genel sonuç, bu nedenle, T düzeneğinin z-ekseni etrafında S düzeneğine göre bir ϕ açısında dönüşü içindir:

$$C'_+ = e^{im\phi}\, C_+ \qquad C'_- = e^{-im\phi}\, C_- \tag{6.17}$$

ϕ açısı için ve bütün diğer dönmeler için daha sonra *pozitif* bir dönüşün, referans ekseninin pozitif yönü etrafında *sağ-elli* bir dönüş olduğunu belirten standart gösterim olarak bahsedeceğiz. Pozitif bir ϕ, z-ekseninde ilerleyen sağ-elli bir vidanın dönüşünü betimler.

Şimdi m'nin ne olması gerektiğini bulmamız gerek. İlk önce şu fikri deneyelim; T'nin 360° döndüğünü düşünün; o zaman sıfır dereceye geri gelir ve $C'_+ = C_+$ ve $C'_- = C_-$ yazabiliriz ya da aynı anlama gelmek üzere $e^{im2\pi} = 1$. Buradan $m = 1$ elde edilir. *Bu fikir yanlıştır!* Bunun böyle olduğunu görmek için T'nin 180° döndüğünü hayal edelim. Eğer $m = 1$ ise $C'_+ = e^{i\pi}C_+ = -C_+$ ve $C'_- = e^{-i\pi}C_- = -C_-$ elde ederiz. Bu tam olarak *başlangıçtaki* durumlardır. *Her* iki genliğin -1 değeriyle çarpılması, başlangıçtaki fiziksel sisteme dönmemize neden oldu. (Tekrar genel bir evre değişim durumudur.) Bu durum, eğer Şekil 6-5(b)'de T ile S arasındaki açı 180°'ye çıkartılırsa, sistemin (T'ye göre) sıfır derecelik durumdan ayırt edilemeyeceğini ve parçacıkların yeniden U düzeneğinin (+) durumuna geçtiklerini göstermektedir. 180°'de U'nun (+) durumu başlangıçtaki S'nin (–) durumudur. Bu nedenle bir (+) durum bir (–) durum olmalıdır. Fakat başlangıçtaki durumu değiştirmek için hiçbir şey yapmadık; o zaman cevap yanlıştır; $m = 1$ olamaz.

360°'lik bir dönme durumuna sahip olmamız ve *daha küçük hiçbir açının* aynı fiziksel durumu yeniden oluşturmaması gerekir. Bu eğer $m = \frac{1}{2}$ olursa gerçekleşir ve sadece o zaman, aynı fiziksel durumu oluşturan ilk açı ϕ=360° olur.*

$$\left.\begin{aligned} C'_+ &= -C_+ \\ C'_- &= -C_- \end{aligned}\right\} \quad z\text{-ekseni etrafında } 360° \tag{6.18}$$

Eğer düzeneği 360° döndürürseniz yeni bir genlik elde edeceğinizi söylemek oldukça gariptir. Aslında genel işaret değişimleri farklı bir fizik vermemesine rağmen, bu durumla ilk defa karşılaşmıyoruz. Eğer birileri, düzeneğin 360° döndüğünü düşünerek, bütün genliklerin işaretlerini değiştirmeye karar verirse, bu problem olmaz; aynı fiziği elde edecektir.† Eğer S referans çerçevesine göre yarım-spinli parçacıklar için C_+ ve C_- genliklerini biliyorsak, z-ekseni etrafında ϕ kadarlık bir dönüş yapan S düzeneğinden elde edilen bir taban duru-

---

* $m = -\frac{1}{2}$ durumunun da işe yaradığı görülebilir. Bununla birlikte (6.17)'de işaretteki değişim sadece bir spin-yukarı parçacığının gösterimini yeniden tanımlar.

† Ayrıca, eğer birileri sonuçta ilk yönelime dönülmesine neden olan bir dizi küçük dönme yapıyorsa, 360° döndüğünü kanıtlamak olasıdır –net sıfır dönmeden farklı olarak– tabii, tüm tarihi baştan sona kadar izleme şansınız varsa. (İlginçtir bu durum net 720°'lik dönüşler için geçerli değildir.)

munu kullanabiliriz, o zaman yeni genlikleri eskileri cinsinden

$$\left.\begin{aligned} C'_+ &= e^{i\phi/2}\, C_+ \\ C'_- &= e^{-i\phi/2}\, C_- \end{aligned}\right\} \; z\text{-ekseni etrafında } \phi \qquad (6.19)$$

şeklinde ifade edebiliriz.

6-4 *y* ekseni etrafında 90° ve 180° dönme

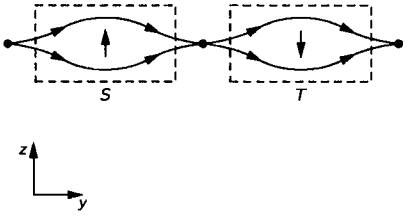
Şimdi de *z*-eksenine *dik* bir eksen etrafında –örneğin *y*-ekseni– *T*'nin, S'ye göre 180°'lik bir dönüşü için dönüşümleri tahmin etmeye çalışacağız. (Şekil 6-1'de koordinat eksenlerini tanımlamıştık.) Diğer bir deyişle iki özdeş Stern-Gerlach deneyiyle işe başlıyoruz ve ikinci düzenek (*T*) ilkine göre (*S*) Şekil 6-6'da gösterildiği gibi "baş aşağı" döndürülmüş olsun. Eğer parçacıklarımızı küçük manyetik dipoller gibi düşünürsek, (+*S*) durumundaki bir parçacık –ilk düzenekteki "üst" yolu kullanması için–, *T*'ye göre *eksi* durumda olması için, ikinci düzenekteki "üst" yolu kullanmalıdır. (Tersyüz edilmiş *T* düzeneğinde hem gradyan hem de alan yönü tersine çevrilmiştir; belirli bir yöndeki manyetik momente sahip bir parçacık için kuvvet değişmez.) Zaten *S*'ye göre "yukarı" olan *T*'ye göre "aşağı" olacaktır. *S* ve *T*'nin göreli konumları için dönüşümlerin

$$|C'_+| = |C_-| \text{ ve } |C'_-| = |C_+|$$

eşitliklerini vermesi gerektiğini biliyoruz. Öncekiler gibi bazı ek evre faktörlerini incelemeyeceğiz; *y*-ekseni etrafında bir dönüş için β ve γ henüz belirlenmemiştir. Bu durumda,

$$C'_+ = e^{i\beta}\, C_- \quad \text{ve} \quad C'_- = e^{i\gamma}\, C_+ \qquad (6.20)$$

ifadesini elde ederiz.



Şekil 6-6 *y*-ekseni etrafında 180°'lik bir dönüş.

Peki *y*-ekseni etrafındaki 360°'lik dönüşlerde ne olur? Zaten *z*-ekseni etrafındaki 360°'lik dönüş için cevabı biliyoruz; herhangi bir durumdaki genlik işaret değiştirir. Herhangi bir eksen etrafındaki 360°'lik bir dönüş her zaman bizi başlangıçtaki konumumuza geri döndürür. Herhangi bir 360°'lik dönüş, *z*-ekseni etrafındaki 360°'lik dönüş için elde edilenle aynı olmalıdır; bütün genlikler işaret değiştirir. Şimdi (6.20) denklemini kullanarak, *y*-ekseni etrafında art arda iki kez 180°'lik dönüşler yaptığımızı düşünelim. O zaman (6.18) denkleminin sonucunu elde etmemiz gerekir. Diğer bir deyişle

$$C''_+ = e^{i\beta} C'_- = e^{i\beta} e^{i\gamma} C_+ = -C_+$$

ve (6.21)

$$C''_- = e^{i\gamma} C'_+ = e^{i\gamma} e^{i\beta} C_- = -C_-$$

Bu

$$e^{i\beta} e^{i\gamma} = -1 \quad \text{ya da} \quad e^{i\gamma} = -e^{-i\beta}$$

anlamına gelir. Bu nedenle *y*-ekseni etrafındaki 180°'lik bir dönme için dönüşümler şu olur:

$$C'_+ = e^{i\beta}\, C_- \qquad C''_- = -e^{-i\beta}\, C_+ \qquad (6.22)$$

Kullandığımız fikirler, farklı eksenler β için farklı değerler verse de, *xy*-düzlemindeki herhangi bir eksen etrafında 180°'lik bir dönüşe uygulanabilir. Bununla birlikte dönüşümleri ayırt edeceğimiz tek yol da budur. Şimdi belirli sayıda β vardır fakat *xy*-düzlemindeki herhangi bir dönme ekseni için bir kez tanımlandığında, diğer eksenler için de tanımlanabilir. *y*-ekseni etrafındaki 180°'lik dönüşler için $\beta = 0$ olarak seçmek *uygundur*.

Bu seçime sahip olduğumuzu göstermek amacıyla *y*-ekseni etrafındaki bir dönüş için β'nın sıfıra eşit olmadığını varsayalım; o zaman *xy*-düzleminde ilgili evre faktörlerinin sıfır olacağı diğer eksenleri de gösterebiliriz. Şimdi *y*-ekseniyle bir α açısı yapan bir *A* ekseni için β_A evre faktörünü bulalım, Şekil 7-7(a)'da gösterildiği gibi. (Basitleştirmek için, şekli negatif bir sayıya eşit olan bir α açısıyla çizdik; fakat fark etmez.) Eğer başlangıçta *S* düzeneğiyle hizalanan bir *T* düzeneğimiz varsa ve *A* ekseni etrafında 180°'lik bir dönüş yapıyorsa, eksenleri $-x''$, y'' ve z'' olarak adlandırılan– Şekil 6-7(a)'da gösterildiği gibi ola-

caktır. Bu nedenle T''ye göre genlikler

$$C''_+ = e^{i\beta_A} C_- \qquad C''_- = -e^{-i\beta_A} C_+ \tag{6.23}$$

şeklinde ifade edilebilir.

Şimdi şeklin (b) ve (c) kısmında gösterildiği gibi ardışık iki dönmeden sonra aynı konumu elde etme üzerine kafa yoralım. İlk olarak, S eksenine göre y-ekseni etrafında 180° döndürülmüş bir U düzeneğini ele alalım. U düzeneğinin x', y' ve z' eksenleri Şekil 6-7(b)'de gösterildiği gibidir ve *U düzeneğine göre genlikleri* (6.22)'de verilmiştir.

U'nun "z-ekseni" etrafındaki bir dönüşle, yani Şekil 6-7(c)'de gösterildiği gibi z' ekseni etrafında, U'dan T''ye gidebileceğimizi vurgulayalım. Şekilden gereken açının α-açısının iki katı kadar fakat zıt yönlü olması (z' eksenine göre) gerektiğini görebilirsiniz. $\phi = -2\alpha$ alıp (6.19) dönüşümünü kullanarak

$$C''_+ = e^{-i\alpha} C'_+ \qquad C''_- = e^{+i\alpha} C'_- \tag{6.24}$$

ifadesini elde ederiz. (6.22) ve (6.24) denklemlerini birleştirirsek

$$C''_+ = e^{i(\beta-\alpha)} C_- \qquad C''_- = -e^{-i(\beta-\alpha)} C_+ \tag{6.25}$$

sonucu çıkar. Bu genlikler elbette (6.23)'te elde ettiğimiz genliklerle aynıdır. Elbette β_A, α ve β ile

$$\beta_A = \beta - \alpha \tag{6.26}$$

şeklinde ilişkilidir. Bu, eğer A-ekseni ve y-ekseni (S'nin) arasındaki α açısı β'ye eşitse, A-ekseni etrafındaki 180°'lik bir dönüş için $\beta_A = 0$ olacağı anlamına gelir.

Şimdi bazı eksenlerin, $\beta = 0$ değerini alan, z-eksenine dik olması için y-eksenini de hesaba katmamız gerekir. Bu sadece bir *uzlaşım* meselesi olduğu için, genel kullanımı izliyoruz. Sonuç; y-ekseni etrafındaki bir 180°'lik dönüş için

$$\left.\begin{aligned} C'_+ &= C_- \\ C'_- &= -C_+ \end{aligned}\right\} \; y\text{-ekseni etrafında } 180° \tag{6.27}$$

yazılabilir.

y-ekseni etrafındaki dönüşlerle ilgileniyorken, bir sonraki adımımız y-ekseni etrafındaki 90°'lik dönmeler için dönüşüm matrisini bulmak olacak. Elbette bunu elde edebiliriz çünkü aynı eksen etrafındaki ardışık iki 90°'lik dönüş 180°'lik bir dönüşe eşittir. En genel biçimde 90° için dönüşümleri yazarak işe başlayacağız:

$$C'_+ = aC_+ + bC_- \qquad C'_- = cC_+ + dC_- \tag{6.28}$$

Aynı eksen etrafındaki ikinci bir 90°'lik dönüş aynı katsayılara sahip olur:

$$C''_+ = aC'_+ + bC'_- \qquad C''_- = cC'_+ + dC'_- \tag{6.29}$$

(6.28) ve (6.29) denklemlerini birleştirerek

$$\begin{aligned} C''_+ &= a(aC_+ + bC_-) + b(cC_+ + dC_-) \\ C''_- &= c(aC_+ + bC_-) + d(cC_+ + dC_-) \end{aligned} \tag{6.30}$$

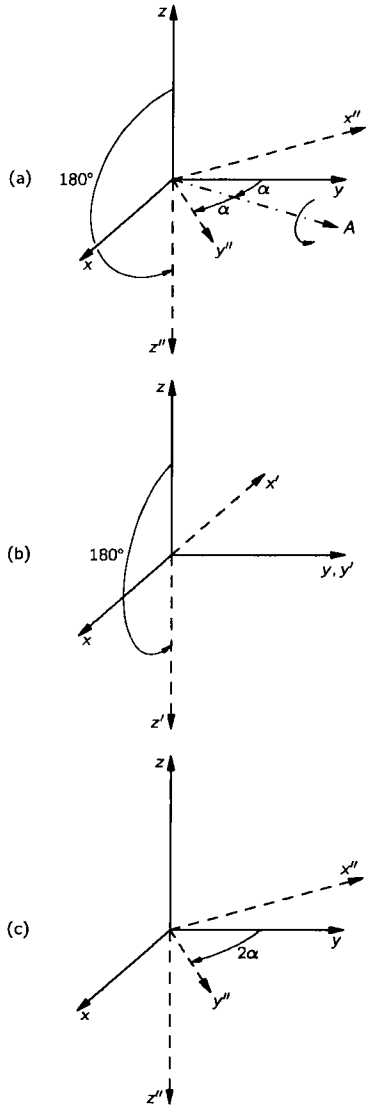
ifadesini elde ederiz. Bununla birlikte (6.27) denkleminden

$$C''_+ = C_- \qquad C''_- = -C_+$$

olduğunu biliyoruz ve buradan

$$\begin{aligned} ab + bd &= 1 \\ a^2 + bc &= 0 \\ ac + cd &= -1 \\ bc + d^2 &= 0 \end{aligned} \tag{6.31}$$

sonucu çıkar. Bu dört denklem bütün bilinmeyenleri (a, b, c, d) tanımlamak için yeterlidir. Bunu yapmak zor değil. İkinci ve dördüncü denkleme bakın. $a^2 = d^2$ elde ederiz ve bu ifade $a = d$ ve $a = -d$ anlamına gelir. $a = -d$ bir çözüm değildir çünkü o zaman ilk denklem doğru olamazdı, bu nedenle çözüm $a = d$ olur. Bu



Şekil 6-7 A ekseni etrafındaki 180°'lik bir dönüş, z' ekseni etrafındaki bir dönüş tarafından takip edilen y-ekseni etrafındaki 180°'lik bir dönüşe eşittir.

çözümü kullanarak $b = 1/2a$ ve $c = -1/2a$ bulunur. Şimdi her şeyi a cinsinden elde etmiş olduk. İkinci denklemdeki ifadelerde her şeyi a cinsinden yerine yazarsak

$$a^2 - \frac{1}{4a^2} = 0 \quad \text{ya da} \quad a^4 = \frac{1}{4}$$

eşitliği elde edilir. Bu denklemin dört çözümü vardır fakat sadece ikisi determinant için standart değeri verir. $a = 1/\sqrt{2}$ alırsak o zaman

$$a = 1/\sqrt{2} \qquad b = 1/\sqrt{2}$$
$$c = -1/\sqrt{2} \qquad d = 1/\sqrt{2}$$

elde edilir.*

Diğer bir deyişle S ve T düzenekleri için, T'nin S'ye göre y-ekseni etrafında 90° döndüğü durumdaki dönüşümler şöyle ifade edilir:

$$\left.\begin{aligned} C'_+ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(C_+ + C_-) \\ C'_- &= \frac{1}{\sqrt{2}}(-C_+ + C_-) \end{aligned}\right\} y\text{-ekseni etrafında } 90° \qquad (6.32)$$

Elbette yukarıdaki denklemlerden y-ekseni etrafında *eksi* 90°'lik bir dönüşü tanımlamak için C_+ ve C_-'yi çözebiliriz. Üslerin yerlerini değiştirirsek

$$\left.\begin{aligned} C'_+ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(C_+ - C_-) \\ C'_- &= \frac{1}{\sqrt{2}}(-C_+ + C_-) \end{aligned}\right\} y\text{-ekseni etrafında } 90° \qquad (6.33)$$

sonucuna ulaşırız.

6-5 x-ekseni etrafında dönme

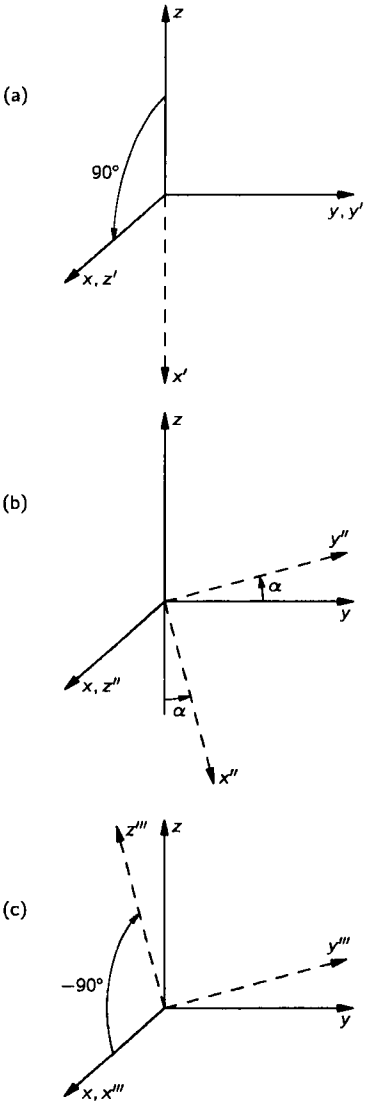
Şöyle düşünüyor olabilirsiniz: "Bu anlamsız görünüyor. Daha sonra ne olacak? y etrafında 47°, daha sonra x etrafında 33°'lik dönüşümler mi yapılacak?" Hayır neredeyse bitirdik. Elde ettiğimiz iki dönüşümle $-y$ etrafında 90° ve z etrafında gelişigüzel bir açıda (hatırlarsanız ilk yaptığımız)– artık herhangi bir dönüşü tanımlayabiliriz.

Örnek olarak x-ekseni etrafında α açısı kadar yapacağımız bir dönüşü ele alacağız. z-ekseni etrafında α açısı kadar yapılan dönüşlerin üstesinden nasıl geldiğimizi biliyoruz fakat şu an x-ekseni etrafındaki dönüşlerle ilgileniyoruz. Bunu nasıl yaparız? İlk olarak z-eksenini x-eksenine indirelim; yani Şekil 6-8'de görüldüğü gibi y-ekseni etrafında 90°'lik bir dönüş yapalım. Daha sonra z' ekseni etrafında α açısı kadar dönelim. Daha sonra da y'' ekseni etrafında –90°'lik bir dönüş yapalım. Bu üç dönüşün sonucunda elde edilen sonuç, x-ekseni etrafında α açısı kadar yapılan dönüşle aynıdır. Bu uzayın bir sonucudur.

(Dönme kombinasyonlarının bu tür gerçeklerini ve ürettiklerini sezgisel olarak anlamak zordur. Oldukça gariptir çünkü üç boyutlu uzayda yaşıyoruz ve eğer gelişigüzel olarak ilk önce bir yöne daha sonra başka bir yöne dönersek ne olacağını sezmek bizim için zordur. Belki de, eğer bir balık ya da kuş olsaydık ve uzayda taklalar atarken ne olacağına dair gerçek bir kavrama yeteneğimiz olsaydı, buna benzer şeyleri daha kolay kavrayabilirdik.)

Neyse, bildiğimiz ne varsa kullanarak, x-ekseni etrafında α açısı kadarlık bir dönüşü anlamaya çalışalım. y-ekseni etrafında +90°'lik ilk dönüşün genliğini (6.32) denkleminin yardımıyla bulabiliriz. Dönme eksenlerini, x', y' ve z' olarak adlandıralım, z' etrafında bir α açısı kadarlık diğer bir dönüş bizi x'', y'' ve z'' çerçevesine götürür:

$$C''_+ = e^{i\alpha/2} C'_+ \qquad C''_- = -e^{-i\alpha/2} C'_-$$



Şekil 6-8 x-ekseni etrafında belli bir açıda dönme şuna eşittir: (a) y'de +90° dönme artı (b) belli bir açıyla z' etrafında dönme artı (c) y'' etrafında –90° dönme.

* Diğer çözümler, –270° ile uyumlu olarak, a, b, c ve d'nin işaretlerini değiştirir.

y'' ekseni etrafındaki –90°'lik bir dönüş bizi x''', y''' ve z''' eksenlerine götürür ve (6.33) denkleminden hareketle

$$C'''_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(C''_+ - C''_-) \quad \text{ve} \quad C'''_- = \frac{1}{\sqrt{2}}(C''_+ + C''_-)$$

ifadesi elde edilir. Son iki denklemin birleştirilmesiyle

$$C'''_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{+ia/2}C'_+ - e^{-ia/2}C'_-)$$

$$C'''_- = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{+ia/2}C'_+ + e^{-ia/2}C'_-)$$

eşitliklerini elde ederiz. C'_+ ve C'_- için (6.32) denklemini kullanarak tam dönüşümleri elde edebiliriz:

$$C'''_+ = \tfrac{1}{2}\{e^{+ia/2}(C_+ + C_-) - e^{-ia/2}(-C_+ + C_-)\}$$

$$C'''_- = \tfrac{1}{2}\{e^{+ia/2}(C_+ + C_-) + e^{-ia/2}(-C_+ + C_-)\}$$

Bu denklemleri daha basit bir biçimde, yani

$$e^{i\theta} + e^{-i\theta} = 2\cos\theta \quad \text{ve} \quad e^{i\theta} - e^{-i\theta} = 2i\sin\theta$$

şeklinde olduğunun hatırlanmasıyla

$$\left.\begin{aligned} C'''_+ &= \left(\cos\tfrac{\alpha}{2}\right)C_+ + i\left(\sin\tfrac{\alpha}{2}\right)C_- \\ C'''_- &= i\left(\sin\tfrac{\alpha}{2}\right)C_+ + \left(\cos\tfrac{\alpha}{2}\right)C_- \end{aligned}\right\} \; x\text{-ekseni etrafında } \alpha \qquad (6.34)$$

yazılabilir. Elde ettiğimiz denklem x-ekseni etrafında herhangi bir α açısındaki dönüş için dönüşümlerdir. Diğer dönüşümlerden sadece biraz daha karmaşıktır.

6-6 Gelişigüzel dönmeler

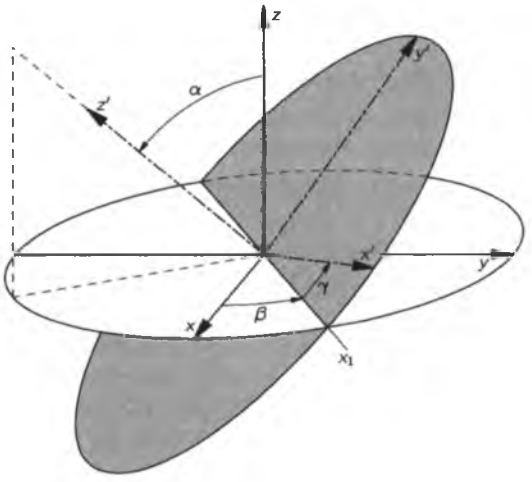
Şimdi herhangi bir açı için dönüşümlerin nasıl yapılacağına geçebiliriz. İlk olarak iki koordinat çerçevesinin birbirlerine göre göreli yönelimlerinin Şekil 6-9'da gösterildiği gibi üç açı cinsinden ifade edilebileceğini söyleyebiliriz. x, y ve z'ye göre yönlendirilmiş bir dizi x', y' ve z' eksenimiz varsa, bu iki referans çerçevesi arasındaki ilişkiyi, ardışık üç dönmeden sonra bizi x, y ve z'den x', y' ve z' çerçevesine götüren, üç Euler açısı, α, β ve γ cinsinden tanımlayabiliriz. x, y ve z'den başlayarak çerçevemizi, z-ekseni etrafında β açısı kadar döndürerek x_1 çizgisindeki x-eksenine getirelim. Daha sonra bu gelişigüzel x-ekseni etrafında bir α açısı kadar dönerek z-ekseninden z' eksenine geçelim. Son olarak yeni z-ekseni etrafında (yani z') γ açısı kadar dönerek x-ekseninden x' eksenine ve y-ekseninden y' eksenine geçelim.* Üç dönüşün her biri için dönüşümleri biliyoruz; (6.19) ve (6.34) denklemlerinde verilmiştir. Bunları düzgün bir sırayla birleştirerek

$$\begin{aligned} C'_+ &= \cos\tfrac{\alpha}{2}e^{i(\beta+\gamma)/2}C_+ + i\sin\tfrac{\alpha}{2}e^{-i(\beta-\gamma)/2}C_- \\ C'_- &= i\sin\tfrac{\alpha}{2}e^{i(\beta-\gamma)/2}C_+ + \cos\tfrac{\alpha}{2}e^{-i(\beta+\gamma)/2}C_- \end{aligned} \qquad (6.35)$$

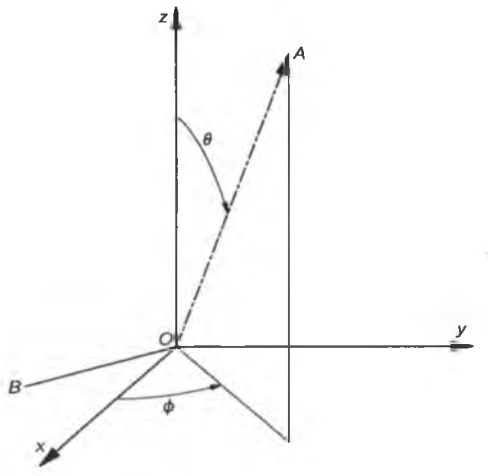
yazabiliriz.

Uzayın özellikleri hakkındaki bazı varsayımları kullanarak istenilen dönüşler için dönüşüm genliklerini bulacağız. Bu, eksenleri x, y ve z olan bir S Stern Gerlach-düzeneğine giren yarım-spinli parçacıklı iki demetin herhangi bir durumu için genlikleri biliyorsak, x', y' ve z' eksenli bir T düzeneğine her iki de-

* Üzerinde biraz çalışarak ayrıca x, y ve z ekseninden x', y' ve z' çerçevesine başlangıç eksenleri etrafındaki üç dönüşümü kullanarak geçilebileceğini gösterebilirsiniz: (1) başlangıçtaki z-ekseni etrafında γ açısı kadar dönerek; (2) başlangıçtaki x-ekseni etrafında α açısı kadar dönerek; (3) başlangıçtaki z-ekseni etrafında β açısı kadar dönerek.



Şekil 6-9 Herhangi bir x', y' ve z' koordinat çerçevesinin diğer bir x, y ve z koordinat çerçevesine göre yönelimi Euler açıları, α, β ve γ, cinsinden tanımlanabilir.



Şekil 6-10 θ ve ϕ kutup açıları cinsinden tanımlanan herhangi bir A ekseni.

metin de hangi oranda gireceğini hesaplayabileceğimiz anlamına gelir. Diğer bir deyişle eğer x, y ve z çerçevesinin z eksenine göre "yukarı" ve "aşağı" genlikleri $C_+ = \langle +|\psi\rangle$, $C_- = \langle -|\psi\rangle$ olan, yarım-spinli parçacığın ψ durumuna sahipsek, herhangi bir x', y' ve z' çerçevesinin z' eksenine göre yukarı ve aşağı C'_+ ve C'_- genliklerini de biliyoruz demektir. (6.35) denklemindeki dört katsayı, bir yarım-spinli parçacığın herhangi bir koordinat sistemindeki genliklerini araştırmak için kullandığımız "dönüşüm matrisinin" terimleridir.

Birkaç örnekle işlerin nasıl yürüdüğünü inceleyelim. Şimdi sıradaki basit örneği ele alalım. Bir yarım-spinli atomu sadece $(+z)$ durumunu ileten bir Stern-Gerlach düzeneğine koyalım. Bu atomun $(+x)$ durumunda olma genliği nedir? $+x$-ekseni y-ekseni etrafında $+90°$ dönmüş bir sistemin z' ekseniyle aynıdır. Bu problem için o zaman (6.32) denklemini kullanmak en basit yoldur; elbette (6.35) denklemlerini de kullanabilirdik. $C_+ = 1$ ve $C_- = 0$ olduğu için $C'_+ = 1/\sqrt{2}$ elde edilir. Olasılıklar bu genliklerin mutlak değer karesidir: parçacığın $(+x)$ durumunu seçen bir düzenekten geçme şansı yüzde 50'dir. Eğer $(-x)$ durumunu merak etseydik, genliği $-1/\sqrt{2}$ ve olasılığı da 1/2 olacaktı; uzayın simetrisi nedeniyle. Bu nedenle eğer bir parçacık $(+z)$ durumundaysa, $(+x)$ ya da $(-x)$ durumuyla aynı olasılıktadır fakat zıt evrededir.

Aynı zamanda y hakkında da bir öngörümüz yoktur. $(+z)$ durumundaki bir parçacığın $(+y)$ ya da $(-y)$ durumunda olma olasılığı yarı yarıyadır. Bununla birlikte bu durumlar için (x ekseni etrafında $-90°$ dönme denklemini kullanarak) genlikler $1/\sqrt{2}$ ve $-i/\sqrt{2}$'dir. Bu durumda iki genlik 180°'lik bir evre farkı yerine 90°'lik bir evre farkına sahiptir, tıpkı $(+x)$ ve $(-x)$ durumları için elde ettiğimiz gibi. Aslında bu x ile y arasındaki farkın nasıl ortaya çıktığını gösterir.

Son örneğimiz olarak, bir yarım-spinli parçacığın ψ durumunda olduğunu bildiğimizi düşünelim, tıpkı Şekil 6-10'da θ ve ϕ açısıyla tanımlanan bir A ekseni boyunca "yukarı" kutuplanmış olarak gösterildiği gibi. z boyunca "yukarı" parçacığın C_+ ve z boyunca "aşağı" parçacığın C_- genliğini bilmek istiyoruz. Bu genlikleri, x-ekseni gelişigüzel bir yönde olan bir sistemin z-ekseninin A olarak gösterildiği bir durumu hayal ederek bulabiliriz; A ve z'nin aynı düzlemde olduğunu hayal edin. O zaman A çerçevesini üç dönüş yaparak x, y ve z eksenlerine getirebiliriz. İlk olarak A ekseni etrafında $-\pi/2$ kadarlık bir dönüş yapıyoruz böylece şekildeki x-ekseninin B çizgisine getirebiliriz. Daha sonra B (A çerçevesinin yeni x-ekseni) çizgisi etrafında θ kadar dönerek A'yı z-eksenine getirelim. Son olarak z-ekseni etrafında $(\pi/2 - \phi)$ dönüşü yapalım. Hatırlayacağınız gibi A'ya göre sadece $(+x)$ durumunda olduğumuz için

$$C_+ = \cos\frac{\theta}{2}\, e^{-i\phi/2} \qquad C_- = \sin\frac{\theta}{2}\, e^{+i\phi/2} \tag{6.36}$$

yazabiliriz.

Şimdi bu bölümde elde ettiğimiz sonuçları daha sonraki çalışmalarımız için kullanışlı olacak bir biçimde özetlemek istiyoruz. Birincisi, (6.35) denklemindeki önemli sonuçların başka bir gösterimde yazılabildiğini hatırlatalım. (6.35) denkleminin (6.4) denklemiyle aynı olduğunu belirtelim. Yani (6.35) denklemindeki $C_+ = \langle +S|\psi\rangle$ ve $C_- = \langle -S|\psi\rangle$ genliklerinin katsayıları, (6.4) denklemindeki $\langle jT|iS\rangle$ genliğinin katsayılarıdır; S'ye göre i durumunda olan bir parçacık, T düzeneğine göre j durumunda olacaktır (T'nin S'ye göre yönelimi α, β ve γ açıları cinsinden verilir). Ayrıca bunları (6.6) denkleminde R_{ji}^{TS} olarak adlandırdık. (Gösterim bolluğuna sahibiz!) Örneğin $R_{-+}^{TS} = \langle -T|+S\rangle$, C'_- için verilen denklemdeki C_+'nın katsayılarıdır, yani $i\sin(\alpha/2)e^{i(\beta-\gamma)/2}$. Bununla birlikte sonuçları Tablo 6-1'de verildiği gibi özetleyebiliriz.

Bazı özel durumları incelemek için bu işe yarar genlikleri kullanacağız. Şimdi z-ekseni etrafında ϕ açısı kadar dönmeyi $R_z(\phi)$ olarak gösterelim. İlgili dönüşüm matrisi için de bu gösterimi kullanabiliriz (i ve j alt indislerini hariç tutarak). Aynı şekilde $R_x(\phi)$ ve $R_y(\phi)$, x-ekseni ya da y-ekseni etrafında ϕ açısı kadar dönmeyi temsil etsin. S-çerçevesinden, S'nin belirli bir açıda dönmüş hali olan T-çerçevesine genlikleri dönüştüren $-\langle jT|iS\rangle$ genliklerinin tablosu– tabloyu 6-2'de veriyoruz.

Tablo 6-1
Şekil 6-9'un Euler açıları cinsinden, α, β ve γ, tanımlanan bir dönüş için $\langle jT|iS\rangle$ genlikleri.

$R_{ji}(\alpha, \beta, \gamma)$

$\langle jT\|iS\rangle$	$+S$	$-S$
$+T$	$\cos\frac{\alpha}{2}\,e^{i(\beta+\gamma)/2}$	$i\sin\frac{\alpha}{2}\,e^{-i(\beta-\gamma)/2}$
$-T$	$i\sin\frac{\alpha}{2}\,e^{i(\beta-\gamma)/2}$	$\cos\frac{\alpha}{2}\,e^{-i(\beta+\gamma)/2}$

Tablo 6-2
x-ekseni, y-ekseni ya da z-ekseni etrafında ϕ açısı kadar dönüşü tanımlayan bir $R(\phi)$ dönüşü için $\langle jT|iS\rangle$ genlikleri.

$R_z(\phi)$

$\langle jT\|iS\rangle$	$+S$	$-S$
$+T$	$e^{i\phi/2}$	0
$-T$	0	$e^{-i\phi/2}$

$R_x(\phi)$

$\langle jT\|iS\rangle$	$+S$	$-S$
$+T$	$\cos\phi/2$	$i\sin\phi/2$
$-T$	$i\sin\phi/2$	$\cos\phi/2$

$R_y(\phi)$

$\langle jT\|iS\rangle$	$+S$	$-S$
$+T$	$\cos\phi/2$	$\sin\phi/2$
$-T$	$-\sin\phi/2$	$\cos\phi/2$

7

GENLİĞİN ZAMAN BAĞIMLILIĞI

7-1 Durgun atomlar; durağan durumlar

7-1 Durgun atomlar; durağan durumlar
7-2 Düzgün hareket
7-3 Potansiyel enerji; enerjinin korunumu
7-4 Kuvvetler; klasik limit
7-5 Bir yarım-spinli parçacığın "presesyonu"

Şimdi zaman içerisinde olasılık genliklerinin davranışı hakkında biraz daha konuşmak istiyoruz. "Biraz" diyoruz çünkü zaman içerisindeki gerçek davranışı, uzaydaki gerçek davranışı da içerir. Böylece, eğer meseleyi doğru ve detaylı bir şekilde ele almak istiyorsak oldukça zor bir durumla karşı karşıya kalırız. Hem oldukça soyut bir şekilde mantıklı olmaya çalıştığımız için hem de gerçek durumlar hakkında bize ipuçları sağlayan bazı konuların üzerine yeterince eğilemediğimiz için her zaman zorluk yaşayacağız; daha dikkatli bir incelemeyi şimdilik öteliyoruz. Enerji bağımlılığı konusunda ikinci derse gireceğiz. Çok sayıda açıklama yapacağız. Titiz olmaya çalışmayacağız; fakat zamanın bir fonksiyonu olan genliklerin davranışına dair bazı fikirler edinmeniz için gerekli olan şeyleri sizlerle paylaşacağız. İlerledikçe tanımların hassaslığı artacak. Dolayısıyla bazı kavramları tepeden inme ortaya atarsak telaşlanmayın. Aslında bir bakıma her şey tepeden inmedir; ama deneylerin ve insanların hayal gücünün tepesinden. Tarihsel gelişimi yeniden gözden geçirmek zamanımızı alacağı için bir yerde hızlıca işe girişmemiz gerekecektir. Ya soyut bir şekilde işe girişip her şeyi ortaya çıkarmaya çalışacaktık –muhtemelen anlayamayacağınız çoğu şeyi– ya da her bir durumu doğrulamak için çok sayıda deney yapacaktık. İkisi arasında bir şeyler yapmaya çalışacağız.

Gözden geçirme: Bölüm 17, Cilt I, *Uzay-Zaman*
Bölüm 48, Cilt I, *Girişim*

Boş uzayda yalnız bir elektron, belirli koşullar altında, belirli bir enerjiye sahiptir. Örneğin sadece duruyorsa (yani öteleme hareketi, momentumu ya da kinetik enerjisi yoksa) durgun enerjiye sahiptir. Bir atom gibi daha karmaşık bir nesne de sadece dursa bile belirli bir enerjiye sahiptir fakat içten bir diğer enerji düzeyine uyarılabilir. (Bunun altında yatan nedeni daha sonra açıklayacağız.) Sık sık belirli bir enerji durumuna sahip uyarılmış durumdaki bir atom hakkında konuştuk fakat aslında bu kısmen doğrudur. Bir atom uyarılmış bir durumda sonsuza dek kalmaz çünkü elektromanyetik alanla etkileşerek enerjisini kaybeder. Bu nedenle yeni bir durumda üretilmiş bazı genlikler vardır: daha düşük enerji düzeyindeki bir atomun ya da daha yüksek bir durumdaki elektromanyetik alanın genlikleri. Sistemin toplam enerjisi önce ve sonra aynıdır fakat atomun enerjisi *azalmıştır*. Bu nedenle uyarılmış bir atomun *belirli* bir enerjiye sahip olduğunu söylemek her zaman doğru değildir; fakat genelde uygundur ve anlatmaya çalıştığı şey çok da yanlış değildir.

[Bu arada, neden diğer yolu değil de bu yolu tercih ediyoruz? Neden bir atom ışık yayınlar? Cevap entropiyle ilişkilidir. Elektromanyetik alanda enerji çok farklı olasılıklar içerebilir; başıboş şekilde dolaşabildiği çok fazla yer vardır. Eğer denge durumunu göz önüne alırsak, alan bir foton yayınlanmasıyla uyarılır ve atom bir alt seviyeye düşer. Fotonun tekrar geri gelip atomu uyarması çok uzun zaman alır. Bu klasik bir probleme oldukça benzemektedir; ivmelenen bir yük neden ışıma yapar? Enerjisini kaybetmeyi "istiyor" diye açıklanamaz çünkü, aslında ışınım yaptığında enerjisi önceki durumuyla aynıdır. Işıma ya da soğurma *entropinin* artış yönünü takip eder.]

Çekirdek de farklı enerji düzeylerinde bulunabildiği için, elektromanyetik etkilerin ihmal edildiği durumlarda uyarılmış durumdaki bir çekirdeğin o durumda kaldığını söyleyebiliriz. Sonsuza dek o düzeyde kalamayacağını bilmemize rağmen, buna benzer idealize edilmiş ve üzerine düşünmesi kolay bir yaklaşımla işe başlamak kullanışlıdır. Ayrıca belirli koşullar altında meşru bir yaklaşımdır. (Düşen bir cismin klasik yasalarını ilk kez tanımlarken sürtünmeyi ihmal etmiştik oysa sürtünmenin olmadığı neredeyse hiçbir durum yoktur.)

Farklı kütlelere sahip atom-altı "acayip parçacıklar" bulunmaktadır. Fakat ağır olanları diğer hafif parçacıklara bozunabildiği için kesin belirli bir enerjiye sahip olduklarını söylemek çok da doğru değildir. Eğer sonsuza dek değişmeden kalabilselerdi böyle söylemek doğru olurdu. Bu nedenle belirli bir enerjiye sahip oldukları yaklaşımını yaptığımızda bozunabilecekleri gerçeğini unutmuş oluyoruz. Şimdilik, isteyerek, bunun gibi süreçleri göz ardı edeceğiz fakat daha sonra nasıl hesaba katılacaklarını öğreneceğiz.

Durgun enerjisi E_0 olan bir atomumuz –bir elektron ya da herhangi bir parçacık– olduğunu düşünelim. E_0 enerjisi derken, parçacığın kütlesi çarpı c^2'yi kastediyoruz. Bu kütle herhangi bir iç enerjiyi içerebilir; yani uyarılmış bir atomun kütlesi taban durumundaki özdeş bir atomun kütlesinden farklıdır. (*Taban* durumu en düşük enerjili durum anlamına gelir.) E_0 enerjisine "durgun enerji" diyeceğiz.

Durgun bir durumdaki atom için, bir yerde kuantum mekaniksel bulunma *genliği her yerde* bulunma durumuyla aynıdır; konuma bağlı değildir. Bunun anlamı elbette, bir atomun *bulunma olasılığının* her yerde aynı olmasıdır. Fakat bundan daha fazla anlama da gelir. *Olasılık* konumdan bağımsızdır ancak *genliğin evresi* atomun bulunduğu noktaya göre değişir. Ama durgun bir parçacık için bütün genlik her yerde aynıdır. Bununla birlikte *zamana* bağlı olabilir. Belirli bir E_0 enerjisine sahip bir parçacık için t anında (x, y, z) bulunma genliği

$$ae^{-i(E_0/\hbar)t} \tag{7.1}$$

olarak yazılır burada a bir sabittir. Uzayda herhangi bir noktadaki genlik bütün noktalar için aynıdır fakat (7.1) denklemine göre zamana bağlıdır. Bu kuralın doğru olduğunu varsayıyoruz.

Elbette (7.1) denklemini

$$ae^{-i\omega t} \tag{7.2}$$

şeklinde de yazabiliriz ve

$$\hbar\omega = E_0 = Mc^2$$

olmak üzere burada M atomik durumun ya da parçacığın durgun kütlesidir. Enerjiyi belirlemenin üç değişik yolu vardır: bir genliğin frekansıyla, klasik durumdaki enerjiyle ya da eylemsizlik yardımıyla. Hepsi de aynıdır; sadece aynı şeyin farklı ifadeleridir.

Uzayın her noktasında aynı genliğe sahip bir "parçacık" olması fikri size garip gelebilir. Yine de "bir yerlerde" bunun gibi bir "parçacık" olduğunu kabul edeceğiz. Ama belirsizlik ilkesini unutmayın. Eğer bir parçacık belirli bir enerjiye sahipse aynı zamanda belirli bir momentuma da sahiptir. Eğer momentumdaki belirsizlik sıfırsa, $\Delta p \Delta x = \hbar$ şeklinde ifade edilen belirsizlik ilkesi bize, konumdaki belirsizliğin sonsuz olacağını söyler ve bu durum, bir parçacığın uzayın her noktasındaki bulunma genliğinin aynı olduğu anlamına gelir.

Eğer bir atomun iç yapısı farklı enerjilerde farklı durumlara sahipse, genliğin değişimi zamanla farklılaşır. Hangi durumda olduğunu bilmiyorsanız, bir durum için belirli bir genliği ve diğer bir durum için de başka bir belirli genliği vardır; ve bu genliklerin her biri farklı frekanslara sahiptir. Değişen genliklere sahip olduklarını göstereceğimiz bu farklı bileşenler arasında vuru notası gibi bir girişim meydana gelir. Atomun içinde bazı şeyler "meydana gelecektir"; klasik anlamıyla kütle merkezinin kaymadığı "durgun" durumdayken bile. Bununla birlikte atom belirli bir enerjiye sahipse genliği (7.1) denklemiyle verilir ve bu genliğin mutlak değerinin karesi zamandan bağımsızdır. Böylece eğer bir parçacığın belirli bir enerjisi varsa ve bu durumun *genliğini* araştırıyorsak, cevabın zamandan bağımsız olduğunu görüyorsunuz. *Genlikler* zamanla değişse bile, eğer enerji *belirliyse*, karmaşık üstel gibi değişirler ve mutlak değerleri değişmez.

Belirli bir enerji düzeyindeki atom için çoğunlukla neden *durgun bir durumda* olduğunu söylediğimizi artık anlıyoruz. Eğer nesnelerin içinde herhangi

bir ölçüm yapıyorsak, (genlikte) zamanla değişen hiçbir şey bulamazsınız. Olasılıkların zamanla değişmesi için iki farklı frekanstaki iki genliğin girişim yapması gerekir ve bu durum enerjinin ne olduğunu bilemeyeceğimiz anlamına gelir. Nesnenin genliklerinden biri belirli bir enerji durumunda diğer genlik de bir diğer enerji durumunda olacaktır. Bu, *davranışı* zamana bağlı olan bir şeyin kuantum mekaniksel tanımıdır.

İki farklı enerjiye sahip iki farklı durumun bir karışım "durumuna" sahipsek, iki durumun her biri için genlik (7.2) denklemine göre zamanla

$$e^{-i(E_1/\hbar)t} \quad \text{ve} \quad e^{-i(E_2/\hbar)t} \tag{7.3}$$

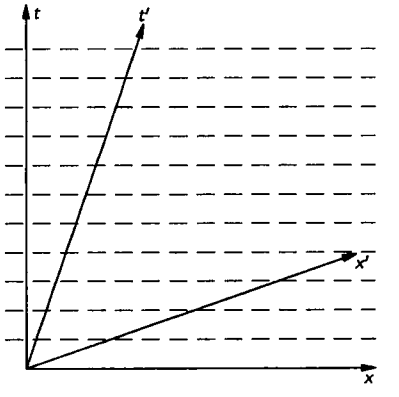
şeklinde değişir. Eğer ikisinin bir kombinasyonuna sahipsek bir girişim elde ederiz. Fakat her iki enerjiye de bir sabit eklersek herhangi bir değişiklik olmayacağını vurgulamamız gerekir. Eğer birileri bütün enerjinin sabit bir miktarda –örneğin A miktarı kadar– arttığı (ya da azaldığı) farklı bir enerji ölçeği kullanacak olsaydı, onun bakış açısından iki durumdaki genlik

$$e^{-i(E_1+A)t/\hbar} \quad \text{ve} \quad e^{-i(E_2+A)t/\hbar} \tag{7.4}$$

şeklinde yazılacaktı. Bütün genlikleri aynı $e^{-i(A)t/\hbar}$ faktörüyle çarpılırdı ve bütün doğrusal kombinasyonlar ya da girişimler aynı faktöre sahip olurdu. Olasılıkları bulmak için mutlak değerin karesini aldığımızda bütün cevaplar aynı olurdu. Enerji ölçeğimizin başlangıç seçimi bir farklılık yaratmaz; istediğimiz herhangi bir sıfırdan enerjiyi ölçebiliriz. Göreli nedenlerden dolayı, durgun kütleyi içeren enerjiyi ölçmek çok hoştur fakat göreli olmayan çoğu durum için bütün enerjilerden aynı miktarda enerjiyi çıkarmak da güzeldir. Örneğin bir atom durumunda, bütün *ayrı* parçaların –çekirdek ve elektronlar– toplam kütlesini –elbette atomun kütlesinden farklı olan– M_S alarak, genelde $M_S c^2$ enerjisini çıkarmak uygundur. Diğer problemler için bütün enerjilerden $M_G c^2$ miktarını çıkartmak daha uygun olabilir burada M_G bütün atomun *taban durumundaki* kütlesidir; o zaman ortaya çıkan enerji sadece atomun uyarılma enerjisidir. Bu nedenle bazen sıfır enerjisini çok büyük bazı sabitleri kullanarak kaydırmamız gerekir fakat bütün enerjileri aynı sabiti kullandığımız özel bir hesapla kaydırdığımız için hiçbir farklılık olmayacaktır. Durmakta olan bir parçacık için oldukça fazla!

7-2 Düzgün hareket

Eğer görelilik kuramının doğru olduğunu varsayarsak, eylemsiz bir referans sistemindeki durgun bir parçacığın diğer bir eylemsiz referans sisteminde düzgün bir hareket yaptığını söyleyebiliriz. Parçacığın durağan çerçevesinde, olasılık genliği bütün x, y ve z'ler için aynıdır fakat t'yle değişir. Genliğin *büyüklüğü* bütün t'ler için aynıdır fakat evreler t'ye bağlıdır. Eğer eş-evre çizgilerini –örneğin sıfır evre çizgilerini– x ve t'nin bir fonksiyonu olarak çizersek, genliğin davranışı için bir resim elde ederiz. Durgun bir parçacık için bu eş-evre çizgileri x-eksenine paraleldir ve t-koordinatında eşit aralığa sahiptir, tıpkı Şekil 7-1'de kesikli çizgilerle gösterildiği gibi.



Şekil 7-1 x-t sisteminde durgun olan bir parçacığın genliğinin göreli dönüşümleri.

Örneğin x-yönündeki bir parçacığa göre hareket eden farklı bir çerçevede –sözgelimi x', y' ve z' – uzaydaki herhangi bir noktanın x' ve t' koordinatları, x ve t koordinatlarıyla Lorentz dönüşümleri vasıtasıyla ilişkilidir. Bu dönüşümler, Şekil 7-1'de gösterildiği gibi, x' ve t' koordinatlarının grafiksel olarak çizilmesiyle tasvir edilebilir (*Bkz.* Cilt I, Bölüm 17, Şekil 17-2). x'–t' sisteminde eş-evreli* noktaların t' ekseni boyunca farklı aralıklara sahip olduğunu görebilirsiniz ve bu nedenle zaman değişim frekansı farklıdır. x' koordinatı evreyle değiştiği için olasılık genliği x' koordinatının bir fonksiyonu olmalıdır.

* Evrelerin iki sisteme karşılık gelen noktalarda aynı değere sahip olduğunu varsayıyoruz. Bu algılanması zor bir durumdur çünkü kuantum mekaniksel bir genliğin evresi büyük ölçüde keyfidir. Bu varsayımın tam bir kanıtı iki ya da daha fazla genliğin girişimini içeren daha detaylı bir tartışmayı gerekli kılar.

Örneğin negatif x-yönü boyunca tanımlanan bir v hızı için Lorentz dönüşümleri altında t zamanı t' değeriyle

$$t = \frac{t' - x'v/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

şeklinde ilişkilidir ve böylece genlik ifademiz

$$e^{-(i/\hbar)E_0 t} = e^{-(i/\hbar)(E_0 t'/\sqrt{1-v^2/c^2} - E_0 v x'/c^2\sqrt{1-v^2/c^2})}$$

şeklinde değişir. Üstlü sistemde genlik hem konum hem de zamanla değişir. Eğer genliği

$$e^{-(i/\hbar)(E'_p t' - p'x')}$$

şeklinde ifade edersek $E'_p = E_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ denkleminin v hızıyla hareket eden E_0 enerjisine sahip bir parçacık için klasik olarak hesaplanan enerji ifadesi ve $p'=E'_p v/c^2$ denkleminin ilgili parçacık momentum ifadesi olduğu görülür.

$x_\mu = (t, x, y, z)$ ve $p_\mu = (E, p_x, p_y, p_z)$ ifadelerinin dört-vektör olduğunu ve $p_\mu x_\mu = Et - \boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}$ ifadesininse skaler değişmez olduğunu biliyoruz. Parçacığın durgun çerçevesinde $p_\mu x_\mu$ sadece Et'dir; bu nedenle eğer başka bir referans çerçevesine geçersek Et

$$E't' - \boldsymbol{p}'\cdot\boldsymbol{x}'$$

ile yerdeğiştirmelidir. Bu nedenle $\boldsymbol{p}$ momentumuna sahip bir parçacığın olasılık genliği

$$e^{-(i/\hbar)(E_p t - \boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x})} \tag{7.5}$$

ile orantılı olacaktır, burada E_0 durgun enerji olmak üzere, E_p momentumu p olan bir parçacığın enerjisidir:

$$E_p = \sqrt{(pc)^2 + E_0^2} \tag{7.6}$$

Göreli olmayan problemler için

$$E_p = M_S c^2 + W_p \tag{7.7}$$

yazılabilir, yukarıdaki ifadede W_p, atomun $M_S c^2$ durgun enerjisine sahip kısımlarına ilave bir enerjiyi göstermektedir. Genelde W_p, "iç" enerji olarak adlandırdığımız hem atomun kinetik enerjisini hem de bağlanma ya da uyarılma enerjisini içerir;

$$W_p = W_{\text{iç}} + \frac{p^2}{2M} \tag{7.8}$$

olarak yazılırsa genlik

$$e^{-(i/\hbar)(W_p t - \boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x})} \tag{7.9}$$

haline gelir. Genelde göreli olmayan hesaplar yapacağımız için olasılık genliği için bu biçimi kullanacağız.

Göreli dönüşümlerimiz, herhangi bir ek varsayım yapmaksızın uzayda hareket eden bir atomun genliğinin değişimini vermektedir. Uzay değişiminin dalga sayısı, (7.9)'dan hareketle,

$$k = \frac{p}{\hbar} \tag{7.10}$$

şeklindedir ve dalga boyu

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{h}{p} \tag{7.11}$$

olarak ifade edilir. Bu ifade, momentumu p olan parçacıklar için daha önce kullandığımız dalga boyuyla aynıdır. Bu denkleme ilk kez, söz konusu yolu kullanarak, de Broglie ulaşmıştır. Hareketli bir parçacık için genliğin değişim frekansı hâlâ

$$\hbar\omega = W_p \tag{7.12}$$

şeklinde ifade edilmektedir.

(7.9)'un mutlak değerinin karesi sadece 1'dir, bu nedenle *belirli bir enerjiye sahip* hareketli bir parçacık için bulunma olasılığı her yerde aynıdır ve zamanla değişmez. (Genliğin *karmaşık* bir dalga olduğunu belirtmemiz gerekir. Eğer gerçek bir sinüs dalgası kullansaydık, karesi noktadan noktaya değişecekti ve doğru bir sonuç vermeyecekti.)

Elbette parçacık noktadan noktaya hareket ettikçe olasılığın zaman ve konumla değiştiği durumlar vardır. Peki bu durumları nasıl tanımlayabiliriz? Belirli bir enerjideki durumlar için iki ya da daha fazla genliğin üst üste bindiği genlikleri dikkate almalıyız. Bunu I. Cildin 48. Bölümünde zaten dikkate almıştık; olasılık genlikleri için bile. İki genliğin farklı k dalga sayıları (yani momentum) ve farklı ω frekanslarıyla toplamı, girişim öbekleri ya da vurularına yol açar ve genliğin karesi uzay ve zamana bağlı olarak değişir. Bu vuruların "grup hızı" olarak adlandırılan hızlarda

$$v_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}$$

hareket ettiğini biliyoruz, yukarıdaki ifadede $\Delta\omega$ ve Δk iki dalganın frekansları ile dalga sayıları arasındaki farktır. Daha karmaşık dalgalar için –aynı frekansa sahip çok sayıda genliğin toplamından oluşan– grup hızı

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} \tag{7.13}$$

şeklinde tanımlanır. $\omega = E_p/\hbar$ ve $k = p/\hbar$ olarak alırsak

$$v_g = \frac{dE_p}{dp} \tag{7.14}$$

olduğunu görürüz. (7.6) denklemini kullanarak

$$\frac{dE_p}{dp} = c^2\frac{p}{E_p} \tag{7.15}$$

yazarız. Fakat $E_p = Mc^2$ olduğundan

$$\frac{dE_p}{dp} = \frac{p}{M} \tag{7.16}$$

yazılabilir ve bu ifade parçacığın klasik hızıdır. Alternatif olarak göreli olmayan ifadeleri kullanırsak

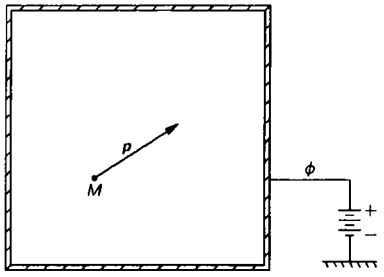
$$\omega = \frac{W_p}{\hbar} \quad \text{ve} \quad k = \frac{p}{\hbar}$$

ve

$$\frac{d\omega}{dk} = \frac{dW_p}{dp} = \frac{d}{d_p}\left(\frac{p^2}{2M}\right) = \frac{p}{M} \tag{7.17}$$

denklemleriyle yeniden aynı klasik hız ifadesini elde ederiz.

Sonucumuz, eğer neredeyse aynı enerjiye sahip saf enerji durumları için birkaç genliğimiz varsa, girişimlerin söz konusu enerjiye sahip klasik bir parçacığın hızına eşit bir hızla hareket eden genliklerde "öbeklenmelere" neden olduğunu göstermektedir. Bununla birlikte, hareket eden parçacıkla ilişkili bir vuru-notası elde etmek için farklı dalga sayısına sahip iki genliği topladığımızı söylediğimizde, yeni bir şey ortaya koyduğumuzu belirtmeliyiz; görelilik kuramından anlayamayacağımız yeni bir şey. Duran bir parçacık için genliğin ne olduğunu ve eğer parçacık hareket ediyorsa nasıl değişeceğini gösterdik. Fakat bu fikirlerden farklı hızlarda hareket eden iki dalga durumunda ne olacağını kestiremeyiz. Eğer birini durdurabilsek bile diğerini durduramayız. Bu nedenle sadece (7.9)'un bir çözüm olmadığı aynı zamanda sistemin tamamı için bütün p'lerin çözüm olabileceği ve farklı terimlerin girişime neden olduğunu öne süren ek varsayımlar ekledik.



Şekil 7-2 Sabit bir potansiyel bölgede M kütleli ve p momentumlu bir parçacık.

7-3 Potansiyel enerji; enerjinin korunumu

Şimdi bir parçacığın enerjisi değiştiğinde ne olacağını tartışmak istiyoruz. Bir potansiyel tarafından tanımlanan bir güç alanında hareket eden bir parçacığı düşünerek işe başlayalım. İlk olarak sabit potansiyel etkisini tartışacağız. Elektrostatik potansiyeli ϕ olan büyük metal kutumuz olsun, Şekil 7-2'de gösterildiği gibi. Eğer kutunun içinde yüklü nesneler varsa, V olarak adlandıracağımız ve kesinlikle konumdan bağımsız olan, potansiyel enerji $q\phi$ olacaktır. O zaman kutunun içindeki fiziğin değişme şansı yoktur çünkü sabit potansiyel kutunun içinde hiçbir farklılığa neden olmaz. Şu an cevabın ne olduğunu ortaya çıkarmanın herhangi bir yolu yoktur bu nedenle bir tahminde bulunabiliriz. Başarılı tahminler az ya da çok beklediklerinizi karşılayan tahminlerdir; enerji için, potansiyel enerji V ve E_p enerjisinin –iç enerji ve kinetik enerjinin– toplamını kullanmalıyız. Genlik

$$e^{-(i/\hbar)[(E_p+V)t-\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}]} \tag{7.18}$$

şeklinde orantılıdır. t'nin önündeki katsayı daima ω olarak adlandıracağımız, sistemin *toplam enerjisini* verir; iç (ya da "kütle") enerjisi artı kinetik enerji artı potansiyel enerji;

$$\hbar\omega = E_p + V \tag{7.19}$$

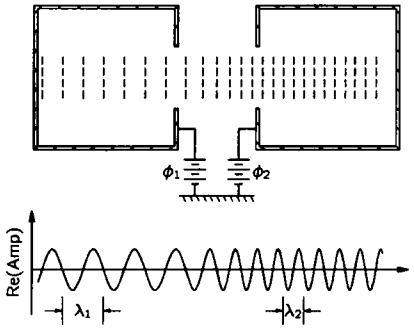
ya da göreli olmayan durumlar için

$$\hbar\omega = W_{\text{iç}} + \frac{p^2}{2M} + V \tag{7.20}$$

Peki şimdi kutunun içindeki fiziksel durum nedir? Eğer birkaç farklı enerji durumu varsa ne elde ederiz? Her bir durum için genlik $V = 0$ olduğunda aynı,

$$e^{-(i/\hbar)Vt}$$

ek faktörlere sahip olmalıdır. Tıpkı enerji ölçeğimizin sıfır noktasındaki bir değişim gibi. Bütün genliklerde aynı evre değişimi üretilir fakat daha önce gördüğümüz gibi, bu durum olasılıklarda herhangi bir değişime neden olmaz. Bütün fiziksel olaylar aynıdır. ($q\phi$ değerinin hepsinde aynı olması için benzer yüklü nesnelerin farklı durumları hakkında konuştuğumuzu düşünüyoruz. Eğer bir nesne bir durumdan diğerine geçtiğinde yükünü değiştirseydi, oldukça farklı sonuçlar elde ederdik fakat yük korunumu bunu engellerdi.)



Şekil 7-3 Bir potansiyelden diğerine geçen bir parçacığın genliği.

Şu ana kadar varsayımlarımız enerji düzeylerindeki değişim için beklediklerimizle uyum içindedir. Fakat eğer gerçekten doğruysa, potansiyel enerjinin sabit olmadığı durumlar için kullanışlıdır. Genelde V, uzay ve zamanla gelişigüzel bir şekilde değişir ve genlikler için tam sonuç bir diferansiyel denklem cinsinden verilmelidir. Şu an genel durumla ilgilenmek istemiyoruz fakat şeylerin nasıl meydana geldiği hakkında bazı fikirler elde etmeye çalışıyoruz böylece sadece potansiyelin zamanla sabit olduğu ve uzayda yavaşça değiştiği durum üzerine düşüneceğiz. O zaman kuantum ile klasik durumlar arasında bir karşılaştırma yapabiliriz.

İki kutunun içinde sabit ϕ_1 ve ϕ_2 potansiyellerinin olduğu ve aralarındaki bölgede potansiyelin düzgün bir şekilde değiştiği Şekil 7-3'te tasvir edilen bir durumu ele alalım. Bir genliğe sahip bazı parçacıkların, bu bölgelerin herhangi birinde olduğunu düşünelim. Ayrıca çok sayıda dalganın bulunduğu ve potansiyelin neredeyse sabit olduğu küçük bir bölgede, momentumun yeterince büyük olduğunu düşünelim. O zaman uzayın herhangi bir bölgesinde genliğin (7.18)'e benzediği durumu göz önüne alabiliriz.

Potansiyel enerjinin sıfır olması için $\phi_1 = 0$ durumunu göz önüne alalım fakat aynı zamanda ikinci kutudaki parçacıkların klasik anlamda daha yüksek enerjiye sahip olması için $q\phi_2$ ifadesi negatif olsun; daha fazla enerji olması daha fazla momentum anlamına gelir. Şimdi de bu durumun kuantum mekaniğinde nasıl meydana geldiğini görelim.

Varsayımlarımıza göre ilk kutudaki genlik

$$e^{-(i/\hbar)[(W_{iç}+p_1^2/2M+V_1)t-\boldsymbol{p}_1\cdot\boldsymbol{x}]} \tag{7.21}$$

ifadesine ve ikinci kutudaki genlik de

$$e^{-(i/\hbar)[(W_{iç}+p_2^2/2M+V_2)t-\boldsymbol{p}_2\cdot\boldsymbol{x}]} \tag{7.22}$$

ifadesine orantılı olur. (İç enerjinin değişmediğini düşünüyoruz fakat her iki bölgede de aynı kalmaktadır.) Soru şu: Bu iki genlik kutular arasındaki bölgeden birbirleriyle nasıl eşleşebilir?

Potansiyellerin zamanla sabit kaldıklarını varsayacağız; durumlarda hiçbir şeyin değişmemesi için. O zaman genlikteki (ya da evredeki) değişimin her yerde aynı *frekansa* sahip olduğunu düşünebiliriz; çünkü açık konuşmak gerekirse "ortamda" zamanla değişen hiçbir şey yoktur. Eğer uzayda hiçbir şey değişmiyorsa, bir bölgedeki dalganın bütün uzayda aynı frekansta salınan tamamlayıcı dalgalar "ürettiğini" hesaba katabiliriz; tıpkı durgun maddelerin içinden geçen ışık dalgalarının frekanslarının değişmemesi gibi. Eğer (7.21) ve (7.22)'deki frekanslar aynıysa

$$W_{iç}+\frac{p_1^2}{2M}+V_1=W_{iç}+\frac{p_2^2}{2M}+V_2 \tag{7.23}$$

yazabiliriz. İfadenin her iki tarafı da sadece klasik toplam enerjidir; bu nedenle (7.23) denklemi enerjinin korunumunu ifade eder. Diğer bir deyişle enerjinin klasik korunum durumu, bir parçacığın frekansının her yerde aynı olduğu kuantum mekaniksel durumla, eğer koşullar zamanla değişmiyorsa, aynıdır. Bütün uyum $E=\hbar\omega$ fikrinden doğmaktadır.

$V_1=0$ ve V_2'nin negatif olduğu özel durum için (7.23) denklemi p_2'nin p_1'den büyük olma koşulunu verir, bu nedenle ikinci bölgede dalgaların dalga boyu daha kısadır. Eş fazlı yüzeyler Şekil 7-3'te kesikli çizgilerle gösterilmiştir. Ayrıca, 1. bölgeden 2. bölgeye geçildiğinde dalga boylarının nasıl azaldığını gösteren, genliğin gerçel kısmının bir grafiğini de çizdik. p/M olan dalganın grup hızı ayrıca klasik enerji korunumdan beklediğimiz şekilde artar çünkü (7.23) denkleminin aynısıdır.

V_2-V_1'in $\frac{p_1^2}{2M}$ ifadesinden büyük olmasına neden olacak kadar V_2'nin büyüdüğü özel bir durum vardır. O zaman

$$p_2^2=2M\left[\frac{p_1^2}{2M}-V_2+V_1\right] \tag{7.24}$$

şeklinde verilen p_2^2 *negatif* olur. Bu sonuç p_2'nin *ip'* gibi bir sanal sayı olduğu anlamına gelir. Klasik olarak parçacıklar 2. bölgeye ulaşamazlar; potansiyel bariyeri atlamak için yeterince enerjileri yoktur. Bununla birlikte kuantum mekaniksel olarak genlik hâlâ (7.22) denklemiyle belirlenir; uzaydaki değişim

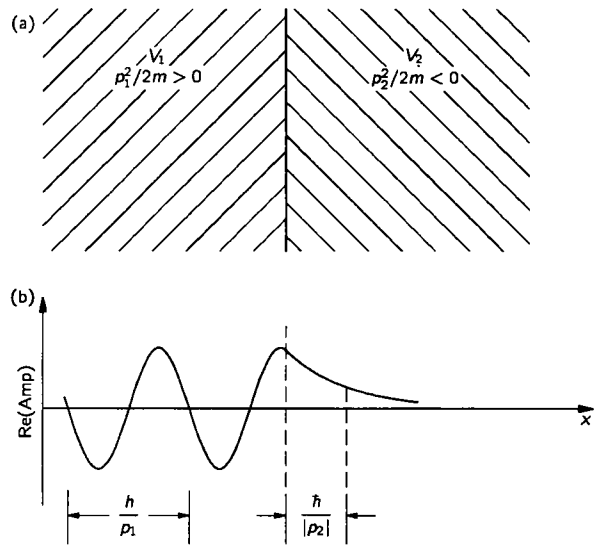
$$e^{(i/\hbar)p_2\cdot x}$$

tarafından belirlenir. Fakat p_2 sanalsa uzay bağımlılığı gerçel bir üstel fonksiyon haline gelir. Parçacığın başlangıçta $+x$-yönünden harekete başladığını düşünelim; o zaman genlik

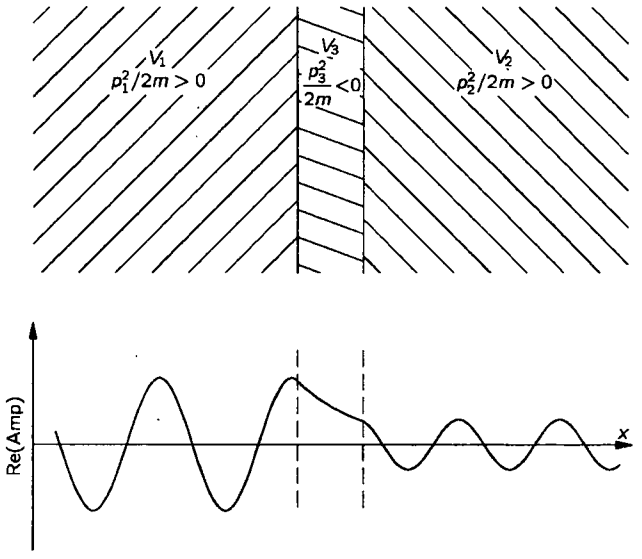
$$e^{-p'x/\hbar} \tag{7.25}$$

şeklinde değişir. Genlik x büyüdükçe azalır.

Şekil 7-4(a)'da gösterildiği gibi potansiyelin V_1'den V_2'ye aniden değişmesi için farklı potansiyellerdeki iki bölgenin birbirlerine çok yakın olduğunu düşünelim. Eğer olasılık genliğinin gerçel kısmını çizersek şeklin (b) kısmında gösterilen bağımlılığı elde ederiz. Birinci bölgedeki dalga ikinci bölgeye geçmeye çalışan bir parçacığı temsil eder fakat burada genlik hızlı bir şekilde düşer.



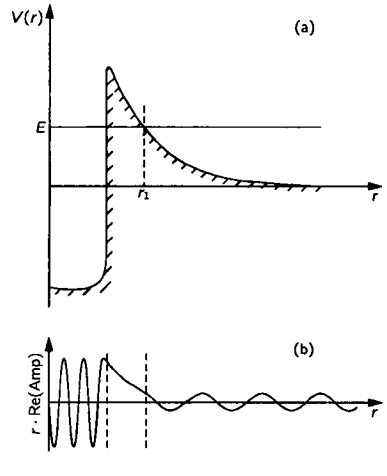
Şekil 7-4 Büyük bir itici potansiyele yaklaşan parçacığın genliği.



Şekil 7-5 Bir potansiyel bariyer boyunca genliğin nüfuz etmesi.

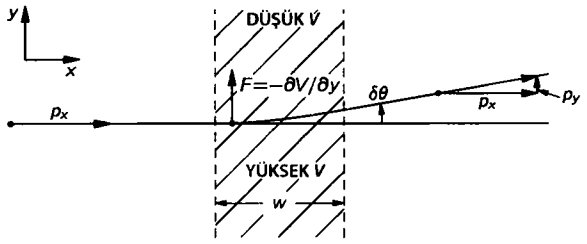
İkinci bölgede gözlemlenme şansı vardır –klasik olarak *asla* geçemeyeceği bölge– fakat genlik sınır bölgesine yakın yerler dışında çok küçüktür. Bu durum ışığın toplam iç yansımasından bulduklarımıza oldukça benzerdir. Işık normal bir şekilde yayılmaz ama dalga boyu arasına ya da iki yüzey arasına bir şey koyarsak ışığı gözlemleyebiliriz.

Eğer ışığın tamamen yansıyacağı sınıra yakın ikinci bir yüzey koyarsak, malzemenin ikinci kısmına giren bir ışık elde ederiz. Bu durum kuantum mekaniğinde parçacıkların başına gelebilen bir olaydır. Eğer klasik kinetik enerjinin negatif olduğu V potansiyeline sahip dar bir bölge varsa, parçacık klasik olarak asla geçemez. Fakat kuantum mekaniksel olarak genliğin üstel bozunumu bölgeye sızabilir ve parçacığın, kinetik enerjinin yeniden pozitif olduğu diğer bölgede küçük bir bulunma olasılığı ortaya çıkar. Bu durum Şekil 7-5'te tasvir edilmiştir. Bu etki kuantum mekaniğinde "tünelleme" olarak adlandırılır.

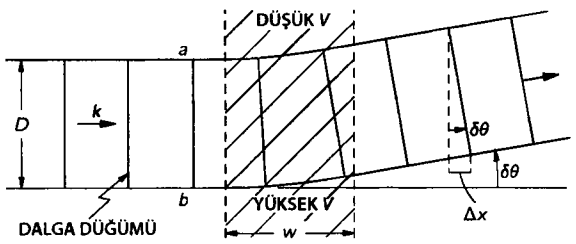


Şekil 7-6 (a) Bir uranyum çekirdeği içindeki α-parçacığı için potansiyel fonksiyon. (b) Olasılık genliğinin niteliksel biçimi.

Bir kuantum mekaniksel genliğin tünellenmesi, bir uranyum çekirdeğinin α-parçacıklarına bozunmasına dair bir açıklama –ya da tanımlama– getirir. Bir α parçacığının potansiyel enerjisi, merkezden olan uzaklığın bir fonksiyonu olarak, Şekil 7-6(a)'da gösterilmiştir. Eğer E enerjili α-parçacıklarını kullanarak bir çekirdeği vurmayı çalışırsak, z nükleer yükünden kaynaklanan elektrostatik bir itme hissederler ve klasik olarak çekirdeğe, toplam enerjisinin V potansiyel enerjisine eşit olduğu r_1 uzaklığından daha fazla yaklaşamazlar. Bununla birlikte kısa erimli nükleer kuvvetlerin yeğin çekimi nedeniyle potansiyel enerji yaklaşıldıkça azalır. Peki o zaman nasıl oluyor da radyoaktif bozunmada çekirdekten gelen α-parçacıkları E enerjisine sahip olabiliyor? Çünkü çekirdeğin içinden E enerjisiyle yola çıkıyorlar ve potansiyel bariyere "sızıyorlar." Gerçel üstel bozunma gösterilenden çok daha büyük olsa da, olasılık genliği kabaca Şekil 7-6'nın (b) kısmında gösterilmiştir. Uranyum çekirdeğindeki bir α-parçacığının yaşamı, çekirdek içindeki salınım olağanüstü hızlı olduğu sürece –saniyede 10^{22} salınım– kabaca $4\frac{1}{2}$ milyar yıldır. Peki 10^{-22} saniyeden nasıl oluyor da 10^9 yıllık bir zaman elde edebiliyoruz? Cevap üstel bozunmanın e^{-45} gibi olağanüstü küçük bir faktöre sahip olmasıdır; çok küçük fakat belirli bir sızıntı genliği verir. α-parçacıkları çekirdekteyken, onların dışarıda bulunma genliği neredeyse yoktur; eğer çok sayıda çekirdeği alıp yeterince uzun zaman beklerseniz ve şanslıysanız birisini dışarıda gözleyebilirsiniz.



Şekil 7-7 Enine potansiyel gradyan tarafından bir parçacığın sapması.



Şekil 7-8 Enine potansiyel gradyanlı bir bölgede olasılık genliği.

7-4 Kuvvetler; klasik limit

Şimdi, dik açılarda değişen bir potansiyelin olduğu bir bölgenin içinde yol alan bir parçacığımız olsun. Klasik olarak bu durum Şekil 7-7'de gösterilmiştir. Eğer parçacık x-yönünde hareket ediyorsa ve y-ekseniyle değişen bir potansiyelin olduğu bölgeye girerse, parçacık $F = -\partial V/\partial y$ kuvvetinden kaynaklanan enine bir ivmelenme hisseder. Eğer kuvvet sadece sınırlı bir w bölgesinde ortaya çıkıyorsa, kuvvet sadece w/v süresince etki eder. Parçacığın enine momentumu

$$p_y = F\frac{w}{v}$$

şeklinde yazılabilir. Sapma açısı $\delta\theta$ bu nedenle

$$\delta\theta = \frac{p_y}{p} = \frac{Fw}{pv}$$

haline gelir, burada p başlangıç momentumudur. F için $-\partial V/\partial y$ ifadesini kullanırsak

$$\delta\theta = -\frac{w}{pv}\frac{\partial V}{\partial y} \tag{7.26}$$

elde ederiz.

Şu ana kadar, (7.20) denklemine göre hareket eden bir dalganın benzer sonucu açıklayacağını gördük. Aynı duruma kuantum mekaniksel olarak bakalım, her şeyin olasılık genliğinin dalga boyuyla karşılaştırıldığında çok büyük ölçeğe sahip olduğunu varsayarak. Herhangi bir küçük bölgede olasılık genliğinin

$$e^{-(i/\hbar)[(W+p^2/2M+V)t-\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}]} \tag{7.27}$$

şeklinde değiştiğini biliyoruz. Peki bu ifade, V enine bir gradyana sahip olduğunda parçacığın sapmasını da açıklayabilir mi? İnceleyeceğimiz olasılık genliği dalgalarını Şekil 7-8'de çizdik. Genlik evrelerinin sıfır olduğu bir yüzey olarak düşünebileceğiniz bir dizi "dalga düğümü" çizdik. Her küçük bölgede dalga boyu –ardışık düğümler arasındaki mesafe–

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

olur ve p ile V,

$$W + \frac{p^2}{2M} + V = \text{sabit} \tag{7.28}$$

şeklinde ilişkilidir. V'nin büyük olduğu bölgede p küçük ve dalga boyu uzundur. Bu nedenle dalga düğüm açıları şekil 7-8'de gösterildiği gibi değişir.

Dalga düğüm açılarındaki değişimi bulmak için, Şekil 7-8'deki a ve b yolları arasında $\Delta V = (\partial V/\partial y)D$ kadarlık bir potansiyel fark olduğunu varsayacağız. Böylece (7.28) denkleminden elde edilebilen iki yol boyunca momentumda Δp kadar bir fark oluşur:

$$\Delta\left(\frac{p^2}{2M}\right) = \frac{p}{M}\Delta p = -\Delta V \tag{7.29}$$

Dalga sayısı $p/\hbar$, evrelerinin farklı oranlarda ilerlediği iki yol arasındaki farktır. Evrelerinin artma oranının farkı $\Delta k = \Delta p/\hbar$'dır ve bu nedenle toplam w uzaklığında çoğalan evre farkı

$$\Delta(\text{evre}) = \Delta k \cdot w = \frac{\Delta p}{\hbar} \cdot w = -\frac{M}{p\hbar}\,\Delta V \cdot w \tag{7.30}$$

şeklinde ifade edilir. Bu, dalga sınırdan ayrıldığında b yolu üzerindeki evrenin a yolu üzerindeki evreden daha ilerde olduğu anlamına gelir. Fakat sınırın dışında bir evrenin bu miktardaki ilerleyişi, dalga düğümlerinin

$$\Delta(x) = \frac{\lambda}{2\pi}\Delta(\text{evre}) = \frac{\hbar}{p}\,\Delta(\text{evre})$$

ya da

$$\Delta(x) = -\frac{M}{p^2}\,\Delta V \cdot w \tag{7.31}$$

miktarda önde gitmeleriyle bağlantılıdır. Şekil 7-8'e atfen, bir $\delta\theta$ açısına sahip yeni dalga cephesinin

$$\Delta x = D\delta\theta \tag{7.32}$$

şeklinde ifade edilebildiğini görürüz. Böylece

$$D\delta\theta = -\frac{M}{p^2}\,\Delta V \cdot w \tag{7.33}$$

ifadesini elde ederiz. Bu ifade eğer p/M ifadesini v, $\Delta V/D$ ve $\partial V/\partial y$ ifadesiyle yerdeğiştirirsek (7.26) denklemiyle aynıdır.

Elde edeceğimiz sonucun doğru olması ancak ve ancak potansiyel değişimlerin yavaş ve düzgün olmasına bağlıdır; yani *klasik limit* olarak adlandıracağımız durumda. Bu koşullar altında, elbette bir potansiyelin olasılık genliğine $Vt/\hbar$'a eşit bir evre katkısı yaptığını varsaydığımızda, $F = ma$ ifadesinden elde ettiğimizle benzer parçacık hareketlerini elde ederiz. *Klasik limitte kuantum mekaniği Newton mekaniğiyle uyumludur.*

7-5 Bir yarım-spinli parçacığın "presesyonu"

Potansiyel enerji için herhangi bir özel varsayım yapmadığımızı belirtmek isteriz; potansiyel türevi sadece kuvveti veren bir enerjidir. Örneğin, Stern-Gerlach deneyinde eğer $\boldsymbol{B}$ uzayda bir değişime sahipse, bir kuvvet veren $U = -\boldsymbol{\mu}\cdot\boldsymbol{B}$ enerjisi elde etmiştik. Eğer kuantum mekaniksel bir tanım vermek istiyorsak, enerjinin bir yönde değiştiği bir demetteki parçacıkları diğer demettekilerin de farklı bir enerji değişimine sahip olduğu parçacıkları ele almalıyız. (U manyetik enerjisini V potansiyel enerjisinin içine ya da "iç" W enerjisinin içine koyabilirdik; fark etmez.) Enerji değişimi nedeniyle dalgalar kırılır ve demetler aşağı ve yukarı bükülür. (Şimdi kuantum mekaniğinde ortaya çıkan bükülmelerin klasik mekanik yardımıyla hesaplananlara benzer olduğunu görüyoruz.)

Genliğin potansiyel enerji bağımlılığını kullanarak, eğer bir parçacık z-ekseni boyunca değişmeyen bir manyetik alanda bulunuyorsa, olasılık genliğinin zamana göre

$$e^{-(i/\hbar)(-\mu_z B)t}$$

şeklinde değişmesi gerektiğini bulabiliriz. (μ_z'nin tanımını dikkate aldık.) Diğer bir deyişle eğer bir parçacığı değişmeyen bir B manyetik alanına bir τ süresi boyunca bırakırsak, olasılık genliği

$$e^{-(i/\hbar)(-\mu_z B)\tau}$$

ifadesiyle çarpılmalıdır.

Bir yarım-spinli parçacık için μ_z hem pozitif hem negatif olabilir ve örneğin değişmeyen bir manyetik alandaki iki olası durum için μ, farklı yönlerde fakat aynı oranlarda evre değişimlerine sahiptir. İki genliği

$$e^{\pm(i/\hbar)\mu B\tau} \tag{7.34}$$

ifadesiyle çarpmalıyız.

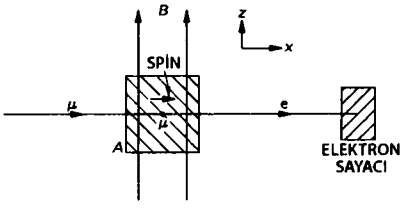
Bu sonuçtan ilginç bazı yargılara ulaşabiliriz. Tamamen saf spin-yukarı ve spin-aşağı olmayan bazı durumlarda yarım-spinli parçacıklara sahip olduğumuzu düşünelim. Parçacıkları, tamamen aşağı ve tamamen yukarı durumlarda olan genlikler cinsinden ifade edebiliriz. Fakat manyetik bir alanda, bu iki durum farklı oranlarda değişen evrelere sahiptir. Genlikler hakkında bazı sorular sorduğumuzda, cevaplar alanda ne kadar süre durduklarına bağlıdır.

Bir örnek olarak bir manyetik alanda müon bozunumunu düşünelim. Müonlar π-mezonlarının bozunum ürünleri olarak üretildiğinde, kutuplanırlar (diğer bir deyişle, bir spin yönünü tercih ederler). Müonlar sırasıyla bir elektron ve iki nötrino yayınlayarak bozunurlar; ortalama 2,2 mikrosaniyede;

$$\mu \rightarrow e + \nu + \bar{\nu}$$

Bu bozunum sırasında (en azından en yüksek enerjili parçacıklar için) elektronlar müonların spin yönüne zıt yönde yayınlanırlar.

Şekil 7-9'da gösterilen deneysel düzeneği inceleyelim. Eğer kutuplanmış müonlar soldan girerse ve A noktasındaki bir malzeme bloğuyla durdurulursa bir süre sonra bozunurlar. Genelde elektronlar tüm yönlerde yayılır. Bununla birlikte spinleri x-yönünde olan müonların hepsinin A noktasındaki blokta durdurulduğunu hayal edelim. Bir manyetik alan olmadan, bozunmanın yönü bazı açısal dağılımlara sahip olurdu; bu dağılımın manyetik alan varlığında nasıl değiştiğini bilmek istiyoruz. Zamanla bazı yönlerde değişmesini bekleriz. Herhangi bir anda müonların $(+x)$ durumunda bulunacağı genlikleri bulmaya çalışabiliriz.



Şekil 7-9 Bir müon bozunma deneyi.

Problemi şu şekilde ifade edebiliriz: Eğer bir müon $t = 0$ anında $+x$ yönünde spine sahipse, τ süre sonra genliğin aynı durumda bulunma olasılığı nedir? Spine dik açıya sahip bir manyetik alanda bulunan bir yarım-spinli parçacık için herhangi bir kurala sahip değiliz fakat spine göre aşağı ve yukarı durumlarda ne olacağını kestirebiliriz; genlikleri (7.34) faktörüyle çarpılmıştır. O zaman izleyeceğimiz yol, taban durumlarının z-eksenine göre (alan yönü) spin yukarı ve aşağı olduğu gösterimi seçmek olacaktır. Böylece herhangi bir soru bu durumlarla ilişkili şekilde cevaplandırılabilir.

$\psi(t)$ müon durumunu göstersin. A noktasından bloğa girdiğinde durumu $\psi(0)$'dır ve diyelim ki τ süre sonra $\psi(\tau)$ durumunu bilmek istiyoruz. Eğer iki durumu $(+z)$ ve $(-z)$ durumlarıyla gösterirsek $\langle +z|\psi(0)\rangle$ ve $\langle -z|\psi(0)\rangle$ genliklerini hesaplarız; çünkü $\psi(0)$'ın $(+x)$ yönündeki bir spin durumunu gösterdiğini biliyoruz. Son bölümdeki sonuçlardan hareketle bu genlikler aşağıdaki gibidir:*

$$\langle +z|+x\rangle = C_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

ve (7.35)

$$\langle -z|+x\rangle = C_- = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Genlikleri eşit olarak bulduk. Bu genlikler $t = 0$ anını tasvir ettiği için, onları $C_+(0)$ ve $C_-(0)$ olarak adlandıralım.

* Eğer 6. Bölümü atladıysanız şu an için (7.35) denklemini türetilmemiş bir yasa gibi ele alabilirsiniz. Daha sonra (10. Bölümde), bu genliklerin türetilmesini de içeren, spin presesyonunun daha tam bir tartışmasını vereceğiz.

Şimdi iki genliğe zamanla ne olduğunu biliyoruz. (7.34) denklemini kullanarak

$$C_+(t) = C_+(0)e^{-(i/\hbar)\mu B\tau}$$

ve

$$C_-(t) = C_-(0)e^{+(i/\hbar)\mu B\tau} \tag{7.36}$$

ifadelerini elde ederiz. Fakat eğer $C_+(t)$ ve $C_-(t)$ genliğini biliyorsak, t durumu hakkında her şeyi biliyoruz demektir. Bilmek istediğimiz şey hakkındaki tek problem, t anında spinin $+x$ yönünde bulunma olasılığıdır. Bununla birlikte genel kuralımız bu problemin üstesinden gelebilir. $A_+(t)$ olarak adlandıracağımız, t anında spinin $+x$ yönünde bulunma genliği

$$A_+(t) = \langle +x|\psi(t)\rangle = \langle +x|+z\rangle\langle +z|\psi(t)\rangle + \langle +x|-z\rangle\langle -z|\psi(t)\rangle$$

ya da

$$A_+(t) = \langle +x|+z\rangle C_+(t) + \langle +x|-z\rangle\, C_-(t) \tag{7.37}$$

olur. Tekrar son bölümdeki sonuçları kullanarak ya da daha iyisi 5. Bölümden $\langle\phi|\chi\rangle = \langle\chi|\phi\rangle^*$ eşitliğini kullanarak

$$\langle +x|+z\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \langle +x|-z\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

olduğunu hesaplarız. Böylece (7.37) denklemindeki tüm nicelikleri elde edebiliriz:

$$A_+(t) = \tfrac{1}{2}\, e^{(i/\hbar)\mu Bt} + \tfrac{1}{2}\, e^{-(i/\hbar)\mu Bt}$$

ya da

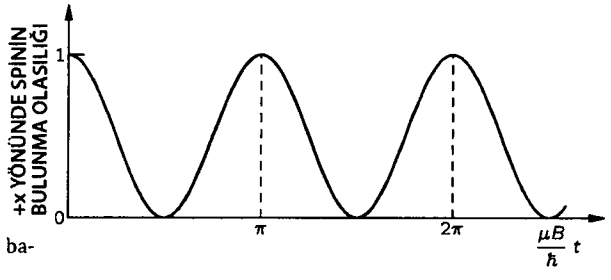
$$A_+(t) = \cos\frac{\mu B}{\hbar}\, t$$

Basit bir sonuç! Sonucun, $t = 0$ için beklediğimiz durumla uyumlu olduğunu belirtmeliyiz. $A_+(0) = 1$ elde ederiz çünkü $t = 0$ anında müonun $(+x)$ durumunda olduğunu varsaymıştık.

Müonun t anında $(+x)$ durumunda bulunma olasılığı P_+, $(A_+)^2$'dir:

$$P_+ = \cos^2\frac{\mu Bt}{\hbar}$$

Olasılık, Şekil 7-10'da gösterildiği gibi sıfır ile bir arasında salınır. Olasılık, $\mu Bt/\hbar = \pi$ (2π değil) olduğunda bire döner. Kosinüs fonksiyonunun karesini aldığımız için olasılık $2\mu B/\hbar$ frekansıyla kendini tekrarlar.



Şekil 7-10 Bir yarım-spinli parçacığın olasılığının zaman bağımlılığı x-eksenine göre (+) durumunda olacaktır.

Bu nedenle Şekil 7-9'da bozunan elektronun elektron sayacında saptanma olasılığı, müonun manyetik alanda bulunma zamanıyla periyodik olarak değişir. Frekans μ manyetik momentine bağlıdır. Müonun manyetik momenti aslında bu şekilde ölçülür.

Elbette aynı yöntemi müon bozunması hakkındaki diğer soruları cevaplamak için kullanabiliriz. Örneğin, x-yönüne göre 90°'deki bir y-yönünde, fakat alana dik yönde, elektron bozunumu nasıl saptanabilir? Eğer bu problemin üzerinde çalışırsak, $(+y)$ durumundaki genliğin $\cos^2\{(\mu Bt/\hbar) - \pi/4\}$ gibi değiştiğini

ve $(\mu Bt/\hbar) = \pi/4$ olduğunda aynı periyotla salındığını ve çeyrek döngüden sonra maksimuma ulaştığını buluruz. Aslında zaman ilerledikçe olan şey, müonun art arda, z-ekseni etrafında durmadan dönen bir yöndeki kutuplanmasıyla ilişkili bir dizi durumdan geçmesidir. Bunu *spinin*

$$\omega_p = \frac{2\mu B}{\hbar} \tag{7.38}$$

frekansında *yalpalaması* [presesyon] şeklinde açıklayabiliriz.

Kuantum mekaniksel tanımımızın bu biçiminin zamanla şeylerin nasıl davrandıklarını tanımlamak için kullandığımızı görmeye başlıyoruz.

8

HAMILTON İŞLEMCİSİ MATRİSİ

8-1 Genlikler ve vektörler

8-1 Genlikler ve vektörler
8-2 Ayrışma durum vektörü
8-3 Dünyanın taban durumu nedir?
8-4 Durumlar zamanla nasıl değişir?
8-5 Hamilton işlemcisi matrisi
8-6 Amonyak molekülü

Bu bölümün asıl konusuna geçmeden önce kuantum mekaniği literatüründe kullanılan bir dizi matematiksel fikre değinmek istiyoruz. Bu fikirleri biliyor olmak diğer kitapları ya da konuyla ilgili makaleleri takip etmek konusunda işinize yarayabilir. İlk fikir kuantum mekanik denklemleri ile iki vektörün skaler çarpım denklemleri arasındaki matematiksel özdeşliktir. Hatırlayacağınız gibi eğer χ ve ϕ iki durumsa, ϕ'de başlayıp χ'de sona erme genliği, ϕ'deki taban durumlarının birinden χ'deki taban durumlarından birine gitme genlikleri üzerinden bir toplam gibi yazılabilir:

$$\langle\chi|\phi\rangle = \sum_i \langle\chi|i\rangle\langle i|\phi\rangle \tag{8.1}$$

Gözden Geçirme: Cilt I, Bölüm 49, *Kipler*

Bunu Stern-Gerlach düzeneği cinsinden tanımlamıştık, fakat hatırlatmak isteriz ki bu durumu tanımlamak için bir düzeneğe ihtiyacımız yoktur. (8.1) denklemi, filtreleme elemanı koyup koymadığımıza bakmaksızın doğru olan matematiksel bir yasadır; her zaman bir düzenek hayal etmenize gerek yok. Bu ifadeyi $\langle\chi|\phi\rangle$ genliği için basit bir denklem olarak düşünebilirsiniz.

Şimdi de (8.1) denklemini $\boldsymbol{A}$ ve $\boldsymbol{B}$ gibi iki vektörün skaler çarpım denklemiyle karşılaştıralım. Eğer $\boldsymbol{A}$ ve $\boldsymbol{B}$ üç boyutta sıradan vektörlerse, skaler çarpımını şu şekilde tanımlayabiliriz:

$$\sum_i (\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{e}_i)\,(\boldsymbol{e}_i\cdot\boldsymbol{A}) \tag{8.2}$$

Burada $\boldsymbol{e}_i$, x, y ve z yönlerindeki birim vektörleri temsil etmektedir. O zaman $\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{e}_1$ ifadesine genel olarak B_x diyelim; $\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{e}_2$ ifadesine genel olarak B_y diyelim; ve bunun gibi. Böylece $\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{A}$ skaler çarpımını gösteren (8.2) denklemi,

$$B_xA_x + B_yA_y + B_zA_z$$

şeklinde yazılabilir.

(8.1) ile (8.2) denklemini karşılaştırarak şu benzeşimi yapabiliriz; χ ve ϕ durumları $\boldsymbol{B}$ ve $\boldsymbol{A}$ vektörlerine karşılık gelmektedir. i taban durumu diğer tüm vektörleri ima edeceğimiz $\boldsymbol{e}_i$ özel vektörüyle ilişkilidir. Herhangi bir vektör üç $\boldsymbol{e}_i$ "taban vektörünün" doğrusal kombinasyonu şeklinde gösterilebilir. Dahası bu kombinasyondaki her bir "taban vektörünün" katsayısını biliyorsanız –yani üç bileşenini– bir vektör hakkında her şeyi biliyorsunuz demektir. Benzer şekilde herhangi bir kuantum mekaniksel durum da, taban durumlarına giden $\langle i|\phi\rangle$ genlikleriyle tanımlanabilir; eğer katsayıları biliyorsanız, durum hakkmdaki her şeyi biliyorsunuz demektir. Bu yakın benzerlik nedeniyle "durum" olarak adlandırdığımız şey aslında bir "durum vektörüdür."

$\boldsymbol{e}_i$ vektörlerinin hepsi birbirlerine dik olduğundan,

$$\boldsymbol{e}_i\cdot\boldsymbol{e}_j = \delta_{ij} \tag{8.3}$$

ilişkisi yazılabilir. Bu ifade (5.25) denklemiyle yakından ilişkilidir:

$$\langle i|j\rangle = \delta_{ij} \tag{8.4}$$

Böylelikle i durum vektörlerinin hepsinin neden "dik" olduğunu görebilirsiniz.

(8.1) denklemi ile skaler çarpım arasında ufak bir fark vardır:

$$\langle\phi|\chi\rangle = \langle\chi|\phi\rangle^* \tag{8.5}$$

olduğunu biliyoruz. Fakat vektör cebirinde

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{A}$$

eşitliği geçerlidir. Kuantum mekaniğinin karmaşık sayıları nedeniyle terimlerin sırasına dikkat etmemiz gerekir, bununla birlikte skaler çarpımda sıranın bir önemi yoktur.

Şimdi de aşağıdaki vektör denklemini ele alalım:

$$\boldsymbol{A} = \sum_i \boldsymbol{e}_i\,(\boldsymbol{e}_i\cdot\boldsymbol{A}) \tag{8.6}$$

Biraz alışılmadık fakat doğru bir ifadedir. Aşağıdaki gösterimle aynı anlama gelmektedir.

$$\boldsymbol{A} = \sum_i A_i\,\boldsymbol{e}_i = A_x\boldsymbol{e}_x + A_y\boldsymbol{e}_y + A_z\boldsymbol{e}_z \tag{8.7}$$

Bununla birlikte (8.6) denkleminin bir skaler çarpımdan *farklı* olan bir nicelik içerdiğini belirtmeliyiz. Skaler çarpım sadece bir *sayıdır*, halbuki (8.6) denklemi bir *vektör* denklemidir. Vektör analizinin en büyük hilelerinden biri vektör kavramının kendisinden gelen denklemlerin soyutlanmasıdır. Bazıları kuantum mekaniksel (8.1) denkleminin bir "vektör" karşılığı olduğunu düşünebilir; öyledir de gerçekten. (8.1) denkleminin her iki tarafından $\langle\chi|$ terimini kaldırıyoruz ve aşağıdaki denklemi yazıyoruz (endişelenmeyin; sadece bir gösterimdir ve birkaç dakika içinde sembollerin ne anlama geldiğini öğreneceksiniz):

$$|\phi\rangle = \sum_i |i\rangle\langle i|\phi\rangle \tag{8.8}$$

$\langle\chi|\phi\rangle$ braketinin iki kısımdan oluştuğunu düşünebiliriz. İkinci $|\phi\rangle$ kısmı genellikle *ket* olarak ve ilk kısmı $\langle\chi|$ ise *bra* olarak adlandırılır (ikisini bir araya getirerek "bra-ket" sözcüğünü elde ederiz; bu notasyon Dirac tarafından önerilmiştir). Yarım $|\phi\rangle$ ve $\langle\chi|$ sembolleri ayrıca *durum vektörleri* olarak adlandırılır. Herhangi bir durumda sayı değildirler ve genelde sonuçlarımızın sayılar gibi ifade edilmesini isteriz; bunun gibi "yarım kalmış" nicelikler sadece hesaplarımızdaki yarı yoldaki niceliklerdir.

Şu ana kadar bütün sonuçlarımızı sayılar cinsinden ifade ettik. Vektörlerden kaçınmak konusunda nasıl başarılı oluruz? Sıradan vektör cebirinde bile bütün denklemlerin sadece sayılardan oluşması şaşırtıcıdır. Örneğin bir vektör denklemi yerine

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$$

gibi bir denklemi ele alalım. Bu denklemi her zaman

$$\boldsymbol{C}\cdot\boldsymbol{F} = \boldsymbol{C}\cdot(m\boldsymbol{a})$$

şeklinde de yazabiliriz. O zaman herhangi bir $\boldsymbol{C}$ vektörü için doğru olan bir skaler çarpım denklemi elde ederiz. Fakat denklem herhangi bir $\boldsymbol{C}$ vektörü için doğruysa, $\boldsymbol{C}$ vektörünü yazmak hiç mantıklı olmaz.

Şimdi (8.1) denklemine bakın. Herhangi bir χ için doğrudur. Bu şekilde yazmak için sadece χ'yi dışarıda bırakabiliriz ve bunun yerine (8.8) denklemini yazabiliriz. İfadenin her iki tarafının da $\langle\chi|$'le "sol taraftan çarpılmasıyla" –basitçe yeniden etki ettirilmesiyle–, her zaman "tamamlanabilir" olduğunu bilmek *kaydıyla*, aynı bilgiyi içerir. Bu nedenle (8.8) denklemi tam olarak (8.1) denklemiyle aynıdır; ne eksik ne fazla. Sayı bulmak istiyorsanız istediğiniz $\langle\chi|$'yi koyabilirsiniz.

Belki de (8.8) denklemindeki ϕ'yi merak ediyorsunuz. Denklem herhangi bir ϕ için doğru olduğundan neden yazmaya devam edelim. Gerçekten Dirac ϕ'nin de dışarıda bırakılmasını ve

$$| = \sum_i |i\rangle\langle i| \tag{8.9}$$

şeklinde ifade edilmesini önermiştir. Bu kuantum mekaniğinin en harika yasasıdır! (Vektör analizinde bir karşılığı yoktur.) Eğer her iki tarafın sağ ve sol yanına herhangi iki χ ve ϕ durumunu koyarsak (8.1) denklemini elde ederiz. Aslın-

da çok kullanışlı değildir fakat herhangi iki durum için denklemin doğru olduğunu hatırlatır.

8-2 Ayrışma durum vektörü

Tekrar (8.8) denklemine bakalım; bu denklemi şu şekilde analiz edebiliriz. Herhangi bir $|\phi\rangle$ durum vektörü, uygun katsayılı bir taban "vektörü" kümesinin doğrusal kombinasyonuyla gösterilebilir; ya da eğer isterseniz, uygun oranlarda "birim vektörlerinin" üste üste binmesi olarak gösterilebilir. $\langle i|\phi\rangle$ katsayılarının sadece karmaşık sayılar olduğunu vurgulamak için

$$\langle i|\phi\rangle = C_i$$

yazdığımızı varsayalım. O zaman (8.8) denklemini

$$|\phi\rangle = \sum_i |i\rangle\, C_i \tag{8.10}$$

biçiminde yazabiliriz. Herhangi diğer durum vektörü için benzer bir denklemi yazabiliriz, örneğin D_i gibi farklı katsayılı $|\chi\rangle$ için

$$|\chi\rangle = \sum_i |i\rangle\, D_i \tag{8.11}$$

yazılabilir. Burada D_i sadece $\langle i|\chi\rangle$ genlikleridir.

(8.1) denkleminden ϕ durumunu ayırmaya başladığımızı varsayalım. O zaman

$$\langle\chi| = \sum_i \langle\chi|i\rangle\langle i| \tag{8.12}$$

elde ederiz. $\langle\chi|i\rangle = \langle i|\chi\rangle^*$ olduğunu hatırlayarak

$$\langle\chi| = \sum_i D_i^*\langle i| \tag{8.13}$$

yazabiliriz. Sadece (8.13) ve (8.10) denklemini birbirleriyle çarparak $\langle\chi|\phi\rangle$ elde etmek oldukça ilginçtir. Bunu yaptığınızda toplam indisleri konusunda dikkatli olmalısınız çünkü iki denklemde de oldukça farklıdırlar. (8.13) denklemini hiçbir şeyi değiştirmeyecek şekilde aşağıdaki gibi yeniden yazalım:

$$\langle\chi| = \sum_i D_j^*\langle j|$$

Sonra da (8.10) denklemiyle birleştirirsek

$$\langle\chi|\phi\rangle = \sum_{ij} D_j^*\langle j|i\rangle C_i \tag{8.14}$$

elde ederiz. $\langle j|i\rangle = \delta_{ij}$ olduğundan denklem içinde sadece $j = i$ durumunu sağlayan terimler kalır. Böylece

$$\langle\chi|\phi\rangle = \sum_i D_i^* C_i \tag{8.15}$$

sonucuna ulaşılır. Burada elbette $D_i^* = \langle i|\chi\rangle^* = \langle\chi|i\rangle$ ve $C_i = \langle i|\phi\rangle$'dir. Yeniden skaler çarpımla benzerliğe ulaşıyoruz:

$$B \cdot A = \sum_i B_i A_i$$

Tek fark D_i üzerinde karmaşık eşlenik olmasıdır. Bu nedenle (8.15) denklemi eğer $|\phi\rangle$ ve $\langle\chi|$ durum vektörleri $|i\rangle$ ve $\langle i|$ taban vektörleri cinsinden açılırsa, ϕ'den ve χ'e gitme genliği (8.15) denklemindeki skaler çarpım şeklinde verilir. Bu denklem elbette (8.1) denkleminin farklı sembollerle yazılmış halidir. Böylece yeni sembolleri kullanarak sadece bir döngüye girmiş olduk.

Üç boyutta uzay vektörlerinin üç dik birim vektör cinsinden tanımlanabileceğini tekrar vurgulamak istiyoruz, kuantum mekaniksel durumların $|i\rangle$ taban vektörleri herhangi bir problem için uygulanabilir bir tam küme oluşturmalıdır. Duruma göre, iki, üç, beş ya da sayısız taban vektörü içermelidir.

Ayrıca parçacıkların bir düzenekten geçtiğinde ne olacağını bulduk. Eğer parçacıklar kesin bir ϕ durumundan yola çıkıyorsa ve sonra bir düzenekten

geçtikten sonra χ durumdan olup olmadıklarını bulmak için bir ölçüm yapılıyorsa sonucu

$$\langle\chi|A|\phi\rangle \tag{8.16}$$

genliği cinsinden ifade edebiliyorduk.

Bunun gibi bir sembolün vektör cebirinde bir karşılığı yoktur. (Tensör cebirine yakındır fakat benzerliği kullanışlı değildir.) 5. Bölüm, Denk. (5.32)'de gördüğümüz gibi, (8.16) denklemini

$$\langle\chi|A|\phi\rangle = \sum_{ij} \langle\chi|i\rangle\,\langle i|A|j\rangle\,\langle j|\phi\rangle \tag{8.17}$$

şeklinde yazabiliriz. Bu gösterim sadece temel kuralımız (8.9) denkleminin iki kez kullanılmış bir örneğidir. Eğer diğer bir B düzeneğini A düzeneğiyle arka arkaya yerleştirseydik o zaman

$$\langle\chi|BA|\phi\rangle = \sum_{ijk} \langle\chi|i\rangle\,\langle i|B|j\rangle\,\langle j|A|k\rangle\,\langle k|\phi\rangle \tag{8.18}$$

yazılabilirdi. Yine bu gösterim doğrudan Dirac'ın yazdığı (8.9) denkleminin bir sonucudur; hatırlayın her zaman B ve A arasına 1 anlamına gelen bir çubuk (|) yerleştirebiliriz.

(8.17) denklemini bir başka şekilde düşünelim. Parçacıkların A düzeneğine ϕ durumunda girdiklerini ve ψ ("psi") durumunda çıktıklarını düşünelim. Diğer bir deyişle kendimize şu soruyu soralım; ψ'den χ'ye gitme genliğinde olduğu gibi $\langle\chi|A|\phi\rangle$ genliğindekiyle her yerde aynı bir ψ bulabilir miyiz? Cevap evettir. (8.17) denklemini

$$\langle\chi|\psi\rangle = \sum_i \langle\chi|i\rangle\,\langle i|\psi\rangle \tag{8.19}$$

ile yerdeğiştirmek istiyoruz. Bunu eğer aşağıdaki ifade ψ'yi tanımlıyorsa

$$\langle i|\psi\rangle = \sum_j \langle i|A|j\rangle\,\langle j|\phi\rangle = \langle i|A|\phi\rangle \tag{8.20}$$

yapabiliriz. "Fakat bu ψ'yi tanımlamıyor sadece $\langle i|\psi\rangle$'yi tanımlıyor" diyebilirsiniz. Bununla birlikte $\langle i|\psi\rangle$, ψ'yi tanımlar çünkü i taban durumlarıyla ilgili tüm ψ katsayılarına sahipseniz o zaman ψ'yi tek bir şekilde tanımlayabilirsiniz. Aslında gösterim üzerinde oynayabiliriz ve (8.20) denklemini

$$\langle i|\psi\rangle = \sum_j \langle i|j\rangle\,\langle j|A|\phi\rangle \tag{8.21}$$

şeklinde yazabiliriz. Bu denklem tüm i'ler için doğru olması nedeniyle

$$|\psi\rangle = \sum_j |j\rangle\,\langle j|A|\phi\rangle \tag{8.22}$$

şeklinde yazılabilir. Şunu diyebiliriz; "Elde ettiğimiz ψ, eğer ϕ durumdan başlayıp A düzeneğine girersek elde edeceğimiz durumdur."

Şimdi hilelerimiz için son bir örnek verelim. (8.17) denklemini ele alarak işe başlıyoruz. Herhangi bir χ ve ψ için doğru olması nedeniyle her iki terimi de atabiliriz! O zaman

$$A = \sum_{ij} |i\rangle\,\langle i|A|j\rangle\,\langle j| \tag{8.23}$$

yazabiliriz.* Bunun anlamı nedir? Aşağı yukarı χ ve ϕ'yi eski yerlerine koyduğumuzda elde edeceğimiz sonuçtur. Mevcut haliyle "açık" bir sorudur ve yanıtlanmamıştır. Eğer sağ taraftan $|\phi\rangle$'yle çarparsak

$$A|\phi\rangle = \sum_{ij} |i\rangle\,\langle i|A|j\rangle\,\langle j|\phi\rangle \tag{8.24}$$

---

* A yerine $|A|$ yazmamız gerektiğini düşünebilirsiniz. Fakat bu sembol "A'nın mutlak değeri" için kullandığımız sembole benzemektedir bu nedenle çubuk genelde kullanılmaz. Genel olarak (|) çubuk, 1 gibi davranır.

haline gelir ki bu yeni baştan (8.22) denklemini elde etmemiz anlamına gelir. Aslında söz konusu ifadede sadece j'leri atıp

$$|\psi\rangle = A|\phi\rangle \tag{8.25}$$

yazabilirdik.

A sembolü ne bir genliktir ne de bir vektör; *işlemci* adı verilen yeni bir şeydir. Bir duruma "etki ederek" yeni bir durum yaratan bir şeydir; (8.25) denklemi, $|\psi\rangle$'nin $|\phi\rangle$'ye etki eden A'nın sonucu olduğunu anlatır. Tekrar belirtelim, $\langle\chi|$ gibi bir bra'yla

$$\langle\chi|\psi\rangle = \langle\chi|A|\phi\rangle \tag{8.26}$$

tamamlanmadığı sürece hâlâ açık bir sorudur. Elbette A işlemcisi, eğer $\langle i|A|j\rangle$ matris genliklerini (A_{ij}) taban vektörler cinsinden verirsek, tamamen tanımlanabilir.

Bütün bu yeni matematiksel gösterimlere aslında yeni bir şey eklemedik. Bunu gündeme getirmemizin nedenlerinden biri denklem parçalarının yazılma tekniğini size göstermekti çünkü bulacağınız çoğu kitapta denklemler tamamlanmamış biçimleriyle yazılmış olacaktır ve artık bu denklemlerle karşılaştığınızda felce uğramanızı gerektirecek bir neden yoktur. Bir denklem oluşturmak için eğer tercih ederseniz, size daha alışıldık gelen sayılar arasına her zaman eksik parçaları ekleyebilirsiniz.

Ayrıca göreceğiniz gibi "bra" ve "ket" gösterimleri oldukça uygundur. Bundan böyle durum vektörünü vererek bir durumu tanımlayabiliriz. Belirli bir $\boldsymbol{p}$ momentumundaki bir durumdan bahsetmek için "$|\boldsymbol{p}\rangle$ durumu" diyeceğiz. Ya da gelişigüzel bir $|\psi\rangle$ durumu hakkında konuşabiliriz. Uygun olması açısından her zaman bir durumu tanımlamak için $|\psi\rangle$ kullanacağız. (Elbette keyfi bir seçimdir; aynı şekilde $\langle\psi|$ brası da kullanılabilirdi.)

8-3 Dünyanın taban durumu nedir?

Dünyadaki herhangi bir durumun, taban durumlarının üst üste binmesi – uygun katsayılı doğrusal bir kombinasyonla– şeklinde gösterilebileceğini gördük. İlk olarak taban durumları *nedir?* diye sorabilirsiniz. Pekâlâ, çok farklı olasılıklar vardır. Örneğin bir spinin z-yönünde ya da herhangi bir yönde izdüşümünü alabilirsiniz. Sıradan vektörleri göstermek için farklı *koordinat sistemlerinin* kullanıldığı çok fazla *gösterim* vardır. Peki katsayılar *ne?* Bu fiziksel duruma bağlıdır. Farklı katsayı kümeleri farklı fiziksel durumlarla ilişkilidir. Bu nedenle haklarında bilmeniz gereken ilk şey taban durumlarına benzedikleridir. O zaman bir durumun taban durumları cinsinden nasıl tanımlanabildiğini anlayabilirsiniz.

Biraz daha ilerleyerek doğanın genel kuantum mekaniksel tanımının ne olacağı hakkında konuşmak istiyoruz; fiziğin günümüzdeki fikirleri cinsinden. İlk olarak taban durumları için özel bir gösterim seçiyoruz; farklı gösterimler her zaman mümkündür. Örneğin bir yarım-spinli parçacık için, z-eksenine göre artı ve eksi durumları kullanabiliriz. Fakat z ekseni için özel bir şey yoktur; istediğiniz herhangi bir ekseni alabilirsiniz. Uygun olması açısından biz her zaman z-eksenini seçeceğiz. Bir elektronlu bir durumdan işe başladığımızı düşünelim. Spin için iki olasılığa ek olarak (z-boyunca "yukarı" ve "aşağı") elektronun momentumu bulunmaktadır. Peki elektronun belirli bir momentumu yoksa? Problem değil; biz sadece taban durumlarının ne olduğunu merak ediyoruz. Eğer elektron belirli bir momentuma sahip değilse, bazı genliklerin bir momentuma diğerlerinin de diğer momentumlara sahip olacaktır. Eğer spinin yukarı olması bir şey değiştirmiyorsa, bazı genlikler bu momentumda spin yukarı ve diğer bazı genlikler de bu momentumda spin aşağı olacaktır. Bir elektronun tam tanımı, *şu ana dek bildiğimiz kadarıyla,* sadece *momentum ve spin* sayesinde tanımlanan taban durumlarına ihtiyaç duyar. Bu nedenle tek bir elektron için uygun $|i\rangle$ taban durumlarını, spinin aşağı veya yukarı olup olmadığı ve momen-

tumun farklı değerlerini tanımlar. Genliklerin farklı karışımları yani C'nin farklı kombinasyonları farklı koşulları tanımlar. Herhangi bir elektron, yukarı-spin, aşağı-spin, bir momentum ya da diğer momentumun –olası tüm momentumlar için– genlikleri belirlenerek tanımlanabilir. Böylece tek bir elektronun tam bir kuantum mekanik tanımında nelerin olduğunu görüyorsunuz.

Peki bir elektrondan fazla sistemler için durum nedir? O zaman taban durumları daha karmaşıktır. İki elektrona sahip olduğumuzu düşünelim. İlk olarak spine göre dört olası durumumuz var: her ikisi de spin yukarı, birincisi aşağı diğeri yukarı, birincisi yukarı ikincisi aşağı ya da her ikisi de aşağı. Ayrıca birinci elektronun p_1 momentumunu ve ikinci elektronun p_2 momentumunu belirlememiz gerekir. İki elektronun taban durumlarını yazmak, iki momentum ve iki spinin karakterinin belirlenmesini gerektirir. Yedi elektron için yedisinin her birini tanımlamamız gerekir.

Eğer bir proton ve bir elektronumuz varsa, protonun spin yönü ile momentumunu ve elektronun spin yönü ile momentumunu belirlememiz gerekir. En azından bu yaklaşık olarak doğrudur. Gerçek dünya için *aslında doğru gösterimin ne olduğunu bilmiyoruz*. Eğer elektronun spini ve momentumu ile protonun spini ve momentumunu belirlerseniz, taban durumlarını elde edersiniz: peki ya protonun içi ne olacak? Şimdi başka bir yoldan ilerleyelim. Bir elektron ve bir protona sahip bir hidrojen atomunda, protonun ve elektronun yukarı-aşağı spin durumları ve olası farklı momentum durumları gibi tanımlamamız gereken çok sayıda taban durumu vardır. Farklı durumlardaki hidrojen atomunun karakterini tanımlayan farklı C_i genlik kombinasyonları bulunur. Fakat bütün hidrojen atomunu tek bir "parçacık" gibi incelediğimizi düşünelim. Eğer hidrojen atomunun bir proton ve bir elektrondan meydana geldiğini bilmiyor olsaydık, şunu söyleyebilirdik "Evet, taban durumlarının ne olduğunu biliyorum; hidrojen atomunun özel bir momentumuyla ilişkili olmalıdırlar." Hayır, çünkü hidrojen farklı parçacıklardan oluşmuştur. Bununla birlikte farklı iç enerjilere ait farklı durumlar olabilir ve gerçek dünyayı tanımlamak için daha detaylı bilgilere ihtiyacımız olabilir.

Soru şudur: Bir protonun iç kısımları var mı? Protonun, mezonların ve acayip parçacıkların tüm olası durumlarını vererek bir protonun durumunu tanımlayabilir miyiz? Bilmiyoruz. Elektronun basit olduğunu varsaysak bile, yani momentumuna ve spine dair her şeyi biliyor olsak da, belki yarın elektronun da iç yapısı olduğunu keşfedeceğiz. Bu, gösterimlerimizin tam olmadığı, yanlış olduğu ya da yaklaşık olduğu anlamına gelebilir; benzer şekilde sadece momentumuyla tanımlanan hidrojen atom gösterimimiz de tam olmayabilir çünkü hidrojen atomunun uyarılmış iç yapısıyla uyum içinde olmayabilir. Eğer bir elektronun iç yapısı uyarılmışsa ve örneğin müon gibi farklı bir parçacığa dönüşürse, sadece yeni parçacığın durumunu belirlemek yetmez aynı zamanda daha karmaşık iç yapısını da anlamamız gerekebilir. *Günümüz temel parçacık çalışmalarının en büyük problemi* doğanın tanımı için doğru gösterimlerin ne olduğunu keşfetmektir. Günümüzde elektron için momentum ve spini tanımlamanın yeterli olduğunu düşünüyoruz. Ayrıca hepsi de iyice tanımlanmış π-mezonundan ve K-mezonundan meydana gelen ideal bir proton olduğunu düşünüyoruz. Birkaç düzine parçacık; bu çılgınlık! Temel bir parçacığın ne olduğu ya da ne olmadığı sorusu –bugünlerde çok sık duyduğumuz– dünyanın nihai kuantum mekanik tanımında neye benzeyeceği sorusudur. Elektronun momentumu doğayı tasvir etmek için hâlâ yeterli olacak mı? Ya da her şeyi baştan mı düşüneceğiz? Bu soru herhangi bir bilimsel araştırmada daima karşımıza çıkacaktır. Yine de bir problem görüyoruz; nasıl bir gösterim bulabiliriz. Cevabı bilmiyoruz. "Doğru" probleme sahip olup olmadığımızı bile bilmiyoruz fakat eğer biliyor olsaydık da ilk olarak herhangi bir parçacığın temel olup olmadığını araştırmaya başlardık.

Göreli olmayan kuantum mekaniğinde –enerjilerin acayip parçacıkların iç işleyişlerini rahatsız edecek kadar yüksek olmadığı durumda– bu detaylar hak-

kında endişelenmeksizin oldukça güzel işler çıkarabilirsiniz. Sadece elektron ile çekirdeğin spin ve momentumunu belirlemeye karar verebilirsiniz, bu durumda her şey doğru olacaktır. Çoğu kimyasal tepkimede ve diğer düşük enerjili olaylarda hiçbir şey çekirdek içinde gerçekleşmez; uyarılmış durumları olmaz. Bununla birlikte hidrojen atomu yavaş hareket ediyorsa ve diğer hidrojen atomlarından darbe yiyorsa –asla uyarılmış durumlar ya da ışıma ya da bunun gibi karmaşık olaylar olmadan fakat iç hareketi için daima temel enerji durumunda kalarak– hidrojen atomunun tek bir parçacık gibi davrandığı yaklaşımını kullanabilirsiniz; böylece iç yapısında nelerin meydana geldiği konusunda endişelenmeniz gerekmez. Bu yaklaşım herhangi bir çarpışmanın kinetik enerjisi 10 elektron voltun –hidrojen atomunu farklı bir iç duruma uyarmak için gereken enerji– altında kaldığı sürece işe yarayabilir. Sık sık iç hareket olasılığını işin içine katmadığımız bir yaklaşımı dikkate alacağız böylece taban durumlarını işin içine katacağımız çok sayıda detay azalmış olur. Elbette böylece yüksek enerjilerde meydana gelen bazı olayları ihmal edebiliriz fakat bu yaklaşımlar sayesinde fiziksel problemlerin analizini oldukça basitleştirmiş oluruz. Örneğin atom çekirdeğinin uyarılmış olup olmadığı hakkında endişelenmeden düşük enerjilerde iki hidrojen atomunun çarpışmasını –ya da herhangi bir kimyasal süreci– tartışabiliriz. Özetlersek, bir parçacığın uyarılmış iç durumlarının etkilerini ihmal ettiğimizde, belirli bir momentum durumuna ve açısal momentumun z-bileşenlerine sahip bir taban durumu kümesi seçmiş oluruz.

Doğayı tanımlama konusunda problemlerden biri taban durumları için uygun bir gösterimin bulunmasıdır. Fakat sadece bu bir başlangıç. Hâlâ ne olduğunu bilmek istiyoruz. Eğer belirli bir anda dünyanın "durumunu" biliyorsak, belirli bir an sonra da durumu bilmek isteriz. Şimdi kuantum mekaniğinin ikinci kısmına geçebiliriz; yani durumların zamanla nasıl değiştiğine.

8-4 Durumlar zamanla nasıl değişir?

Daha önce bir düzeneğin içine bir şeyleri koyduğumuz durumu nasıl gösterebileceğimiz hakkında konuştuk. Uygun, güzel bir "düzeneği" dikkate almak için sadece birkaç dakikamız kaldı; yani bir ϕ durumunu hazırladığımız ve analiz etmeden önce bu durumda kaldığımız bir düzenek. Belki özel bazı elektrik ve manyetik alanı da dahil edebiliriz; bu, doğanın fiziksel durumuna bağlıdır. Yine de koşullar ne olursa olsun nesnenin t_1'den t_2 anına kadar düzenekte kalmasına izin verebiliriz. İlk düzenekten t_1 anında ϕ durumunda nesnenin bırakıldığını düşünelim. Daha sonra bu parçacığı diğer bir "düzeneğe" yollayalım fakat t_2 zamanı kadar bir gecikmeyle. Gecikme sırasında farklı şeyler –uygulanan dış kuvvetler ya da diğer saçmalıklar– meydana gelebilir. Gecikmenin sonunda bir χ durumunda bulunma genliği, gecikmenin meydana gelmediği duruma artık hiç benzemez. "Beklemek" düzeneğin sadece özel bir durumu olduğu için, (8.17) denklemine aynı genliği vererek ne olacağını tanımlayabiliriz. "Bekleme" süreci özellikle önemli olduğu için ve başlama ile bitiş zamanlarını, t_1 ve t_2, tanımlamak için, bu durumu A yerine U olarak adlandıracağız: $U(t_2, t_1)$. Böylece istediğimiz genlik

$$\langle \chi | U(t_2, t_1) | \phi \rangle \tag{8.27}$$

olur. Diğer benzer genlikler gibi bazı taban durumları cinsinden gösterilebilir:

$$\sum_{ij} \langle \chi | i \rangle \langle i | U(t_2, t_1) | j \rangle \langle j | \phi \rangle \tag{8.28}$$

O zaman U, tüm genliklerin belirlenmesiyle tanımlanabilir:

$$\langle i | U(t_2, t_1) | j \rangle \tag{8.29}$$

$\langle i|U(t_2, t_1)|j\rangle$ matrisinin ihtiyaç duyduğumuzdan daha detaylı bilgiler verdiğini belirtelim. Yüksek enerji fiziği üzerine çalışan tanınmış teorik fizikçiler bi-

razdan değineceğimiz genel doğa problemlerini hesaba katarlar (çünkü genelde deneyler bu şekilde yapılır). Fizikçiler, sonsuzdan gelen bir proton-proton çifti gibi iki parçacıkla işe başlarlar. (Laboratuarda genellikle bir parçacık durgundur ve diğeri pratik olarak atomik düzeyde sonsuzda olduğunu varsayabileceğimiz bir hızlandırıcıdan gelir.) İki parçacık çarpışarak belirli yönlerde ve belirli momentumda iki K-mezonu, altı π-mezonu ve iki nötrona bozunur. Peki bu olayın genliği nedir? Matematiksel olarak durum şuna benzer: ϕ-durumu gelen parçacığın spin ve momentumunu tanımlar. χ ise nelerin oluştuğuyla ilgilidir. Örneğin, belirli bir yönde giden altı mezondan elde edilen genlikle ve başka bir yönde giden iki nötron ve spinleriyle ilgilidir. Diğer bir deyişle χ, sürecin sonunda oluşan tüm parçacıkların momentumları ve spinleri verilerek tanımlanabilir. O zaman kuramsal fizikçilerin hesaplayacağı şey (8.27) genliğidir. Bununla birlikte sadece t_1 anının $-\infty$ ve t_2 anının ∞ olduğu özel durumla ilgilenirler. (Sürecin detayları üzerine hiçbir deneysel kanıt yoktur, sadece hangi parçacıkların geldiği ve hangilerinin oluştuğu bilgisi vardır.) t_1 anının $-\infty$ ve t_2 anının ∞ olduğu $U(t_2, t_1)$'in limit durumu S olarak adlandırılır ve hesaplamaya çalıştıkları şey

$$\langle\chi|S|\phi\rangle$$

genliğidir. Ya da (8.28) biçimini kullanarak *S-matrisi* olarak adlandırılan

$$\langle i|S|j\rangle$$

matrisini hesaplamak isterler. Eğer bir kuramsal fizikçiyi yolda yürürken "Yapacağım tek şey S-matrisini hesaplamaktır" derken görürseniz, ne hakkında endişelendiğini artık bileceksiniz.

S-matrisinin nasıl analiz edileceği –kurallarının nasıl tanımlanacağı– ilginç bir problemdir. Yüksek enerjiler için göreli kuantum mekaniğinde bunu yapmanın bir yolu vardır fakat göreli olmayan kuantum mekaniğinde farklı bir yol vardır ve oldukça uygundur. (Bu farklı yol ayrıca göreli durumda da yapılabilir fakat o kadar uygun olmayabilir.) Bu yol, U-matrisini küçük bir zaman aralığında incelemektir; diğer bir deyişle t_1 ve t_2 anı çok yakındır. Eğer art arda zaman aralıkları için bir U-matrisi kümesini hesaplayabilirsek, şeylerin zamanın bir fonksiyonu gibi nasıl davrandığını izleyebiliriz. Görelilik için bunun işe yaramayacağını çünkü her şeyin her yerde "eş-zamanlı" gibi görünmesini tanımlamanın gereksiz olduğunu söyleyebilirsiniz. Fakat bu konuda endişelenmiyoruz; sadece işlerin göreli olmayan mekanikte nasıl olduğunu inceliyoruz.

t_1 ve t_2'den daha büyük olan t_3 zamanı arasındaki gecikmeyi tanımlayan bir U-matrisi üzerine düşünelim. Diğer bir deyişle üç ardışık zaman dilimini ele alalım yani t_2'den küçük t_1 ve t_3'ten küçük t_2. Bu durum art arda yerleştirilmiş B ve A düzenekli örneğe benzemektedir. Bölüm 5-6'daki notasyonu takip ederek

$$U(t_3, t_1) = U(t_3, t_2) \cdot U(t_2, t_1) \tag{8.30}$$

yazabiliriz. Diğer bir deyişle eğer aralarındaki bir dizi kısa zaman aralığını analiz edebilseydik herhangi bir zaman aralığını analiz edebilirdik; $t_2 = t_1 + \Delta t$ için. Kendimize şunu sorabiliriz: Eğer bir ϕ durumumuz varsa, sonsuz küçük bir Δt zaman aralığından sonra bu durum neye benzer? Şimdi bunu nasıl yazacağımızı görelim. t anındaki duruma $|\psi(t)\rangle$ diyelim (t anındaki durumu tanımlamak adına ψ'nin zaman bağımlılığını göstermektedir). Şimdi bir soru sorabiliriz: Küçük bir Δt zaman sonraki durum nedir? Cevap şudur:

$$\langle\psi|(t + \Delta t)\rangle = U(t + \Delta t, t)|\psi(t)\rangle \tag{8.31}$$

Bu cevap (8.25)'te anlatmak istediğimizle aynıdır, yani $t + \Delta t$ zaman sonra χ'de bulunma genliği

$$\langle\chi|\psi(t + \Delta t)\rangle = \langle\chi|U(t + \Delta t, t)|\psi(t)\rangle \tag{8.32}$$

şeklindedir.

Bu gibi soyut şeyler konusunda yeterince iyi olmasak da, genliğimizin belirli bir gösterimdeki izdüşümünü inceleyelim. (8.31) denkleminin her iki tarafını $\langle i|$'yle çarparsak

$$\langle i|\psi(t+\Delta t)\rangle = \langle i|U(t+\Delta t,t)|\psi(t)\rangle \tag{8.33}$$

eşitliğini elde ederiz. Ayrıca $|\psi(t)\rangle$ ifadesini taban durumları cinsinden açabiliriz:

$$\langle i|\psi(t+\Delta t)\rangle = \sum_j \langle i|U(t+\Delta t,t)|j\rangle\ \langle j|\psi(t)\rangle \tag{8.34}$$

(8.34) denklemini şu şekilde anlayabiliriz. Eğer $C_i(t) = \langle i|\psi(t)\rangle$ t anında i taban durumundaki genliği gösterirse, o zaman bu genliğin (unutmayın sadece bir sayı) zamanla değiştiğini düşünebiliriz. Her C_i, t'nin bir fonksiyonudur. Ayrıca C_i'nin zamanla nasıl değiştiği konusunda da bazı bilgilere sahibiz. $(t+\Delta t)$ anındaki her genlik, bir dizi katsayıyla çarpılarak t anındaki diğer *tüm genliklerle* orantılı hale gelir. U matrisini U_{ij} şeklinde gösterelim:

$$U_{ij} = \langle i|U|j\rangle$$

O zaman (8.34) genliğini

$$C_i(t+\Delta t) = \sum_j U_{ij}(t+\Delta t)\ C_j(t) \tag{8.35}$$

şeklinde ifade edebiliriz. Bu ifade kuantum mekaniği dinamiklerinin nasıl görüneceğini tasvir eder.

Bir şey dışında U_{ij} hakkında henüz çok şey bilmiyoruz. Bildiğimiz şey eğer Δt sıfıra giderse hiçbir şeyin olmayacağıdır yani sadece başlangıçtaki durumumuzu elde ederiz. Bu nedenle $U_{ij} \to 1$ ve $U_{ij} \to 0$ olur eğer $i \neq j$. Diğer bir deyişle $\Delta t \to 0$ olduğunda $U_{ij} \to \delta_{ij}$ olur. Ayrıca küçük Δt için U_{ij}'nin her bir katsayısı, Δt'yle orantılı olarak, δ_{ij}'den farklıdır. Bu nedenle

$$U_{ij} = \delta_{ij} + K_{ij}\,\Delta t \tag{8.36}$$

yazabiliriz. Bununla birlikte tarihsel ve diğer bazı nedenlerden dolayı genellikle K_{ij} katsayılarının içine $(-i/\hbar)$ faktörlerini ekliyoruz:*

$$U_{ij}(t+\Delta t,\,t) = \delta_{ij} - \frac{i}{\hbar}\,H_{ij}(t)\Delta t \tag{8.37}$$

Elbette bu ifade (8.36) denklemiyle benzerdir ve sadece $H_{ij}(t)$ katsayılarını tanımlar. H_{ij}'nin terimleri sadece $t_2 = t_1 = t$ durumu için $U_{ij}(t_2, t_1)$ katsayılarının t_2'ye göre türevleridir.

(8.35) denklemindeki U için bu biçimi kullanarak

$$C_i(t+\Delta t) = \sum_j \left[\delta_{ij} - \frac{i}{\hbar}\,H_{ij}(t)\Delta t\right] C_j(t) \tag{8.38}$$

yazabiliriz. δ_{ij} terimi üzerinden toplam alırsak denklemin diğer tarafına konulan $C_i(t)$'yi bulabiliriz. Daha sonra Δt'ye bölersek bildiğimiz türev tanımını elde ederiz:

$$\frac{C_i(t+\Delta t) - C_i(t)}{\Delta t} = -\frac{i}{\hbar}\sum_j H_{ij}(t)\,C_j(t)$$

ya da

$$i\hbar\,\frac{dC_i(t)}{dt} = \sum_j H_{ij}(t)\,C_j(t) \tag{8.39}$$

Hatırlayacağınız gibi $C_i(t)$, i taban durumlarının birinde (bir t anında) ψ durumunun bulunma genliğidir, $\langle i|\psi\rangle$. Böylece (8.39) denklemi $\langle i|\psi\rangle$'nin her bir

---

* Burada kullandığımız gösterim konusunda biraz endişeliyiz. $(-i/\hbar)$ faktörünün içindeki i birim karmaşık $\sqrt{-1}$ sayıdır ve i. taban durumunu gösteren bir *indis* değildir! Bunun kafanızı karıştırmayacağını ümit ediyoruz.

katsayısının zamanla nasıl değiştiğini gösterir. ψ durumunu $\langle i|\psi\rangle$ genlikleri cinsinden tanımladığımız için, ψ durumunun zamanla nasıl değiştiğini söyleyen (8.39) denklemiyle benzer şeyi söylemektedir. ψ'nin zamanla değişimi, elbette sistemi zamanla değiştiren şeyleri içeren, H_{ij} matrisi cinsinden verilir. Eğer H_{ij}'yi biliyorsak –sistemin fiziğini içeren ve genelde zamana bağlı olan– sistemin zamandaki bütün davranışını analiz edebiliriz. Bu nedenle (8.39) denklemi dünyanın dinamikleri için kuantum mekanik yasasıdır.

(Her daim zamanla değişmeyen ve sabit olan bir taban durumu kümesini ele alacağız. Değişen taban durumlarını dikkate alan insanlar da vardır. Bununla birlikte bu durum mekanikte dönen bir koordinat sistemini kullanmaya benzer ve biz bunun gibi bir karmaşıklığı istemiyoruz.)

8-5 Hamilton İşlemcisi matrisi

Kuantum mekaniksel dünyayı tanımlayan bir fikir için bir i durumu kümesini dikkate almamız ve fiziksel yasaları H_{ij} matrisinin katsayıları cinsinden yazmamız gerekir. O zaman her şeye sahip oluruz; olacak şeyler hakkında herhangi bir soruya cevap verebiliriz. Bunun için herhangi bir fiziksel durumdaki H_{ij}'yi bulmak için gereken kuralları öğrenmemiz gerekir; bir manyetik alanla ilişkisi nedir ya da bir elektrik alanla vb. Bu işin en zor kısmıdır. Örneğin yeni acayip parçacıklar için H_{ij}'nin nasıl kullanılacağını bilmiyoruz. Diğer bir deyişle hiç kimse dünyanın tamamı için *tam bir* H_{ij} matrisinin ne olduğunu bilmemektedir. (İşin en zor kısmı, hiç kimsenin taban durumlarının ne olduğunu bile bilmediği bir durumda H_{ij} matrisini oluşturmaktır.) Göreli olmayan olgular ve diğer bazı özel durumlar için mükemmel yaklaşımlara sahibiz. Özellikle, atomdaki elektronların hareketleri için ihtiyaç duyulan biçimlere sahibiz; işin kimyasını tanımlayan biçimler. Fakat dünyanın tamamı için gerçek ve tam bir H biçimi bilmiyoruz.

H_{ij} katsayıları *Hamilton işlemcisi matrisi* olarak adlandırılır ya da kısaca *Hamilton işlemcisi*. (1830'lu yıllarda çalışan Hamilton'ın isminin bir kuantum mekaniksel matrise nasıl verildiği tarihi bir hikâyedir.) Belki de *enerji matrisi* denmesi çok daha uygun olurdu, özellikle bu matrisle yakından ilgilenen bizler için. Bu nedenle asıl problem şudur: Kendi Hamilton işlemcisi matrisini bul!

Hamilton işlemcisi matrisinin karmaşık eşleniğini almak indislerin yerini değiştirir:

$$H^*_{ij} = H_{ji} \tag{8.40}$$

Bu kural *belli bir* durumdaki sistemin toplam olasılığının değişmemesine dayanır. Eğer bir parçacıkla işe başlarsak –bir nesne ya da dünya– hâlâ zamanın ilerlediği durumu elde edersiniz. Bir yerlerde zamanla değişmeyen bulunma toplam olasılığı

$$\sum_i |C_i(t)|^2$$

şeklinde verilir. Eğer bu herhangi bir başlangıç ϕ durumu için doğru olursa o zaman (8.40) denklemi de doğru olmalıdır.

İlk örneğimiz olarak fiziksel durumların zamanla değişmediği bir durumu dikkate alıyoruz; yani H_{ij}'nin zamandan bağımsız olması için *dış* fiziksel durumları kastediyoruz. Hiç kimse mıknatısları açıp kapamıyor. Ayrıca sadece bir taban durumuyla tanımlanabilecek bir sistemi seçiyoruz; hidrojen atomu durgunkenki ya da bunun gibi durumlarda yaptığımız yaklaşımlara benzerdir. O zaman (8.39) denklemi

$$i\hbar \frac{dC_1}{dt} = H_{11}C_1 \tag{8.41}$$

hâline gelir. Sadece bir denklem ve hepsi bu! Ve eğer H_{11} sabitse bu diferansiyel denklem kolay bir şekilde çözülür ve çözümü aşağıdaki gibidir:

$$C_1 = (\text{sabit})\, e^{-(i/\hbar)H_{11}t} \tag{8.42}$$

Bu, belirli bir $E = H_{11}$ enerjisine sahip zamana bağımlı bir durumu ifade eder. H_{ij}'nin neden enerji matrisi olarak adlandırılması gerektiğini görüyoruz. Daha karmaşık durumlar için enerjinin genelleştirilmiş bir halidir.

Şimdi, denklemin ne anlama geldiğini biraz daha anlayabilmek için, iki taban durumuna sahip bir sisteme göz atacağız. O zaman (8.39) denklemi

$$i\hbar \frac{dC_1}{dt} = H_{11}C_1 + H_{12}C_2$$

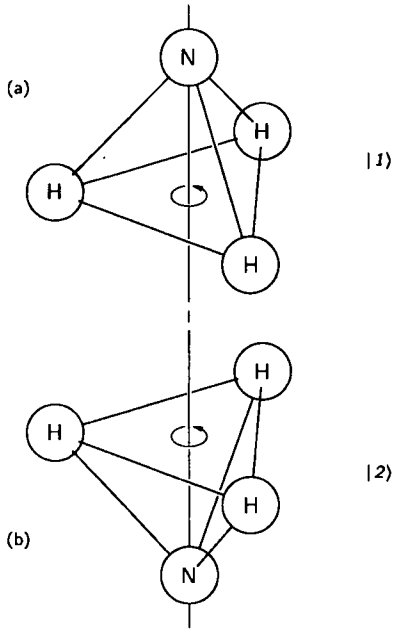
$$i\hbar \frac{dC_2}{dt} = H_{21}C_1 + H_{22}C_2 \qquad (8.43)$$

hâline gelir. Eğer H zamandan bağımsızsa bu denklemleri kolayca çözebiliriz. Sizi eğlenceyle baş başa bırakıyoruz; daha sonra buraya geri döneceğiz. Evet, zamandan bağımsız oldukları sürece H matrislerini bilmeksizin kuantum mekaniğini çözebilirsiniz.

8-6 Amonyak molekülü

Şimdi kuantum mekaniğinin dinamik denklemlerinin özel bir fiziksel durumu tanımlamak için nasıl kullanılabileceğini göstermek istiyoruz. Hamilton işlemcisi hakkında bazı mantıklı tahminler yaparak bazı önemli –ve pratik– sonuçları inceleyebileceğimiz ilginç fakat basit bir örneği seçiyoruz. İki durum tarafından tasvir edilebilen bir örneği ele alacağız: amonyak molekülü.

Amonyak molekülü Şekil 8-1(a)'da gösterildiği gibi, üç hidrojen ve bir nitrojen (azot) atomundan oluşmuştur ve taban köşelerinde hidrojen moleküllerinin bulunduğu bir piramit şeklindedir. Bu molekül diğer herhangi bir molekül gibi sonsuz sayıda duruma sahiptir. Herhangi bir olası eksen etrafında dönebilir; herhangi bir yönde hareket edebilir; titreşebilir vs. Bu nedenle aslında iki durumlu bir sistem değildir. Fakat diğer durumların sabit olduğu bir yaklaşıma başvuracağız çünkü şu anda ilgilendiğimiz problem için gerekli değiller. Molekülün sadece simetri ekseni etrafında döndüğünü kabul edeceğiz (şekilde gösterildiği gibi) yani öteleme momentumuna sahip olmadığını ve olabildiğince az titreştiğini düşünüyoruz. Bu yaklaşım biri dışında bütün koşulları tanımlar: *nitrojen atomu için hâlâ iki olası konum vardır*; nitrojen atomu hidrojen atom düzleminin ya bir tarafında ya da öteki tarafında olabilir, tıpkı Şekil 8-1(a) ve (b)'de gösterildiği gibi. Bu nedenle molekülü sanki iki-durumlu bir sistemmiş gibi ele alacağız. Sadece iki durum için gerçekten endişeli olacağımızı ve geri kalan her şeyin yerinden kımıldamadığını kastediyoruz. Nitrojen atomunun "yukarı" durumunu, Şekil 8-1(a)'da resmedildiği gibi, $|1\rangle$'le ve "aşağı" durumunu, (b)'de gösterildiği gibi, $|2\rangle$'yle göstereceğiz. Amonyak molekülünün davranışının analizi için $|1\rangle$ ve $|2\rangle$ durumlarını taban durumları olarak varsayacağız. Herhangi bir anda molekülün gerçek $|\psi\rangle$ durumu, $C_1 = \langle 1|\psi\rangle$ genliğinin elde edilmesiyle gösterilebilir –genliğin $|1\rangle$ durumunda bulunma genliği– ve $|2\rangle$ durumunda bulunma genliğiyse $C_2 = \langle 2|\psi\rangle$'nin hesaplanmasıyla elde edilir. O zaman (8.8) denklemini kullanarak $|\psi\rangle$ durum vektörlerini



Şekil 8-1 Amonyak molekülünün birbirine eşit iki geometrik düzenlenişi.

$$|\psi\rangle = |1\rangle\langle 1|\psi\rangle + |2\rangle\langle 2|\psi\rangle$$

ya da

$$|\psi\rangle = |1\rangle C_1 + |2\rangle C_2 \qquad (8.44)$$

olarak yazılabiliriz.

Şu an ilginç olan şey, eğer herhangi bir anda molekülün bazı durumlarını biliyorsak, bir süre sonra aynı durumda olmamasıdır. İki C-katsayısı –herhangi iki durumlu sistem için geçerli olan– (8.43) denklemine göre zamanla değişecektir. Örneğin, molekülün *başlangıçta* $|1\rangle$ durumunda olduğu sonucuna vardığımız bir gözlem yaptığımızı –ya da bazı molekülleri seçebildiğimizi– düşünelim. Bir süre sonra molekülün $|2\rangle$ durumunda olma şansı vardır. Bu değişimin ne olduğunu bulmak için genliklerin zamanla nasıl değiştiğini bize söyleyen diferansiyel denklemleri çözmemiz gerekir.

Tek zorluk (8.43) denklemindeki H_{ij} katsayıları için neyi kullanacağımızı bilmememizden kaynaklanır. Bununla birlikte *söyleyebileceğimiz* elbette birkaç şey var. Molekül bir kez $|1\rangle$ durumunda olduğunda $|2\rangle$ durumuna geçme şansının olmadığını düşünelim veya tam tersi. O zaman H_{12} ve H_{21} terimlerinin her ikisi de sıfır olur ve (8.43) denklemi

$$i\hbar \frac{dC_1}{dt} = H_{11}C_1 \qquad i\hbar \frac{dC_2}{dt} = H_{22}C_2$$

haline gelir. Bu iki denklemi kolayca çözerek

$$C_1 = (\text{sabit})\, e^{-(i/\hbar)H_{11}t} \qquad C_2 = (\text{sabit})\, e^{-(i/\hbar)H_{22}t} \tag{8.45}$$

eşitliklerini elde ederiz. Bu çözümler enerjileri $E_1 = H_{11}$ ve $E_2 = H_{22}$ olan *durağan* durumlar için genliklerdir. Bununla birlikte amonyak molekülünün iki $|1\rangle$ ve $|2\rangle$ durumunun belirli bir simetriye sahip olduğunu belirtmemiz gerekir. Eğer doğa bize kolaylık sağlarsa, H_{11} ve H_{22} matrisleri eşit olmalıdır. Her iki enerjiyi de E_0 olarak adlandıracağız çünkü H_{12} ve H_{21}'in sıfır olduğu duruma karşılık gelmektedir. Fakat (8.45) denklemi gerçekte amonyak molekülünün nasıl davrandığını bize söylemez. Nitrojen atomunun üç hidrojen atomuna doğru hareket ederek diğer tarafa sıçrama olasılığı vardır. Bu oldukça zordur; yarı yolu katetmesi için çok büyük enerjiye ihtiyaç duyar. Peki yeterince enerjiye sahip değilse bunu nasıl yapabilir? Enerji bariyerine sızacağı bazı *genlikler* vardır. Kuantum mekaniğinde girilmesi enerjik olarak yasaklanmış bölgelere sızma olasılığı vardır. Bununla birlikte bir molekülün başlangıçta $|1\rangle$ durumunda olduğu ve daha sonra $|2\rangle$ durumuna geçmesini tanımlayan bazı genlikler mevcut olabilir. Bu şartlar altında H_{12} ve H_{21} sıfır olmaz. Fakat simetri nedeniyle her ikisi de sıfır olmalıdır; en azından büyüklük olarak. Gerçekte H_{ij}, H_{ji}'nin karmaşık eşleniğine eşittir; bu nedenle bir evre farkı kadar birbirlerinden farklılaşabilirler. Göreceğiniz gibi, eğer birbirlerine eşit olarak alırsak bütünlüğü kaybetmeyiz. Sonraları kolaylık olması açısından bu genlikleri negatif bir sayıya eşitleyeceğiz yani $H_{12} = H_{21} = -A$. Bu durumda aşağıdaki denklem çiftini elde ederiz.

$$i\hbar \frac{dC_1}{dt} = E_0 C_1 - AC_2 \tag{8.46}$$

$$i\hbar \frac{dC_2}{dt} = E_0 C_2 - AC_1 \tag{8.47}$$

Bu denklemler yeterince basittir ve çözmenin çok sayıda yolu vardır. Uygun bir çözümü aşağıdaki gibidir. İki denklemi toplayıp

$$i\hbar \frac{d}{dt}(C_1 + C_2) = (E_0 - A)(C_1 + C_2)$$

çözersek

$$C_1 + C_2 = ae^{-(i/\hbar)(E_0 - A)t} \tag{8.48}$$

elde ederiz. Daha sonra (8.46) ve (8.47) denklemlerini birbirinden çıkarıp

$$i\hbar \frac{d}{dt}(C_1 - C_2) = (E_0 + A)(C_1 - C_2)$$

çözersek

$$C_1 - C_2 = be^{-(i/\hbar)(E_0 + A)t} \tag{8.49}$$

elde ederiz. İki integral sabitini *a ve b* olarak adlandırdık; elbette bu katsayılar, herhangi bir fiziksel problem için uygun başlangıç koşullarını seçmek için kullanılabilir. Şimdi de (8.48) ve (8.49) denklemlerini birbirine ekleyip çıkararak C_1 ve C_2 denklemlerini elde ederiz;

$$C_1(t) = \frac{a}{2} e^{-(i/\hbar)(E_0 - A)t} + \frac{b}{2} e^{-(i/\hbar)(E_0 + A)t} \tag{8.50}$$

$$C_2(t) = \frac{a}{2} e^{-(i/\hbar)(E_0 - A)t} - \frac{b}{2} e^{-(i/\hbar)(E_0 + A)t} \tag{8.51}$$

İkisi de ikinci terimin başındaki işaret dışında aynıdır.

Çözümleri elde ettik peki bunlar ne anlama geliyor? (Kuantum mekaniğindeki asıl zorluk sadece denklemleri çözmek değil aynı zamanda çözümlerin ne anlama geldiğini anlamaktır.) İlk olarak, eğer $b = 0$ olarak seçilirse her iki terim de aynı frekansa $\omega = (E_0 - A)/\hbar$ sahip olur. Eğer her şey bir frekansta değişiyorsa, bu sistemin belirli bir enerji durumunda olduğu anlamına gelir; burada enerji $(E_0 - A)$'dır. Bu nedenle iki C_1 ve C_2 genliğinin birbirlerine eşit olduğu sabit enerjili bir durum vardır. Eğer nitrojen atomu için "yukarı" ve "aşağı" durumunun birbirine eşit genlikleri varsa, *amonyak molekülünün belirli bir* $(E_0 - A)$ *enerjisine sahip olduğu* sonucuna ulaşırız.

Diğer bir durağan durum $a = 0$ olarak seçildiğinde elde edilir; o zaman her iki genliğin de frekansı $(E_0 + A)/\hbar$ olur. Bu nedenle, eğer iki genlik birbirine eşit fakat zıt işarete $C_2 = -C_1$ sahipse belirli bir $(E_0 + A)$ enerjisine sahip diğer bir durum daha vardır. Bunlar sadece belirli enerjilere sahip iki durumdur. Bir sonraki bölümde amonyak molekülünün durumlarını detaylı bir şekilde tartışacağız; burada sadece önemli noktalara değiniyoruz.

Nitrojen atomunun bir konumdan diğerine şıçrama şansı olması nedeniyle molekülün enerjisi, beklediğimiz gibi, sadece E_0 değildir fakat iki enerji düzeyi $(E_0 + A)$ ve $(E_0 - A)$ vardır. Enerjisi ne olursa olsun molekülün olası durumlarının her biri enerji düzeylerine "ayrılmıştır." Durumların *her biri* diyoruz çünkü hatırlayacağınız gibi dönmenin, iç enerji ve benzeri özel durumlarıyla ilgileniyoruz. Her bir durum için molekülün iki duruma sahip olması nedeniyle, bir çift enerji düzeyi vardır.

Şimdi bir amonyak molekülü hakkında sıradaki şu soruyu soralım. $t=0$ anında bir molekülün $|1\rangle$ durumunda olduğunu ya da diğer bir deyişle $C_1(0) = 1$ ve $C_2(0) = 0$ olduğunu varsayalım. t anında molekülün $|2\rangle$ durumunda olma olasılığı ya da t anında molekülün hâlâ $|1\rangle$ durumunda kalma olasılığı nedir? Başlangıç şartımızı (8.50) ve (8.51) denklemindeki a ve b katsayıları söyler. $t = 0$ olduğunda

$$C_1(0) = \frac{a+b}{2} = 1 \qquad C_2(0) = \frac{a-b}{2} = 0$$

ifadelerini elde ederiz. Açıkça $a=b=1$'dir. Bu değerleri $C_1(t)$ ve $C_2(t)$ için yazılan denklemlerde yerine yazdığımızda ve bazı terimleri yeniden düzenlediğimizde

$$C_1(t) = e^{-(i/\hbar)E_0 t}\left(\frac{e^{(i/\hbar)At} + e^{-(i/\hbar)At}}{2}\right)$$

$$C_2(t) = e^{-(i/\hbar)E_0 t}\left(\frac{e^{(i/\hbar)At} - e^{-(i/\hbar)At}}{2}\right)$$

eşitliklerini elde ederiz. Bu denklemleri

$$C_1(t) = e^{-(i/\hbar)E_0 t}\cos\frac{At}{\hbar} \tag{8.52}$$

$$C_2(t) = ie^{-(i/\hbar)E_0 t}\sin\frac{At}{\hbar} \tag{8.53}$$

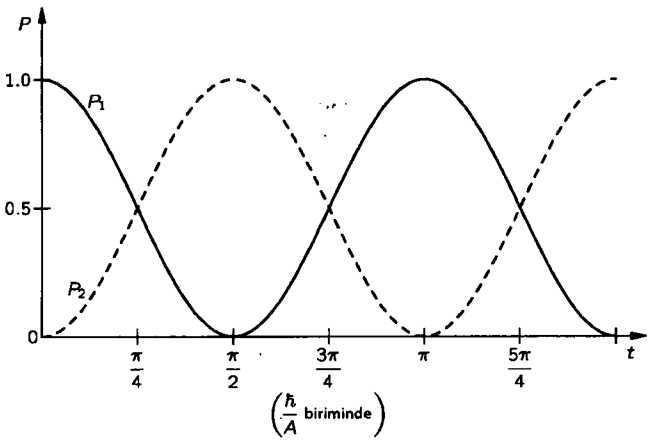
şeklinde yeniden düzenleyebiliriz. İki genliğin zamanla harmonik olarak değişen bir büyüklüğü vardır.

t anında molekülün $|2\rangle$ durumunda olma olasılığı $C_2(t)$'nin mutlak değer karesine eşittir;

$$|C_2(t)|^2 = \sin^2\frac{At}{\hbar} \tag{8.54}$$

Sıfırdaki olasılık bire yükselir ve sıfır ile bir arasında ileri geri salınır, tıpkı Şekil 8-2'de P_2 olarak işaretlenen eğride olduğu gibi. $|1\rangle$'de bulunma olasılığı elbette 1 olamaz. Şekil 8-2'de P_1 olarak işaretlenen eğride olduğu gibi, molekülün birinci durumda bulunma olasılığı sıfır oluncaya dek ikinci duruma "düşer." Olasılık ikisi arasında ileri geri salınır.

Uzun zaman önce iki benzer sarkaç birbirlerine bağlandığında ne olduğunu görmüştük (*Bkz.* I. Cilt Bölüm 49). Birini yükseltip salınım yapması için serbest bıraktığımızda diğerinin de yavaşça salınmaya başladığını görmüştük.



Şekil 8-2 $t = 0$ anında bir amonyak molekülünün $|1\rangle$ durumunda bulunma olasılığı P_1, t anında $|1\rangle$ durumunu temsil edecektir. $|2\rangle$ durumunda bulunma olasılığıysa P_2'dir.

Çok geçmeden ikinci sarkaç bütün enerjiyi üzerinde toplar. O zaman süreç tersine döner ve birinci sarkaç enerjiyi toplar. Biraz önce bahsettiğimiz durum hemen hemen sarkaç örneğine benzer. Enerjinin ileri geri yerdeğiştirdiği durumdaki sürat iki sarkaç arasındaki bağlanmaya bağlıdır; "salındığı" yöne doğru. Ayrıca iki sarkaçlı durumda temel kipler olarak adlandırdığımız –her birinin belirli bir frekansa sahip olduğu– iki özel hareket olduğunu hatırlayınız. Eğer iki sarkacı birlikte hareket ettirirsek, ikisi de tek bir frekansta salınır. Diğer yandan eğer birini bir yöne diğerini diğer yöne doğru çekip serbest bırakırsak, belirli bir frekansta durağan bir kip ortaya çıkar.

Pekâlâ, burada da benzer bir duruma sahibiz; amonyak molekülü matematiksel olarak bir çift sarkaca benzer. Birlikte veya zıt yönde salındıklarında iki frekansa sahip olurlar: $(E_0 - A)/\hbar$ ve $(E_0 + A)/\hbar$.

Sarkaç benzetmesi benzer denklemlerin benzer çözümlere sahip olması ilkesinden daha derin değildir. (8.39) genliği için doğrusal denklemler, harmonik salınıcıların doğrusal denklemlerine oldukça benzemektedir. (Aslında, bu durum klasik olarak bir çekirdeğin etrafında dolanan elektronun akla uygun bir görüş açısı olmamasına rağmen, kuantum mekaniksel bir atomu bir harmonik salınıcıyla yerdeğiştirdiğimiz kırılma indisinin klasik kuramının arkasında yatan nedendir.) Eğer nitrojeni bir tarafa koyarsınız, iki genliğin *üst üste binmesinden* bir tür vuru elde edersiniz çünkü sistem belirli bir frekansa sahip bir durumda *değildir*. Bununla birlikte amonyak molekülünün enerji düzeylerinin ayrımı, keskin bir kuantum mekanik etkisinin sonucudur.

Amonyak molekülünün enerji düzeyleri arasındaki ayrımın, bir sonraki bölümde anlatacağımız önemli pratik sonuçları vardır. En sonunda kuantum mekaniğini anlayacağınız pratik fiziksel bir örneğe sahibiz!

9

AMONYAK MAZERİ

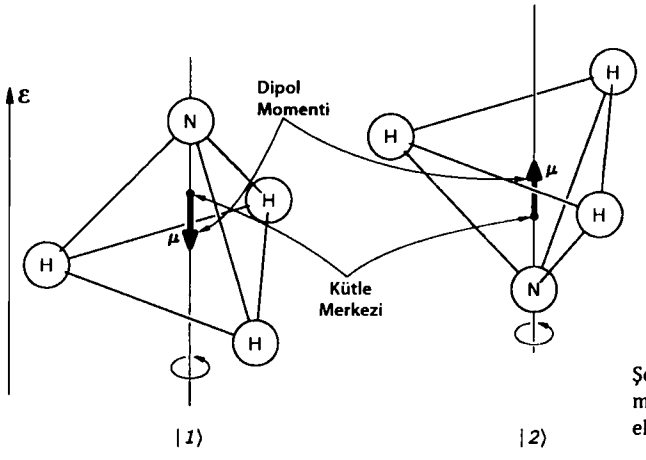
9-1 Bir amonyak molekülünün durumu

9-1 Bir amonyak molekülünün durumu
9-2 Statik bir elektrik alanındaki molekül
9-3 Zamana bağlı alandaki geçişler
9-4 Rezonanstaki geçişler
9-5 Rezonans olmadığı durumda geçişler
9-6 Işığın soğrulması

Bu bölümde kuantum mekaniğinin bir uygulaması olan amonyak mazerini tartışacağız. Özel bir problemi ele alarak neden kuantum mekaniği tartışmamıza devam etmediğimiz konusunda şaşırmış olabilirsiniz fakat bu özel problemin, genel kuantum mekaniği kuramının anlaşılmasında önemli olduğunu ve bu problemi detaylı bir şekilde ele alarak çok şey öğreneceğinizi düşünüyoruz. Amonyak mazeri elektromanyetik dalga üretmek için kullanılan bir alettir ve çalışma ilkesi, kısaca son bölümde tartıştığımız özelliklere dayanmaktadır. Burada bulduklarımızı kısaca özetleyeceğiz.

Amonyak molekülünün birçok durumu vardır fakat iki-durumlu bir sistem olarak ele alacağız ve burada ek olarak molekül özel bir dönme ya da öteleme durumundaysa ne olacağını tartışacağız. İki durumlu fiziksel bir model şu şekilde tasvir edilebilir: Eğer amonyak molekülünün nitrojen atomundan geçen bir eksen boyunca ve hidrojen atomuna dik bir düzlemde döndüğünü varsayarsak, tıpkı Şekil 9-1'de gösterildiği gibi, hâlâ iki olası durumla karşılaşırız; nitrojen, hidrojen atom düzleminin ya bir tarafında ya da öteki tarafında olabilir. Bu durumları $|1\rangle$ ve $|2\rangle$ olarak adlandıracağız. Bu durumları amonyak molekülünün davranışını analiz etmek için taban durumları olarak alacağız.

MAZER = Uyarılmış Işınım Yayınlanmasının mikrodalgayla artırılması



Şekil 9-1 Amonyak molekülü için iki taban durumunun fiziksel bir modeli. Taban durumları μ elektrik dipol momentine sahiptir.

İki taban durumuna sahip bir sistemde, sistemin herhangi bir $|\psi\rangle$ durumu her zaman iki taban durumunun doğrusal bir kombinasyonu gibi tanımlanabilir; yani taban durumunun birinde kesin bir C_1 bulunma genliği ve diğer durumda bir C_2 bulunma genliği vardır. Durum vektörlerini

$$|\psi\rangle = |1\rangle C_1 + |2\rangle C_2 \tag{9.1}$$

şeklinde gösterebiliriz, burada

$$C_1 = \langle 1|\psi\rangle \quad \text{ve} \quad C_2 = \langle 2|\psi\rangle$$

olarak tanımlanır.

Bu genlik (8.43) Hamilton denklemine göre zamanla değişir. Amonyak molekülünün iki durumunun simetri özelliğini kullanarak, $H_{11} = H_{22} = E_0$ ve $H_{12} = H_{21} = -A$ yazabiliriz ve

$$C_1 = \frac{a}{2} e^{-(i/\hbar)(E_0-A)t} + \frac{b}{2} e^{-(i/\hbar)(E_0+A)t} \tag{9.2}$$

$$C_2 = \frac{a}{2} e^{-(i/\hbar)(E_0-A)t} - \frac{b}{2} e^{-(i/\hbar)(E_0+A)t} \tag{9.3}$$

çözümlerini elde ederiz [*Bkz.* Denklem (8.50) ve (8.51)].

Şimdi bu genel çözümlere daha yakından bakalım. Molekülün başlangıçta, b katsayısının sıfır olduğu, $|\psi_{II}\rangle$ durumuna yerleştiğini düşünelim. O zaman $t = 0$ anında genliklerin $|1\rangle$ ve $|2\rangle$ durumlarında olma olasılıkları aynıdır *ve her zaman bu şekilde kalırlar.* Her iki evre de zamanla benzer şekilde değişir; $(E_0–A)/\hbar$ frekansıyla. Benzer şekilde molekülü $a = 0$ olan $|\psi_I\rangle$ durumuna koyarsak, C_2 genliği C_1 genliğinin negatifi haline gelir ve bu ilişki sonsuza dek sürer. Şimdi her iki genlik de zamanla $(E_0 + A)/\hbar$ frekansıyla değişir. Bunlar C_1 ile C_2 arasındaki ilişkinin zamandan bağımsız olduğu iki olası durumdur.

İki genliğin *büyüklükçe değişmediği* ve bazı frekanslarda değişen evrelere sahip olduğu iki özel çözüm elde ettik. Bunlar Bölüm 7-1'de tanımladığımız gibi *durağan durumlardır* ve *belirli enerjilere sahip durumlar olduğu* anlamına gelir. $|\psi_{II}\rangle$ durumu $E_{II} = E_0 - A$ enerjisine ve $|\psi_I\rangle$ durumu $E_I = E_0 + A$ enerjisine sahiptir. Sadece durağan iki durum ortaya çıktığı için, molekülün, aralarındaki enerji farkı $2A$ olan, iki enerji düzeyine sahip olduğunu bulduk. (Elbette bu iki enerji düzeyi, başlangıçtaki varsayımlarımıza göre dönme ve titreşim durumları içindir.)*

Eğer nitrojenin ileri geri hareket etmesine izin vermeseydik, A'nın sıfıra eşit olduğunu ve iki enerji düzeyinin E_0'da üst üste olacağını bulurduk. Gerçek enerji düzeyleri bu değildir; *ortalama* enerjileri E_0'dır fakat aralarındaki ayrım $\pm A$ kadardır ve iki durumun enerjisi arasında $2A$'lık bir fark yaratır. A çok küçük olduğu için enerjideki farklar da çok küçüktür.

Bir atom içindeki *elektronu* uyarmak için, görece yüksek enerjiler gerekir; optik ya da morötesi spektrumdaki fotonlar gerekir. Molekülün *titreşimlerini* uyarmak için kızılaltı spektrumda fotonlar gerekir. Eğer uyarılmış *dönmeler* hakkında konuşuyorsanız, durumlar arasındaki enerji farkları uzak kızılaltı fotonlarla ilişkilidir. Fakat $2A$ enerji farkı bunların herhangi birinden daha düşüktür ve gerçekte kızılaltının da altındadır ve hatta mikrodalga bölgesine dek uzanır. Deneysel olarak bir çift enerji düzeyi arasında 10^{-4} elektron voltluk bir ayrım vardır; 24.000 MegaHertz frekansına karşılık gelir. Bu $2A = \hbar f$ anlamına gelir ve burada f = 24.000 MegaHertz'dir ($1\frac{1}{4}$ santimetrelik bir dalga boyuna karşılık gelir). Buradaki molekülümüz sıradan ışık yayınlamadan mikrodalga yayınlayarak geçiş yapabilir.

Yapacağımız işler için belirli enerjili iki durumu biraz daha iyi tanımlamamız gerekir. C_1 ve C_2 sayılarını toplayarak bir C_{II} genliğini elde etmeye çalıştığımızı düşünelim;

$$C_{II} = C_1 + C_2 = \langle 1|\Phi\rangle + \langle 2|\Phi\rangle \tag{9.4}$$

Bunun anlamı nedir? Bu sadece $|\Phi\rangle$ durumunun, başlangıçtaki taban durumu genliklerinin eşit olduğu, yeni bir $|II\rangle$ durumunda bulunma genliğidir. Yani $C_{II} = \langle II|\Phi\rangle$ yazarak (9.4) denkleminden $|\Phi\rangle$ durumunu soyutlayabiliriz –herhangi bir Φ için doğru olduğundan– ve

$$\langle II| = \langle 1| + \langle 2|$$

ifadesini elde ederiz ve bu ifade

$$|II\rangle = |1\rangle + |2\rangle \tag{9.5}$$

---

* Bu arada Roma rakamları (I ve II) ile Arap rakamlarını (1 ve 2) ayırt etmenin kolay bir yolunu göstermek —okurken ya da biriyle konuşurken— yararlı olabilir. Arap rakamları için "bir" ve "iki" isimlerini ve I ile II için de "eins" ve "zwei" (elbette "unus" ve "duo" daha akla yatkın olsa da!) isimlerini kullanmanın daha uygun olduğunu düşündük.

ile aynı anlamdadır. $|II\rangle$ durumunun $|1\rangle$ durumunda olma genliği

$$\langle 1|II\rangle = \langle 1|1\rangle + \langle 1|2\rangle$$

şeklindedir ve $|1\rangle$, $|2\rangle$ taban durumları olduğu için elbette 1'dir. $|II\rangle$ durumunun $|2\rangle$ durumunda olma genliği de 1'dir ve bu nedenle, iki $|1\rangle$ ve $|2\rangle$ taban durumunda aynı genliklere sahip olan $|II\rangle$ genliği tektir.

Bununla birlikte başımız biraz belaya girmek üzere. $|II\rangle$ durumu, *bazı taban durumlarının ya da diğer durumların* sahip olduğundan çok daha büyük bir toplam olasılığa sahiptir. Bu durum kısaca durum vektörünün "normalize" edilemeyeceği anlamına gelir. Bununla birlikte, herhangi bir durum için $\langle II|II\rangle = 1$ olduğunu hatırlayarak biraz daha dikkatli davranabiliriz. χ ve Φ'nin II durumunda olduğunu varsayıp, genel ilişkiyi kullanarak

$$\langle \chi|\Phi\rangle = \sum_i \langle \chi|i\rangle\ \langle i|\Phi\rangle$$

ve $|1\rangle$ ve $|2\rangle$ taban durumlarını üzerinden toplam alarak

$$\langle II|II\rangle = \langle II|1\rangle\langle 1|II\rangle + \langle II|2\rangle\langle 2|II\rangle$$

ifadesini elde ederiz. Bu ifade, eğer C_{II} tanımını

$$C_{II} = \frac{1}{\sqrt{2}}\ [C_1 + C_2]$$

şeklinde yaparsak 1'e eşit olur. Benzer şekilde

$$C_I = \frac{1}{\sqrt{2}}\ [C_1 - C_2]$$

ya da

$$C_I = \frac{1}{\sqrt{2}}\ [\langle 1|\Phi\rangle - \langle 2|\Phi\rangle] \tag{9.6}$$

genliğini oluşturabiliriz. Bu genlik $|\Phi\rangle$ durumunun, $|1\rangle$ ve $|2\rangle$ durumlarında zıt genliklere sahip olan yeni bir $|I\rangle$ durumuna izdüşümüdür. Yani (9.6) denklemi

$$\langle I| = \frac{1}{\sqrt{2}}\ [\langle 1| - \langle 2|]$$

ya da

$$|I\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\ [|1\rangle - |2\rangle] \tag{9.7}$$

ile aynıdır ve

$$\langle 1|I\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} = -\langle 2|I\rangle$$

anlamına gelir.

Şu ana kadar yaptıklarımızdan elde edeceğimiz sonuç, $|I\rangle$ ve $|II\rangle$ durumlarının *yeni bir taban durumu kümesi olarak ele alınabileceğidir* ve amonyak molekülünün taban durumlarını tanımlamak için özellikle uygundur. Bir taban durumu kümesi için ihtiyacın

$$\langle i|j\rangle = \delta_{ij}$$

olduğunu hatırlayınız. Diğer bir deyişle

$$\langle I|I\rangle = \langle II|II\rangle = 1$$

olduğunu biliyoruz. (9.5) ve (9.7) denkleminden kolayca

$$\langle I|II\rangle = \langle II|I\rangle = 0$$

olduğunu gösterebiliriz.

Herhangi bir Φ durumu için yeni $|I\rangle$ ve $|II\rangle$ taban durumlarının $C_I = \langle I|\Phi\rangle$ ve $C_{II} = \langle II|\Phi\rangle$ genlikleri, (8.39) denklemiyle birlikte Hamilton denklemini sağlama-

lıdır. Gerçekte eğer (9.2) ve (9.3) denklemlerinin farkını alıp t'ye göre türev alırsak

$$i\hbar \frac{dC_I}{dt} = (E_0 + A)C_I = E_I C_I \tag{9.8}$$

ifadesini elde ederiz. Ayrıca (9.2) ve (9.3) denklemlerini toplayıp t'ye göre türev alırsak

$$i\hbar \frac{dC_{II}}{dt} = (E_0 - A)C_{II} = E_{II} C_{II} \tag{9.9}$$

buluruz. $|I\rangle$ ve $|II\rangle$ taban durumlarını kullanarak Hamilton işlemcisi matrisini

$$H_{I,I} = E_I, \qquad H_{I,II} = 0$$
$$H_{II,I} = 0 \qquad H_{II,II} = E_{II}$$

şeklinde ifade edebiliriz. (9.8) ve (9.9) denklemlerinin her biri, bir-durumlu sistemin denklemleri için Bölüm 8-6'da elde ettiklerimize benzemektedir. Tek bir enerjiye karşılık gelen üstel bir zaman bağımlılığına sahiptirler. Zaman geçtikçe her bir durumdaki genlik serbest bir şekilde davranmaktadır.

Yukarıda bulduğumuz $|\psi_I\rangle$ ve $|\psi_{II}\rangle$ durağan durumu elbette (9.8) ve (9.9) denklemlerinin çözümüdür. $|\psi_I\rangle$ durumu ($C_1 = -C_2$)

$$C_I = e^{-(i/\hbar)(E_0+A)t}, \qquad C_{II} = 0 \tag{9.10}$$

olarak tanımlanır. Bununla birlikte $|\psi_{II}\rangle$ durumu da ($C_1 = C_2$)

$$C_{II} = 0, \qquad C_{II} = e^{-(i/\hbar)(E_0-A)t} \tag{9.11}$$

biçimindedir. (9.10) denklemindeki genliklerin

$$C_I = \langle I|\psi_I\rangle \quad \text{ve} \quad C_{II} = \langle II|\psi_I\rangle$$

biçiminde olduklarını bildiğimiz için (9.10) denklemi

$$|\psi_I\rangle = |I\rangle\, e^{-(i/\hbar)(E_0+A)t}$$

ifadesiyle aynı anlama gelmektedir. Yani $|\psi_I\rangle$ durağan vektör durumu, durum enerjisine karşılık gelen üstel faktör hariç, $|I\rangle$ taban vektör durumuyla aynıdır. $t = 0$ anında

$$|\psi_I\rangle = |I\rangle$$

$|I\rangle$ durum vektörü, $E_0 + A$ enerjisinin durağan durumuyla aynı fiziksel görünüme sahiptir. Benzer şekilde ikinci durağan durum

$$|\psi_{II}\rangle = |II\rangle\, e^{-(i/\hbar)(E_0-A)t}$$

şeklinde gösterilebilir. $|II\rangle$ durumu, $t = 0$ anında $E_0 - A$ enerjisinin durağan durumu gibidir. Bu nedenle yeni $|I\rangle$ ve $|II\rangle$ durumumuz, zamandan bağımsız taban durumları gibi davranabilmeleri için aynı zaman faktörüne sahip belirli enerjili durumları kapsar. (Daha sonra, sadece belirli zaman faktörleriyle birbirlerinden ayrıştıkları için, $|\psi_I\rangle$, $|\psi_{II}\rangle$ durağan durumları ve $|I\rangle$, $|II\rangle$ taban durumlarının birbirlerinden her zaman bu şekilde ayırt edilemeyeceklerini göreceğiz.)

Kısacası $|I\rangle$, $|II\rangle$ vektörleri, amonyak molekülünün belirli enerjili durumlarını tanımlamak için uygun bir çift taban vektördür. Başlangıçtaki taban vektörlerle

$$|I\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\,[|1\rangle - |2\rangle] \qquad |II\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\,[|1\rangle + |2\rangle] \tag{9.12}$$

şeklinde ilişkilidir. $|I\rangle$ ve $|II\rangle$ durumlarında olma genlikleri C_1 ve C_2 ile

$$C_I = \frac{1}{\sqrt{2}}\,[C_1 - C_2] \qquad C_{II} = \frac{1}{\sqrt{2}}\,[C_1 + C_2] \tag{9.13}$$

biçiminde bağlıdır. Artık herhangi bir durum $|1\rangle$ ve $|2\rangle$'nin doğrusal kombinasyonlarıyla –C_1 ve C_2 katsayıları– ya da belirli $|I\rangle$ ve $|II\rangle$ durum enerjilerinin doğrusal kombinasyonuyla –C_I ve C_{II} katsayıları– ifade edilebilir:

$$|\Phi\rangle = |1\rangle C_1 + |2\rangle C_2$$

ya da

$$|\Phi\rangle = |I\rangle C_I + |II\rangle C_{II}$$

İkinci biçim, $|\Phi\rangle$ durumunun $E_I = E_0 + A$ ya da $E_{II} = E_0 - A$ enerjisinde bulunma genliğini vermektedir.

9-2 Statik bir elektrik alanındaki molekül

Eğer amonyak molekülü belirli enerjilere sahip her iki durumu da kapsıyorsa ve $\hbar\omega = E_I - E_{II} = 2A$ gibi bir ω frekanksıyla uyarılırsa, sistem bir durumdan diğerine geçiş yapabilir. Ya da daha üst bir durumdaysa, bir foton yayınlayarak daha aşağı bir duruma geçiş yapabilir. Fakat bunun gibi geçişlerin tetiklenmesi için sistemi belirli yollarla uyaran fiziksel bağlantılara ihtiyaç duyulur. Manyetik ya da elektrik alan gibi durumlara etki eden bazı dış kaynaklar gereklidir. Bu özel örnekte durumlar elektrik alana duyarlıdır. Bu nedenle bir sonraki problem olarak dış bir elektrik alandaki amonyak molekülünün davranışını ele alacağız.

Bir elektrik alandaki davranışı tartışmak için, $|I\rangle$ ve $|II\rangle$ taban durumlarını kullanmak yerine, başlangıçtaki $|1\rangle$ ve $|2\rangle$ durumlarına geri döneceğiz. Hidrojen atomlarının düzlemine dik yönde bir elektrik alan olduğunu düşünelim. Şimdilik ileri geri hareket etme olasılığını bir kenara bırakırsak, bu molekülün enerjisi nitrojen atomunun iki konumu için aynı olabilir mi? Genel olarak hayır. Elektronlar hidrojen çekirdeğinden ziyade nitrojene yakınlaşma eğilimindedir, çünkü hidrojenler pozitif yüklüdür. Gerçek yük miktarı, detaylı elektron dağılımına bağlıdır. Bu dağılımın tam olarak ne olduğunu açıklamaya çalışmak oldukça karmaşık bir problemdir fakat herhangi bir durumdaki net sonuç, Şekil 9-1'de gösterildiği gibi amonyak molekülünün bir elektrik dipol momentine sahip olmasıdır. Analizimize yük yerdeğiştirme miktarını ya da yük yönünü detaylı bir şekilde bilmeden devam edeceğiz. Fakat diğerlerinin gösterimiyle uyumlu olması için, elektrik dipol momentini $\boldsymbol{\mu}$ olarak göstereceğiz ve hidrojen atomlarının düzlemine dik ve nitrojen atomunu işaret eden bir yöne sahip olacaktır.

Şimdi nitrojen bir taraftan diğer tarafa hareket ettiğinde, kütle merkezi hareket etmez fakat elektrik dipol momenti ters çevrilir. Bunun sonucu olarak bir $\mathcal{E}$ elektrik alanındaki enerji moleküler yönelime bağlıdır.* Yukarıda yaptığımız varsayımlarla birlikte, eğer nitrojen atomları alan yönüne doğru yönelmişse potansiyel enerji daha büyük olacaktır ve alana zıt yönde olursa daha küçük olacaktır. Enerji farkı $2\mu\mathcal{E}$'dir.

Bu noktaya kadar olan tartışmamızda E_0 ve A'nın değerlerini nasıl hesaplayacağımızı bilmediğimizi varsaydık. Gerçek fiziksel bir kurama göre, bu sabitleri bütün çekirdek ve elektronların konumu ve hareketi cinsinden hesaplamak mümkün olmalıdır. Fakat hiç kimse bunu yapamadı. On elektron ve dört çekirdek içeren bunun gibi bir sistem çok karmaşık bir problemdir. Doğruyu söylemek gerekirse hiç kimse bu molekül için bizim şu ana kadar yaptığımızdan daha çok şey bilmemektedir. Bir elektrik alanının varlığında iki durum enerjisinin farklı olacağını herkes söyleyebilir ve bu fark elektrik alanla orantılı olacaktır. Orantı sabitini 2μ olarak adlandıracağız fakat değeri deneysel olarak tanımlanmalıdır. Ayrıca molekülün ters çevrilme genliğinin A olduğunu düşünüyoruz fakat bu değer de deneysel olarak hesaplanmalıdır. Hiç kimse şu ana dek μ ve A'nın doğru kuramsal değerlerini verememiştir çünkü hesaplamalar oldukça karmaşıktır.

---

* Yeni bir gösterimi işin içine kattığımız için üzgünüz. Momentum ve enerji için $\boldsymbol{p}$ ve E kullanmamız nedeniyle elektrik alanı ve dipol momenti için tekrar aynı gösterimleri kullanamazdık. Bu bölümde μ, elektik dipol momentini göstermektedir.

Bir elektrik alanındaki amonyak molekülü için tanımımız değiştirilmelidir. Eğer molekülün bir konfigürasyondan diğerine çevrilme genliğini ihmal edersek, $|1\rangle$ ve $|2\rangle$ durumlarının enerjilerinin $(E_0 \pm \mu\mathcal{E})$ olmasını bekleriz. Son bölümde izlediğimiz yolu takip ederek

$$H_{11} = E_0 + \mu\mathcal{E} \qquad H_{22} = E_0 - \mu\mathcal{E} \tag{9.14}$$

alıyoruz. Ayrıca ilgilendiğimiz elektrik alanının molekülün geometrisini etkilemediğini ve bu nedenle nitrojenin bir konumdan diğerine atlama genliğini etkilemeyeceğini varsayacağız. H_{12} ve H_{21}'in değişmediğini düşünerek

$$H_{12} = H_{21} = -A \tag{9.15}$$

yazabiliriz. Şimdi Hamilton denklemi (8.49)'u, H_{ij}'nin yeni değerleriyle birlikte çözmeliyiz. Denklemleri daha önce yaptığımız gibi çözebiliriz fakat iki durumlu sistemlerin çözümlerini bulmak için birkaç sebebimiz olması nedeniyle denklemleri H_{ij}'nin bütün genel durumları için bir kez daha çözelim; zamanla değişmediklerini varsayarak.

Bir çift Hamilton denkleminin genel çözümlerini arıyoruz:

$$i\hbar \frac{dC_1}{dt} = H_{11}C_1 + H_{12}C_2 \tag{9.16}$$

$$i\hbar \frac{dC_2}{dt} = H_{21}C_1 + H_{22}C_2 \tag{9.17}$$

Bunlar sabit katsayılı doğrusal diferansiyel denklemler olduğu için her zaman t değişkenine bağlı üstel bir fonksiyon çözümü bulabiliriz. İlk önce C_1 ve C_2'nin aynı zaman bağımlılığına sahip oldukları bir çözümü araştıralım; gelişigüzel fonksiyonlar

$$C_1 = a_1 e^{-i\omega t} \qquad C_2 = a_2 e^{-i\omega t}$$

kullanabiliriz. Bunun gibi bir çözüm $E = \hbar\omega$ enerjili bir durumla ilişkili olduğu için, E'nin henüz bilinmediği ve (9.16) ile (9.17) diferansiyel denklemlerini sağlaması için tanımlanması gereken bir biçimde, yani

$$C_1 = a_1 e^{-(i/\hbar)Et} \tag{9.18}$$

$$C_2 = a_2 e^{-(i/\hbar)Et} \tag{9.19}$$

şeklinde yazabiliriz.

(9.18) ile (9.19) denklemindeki C_1 ve C_2 ifadelerini (9.16) ve (9.17) diferansiyel denklemlerinde yerine yazarsak türevler sadece $-iE/\hbar$ kere C_1 ya da C_2 verir böylece sol taraf sadece EC_1 ve EC_2 ifadelerini içerir. Ortak üstel faktörleri elimine edersek

$$Ea_1 = H_{11}a_1 + H_{12}a_2 \qquad Ea_2 = H_{21}a_1 + H_{22}a_2$$

buluruz ya da yeniden düzenlersek

$$(E - H_{11})a_1 - H_{12}a_2 = 0 \tag{9.20}$$

$$-H_{21}a_1 + (E - H_{22})a_2 = 0 \tag{9.21}$$

ifadelerini elde ederiz. Buna benzer homojen cebirsel denklemlerin a_1 ve a_2 için sıfırdan farklı çözümleri olabilir, fakat sadece a_1 ve a_2'nin katsayılarının determinantı sıfırsa:

$$\text{Det}\begin{pmatrix} E - H_{11} & -H_{12} \\ -H_{21} & E - H_{22} \end{pmatrix} = 0 \tag{9.22}$$

Bununla birlikte iki bilinmeyen ve iki denklem varsa bunun gibi bir karmaşık fikre ihtiyaç duymayız. (9.20) ve (9.21) denklemlerinin her biri a_1 ve a_2 katsayıları için bir oran verir ve bu oranlar eşit olmalıdır. (9.20) denkleminden

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{H_{12}}{E - H_{11}} \tag{9.23}$$

ve (9.21) denkleminden

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{E - H_{22}}{H_{21}} \tag{9.24}$$

elde edebiliriz. Bu iki oranı birbirine eşitlersek E'nin,

$$(E - H_{11})(E - H_{22}) - H_{12}H_{21} = 0$$

denklemini sağlaması gerektiğini buluruz. Bu, (9.22) denkleminin çözümünden elde edeceğimiz sonuçla aynıdır. Her iki yolla da iki çözümü olan ve E için ikinci dereceden bir denklem elde ederiz:

$$E = \frac{H_{11} + H_{22}}{2} \pm \sqrt{\frac{(H_{11} - H_{22})^2}{4} + H_{12}H_{21}} \tag{9.25}$$

E için iki olası değer vardır. Her iki enerji çözümü de *gerçel sayılar* vermektedir çünkü H_{11} ve H_{22} gerçeldir ve $H_{12}H_{21}$, $H_{12}H_{12}^* = |H_{12}|^2$ ifadesine eşittir ve her ikisi de pozitif ve gerçeldir.

Daha önce ele aldığımız benzer gösterimi kullanarak üst enerji düzeyini E_I ve alt enerji düzeyini de E_{II} olarak adlandıracağız. Böylece

$$E_I = \frac{H_{11} + H_{22}}{2} + \sqrt{\frac{(H_{11} - H_{22})^2}{4} + H_{12}H_{21}} \tag{9.26}$$

$$E_{II} = \frac{H_{11} + H_{22}}{2} - \sqrt{\frac{(H_{11} - H_{22})^2}{4} + H_{12}H_{21}} \tag{9.27}$$

ifadelerini elde ederiz. Bu iki enerjinin her birini ayrı ayrı (9.18) ve (9.19) denklemlerinde kullanırsak, iki durağan durum genliğini elde ederiz (belirli enerjili durumların genlikleri). Eğer dış bir kuvvet yoksa başlangıçta bu durumlardan birinde olan bir sistem sonsuza dek bu şekilde kalacaktır; sadece evreler değişir.

Sonuçlarımızı iki özel durum için kontrol edebiliriz. Eğer $H_{12} = H_{21} = 0$ ise $E_I = H_{11}$ ve $E_{II} = H_{22}$ elde ederiz. Bu kesinlikle doğrudur çünkü (9.16) ve (9.17) denklemleri birbirlerinden ayrıdır ve her biri H_{11} ve H_{22} enerjisine sahip bir durumu gösterir. Daha sonra eğer $H_{11} = H_{22} = E_0$ ve $H_{12} = H_{21} = -A$ alırsak, daha önce bulduğumuz çözümleri elde ederiz:

$$E_I = E_0 + A \quad \text{ve} \quad E_{II} = E_0 - A$$

Genel durum için iki E_I ve E_{II} çözümü iki duruma karşılık gelir; ve bu durumları yeniden aşağıdaki gibi tanımlayabiliriz:

$$|\psi_I\rangle = |I\rangle\, e^{-(i/\hbar)E_I t} \quad \text{ve} \quad |\psi_{II}\rangle = |II\rangle\, e^{-(i/\hbar)E_{II} t}$$

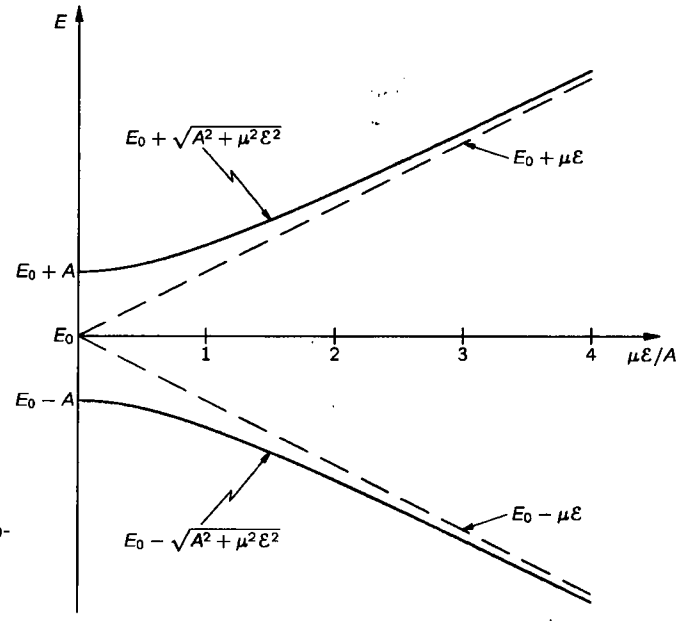
Bu durumlar (9.18) ve (9.19) denklemlerinde verildiği gibi C_1 ve C_2'ye sahiptir ve a_1 ve a_2'nin hâlâ tanımlanması gerekir. Bu oran ya (9.23) denklemiyle ya da (9.24) denklemiyle verilebilir. Ayrıca bir şartı daha sağlamalıdır. Eğer sistemin durağan durumların birinde olduğunu biliyorsak, $|1\rangle$ ve $|2\rangle$ durumlarında bulunma olasılıkları eşit olmalıdır. Yani

$$|C_1|^2 + |C_2|^2 = 1 \tag{9.28}$$

ya da

$$|a_1|^2 + |a_2|^2 = 1 \tag{9.29}$$

Bu koşullar tek bir a_1 ve a_2 tanımlamaz; hâlâ gelişigüzel bir evre faktörü sayesinde tanımlanmamıştır; diğer bir deyişle $e^{i\delta}$ gibi bir faktörle. a için genel çö-



Şekil 9-2 Bir elektrik alandaki amonyak molekülünün enerji düzeyleri.

zümü yazabiliyor olmamıza rağmen, genellikle her bir özel durum için hesap yapmak uygundur.*

Şimdi bir elektrik alandaki amonyak molekülü örneğine geri dönelim. (9.14) ile (9.15) denklemlerinde verilen H_{11}, H_{22} ve H_{12} değerlerine kullanarak iki durağan durum enerjisini elde ederiz:

$$E_I = E_0 + \sqrt{A^2 + \mu^2\mathcal{E}^2} \qquad E_{II} = E_0 - \sqrt{A^2 + \mu^2\mathcal{E}^2} \tag{9.30}$$

Bu iki enerji, Şekil 9-2'de $\mathcal{E}$ elektrik alan şiddetinin bir fonksiyonu olarak çizilmiştir. Elektrik alan sıfır olduğunda iki enerji sadece $E_0 \pm A$ değerini alır. Bir elektrik alan uygulandığında, iki düzey arasındaki ayrım artar. Ayrım, ilk önce $\mathcal{E}$ değeriyle yavaşça artar fakat nihai olarak $\mathcal{E}$'la orantılıdır. (Eğri bir hiperboldür.) Olağanüstü yeğin alanlar için enerjiler sadece aşağıdaki gibidir:

$$E_I = E_0 + \mu\mathcal{E} = H_{11}, \qquad E_{II} = E_0 - \mu\mathcal{E} = H_{22} \tag{9.31}$$

Nitrojen iki konumu birbirlerinden çok farklı enerjilere sahipse nitrojenin ileri geri hareketleri genliğe çok az etki eder. Bu ilginç noktaya daha sonra tekrar değineceğiz.

Sonunda amonyak mazerinin çalışma sürecini anlamaya hazırız. Fikir şudur: İlk olarak $|I\rangle$ durumunda bulunan amonyak moleküllerinden $|II\rangle$ durumunda bulunanları ayırmanın bir yolunu buluruz.† Daha sonra $|I\rangle$ üst enerji durumunda bulunan moleküller rezonans frekansı 24.000 MegaHertz olan bir kovuktan geçirilir. Moleküller kovuğa enerji aktarabilir –daha sonra bunun nasıl olacağını tartışacağız– ve kovuk $|II\rangle$ düzeneğini terk edebilir. Her molekül $E=E_I-E_{II}$ kadarlık bir enerjiyi kovuğa aktararak bunun gibi bir geçiş yapabilir. Moleküllerden aktarılan enerji kovukta bir elektrik enerjisi olarak ortaya çıkar.

İki moleküler düzey birbirinden nasıl ayrılabilir? Bir yöntemi şudur. Amonyak gazı küçük bir aralıktan salıverilir ve ince bir demet elde etmek için bir çift aralıktan geçirilir, Şekil 9-3'te gösterildiği gibi. Demet daha sonra enine bir elektrik alanı barındıran bir bölgeye gönderilir. Alanı üreten elektrotlara, de-

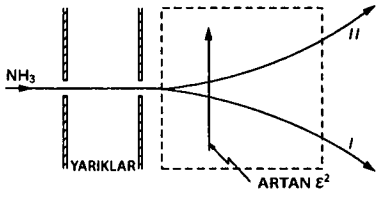
---

* Örneğin kolayca türetebileceğiniz aşağıdaki ifadeler kabul edilebilen çözümlerdir:

$$a_1 = \frac{H_{12}}{[(E-H_{11})^2 + H_{12}H_{21}]^{1/2}} \qquad a_2 = \frac{E-H_{11}}{[(E-H_{11})^2 + H_{12}H_{21}]^{1/2}}$$

† Bu andan sonra $|\psi_I\rangle$ ve $|\psi_{II}\rangle$ yerine $|I\rangle$ ve $|II\rangle$ diyeceğiz. Gerçel $|\psi_I\rangle$ ve $|\psi_{II}\rangle$ durumlarının, uygun bir üstel faktörle çarpılmış taban durumu enerjileri olduğunu hatırlamalısınız.

met boyunca elektrik alanın hızlıca değişmesine yardım edecek biçimde şekil verilir. O zaman elektrik alanın karesi $\mathcal{E}\cdot\mathcal{E}$, demete dik büyük bir gradyana sahip olur. Şimdi $|I\rangle$ durumundaki molekül $\mathcal{E}^2$ değeriyle artan bir enerjiye sahip olur ve demetin bu kısmı $\mathcal{E}^2$'nin daha düşük bölgelerine saptırılır. $|II\rangle$ durumundaki bir molekül diğer yandan $\mathcal{E}^2$'nin daha büyük bölgelerine saptırılır çünkü enerji $\mathcal{E}^2$ arttıkça azalır.



Şekil 9-3 Amonyak demeti, $\mathcal{E}^2$'nin demete dik bir gradyana sahip olduğu bir elektrik alan tarafından ayrılabilir.

Bu arada, laboratuarda üretilen elektrik alanının yardımıyla, $\mu\mathcal{E}$ enerjisi her zaman A'dan küçük olur. (9.30) denkleminin karekökü yaklaşık olarak

$$A\left(1+\frac{1}{2}\frac{\mu^2\mathcal{E}^2}{A^2}\right) \tag{9.32}$$

şeklinde yazılabilir. Bu nedenle enerji düzeyleri pratik amaçlar nedeniyle

$$E_I = E_0 + A + \frac{\mu^2\mathcal{E}^2}{2A} \tag{9.33}$$

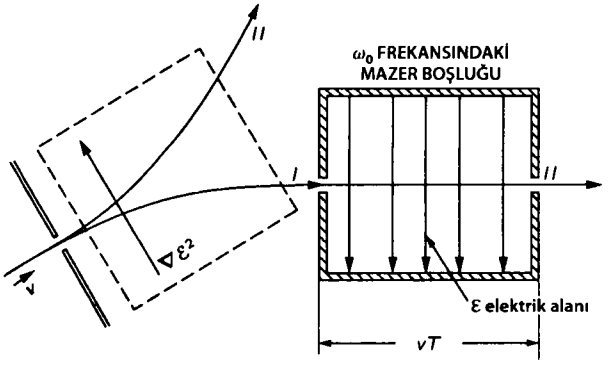
ve

$$E_{II} = E_0 - A - \frac{\mu^2\mathcal{E}^2}{2A} \tag{9.34}$$

şeklinde ifade edebiliriz. Enerjiler yaklaşık olarak $\mathcal{E}^2$ değeriyle değişmektedir. Moleküle etki eden kuvvet bu nedenle

$$\boldsymbol{F} = \frac{\mu^2}{2A}\nabla\mathcal{E}^2 \tag{9.35}$$

şeklinde yazılır. Çoğu molekül bir elektrik alanda $\mathcal{E}^2$ değeriyle orantılı bir enerjiye sahiptir. Katsayı molekülün kutuplanabilirliğidir. Amonyak alışılmadık kutuplanabilirliğe sahiptir çünkü paydadaki A'nın değeri çok küçüktür. Bu nedenle amonyak molekülleri elektrik alana oldukça duyarlıdır. (Peki NH_3 gazının dielektrik katsayısının ne olmasını beklerdiniz?)



Şekil 9-4 Amonyak mazerinin şematik diyagramı.

9-3 Zamana bağlı alandaki geçişler

Şekil 9-4'te gösterildiği gibi amonyak mazerinde, E_I enerjili $|I\rangle$ durumundaki molekül demeti bir rezonans kovuğuna gönderilir. Diğer demet dikkate alınmaz. Kovuğun içinde zamanla değişen bir elektrik alan vardır bu nedenle bir diğer problem olarak zamanla değişen bir elektrik alandaki molekülün davranışını tartışacağız. Tamamen farklı bir problemle ilgileniyoruz; zamanla değişen bir Hamilton işlemcisi. H_{ij} $\mathcal{E}$'ye bağlı olduğu için, H_{ij} zamanla değişir ve bu koşullar altındaki sistemin davranışını tanımlamamız gerekir.

Başlarken çözülmesi gereken denklemleri yazalım:

$$i\hbar\frac{dC_1}{dt} = (E_0+\mu\mathcal{E})C_1 - AC_2$$

$$i\hbar\frac{dC_2}{dt} = -AC_1 + (E_0-\mu\mathcal{E})C_2 \tag{9.36}$$

Kesin olması için elektrik alanın sinüs dalgası şeklinde değiştiğini varsayalım; o zaman

$$\mathcal{E} = 2\mathcal{E}_0 \cos \omega t = \mathcal{E}_0(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) \tag{9.37}$$

yazabiliriz. Gerçek süreçlerde ω frekansı moleküler geçişin $\omega_0 = 2A/\hbar$ rezonans frekansına eşit olacaktır, fakat şimdilik genelliliği kaybetmemek için herhangi bir değeri vereceğiz. Denklemlerimizi çözmenin en iyi yolu daha önce yaptığımız gibi C_1 ve C_2'nin doğrusal kombinasyonlarını kullanmaktır. Bu nedenle iki denklemi toplayıp karekök 2'ye bölersek ve (9.13) denkleminde elde ettiğimiz C_I ve C_{II} tanımlarını kullanırsak

$$i\hbar \frac{dC_{II}}{dt} = (E_0 - A)C_{II} + \mu\mathcal{E}C_I \tag{9.38}$$

ifadesini elde ederiz. Bu denklem, elektrik alandan kaynaklanan ek bir terimle birlikte (9.9) denklemine benzemektedir. Benzer şekilde (9.36)'daki iki denklemi birbirlerinden çıkarırsak

$$i\hbar \frac{dC_I}{dt} = (E_0 + A)C_I + \mu\mathcal{E}C_{II} \tag{9.39}$$

eşitliğini elde ederiz.

Şimdi soru şudur, bu denklemleri nasıl çözeriz? Bu denklemleri bir önceki denklemlere göre çözmek daha zordur, çünkü $\mathcal{E}$ zamana bağımlıdır ve genel bir $\mathcal{E}(t)$ çözümü temel fonksiyonlar cinsinden tanımlanamaz. Bununla birlikte iyi bir yaklaşımla elektrik alanın küçük olduğunu düşünebiliriz. İlk olarak

$$\begin{aligned} C_I &= \gamma_I e^{-i(E_0+A)t/\hbar} = \gamma_I e^{-i(E_I)t/\hbar} \\ C_{II} &= \gamma_{II} e^{-i(E_0-A)t/\hbar} = \gamma_{II} e^{-i(E_{II})t/\hbar} \end{aligned} \tag{9.40}$$

yazacağız. Eğer elektrik alan olmasaydı, sonuç iki karmaşık sayı olan γ_I ve γ_{II} olurdu. Aslında $|I\rangle$ durumunda olma olasılığı C_I'ın mutlak değerinin karesidir ve $|II\rangle$ durumunda olma olasılığı da C_{II}'ın mutlak değerinin karesidir. Bunların yanında $|I\rangle$ ya da $|II\rangle$ durumunda olma olasılığı $|\gamma_I|^2$ ya da $|\gamma_{II}|^2$'dir. Örneğin eğer sistem başlangıçta, γ_I'ın sıfır olduğu ve $|\gamma_{II}|^2$'ın bir olduğu $|II\rangle$ durumunda olsaydı, bu koşul sonsuza dek böyle kalırdı. Eğer molekül başlangıçta $|II\rangle$ durumundaysa $|I\rangle$ durumuna geçmesi için hiçbir şansı yoktur.

Denklemlerimizi (9.40) şeklinde yazma fikri eğer $\mu\mathcal{E}$, A'yla karşılaştırıldığında çok küçükse doğrudur ve çözümler hâlâ bu şekilde yazılabilir fakat γ_I ve γ_{II} zamanla yavaşça değişmeye başlar; "yavaşça değişmek", üstel fonksiyonla karşılaştırıldığında yavaşça değişim demektir. Bu bir hiledir. Yaklaşık bir çözüm elde etmek için γ_I ve γ_{II}'ın zamanla yavaşça değişme gerçeğini kullanacağız.

(9.40) denklemindeki C_I biçimini (9.39) diferansiyel denkleminde yerine yazmak istiyoruz fakat γ_I'ın t'nin bir fonksiyonu olduğunu hatırlamamız gerekir, böylece

$$i\hbar \frac{dC_I}{dt} = E_I \gamma_I e^{-iE_I t/\hbar} + i\hbar \frac{d\gamma_I}{dt} e^{-iE_I t/\hbar}$$

ifadesini elde ederiz. Diferansiyel denklemse

$$\left(E_I \gamma_I + i\hbar \frac{d\gamma_I}{dt}\right) e^{-(i/\hbar)E_I t} = E_I \gamma_I e^{-(i/\hbar)E_I t} + \mu\mathcal{E}\gamma_{II} e^{-(i/\hbar)E_{II} t} \tag{9.41}$$

olur. Benzer şekilde dC_{II}/dt denklemi

$$\left(E_{II} \gamma_{II} + i\hbar \frac{d\gamma_{II}}{dt}\right) e^{-(i/\hbar)E_{II} t} = E_{II} \gamma_{II} e^{-(i/\hbar)E_{II} t} + \mu\mathcal{E}\gamma_I e^{-(i/\hbar)E_I t} \tag{9.42}$$

hâline gelir.

Her iki denklemin iki tarafında aynı terimlere sahip olduğumuzu belirtelim. Bu terimleri yok edebiliriz ve ilk denklemi $e^{+iE_I t/\hbar}$ değeriyle, ikinci denklemi de

$e^{+iE_{II}t/\hbar}$ değeriyle çarpalım. $(E_I - E_{II}) = 2A = \hbar\omega_0$ olduğunu hatırlayarak

$$i\hbar \frac{d\gamma_I}{dt} = \mu\mathcal{E}(t)e^{i\omega_0 t}\gamma_{II}$$
$$i\hbar \frac{d\gamma_{II}}{dt} = \mu\mathcal{E}(t)e^{-i\omega_0 t}\gamma_I \tag{9.43}$$

yazabiliriz.

Şimdi bir çift basit ve elbette kesin denklemimiz var. Bir değişkenin türevi ikinci değişkenle çarpılmış zamanın bir fonksiyonudur $\mu\mathcal{E}(t)e^{i\omega_0 t}$; ikinci değişkenin türevi de birinci değişkenle çarpılmış benzer bir zaman fonksiyonudur. Bu denklemler basit olmalarına rağmen genel bir çözümleri yoktur ve bu nedenle bazı özel durumlar için çözeceğiz.

En azından şimdilik sadece salınan bir elektrik alan durumunu inceleyeceğiz. (9.37) denkleminde verilene benzer $\mathcal{E}(t)$ alarak γ_I ve γ_{II} için aşağıdaki denklemleri elde ederiz:

$$i\hbar \frac{d\gamma_I}{dt} = \mu\mathcal{E}_0\left[e^{i(\omega+\omega_0)t} + e^{-i(\omega-\omega_0)t}\right]\gamma_{II}$$
$$i\hbar \frac{d\gamma_{II}}{dt} = \mu\mathcal{E}_0\left[e^{i(\omega-\omega_0)t} + e^{-i(\omega+\omega_0)t}\right]\gamma_I \tag{9.44}$$

Eğer $\mathcal{E}_0$ yeterince küçükse γ_I ve γ_{II}'ın değişim hızı da küçüktür. İki γ ifadesi t'yle çok fazla değişmez, özellikle hızlıca değişen üstel terimle karşılaştırılınca. Bu üstel terimler gerçeldir ve sanal kısımlar $\omega + \omega_0$ ya da $\omega - \omega_0$ frekansında salınır. $\omega + \omega_0$ içeren terimler ortalama sıfır değeri etrafında hızlıca salınır bu nedenle γ'nın ortalama değişim hızına çok fazla katkı yapmazlar. Böylelikle bu terimleri, sıfır olan ortalama değerleriyle yerdeğiştirerek mantıklı bir yaklaşım elde edebiliriz. Sonuçta bu tür terimleri ihmal ederek aşağıdaki denklemleri elde ederiz:

$$i\hbar \frac{d\gamma_I}{dt} = \mu\mathcal{E}_0 e^{-i(\omega-\omega_0)t}\gamma_{II}$$
$$i\hbar \frac{d\gamma_{II}}{dt} = \mu\mathcal{E}_0 e^{i(\omega-\omega_0)t}\gamma_I \tag{9.45}$$

Arta kalan terimler bile, $(\omega - \omega_0)$ değeriyle orantılı olan üsteller, ω değeri ω_0'a yakın olmadığı sürece çok hızlı değişir. Sonunda ω değeri ω_0'a yakınlaşınca denklemin sağ tarafı yavaşça değişmeye başlar ve t'ye göre integral alındığında yeterince birikim sağlanır. Diğer bir deyişle zayıf bir elektrik alanın varlığında sadece ω_0 civarındaki frekanslar önemlidir.

(9.45) denklemlerini elde ettiğimiz yaklaşımları kullanarak denklemlerin kesin çözümlerini elde edebiliriz fakat bu işlem biraz karmaşıktır ve bu nedenle benzer bir problemi ele almadan önce bu işe girişmeyeceğiz. Şu an sadece yaklaşık çözümler elde edeceğiz; ya da mükemmel bir rezonans durumu için $\omega = \omega_0$ kesin bir çözüm bulacağız ve rezonas civarındaki frekanslar için yaklaşık çözümler elde edeceğiz.

9-4 Rezonanstaki geçişler

İlk olarak mükemmel rezonans durumunu ele alalım. Eğer $\omega = \omega_0$ alırsak (9.45) denklemlerindeki her iki üstel de 1'e eşit olur ve

$$\frac{d\gamma_I}{dt} = -\frac{i\mu\mathcal{E}_0}{\hbar}\gamma_{II} \qquad \frac{d\gamma_{II}}{dt} = -\frac{i\mu\mathcal{E}_0}{\hbar}\gamma_I \tag{9.46}$$

eşitliklerini elde ederiz. Eğer ilk olarak γ_I daha sonra γ_{II} terimini yok edersek her biri basit harmonik hareket diferansiyel denklemini sağlar:

$$\frac{d^2\gamma}{dt^2} = -\left(\frac{\mu\mathcal{E}_0}{\hbar}\right)^2\gamma \tag{9.47}$$

Bu denklemlerin genel çözümü sinüs ve kosinüs fonksiyonları cinsinden ifade edilebilir.

Kolayca doğrulayabileceğiniz gibi, a ve b, herhangi bir özel fiziksel duruma göre belirlenebilen iki sabit olmak üzere aşağıdaki denklemler bir çözümdür:

$$\gamma_I = a\cos\left(\frac{\mu\mathcal{E}_0}{\hbar}\right)t + b\sin\left(\frac{\mu\mathcal{E}_0}{\hbar}\right)t$$
$$\gamma_{II} = ib\cos\left(\frac{\mu\mathcal{E}_0}{\hbar}\right)t - ia\sin\left(\frac{\mu\mathcal{E}_0}{\hbar}\right)t \tag{9.48}$$

"burada a ve b katsayıları herhangi bir özel duruma denk gelecek şekilde tanımlanabilir."

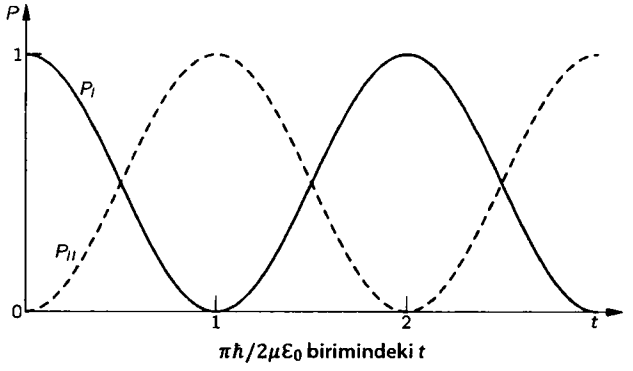
Örneğin $t = 0$ anında moleküler sistemimizin üst $|I\rangle$ enerji durumunda olduğunu varsayalım, yani $t = 0$ anında (9.40) denklemi yardımıyla $\gamma_I = 1$ ve $\gamma_{II} = 0$ elde ederiz. Bu koşul için a=1 ve b=0 olmasına ihtiyacımız vardır. Molekülün bir t zamanı sonrasında $|I\rangle$ durumunda olma olasılığı γ_I'ın mutlak değer karesidir:

$$P_I = |\gamma_I|^2 = \cos^2\left(\frac{\mu\mathcal{E}_0}{\hbar}\right)t \tag{9.49}$$

Benzer şekilde molekülün bir t zamanı sonrasında $|II\rangle$ durumunda olma olasılığı γ_{II}'ın mutlak değer karesidir:

$$P_{II} = |\gamma_{II}|^2 = \sin^2\left(\frac{\mu\mathcal{E}_0}{\hbar}\right)t \tag{9.50}$$

$\mathcal{E}$ küçük olduğu sürece ve rezonans olduğu durumda olasılıklar basit salınım fonksiyonları cinsinden verilir. $|I\rangle$ durumunda olma olasılığı birden sıfıra inip yeniden eski haline dönerken $|II\rangle$ durumunda olma olasılığı sıfırdan bire çıkar ve daha sonra eski haline döner. İki olasılığın zamanla değişimi Şekil 9-5'te verilmiştir. Şüphesiz ki iki olasılığın toplamı bire eşittir; molekül her zaman durumların birinde bulunur!



Şekil 9-5 Sinüsoidal bir elektrik alanındaki amonyak molekülünün iki durumu için olasılıklar.

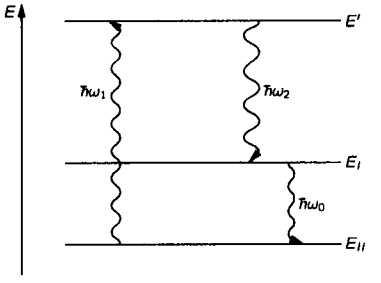
Molekülün kovuğu geçme zamanına T diyelim. Eğer kovuğu $\mu\mathcal{E}_0T/\hbar = \pi/2$ olması için yeterince uzun seçersek, başlangıçta $|I\rangle$ durumunda olan bir molekül kesinlikle kovuğu $|II\rangle$ durumunda terk edecektir. Eğer kovuğa daha üst bir enerji durumunda girerse, daha alt bir enerji durumunda terk eder. Diğer bir deyişle enerjisi azalır ve enerji hiçbir şekilde kaybolmaz fakat alanı üreten bir makine işlevi görür. Molekülün enerjisinin kovuktaki salınımları nasıl beslediğini görmek kolay değildir; bununla birlikte bu detayları anlamamıza gerek yoktur çünkü enerjinin korunum ilkesini kullanabiliriz. (Eğer gerekseydi bu konuyu elbette çalışabilirdik fakat o zaman atomun kuantum mekaniğine ek olarak kovuktaki alanın kuantum mekaniğiyle de ilgilenmemiz gerekirdi.)

Özetle; molekül kovuğa girer, kovuğun alanı –kesin bir frekansta salınım yapan– üst durumdan alt duruma geçişleri tetikler ve yayılan enerji salınım alanını besler. Çalışan bir mazerde moleküller kovuk salınımlarını devam ettirmeye yetecek kadar enerji gönderir; sadece kovuktaki kayıpları telafi etmeye yetecek kadar güç sağlamaz aynı zamanda kovuktan çıkacak ek bir güç de sağlar. Bu nedenle moleküler enerji dış elektromanyetik alanın enerjisine dönüşür.

Demet kovuğa girmeden önce, sadece üst durumların girmesini sağlayacak bir filtre kullandığımızı hatırlayın. Eğer daha düşük enerjili moleküllerle işe başlasaydık süreç başka bir şekilde ilerleyecekti ve enerji kovuktan uzaklaştırılmış olacaktı. Eğer kovuğun içine katılan enerji kadarını kovuktan uzaklaştıran moleküllerden oluşan filtrelenmemiş bir demet kullansaydık hiçbir şey olmayacaktı. Gerçek süreçlerde elbette $\mu\mathcal{E}_0T/\hbar$'yi tam olarak $\pi/2$ yapmak önemli değildir. Herhangi bir değer için (π'nin tamsayı katları dışında), $|I\rangle$ durumundan $|II\rangle$ durumuna geçişler için birkaç olasılık vardır. Bununla birlikte diğer değerler için aygıt yüzde yüz etkili değildir; kovuğu terk eden çok sayıda molekül kovuğa enerji aktaramaz.

Gerçekte moleküllerin hızı aynı değildir; Maxwell dağılımına uyarlar. Bu, farklı moleküller için ideal periyot zamanının farklı olacağı anlamına gelir ve bütün moleküller için yüzde yüz verim elde etmek mümkün değildir. Ek olarak kolayca hesaba katacağımız başka bir karmaşık durum vardır fakat şu anda bu konuyla canımızı sıkmayacağız. Bir kovuktaki elektrik alanının, genellikle, kovuk boyunca noktadan noktaya değiştiğini hatırlayınız. Bu nedenle moleküller kovukta hareket ettikçe moleküldeki elektrik alan, daha önce varsaydığımız basit sinüsoidal elektrik alandan daha karmaşık bir şekilde değişir. Açıkçası bazıları problemi tam olarak çözmek için çok daha karmaşık integraller kullanabilir fakat fikir değişmeyecektir.

Mazer yapmanın değişik yolları vardır. Bir Stern-Gerlach düzeneğiyle $|I\rangle$ durumundaki molekülleri $|II\rangle$ durumundaki moleküllerden ayırmak yerine, zaten kovukta var olan (katı ya da gaz) atomlar kullanılabilir ve bir şekilde atomlar $|II\rangle$ durumundan $|I\rangle$ durumuna kaydırılabilir. Bunun bir yolu üç durumlu mazer olarak adlandırılan mazeri kullanmaktır. Bu mazerde, Şekil 9-6'da gösterildiği gibi, üç enerji durumuna ve birazdan bahsedeceğimiz bazı özeliklere sahip atomik sistemler kullanılır. Sistem $\hbar\omega_1$ frekansına sahip ışınımı (örneğin ışık) soğurarak E' yüksek enerji durumundan daha düşük bir E_{II} enerji düzeyine iner ve sonrasında $\hbar\omega_2$ frekansına sahip bir foton yayınlayarak E_I enerjisine sahip $|I\rangle$ durumuna geçer. $|I\rangle$ durumu uzun bir yaşam süresine sahiptir bu nedenle atom sayısı artabilir ve $|I\rangle$ ile $|II\rangle$ arasındaki koşullar, mazerin işlemesi için uygun hale gelir. Bunun gibi bir aygıt "üç-durumlu" mazer olarak adlandırılsa da aslında mazer iki durumlu bir sistem gibi çalışır.



Şekil 9-6 "Üç-durumlu" bir mazerin enerji düzeyleri.

Bir Lazer (Uyarılmış Işınım Yayınlanmasıyla Işık Çoğaltması) sadece optik frekanslarda işleyen bir lazerdir. Bir lazer "kovuğunda" genellikle aralarında durgun dalgaların üretildiği iki düzlem ayna kullanılır.

9-5 Rezonans olmadığı durumda geçişler

Sonuç olarak kovuk frekansının tam olarak olmasa da nerdeyse ω_0'a eşit olduğu koşullarda sistemlerin nasıl değiştiğini araştırdık. Bu problemi tam olarak çözebilirdik fakat bunun yerine, $\mu\mathcal{E}_0T/\hbar$ ifadesinin birden çok küçük olması için elektrik alanının ve zaman periyodunun (T) küçük olduğu daha önemli bir durumu ele alacağız. O zaman daha önce üzerinde çalıştığımız mükemmel rezonans durumunda bile bir geçiş yaratma olasılığı çok küçüktür. Yeniden $\gamma_I = 1$ ve $\gamma_{II} = 0$ durumuyla işe başladığımızı düşünelim. T zamanı boyunca γ_I'ın nerdeyse 1'e eşit ve γ_{II}'ın da 1'den çok küçük kalmaya devam etmesini bekleriz. Bu durumda problem kolaylaşır. (9.45)'teki ikinci denklemden, $\gamma_I = 1$ alıp ve $t = 0$'dan $t = T$'ye integral alarak γ_{II} değerini hesaplayabiliriz. O zaman

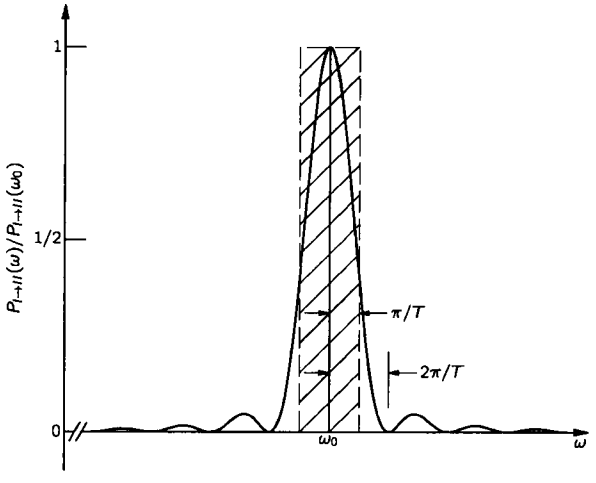
$$\gamma_{II} = \frac{\mu\mathcal{E}_0}{\hbar}\left[\frac{1 - e^{i(\omega-\omega_0)T}}{\omega - \omega_0}\right] \tag{9.51}$$

ifadesini elde ederiz. (9.40) denklemiyle birlikte yukarıdaki γ_{II} ifadesi T zaman aralığı boyunca $|I\rangle$ durumundan $|II\rangle$ durumuna geçiş genliğini verir. Geçiş yapma olasılığı $P(I \to II)$, $|\gamma_{II}|^2$'dir ya da

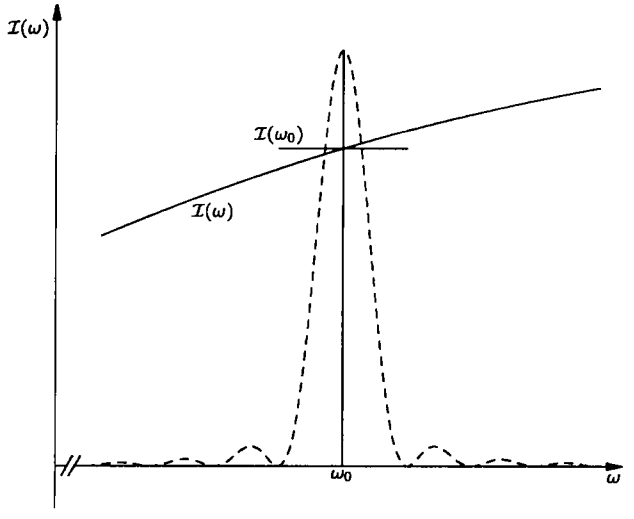
$$P(I \to II) = |\gamma_{II}|^2 = \left[\frac{\mu\mathcal{E}_0T}{\hbar}\right]^2 \frac{\sin^2[(\omega - \omega_0)T/2]}{[(\omega - \omega_0)T/2]^2} \tag{9.52}$$

Bu olasılığı sabit bir zaman uzunluğunda, ω_0 rezonans frekansı civarında nasıl duyarlı olduğunu görmek için, kovuğun bir frekansı olarak çizmek ilginçtir. $P(I \to II)$ grafiği Şekil 9-7'de gösterilmiştir. (Dikey ölçek, $\omega = \omega_0$ anındaki olasılık değerine bölünerek, grafiğin tepe noktası 1 olacak şekilde ayarlanmıştır.) Bunun gibi bir eğriyi kırınım kuramında da görmüştük bu nedenle aşinayız. Eğri $(\omega - \omega_0) = 2\pi/T$ olduğu anda aniden sıfıra düşer ve asla büyük frekans salınımları için eski şeklini elde edemez. Aslında eğri altındaki alanın en büyük kısmı $\pm\pi/T$ arasında uzanır. Eğrinin altında kalan alanın $2\pi/T$ olduğu göstermek mümkündür ve şekilde taralı olarak gösterilen dikdörtgenin alanına eşittir.*

Elde ettiğimiz sonuçların gerçek bir mazer için ne anlama geldiğini araştıralım. Amonyak molekülünün uygun bir zaman aralığında kovuk içinde bulunduğunu varsayalım, örneğin 1 milisaniye için. f_0 = 24.000 MegaHertz için, $(f - f_0)/f_0 = 1/f_0T$ frekans salınımlarına (10^8'de 5) sahip bir geçişin sıfıra inme olasılığını düşünebiliriz. Önemli bir geçiş olasılığını elde etmek için frekans ω_0'a oldukça yakın olmalıdır. Mazer ilkesinin çalışma prensibi olan bunun gibi bir etki, "atomik" saatlerde elde edilebilen büyük hassasiyetin temelini oluşturur.



Şekil 9-7 Amonyak molekülünün frekansın bir fonksiyonu olarak geçiş olasılığı.



Şekil 9-8 Spektral yoğunluk $\mathcal{I}(\omega)$, ω_0'daki değerine yaklaştırılabilir.

9-6 Işığın soğrulması

Yukarıdaki yaklaşımlarımız amonyak mazerinden daha genel bir durum için uygulanabilir. Bir alanın kovukta hapsedilip hapsedilmeyeceğine bakılmaksızın, bir elektrik alan etkisi altındaki molekülün davranışını inceleyeceğiz. Böylece "ışığın" parlayan bir demetini –mikrodalga frekanslarda– elde edebiliriz ve yayınlanma ve soğrulma olasılığını inceleyebiliriz. Denklemlerimiz aynı şekilde bu duruma da uygulanabilir fakat denklemleri elektrik alandan ziyade ışınım *yoğunluğu* cinsinden yeniden yazalım. Eğer $\mathcal{I}$ yoğunluğunu birim alandan birim saniyede geçen ortalama enerji akışı olarak tanımlarsak, II. Cilt 27. Bölümdeki,

$$\mathcal{I} = \epsilon_0 c^2 \, |\mathcal{E} \times \boldsymbol{B}|_{\text{ort}} = \tfrac{1}{2} \epsilon_0 c^2 \, |\mathcal{E} \times \boldsymbol{B}|_{\text{maks}} = 2\epsilon_0 c \mathcal{E}_0^2$$

ifadesini elde ederiz. ($\mathcal{E}$'nin maksimum değeri $2\mathcal{E}_0$'dır.) Geçiş olasılığı aşağıdaki biçimde tanımlanır:

$$P(I \to II) = 2\pi \left[\frac{\mu^2}{4\pi\epsilon_0\hbar^2 c}\right] \mathcal{I} T^2 \quad \frac{\sin^2[(\omega - \omega_0)T/2]}{[(\omega - \omega_0)T/2]^2} \tag{9.53}$$

* $\int_{-\infty}^{\infty} (\sin^2 x/x^2)dx = \pi$ denklemini kullanarak.

Bunun gibi bir sistemdeki ışık parlaması tam olarak tek renkte değildir. Bunun için bu problemi çözmek oldukça ilginçtir; yani ışığın yoğunluğunun, ω_0 frekansını da içeren her birim frekans aralığında $\mathcal{I}(\omega)$ olduğu durumdaki geçiş olasılığını hesaplamak. O zaman $|I\rangle$'tan $|II\rangle$'a geçiş olasılığı bir integral haline gelir:

$$P(I \to II) = 2\pi \left[\frac{\mu^2}{4\pi\epsilon_0\hbar^2 c}\right] T^2 \int_0^\infty \mathcal{I}(\omega) \quad \frac{\sin^2[(\omega-\omega_0)T/2]}{[(\omega-\omega_0)T/2]^2} \; d\omega \qquad (9.54)$$

Genelde $\mathcal{I}(\omega)$, keskin rezonans terimi ω'yla karşılaştırıldığında çok daha yavaş değişir. Her iki fonksiyon da Şekil 9-8'de gösterilmiştir. Bunun gibi durumlarda $\mathcal{I}(\omega)$ değerini keskin rezonans eğrisi merkezindeki $\mathcal{I}(\omega_0)$ değeriyle yerdeğiştiririz. Şekil 9-7 eğrisinin altındaki integralden geriye kalan şey sadece $2\pi/T$'dir. Sonuç olarak

$$P(I \to II) = 4\pi^2 \left[\frac{\mu^2}{4\pi\epsilon_0\hbar^2 c}\right] \mathcal{I}(\omega_0) T \qquad (9.55)$$

elde edilir.

Bu önemli bir sonuçtur çünkü *herhangi bir moleküler ya da atomik sistemdeki genel ışığın soğrulma kuramıdır.* $|I\rangle$ enerji durumunun $|II\rangle$ enerji durumundan daha yüksek enerjiye sahip olduğunu ele almamıza rağmen ortaya koyduğumuz hiçbir fikir bu gerçeğe bağımlı değildir. (9.55) denklemi eğer $|I\rangle$ enerji durumu $|II\rangle$ enerji durumundan daha düşük enerjiye sahip olsa bile doğrudur; o zaman $P(I \to II)$, elektromanyetik dalgadan enerji *soğrularak* meydana gelen bir geçiş olasılığını gösterecektir. Herhangi bir atomik sistemden ışığın soğrulması, her zaman, $E = \hbar\omega_0$ kadarlık bir enerjiyle birbirlerinden ayrılmış iki alan arasında salınan bir elektrik alandaki geçiş genliğini içerir. Herhangi bir özel durum için her zaman (9.55) denklemini kullanarak bu tür problemleri çözebiliriz. Bu nedenle elde ettiğimiz sonucun önemli taraflarının altını çizeceğiz. Birincisi, olasılık T'yle orantılıdır. Diğer bir deyişle birim zamanda geçişlerin meydana geleceği sabit bir olasılık vardır. İkincisi bu olasılık sistemdeki ışığın *yoğunluğuyla* ilişkilidir. Son olarak geçiş olasılığı μ^2 değeriyle orantılıdır, hatırlayacağımız gibi $\mu\mathcal{E}$, $\mathcal{E}$ elektrik alanından kaynaklanan enerjideki kaymayı göstermekteydi. Bu nedenle $\mu\mathcal{E}$, $|I\rangle$ ile $|II\rangle$ durağan durumları arasındaki geçişten sorumlu bir bağlantı terimi olarak (9.38) ve (9.39) denklemlerinde de ortaya çıkmıştır. Diğer bir deyişle küçük ε değerleri için $\mu\mathcal{E}$, $|I\rangle$ ile $|II\rangle$ durumlarını birbirlerine bağlayan Hamilton işlemcisi matrisinin elemanlarındaki "pertürbasyon terimi" olarak adlandırılır. Genel durumda $\mu\mathcal{E}$, $\langle II|H|I\rangle$ matris elemanıyla yerdeğiştirir (*bkz.* Bölüm 5-6).

I Cilt, Bölüm 42-5'te, Einstein A ve B katsayıları cinsinden, ışığın soğrulması ile kendiliğinden yayınlanma arasındaki ilişki hakkında konuşmuştuk. Burada en azından bu katsayıları hesaplamak için kuantum mekaniksel bir yönteme sahibiz. İki durumlu amonyak molekülü için $P(I \to II)$ tam olarak Einstein ışınım kuramındaki B_{nm} soğrulma katsayılarıyla ilişkilidir. Karmaşık bir amonyak molekülü için –hesaplanması herhangi biri için oldukça zor olan– $\langle II|H|I\rangle$ matris elemanını, $\mu\mathcal{E}$ gibi düşünebiliriz. Daha basit atomik sistemler için herhangi bir özel geçişe ait olan μ_{mn}

$$\mu_{mn}\mathcal{E} = \langle m|H|n\rangle = H_{mn} \qquad (9.56)$$

tanımı yardımıyla hesaplanabilir, burada H_{mn} zayıf elektrik alan etkilerini de içeren Hamilton işlemcisi matris elemanıdır. Bu şekilde hesaplanan μ_{mn} *elektrik dipol matris elemanı* olarak adlandırılır. Işığın kuantum mekaniksel soğrulma ve yayınlanma kuramı bu nedenle özel atomik sistemler için bu matris elemanlarının hesaplanmasını önemli oranda basitleştirir.

Basit iki durumlu bir sistem üzerine yaptığımız çalışma, genel ışığın yayınlanma ve soğrulma probleminin anlaşılmasında önemli bir etkiye sahip olmuştur.

10

DİĞER İKİ-DURUMLU SİSTEMLER

10-1 Hidrojen molekülü iyonu
10-2 Nükleer kuvvetler
10-3 Hidrojen molekülü
10-4 Benzen molekülü
10-5 Boyalar
10-6 Bir manyetik alandaki yarım-spinli parçacığın Hamilton işlemcisi
10-7 Bir manyetik alanda elektron spini

10-1 Hidrojen molekülü iyonu

Son bölümde iki durumlu bir sistem gibi düşündüğümüz amonyak molekülünün bazı görünümlerini inceledik. Elbette gerçek bir iki-durumlu sistem değildir –dönme, titreşme, öteleme gibi çok sayıda durum vardır– fakat bu hareket durumlarının her biri, nitrojenin iki durumluluğu nedeniyle, iki iç durum cinsinden analiz edilmelidir. Burada iki sistemli olarak ele alabileceğimiz diğer durumları da göz önüne alacağız. Çoğu şey yaklaşıklık içerecektir çünkü her zaman diğer durumlar olacaktır ve ancak daha gerçekçi bir analiz için hesaba katılabilir. Fakat her bir örneği sadece iki durumlu sistemi ele alarak büyük ölçüde anlayabileceğiz.

Sadece iki durumlu sistemlerle ilgilendiğimiz için, ihtiyacımız olan Hamilton işlemcisi tıpkı bir önceki bölümde kullandığımıza benzeyecektir. Hamilton işlemcisi zamandan bağımsız olduğunda, belirli enerjilere sahip ve genellikle birbirlerinden farklı iki durağan durum olduğunu biliyoruz. Bununla birlikte analizimize bu tür durağan durumlara benzemeyen bir taban durumu kümesiyle başlayacağız fakat bu durumların başka fiziksel anlamları da olabilir. O zaman sistemin durağan durumları, bu taban durumlarının doğrusal kombinasyonları şeklinde ifade edilebilir.

Kolaylık olması açısından 9. Bölümdeki önemli denklemleri özetleyeceğiz. Taban durumları olarak $|1\rangle$ ve $|2\rangle$'yi seçelim. Herhangi bir $|\psi\rangle$ durumu

$$|\psi_I\rangle = |1\rangle\langle 1|\psi\rangle + |2\rangle\langle 2|\psi\rangle = |1\rangle C_1 + |2\rangle C_2 \tag{10.1}$$

şeklinde ifade edilebilir. C_i genlikleri (C_1 veya C_2 anlamında kullanılan) iki doğrusal diferansiyel denklemi (i ve j, 1 ve 2 değerlerini alarak) sağlar:

$$i\hbar \frac{dC_i}{dt} = \sum_j H_{ij} C_j \tag{10.2}$$

H_{ij} Hamilton işlemcisi matrisi t'ye bağlı olmadığında belirli enerjili iki durum (durağan durumlar)

$$|\psi_I\rangle = |I\rangle\, e^{-(i/\hbar)E_I t} \qquad \text{ve} \qquad |\psi_{II}\rangle = |II\rangle\, e^{-(i/\hbar)E_{II} t}$$

şeklinde olup, enerjileri şöyle ifade edilir:

$$\begin{aligned} E_I &= \frac{H_{11} + H_{22}}{2} + \sqrt{\frac{(H_{11} - H_{22})^2}{4} + H_{12}H_{21}} \\ E_{II} &= \frac{H_{11} + H_{22}}{2} - \sqrt{\frac{(H_{11} - H_{22})^2}{4} + H_{12}H_{21}} \end{aligned} \tag{10.3}$$

Bu durumların her biri için C'ler zamana bağlıdır. Başlangıçtaki $|1\rangle$ ve $|2\rangle$ durumlarıyla ilişkili $|I\rangle$ ve $|II\rangle$ durum vektörlerini

$$\begin{aligned} |I\rangle &= |1\rangle a_1 + |2\rangle a_2 \\ |II\rangle &= |1\rangle a_1' + |2\rangle a_2' \end{aligned} \tag{10.4}$$

olarak yazabiliriz. Buradaki a sayıları karmaşık sayılardır ve aşağıdaki ilişkileri sağlarlar:

$$|a_1|^2 + |a_2|^2 = 1$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{H_{12}}{E_I - H_{11}} \tag{10.5}$$

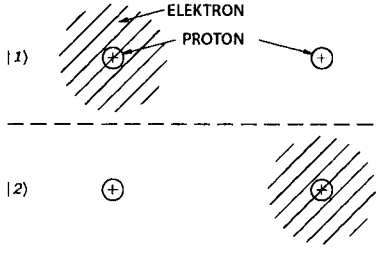
$$|a'_1|^2 + |a'_2|^2 = 1$$

$$\frac{a'_1}{a'_2} = \frac{H_{12}}{E_{II} - H_{11}} \tag{10.6}$$

Eğer H_{11} ile H_{22} eşitse –her ikisinin de E_0'a eşit olduğunu varsayın– ve $H_{12} = H_{21} = -A$ olursa o zaman $E_I = E_0 + A$ ve $E_{II} = E_0 - A$ olarak, $|I\rangle$ ile $|II\rangle$ durumları daha basit bir hale gelirler:

$$|I\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[|1\rangle - |2\rangle\right] \qquad |II\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[|1\rangle + |2\rangle\right] \tag{10.7}$$

Şimdi bu sonuçları kullanarak kimya ve fizik alanlarından alınan bazı ilginç örnekleri tartışacağız. İlk örneğimiz Hidrojen molekülü iyonudur. Bir pozitif hidrojen molekülü iki proton ve etraflarında dönen bir elektrondan meydana gelir. Eğer iki proton birbirlerinden çok uzaksa bu sistem için hangi durumları bekleriz? Cevap oldukça açıktır; elektron protonlardan birine yakın kalmaya devam eder ve en düşük enerji durumuna sahip bir hidrojen atomunu oluşturur ve diğer proton kendi başına pozitif bir iyon olarak kalmaya devam eder. Bu nedenle eğer iki proton birbirlerinden uzaksa, elektronun protonların birine "bağlı" olduğu fiziksel bir durum elde ederiz. Açıktır ki, diğer durum elektronun protona yakın olduğu durumla simetriktir ve yalnız proton bir iyon olarak kalır. Bu iki taban durumunu $|1\rangle$ ve $|2\rangle$ olarak adlandıracağız. Anlatılanlar Şekil 10-1'de gösterilmiştir. Elbette bir elektronun bir protonun yakınında bulunduğu çok sayıda durum olabilir çünkü bu durumların kombinasyonları hidrojen atomunun uyarılmış durumlarının herhangi birinde ortaya çıkabilir. Şu an bu değişken durumlarla ilgilenmiyoruz; şimdilik hidrojen atomunun en düşük enerjili durumda olduğunu –taban durumu– varsayacağız ve elektronun spinini ihmal edeceğiz. Bununla birlikte bütün durumlarımız için elektronun z-ekseni boyunca spin "yukarı" olduğunu varsayıyoruz.*



Şekil 10-1 İki proton ve bir elektron için taban durumları.

Bir elektronu hidrojen atomundan uzaklaştırmak için 13,6 elektron voltluk bir enerjiye gereksinim vardır. Hidrojen molekülü iyonundaki iki proton birbirlerinden uzak oldukları sürece, elektronu iki proton arasındaki uzaklığın orta noktasının civarındaki bir yere getirmek için hâlâ bu miktarda bir enerji gerekir. Bu nedenle klasik olarak elektronu bir protonun yakınından diğerine sıçratmak mümkün değildir. Bununla birlikte kuantum mekaniğinde bu mümkündür. Elektronu bir protondan diğerine hareket ettirmek için küçük bir genlik vardır. İlk yaklaşım olarak $|1\rangle$ ve $|2\rangle$ taban durumlarımızın her biri, bir hidrojen atomu ve bir protonun toplam enerjisi olan E_0 enerjisine sahip olacaktır. Hamilton işlemcisinin matris elemanları H_{11} ve H_{22} yaklaşık olarak E_0 enerjisine sahip olur. Diğer matris elemanları H_{12} ile H_{21} elektronun ileri geri hareket genlikleridir ve $-A$ değerine sahiptir.

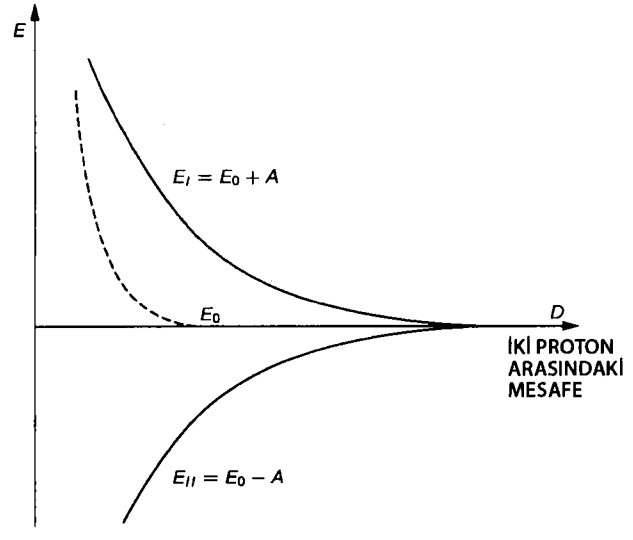
Gördüğünüz gibi bu durum son iki bölümde oynadığımız oyunun benzeridir. Eğer elektronun ileri geri hareket etme gerçeğini bir kenara bırakırsak, aynı enerjiye sahip iki durum elde ederiz. Bununla birlikte bu enerji, elektronun ileri geri hareketleri nedeniyle iki enerjiye ayrılabilir; geçiş olasılığı büyüdükçe ayrım da büyür. Bu nedenle sistemin iki enerji düzeyi $E_0 + A$ ve $E_0 - A$'dır; belirli enerjiye sahip bu durumlar (10.7) denklemiyle verilir.

---

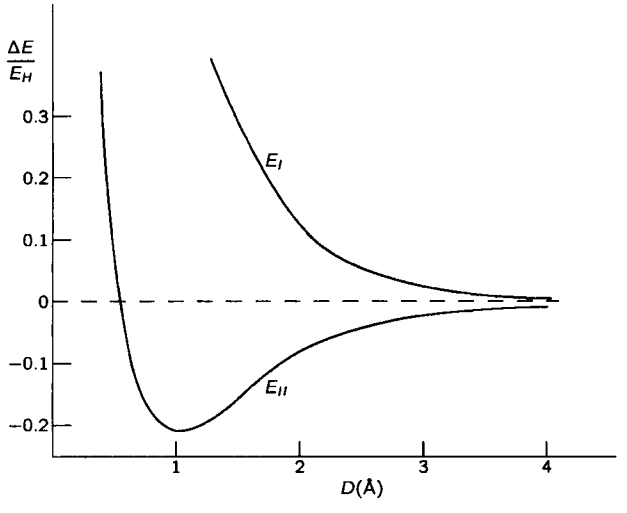
* Manyetik alanın önemi olmadığı sürece bu oldukça tatmin edici bir yaklaşımdır. Daha sonra bu bölümde manyetik alanın elektron üzerine etkisini tartışacağız ve 12. Bölümde hidrojen atomunda spinin çok az etkisi olduğunu göreceğiz.

Çözümlerimizden, eğer bir hidrojen atomu ve bir proton birbirlerine yakın olursa, elektronun protonlardan birinin yakınında kalamayacağını fakat iki proton arasında ileri geri hareket edeceğini görürüz. Eğer elektronu protonlardan birinin yakınlarına bırakırsak $|1\rangle$ ile $|2\rangle$ durumları arasında ileri geri salınır; zamanla değişen bir çözüm verir. En düşük enerjili durumu elde etmek için (zamanla değişmeyen) her bir elektronun etrafında aynı genliğe sahip bir sistemi ele almalıyız. Hatırlayın, iki elektron yoktur; her bir protonun etrafında bir elektron olduğunu söylemiyoruz. Sadece *bir* elektron vardır ve her iki konumda da $1/\sqrt{2}$ büyüklüğünde aynı genliğe sahiptir.

Bu bakımdan bir protonun yakınlarında bulunan bir elektronun diğer protonun yakınına gitme genliği (A), iki proton arasındaki uzaklığa bağlıdır. Hatırlayacağınız gibi 7. Bölümde, bir elektronun, klasik olarak yapamayacağı, "bir enerji bariyerine sızma" genliği hakkında konuşmuştuk. Burada da aynı duruma sahibiz. Bunun gibi bir elektronun genliği kabaca uzaklıkla üstel olarak azalır (büyük mesafeler için). Geçiş olasılığı ve bu nedenle A, iki proton yaklaştıkça artacağı için, enerji düzeyleri arasındaki ayrım da artacaktır. Eğer sistem $|I\rangle$ durumundaysa $E_0 + A$ enerjisi mesafe azaldıkça artar; bu nedenle kuantum mekanik etkiler protonları birbirlerinden ayıran *itici* bir kuvvet yaratır. Diğer yandan sistem $|II\rangle$ durumundaysa, protonlar yaklaştıkça toplam enerji *azalır*; protonları birbirine çeken *çekici* bir kuvvet vardır. İki enerjinin protonlar arasındaki mesafeyle değişimi kabaca Şekil 10-2'de gösterildiği gibidir. O zaman H_2^+ iyonlarını bir arada tutan bağlanma kuvvetinin kuantum mekaniksel bir açıklamasını elde ederiz.



Şekil 10-2 H_2^+ iyonunun iki durağan durum enerjisinin iki proton arasındaki mesafenin bir fonksiyonu olarak çizilmesi.



Şekil 10-3 H_2^+ iyonunun enerji düzeylerinin, iki proton arasındaki D mesafesinin bir fonksiyonu olarak çizilmesi. (E_H = 13,6 eV.)

Fakat bir şeyi unuttuk. Tanımladığımız kuvvete ek olarak, iki proton arasında elektrostatik itici bir güç de bulunmaktadır. İki proton uzaklaştıkça –Şekil 10-1'de gösterildiği gibi– "yalnız" proton sadece yüksüz bir atom görür bu nedenle elektrostatik kuvvet ihmal edilebilir. Bununla birlikte, çok yakın mesafelerde"yalnız" proton elektron dağılımının "içine" girmeye başlar; yani ortalama olarak protona elektrondan daha fazla yaklaşır. Böylece pozitif olan ek bir elektrostatik enerji ortaya çıkar; E_0'ın içerdiği bir enerji. Bu nedenle E_0 için, Şekil 10-2'de, hidrojen atomunun yarıçapından daha düşük mesafelerde hızlıca artan kesik çizgili eğriyi çizdik. E_0 enerjisine, ileri geri hareket enerjisini tanımlayan A enerjisini ekleyip çıkarabiliriz. Bunu yaptığımızda E_I ve E_{II} enerjileri, Şekil 10-3'te gösterildiği gibi protonlar arasındaki D mesafesiyle değişecektir. [Bu şekilde daha detaylı bir hesaplamanın sonuçlarını çizdik. Protonlar arası uzaklık 1 Å (10^{-8} cm) civarındadır ve bir proton ile bir hidrojen atomunun toplam enerjisinden artan enerjisi hidrojen atomunun bağlanma enerjisi cinsinden

verilerek "Rydberg" enerjisi olarak adlandırılır: 13,6 eV] $|II\rangle$ durumunun minimum enerjiye sahip olduğunu görüyoruz. Bu H_2^+ iyonu için –en düşük enerjili durum– denge durumudur. Bu durumdaki enerji, protonu ile hidrojen iyonunu birbirlerinden ayırmak için gereken enerjiden daha düşüktür ve bu nedenle sistem bağlıdır. Tek bir elektron iki protonu bir arada tutacak şekilde davranır. Kimyacılar bunu "tek-elektronlu bağ" olarak adlandırır.

Bu tür bir kimyasal bağ ayrıca "kuantum mekaniksel rezonans" olarak adlandırılır (daha önce tanımladığımız bir çift sarkaçla benzerlik kurulabilir). Fakat bu oldukça gizemli görünmektedir çünkü taban durumunuz için zayıf bir seçimle işe başlarsanız bir "rezonans" elde edersiniz; yaptığımız gibi! Eğer $|II\rangle$ durumunu seçerseniz, en düşük enerjili durumu elde edersiniz; hepsi bu!

Bunun gibi bir durumun neden bir proton ve bir hidrojen atomundan daha düşük bir enerjiye sahip olduğunu görmenin bir diğer yolu daha vardır. Aralarında fazla bir mesafe bulunmayan sabit iki proton etrafındaki bir elektronu ele alalım. Tek bir elektron ile protonun belirsizlik ilkesi nedeniyle "yayılmış" olacaklarını hatırlayın. Bu durum, düşük Coulomb *potansiyel* enerjisi ve çok küçük bir uzayda hapsolmalarına engel olan yüksek *kinetik* enerji arasında bir denge durumu yaratır (Belirsizlik ilkesi $\Delta p \Delta x \approx \hbar$). Eğer iki proton varsa elektronun daha düşük bir potansiyel enerjiye sahip olacağı daha fazla bölge bulunur. Potansiyel enerjileri artmadan, kinetik enerjilerini düşürerek yayılabilirler. Net sonuç bir proton ve bir hidrojen atomundan daha düşük bir enerjidir. Peki neden $|I\rangle$ durumu daha yüksek bir enerjiye sahip? Bahsettiğimiz bu durumun $|1\rangle$ ile $|2\rangle$ arasındaki *fark* olduğunu hatırlatalım. $|1\rangle$ ile $|2\rangle$ arasındaki simetri nedeniyle, elektronun iki protonun orta noktasında bulunma genliği sıfır olmalıdır. Bu, elektronun bir şekilde daha fazla hapsedildiği ve daha yüksek bir enerjiye yol açtığı anlamına gelir.

H_2^+ iyonu için iki durumlu sistem yaklaşımımızın, eğer iki protonu birbirlerine çok yaklaştırırsak, Şekil 10-3'te gösterilen eğrinin minimum noktası, gerçek bağlanma enerji değerini vermemesi nedeniyle geçerli olmayacağını belirtmemiz gerekir. Küçük ayrımlarda Şekil 10-1'de gösterdiğimiz iki durumun enerjileri aslında E_0'a eşit olmaz; çok daha detaylı bir kuantum mekaniksel hesaplama gerekir.

Şimdi iki proton yerine iki farklı nesne olsaydı neler olabileceğini araştıralım; örneğin bir proton ve pozitif bir lityum iyonu (her iki parçacık da tek bir pozitif yüke sahiptir). Bunun gibi bir durumda Hamilton işlemcisinin H_{11} ve H_{22} terimleri artık eşit değildir; aslında oldukça farklıdırlar. Eğer $(H_{11} - H_{22})$'in mutlak değer farkı $A = -H_{12}$'den daha büyükse, çekici kuvvet birazdan göreceğimiz gibi gittikçe zayıflar.

Eğer $A^2 = H_{12}H_{21}$ ifadesini (10.3) denkleminde yerine yazarsak

$$E = \frac{H_{11} + H_{22}}{2} \pm \frac{H_{11} - H_{22}}{2} \sqrt{1 + \frac{4A^2}{(H_{11} - H_{22})^2}}$$

ifadesini elde ederiz. $(H_{11} - H_{22})$, A^2'den daha büyük olduğunda karekök ifadesi yaklaşık olarak

$$1 + \frac{2A^2}{(H_{11} - H_{22})^2}$$

hâline gelir. Böylece iki enerji aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$E_I = H_{11} + \frac{A^2}{(H_{11} - H_{22})}$$

$$E_{II} = H_{22} - \frac{A^2}{(H_{11} - H_{22})} \qquad (10.8)$$

Bu enerjiler sadece izole atomların, sadece küçük bir iki-durumlu A genliğiyle birbirlerini itmelerine neden olan H_{11} ve H_{22} enerjileridir. $E_I - E_{II}$ enerji farkı

$$(H_{11} - H_{22}) + \frac{2A^2}{H_{11} - H_{22}}$$

kadardır. Elektronun iki durumundan kaynaklanan *ek* ayrım artık $2A$ değerine eşit değildir; 1'den çok daha küçük olan $A/(H_{11} - H_{22})$ faktöründen daha küçüktür. Ayrıca iki çekirdek arasındaki ayrımın $E_I - E_{II}$ farkına bağımlılığı H_2^+ iyonundan daha küçüktür ve $A/(H_{11} - H_{22})$ faktörü kadar azalmıştır. Böylece iki atomlu moleküllerin zıt-simetrik bağlanmalarının genelde neden zayıf olduğunu anlıyoruz.

H_2^+ iyon kuramımızda, bir elektronun iki proton tarafından paylaşılarak iki proton arasında, protonlar arasındaki ayrım çok büyük olsa bile ortaya çıkan, çekici bir kuvvet meydana gelmesinin olası bir açıklamasını keşfediyoruz. Çekici kuvvetler, elektronun bir protondan diğerine sıçraması nedeniyle sistemin enerji kaybetmesinden ortaya çıkar. Bunun gibi bir sıçrayışta sistem, bir durumdan (hidrojen atomu, proton) diğer duruma (proton, hidrojen atom) ya da tersine dönüşür. Bunu sembolik olarak aşağıdaki gibi tanımlayacağız:

$$(H, p) \rightleftharpoons (p, H)$$

Bu süreçten kaynaklanan enerji kayması, enerjisi $-W_H$ olan bir elektronun (hidrojen atomundaki bağlanma enerjisi) bir protondan diğerine gitme genliği, A'yla orantılıdır.

İki proton arasındaki büyük mesafelerde, elektronun elektriksel potansiyel enerjisi tüm uzayda neredeyse sıfırdır. Bu uzayda elektron, sanki boş uzayda hareket ediyormuş gibi serbestçe hareket eder; fakat *negatif enerjiyle*! 3. Bölümde gördüğümüz gibi [Denk. (3.7)], bir parçacığın aralarında r uzaklığı bulunan bir durumdan diğerine sıçraması, p belirli enerjiye karşılık gelen momentumu göstermek üzere

$$\frac{e^{(i/\hbar)pr}}{r}$$

ifadesiyle orantılıdır. Şimdiki durumda (göreli olmayan denklemi kullanarak) momentum p

$$\frac{p^2}{2m} = -W_H \tag{10.9}$$

şeklinde ifade edilir. Bu p'nin bir karmaşık sayı olduğunu gösterir:

$$p = i\sqrt{2mW_H}$$

(Diğer kökün işareti burada önemli değildir)

O zaman H_2^+ için A genliğinin büyük mesafelerde

$$A \propto \frac{e^{-(\sqrt{2mW_H}/\hbar)R}}{R} \tag{10.10}$$

biçiminde değişmesi gerektiğini bekleriz. Elektron bağlanmasından kaynaklanan enerji kayması A'yla orantılıdır bu nedenle, iki protonun birbirini çekmesine neden olan ve (10.10) denkleminin R'ye göre türeviyle orantılı bir kuvvet ortaya çıkar.

Son olarak iki proton ve tek elektronlu sistemlerde, enerjinin R'ye bağımlı olmasına neden olan diğer bir etkinin üzerinde duracağız. Önemli olmadığı için şu ana kadar ihmal ettiğimiz bir etki vardır. Tek istisnası, enerji değiş-tokuş terimi A'nın üstel olarak çok küçüldüğü çok büyük mesafelerde devreye girmesidir. Üzerine konuştuğumuz bu yeni etki, tıpkı herhangi bir yüklü cismin yüksüz bir cismi çekmesine neden olan, hidrojen atomu için protonların elektrostatik çekimidir. Çıplak proton, yüksüz hidrojen atomunda ($1/R^2$ değeriyle değişen) bir $\mathcal{E}$ elektrik alanı meydana getirir. Atom, $\mathcal{E}$'yle orantılı uyarılmış bir çift μ kutup momenti kazanarak kutuplanır. Dipol enerjisi $\mu\mathcal{E}$, $\mathcal{E}^2$ değeriyle orantılıdır; ya da $1/R^4$ ile. Bu nedenle sistemin enerjisinde uzaklığın dördüncü kuvvetiyle azalan bir terim vardır. (Bu terim E_0'a düzeltme sağlar.) Bu enerji uzaklıkla, (10.10)

denklemiyle verilen A kaymasından daha yavaş bir şekilde azalır; büyük R mesafelerinde, geriye sadece enerjinin R'ye göre değişimini veren önemli bir terim kalır; ve bu nedenle sadece geriye kuvvet kalır. Elektrostatik terimin her iki taban durumuyla (kuvvet çekici olduğu için enerji negatiftir) ve her iki durağan durumla aynı işarete sahip olduğunu belirtelim; bununla birlikte elektron değiş-tokuş terimi A, iki durağan durum için zıt işarete sahiptir.

10-2 Nükleer kuvvetler

Bir proton ile bir hidrojen atomu sisteminin, $a = \sqrt{2mW_H}\,/\hbar$ olmak üzere büyük R mesafelerinde

$$\frac{e^{-aR}}{R} \tag{10.11}$$

şeklinde değişen ve tek elektronun değiş-tokuşundan kaynaklanan bir etkileşim enerjisine sahip olduğunu görüyoruz. (Genelde negatif enerjili bir elektron uzayda başka bir noktaya sıçradığı için –burada olduğu gibi– "sanal" bir elektronun değiş-tokuşu olarak adlandırılır. Burada "sanal değiş-tokuş", değişen bir durum ile değişmeyen bir durum arasındaki kuantum mekaniksel bir girişim anlamına gelmektedir.)

Şimdi şu soruyu sorabiliriz: Farklı tür parçacıklar arasındaki kuvvetlerin benzer bir kökeni olabilir mi? Örneğin, bir nötron ile bir proton ya da iki proton arasındaki nükleer kuvvetler için ne söyleyebiliriz? Doğanın nükleer kuvvetlerini açıklamayı denemek için Yukawa, iki nükleon arasındaki kuvvetin benzer bir değiş-tokuş etkisinden kaynaklandığını göstermiştir; bu durumda sadece sanal değiş-tokuş vardır, fakat bir elektronun değil, bunun yerine "mezon" olarak adlandırılan yeni bir parçacığın değiş-tokuşu vardır. Bugün, protonun ya da diğer parçacıkların yüksek enerjili çarpışmalarında üretilen Yukawa'nın mezonunu π-mezonu (ya da pion) olarak adlandırıyoruz.

Şimdi, bir proton ile bir nötron arasında m_π kütlesine sahip pozitif bir pionun (π^+) değiş-tokuşunun ne tür kuvvet meydana getirdiğini araştıralım. Bir H^0 hidrojen atomu bir elektron (e^-) vererek bir protona (p^+) dönüşür:

$$H^0 \to p^+ + e^- \tag{10.12}$$

Bir proton p^+ bir π^+ mezonu vererek bir nötrona n^0 dönüşür:

$$p^+ \to n^0 + \pi^+ \tag{10.13}$$

Eğer a noktasında bir proton ve bir R uzaklığındaki b noktasında da bir nötron varsa, proton π^+ yayınlayarak bir nötrona dönüşebilir; daha sonra b noktasında bir nötron soğurarak bir protona dönüşür. Burada pion değiş-tokuşu için A genliğine bağlı iki nükleonlu bir sistemin (artı pion) değiş-tokuş enerjisi vardır; tıpkı H_2^+ iyonunda elektron değiş-tokuşu için bulduğumuz gibi.

(10.12) sürecinde H^0 atomunun (göreli olmayan şekilde hesaplanan ve elektronun durgun mc^2 enerjisinin ihmal edildiği) enerjisi, W_H enerjisine sahip bir protonunkinden daha azdır, bu nedenle elektron (10.9) denkleminde görüldüğü gibi negatif *kinetik* enerjiye sahip olur; ya da sanal momentuma. (10.13) nükleer tepkimesinde proton ve nötron neredeyse aynı kütleye sahiptir bu nedenle π^+ sıfır *toplam* enerjiye sahip olur. E toplam enerjisi ile m_π kütleli pionun p momentumu arasında

$$E^2 = p^2c^2 + m_\pi^2c^4$$

ilişkisi vardır. E sıfır olduğundan (ya da en azından m_π değeriyle karşılaştırıldığında ihmal edilebilir olduğundan) momentum yeniden sanal hale gelir:

$$p = im_\pi c$$

Benzer argümanları kullanarak bağlı bir elektronun iki proton arasındaki uzay bariyerine sızma genliğini bulabiliriz, nükleer durumda A değiş-tokuş genliği –büyük R mesafeleri için–

$$\frac{e^{-(m_\pi c/\hbar)R}}{R} \tag{10.14}$$

şeklinde değişir.

Etkileşim enerjisi A'yla orantılıdır bu nedenle benzer şekilde değişir. İki nükleon arasında *Yukawa potansiyeli* adı verilen bir enerji değişimi elde ederiz. Tesadüfi bir şekilde, aynı denklemi boş uzayda bir pionun hareketini tanımlayan diferansiyel denklemi incelerken elde etmiştik [*bkz.* Bölüm 28, Cilt II, Denklem (28.18)].

Benzer yöntemi kullanarak, yüksüz bir pionun (π^0) değiş-tokuşundan kaynaklanan iki proton (ya da iki nötron) arasındaki etkileşimi tartışabiliriz. Temel süreç aşağıdaki gibidir:

$$p^+ \rightarrow p^+ + \pi^0 \tag{10.15}$$

Bir proton sanal bir π^0 yayınlayabilir fakat hâlâ bir proton olarak kalmaya devam eder. Eğer iki proton varsa 1 numaralı proton 2 numaralı proton tarafından soğrulan sanal bir π^0 yayınlayabilir. Sonunda iki protona sahip oluruz. Bu durum H^+_2 iyonundan biraz farklıdır. H^0 elektron yayınladıktan sonra farklı bir duruma (protona) sahip olmuştu. Şimdi bir protonun durumunu kaybetmeksizin π^0 yayınlayabileceğini varsayıyoruz. Aslında bunun gibi süreçler yüksek enerjili çarpışmalarda görülmektedir. Bu süreçler bir elektronun bir foton yayınlayarak tekrar elektron halinde kalmaya devam ettiği süreçlerle karşılaştırılabilir:

$$e \rightarrow e + \text{foton} \tag{10.16}$$

Elektron içindeki fotonları yayınlanmadan ya da soğrulmadan önce "göremiyoruz" ve yayınlanmaları elektronun "doğasını" değiştirmemektedir.

İki proton örneğine geri dönersek, bir protonun diğer protona doğru hareket eden (sanal momentumla) ve burada soğrulan yüksüz bir pion yayınlama genliği A'dan kaynaklanan bir etkileşim enerjisi vardır. Bu genlik, yüksüz pionun m_π kütlesini içeren (10.14) denklemiyle orantılıdır. Benzer argümanların hepsi iki nötron için benzer bir etkileşim enerjisi verir. Nötron ile proton, proton ile proton, nötron ile nötron arasındaki (elektriksel etkilerin ihmal edildiği) nükleer kuvvetler aynı olduğundan, yüklü ve yüksüz pionların kütlesinin aynı olduğu sonucuna varıyoruz. Deneysel olarak kütleler gerçekten neredeyse aynıdır ve küçük farklılıklar elektriksel enerji düzeltmesinden kaynaklanır (*bkz.* Cilt II, Bölüm 28).

İki nükleon arasında değiş-tokuş edilebilen iki tür parçacık daha vardır; K-mezonları gibi. Ayrıca iki pionun aynı anda değiş-tokuş edilmesi de mümkündür. Fakat bu diğer "değiş-tokuş" edilen nesnelerin m_x kütlesi, pionun m_π kütlesinden daha büyüktür ve bu nedenle değiş-tokuş genliği

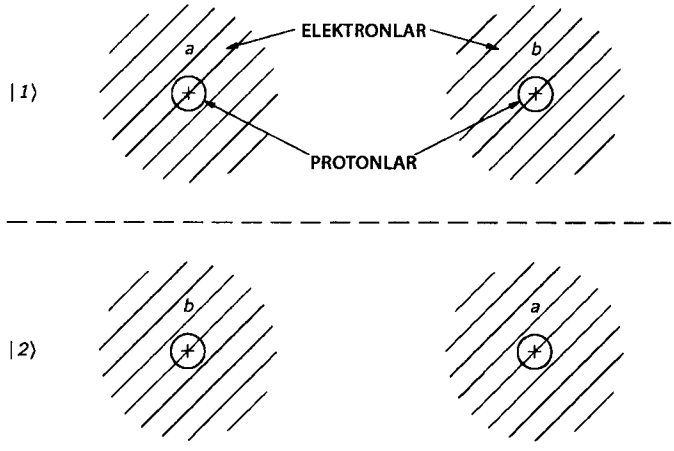
$$\frac{e^{-(m_x c/\hbar)R}}{R}$$

şeklinde değişir. Bu terimler R arttıkça bir mezonlu terimden daha hızlı yok olur. Bugün hiç kimse bu büyük kütleli terimlerin nasıl hesaplanacağını bilmemektedir fakat yeterince büyük R değerleri için sadece bir pionlu terimler geride kalmaktadır. Gerçekten de sadece büyük mesafelerdeki nükleer etkileşimleri içeren deneyler, bir-pion değiş-tokuş kuramının öngördüğü etkileşim enerjilerini öngörmektedir.

Klasik elektrik ve manyetizma kuramında, Coulomb elektrostatik etkileşimi ile ivmelenen bir yükün ışık yayınlaması birbirleriyle oldukça yakındır; her ikisi de Maxwell denklemlerinden ortaya çıkar. Kuantum kuramında ışığın, bir kutudaki klasik elektromanyetik alanın harmonik salınımlarının kuantum uyarılması gibi tasvir edilebileceğini görmüştük. Alternatif olarak kuantum kuramı ışığı, Bose istatistiğine uyan parçacıklar –ışık– cinsinden de ifade edebilir. Bölüm 4-5'te iki alternatif bakış açısının da her zaman benzer tahminler öngördüğünü vurgulamıştık. İkinci bakış açısı bütün elektromanyetik etkileri içermeyi başarabilir mi? Özellikle, eğer elektromanyetik alanı sadece Bose parçacıkları cinsinden tanımlamak istersek –yani fotonlar cinsinden– Coulomb kuvvetinin kaynağı ne olur?

"Parçacıkların" bakış açısından iki elektron arasındaki Coulomb etkileşimi *sanal bir fotonun değiş-tokuşundan kaynaklanır.* Bir elektron ikinci elektrona doğru giden bir foton yayınlar –tıpkı (10.16) sürecinde olduğu gibi– ve aynı sü-

recin tersine işlemesiyle elektron soğurur. Etkileşim enerjisi yeniden (10.14)'e benzer bir denklemle hesaplanır fakat şimdi m_π fotonun durgun kütlesiyle –sıfır olan– yerdeğiştirmiştir. Bu nedenle iki elektron arasında bir fotonun sanal değiş-tokuşu, iki elektron arasındaki R uzaklığının tersiyle değişen bir etkileşim enerjisi verir; tıpkı normal Coulomb potansiyel enerjisi gibi! Elektromanyetizmanın "parçacık" kuramında sanal fotonun değiş-tokuşu elektrostatiğin bütün süreçlerinde ortaya çıkar.

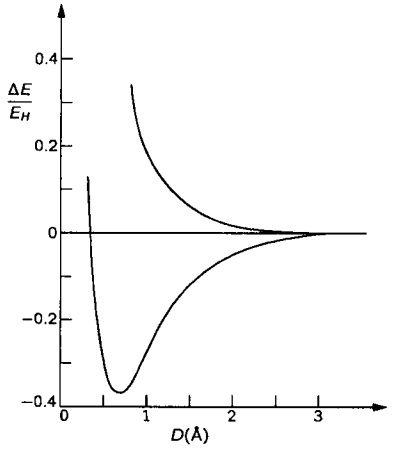


Şekil 10-4 H_2 molekülü için bir taban durumu kümesi.

10-3 Hidrojen molekülü

Bir diğer iki durumlu sistem olarak yüksüz H_2 hidrojen molekülünü inceleyeceğiz. Doğal olarak anlaşılması çok daha karmaşıktır çünkü iki elektrona sahiptir. Yeniden iki protonun birbirlerinden uzak olduğunda ne olacağını düşünerek işe başlayacağız. Şimdi elimizde fazladan bir elektron daha var. İzlerini kaybetmemek için birine "*a* elektronu" diğerine "*b* elektronu" diyeceğiz. Yeniden iki durum hayal edebiliriz. Birinci olasılık "*a* elektronunun" protonların biri etrafında "*b* elektronunun" ise diğeri etrafında dolanmasıdır, Şekil 10-4'ün üst kısmında gösterildiği gibi. Böylece iki basit hidrojen atomuna sahip oluruz. Bunu |1⟩ durumu olarak adlandırıyoruz. Bir diğer olasılık daha vardır; "*b* elektronunun" birinci proton etrafında ve "*a* elektronunun" ikinci proton etrafında dolanması. Bunu da |2⟩ durumu olarak adlandırıyoruz. Durumların simetrisi nedeniyle, bu iki olasılık enerjileri bakımından aynı olmalıdır, fakat göreceğimiz gibi, sistemin enerjisi sadece iki hidrojen atomunun enerji toplamı değildir. Çok sayıda diğer olasılığın da bulunduğunu belirtmeliyiz. Örneğin "*a* elektronu" birinci protonun yanında olabilir ve "*b* elektronu" *aynı* proton etrafında farklı bir durumda olabilir. Bunun gibi bir durumu göz ardı edeceğiz çünkü kesinlikle daha büyük enerjilere sahip olacaktır (iki elektron arasındaki büyük Coulomb itmesi nedeniyle). Daha büyük bir hassaslık için, buna benzer durumları hesaba katmalıydık fakat sadece Şekil 10-4'ün iki durumunu ele alarak moleküler bağlanmanın önemli özelliklerini öğrenebiliriz. Bu yaklaşımda herhangi bir durumu, |1⟩ durumunda olma genliğini ⟨1|ϕ⟩ ile |2⟩ durumunda olma genliğini ⟨2|ϕ⟩ hesaplayarak belirleyebiliriz. Diğer bir deyişle |ϕ⟩ vektörü doğrusal kombinasyonlar şeklinde yazılabilir:

$$|\phi\rangle = \sum_i |i\rangle\langle i|\phi\rangle$$



Şekil 10-5 Farklı protonlar arası D mesafeleri için H_2 molekülünün enerji düzeyleri. (E_H = 13,6 eV).

Devam etmek için, –her zaman olduğu gibi– elektronların değiş-tokuş edilebileceği ve belirli bir alanda hareket edeceği bir A genliği varsayacağız. Bu değiş-tokuş olasılığı, diğer iki durumlu sistemlerde gördüğümüz gibi sistemin enerjisinin ayrık olduğu anlamına gelmektedir. Hidrojen molekülü iyonuna gelince, protonlar arasındaki uzaklık büyük olduğunda ayrım çok küçük olmaktadır. Protonlar birbirlerine yaklaştıkça elektronların ileri ve geri hareket genlikleri artar böylece enerji ayrımı da artar. Daha düşük enerjinin azalması, atom-

ları birbirlerine çeken çekici bir kuvvet olduğu anlamına gelir. Böylece Coulomb itmesi nedeniyle protonlar birbirlerine yaklaştıklarında enerji düzeyleri arasındaki ayrım yeniden artar.

Net sonuç, iki durağan durumun Şekil 10-5'te gösterilen ayrımla değişen enerjilere sahip olduğudur. Yaklaşık 0,74 Å'lük bir ayrımda, daha düşük enerji düzeyleri bir minimuma ulaşır; bu gerçek bir hidrojen molekülünün proton-proton arası uzaklığıdır.

Şimdi muhtemelen yeni bir itiraz aklınıza gelmiştir. Ya iki elektron da özdeş parçacıklarsa? Elektronları "*a* elektronu" ve "*b* elektronu" olarak adlandırmıştık fakat gerçekte hangisinin hangisi olduğu söylemek mümkün değildir. Bununla birlikte 4. Bölümde elektronlar için, eğer elektronların değiş-tokuşu vasıtasıyla iki farklı olay meydana gelebiliyorsa, iki genliğin *negatif işaretli* bir girişime neden olacağını söylemiştik. Bu, eğer elektronları yerdeğiştirirsek genliğin işaretinin de değişeceği anlamına gelir. Bununla birlikte hidrojen molekülünün bağlı durumunun ($t = 0$ anında)

$$|II\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(|1\rangle + |2\rangle)$$

olması gerektiğini biliyoruz. Bununla birlikte 4. Bölümdeki kurallara göre, bu durum izinli değildir. Eğer elektronları değiştirirsek

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\,(|2\rangle + |1\rangle)$$

buluruz ve zıt işaret yerine benzer işareti elde ederiz.

Bu argümanlar *eğer iki elektron da aynı spine sahipse* doğrudur. Eğer her iki elektron da spin yukarı (ya da spin aşağı) durumundaysa doğrudur ve sadece

$$|I\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(|1\rangle - |2\rangle)$$

durumu izinlidir. Bu durum için iki elektronun değişimi

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\,(|2\rangle - |1\rangle)$$

ifadesini verir, ki bu da istendiği gibi $-|I\rangle$'e eşittir. Eğer aynı elektron spin yönlerine sahip iki hidrojen atomunu yan yana getirirsek, $|I\rangle$ durumunu elde ederiz, $|II\rangle$ durumunu değil. Fakat $|I\rangle$ durumunun *daha üst* enerji durumu olduğunu belirtelim. Enerji eğrisine karşı ayrım eğrisi bir minimuma sahip değildir. İki hidrojen her zaman birbirlerini itecektir fakat bir hidrojen biçiminde değil. Bu nedenle hidrojen molekülünün paralel elektron spinleriyle var olamayacağı sonucuna ulaşırız ve bu da doğrudur.

Diğer yandan $|II\rangle$ durumu iki elektron için mükemmel simetriktir. Aslında *a* elektronu ile *b* elektronunu değiş-tokuş edersek tam olarak aynı durumu elde ederiz. Bölüm 4-7'de, eğer iki Fermi parçacığı aynı durumdaysa, *zıt işaretli* terimlere sahip olmaları gerektiğini görmüştük. Böylece bağlı hidrojen molekülü bir spin yukarı ve bir spin aşağı elektrona sahip olmalıdır.

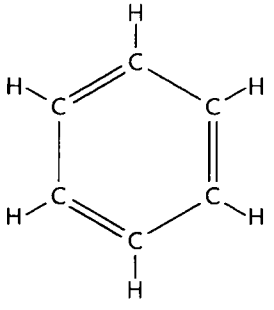
Hidrojen molekülünün bütün hikâyesi aslında, eğer proton spinlerini de işin içine katmayı istersek, daha karmaşıktır. Bu durumda molekülü iki durumlu bir sistem gibi düşünmek doğru değildir. *Sekiz*-durumlu bir sistem gibi ele alınması gerekir –$|1\rangle$ ve $|2\rangle$ durumlarının her biri için dört olası spin düzeni vardır– bu nedenle spinleri ihmal ederek hesaplarımızı biraz kısalttık. Nihai sonucumuz bununla birlikte doğrudur.

H_2 molekülünün en düşük enerji durumunun –bağlı durumlar– zıt spinli iki elektrona sahip olduğunu bulduk. Diğer yandan paralel spinli iki hidrojen atomu –ve toplam açısal momentumu $\hbar$ olan– daha üst bir enerji durumunda (bağlı olmayan) olmalıdır; atomlar birbirlerini iter. Spin ile enerji arasında ilginç bir ilişki vardır. Bu durum daha önce belirttiğimiz, paralel spinli durumun zıt spinli duruma göre daha yüksek enerjiye sahip olması nedeniyle bir etkileşim enerjisi meydana gelmesini açıklar. Belirli koşullarda spinlerin zıt yönlü duruma ulaşmaya çalıştığını söyleyebilirdik ve böyle yaparak enerjinin salıverildiği sonucuna ulaşırdık; büyük manyetik kuvvetlerin olması nedeniyle değil fakat dışarlama ilkesi nedeniyle.

Bölüm 10-1'de iki farklı iyonun *tek* bir elektronla birbirine bağlanmasının oldukça zayıf olduğunu gördük. Fakat bu durum *iki* elektronun bağlanması için geçerli değildir. Şekil 10-4'te gösterilen iki elektronun herhangi iki iyonla (iç kısmındaki elektron kabukları dolu ve tek iyonik yüke sahip) yerdeğiştirdiğini ve iki iyondaki elektronların bağlanma enerjilerinin farklı olduğunu düşünelim. $|1\rangle$ ve $|2\rangle$ durumlarının enerjileri hâlâ eşittir çünkü bu durumların her birinde her iyona sadece bir elektron bağlıdır. Bu nedenle her zaman A'yla orantılı bir enerji yarığına sahip oluruz. İki-elektronlu bağlanma oldukça yaygındır; en genel valans bağıdır. Kimyasal bağlanma genellikle iki elektronla oynanan bu iki durumlu oyunu barındırır. İki atom sadece bir elektronla birbirlerine bağlanabiliyor olmasına rağmen, bu oldukça nadirdir; çünkü sadece doğru koşullar gerekir.

Son olarak, eğer bir elektronun bir çekirdeğe çekim enerjisi diğerine göre daha fazlaysa, daha önce ihmal ettiğimiz diğer olası durumlar hakkında söylediklerimizin artık doğru olmayacağını göreceğiz. Örneğin bir a çekirdeğinin (ya da pozitif bir iyon da olabilir) bir elektronu çekim enerjisinin b çekirdeğinden daha fazla olduğunu düşünelim. Eğer her iki elektron a çekirdeğinde olsa yani b çekirdeğinde hiç elektron olmasa bile toplam enerji hâlâ oldukça düşük olabilir. Yeğin çekim iki elektronun birbirini itmesinden çok daha büyük olabilir. Eğer böyleyse en düşük enerji durumu, her iki elektronun a çekirdeğinde bulunma (negatif bir iyon meydana gelir) genliğine ve b çekirdeğinde hiçbir elektron bulunmama genliğine sahip olabilir. Bu durum pozitif ve negatif bir iyondan meydana gelmiştir. Bu durum aslında NaCl gibi "iyonik" bir molekülde nelerin meydana geldiğini göstermektedir. Böylece kovalent bağlanma ile iyonik bağlanma arasındaki bütün aşamaları görmüş bulunuyoruz.

Şimdi çoğu kimyasal sürecin kuantum mekaniği tanımları kullanılarak nasıl anlaşılabileceğini görebiliriz.

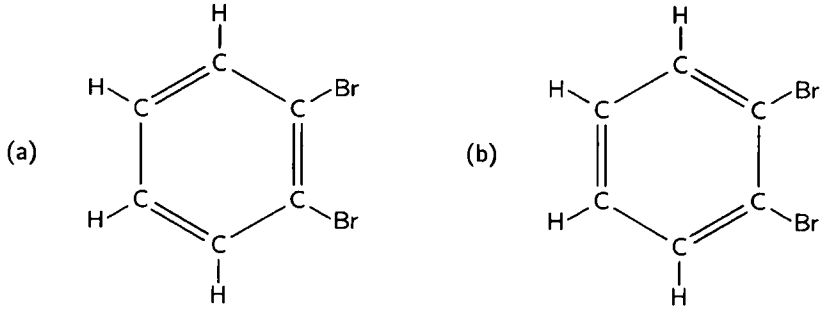


Şekil 10-6 Benzen molekülü, C_6H_6.

10-4 Benzen molekülü

Kimyacılar karmaşık organik molekülleri göstermek için hoş diyagramlar geliştirmiştir. Şimdi en ilginç olanlardan birisini tartışacağız; Şekil 10-6'da gösterilen benzen molekülü. Simetrik bir düzende altı karbon ve altı hidrojen atomu içermektedir. Diyagramdaki her çubuk kovalent bağ yapan zıt spinli bir çift elektronu göstermektedir. Her hidrojen atomu bir elektron katkı yapar ve her bir karbon atomu da dört elektron katkı yaparak toplamda 30 elektronlu bir sistem meydana getirir. (İlk kabuğu ya da K kabuğunu oluşturan karbon çekirdeğine yakın 2 elektron daha vardır. Bunlar gösterilmemiştir çünkü oldukça sıkı bağlara sahiptirler ve kovalent bağlarla ilgileri yoktur.) Bu nedenle şekildeki her bir çubuk bir *bağı* ya da bir çift elektronu temsil eder ve çift bağ, sıralı çiftleri arasında iki çift elektron olduğu anlamına gelir.

Benzen molekülü için bir gizem vardır. Bu kimyasal bileşeni oluşturmak için ne kadar enerji gerektiğini hesaplayabiliriz çünkü kimyacılar değişik halka parçaları içeren farklı bileşik enerjilerini ölçebilmektedir; örneğin etilen üzerine çalışarak bir çift bağ enerjisinin ne olduğunu bilirler. Bu nedenle benzen molekülü için gerekli olan enerjiyi hesaplayabiliriz. Bununla birlikte benzen

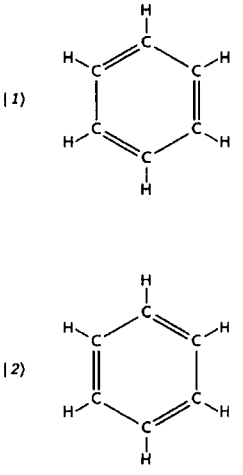


Şekil 10-7 Ortodibromobenzen için iki olasılık. İki bromin tek bir bağ ya da bir çift bağ vasıtasıyla ayrılabilir.

halkasının gerçek enerjisi bunun gibi bir hesaplamadan elde ettiğimiz değerden daha düşüktür; "doymamış çift bağ sistemleri" için beklediğimizden daha sıkı bağlara sahiptir. Genelde çift bağ sistemleri kimyasal olarak kolayca tepkimeye girerler çünkü yeterince büyük enerjileri vardır; çift bağ hidrojen eklenerek kolayca kırılabilir. Fakat benzen halkasındaki bağlar oldukça kalıcıdır ve kırmak çok zordur. Diğer bir deyişle benzen, bağ resmini kullanarak elde ettiğimizden daha düşük bir enerjiye sahiptir.

O zaman başka bir gizem daha vardır. İki komşu hidrojenin ortodibromobenzen oluşturmak için bromin atomlarıyla yerdeğiştirdiğini düşünelim. Şekil 10-7'de gösterildiği gibi bunu yapmanın iki yolu vardır. Şeklin (a) kısmında gösterildiği gibi bir çift bağın zıt uçlarında ya da (b)'de gösterildiği gibi tek bir bağın zıt uçlarında olabilir. Ortodibromobenzen molekülünün iki farklı biçime sahip olduğu düşünülebilir fakat öyle değildir. Sadece böyle bir kimyası vardır.*

Şimdi bu gizemi çözmeye çalışalım; ve belki de nasıl çözüleceğini tahmin ediniz: elbette benzen halkasının "taban durumunun" gerçekten de iki durumlu bir sistem olduğunu kaydedelim. Benzen bileşiğindeki bağların Şekil 10-8'de gösterilen iki durumu da içerdiğini hayal edelim; "Fakat aslında benzerler; aynı enerjiye sahip olmalılar" diyebilirsiniz. Gerçekten de böyledir. Böylece iki durumlu bir sistem olarak analiz edilebilirler. Her bir durum bütün elektronların farklı bir konfigürasyonunu temsil eder ve bütün bağların bir düzenden diğerine geçişini temsil eden bir A genliği vardır; elektronların bir düzenden diğerine geçme şansı bulunmaktadır.



Şekil 10-8 Benzen molekülü için bir taban durumu kümesi.

Gördüğümüz gibi bu geçiş şansı, Şekil 10-8'deki resmin her birini ayrı ayrı inceleyerek hesaplayacağınız enerjiden daha düşük bir enerjiye sahip karma bir durum yaratır. Bunun yerine iki durağan durum vardır; birisi enerjinin beklenen değerinin üstünde diğerinin altında olduğu iki durum. Aslında benzenin gerçek normal durumu (en düşük enerji durumu) Şekil 10-8'de gösterilen iki olası durumun hiçbiri değildir fakat gösterilen her bir durumda bulunma genliği $1/\sqrt{2}$'dir. Sadece normal sıcaklıklarda benzen kimyasının içerdiği durumlardır. Tesadüfi olarak daha üst durumlar da olabilir; bunu söyleyebiliyoruz çünkü benzen $\omega = (E_I - E_{II})/\hbar$ frekansındaki morötesi ışık için güçlü bir soğurmaya sahiptir. İleri geri hareket eden nesnenin üç proton olduğu amonyak molekülünü hatırlarsak, enerji ayrımı sadece mikrodalga bölgesindeydi. Benzende bu nesneler elektrondur ve daha hafif oldukları için ileri geri hareket etmeleri daha kolaydır bu nedenle A katsayısı daha büyüktür. Sonuç, enerji ayrımının daha büyük olmasıdır; bir morötesi fotonun enerjisi yani yaklaşık 1,5 eV.†

Peki bromini koyarsak ne olur? Tekrar Şekil 10-7'de gösterilen iki "olasılık" iki farklı elektron konfigürasyonunu temsil eder. Tek fark başladığımız iki taban durumunun farklı enerjilere sahip olmasıdır. En düşük enerjili durağan durum, farklı genliklere sahip iki durumun doğrusal kombinasyonunu içerir. $|1\rangle$ durumunun genliği örneğin $\sqrt{2/3}$ gibi bir değer alırken $|2\rangle$ durumunun genliği

---

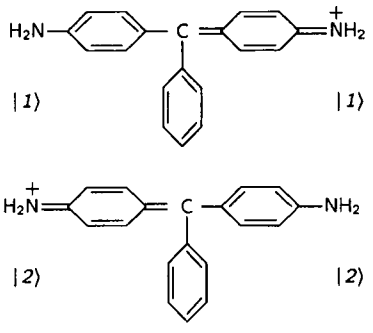
* Durumu biraz basitleştirdik. Başlangıçta kimyacılar dibromobenzenin dört biçimi olması gerektiğini düşündüler; ikisi, komşu karbon atomları üzerinde bromin içeren biçimi (orto-dibromobenzen), üçüncüsü sonraki-en yakın karbon atomunda bromin içeren biçimi (meta-dibromobenzen), ve dördüncüsü her bir zıt uçlarda bromin içeren biçimi (para-dibromobenzen). Bununla birlikte sadece üç biçim buldular; orto-molekülün sadece bir biçimi vardır.

† Söylediklerimiz biraz kafa karıştırıcıdır. Morötesi ışığın soğrulması benzen gibi iki durumlu sistemlerde çok zayıf olabilir çünkü iki durum arasındaki dipol momentin matris elemanları sıfırdır. [İki durum elektriksel olarak simetriktir bu nedenle bir geçiş olasılığını tanımlayan (9.55) denkleminde μ dipol momenti sıfırdır ve ışık soğrulamaz.] Eğer sadece bu durumlar olsaydı, daha üst durumun varlığı farklı şekilde gösterilirdi. Benzenin daha fazla durum içeren daha tam bir kuramı (komşu çift bağlarını da içeren), bununla birlikte, benzenin bulduğumuzdan biraz daha karmaşık durağan durumlarını gösterebilir. Sonuçta meydana gelen dipol momenti bir sonraki bölümde vurgulayacağımız gibi, morötesi ışığın soğrulmasıyla oluşan geçişlere izin verir.

$\sqrt{1/3}$'tür. Daha fazla bilgi sahibi olmadan daha kesin konuşamayız fakat H_{11} ve H_{22} enerjileri eşit değilse, C_1 ve C_2 genlikleri de artık aynı büyüklüğe sahip olamaz. Bunun anlamı, elbette, şekildeki iki olasılıktan birinin diğerine göre daha gerçekçi olduğudur fakat elektronlar, her iki protonun da genliğe sahip olmasına yetecek kadar hareketlidir. Diğer durumun farklı genlikleri vardır ($\sqrt{1/3}$ ve $-\sqrt{2/3}$ gibi) fakat daha büyük enerjiye sahiptir. Basit kimyasal bağ kuramının önerdiği gibi iki değil, sadece tek bir düşük enerji durumu vardır.

10-5 Boyalar

İki durumlu bir sistemin daha kimyasal bir örneğini vereceğiz; bu kez daha büyük bir moleküler ölçekte. Bunu boya kuramını ele alarak yapacağız. Çoğu boya –aslında hemen hemen hepsi yapaydır– ilginç bir özelliğe, bir tür simetriye sahiptir. Şekil 10-9, kırmızı renkli ve magenta adı verilen özel bir boya iyonunu göstermektedir. Bu molekül üç halka yapısına sahiptir; ikisi benzen halkasıdır. Üçüncüsü tam olarak benzen halkasına benzemez çünkü halkanın içinde sadece iki çift bağa sahiptir. Şekil aslında aynı iki resmi göstermektedir ve bu nedenle aynı enerjilere sahip olmalarını bekleriz. Fakat elektronların, zıt uçtaki "doldurulmamış" konuma kayarak, bir konumdan diğerine geçmelerini tanımlayan belirli genlikler vardır. Çok fazla elektronu da işin içine katarsak, yerdeğiştirme genliğinin benzene kıyasla daha düşük olduğunu buluruz ve iki durağan durum arasındaki enerji kayması da daha küçüktür. Bununla birlikte, şekilde gösterilen iki taban durumunun toplam ve farkını tanımlayan iki durağan durum, $|I\rangle$ ile $|II\rangle$ vardır. $|I\rangle$ ve $|II\rangle$ durumlarının enerji ayrımı, optik bölgedeki bir fotonun enerjisine eşittir. Eğer moleküle bir ışık yollarsak, belirli bir frekansta güçlü bir soğurma oluşur ve parlak renkler ortaya çıkar. Bu boyanın nasıl meydana geldiğini tanımlar.



Şekil 10-9 Magenta boya molekülü için iki taban durumu.

Bunun gibi bir boya molekülünün gösterilen iki taban durumunun diğer ilginç bir özelliği, elektrik yükünün farklı konumlara yerleşmesidir. Sonuç olarak, molekül dış bir elektrik alandan güçlü bir şekilde etkilenir. Amonyak molekülünde de benzer bir durum vardı. Böylece tamamen aynı matematiği kullanarak boya molekülünü analiz edebiliriz fakat E_0 ve A'nın bilinmesi şartıyla. Genel olarak bu bilgiler deneysel veriler toplanarak elde edilir. Eğer çok sayıda boya molekülü için ölçüm yapılırsa, bazı ilişkili boya molekülleriyle nelerin meydana geleceği tahmin edilebilir. Elektrik yükünün konumunun kayması nedeniyle (9.55) denklemindeki μ büyüktür ve malzemenin $2A/\hbar$ karakteristik frekansında ışığı soğurması yüksek bir olasılıktır. Bu nedenle sadece renkli değil aynı zamanda çok güçlüdür, yani çok küçük bir molekül ışığın çoğunu soğurabilir.

Sıçrama oranı –ve bu nedenle A– molekülün yapısına oldukça duyarlıdır. A'yı değiştirerek enerji düzeyleri ayrılabilir ve böylece boyanın rengi de değiştirilebilir. Ayrıca moleküller mükemmelen simetrik olmak zorunda da değildir. Çok küçük asimetri olsa bile, benzer bazı olgular ufak farklılıklarla ortaya çıkabilir. Bu nedenle moleküllere küçük asimetriler vererek renkler değiştirilebilir. Örneğin, diğer önemli bir boya olan malachite yeşili magentaya oldukça benzerdir fakat hidrojenlerden ikisi CH_3 ile yerdeğiştirmiştir. Farklı bir renge sahiptir çünkü A kaydırılmıştır ve iki durumun oranı değiştirilmiştir.

10-6 Manyetik bir alandaki yarım-spinli parçacığın Hamilton işlemcisi

Şimdi yarım-spinli bir nesneyi içeren iki durumlu bir sistemi tartışmak istiyoruz. Söyleyeceklerimizin bir kısmına daha önceki bölümlerde değinilmişti fakat üzerinden tekrar geçmek anlaşılmayan noktaların biraz daha açıklığa kavuşmasına yardım edebilir. Durgun bir elektronu iki durumlu bir sistem gibi düşünebiliriz. Bu bölümde "tek elektron" hakkında konuşacak olsak da, elde edeceğimiz sonuçlar *herhangi bir* yarım-spinli parçacık için doğru olacaktır. z-yönündeki elektron spin bileşenlerinin $+\hbar/2$ ve $-\hbar/2$ olduğu $|1\rangle$ ve $|2\rangle$ durumlarını taban durumları olarak seçelim.

Bu durumlar elbette daha önceki bölümlerde (+) ve (–) olarak adlandırdığımız durumlara benzer. Bu bölümde kullanılan gösterimin uyumlu olması için "artı" spin durumunu $|1\rangle$ ve "eksi" spin durumunu $|2\rangle$ olarak adlandıracağız; "artı" ve "eksi" z-yönündeki açısal momentumu tanımlar.

Elektronun herhangi bir olası ψ durumu, elektronun $|1\rangle$ durumunda bulunma C_1 genliğini ve $|2\rangle$ durumunda bulunma C_2 genliğini veren, (10.1) denklemiyle açıklanabilir. Bu problemle ilgilenmek için, bu iki durumlu sistemin Hamilton işlemcisini bilmek gerekir; yani manyetik alandaki bir elektron için. z-yönündeki bir manyetik alanın özel bir durumunu ele alarak işe başlayacağız.

$\boldsymbol{B}$ vektörünün sadece z-yönündeki B_z bileşenine sahip olduğunu varsayalım. İki durumlu sistem için kullandığımız tanımdan hareketle (yani spinlerin $\boldsymbol{B}$ vektörüne göre paralel ya da zıt yönlü olması), manyetik alanda belirli enerjiye sahip durağan durumların olduğunu biliyoruz. $|1\rangle$ durumu $-\mu B_z$ değerine eşit bir enerjiye ve $|2\rangle$ durumu da $+\mu B_z$ enerjisine sahiptir.* Bu durumda Hamilton işlemcisinin çok basit olması gerekir çünkü $|1\rangle$ durumunda bulunma C_1 genliği C_2 tarafından etkilenmez ve bunun tam tersi de doğrudur:

$$i\hbar \frac{dC_1}{dt} = E_1 C_1 = -\mu B_z C_1$$
$$i\hbar \frac{dC_2}{dt} = E_2 C_2 = +\mu B_z C_2 \tag{10.17}$$

Bu özel durum için Hamilton işlemcisi aşağıdaki gibidir:

$$H_{11} = -\mu B_z, \qquad H_{12} = 0$$
$$H_{21} = 0 \qquad H_{22} = +\mu B_z \tag{10.18}$$

Böylece z-yönündeki bir manyetik alan için Hamilton işlemcisinin ve durağan durum enerjilerinin ne olduğunu bulmuş oluyoruz.

Şimdi de alanın z-yönünde olmadığını düşünelim. Bu durumda Hamilton işlemcisi nedir? Eğer alan z-yönünde değilse matris elemanları nasıl değişir? Hamilton işlemcisi terimleri için bir tür üst üste binme ilkesi olduğunu varsayacağız. Daha özel olarak, eğer iki manyetik alan üst üste binmişse Hamilton işlemcisindeki terimlerin basitçe birbirlerine eklenebileceğini öne süreceğiz; eğer saf bir B_z için H_{ij}'yi ve saf bir B_x için H_{ij}'yi biliyorsak hem B_z hem de B_x için H_{ij}'ler toplanabilir. Eğer alanı sadece z-yönünde alırsak söylediklerimiz kesinlikle doğrudur; eğer B_z iki katına çıkarsa H_{ij} de iki katına çıkar. Bu, herhangi bir manyetik alan için H_{ij}'nin bulunması konusunda ihtiyacımız olan her şeyi barındırır.

Şimdi de sabit bir $\boldsymbol{B}$ olduğunu varsayalım. z-eksenimizi manyetik alanın yönüne göre *seçebilirdik* ve $\mp\mu B$ enerjilerine sahip iki durağan durum *elde edebilirdik*. Sadece eksenlerimizi farklı yönlerde seçmek *fiziği* değiştirmez. Durağan durum *tanımlarımız* farklı olabilir fakat enerjileri hâlâ $\mp\mu B$'dir:

$$E_I = -\mu\sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}$$
$$E_{II} = +\mu\sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} \tag{10.19}$$

Oyunun gerisi çok kolay. Enerjiler için denklemleri elde ettik. B_x, B_y ve B_z cinsinden ve (10.3) denklemini kullandığımızda bu enerjileri veren bir Hamilton işlemcisi elde etmek istiyoruz. Problem: Hamilton işlemcisini bulmak. İlk olarak, ortalama enerjileri sıfır olan enerji yarılmasının sıfır olduğunu vurgulayalım. (10.3) denklemine bakarak

$$H_{22} = -H_{11}$$

olduğunu görebiliriz. (Bu durum eğer B_x ve B_y'nin her ikisi de sıfırsa elde edilir; bu durumda $H_{11} = -\mu B_z$ ve $H_{22} = \mu B_z$'dir.) Eğer (10.3) denklemi ile (10.19) denkle-

* "Sıfır" enerjisi yerine m_0c^2 durgun enerjisini alıyoruz ve elektronun μ manyetik momentini, spine zıt yönlü olduğu için *negatif* bir sayı olarak düşünüyoruz.

mini birbirlerine eşitlersek

$$\left(\frac{H_{11}-H_{22}}{2}\right)^2 + |H_{12}|^2 = \mu^2(B_x^2+B_y^2+B_z^2) \tag{10.20}$$

ifadesini elde ederiz. (Ayrıca $H_{12}H_{21}$ çarpımının $|H_{12}|^2$ şeklinde yazıldığını göstermek için $H_{21}=H_{12}^*$ eşitliğini kullandık.) Yeniden z-yönündeki bir alan için

$$\mu^2 B_z^2 + |H_{12}|^2 = \mu^2 B_z^2$$

eşitliği elde edilir. Açık ki, $|H_{12}|$ bu özel durumda sıfır olmalıdır ve bu durum H_{12}'nin B_z'nin hiçbir terimine sahip olmadığı anlamına gelir. (Hatırlayın, bütün terimlerin B_x, B_y ve B_z cinsinden doğrusal olması gerektiğini söylemiştik.)

Şu ana kadar H_{11} ve H_{22}'nin B_z terimlerini içerdiğini fakat H_{12} ve H_{21}'in içermediğini gördük. Eğer

$$\begin{aligned} H_{11} &= -\mu B_z \\ H_{22} &= \mu B_z \end{aligned} \tag{10.21}$$

ve

$$|H_{12}|^2 = \mu^2(B_x^2+B_y^2)$$

olduğunu söylersek (10.20) denklemini sağlayacak basit bir tahmin yapabiliriz. Ve bu yapabileceğimiz en iyi şey gibi görünmektedir!

"Bekleyin H_{12}, B cinsinden doğrusal değildir; (10.21) denklemi $H_{12}=\mu\sqrt{B_x^2+B_y^2}$ verir" diyebilirsiniz. Önemli değil. Doğrusal olan başka bir olasılık daha vardır:

$$H_{12} = \mu(B_x + iB_y)$$

Aslında birkaç olasılık daha vardır; daha genel olarak δ gelişigüzel bir evre olmak üzere

$$H_{12} = \mu(B_x \pm iB_y)e^{i\delta}$$

yazabilirdik. Hangi işareti ve evreyi kullanmalıyız? Her iki işareti ve istediğiniz evreyi kullanabilirsiniz çünkü fiziksel sonuçlar her zaman aynı olacaktır. Yani seçim bir uzlaşım konusudur. İnsanlar genelde eksi işaretini ve $e^{i\delta}=-1$ eşitliğini kullanmaktadır. Aynı şeyleri tekrarlayarak

$$H_{12} = -\mu(B_x - iB_y) \quad \text{ve} \quad H_{21} = -\mu(B_x + iB_y)$$

yazabiliriz. (Tesadüfi bir şekilde bu gösterim, 6. Bölümde kullandığımız gelişigüzel seçimlerin bazılarıyla hem uyumludur hem de ilişkilidir.)

Gelişigüzel bir manyetik alandaki elektron için tam Hamilton işlemcisi

$$\begin{aligned} H_{11} &= -\mu B_z, & H_{12} &= -\mu(B_x - iB_y) \\ H_{21} &= -\mu(B_x + iB_y) & H_{22} &= +\mu B_z \end{aligned} \tag{10.22}$$

şeklindedir. C_1 ve C_2 genlikleri için denklemler aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned} i\hbar\frac{dC_1}{dt} &= -\mu[B_z C_1 + (B_x - iB_y)C_2] \\ i\hbar\frac{dC_2}{dt} &= -\mu[(B_x + iB_y)C_1 - B_z C_2] \end{aligned} \tag{10.23}$$

Böylece bir manyetik alandaki elektronun "spin durumları için hareket denklemlerini" elde edebiliriz. Bazı fiziksel argümanlar geliştirerek tahminler yapabiliriz fakat herhangi bir Hamilton işlemcisinin gerçek testi, deneylerle uyumlu tahminler ileri sürebilmesidir. Yapılan herhangi bir test için bu denklemler doğrudur. Aslında sadece sabit alanlar için argümanlar üretsek de yazdığımız Hamilton işlemcisi zamanla değişen manyetik alan için de doğrudur. Bu nedenle bütün ilginç problemlere göz atmak için (10.23) denklemini kullanabiliriz.

10-7 Bir manyetik alanda elektron spini

Birinci örnek: z-yönündeki sabit bir alanla işe başlıyoruz. Enerjileri $\mp\mu B_z$ olan iki durağan durum vardır. Şimdi de x-yönüne ufak bir alan ekleyelim. O zaman denklemler eski iki durumlu problem için elde ettiklerimize benzeyecektir. Bir kez daha ileri-geri hareketleri elde ederiz ve enerji düzeyleri arasındaki ayrım biraz daha fazla olur. Şimdi alanın x-bileşeninin zamanla örneğin $\cos \omega t$ biçiminde değiştiğini varsayalım. 9. Bölümdeki amonyak molekülünü salınan bir alana koyduğumuzda elde ettiğimiz denklemleri yeniden elde ederiz. Detaylarını aynı şekilde inceleyebilirsiniz. Yatay alan $\omega_0 = 2\mu B_z/\hbar$ rezonans frekansı civarında salınım yaptığında alanın, $+z$ yönünden $-z$ yönüne bir geçişe neden olduğunu göreceksiniz; veya tam tersini. *Bu durum, II. Cildin 35. Bölümünde tanımlanan manyetik rezonans olgusunun kuantum mekaniksel açıklamasıdır.*

Ayrıca yarım-spinli parçacıkları kullanarak bir mazer yapmak da mümkündür. Bir Stern-Gerlach düzeneği bir parçacık demetini, sabit bir manyetik alana sahip bir kovuğa göndererek, z-yönünde kutuplamak için kullanılabilir. Kovukta salınan alan manyetik momentle etkileşime girebilir ve kovuğa enerji veren bir geçişi tetikleyebilir.

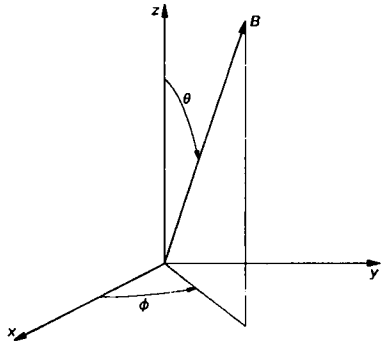
Şimdi de sıradaki şu soruyu inceleyelim: Şekil 10-10'da gösterildiği gibi θ kutup açısı ve ϕ boylam açısı yönüne doğru yönelmiş bir $\boldsymbol{B}$ manyetik alanımız olsun. Ek olarak spini alan yönünde olacak şekilde hazırlanmış bir elektronumuz olduğunu düşünelim. Bunun gibi bir elektronun C_1 ve C_2 genlikleri ne olur? Diğer bir deyişle, elektronun durumuna $|\psi\rangle$ dersek,

$$|\psi\rangle = |1\rangle C_1 + |2\rangle C_2$$

yazabiliriz. Burada C_1 ile C_2

$$C_1 = \langle 1|\psi\rangle \quad \text{ve} \quad C_2 = \langle 2|\psi\rangle$$

şeklindedir ve $|1\rangle$ ile $|2\rangle$, $|+\rangle$ ile $|-\rangle$ olarak kullandığımız durumla aynı şeydir (z-eksenini seçtiğimizi gösterir).



Şekil 10-10 $\boldsymbol{B}$'nin yönü θ kutup açısı ve ϕ boylam açısı tarafından belirlenir.

Bu sorunun cevabı iki durumlu sistemler için elde ettiklerimizle aynıdır. İlk olarak elektron spininin $\boldsymbol{B}$'ye paralel olduğu için, $E_I = -\mu B$ enerjili durağan bir durum olduğunu biliyoruz. Bunun için hem C_1 hem de C_2'nin $e^{-(i/\hbar)E_I t}$ şeklinde değişmesini bekliyoruz, (9.18)'te gösterildiği gibi; ayrıca a_1 ve a_2 katsayıları da (10.5) denklemiyle verilir:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{H_{12}}{E_I - H_{11}} \tag{10.24}$$

Ek bir koşul da a_1 ve a_2'nin normalize olmasıdır yani $|a_1|^2 + |a_2|^2 = 1$. (10.22) denkleminden H_{11} ve H_{22}'yi çekersek ve

$$B_z = B\cos\theta, \qquad B_x = B\sin\theta\cos\phi, \qquad B_y = B\sin\theta\sin\phi$$

eşitliklerini kullanırsak

$$\begin{aligned} H_{11} &= -\mu B\cos\theta \\ H_{12} &= -\mu B\sin\theta\,(\cos\phi - i\sin\phi) \end{aligned} \tag{10.25}$$

eşitliklerini elde ederiz. İkinci denklemdeki son faktör $e^{-i\phi}$'ye eşittir bu nedenle

$$H_{12} = -\mu B\sin\theta\, e^{-i\phi} \tag{10.26}$$

olarak yazılabilir. (10.24) denklemindeki matris elemanını kullanarak ve pay ile paydadaki $-\mu B$'yi sadeleştirerek

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{\sin\theta\, e^{-i\phi}}{1-\cos\theta} \tag{10.27}$$

ifadesini elde ederiz. Bu oranı ve normalizasyon koşulunu kullanarak hem a_1 hem de a_2'yi bulabiliriz. Bu zor değildir fakat ufak bir hilenin yardımıyla kes-

tirme bir yol izleyeceğiz. ($1 - \cos\theta = 2\sin^2(\theta/2)$ ve $\sin\theta = 2\sin(\theta/2)\cos(\theta/2)$ olduğunu belirtelim.) Böylece (10.27) denklemi

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{\cos\frac{\theta}{2}\, e^{-i\phi}}{\sin\frac{\theta}{2}} \tag{10.28}$$

ifadesine eşit olur. Denklemin muhtemel bir çözümü

$$a_1 = \cos\frac{\theta}{2}\, e^{-i\phi} \qquad a_2 = \sin\frac{\theta}{2} \tag{10.29}$$

biçimindedir; çünkü (10.28) denklemini sağlar ve normalizasyon koşuluyla uyumludur:

$$|a_1|^2 + |a_2|^2 = 1$$

Bildiğiniz gibi hem a_1 hem de a_2'yi gelişigüzel bir evre faktörüyle çarpmak bir şeyi değiştirmez. Genelde insanlar (10.29) denklemini $e^{i\phi/2}$ değeriyle çarparak daha simetrik bir biçimde yazmayı tercih ederler. Sonucun genelde kullanılan biçimi aşağıdaki gibidir

$$a_1 = \cos\frac{\theta}{2}\, e^{-i\phi/2} \qquad a_2 = \sin\frac{\theta}{2}\, e^{+i\phi/2} \tag{10.30}$$

Bu da sorumuzun cevabıdır. Eğer spinler θ ve ϕ eksenleri boyuncaysa a_1 ve a_2 sayıları z-ekseni boyunca bir elektronun spin yukarı ya da spin aşağı bulunma genliklerini tanımlar. (C_1 ve C_2 genlikleri sadece a_1 ve a_2 çarpı $e^{-(i/\hbar)E_I t}$ olur)

Şimdi ilginç bir noktayı vurgulayalım. B manyetik alanının şiddeti (10.30) sonucunun herhangi bir yerinde ortaya çıkmamıştır. Sonuç açıkça B'nin sıfıra gittiği limit durumuyla aynıdır. Bu, spini gelişigüzel bir eksen yönünde olan bir parçacığın nasıl gösterileceği sorusuna *genel* bir cevap verdiğimiz anlamına gelir. (10.30) genlikleri, spin-1 parçacıkları için 5. Bölümde tanımladığımız [Denklem (5.38)] izdüşüm genlikleriyle ilişkili yarım-spinli parçacıkların izdüşüm genlikleridir. Şimdi herhangi bir Stern-Gerlach filtresine gönderilerek filtrelenen yarım-spinli parçacık demetleri için genlikleri bulabiliriz.

$|+z\rangle$, z-ekseni boyunca spin yukarı durumunu ve $|-z\rangle$'de z-ekseni boyunca spin aşağı durumunu göstersin. Eğer $|+z'\rangle$, z-ekseniyle θ ve ϕ açısı yapan bir z'-ekseni boyunca spin yukarı durumunu gösteriyorsa, 5. Bölümdeki gösterimi kullanarak

$$\langle +z|+z'\rangle = \cos\frac{\theta}{2}\, e^{-i\phi/2} \qquad \langle -z|+z'\rangle = \sin\frac{\theta}{2}\, e^{+i\phi/2} \tag{10.31}$$

eşitliklerini elde ederiz. Bu sonuçlar 6. Bölümde tamamen geometrik argümanları kullanarak bulduklarımızla aynıdır; (6.36) denklemi. (Eğer 6. Bölümü atladıysanız bile, her durumda başlıca sonuçları yeniden elde ediyoruz.)

Son örnek olarak daha önce defalarca üzerinde durduğumuz bir problemi ele alalım. Belirli bir spin yönüne sahip bir elektronumuz olsun daha sonra z-yönündeki bir manyetik alanı 25 dakika için aktif hale getirelim ve yeniden kapatalım. Son durum ne olur? Durumu $|\psi\rangle = |1\rangle C_1 + |2\rangle C_2$ doğrusal kombinasyon biçiminde ifade edebileceğimizi biliyoruz. Bununla birlikte bu problem için belirli enerji durumları $|1\rangle$ ve $|2\rangle$ taban durumlarımızdır:

$$C_1(t) = C_1(0)\, e^{-iE_I t/\hbar} = C_1(0)e^{+i\mu Bt/\hbar}$$

ve

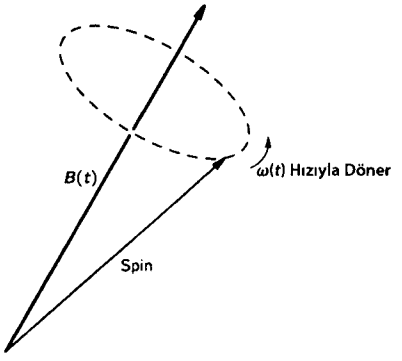
$$C_2(t) = C_2(0)\, e^{-iE_{II} t/\hbar} = C_2(0)e^{-i\mu Bt/\hbar}$$

Başlangıçta elektron spininin belirli bir yöne sahip olduğunu söylemiştik. Bu, başlangıçtaki C_1 ve C_2 genliklerinin (10.30) denklemleriyle verilen sayılar olduğu anlamına gelir. Bir T zaman periyodu kadar bekledikten sonra yeni C_1 ve C_2, sırasıyla $e^{i\mu B_z T/\hbar}$ ve $e^{-i\mu B_z T/\hbar}$ değeriyle çarpılan aynı iki sayıdır. Peki durum ne-

dir? Bu kolay. Eğer ϕ açısı, $2\mu B_z T/\hbar$'nin çıkarılmasıyla değiştirilmişse ve θ açısı değiştirilmeden kaldıysa, kesinlikle aynıdır. Yani T zamanı sonunda $|\phi\rangle$ durumu, başlangıçtaki yönünden sadece z-ekseni etrafında $\Delta\phi = 2\mu B_z T/\hbar$ kadarlık bir *dönüşle* ayrılan bir yönle hizalanmış bir elektronu gösterir. Bu açı T'yle orantılı olduğu için ayrıca spin yönünün z-ekseni etrafında $2\mu B_z/\hbar$ açısal hızında *yalpaladığını* söyleyebiliriz. Bu sonucu daha önce birkaç kez kaba bir şekilde tartışmıştık. Şimdi atomik mıknatısların presesyonunun [yaplamalasının] daha tam ve doğru bir kuantum mekaniksel açıklamasını elde etmiş olduk.

Bir manyetik alandaki spinli bir elektron için ileri sürdüğümüz matematiksel fikirlerin *herhangi bir* iki-durumlu sisteme uygulanabilmesi oldukça ilginçtir. Yani spinli elektronlarla matematiksel bir *benzerlik* kurarak iki durumlu sistem hakkındaki *herhangi bir* problem saf geometrik argümanlarla çözülebilir. İş şöyle yürümektedir. $(H_{11} + H_{22})$'nin sıfıra eşit olması için, $H_{11} = -H_{22}$, sıfır enerjisini bir miktar kaydıralım. Daha sonra herhangi iki durumlu problem *şeklen* bir manyetik alandaki elektronla aynıdır. Yapacağımız tek şey H_{11} ile $-\mu B_z$ ve H_{12} ile $-\mu(B_x - iB_y)$'yi belirlemektir. Fiziğinin nereden kaynaklandığının bir önemi yoktur –bir amonyak molekülü ya da her neyse– bahsettiğimiz elektron problemi gibi ele alabilirsiniz. Yani *genel olarak* elektron problemini çözersek, *bütün* iki-durumlu problemleri çözmüş oluruz.

Ve elektron için genel bir çözüm elde ettik! Bazı yönlerde spin "yukarı" durumlarımız olsun ve diğer yöne yönelen B manyetik alanına sahip olduğumuzu düşünelim. Sadece B ekseni etrafındaki bir spin yönünde, bir sabit kere B vektörüne eşit $\omega(t)$ açısal *vektör* hızıyla dönebilirsiniz (yani $\omega = 2\mu B/\hbar$). B zamanla değiştikçe, B'yle paralel olmayı korumak için dönme ekseninde hareket etmelisiniz ve her zaman B'nin şiddetiyle orantılı olması için dönme hızını değiştirmelisiniz. Şekil 10-11'e bakın. Eğer bunları yaparsanız, (10.30) denklemini kullanarak spin ekseninin nihai yönelimini elde edersiniz ve C_1 ve C_2 genlikleri sizin koordinat sistemindeki izdüşümleri tarafından belirlenir. Gördüğünüz gibi tüm dönüşlerden sonra nerede olacağınızı takip etmek sadece geometrik bir problemdir. Bu problemin neyi içerdiğini görmek kolay olsa da, bu geometrik problemi (açısal hız vektörüyle değişen bir dönüşün sonucunu bulma problemi) genel durum için kesin bir şekilde çözmek kolay değildir. *İlkesel olarak* yine de herhangi iki-durumlu sistem için genel çözümü elde ederiz. Bir sonraki bölümde, önemli yarım-spinli parçacıklı durumları incelemek için –yani genel iki durumlu sistemleri incelemek için– daha fazla matematiksel tekniklere başvuracağız.



Şekil 10-11 Değişen bir $B(t)$ manyetik alanındaki bir elektronun spin yönü B'ye paralel bir eksen etrafında $\omega(t)$ hızıyla yalpalar.

11

İKİ-DURUMLU SİSTEMLERDEN FAZLASI

11-1 Pauli-spin matrisi

11-1 Pauli-spin matrisi
11-2 İşlemci olarak spin matrisleri
11-3 İki-durumlu denklemlerin çözümü
11-4 Fotonun kutuplanma durumları
11-5 Yüksüz K-mezonu*
11-6 *N*-durumlu sistemlere genelleme

İki-durumlu sistemler üzerine yaptığımız tartışmalara devam edelim. Son bölümün sonunda manyetik bir alandaki yarım-spinli parçacıklar hakkında konuşuyorduk. Spin açısal momentumunun z-bileşeni $+\hbar/2$ olan C_1 genliğinin ve $-\hbar/2$ olan C_2 genliğinin belirlenmesiyle spin durumlarını elde etmiştik. Daha önceki bölümlerde bu taban durumlarını $|+\rangle$ ve $|-\rangle$ olarak adlandırmıştık. Genel olarak $|+\rangle$ ya da $|1\rangle$ ve $|-\rangle$ ya da $|2\rangle$ biçiminde kullanmanın daha uygun olduğunu belirtmiş olsak da şimdi gösterimize geri döneceğiz.

Son bölümde, $\boldsymbol{B} = (B_x, B_y, B_z)$ manyetik alanında μ manyetik momentine sahip yarım-spinli parçacıkların $C_+ = (C_1)$ ve $C_- = (C_2)$ genliklerinin aşağıdaki diferansiyel denklemleriyle belirlendiğini görmüştük:

Gözden Geçirme: I. Cilt, 33. Bölüm, *Kutuplanma*

$$i\hbar \frac{dC_+}{dt} = -\mu[B_z C_+ + (B_x - iB_y)C_-]$$
$$i\hbar \frac{dC_-}{dt} = -\mu[(B_x + iB_y)C_+ - B_z C_-] \tag{11.1}$$

Diğer bir deyişle, H_{ij} Hamilton işlemcisi matrisi

$$H_{11} = -\mu B_z, \qquad H_{12} = -\mu(B_x - iB_y)$$
$$H_{21} = -\mu(B_x + iB_y) \qquad H_{22} = +\mu B_z \tag{11.2}$$

biçimindeydi. (11.1) denklemi elbette

$$i\hbar \frac{dC_i}{dt} = \sum_j H_{ij} C_j \tag{11.3}$$

ifadesiyle aynıdır. Burada i ve j, + ile – değerler alır (ya da 1 ve 2).

Elektron spininin iki durumlu sistemi önemlidir çünkü problemi ifade etmek için en uygun yollardan biridir. Şimdi genelde iki-durumlu sistem denklemlerinin nasıl ifade edildiğine dair küçük matematiksel bir yöntem geliştireceğiz; ilk olarak Hamilton işlemcisindeki her bir terimin μ ve $\boldsymbol{B}$'nin bazı terimleriyle orantılı olduğunu belirtelim; *tamamen formal* olarak

$$H_{ij} = -\mu[(\sigma_{ij}^x B_x + \sigma_{ij}^y B_y + \sigma_{ij}^z B_z)] \tag{11.4}$$

yazabiliriz.

Burada yeni bir fizik vardır; bu denklem, σ_{ij}^x, σ_{ij}^y ve σ_{ij}^z katsayılarıyla $-4\times3=12$ bileşenlidir– (11.4) denkleminin (11.2) denklemiyle aynı olduğunu göstermek için kullanılmaktadır.

Şimdi bu katsayıların ne olduğunu görelim. B_z'yle işe başlıyoruz. B_z sadece H_{11} ve H_{22}'de ortaya çıktığı için her şey uygun olacaktır, ama

$$\sigma_{11}^z = 1 \qquad \sigma_{12}^z = 0$$
$$\sigma_{21}^z = 0 \qquad \sigma_{22}^z = -1$$

olması şartıyla. H_{ij} matrisi genelde ufak bir tablo şeklinde ifade edilir:

$$H_{ij} = \begin{matrix} i\downarrow \\ \\ \end{matrix} \overset{\begin{matrix} j\rightarrow \\ \end{matrix}}{\begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix}}$$

B_z manyetik alanındaki bir yarım-spinli parçacığın Hamilton işlemcisi için bu aşağıdaki matrise benzer:

$$H_{ij} = \begin{matrix} \\ i \downarrow \end{matrix} \overset{\begin{matrix} j \rightarrow \end{matrix}}{\begin{pmatrix} -\mu B_z & -\mu(B_x - iB_y) \\ -\mu(B_x + iB_y) & +\mu B_z \end{pmatrix}}$$

Benzer şekilde σ^z_{ij} katsayıları matris biçiminde

$$\sigma^z_{ij} = \begin{matrix} \\ i \downarrow \end{matrix} \overset{\begin{matrix} j \rightarrow \end{matrix}}{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}} \tag{11.5}$$

tanımlanabilir. B_x katsayılarını inceleyerek σ_x katsayıları elde edilir:

$$\sigma^x_{11} = 0 \qquad \sigma^x_{12} = 1$$
$$\sigma^x_{21} = 1 \qquad \sigma^x_{22} = 0$$

ya da kısaca

$$\sigma^x_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{11.6}$$

Son olarak B_y katsayılarını inceleyerek σ_y katsayıları elde edilir:

$$\sigma^y_{11} = 0 \qquad \sigma^y_{12} = -i$$
$$\sigma^y_{21} = i \qquad \sigma^y_{22} = 0$$

ya da kısaca

$$\sigma^y_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \tag{11.7}$$

Tablo 11-1
Pauli-spin matrisleri

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$
$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$
$$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$
$$1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Bu üç matris kullanılarak, (11.2) ve (11.4)'ün benzer olduğu gösterilebilir. Alt indisler i ve j'yi belirtmek için, hangi σ'nın $\boldsymbol{B}$'nin hangi bileşeniyle ilgili olduğunu gösteren x, y ve z'leri üst indise koyduk. Bununla birlikte genellikle i, j yazılmaz –yine de orada olduklarını hayal etmek kolaydır– ve x, y ve z alt indis olarak yazılır. Bu nedenle (11.4) denklemi aşağıdaki biçimde yazılabilir:

$$H = -\mu[(\sigma_x B_x + \sigma_y B_y + \sigma_z B_z)] \tag{11.8}$$

Sigma matrisleri önemli olduğu için –uzmanlar için her zaman gereklidir– bu matrisleri Tablo 11-1'de bir araya getirdik. (Kuantum fiziğiyle uğraşacak herhangi biri onları mutlaka hatırlamalıdır.) Ayrıca, ilk kez ortaya koyduğu için, *Pauli spin matrisleri* olarak adlandırılır.

Eğer benzer enerjili iki spin durumuna sahip bir sistemle ilgileniyorsak ya da farklı bir sıfır enerjisini seçmek istiyorsak, tabloya gerekli bir adet daha ikiye-iki matrisin eklenmesi gerekir. Bunun gibi bir durum için (11.1) denklemlerindeki ilk denkleme $E_0 C_+$ ve ikinci denkleme $E_0 C_-$ eklenmelidir. Eğer "1"*birim matrisini* δ_{ij} olarak tanımlarsak yeni gösterime şunu ekleyebiliriz:

$$1 = \delta_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{11.9}$$

ve (11.8) denklemini yeniden

$$H = E_0 \delta_{ij} - \mu(\sigma_x B_x + \sigma_y B_y + \sigma_z B_z) \tag{11.10}$$

şeklinde yazabiliriz.

Genelde E_0 gibi bir sabitin otomatik olarak birim matrisle çarpıldığı *düşünülür*; o zaman basit olarak

$$H = E_0 - \mu(\sigma_x B_x + \sigma_y B_y + \sigma_z B_z) \tag{11.11}$$

yazılır. Spin matrislerinin kullanışlı olmasının nedenlerinden birisi herhangi bir ikiye-iki matrisin bu matrisler cinsinden yazılmasıdır. Dört sayıya sahip herhangi bir matris

$$M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

her zaman dört matrisin doğrusal kombinasyonu cinsinden yazılabilir. Örneğin

$$M = a\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix} + b\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix} + c\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix} + d\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

Bunu yapmanın çok sayıda yolu vardır fakat daha özel bir yolu σ_x, σ_y ve σ_z cinsinden ve α, β, γ ile δ'nin karmaşık sayılar olmak üzere yazılmasıdır:

$$M = \alpha 1 + \beta\sigma_x + \gamma\sigma_y + \delta\sigma_z$$

Herhangi bir ikiye-iki matris, birim matrisi ve sigma matrisleri cinsinden gösterilebileceği için, gerekli olan tek şey herhangi bir iki-sistemli durumdur. İki-durumlu sistem ne olursa olsun –amonyak molekülü, magenta boyası, herhangi bir şey– Hamilton denklemi sigmalar cinsinden yazılabilir. Herhangi iki-durumlu sistem için kullanılabilen sigmalar, manyetik alandaki bir elektronun fiziksel durumunda geometrik bir öneme sahip olduğu için de kullanışlı matrisler olduğu düşünülür.

Örneğin proton ve nötron her iki durumun özdeş parçacığı gibi düşünülebilir. Bu nedenle ***nükleon*** (proton ya da nötron) iki-durumlu bir sistemdir; bu örnekte yüklerine göre iki-durum vardır. Bu şekilde baktığımızda, $|1\rangle$ durumu protonu $|2\rangle$ durumu da nötronu gösterebilir. Nükleon iki "izotop-spin" durumuna sahiptir.

Sigma matrislerini iki durumlu sistemin kuantum mekaniğinin "aritmetiği" gibi kullandığımız için, hızlı bir şekilde matris cebirini gözden geçirelim. İki ya da daha fazla matrisin "toplanmasının" ne anlama geldiği (11.4) denkleminde açıkça gösterilmiştir. Genelde A ve B gibi iki matrisi topladığımızda "toplam" C matrisi,

$$C_{ij} = A_{ij} + B_{ij}$$

şeklinde verilir. C'nin her bir terimi A ve B'ye karşılık gelen benzer terimlerin toplamıdır.

Bölüm 5-6'da, zaten matris "çarpımı" fikriyle karşılaşmıştık. Aynı fikir sigma matrisleri için de geçerlidir. Genelde A ve B gibi iki matrisin "çarpımı" (sırayla), bileşenleri

$$C_{ij} = \sum_k A_{ik}B_{kj} \qquad (11.12)$$

şeklinde verilen bir C matrisidir.

A'nın i. satırıyla B'nin j. sütunundaki terimlerin teker teker birbiriyle çarpılıp toplanması, C'nin ilgili bileşenini verir. Eğer matrisler Şekil 11-1'deki gibi kare formunda yazılırsa, çarpım matrisinin terimlerini elde etmek için kolaylık sağlar. C_{23} bileşenini hesapladığımızı düşünelim. Her terimi çarpıp toplayarak, A'nın ***ikinci satırı boyunca sol elinizin*** işaret parmağıyla sağa doğru ve B'nin ***üçüncü sütunu boyunca sağ elinizin*** işaret parmağıyla aşağıya doğru hareket edin. Bunu nasıl yapacağınızı şekilde göstermeye çalıştık.

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14}\\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24}\\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34}\\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44}\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & B_{14}\\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & B_{24}\\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & B_{34}\\ B_{41} & B_{42} & B_{43} & B_{44}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14}\\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24}\\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34}\\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44}\end{pmatrix}$$

$$C_{ij} = \sum_k A_{ik}B_{kj}$$

Örneğin: $C_{23} = A_{21}B_{13} + A_{22}B_{23} + A_{23}B_{33} + A_{24}B_{43}$

Şekil 11-1 İki matrisin çarpımı.

Elbette ikiye-iki matrisler için bu yöntem özellikle basittir. Örneğin σ_x ile σ_x'yı çarparsak

$$\sigma_x^2 = \sigma_x \cdot \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

birim matrisi elde ederiz. Ya da $\sigma_x \cdot \sigma_y$

$$\sigma_x \cdot \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$$

Tablo 11-1'e bakacak olursanız, çarpımın i çarpı σ_z olduğunu görürsünüz. (Bir sayı ile bir sabitin çarpımı, sadece matrisin her teriminin o sabitle çarpımına eşittir.) Sigmaların birbirleriyle çarpımları önemli olduğundan –ve oldukça eğlenceli oldukları için– Tablo 11-2'de bunları listeledik. $\sigma_x\sigma_y$ ve σ_x^2 hesaplarından yaptığımız gibi diğer çarpımları da inceleyebilirsiniz.

Tablo 11-2
Spin matrislerinin çarpımları

$\sigma_x^2 = 1$
$\sigma_y^2 = 1$
$\sigma_z^2 = 1$
$\sigma_x\sigma_y = -\sigma_y\sigma_x = i\sigma_z$
$\sigma_y\sigma_z = -\sigma_z\sigma_y = i\sigma_x$
$\sigma_z\sigma_x = -\sigma_x\sigma_z = i\sigma_y$

σ matrisleriyle ilgili çok önemli ve ilginç bir nokta daha vardır. σ_x, σ_y ve σ_z'nin bir vektörün üç bileşeni gibi olduğunu hayal edebiliriz; bazen "sigma vektörü" gibi adlandırılırlar ve $\boldsymbol{\sigma}$ olarak yazılır. Gerçekten bir "matris vektörü" ya da "vektör matrisidir." Üç farklı matristir; bir matris x, y ve z bileşenlerinden biriyle ilişkilidir. Bunları kullanarak herhangi bir koordinat sisteminde geçerli olan sistemin Hamilton işlemcisini daha güzel bir biçimde ifade edebiliriz:

$$H = -\mu\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{B} \tag{11.13}$$

Üç matrisi, "yukarı" ve "aşağı" durumları z-yönünde olan gösterimde kullanmamıza rağmen –σ_z özel bir basitliğe sahip olduğundan– matrislerin diğer gösterimlerde de neye benzediğini bulabiliriz. Çok fazla işlem gerektirse de, tıpkı bir vektörün bileşenleri gibi kendi aralarında birbirlerine dönüşebildiklerini gösterebilirsiniz. (Bununla birlikte bunu şu an kanıtlamayacağız. Eğer isterseniz kontrol edebilirsiniz.) $\boldsymbol{\sigma}$'yı bir vektör gibi değişik koordinat sistemlerinde kullanabilirsiniz.

H'ın kuantum mekaniğinde enerjiye karşılık geldiğini hatırlayınız. Aslında, sadece bir durumlu basit bir sistemin enerjisine eşittir. Elektronun spini iki-durumlu bir sistem olsa bile, Hamilton işlemcisini (11.13) denklemindeki gibi yazdığımızda, bir $\boldsymbol{B}$ manyetik alanında $\boldsymbol{\mu}$ manyetik momentine sahip küçük bir mıknatısın enerjisi için yazılan *klasik* denkleme benzemektedir. Klasik olarak, $\boldsymbol{\mu}$ manyetik moment ve $\boldsymbol{B}$ dış manyetik alan olmak üzere

$$U = -\boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{B} \tag{11.14}$$

yazılır. Eğer klasik enerjiyi Hamilton işlemcisiyle ve klasik $\boldsymbol{\mu}$ manyetik momentini $\mu\boldsymbol{\sigma}$ matrisiyle yerdeğiştirirsek (11.14) denkleminin (11.13) denklemine dönüştüğünü görürüz. Bu şekilsel dönüşümden sonra, sonucu bir matris denklemi gibi yorumlayabiliriz. Bazen klasik fizikteki her bir niceliğe kuantum mekaniğinde bir matrisin karşılık geldiği söylenir. Aslında Hamilton işlemcisi matrisinin enerjiye karşılık geldiğini söylemek çok daha uygundur ve herhangi bir nicelik enerjiye karşılık gelen bir matrisle tanımlanabilir.

Örneğin manyetik moment, $\boldsymbol{B}$ dış manyetik alan enerjisinin $-\boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{B}$ olduğunu göstererek tanımlanabilir. Bu, $\boldsymbol{\mu}$ manyetik moment vektörünü tanımlar. O zaman manyetik alandaki gerçek bir sistemin (kuantum) Hamilton denklemini elde edebiliriz ve klasik denklemlerdeki terimlere karşılık gelen matrislerin ne olduğunu tanımlayabiliriz. Bu klasik niceliklerin kuantum karşılıklarının ne olduğunu bulmak için kullanılan bir yöntemdir.

Eğer isterseniz, klasik bir vektörün nasıl bir $\mu\boldsymbol{\sigma}$ matrisine eşit olduğunu anlamaya çalışabilirsiniz ve belki de bazı şeyler keşfedeceksiniz; fakat aklınızı bununla bozmayın. Asıl sorun bu değildir; *aynı olmayabilirler*. Kuantum mekaniği dünyayı farklı bir şekilde resmeden bir kuramdır. Bazıları sadece amacı hatırlatmak olan kavramlardır. Klasik fiziği öğrendiğinizde (11.14) denklemini hatırlayın; eğer $\mu \to \mu\boldsymbol{\sigma}$ olduğunu hatırlarsanız, (11.13) denklemini hatırlamak

çok daha kolay olur. Elbette doğa kuantum mekaniğinin farkındadır ve klasik mekaniğin de sadece bir yaklaşım olduğunu bilmektedir; bu nedenle klasik mekaniğin, kuantum mekaniğine ait bazı izler barındırmasında bir gizem yoktur. Bu izlerden gerçekçi bir sistemi yeniden inşa etmek herhangi bir yolla mümkün değildir fakat izler sistemin neye benzediğine dair ufak ipuçları sağlayabilir. (11.13) denklemi gerçektir ve (11.14) denklemi de bir izdir. İlk önce klasik mekaniği öğrendiğimiz için kuantum mekaniğini klasik mekanikten elde etmeyi tercih ediyoruz fakat bunun böyle olmasını yüzde yüz garanti eden bir çerçeve yoktur. Her zaman gerçek dünyaya geri dönmek zorundayız ve gerçek kuantum mekanik denklemlerini keşfetmeliyiz. Eğer klasik fizikteki bazı şeylere benzer yasalar bulursak şanslıyız demektir.

Eğer yukarıdaki uyarıların tekrar olduğunu ve klasik fizik ile kuantum mekaniği arasındaki ilişki hakkında bariz gerçekler üzerinde çok fazla durduğumuzu düşünüyorsanız, lütfen tüm bunların bir profesörün üniversiteye gelinceye dek Pauli spin matrisleri hakkında hiçbir şey duymamış öğrencilere kuantum mekaniğini nasıl öğreteceğinin bir ön hazırlığı olduğunu hayal edin. O zaman kuantum mekaniğinin klasik fiziğin mantıksal sonuçlarını takip ettiği daha kolay anlaşılacaktır. (Belki de yeni bir şeyler öğrenmek istemiyorlardır.) Sadece birkaç ay önce (11.14) klasik denklemini öğrenmiş olabilirsiniz –ve uyarılar da yeterli olmamış olabilir– bu nedenle belki de (11.13) kuantum denkleminin temel bir gerçek olduğu konusunda şüphe duyabilirsiniz.

11-2 İşlemci olarak spin matrisleri

Matematiksel gösterimleri inceliyor olsak da, şeyleri yazmanın *farklı* bir yolunu tanımlamak istiyoruz; çok kısa olduğundan çok sık kullanılan bir yöntem. 8. Bölümde kullandığımız gösterimi takip edeceğiz. Eğer zamanla değişen $|\psi(t)\rangle$ durumunda bulunan bir sistem varsa, sistemin $t + \Delta t$ zaman sonrasında $|i\rangle$ durumunda bulunma genliğini –(8.34) denkleminde yaptığımız gibi–

$$\langle i|\psi(t+\Delta t)\rangle = \sum_j \langle i|U(t+\Delta t,\, t)|j\rangle\langle j|\psi(t)\rangle$$

şeklinde yazabiliriz. $|j\rangle$ taban durumunda bulunma genliği olan $\langle i|U(t + \Delta t, t)|j\rangle$ matrisi Δt zaman aralığında $|i\rangle$ taban durumuna dönüşecektir. O zaman H_{ij} denklemini de işin içine katarak bunu

$$\langle i|U(t+\Delta t,\, t)|j\rangle = \delta_{ij} - \frac{i}{\hbar} H_{ij}\,(t)\,\Delta t$$

şeklinde yazabiliriz. $C_i(t) = \langle i|\psi(t)\rangle$ genliği

$$i\hbar \frac{dC_i}{dt} = \sum_j H_{ij} C_j \tag{11.15}$$

diferansiyel denklemiyle belirlenir. Eğer C_i genliğini açık şekilde ifade etmek istersek, aynı denklemi

$$i\hbar \frac{d}{dt}\langle i|\psi\rangle = \sum_j H_{ij}\langle j|\psi\rangle \tag{11.16}$$

şeklinde yazabiliriz. Şimdi H_{ij} matris elemanları da $\langle i|H|j\rangle$ şeklinde yazılabilen genliklerdir. Diferansiyel denklemimizi aşağıdaki biçimde yazabiliriz:

$$i\hbar \frac{d}{dt}\langle i|\psi\rangle = \sum_j \langle i|H|j\rangle\langle j|\psi\rangle \tag{11.17}$$

$-i/\hbar\langle i|H|j\rangle dt$, bir $|j\rangle$ durumunun dt süresi boyunca $|i\rangle$ durumunu "üretme" genliğidir; H tarafından tanımlanan fiziksel koşullar altında. (Söylediklerimiz Bölüm 8-4'te açıkça tartışılmıştır.)

Şimdi Bölüm 8-2'deki fikirleri takip ederek, (11.17) denklemindeki ortak $\langle i|$ terimlerini sadeleştirebiliriz ve denklemi daha basit bir biçimde yazabiliriz:

$$i\hbar \frac{d}{dt}|\psi\rangle = \sum_j H|j\rangle\langle j|\psi\rangle \tag{11.18}$$

Ya da bir adım daha ileri giderek j terimlerini de sadeleştirip

$$i\hbar \frac{d}{dt}|\psi\rangle = H|\psi\rangle \tag{11.19}$$

yazabiliriz.

8. Bölümde denklemleri bu şekilde ifade ettiğimizde $H|j\rangle$ ya da $H|\psi\rangle$ terimindeki H teriminin *işlemci* olarak adlandırıldığını belirtmiştik. Bundan sonra işlemcileri ayırt etmek ve sayı olmadıklarını belirtmek için üzerlerinde (^) şapka işaretini kullanacağız. $\hat{H}|\psi\rangle$ yazacağız. (11.18) ve (11.19) denklemleri (11.17) ya da (11.15) denklemleriyle *tam olarak aynı anlama gelseler de*, farklı şekillerde yorumlayabiliriz. Örneğin (11.18) denklemini şu şekilde tanımlayabiliriz: "$|\psi\rangle$ *durum vektörünün* zaman türevi çarpı $i\hbar$, her bir taban durumuna $\hat{H}$ Hamilton işlemcisinin, ψ'nin j durumunda bulunma genliği $\langle j|\psi\rangle$ değeriyle çarpılıp j üzerinden toplam alınarak etki ettirilmesiyle elde edilen sonuca eşittir." Ya da (11.19) denklemi şu şekilde tanımlanabilir: "$|\psi\rangle$ *durum vektörünün* zaman türevi çarpı $i\hbar$, her bir taban durumuna $\hat{H}$ Hamilton işlemcisinin etki ettirilmesiyle elde edilen sonuca eşittir." Bu, sadece (11.17) denkleminin daha stenografik halidir fakat göreceğiniz gibi daha uygundur.

Eğer istersek, fikri daha da soyutlaştırabiliriz. (11.19) denklemi *herhangi bir* $|\psi\rangle$ için doğrudur. Ayrıca sol taraf $i\hbar\, d/dt$ bir işlemcidir: "t'ye görev türev ve $i\hbar$ değeriyle çarpım" işlemi. Bu nedenle (11.19) denklemi işlemciler arasındaki bir işlem gibi düşünülebilir; işlemci denklemi

$$i\hbar \frac{d}{dt} = \hat{H}$$

biçimindedir. Hamilton işlemcisi herhangi bir duruma etki ettiğinde d/dt'yle benzer bir sonuç üretir. Bu denklemin –(11.19) denklemiyle birlikte–, $\hat{H}$ işlemcisinin $i\hbar d/dt$'yle benzer bir *işlemci* gibi davranmasıyla aynı olmadığını belirtelim. Denklemler bir kuantum sistemi için doğanın dinamik yasalarıdır: hareket yasası.

Bu fikirlerin bazı pratik sonuçlarını elde etmek için, (11.18) denkleminin farklı bir yoldan elde edilme yöntemini göstereceğiz. Herhangi bir $|\psi\rangle$ durum vektörünün bazı taban durumlarının izdüşümleri cinsinden ifade edilebildiğini biliyorsunuz [*bkz.* (8.8) denklemi]:

$$|\psi\rangle = \sum_i |i\rangle\langle i|\psi\rangle \tag{11.20}$$

$|\psi\rangle$ zamanla nasıl değişir? Sadece zaman türevi alınır:

$$\frac{d}{dt}|\psi\rangle = \frac{d}{dt}\sum_i |i\rangle\langle i|\psi\rangle \tag{11.21}$$

Şimdi $|i\rangle$ taban durumunun zamanla değişmediğini düşünelim (en azından her zaman belirli sabit durumlar olduklarını düşüneceğiz), fakat $\langle i|\psi\rangle$ sayıları değişebilir. Bu nedenle (11.21) denklemi

$$\frac{d}{dt}|\psi\rangle = \sum_i |i\rangle \frac{d}{dt}\langle i|\psi\rangle \tag{11.22}$$

haline gelir. (11.16) denkleminden $d\langle i|\psi\rangle/dt$'yi çekip yerine yazarsak

$$\frac{d}{dt}|\psi\rangle = -\frac{i}{\hbar}\sum_i |i\rangle \sum_j H_{ij}\langle j|\psi\rangle$$

$$= -\frac{i}{\hbar}\sum_{ij} |i\rangle\langle i|H|j\rangle\langle j|\psi\rangle = -\frac{i}{\hbar}\sum_j H|j\rangle\langle j|\psi\rangle$$

İfadesini elde ederiz. Bu, (11.18) denkleminin aynısıdır.

Bu nedenle Hamilton işlemcisini incelemek için çok farklı yollar vardır. H_{ij} katsayılarını ya da $\langle i|H|j\rangle$ genliğini ya da H_{ij} "matrisini" ya da $\hat{H}$ işlemcisini bir sayı demeti gibi düşünebilirsiniz. Hepsi aynı anlama gelir.

Şimdi iki-durumlu sistemimize geri dönelim. Eğer Hamilton işlemcisini sigma matrisleri cinsinden yazarsak (B_x gibi uygun sayısal katsayılarla birlikte) σ^x_{ij} matrisini, $\langle i|\sigma_x|j\rangle$ genliği ya da kısaca $\hat{\sigma}_x$ işlemcisi olarak düşünebiliriz. Eğer işlemci fikrini kullanırsak bir manyetik alandaki $|\psi\rangle$ durumunun hareket denklemlerini elde edebiliriz:

$$i\hbar \frac{d}{dt}|\psi\rangle = -\mu(B_x\hat{\sigma}_x + B_y\hat{\sigma}_y + B_z\hat{\sigma}_z)|\psi\rangle \tag{11.23}$$

Bunun gibi bir denklemi "kullanmak" istediğimizde, $|\psi\rangle$'yi normal olarak taban vektörler cinsinden ifade ederiz. (Tıpkı uzay vektör bileşenlerini bulmak istediğimiz gibi.) Bu nedenle (11.23) denklemini genişletilmiş biçimde ifade edebiliriz:

$$i\hbar \frac{d}{dt}|\psi\rangle = -\mu \sum_i (B_x\hat{\sigma}_x + B_y\hat{\sigma}_y + B_z\hat{\sigma}_z)|i\rangle\langle i|\psi\rangle \tag{11.24}$$

İşlemci fikrinin neden bu kadar uygun olduğunu göreceğiz. (11.24) denklemini kullanmak için, $\hat{\sigma}$ işlemcisinin her bir taban durumuna etki ettiğinde ne olacağını bilmemiz gerekir. Hadi bulalım. $\hat{\sigma}_z|+\rangle$ durumumuz olsun; bir tür $|?\rangle$ vektörü elde ederiz ama ne? Sol tarafı $\langle +|$'yle çarpalım;

$$\langle +|\hat{\sigma}_z|+\rangle = \sigma^z_{11} = 1$$

elde ederiz (Tablo 11-1'i kullandık). Bu nedenle

$$\langle +|?\rangle = 1 \tag{11.25}$$

bulunur. Şimdi de $\hat{\sigma}_z|+\rangle$'yı $\langle -|$'yle sol taraftan çarpalım

$$\langle -|\hat{\sigma}_z|+\rangle = \sigma^z_{21} = 0$$

Böylece

$$\langle -|?\rangle = 0 \tag{11.26}$$

Hem (11.25) hem de (11.26) denklemini sağlayan sadece bir durum vektörü vardır; bu durum vektörü $|+\rangle$'dır. Bu nedenle

$$\hat{\sigma}_z|+\rangle = |+\rangle \tag{11.27}$$

olduğunu keşfederiz.

Bunun gibi bir fikrin yardımıyla, sigma matrislerinin bütün özelliklerini Tablo 11-3'te verilen bir dizi kural yardımıyla işlemci gösterimini kullanarak tanımlayabilirsiniz.

Tablo 11-3
$\hat{\sigma}$ işlemcilerinin özellikleri

$\hat{\sigma}_z\|+\rangle = \|+\rangle$
$\hat{\sigma}_z\|-\rangle = -\|-\rangle$
$\hat{\sigma}_x\|+\rangle = \|-\rangle$
$\hat{\sigma}_x\|-\rangle = \|+\rangle$
$\hat{\sigma}_y\|+\rangle = i\|-\rangle$
$\hat{\sigma}_y\|-\rangle = -i\|+\rangle$

Eğer sigma matrislerini çarparsak, işlemcilerin çarpım özelliklerini kullanırız. İki işlemci bir çarpım gibi tanımlandıklarında, ilk önce en sağdaki işlemci işleme girer. Örneğin, $\hat{\sigma}_x\hat{\sigma}_y|+\rangle$, $\hat{\sigma}_x(\hat{\sigma}_y|+\rangle)$ olduğu anlamına gelir. Tablo 11-3'ten $\hat{\sigma}_y|+\rangle = i|-\rangle$ olduğunu bildiğimiz için

$$\hat{\sigma}_x\hat{\sigma}_y|+\rangle = \hat{\sigma}_x(i|-\rangle) \tag{11.28}$$

eşitliğini elde ederiz. Şimdi herhangi bir sayı $-i$ gibi– işlemcisiyle etkileşmez (işlemciler sadece durum vektörlerine etki eder). Bu nedenle (11.28) denklemi

$$\hat{\sigma}_x\hat{\sigma}_y|+\rangle = i\hat{\sigma}_x|-\rangle = i|+\rangle$$

denklemiyle aynıdır. Eğer $\hat{\sigma}_x\hat{\sigma}_y|-\rangle$ için benzer yöntemi uygularsak

$$\hat{\sigma}_x\hat{\sigma}_y|-\rangle = -i|-\rangle$$

buluruz.

Tablo 11-3'e bakacak olursanız $\hat{\sigma}_x\hat{\sigma}_y$'nin $|+\rangle$ ya da $|-\rangle$'ye etki etmesi, $\hat{\sigma}_z$ işlemcisinin $|+\rangle$ ya da $|-\rangle$'ye etki edip i'yle çarpılması sonucu elde edilenle aynı-

dır. Bu nedenle $\hat{\sigma}_x\hat{\sigma}_y$ işleminin $i\hat{\sigma}_z$ işlemiyle aynı olduğunu söyleyebiliriz ve bu durumu bir işlemci denklemi olarak

$$\hat{\sigma}_x\hat{\sigma}_y = i\hat{\sigma}_z \tag{11.29}$$

biçiminde ifade edebiliriz. Bu denklemin Tablo 11-2'deki matris denklemlerinden birine eşit olduğunu belirtelim. Böylece yeniden matris ile işlemciler arasındaki ilişkiyi görmüş oluruz. Dolayısıyla Tablo 11-2'deki denklemlerden her biri sigma işlemci denklemleri gibi ele alınabilir. Bu sonuçları Tablo 11-3'ü kontrol ederek elde edebilirsiniz. Buna benzer şeyler üzerine çalışırken en iyisi, σ ya da H gibi bir niceliğin matris ya da işlemci olup olmadığı üzerine fazla kafa yormamaktır. Her iki şekilde de bütün denklemler aynıdır, bu nedenle Tablo 11-2 hem sigma işlemcileri için hem de sigma matrisleri için doğrudur.

11-3 İki-durumlu denklemlerin çözümü

Örneğin iki-durumlu denklemleri iki şekilde de ifade edebiliriz:

$$i\hbar\frac{dC_i}{dt} = \sum_j H_{ij}C_j$$

ya da

$$i\hbar\frac{d|\psi\rangle}{dt} = \hat{H}|\psi\rangle \tag{11.30}$$

Her iki denklem de aynı anlama gelmektedir. Bir manyetik alandaki bir yarım-spinli parçacık için H, Hamilton işlemcisi (11.8) ya da (11.13) denklemi yardımıyla elde edilebilir.

Eğer alan z-yönünde ise –şimdiye kadar birkaç kez gördüğümüz gibi– çözüm, $|\psi\rangle$ durumunun manyetik alan çarpı $\mu/\hbar$ değerine eşit bir açısal hızda (tıpkı katı bir cismin z-ekseni etrafında dönmesi gibi) z-ekseni etrafında yalpalamasıdır. Bu durum elbette herhangi bir manyetik alan için de doğrudur çünkü fizik, koordinat sisteminden bağımsızdır. Manyetik alanın zamanla daha karmaşık bir şekilde değiştiği bir durum olsa bile benzer şekilde analiz edilebilir. Spinin z-yönünde ve manyetik alanın x-yönünde olduğu bir durumu ele alalım. Spinin yönü değişmeye başlar. Eğer x-yönündeki manyetik alan kapanırsa spinin değişimi durur. Eğer z-yönünde bir manyetik alan devreye sokulursa, spin z-ekseni etrafında yalpalar. Alanın zamanla değişimi bilinirse son durumun ne olduğu bilinebilir; yani yönünün hangi eksene doğru olacağı bilinir. Böylece 10. Bölümde (ya da 6. Bölümde) elde ettiğimiz izdüşüm denklemlerini kullanarak z-eksenine göre başlangıçtaki $|+\rangle$ ve $|-\rangle$ durumları elde edilebilir. Eğer durum (θ, ϕ) yönünde bir spine sahip olursa, yukarı-genlik $\cos(\theta/2)e^{-i\phi/2}$ ve aşağı-genlik $\sin(\theta/2)e^{+i\phi/2}$ olur. Bu, herhangi bir denklemi çözebilir. Diferansiyel denklemlerin çözümünün bir anlatımıdır.

Tanımlanan çözüm *herhangi bir iki-durumlu sistemi* tanımlamak için yeterlidir. Amonyak molekülü örneğimize geri dönelim; elektrik alan etkilerini de içersin. Eğer sistemi $|I\rangle$ ve $|II\rangle$ durumları cinsinden tanımlarsak, (9.38) ve (9.39) denklemleri

$$\begin{aligned} i\hbar\frac{dC_I}{dt} &= AC_I + \mu\mathcal{E}C_{II} \\ i\hbar\frac{dC_{II}}{dt} &= -AC_{II} + \mu\mathcal{E}C_I \end{aligned} \tag{11.31}$$

haline gelir. "Hayır, denklemlerde E_0 olması gerektiğini hatırlıyorum" diyebilirsiniz. Pekâlâ, E_0'ın sıfır olması için enerjiyi kaydıralım. (Bunu, her zaman, genliklerin ikisini de aynı faktörle çarparak $(e^{iE_0T/\hbar})$ ve herhangi bir sabit enerjiyi sadeleştirerek yapabilirsiniz.) Şimdi eğer denklemler her zaman benzer çözümlere sahipse, bunu iki kez yapmak zorunda değiliz. Eğer bu denklemleri ve (11.1) denklemini yeniden incelersek, birazdan tanımlayacağımız yöntemi takip

edebiliriz. $|I\rangle$ durumunu $|+\rangle$ ve $|II\rangle$ durumunu $|-\rangle$ olarak adlandıralım. Bu, amonyağı uzayda hizalıyoruz anlamına gelmez; ya da $|+\rangle$ ve $|-\rangle$ işaretlerinin z-ekseniyle hiçbir ilgileri yoktur. Notasyon tamamen yapaydır. "Amonyak molekülü temsili uzayı" olarak adlandırabileceğimiz yapay bir uzayımız bulunmaktadır; bu uzay, "yukarı" durumun molekülün $|I\rangle$ durumuna ve uydurma z-ekseni boyunca "aşağı" durumun molekülün $|II\rangle$ durumuna karşılık geldiği üç boyutlu bir diyagramdır. O zaman denklemler şu şekilde ifade edilebilir. Her şeyden önce, Hamilton işlemcisinin sigma matrisleri cinsinden yazıldığını biliyoruz:

$$H = +A\sigma_z + \mu\mathcal{E}\sigma_x \tag{11.32}$$

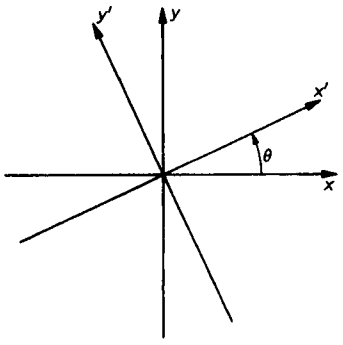
Ya da bir başka deyişle Denk. (11.1)'deki μB_z Denk. (11.32)'deki $-A$'ya ve μB_x, $-\mu\mathcal{E}$ değerine karşılık gelir. "Model" uzayımızda böylece z-yönünde sabit bir B manyetik alanına sahip oluruz. Eğer zamanla değişen bir $\mathcal{E}$ elektrik alanımız varsa, x-yönünde orantılı olarak değişen bir B manyetik alanımız olur. *Bu nedenle z-yönünde sabit bileşene ve x-yönünde salınan bir bileşene sahip bir manyetik alan içindeki elektronun davranışı, matematiksel olarak, salınan bir elektrik alanda bulunan amonyak molekülünün davranışına tamamen benzemektedir.* Ne yazık ki bu benzerliğin detaylarına daha fazla girmeyeceğiz. Sadece iki-durumlu *bütün* sistemlerin bir manyetik alanda salınan yarım-spinli parçacıklarla kıyaslanabileceğini belirtmek istiyoruz.

11-4 Fotonun kutuplanma durumları

Üzerinde çalışılması ilginç olan çok sayıda iki-durumlu sistem vardır ve bu sistemlerden yeni birisi olan foton üzerine konuşacağız. Bir fotonu tanımlamak için, vektör momentumunu tanımlamamız gerekir. Serbest bir foton için frekans momentum tarafından tanımlanır bu nedenle ayrıca frekansın ne olduğunun bulunmasına gerek yoktur. Bununla birlikte hâlâ kutuplanma olarak adlandırılan bir özelliğe sahip olacağız. Size doğru gelen belirli tek renkli frekansa sahip bir foton olduğunu düşünün (değişik momentum durumlarını dikkate almamak için bütün tartışmamız boyunca bu fikri takip edeceğiz). O zaman kutuplanmanın iki yönü olur. Klasik kuramda ışık, yatay ya da dikey olarak salınan bir elektrik alanına sahiptir; ışığın bu iki türü x-kutuplu ya da y-kutuplu ışık olarak adlandırılır. Işık y-yönündeki ve x-yönündeki alanın üst üste binmesiyle başka yönlerde de kutuplanabilir. Ya da x- ve y-bileşenlerini evre dışı olarak alırsanız. Dönen bir elektrik alanı elde edersiniz; ışık eliptik olarak kutuplanmıştır. (Anlatılanlar I. Cildin 33. Bölümünde bahsi geçen klasik kutuplanan ışık kuramına dair hatırlatmalardır.)

Şimdi, bununla birlikte, tek bir fotonumuz olsun; sadece bir foton. Yukarıda tartıştığımıza benzer bir manyetik alan da olmasın. Sahip olduğumuz tek şey bir *fotondur*. Fakat bir foton klasik kutuplanma olgusuyla benzerlik göstermelidir. En azından iki tür foton bulunmalıdır. İlk olarak sonsuz sayıda çeşitliliğin olması gerektiğini düşünebilirsiniz; daha sonra elektrik vektörü her türlü yöne doğru yönlenebilir. Bununla birlikte bir fotonun kutuplanmasını iki-durumlu bir sistem olarak ele alacağız. Bir foton $|x\rangle$ ya da $|y\rangle$ durumunda olabilir. $|x\rangle$, *klasik olarak* x-kutuplu ışık olarak tanımladığımız ışığın her fotonunun kutuplanma durumunu belirtir. Benzer şekilde $|y\rangle$, ışığın her bir fotonunun kutuplanma durumunun y-kutuplu olduğu anlamına gelir. Böylece $|x\rangle$ ve $|y\rangle$ durumlarını bize yönelen fotonun taban durumları olarak ele alabiliriz; bu yönü z olarak belirleyeceğiz. Böylece iki temel $|x\rangle$ ve $|y\rangle$ durumu vardır ve herhangi bir fotonu tanımlamak için yeterlidir.

Örneğin x-yönünde kutuplanmış bir parça polaroide sahipsek ve üzerine $|y\rangle$ durumunda olduğunu bildiğimiz bir foton yollarsak, foton polaroid tarafından soğrulur. Eğer üzerine $|x\rangle$ durumunda olduğunu bildiğimiz bir foton yollarsak, $|x\rangle$ durumunda yoluna devam edecektir. Eğer kutuplanmış bir ışığı $|x\rangle$ ve $|y\rangle$ de-



Şekil 11-2 Fotonun momentum vektörüne dik açıların koordinatları.

metine ayıran bir parça kalsiyum karbonatımız varsa, bu kalsiyum karbonat parçası, gümüş atom demetini $|+\rangle$ ve $|-\rangle$ demete ayıran bir Stern-Gerlach aygıtı gibi davranır. Bu nedenle Stern-Gerlach aygıtı ve parçacıklarıyla daha önce yaptığımız her şeyi, bir miktar kalsiyum karbonat ve ışıkla da tekrarlayabiliriz. Peki bir polaroid tarafından θ açısında kutuplanan ışığa ne olur? Bu farklı bir durum mudur? Evet gerçekten farklı bir durumdur. Polaroid eksenini temel durum eksenlerinden ayırmak için x' olarak adlandıralım. Şekil 11-2'ye bakınız. Foton $|x'\rangle$ durumundan yayılacaktır. Bununla birlikte herhangi bir durum taban durumlarının doğrusal kombinasyonu olarak gösterilebilir:

$$|x'\rangle = \cos\theta\,|x\rangle + \sin\theta\,|y\rangle \tag{11.33}$$

Yani bir miktar polaroide θ açısıyla gelen (x'e göre) bir foton varsa $|x\rangle$ ve $|y\rangle$ durumlarına ayrışacaktır; tıpkı bir miktar kalsiyum karbonatın yaptığı gibi. Ya da sadece hayalinizde x- ve y-bileşenlerini analiz edebilirsiniz. Her iki yolla da, $|x\rangle$ durumunda bulunma genliğini $\cos\theta$ ve $|y\rangle$ durumunda bulunma genliğini $\sin\theta$ olarak bulacaksınız.

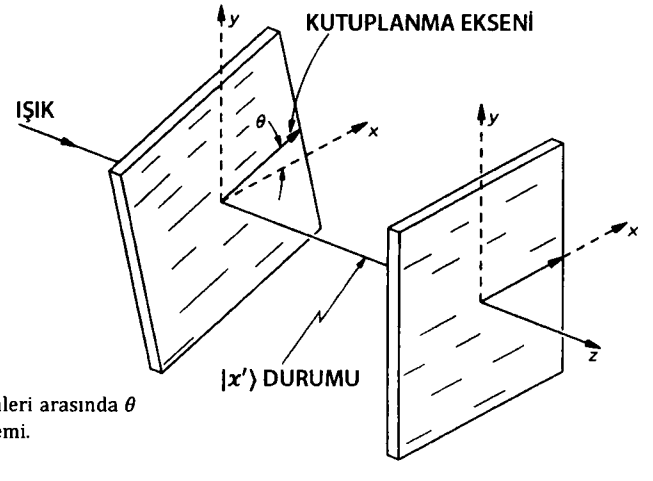
Şimdi şu soruyu soralım: Bir fotonun, bir miktar polaroid yardımıyla θ açısı yapan x' yönünde kutuplandığını ve polaroide sıfır açıda ulaştığını düşünelim; Şekil 11-3'te gösterildiği gibi. Peki ne olacak? Nasıl bir olasılık elde edilir? Cevap şudur: İlk polaroidi geçtiğinde kesinlikle $|x'\rangle$ durumundadır. İkinci polaroid, eğer foton $|x\rangle$ durumundaysa, geçiş izni verecektir (fakat $|y\rangle$ durumundaysa soğrulur). Peki fotonun $|x\rangle$ durumunda olma olasılığı nedir? Olasılık, fotonun hem $|x\rangle$ hem de $|x'\rangle$ durumunda bulunma genliğinin $\langle x|x'\rangle$ mutlak değer karesidir. $\langle x|x'\rangle$ nedir? Sonucu (11.33) denklemini $\langle x|$'yle çarparak bulabiliriz:

$$\langle x|x'\rangle = \cos\theta\,\langle x|x\rangle + \sin\theta\,\langle x|y\rangle$$

Eğer $|x\rangle$ ve $|y\rangle$ taban durumlarımız ise, $\langle x|y\rangle = 0$ ve $\langle x|x\rangle = 1$ olduğundan

$$\langle x|x'\rangle = \cos\theta$$

elde ederiz. Olasılığı da $\cos^2\theta$ olarak buluruz. Örneğin ilk polaroid 30°'de yerleştirilirse foton 3/4 olasılıkla geçecek ve 1/4 olasılıkla polaroid tarafından soğrularak polaroidi ısıtacaktır.

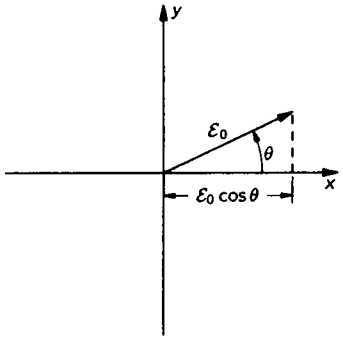


Şekil 11-3 Kutuplanma düzlemleri arasında θ açısı bulunan iki polaroid düzlemi.

Şimdi de benzer duruma klasik koşullar altında ne olacağını inceleyelim. Benzer şekilde ya da farklı bir şekilde –örneğin kutuplanmamış– bir elektrik alana sahip bir ışık demetimiz olsun. İlk polaroidden geçtikten sonra elektrik alan x'-yönünde $\mathcal{E}$ büyüklüğünde değişir; alanı Şekil 11-4'teki gibi, $\mathcal{E}_0$ tepe değerine sahip salınan bir vektör olarak çizdik. Şimdi ışık ikinci polaroide vardığında elektrik alanın sadece x-bileşeni, $\mathcal{E}_0\cos\theta$, geçecektir. *Yoğunluk* elektrik ala-

nın karesiyle orantılıdır ve bu nedenle $\mathcal{E}_0^2\cos^2\theta$'dır. Geçen enerji, son polaroide giren enerjiden $\cos^2\theta$ kadar daha zayıftır.

Klasik resim ve kuantum resmi benzer sonuçlar vermektedir. Eğer ikinci polaroide 10 milyar foton yollarsanız ve her birinin geçme olasılığına örneğin 3/4 derseniz, 10 milyar fotonun 3/4'ünün geçmesini beklersiniz. Benzer şekilde toplam enerjinin de 3/4'ü taşınmış olacaktır. Klasik kuram şeylerin istatistiği hakkında hiçbir şey söylemez; basitçe geçen enerjinin tam olarak toplam enerjinin 3/4'ü olduğunu söyler. Bu elbette sadece bir foton varsa imkânsızdır. Fotonun 3/4'ü gibi bir şey yoktur. Fotonun ya tamamı bir yerdedir ya da değildir. Kuantum mekaniği 3/4'ünün orada olacağını söyler. İki kuramın ilişkisi oldukça nettir.



Şekil 11-4 $\mathcal{E}$ elektrik alanının klasik resmi.

Peki diğer tür kutuplanmalar ne olacak? Örneğin sağ elli dairesel kutuplanma. Klasik kuramda sağ elli dairesel kutuplanma, 90°'lik zıt evreye sahip olan aynı x ve y-bileşenlerine sahiptir. Kuantum kuramında sağ elli dairesel kutuplanmış (SAĞ) bir foton, kutuplanmış $|x\rangle$ ya da $|y\rangle$'yle aynı genliğe sahiptir ve *genlikler* 90°'lik zıt evreye sahiptir. Bir SAĞ fotonunun $|R\rangle$ ve bir SOL fotonun $|L\rangle$ durumunda olduğunu düşünelim, o halde

$$|R\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(|x\rangle + i|y\rangle)$$
$$|L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(|x\rangle - i|y\rangle) \qquad (11.34)$$

yazabiliriz (*bkz.* Cilt I, Bölüm 33-1); burada $1/\sqrt{2}$ normalizasyon katsayısıdır. Bu durumlarla birlikte kuantum kuramını kullanarak, herhangi bir filtreleme olayını ya da istediğiniz girişim etkisini inceleyebilirsiniz. Eğer isterseniz $|R\rangle$ ve $|L\rangle$ durumlarını taban durumları olarak düşünebilirsiniz ve her şeyi onların cinsinden ifade edebilirsiniz. İhtiyacınız olan tek şey $\langle R|L\rangle = 0$ olduğunu göstermektir; yukarıdaki ilk denklemin eşleneğini alıp [*bkz.* (8.13) denklemi] diğer denklemle çarparsanız bunu yapabilirsiniz. Işığı x ve y-kutuplanmış demetlere ya da x' ve y' kutuplanmış demetlerine ya da sağ ve sol kutuplanmış demetlere ayırabilirsiniz.

Örneğin denklemlerimizden $|x\rangle$ ve $|y\rangle$ durumlarını çekelim. $|x\rangle$ durumunu sağ ve sol durumların kombinasyonları cinsinden ifade edebilir miyiz? Elbette:

$$|x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(|R\rangle + |L\rangle)$$
$$|y\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}}\,(|R\rangle - |L\rangle) \qquad (11.35)$$

Kanıt: (11.34)'teki iki denklemi ekleyip çıkarın. Bir durumdan diğerine geçmek için en basit yoldur.

Bununla birlikte önemli bir noktayı açıklamamız gerekir. Eğer bir foton sağ dairesel kutupluysa x ve y eksenleriyle ilişkisi kalmamıştır. Eğer benzer şeyi uçuş yönü etrafında belirli bir açıda döndürülmüş bir koordinat sistemini kullanarak incelersek, ışığın hâlâ sağ dairesel kutuplu olduğunu görürüz; sol için de aynı şey geçerlidir. Sağ ve sol dairesel kutuplanmış ışık bunun gibi bir dönüş için aynıdır; tanım x-yönünün seçiminden bağımsızdır (verilen foton yönü haricinde). Tanımlamamız gereken hiçbir eksenin olmaması ne hoş değil mi? x ve y eksenleri tanımlamaktan daha iyidir. Diğer yandan sağ ve sol durumları *eklediğinizde* x-yönünü bulmanız biraz garip değil mi? Eğer "sağ" ve "sol" hiçbir şekilde x'e bağlı değilse, eski yerlerine tekrar geri koyduğumuzda nasıl x'i bulabiliyoruz? Bu soruyu kısmen, x' ve y' çerçevesinde bir SAĞ fotonu gösteren $|R'\rangle$ durumunu tanımlayarak yapabiliriz. Bu çerçevede

$$|R'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(|x'\rangle + i|y'\rangle)$$

yazabiliriz. Peki böyle bir sistem x, y çerçevesinde nasıl görünür? Sadece $|x'\rangle$ ve $|y'\rangle$ durumlarını (11.33) denkleminde yerine yazın; bunları böyle yazmadık, fakat $(-\sin\theta)|x\rangle + \cos\theta|y\rangle$ şeklinde yazdık. Bu nedenle

$$|R'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\,[\cos\theta|x\rangle + \sin\theta|y\rangle - i\sin\theta|x\rangle + i\cos\theta|y\rangle]$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\,[(\cos\theta - i\sin\theta)|x\rangle + i(\cos\theta - i\sin\theta)|y\rangle]$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\,(|x\rangle + i|y\rangle)(\cos\theta - i\sin\theta)$$

olur. İlk terim sadece $|R\rangle$'dir ve ikinci terim de $e^{-i\theta}$; böylece

$$|R'\rangle = e^{-i\theta}\,|R\rangle \tag{11.36}$$

ifadesi elde edilir. $|R\rangle$ ve $|R'\rangle$ durumları $e^{-i\theta}$ evre faktörü dışında aynıdır. Eğer aynı yöntemi $|L'\rangle$ durumu için izlersek

$$|L'\rangle = e^{+i\theta}\,|L\rangle \tag{11.37}$$

eşitliğini elde ederiz.*

Şimdi ne olacağını görelim. Eğer $|R\rangle$ ve $|L\rangle$ durumlarını toplarsak, $|R'\rangle$ ve $|L'\rangle$ durumlarını topladığımızda elde ettiğimizden farklı bir sonuç elde ederiz. Örneğin x-kutuplu bir foton $|R\rangle$ ve $|L\rangle$ durumlarının toplamıdır [Denklem (11.35)], fakat y-kutuplu bir foton birinin 90° ileri diğerinin 90° geri kaydığı evrelerin toplamıdır. Bu sonuç sadece küresel $\theta = 90°$ açısı için $|R'\rangle$ ve $|L'\rangle$ durumlarının toplamıdır ve bu doğrudur. *Üstlü* çerçevedeki x-kutuplanması başlangıçtaki çerçevemizin y-kutuplanmasıyla aynıdır. Bu nedenle dairesel kutuplanmış fotonların herhangi bir eksende aynı göründüğünü söylemek doğru değildir. *Evresi* (sağ ve sol dairesel kutuplu durumların evre ilişkisi) x-yönünü takip etmeye devam eder.

11-5 Yüksüz K-mezonu†

Şimdi acayip parçacıklar dünyasındaki iki-durumlu bir sistemi inceleyeceğiz; kuantum mekaniğinin en önemli sonuçlarından birini veren bir sistem. Bu sistemi tamamen tanımlamak için acayip parçacıklar hakkındaki tüm bilgiye ihtiyacımız vardır, bu nedenle sadece bazı önemli noktalara değineceğiz. Nasıl bir akıl yürütmenin söz konusu, olduğunu anlatmak için, kesin bir keşfin nasıl yapıldığına dair bazı başlıkları inceleyeceğiz. Fikir, Gell-Mann ile Nishijima'nın *acayiplik* kavramı ve *acayipliğin korunum yasasını* keşfetmesiyle ortaya çıkmıştır. Gell-Mann ve Pais bu yeni fikirlerin sonuçlarını analiz etmeye başladıklarında, birazdan tanımlayacağımız önemli bir sonuçla karşılaştılar. İlk olarak "acayiplik" kavramına değinelim.

Nükleer parçacıkların *yeğin etkileşimleri* olarak adlandırılan olguyla işe başlayalım. Bu etkileşimler yeğin nükleer kuvvetlerden sorumludur; görece olarak daha zayıf elektromanyetik etkileşimlerden oldukça farklıdır. "Yeğin" etkileşimlerde, eğer iki parçacık yeterince yaklaşırsa birbirleriyle etkileşimleri çok büyük olur ve farklı parçacıklar üretilir. Nükleer parçacıklar ayrıca beta bozunması gibi "zayıf etkileşimlere" de sahip olabilirler, fakat bu etkileşimler nükleer

---

* z-ekseni etrafında döndüğümüzde bir yarım-spinli parçacık için (6. Bölüm) bulduklarımıza benzemektedir; evre faktörünü $e^{\pm i\theta/2}$ olarak bulmuştuk. Aslında Bölüm 5-7'de spin-1 parçacığının $|+\rangle$ ve $|-\rangle$ durumları için yazdıklarımıza tamamen benzemektedir. Foton spin-1 parçacığıdır fakat "sıfır" durumu yoktur.

† Şimdi anlatacaklarımız konumuz açısından çok bağlayıcı olmayıp, göreceli olarak daha uzun ve zordur. Bu bölümü atlayabilir ve 11-6'dan devam edebilirsiniz. Eğer inatçıysanız ve yeterince zamanınız varsa geriye dönebilirsiniz. Bu örneğe değineceğiz çünkü iki-durumlu sistemin kuantum mekaniğiyle inceleyebileceğimiz en iyi örneklerden biridir; yüksek enerji fiziğinin en güncel çalışmalarını içerir.

zaman ölçeğine göre oldukça yavaş gerçekleşir; zayıf etkileşimler yeğin etkileşimlerden hatta elektromanyetik etkileşimlerden bile çok daha zayıftır.

Uzmanlar yeğin etkileşimleri büyük hızlandırıcılarda incelediklerinde olmasını bekledikleri şeyleri bulamayınca oldukça şaşırdılar. Örneğin bazı etkileşimlerde bulmayı bekledikleri bazı parçacıkları bulamadılar. Gell-Mann ve Nishijima, bunun gibi pek çok olayın yeni bir korunum yasasıyla açıklanabileceğini keşfettiler: *acayipliğin korunumu*. Her parçacığa ilişkin yeni bir tür katkının olması gerektiğini –"acayiplik" sayısı olarak adlandırılan– ve herhangi bir yeğin etkileşimde "acayiplik niceliğinin" korunması gerektiğini belirttiler.

Örneğin yüksek enerjili negatif bir K-mezonunun –birçok GeV enerjisinde– bir protonla çarpıştığını düşünelim. Etkileşimlerin yanında birçok parçacık meydana gelir; π-mezonu, K-mezonu, lambda parçacıkları, sigma parçacıkları; bütün mezon ve baryon çiftleri I. Cilt, Tablo 2-2'de listelenmiştir. Bununla birlikte sadece belirli *kombinasyonların* meydana geldiğini diğerlerinin ise meydana gelmediğini düşünelim. Şu an uygulanması gereken korunum yasalarının ne olduklarını biliyoruz. İlk olarak enerji ve momentum daima korunumludur. Bir olaydan sonraki toplam enerji ve momentum olaydan öncekiyle eşit olmalıdır. İkincisi, etkileşimden sonra parçacıkların toplam yükünün etkileşimden önce parçacıkların taşıdığı toplam yüke eşit olması gerektiğini ileri süren elektrik yükünün korunum yasası vardır. Örneğimizdeki gibi bir K-mezonu ile bir proton çarpıştığında aşağıdaki etkileşimler meydana gelebilir:

$$K^- + p \rightarrow p + K^- + \pi^+ + \pi^- + \pi^0$$

ya da

$$K^- + p \rightarrow \Sigma^- + \pi^+ \qquad (11.38)$$

Yükün korunumu nedeniyle aşağıdakiler asla meydana gelemez:

$$K^- + p \rightarrow p + K^- + \pi^+ \quad \text{ya da} \quad K^- + p \rightarrow \Lambda^0 + \pi^+ \qquad (11.39)$$

Ayrıca *baryon* sayısının korunduğu da bilinmektedir. Etkileşimden önceki baryon sayısı etkileşim sonrasında meydana gelen baryon sayısıyla aynı olmalıdır. Bu yasa için bir baryonun karşı-*parçacığı, eksi* işaretli bir baryon olarak düşünülür. Bunun anlamını aşağıdaki süreçlerde görebiliriz:

$$K^- + p \rightarrow \Lambda^0 + \pi^+$$

ya da

$$K^- + p \rightarrow p + K^- + p + \bar{p} \qquad (11.40)$$

($\bar{p}$ karşı-protonu göstermektedir ve negatif yük taşır). Fakat asla

$$K^- + p \rightarrow K^- + \pi^+ + \pi^0$$

ya da

$$K^- + p \rightarrow p + K^- + n \qquad (11.41)$$

gözlenmez (büyük enerjilerde olsa bile), çünkü baryon sayısı korunmamaktadır.

Bununla birlikte bu yasalar aşağıdaki etkileşimlerin neden gözlenmediğini açıklamaya yetmez:

$$K^- + p \rightarrow p + K^- + K^0$$

ya da

$$K^- + p \rightarrow p + \pi^- \qquad (11.42)$$

ya da

$$K^- + p \rightarrow \Lambda^0 + K^0$$

Açıklama acayipliğin korunumudur. Yeğin etkileşimlerde her parçacığın koruması gerektiği bir *acayiplik S* sayısı vardır yani etkileşim öncesi ve sonrası toplam acayiplik korunmalıdır.

Tablo 11-4
Yeğin etkileşen parçacıkların acayiplik sayısı

	S			
	−2	−1	0	+1
Baryonlar		Σ^+	p	
	Ξ^0	Λ^0, Σ^0	n	
	Ξ^-	Σ^-		
Mezonlar			π^+	K^+
		$\bar{K}^0$	π^0	K^0
		K^-	π^-	

Not; π^-, π^+'nın karşı-parçacığıdır (ya da *tam tersi*)

Proton ve karşı-protonların (p, $\bar{p}$), nötron ve karşı-nötronların (n, $\bar{n}$) ve π-mezonlarının (π^-, π^+, π^0) hepsinin acayiplik sayısı sıfırdır; K^0, K^+ mezonlarının acayiplik sayısı +1'dir; K^-, $\bar{K}^0$ (karşı-K^0),* Λ^0 ve Σ-parçacıklarının (+, 0, −) acayiplik sayısı −1'dir. Ayrıca acayiplik sayısı −2 olan −Ξ-parçacığı (büyük "ksi")– bir parçacık vardır ve belki de şimdiye kadar bilinmeyen diğer parçacıklar da olabilir. Tablo 11-4'te parçacıkların acayiplik sayıları listelenmiştir.

Şimdi not ettiğimiz süreçlerde acayipliğin korunumunun nasıl çalıştığını görelim. Eğer bir K^- ve bir protonla işe başlarsak toplam acayiplik sayısı (−1 + 0)=−1 olur. Acayipliğin korunumu, etkileşimden sonraki ürünlerin toplam acayiplik sayısının −1 olması gerektiğini söyler. Bunu (11.38) ve (11.40) etkileşimlerinde görebiliriz. Fakat (11.42) etkileşiminde sağ tarafın acayipliği her durumda sıfırdır. Bunlar acayiplik sayısını korumadığından meydana gelemezler. Neden? Hiç kimse bilmiyor. Hiç kimse size söylediğimizden daha fazlasını söyleyemez. Doğa sadece böyle işliyor.

Şimdi sıradaki süreci inceleyelim; bir π^- bir protona çarpsın. Örneğin bir Λ^0 parçacığı ve yüksüz bir K-parçacığı elde edebiliriz; iki yüksüz parçacık. Peki hangisinde yüksüz K-parçacığını elde ederiz? Λ-parçacığının acayiplik sayısı −1 ve π ile p^+ parçacıklarının acayiplik sayısı sıfır olduğundan ve bu süreç çok hızlı gerçekleştiğinden acayiplik değişmez. K-parçacığının acayiplik sayısı −1 olmalıdır; bu nedenle bu parçacık K^0 olmalıdır:

$$\pi^- + p \to \Lambda^0 + K^0$$

Burada acayiplik korunur:

$$S = 0 + 0 = -1 + +1 \quad \text{(korunumlu)}$$

Eğer K^0 yerine $\bar{K}^0$ olsaydı, sağ tarafın acayiplik sayısı −2 olurdu; sol tarafın acayiplik sayısı 0 olduğu için doğa bu sürece izin vermez. Diğer yandan bir $\bar{K}^0$ farklı süreçlerde üretilir:

$$n + n \to n + \bar{p} + \bar{K}^0 + K^+$$

$$S = 0 + 0 = 0 + 0 + -1 + +1$$

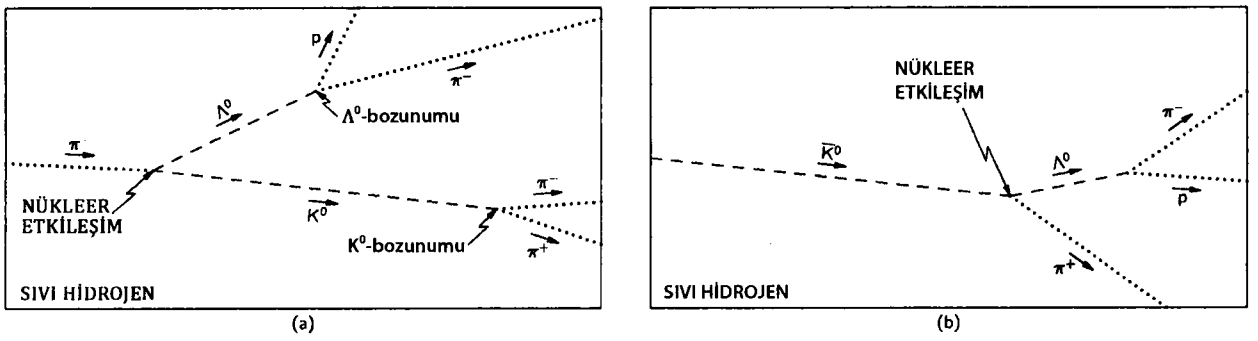
ya da

$$K^- + p \to n + \bar{K}^0$$

$$S = -1 + 0 = 0 + -1$$

"Bunda bir gariplik var, çünkü $\bar{K}^0$ ya da K^0 olup olmadığını nasıl bilebiliriz? İkisi de aynı görünmektedir. Birbirlerinin karşı-parçacığıdır bu nedenle aynı kütleye sahiptirler ve her ikisinin de elektrik yükü sıfırdır. Nasıl birbirlerinden ayırt edebiliriz?" diye düşünebilirsiniz.

* "K-bar-sıfır" olarak okunur.



Şekil 11-5 Bir hidrojen kabarcık odasında görülen yüksek enerji olayları. (a) Bir π^- mezonu bir hidrojen çekirdeğiyle (proton) etkileşerek bir Λ^0 parçacığı ve K^0 mezonu üretilir. Her iki parçacık odada bozunur. (b) Bir $\overline{K}^0$ mezonu bir protonla etkileşerek bir π^+ mezonu ve bir Λ^0 parçacığı üretilir. (Yüksüz parçacıklarının izi yoktur. Parçacıkların izleri kesikli çizgilerle gösterilmiştir.)

Etkileşimler sayesinde üretilirler. Örneğin bir $\overline{K}^0$, maddeyle etkileşerek bir Λ-parçacığı üretilir fakat bir K^0 üretilemez:

$$\overline{K}^0 + p \rightarrow \Lambda^0 + \pi^+$$

K^0'ın sıradan maddeyle (proton ve nötron) etkileşerek bir Λ-parçacığı üretme şansı yoktur.* K^0 ile $\overline{K}^0$ arasındaki deneysel farklılık Λ-parçacığı üretip üretmemesinden kaynaklanır.

Acayiplik kuramının tahminlerinden birisi budur; yüksek enerjili pionlarla yapılan bir deneyde eğer yüksüz bir K-mezonuyla bir Λ-parçacığı üretilirse, maddenin diğer kısmıyla etkileşen K-mezonu asla bir Λ-parçacığı üretmez. Deney aşağı yukarı şu şekilde işler: Bir π^- mezon demeti büyük bir hidrojen kabarcık odasına gönderilir. Bir π^- izi kaybolur fakat bozunan bir Λ-parçacığını gösteren bir çift iz (bir proton ve bir π^-) ortaya çıkar.† Bakınız Şekil 11-5. O zaman bir yerlerde göremediğiniz bir K^0 olduğunu bilirsiniz.

Bununla birlikte enerji ve momentumun korunum yasasını kullanarak nereye gideceklerini araştırabilirsiniz. [Şekil 11-5(a)'da gösterildiği gibi, iki yüklü parçacığa bozunduktan sonra ortaya çıkabilir.] K^0, hidrojen çekirdeklerinden (proton) biriyle etkileşerek diğer bazı parçacıkları üretebilir. Acayiplik kuramının varsayımı, $\overline{K}^0$ üretse bile, aşağıda gösterilene benzer bir etkileşimde bir Λ-parçacığının asla üretilemeyeceğidir:

$$K^0 + p \rightarrow \Lambda^0 + \pi^+$$

Yani bir kabarcık odasındaki $\overline{K}^0$ Şekil 11-5(b)'de tasvir edilen olayı –bozunduğu için görebildiğimiz bir Λ^0– üretebilir fakat K^0 üretemez. Hikâyemizin ilk kısmı budur. Bu acayipliğin korunumudur.

Bununla birlikte acayipliğin korunumu *mükemmel değildir*. Acayip parçacıklar çok yavaş bir şekilde bozunur; bozunmalar acayipliğin korunamayacağı 10^{-10} saniye civarında gerçekleşir.‡ Bunlar "zayıf" bozunumlar olarak adlandırılır. Örneğin K^0 bir çift π-mezonuna bozunabilir (+ ve –). Aslında bu yolla ilk kez K-parçacıkları görülmüştür:

---

* Elbette iki K^+ ya da toplam acayipliği +2 olan diğer parçacıkları üretmediği sürece. Buradaki süreçlerde bu tür acayip parçacıkların üretilmesine yetecek enerji olmadığını düşünüyoruz.

† Serbest Λ-parçacığı zayıf etkileşimlerle yavaşça bozunur (bu nedenle acayipliğin korunmasına gerek yoktur).

‡ Güçlü etkileşimleri için etkileşim süresi 10^{-23} saniye civarındadır.

$$K^0 \to \pi^- + \pi^+$$

Bozunumun acayipliği korumadığını bu nedenle yeğin etkileşim tarafından "hızlı" meydana gelemediğini belirtelim; sadece zayıf bozunum süreciyle meydana gelebilir.

Ayrıca $\overline{K}^0$ da *benzer yolla* bozunur (π^- ve π^+) ve aynı yaşam ömrüne sahiptir:

$$\overline{K}^0 \to \pi^- + \pi^+$$

Yeniden zayıf bir bozunuma sahip oluruz çünkü acayiplik korunmamaktadır. Herhangi bir etkileşim için, "maddeyle" gerçekleşen etkileşimlere karşılık gelen "karşı-madde" süreçlerinin ya da *tam tersinin* olduğunu söyleyen bir ilke vardır. $\overline{K}^0$, K^0'ın karşı-parçacığı olduğu için π^+ ve π^-'ın karşı-parçacıklarına bozunur. (Ya da eğer tercih edersiniz *tam tersini*. π-mezonları için "madde" olarak adlandırılıp adlandırılmaması fark etmez.) Zayıf bozunumun sonuçları nedeniyle, $\overline{K}^0$ ve K^0 aynı parçacıkları üretir. Bozunumlar incelendiğinde –kabarcık odasındaki gibi– özdeş parçacıkların ortaya çıktığı görülür. Sadece yeğin etkileşimler farklıdır.

Sonunda Gell-Mann ve Pais'in çalışmasını anlamaya hazırız. $\overline{K}^0$ ve K^0 benzer iki π-mezonuna bozunduklarından, K^0'ın $\overline{K}^0$'a dönüşeceği bir genlik olması gerektiğini ileri sürmüşlerdir. Kimyacıların yaptığı gibi süreçleri tanımlarsak

$$K^0 \rightleftharpoons \pi^+ + \pi^- \rightleftharpoons \overline{K}^0 \tag{11.43}$$

elde ederiz. Bunlar her birim zamanda, örneğin $-i/\hbar$ çarpı $\langle\overline{K}^0|W|K^0\rangle$, bir K^0 parçacığının zayıf etkileşimle $\overline{K}^0$ parçacığına dönüşerek iki π-mezonu üreteceği bir genlik olduğunu söyler. Ayrıca tersine süreçler için $\langle K^0|W|\overline{K}^0\rangle$ genliği de vardır. Madde ve karşı-madde tamamen aynı davrandığı için, sayısal olarak iki genlik de aynıdır; ikisini de A olarak adlandıracağız:

$$\langle\overline{K}^0|W|K^0\rangle = \langle K^0|W|\overline{K}^0\rangle = A \tag{11.44}$$

Şimdi burada Gell-Mann ve Pais'in de söylediği gibi ilginç bir durum vardır. Dünyanın iki farklı durumu ($\overline{K}^0$ ve K^0) *tek* iki-durumlu *sistem* olarak düşünülür, çünkü birinden diğerine dönüşüm genliği vardır. Tam bir analiz için elbette iki durumdan daha fazlasıyla ilgilenmek zorundayız çünkü 2 adet π parçacığının durumunu da hesaba katmak gerekir; fakat asıl olarak $\overline{K}^0$ ile K^0 arasındaki ilişkiyle ilgilendikleri için karmaşık olaylarla ilgilenmediler ve iki-durumlu sistem için bir yaklaşım geliştirdiler. Diğer durumlar, (11.44) genliklerinde ortaya çıkan etkilerine göre dikkate alındılar.

Aynı zamanda Gell-Mann ve Pais yüksüz parçacıkları iki-durumlu bir sistem gibi ele aldılar. İki taban durumu olarak $|\overline{K}^0\rangle$ ve $|K^0\rangle$ durumlarını ele aldılar. (Bundan sonra hikâye amonyak molekülü için yaptıklarımıza benzeyecektir.) Yüksüz K-parçacığının herhangi bir $|\psi\rangle$ durumu, her iki taban durumu genlikleri belirlenerek elde edilebilir. Bu genlikleri

$$C_+ = \langle K^0|\psi\rangle, \qquad C_- = \langle\overline{K}^0|\psi\rangle \tag{11.45}$$

olarak tanımlayacağız.

Bir sonraki adım iki-durumlu sistem için Hamilton denklemlerini yazmaktır. Eğer K^0 ile $\overline{K}^0$ arasında herhangi bir bağlantı yoksa denklemler basitleşir:

$$\begin{aligned} i\hbar\,\frac{dC_+}{dt} &= E_0 C_+ \\ i\hbar\,\frac{dC_-}{dt} &= E_0 C_- \end{aligned} \tag{11.46}$$

$\bar{K}^0$ parçacığının K^0 parçacığına dönüşme genliği $\langle K^0|W|\bar{K}^0\rangle$ olduğu için ek bir terim gelir:

$$\langle K^0|W|\bar{K}^0\rangle C_- = AC_-$$

Bu terim ilk denklemin sağ tarafına eklenmelidir. Benzer şekilde AC_+ terimi, C_-'nin değişim hızı için denkleme eklenmelidir.

Fakat bu kadar da değil. İki pionun etkisi de hesaba katıldığında, K^0'ın *kendiliğinden*

$$K^0 \to \pi^- + \pi^+ \to K^0$$

bozunumu nedeniyle *ek* bir genliğin olması gerekir. $\langle K^0|W|K^0\rangle$ olarak yazılan bu ek genlik $\langle \bar{K}^0|W|K^0\rangle$ genliğine eşittir çünkü bir çift π-mezonu üretme genlikleri $\bar{K}^0$ ve K^0 için aynıdır. Eğer isterseniz detaylı bir şekilde aşağıdaki gibi yazılabilir. İlk olarak

$$\langle \bar{K}^0|W|K^0\rangle = \langle \bar{K}^0|W|2\pi\rangle\langle 2\pi|W|K^0\rangle$$

ve

$$\langle K^0|W|K^0\rangle = \langle K^0|W|2\pi\rangle\langle 2\pi|W|K^0\rangle$$

yazalım.* Madde ve karşı-madde simetrisi

$$\langle 2\pi|W|K^0\rangle = \langle 2\pi|W|\bar{K}^0\rangle$$

ve

$$\langle K^0|W|2\pi\rangle = \langle \bar{K}^0|W|2\pi\rangle$$

eşitliklerini verir.

$\langle K^0|W|K^0\rangle = \langle \bar{K}^0|W|K^0\rangle$ ve $\langle \bar{K}^0|W|K^0\rangle = \langle K^0|W|\bar{K}^0\rangle$ olduğunu daha önce söylemiştik. Zaten iki ek genliğin $\langle K^0|W|K^0\rangle$ ve $\langle \bar{K}^0|W|\bar{K}^0\rangle = \langle \bar{K}^0|W|\bar{K}^0\rangle$ her ikisinin de A'ya eşit olduğunu ve Hamilton denklemlerini içerdiğini biliyoruz. Birincisi, dC_+/dt için denklemin sağ tarafındaki AC_+ terimini verir ve ikincisi dC_-/dt için denklemin sağ tarafındaki AC_- terimini verir. Bu nedenle Gell-Mann ve Pais, K^0 $\bar{K}^0$ sistemi için Hamilton denklemlerinin

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{dC_+}{dt} &= E_0C_+ + AC_- + AC_+ \\ i\hbar \frac{dC_-}{dt} &= E_0C_- + AC_+ + AC_- \end{aligned} \tag{11.47}$$

olması gerektiği sonucuna vardılar.

Şimdi daha önceki bölümlerde söylediğimiz bazı şeyleri düzelteceğiz: Birbirlerinin tersi olan $\langle K^0|W|\bar{K}^0\rangle$ ve $\langle \bar{K}^0|W|K^0\rangle$ genlikleri her zaman karmaşık eşleniktir. Bu, bozunmayan parçacıklar için doğruydu. Eğer parçacıklar bozunursa –ve bu nedenle "kaybolursa"– iki genlik artık karmaşık eşlenik; olmaz. Bu nedenle (11.44) eşitliği genliklerin gerçel sayılar olduğu anlamına gelmez aslında karmaşık sayılardır. Bu nedenle A katsayısı karmaşıktır ve onu basitçe E_0 enerjisiyle bağlantılandıramayız.

Elektronlar ve spinlerle ilgili konuları iyi hatırlayanlar, (11.47)'deki Hamilton denklemlerinin K-parçacığı sistemini daha basit olarak betimleyecek *başka* bir çift taban durumu anlamına geldiğini iyi bilirler. Meseleyi iyi kavrayanlar hemen "Bu iki denklemin farkını ve toplamını alalım. Ayrıca E_0'dan bütün enerjileri ölçelim ve enerji ile zaman için $\hbar = 1$ olacak şekilde birimleri kullanalım," demelidir. (Bu teorik modern fizikçilerin her zaman yaptıkları şeydir. Fiziği de-

* Burada bir sadeleştirme yaptık. 2π-sistemi, π-mezonlarının farklı momentumlara sahip olduğu çok sayıda durumu barındırabilir ve denklemin sağ tarafı π'nin farklı taban durumları üzerinden toplamı içermelidir. Tam bir analiz aynı sonucu verecektir.

ğiştirmez fakat denklemleri daha basit hale getirir.) Elde edilecek sonuç aşağıdadır:

$$i\frac{d}{dt}(C_+ + C_-) = 2A(C_- + C_+) \qquad i\frac{d}{dt}(C_+ - C_-) = 0 \tag{11.48}$$

Açıktır ki $(C_- + C_+)$ ve $(C_+ + C_-)$ genlik kombinasyonları birbirlerinden bağımsız davranır (elbette daha önce incelediğimiz durağan durumlarla ilişkili olarak). Bu nedenle K-parçacıkları için farklı bir gösterimin kullanılmasının daha uygun olacağını düşünürüz. İki durumu şöyle tanımlayalım:

$$|\mathrm{K}_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\mathrm{K}^0\rangle + |\overline{\mathrm{K}}^0\rangle) \qquad |\mathrm{K}_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\mathrm{K}^0\rangle - |\overline{\mathrm{K}}^0\rangle) \tag{11.49}$$

$\overline{\mathrm{K}}^0$ ve K^0 mezonları yerine, K_1 ve K_2 gibi iki "parçacığı" (yani "durumu") ele alabiliriz. (Bu parçacıklar elbette $|I\rangle$ ve $|II\rangle$ durumlarına karşılık gelmektedir. Eski gösterimi kullanmıyoruz çünkü şimdi Gell-Mann ve Pais'in kullandığı gösterimi takip etmek istiyoruz ve herhangi bir fizik seminerinde de bu gösterimle karşılaşacaksınız.)

Gell-Mann ve Pais tüm bunları parçacıklara farklı isimler vermek için yapmadı; ayrıca garip bir fizik barındırmaktadır. K_1 ya da K_2 mezonunda bulunma genliklerinin C_1 ve C_2 olduğunu düşünelim:

$$C_1 = \langle \mathrm{K}_1|\psi\rangle \qquad C_2 = \langle \mathrm{K}_2|\psi\rangle$$

(11.49) denklemini kullanarak

$$C_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(C_+ + C_-) \qquad C_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(C_+ - C_-) \tag{11.50}$$

ifadelerini elde ederiz. O zaman (11.48) denklemi

$$i\frac{dC_1}{dt} = 2AC_1 \qquad i\frac{dC_2}{dt} = 0 \tag{11.51}$$

hâline gelir. Çözümleriyse aşağıdaki gibi elde edilir:

$$C_1(t) = C_1(0)e^{-i2At} \qquad C_2(t) = C_2(0) \tag{11.52}$$

Burada elbette $C_1(0)$ ve $C_2(0)$, $t = 0$ anındaki genliklerdir.

Bu denklemler, eğer yüksüz bir K-parçacığı $t = 0$ anında $|\mathrm{K}_1\rangle$ durumundaysa [yani $C_1(0) = 1$ ve $C_2(0) = 0$] t anındaki genliklerin

$$C_1(t) = e^{-i2At} \qquad C_2(t) = 0$$

olacağını söyler. A'nın karmaşık bir sayı olduğunu hatırlayın, bu nedenle $2A=\alpha-i\beta$ alınabilir. ($2A$'nın karmaşık kısmının negatif olması için, *eksi* $i\beta$ olarak yazdık.) Bunu yerine yazarsak $C_1(t)$

$$C_1(t) = C_1(0)e^{-\beta t}\,e^{-i\alpha t} \tag{11.53}$$

haline gelir.

K_1 parçacığının t anında bulunma olasılığı bu genliğin mutlak karesidir, yani $e^{-2\beta t}$. Ayrıca, (11.52) denkleminden K_2 parçacığının herhangi bir anda bulunma olasılığının sıfır olduğu bulunur. Bu, eğer bir K-parçacığı $|\mathrm{K}_1\rangle$ durumundaysa, aynı durumda bulunma olasılığının zamanla üstel olarak azalacağı anlamına gelir; asla $|\mathrm{K}_2\rangle$ durumunda bulunamaz. Peki nereye gitti? Yarı ömrü $\tau = 1/2\beta$, yani 10^{-10} saniye olan iki π-mezonuna ayrılmıştır. A'nın karmaşık olduğunu söylediğimizde önlem alıyorduk.

Diğer yandan (11.52) denklemi, eğer K-parçacığı tamamen K_2 durumundaysa her zaman aynı durumda kalacağını ifade eder. Aslında bu doğru değildir. Deneysel olarak *üç* π-mezonuna ayrılmıştır fakat tanımladığımız iki pion bozunu-

mundan 600 kat daha yavaş bozunur. Bu nedenle yaklaşımımızın dışında tuttuğumuz küçük terimler vardır. Sadece iki-pion bozunumuyla ilgilendiğimiz için K_2 "sonsuza dek" kalmaya devam eder.

Şimdi Gell-Mann ve Pais'in hikâyesinin sonuna yaklaştık. *Yeğin* etkileşimlerde K-parçacığı bir Λ^0 parçacığıyla birlikte üretildiğinde ne olacağını ele aldılar. Acayiplik sayısı +1 olduğu için, K^0 durumunda üretilmelidir. $t = 0$ anında ne K_1 ne de K_2 durumundadır ancak bunların bir karışımıdır. Başlangıç koşulları aşağıdaki gibidir:

$$C_+(0) = 1 \qquad C_-(0) = 0$$

Fakat bunun anlamı şudur; (11.50) denkleminden

$$C_1(0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad C_2(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

elde edilir, bunları da (11.52) ve (11.53) denklemlerinde yerine yazarsak

$$C_1(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}\, e^{-\beta t}\, e^{-i\alpha t} \qquad C_2(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \tag{11.54}$$

olur. $\overline{K}^0$ ve K^0'ın her biri, K_1 ve K_2'nin doğrusal kombinasyonları cinsinden ifade edilebilir. (11.54) denkleminde, $t = 0$ anında $\overline{K}^0$ kısmının girişim vasıtasıyla sadeleşerek yalnızca K^0 kalacak şekilde genlikler seçilmişti. Fakat $|K_1\rangle$ durumu *zamanla değişir* ve $|K_2\rangle$ durumu da değişmez. $t = 0$ anından sonra C_1 ve C_2'nin girişimi, hem $\overline{K}^0$ hem de K^0 için sonlu genlikler verir.

Tüm bunların anlamı nedir? Şimdi geriye dönüp Şekil 11-5'te tasvir edilen deneyi ele alalım. Bir π^- mezonu, odadaki hidrojenle çarpışıp sinyal çıkararak bir Λ^0 parçacığı ve bir K^0 mezonu üretir. Fakat zaman ilerledikçe, bir hidrojen çekirdeğiyle ufak bir çarpışma olasılığı olacaktır. İlk olarak acayipliğin korunumunun, bunun gibi bir etkileşimde K-parçacıklarının Λ^0 parçacıklarını üretmesini engellediğini düşünebilirsiniz. Şimdi bununla birlikte bunun doğru olmadığını görüyoruz. K-parçacıkları başlangıçta K^0 durumunda olsa da – Λ^0 parçacığının üretilemeyeceği durum– burada kalamaz. Bir süre sonra, $\overline{K}^0$ durumuna geçeceği bir genliğe sahip olur. Bu nedenle bazen K-parçacıklarının izinde Λ^0 üretilmesini bekleriz. Bunun olma olasılığı, C_1 ve C_2 değerleriyle ilişki kurabileceğimiz [(11.50) denklemini kullanarak] C_- genliği tarafından belirlenir. Bu ilişki

$$C_- = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(C_1 - C_2) = \tfrac{1}{2}\,(e^{-\beta t}\, e^{-i\alpha t} - 1) \tag{11.55}$$

şeklindedir. Zaman geçtikçe K-parçacığı, $|C_-|^2$ eşit ve $\overline{K}^0$ gibi davranan bir genliğe sahip olur:

$$|C_-|^2 = \tfrac{1}{4}\,(1 + e^{-2\beta t} - 2e^{-\beta t}\cos \alpha t) \tag{11.56}$$

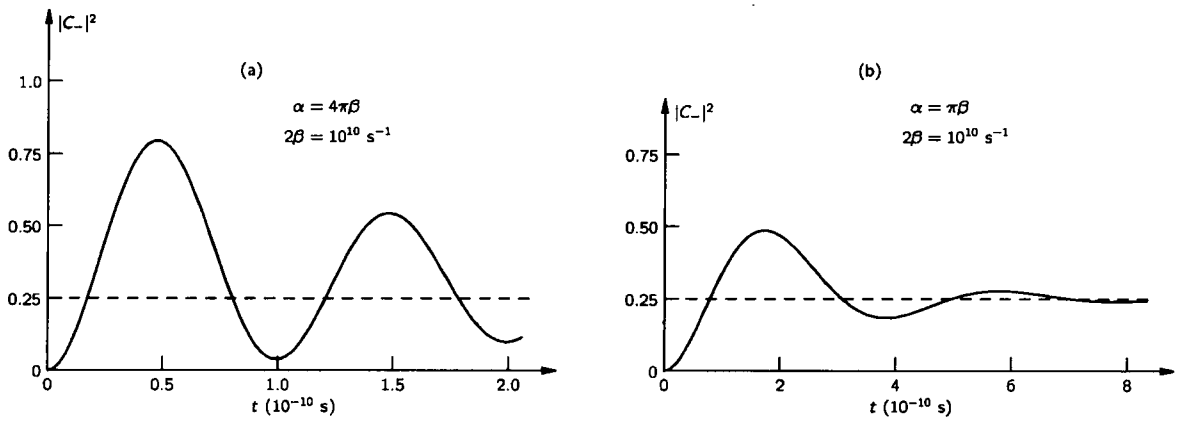
Karmaşık ve garip bir sonuç!

Bu sonuç Gell-Mann ve Pais'in önemli bir çıkarımıdır; bir K^0 üretildiğinde $\overline{K}^0$ durumuna dönüşme olasılığı –bir Λ^0 parçacığı üreterek– (11.56) denklemine göre zamanla değişir. Bu tahmine sadece mantık ve kuantum mekaniği ilkeleri kullanılarak ulaşılmıştır; hem de K-parçacığının iç işleyişine dair hiçbir bilgimiz yokken. İç işleyişe dair hiç kimse bir şey bilmediği için, Gell-Mann ve Pais'in ulaştığı sonuç kadar ilerleyebildik. α ve β için herhangi bir kuramsal değer öne sürmediler. Hiç kimse şu ana dek bunları belirleyemedi. β için, iki π'nin deneysel olarak gözlenen bozunma oranından bir değer elde ettiler ($2\beta = 10^{10}\ s^{-1}$) fakat α için hiçbir şey öne sürmediler.

Şekil 11-6'da α'nın iki değeri için (11.56) denkleminin fonksiyonunu çizdik. Göreceğiniz gibi şekil α ve β'nın oranına çok etkin bir şekilde bağlıdır. İlk başta $\overline{K}^0$ olasılığı yoktur daha sonra ortaya çıkar. Eğer α büyürse, olasılık büyük salı-

nımına sahip olur. Eğer α küçülürse çok az salınım olur ya da hiç olmaz; olasılık düzgün bir şekilde 1/4'e çıkar.

Şimdi K-parçacığı ışık hızına yakın bir sabit hızda hareket eder. Şekil 11-6'daki eğri, gözlenen bir $\overline{K}^0$ parçacığının izi boyunca olasılığın nasıl değiştiğini göstermektedir; izin tipik büyüklüğü birkaç santimetre civarındadır. Bu tahminin neden bu kadar önemli olduğunu görebilirsiniz. Tek bir parçacık üretiyorsunuz ve bu parçacık sadece bozunabilmesinin yanı sıra başka bir şey daha yapıyor. Bazen bozunuyor ve diğer zamanlarda da farklı bir tür parçacık gibi davranıyor. Bir etki üretme olasılığı ilerledikçe garip bir biçimde değişir. Bu önemli tahmin sadece genliklerin girişim fikrine dayanarak üretilmiştir.



Şekil 11-6 (11.56) denkleminin fonksiyonu. (a) $\alpha = 4\pi\beta$ için. (b) $\alpha = \pi\beta$ için ($2\beta = 10^{10}s^{-1}$).

Eğer kuantum mekaniğinin en saf haliyle test edilebileceği –genliklerin üst üste binme ilkesi çalışıyor mu yoksa çalışmıyor mu?– bir yer varsa o da burasıdır. Bu etki tahmin ediliyor olsa bile, çok açık bir deneysel kanıt yoktur. α'nın sıfır olmadığını ve bu etkinin gerçekten var olduğunu gösteren bazı kaba sonuçlar elde edilmiştir; bunlar α'nın 2β ile 4β arasında olduğunu gösteren sonuçlardır. Acayip parçacıkların oluşturduğu bu gizemli dünyada üst üste binme ilkesinin gerçekten çalışıp çalışmadığını kontrol etmek çok ilginç olurdu; acayiplik ve bozunum için bilinmeyen nedenlerin olduğu bir dünya.

Henüz tamamladığımız analiz, acayip parçacıkların anlaşılması için bugün kullandığımız kuantum mekaniğinin oldukça karakteristik bir yöntemidir. Duymuş olabileceğiniz bütün karmaşık kuramlar az ya da çok, üst üste binme ilkesini ve bu düzeydeki diğer kuantum mekaniği ilkelerini kullanarak elde edilen bunun gibi temel hokkabazlıklardır. Bazı insanlar α ve β'nın değerini hesaplayan ya da en azından α'nın β değerini verdiği bazı kuramlar olduğunu ileri sürmüştür fakat bu kuramlar tümüyle kullanışsızdır. Örneğin verili bir β değeri için α değerini tahmin eden bir kuram, α'nın sonsuz olacağını söyleyebilir. Başlangıçta iki π-mezonunu içeren denklem kümesi, daha sonra iki π-mezonunun K^0'a dönüştüğü denklem kümesi olur. Her şeyi hesaba kattığımızda buradaki gibi bir çift denkleme sahip oluruz; fakat iki π'nin momentumlarına bağlı olarak sonsuz sayıda durumu olduğu için, bütün olasılıklar üzerinden alınan bir integral α'nın sonsuz olacağını söyleyebilir. Fakat doğanın α'sı *sonsuz değildir.* Bu nedenle dinamik yasalar yanlıştır. Şu an öğrendiğimiz kadarıyla kuantum mekaniği ilkelerini kullanarak acayip parçacıkların dünyasını tahmin edebilmek oldukça önemlidir.

11-6 *N*-durumlu sistemlere genelleme

Hakkında konuşmak istediğimiz tüm iki-durumlu sistemleri böylece bitirmiş olduk. Bu bölümde daha fazla duruma sahip sistemleri inceleyeceğiz. Fikirlerimizin iki durumlu sistemlerden *N*-durumlu sistemlere genelleştirilmesi oldukça anlaşılır olacaktır. Aynı yöntemi kullanacağız.

Eğer bir sistem *N* ayrı duruma sahipse herhangi bir $|\psi(t)\rangle$ durumu, herhangi bir $|i\rangle$ taban durumu kümesi tarafından belirlenir, burada $i = 1, 2, 3, \ldots, N$ değerlerini alır:

$$|\psi(t)\rangle = \sum_i |i\rangle\, C_i(t) \tag{11.57}$$

$C_i(t)$ katsayıları $\langle i|\psi(t)\rangle$ genlikleridir. C_i genliğinin zamanla değişimi

$$i\hbar \frac{dC_i(t)}{dt} = \sum_j H_{ij} C_j \tag{11.58}$$

denklemi tarafından belirlenir, burada H_{ij} matrisi problemin fiziğini tanımlar. İki-durumlu sistemler için kullandığımız matrise benzemektedir. Fakat şimdi i ve j, bütün *N* taban durumları üzerinden değerler alır ve H_{ij} enerji matrisi –ya da dilerseniz Hamilton işlemcisi– N^2 sayı içeren bir $N \times N$'lik matristir. Daha önceki gibi, $H_{ij}^* = H_{ji}$ –parçacıklar korunumlu olduğu sürece– ve H_{ii} diyagonal matris elemanları gerçel sayılardır.

Enerji matrisi sabitken (zamana bağlı değilken) iki-durumlu bir sistemin *C*'leri için genel bir çözüm bulduk. Ayrıca *H* zamana bağlı olmadığında, *N*-durumlu bir sistem için (11.58) denklemini çözmek zor değildir. Yeniden sahip olduğumuz tüm genliklerin aynı zaman bağımlılığına sahip olduğu olası bir çözümü araştırarak işe başlayacağız:

$$C_i = a_i e^{-(i/\hbar)Et} \tag{11.59}$$

Bu C_i'leri (11.58) denkleminde yerine yazarsak $dC_i(t)/dt$ terimi $(-i/\hbar)EC_i$ değerine eşit olur. Bütün terimlerdeki ortak üstel faktörleri sadeleştirirsek

$$Ea_i = \sum_j H_{ij} a_j \tag{11.60}$$

elde ederiz.

Bu ifade, *N* adet bilinmeyen için, $a_1, a_2, \ldots, a_N$, *N* adet doğrusal denklemi tanımlar ve eğer şanslıysak sadece bir çözümü vardır; bütün a katsayılarının determinantının sıfır olması şartıyla. Fakat bu kadar karmaşık olması önemli değildir; istediğiniz yöntemle denklemleri çözebilirsiniz ve sadece belirli *E* değerleri için denklemlerin çözülebileceğini bulacaksınız. (Hatırlayın sadece *E*, denklemlerimizdeki ayarlanabilen terimdi.)

Eğer biçime uygun kalmak isterseniz, (11.60) denklemini

$$\sum_j (H_{ij} - \delta_{ij}E)a_j = 0 \tag{11.61}$$

şeklinde yazabilirsiniz. Daha sonra bu denklemlerin sadece *E*'nin

$$\text{Det}\,(H_{ij} - \delta_{ij}E) = 0 \tag{11.62}$$

değerine sahip olduğu durumlarda bir çözümü olacağını söyleyen kuralı –eğer biliyorsanız– kullanabilirsiniz. Determinantın her bir terimi sadece H_{ij}'dir, *E* teriminin çıkarıldığı diyagonal elemanlar hariç. Yani (11.62)'nin anlamı yalnızca şudur:

$$\text{Det}\begin{pmatrix} H_{11}-E & H_{12} & H_{13} & \cdots \\ H_{21} & H_{22}-E & H_{23} & \cdots \\ H_{31} & H_{32} & H_{33}-E & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix} = 0 \tag{11.63}$$

Bu, elbette, sadece bütün terimlerin çarpımlarının toplamı olan E için cebirsel bir denklem yazmanın özel bir yoludur. Bu çarpımlar E^N'e kadar E'nin bütün toplamlarını verecektir.

Böylece sıfıra eşit olan N. dereceden bir polinoma sahip oluruz ve genelde N adet kökü vardır. (Bununla birlikte bazı terimlerin çok katlı kök olabileceğini unutmamalısınız; yani iki ya da daha fazla kök birbirlerine eşit olabilir.)

N adet kökü

$$E_I, E_{II}, E_{III}, \ldots, E_{\mathbf{n}}, \ldots, E_{\mathbf{N}} \tag{11.64}$$

olarak adlandıralım. ($\mathbf{n}$, n. Roma rakamını göstermektedir ve $\mathbf{n}$, I, II, ..., $\mathbf{N}$ değerlerini almaktadır.) Yani bu enerjilerin bir kısmı birbirine eşit olabilir –örneğin $E_{II} = E_{III}$– fakat yine de farklı gösterimler kullanmaya devam edeceğiz.

(11.60) ya da (11.61) denklemi her bir E değeri için sadece bir çözüme sahiptir. Eğer E değerlerinden herhangi birini –örneğin $E_{\mathbf{n}}$– (11.60)'da yerine yazarsanız ve a_i için çözerseniz, $E_{\mathbf{n}}$ enerjisine ait çözüm kümesini elde edersiniz. Bu kümeye $a_i(\mathbf{n})$ diyeceğiz.

$a_i(\mathbf{n})$'i (11.59)'da kullanarak, $|i\rangle$ durumundaki belirli enerji durumlarını gösteren $C_i(\mathbf{n})$ genliğini elde ederiz. $|\mathbf{n}\rangle$, $t = 0$ anındaki enerji durum vektörünü göstersin, o zaman

$$C_i(\mathbf{n}) = \langle i|\mathbf{n}\rangle e^{-(i/\hbar)E_{\mathbf{n}}t}$$

yazabiliriz, burada

$$\langle i|\mathbf{n}\rangle = a_i(\mathbf{n}) \tag{11.65}$$

eşitliğini sağlar. Tam enerji durumu $|\psi_{\mathbf{n}}(t)\rangle$

$$|\psi_{\mathbf{n}}(t)\rangle = \sum_i |i\rangle\, a_i(\mathbf{n})\, e^{-(i/\hbar)E_{\mathbf{n}}t}$$

ya da

$$|\psi_{\mathbf{n}}(t)\rangle = |\mathbf{n}\rangle\, e^{-(i/\hbar)E_{\mathbf{n}}t} \tag{11.66}$$

olarak yazılır.

$|\mathbf{n}\rangle$ durum vektörü belirli enerji durumlarını tanımlar, fakat zaman faktörü ihmal edilmiştir. Bu nedenle eğer istersek yeni bir taban durumu olarak kullanabileceğimiz sabit vektörlerimiz olmuş olur.

Her bir $|\mathbf{n}\rangle$ durumuna –kolayca gösterebileceğiniz gibi– herhangi bir $\hat{H}$ Hamilton işlemcisi etki ettiğinde, aynı durum çarpı $E_{\mathbf{n}}$ elde edilir.

$$\hat{H}|\mathbf{n}\rangle = E_{\mathbf{n}}|\mathbf{n}\rangle \tag{11.67}$$

$E_{\mathbf{n}}$ enerjisi, $\hat{H}$ Hamilton işlemcisinin özdeğeridir. Göreceğimiz gibi Hamilton işlemcisi genelde birkaç enerji durumuna sahip olur. Matematikçilerin dünyasında bunlar H_{ij} matrisinin "karakteristik değerleri" olarak adlandırılır. Fizikçiler genelde bunları $\hat{H}$'ın "öz değerleri" olarak adlandırır. ("Eigen = Öz" kelimesi Almancada "karakteristik" ya da "uygun" anlamına gelir.) $\hat{H}$'ın her öz değerine karşılık –diğer bir deyişle, her enerji için– "durağan durum" olarak adlandırılan belirli enerji durumları vardır. Fizikçiler genelde bu $|\mathbf{n}\rangle$ durumlarını "$\hat{H}$'ın öz durumları" olarak adlandırır. Her bir öz durum belirli bir $E_{\mathbf{n}}$ değerine karşılık gelir.

Şimdi genel olarak N adet $|\mathbf{n}\rangle$ durumu, bir taban durumu kümesi olarak kullanılabilir. Bunun doğru olması için, bütün durumlar birbirlerine dik olmalıdır yani $|\mathbf{n}\rangle$ ve $|\mathbf{m}\rangle$ gibi iki durum

$$\langle \mathbf{n}|\mathbf{m}\rangle = 0 \tag{11.68}$$

koşulunu sağlamalıdır. Eğer bütün enerjiler farklıysa bu durum kendiliğinden sağlanır. Ayrıca bütün durumları normalize etmek için $a_i(\mathbf{n})$'ler uygun bir faktörle çarpılabilir; yani

$$\langle \mathbf{n}|\mathbf{n}\rangle = 1 \tag{11.69}$$

koşulunu sağlaması için.

Eğer kazara (11.63) denklemi aynı enerjiye sahip iki ya da daha fazla köke sahip olursa, işler biraz karışabilir. İlk olarak hâlâ, a_i'nin iki aynı enerjiye sa-

hip iki farklı durumu olacaktır fakat durumlar dik olmayabilir. Normal prosedürü kullanarak aynı enerjili iki durağan durum bulduğumuzu düşünün; bu durumları $|\mu\rangle$ ve $|v\rangle$ olarak adlandıralım. O zaman bu durumların dik olması şart değildir; şansınız yoksa

$$\langle\mu|v\rangle \neq 0$$

olur. Bununla birlikte her zaman diklik şartını sağladığını düşündüğümüz iki yeni taban durumu olduğunu, $|\mu'\rangle$ ve $|v'\rangle$, düşünebiliriz:

$$\langle\mu'|v'\rangle = 0 \tag{11.70}$$

Doğru katsayılar seçerek $|\mu'\rangle$ ve $|v'\rangle$'yi $|\mu\rangle$ ve $|v\rangle$'nun doğrusal kombinasyonları şeklinde yazıp, (11.70) denklemini elde edebilirsiniz. Bunu yapmak her zaman daha uygundur. $|\mathbf{n}\rangle$ enerji durumlarının hepsinin birbirlerine dik olduğunu varsayabilmemiz için bu yöntemi kullanacağız.

Eğlence için, iki taban durumunun farklı enerjilere sahip olduğunda gerçekten dik olduğunu kanıtlamak istiyoruz. $E_{\mathbf{n}}$ enerjisine sahip $|\mathbf{n}\rangle$ durumu için

$$\hat{H}|\mathbf{n}\rangle = E_{\mathbf{n}}|\mathbf{n}\rangle \tag{11.71}$$

yazılır. Bu işlemci denklemi aslında sayılar arasında bir denklem olduğu anlamına gelir. Boşlukları doldurursak söylediklerimiz

$$\sum_j \langle i|\hat{H}|j\rangle\langle j|\mathbf{n}\rangle = E_{\mathbf{n}}\langle i|\mathbf{n}\rangle \tag{11.72}$$

ifadesiyle aynı anlama gelmektedir. Eğer bu denklemin karmaşık eşleniğini alırsak şunu elde ederiz:

$$\sum_j \langle i|\hat{H}|j\rangle^*\langle j|\mathbf{n}\rangle^* = E_{\mathbf{n}}^* \langle i|\mathbf{n}\rangle^* \tag{11.73}$$

Bir genliğin karmaşık eşleniğinin, genliğin tersine çevrilmesi olduğunu hatırlarsanız (11.73) denklemi

$$\sum_j \langle \mathbf{n}|j\rangle \langle j|\hat{H}|i\rangle = E_{\mathbf{n}}^*\langle \mathbf{n}|i\rangle \tag{11.74}$$

hâline gelir. Bu denklem *herhangi bir i* için doğru olduğundan, (11.71) denkleminin *eşleği* olarak adlandırılan daha kısa biçimde yazılabilir:

$$\langle \mathbf{n}|\hat{H} = E_{\mathbf{n}}^*\langle \mathbf{n}| \tag{11.75}$$

Şimdi $E_{\mathbf{n}}$'in gerçel bir sayı olduğunu kanıtlayabiliriz. (11.71) denklemini $\langle\mathbf{n}|$'yle çarparsak

$$\langle \mathbf{n}|\hat{H}|\mathbf{n}\rangle = E_{\mathbf{n}} \tag{11.76}$$

elde ederiz çünkü $\langle\mathbf{n}|\mathbf{n}\rangle = 1$'dir. Şimdi de (11.75) denklemini sağ taraftan $|\mathbf{n}\rangle$'yle çarparsak

$$\langle \mathbf{n}|\hat{H}|\mathbf{n}\rangle = E_{\mathbf{n}}^* \tag{11.77}$$

elde ederiz.

(11.76) ve (11.77) denklemini karşılaştırırsak

$$E_{\mathbf{n}} = E_{\mathbf{n}}^* \tag{11.78}$$

bulunur, bu ifade $E_{\mathbf{n}}$'nin gerçel bir sayı olduğunu gösterir. (11.75) denkleminde $E_{\mathbf{n}}$'nin üzerindeki yıldızı kaldırabiliriz.

Şimdi farklı enerjili durumların birbirlerine dik olduklarını göstermeye hazırız. $|\mathbf{n}\rangle$ ve $|\mathbf{m}\rangle$ belirli enerjiye sahip iki durum olsun. $\mathbf{m}$ durumu için (11.75) denklemini kullanırsak ve $|\mathbf{n}\rangle$'yle çarparsak

$$\langle \mathbf{m}|\hat{H}|\mathbf{n}\rangle = E_{\mathbf{m}}\langle \mathbf{m}|\mathbf{n}\rangle$$

ifadesini elde ederiz. Eğer (11.71) denklemini $\langle \mathbf{m}|$'yle çarparsak

$$\langle \mathbf{m}|\hat{H}|\mathbf{n}\rangle = E_{\mathbf{n}} \langle \mathbf{m}|\mathbf{n}\rangle$$

buluruz. Bu iki denklemin sol tarafları eşit olduğu için sağ tarafları da eşit olmalıdır:

$$E_{\mathbf{m}} \langle \mathbf{m}|\mathbf{n}\rangle = E_{\mathbf{n}} \langle \mathbf{m}|\mathbf{n}\rangle \tag{11.79}$$

Eğer $E_{\mathbf{m}} = E_{\mathbf{n}}$ ise bu eşitlik bize hiçbir şey söylemez. Fakat $|\mathbf{n}\rangle$ ve $|\mathbf{m}\rangle$ durumlarının enerjileri farklıysa ($E_{\mathbf{m}} \neq E_{\mathbf{n}}$), (11.79) denklemi bize, kanıtlamak istediğimiz şeyi yani $\langle \mathbf{m}|\mathbf{n}\rangle$ ifadesinin sıfır olması gerektiğini söyler. Eğer $E_{\mathbf{m}}$, $E_{\mathbf{n}}$ sayısal olarak farklıysa bu iki durum birbirine diktir.

12
HİDROJENDEKİ AŞIRI İNCE YARILMA

12-1 İki yarım-spinli parçacık içeren bir sistem için taban durumları

12-1 İki yarım-spinli parçacık içeren bir sistem için taban durumları
12-2 Hidrojenin taban durumu Hamilton işlemcisi
12-3 Enerji düzeyleri
12-4 Zeeman yarılması
12-5 Manyetik alandaki durumlar
12-6 Spin bir parçacığı için izdüşüm matrisi

Bu bölümde hidrojenin "aşırı ince" yarılmasını inceleyeceğiz çünkü fiziksel olarak kuantum mekaniğiyle yapabileceklerimize dair ilginç bir örnektir. İki durumdan daha fazlasını içeren ve kuantum mekaniği yönteminin daha karmaşık problemlere uygulanmasını gösteren bir örnektir. Bu konu oldukça çetrefillidir ve bir kere bunu kavrayabilirseniz, kolaylıkla diğer problemler için genelleme yapabilirsiniz.

Bildiğiniz gibi hidrojen atomu protonun yakınında, farklı enerji düzeylerine sahip ve her enerji düzeyinin farklı elektron hareketlerine karşılık geldiği yerlerde dolanan bir elektron içerir. Birinci uyarılmış durum, örneğin bir Rydberg'in 3/4'ü ya da 10 elektron volt taban durumunun üzerindedir. Hidrojen, elektron ve protonun spinleri nedeniyle tek bir taban durumuna, belirli enerji seviyesine sahip olmayabilir. Bu spinler, enerjilerin birbirlerine oldukça yakın düzeylere ayrılmasına neden olan enerji düzeylerindeki "aşırı ince yapılardan" sorumludur.

Elektron ve protonlar, ya "yukarı" ya da "aşağı" spinlere sahip olabilir. Bu nedenle atomun her dinamik durumu için dört olası spin durumu vardır. Yani insanlar hidrojenin "taban durumundan" bahsettiklerinde, aslında sadece en düşük enerji durumundan değil aynı zamanda "dört taban durumundan" da bahsetmiş olurlar. Dört spin durumu da aynı enerjiye sahip değildir; spinin olmadığı durumda beklenen enerjiden hafifçe kayarlar. Bu enerji kaymaları 10 elektron volttan çok daha küçüktür. Sonuç olarak her bir dinamik durum, *aşırı ince yarılma olarak adlandırılan,* birbirlerine çok yakın enerji düzeylerine bölünmüş bir enerjiye sahiptir.

Dört spin arasındaki enerji farkı bu bölümde hesaplamak istediğimiz şeydir. Aşırı ince yarılma, elektron ve protonun manyetik momentlerinin etkileşimlerinden kaynaklanır ve her bir spin durumu için birbirlerinden hafifçe farklı manyetik enerjiler verir. Bu enerji kaymaları bir elektron voltun on milyonda biri kadardır; 10 elektron voltla karşılaştırınca gerçekten küçük bir sayı! Bu büyük aralık nedeniyle, yüksek enerjilerde çok daha fazla durum olması konusunda endişelenmeksizin, hidrojenin taban durumunu "dört-durumlu" bir sistem olarak düşünebiliriz. Burada sadece hidrojen atomunun taban durumunun aşırı ince yarılmasını inceleyeceğiz.

Elektron ve protonların konumları hakkında detaylı analizler yapmayacağız çünkü bu mesele atomun taban durumunda olmasıyla halledilmiştir. Birbirlerinin komşuluğunda belirli uzaysal ilişkilere sahip bir proton ve elektronumuz olduğunu biliyoruz. Ek olarak, spinleri farklı yönelimlere sahip olabilir. Göz önünde bulunduracağımız tek etki spin olacaktır.

Cevaplayacağımız ilk soru şudur: Sistemin taban durumları nelerdir? Soru doğru olmayan bir şekilde ortaya konmuştur. Taban durumu olarak adlandıracağımız bir şey yoktur çünkü seçeceğimiz taban durumu kümesi tek olmayacaktır. Yeni kümeler her zaman eskilerinin doğrusal kombinasyonlarıyla ifade edilir. Taban durumları için her zaman çok sayıda seçim şansımız vardır ve her seçim eşit oranda meşrudur. Bu nedenle doğru soru 'taban durumu nedir' değil, 'hangisi bir taban durumu olabilir' olmalıdır. Hangisi daha uygunsa istediğimizi seçebiliriz. *Fiziksel* olarak en açık olan taban durumunu seçmek en iyisidir.

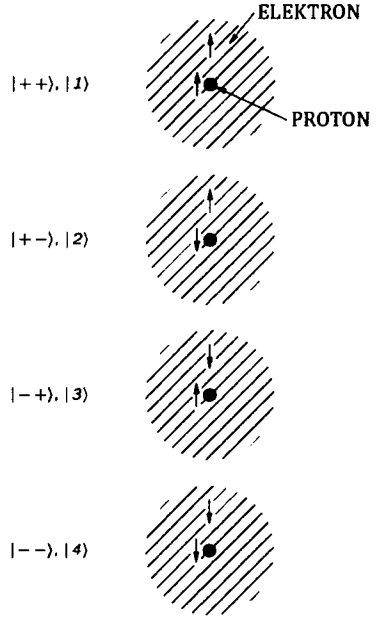
Herhangi bir problem için çözüm olmayabilir ya da doğrudan bir öneme sahip olmayabilir fakat ne olduğunu anlamayı kolaylaştıracaktır.

Dört taban durumunu şu şekilde seçiyoruz:

Durum 1: Elektron ve protonun her ikisi de spin "yukarı"
Durum 2: Elektron spin "yukarı" ve proton spin "aşağı"
Durum 3: Elektron spin "aşağı" ve proton spin "yukarı"
Durum 4: Elektron ve protonun her ikisi de spin "aşağı"

Bu dört taban durumu için kullanışlı bir gösterime ihtiyacımız var, bu nedenle taban durumlarını şu şekilde göstereceğiz:

Durum 1: $|++\rangle$ Elektron *yukarı*, proton *yukarı*
Durum 2: $|+-\rangle$ Elektron *yukarı*, proton *aşağı*
Durum 3: $|-+\rangle$ Elektron *aşağı*, proton *yukarı*
Durum 4: $|--\rangle$ Elektron *aşağı*, proton *aşağı* (12.1)



Şekil 12-1 Hidrojen atomunun taban durumu için bir taban durumu kümesi.

Birinci artı ya da eksi işaretin elektronu, *ikincisinin* protonu gösterdiğini unutmamalısınız. Ayrıca Şekil 12-1'de bu gösterimleri tasvir ettik. Bazen bu durumları $|1\rangle$, $|2\rangle$, $|3\rangle$ ve $|4\rangle$ olarak adlandırmak uygundur.

"Fakat parçacıklar etkileşir ve belki de bunlar gerçek taban durumları değildir. Sanki iki parçacığı birbirlerinden bağımsız olarak ele alıyormuşuz gibi geliyor," diyebilirsiniz. Evet gerçekten de öyle! Etkileşim bir problem ortaya çıkarır: Bu sistemin *Hamilton işlemcisi* nedir? Fakat bu soru sistemi tanımlayan etkileşimleri içermemektedir. Seçtiğimiz taban durumlarının meydana gelecekler-le bir ilgisi yoktur. Belki de atomlar başlangıçta bu durumların birinde olsa bile sonsuza dek aynı durumda kalmayabilir. Bu başka bir soruyu ortaya koyar: Özel bir durumda genlikler zamanla nasıl değişir? Taban durumlarının seçimiyle sadece tanımlarımız için "birim vektörleri" seçmiş olduk.

Şimdi birden fazla parçacığın olduğu durumda, taban durumlarının bulunma problemine göz atalım. Tek bir parçacık için taban durumunu biliyorsunuz. Örneğin bir elektron gerçek hayatta,

$|p$ momentumlu elektron "yukarı"$\rangle$

ya da

$|p$ momentumlu elektron "aşağı"$\rangle$

durumlarının her birisi için genliklerin bulunmasıyla tanımlanabilir; sadece bizim basit örneğimizde değil gerçek hayatta da bu şekilde tanımlanabilir.

Gerçekten de p'nin her bir değeri için iki sonsuz durum kümesi vardır. Yani eğer bütün genlikleri

$$\langle +, p|\psi\rangle \quad \text{ve} \quad \langle -, p|\psi\rangle$$

biliyorsak, bir $|\psi\rangle$ elektron durumu tamamen bulunabilir, burada + ve – işareti belirli bir eksen boyunca açısal momentum bileşenini –genelde z-ekseni– ve p momentumu göstermektedir. Bu nedenle her olası durum için iki momentum olmalıdır (çoklu-sonsuz bir taban durumu kümesi). Tek bir parçacığı tanımlamak için her şeyi biliyoruz.

Birden fazla parçacık olduğunda taban durumları benzer şekilde yazılabilir. Örneğin örneğimizden daha karmaşık bir durumda bir elektron ve bir proton olsaydı, taban durumları şu biçimde olurdu:

$|p_1$ momentumuyla hareket eden bir spin "yukarı" elektron ve
p_2 momentumuyla hareket eden bir spin "aşağı" proton$\rangle$

ve diğer spin konfigürasyonları gibi. Eğer ikiden fazla parçacık varsa aynı fikir geçerlidir. Böylece taban durumlarını bulmanın oldukça kolay olduğunu görüyorsunuz. Tek problem Hamilton işlemcisinin ne olduğudur.

Hidrojen taban durumlarını incelememiz için değişik momentumlara sahip taban durumlarının hepsini kullanmaya ihtiyacımız yoktur. "Taban durumun-

dan" bahsettiğimizde elektron ve proton için özel momentum durumlarını tanımlamış oluyoruz. Konfigürasyonun detayları –bütün momentum durumları için genlikler– hesaplanabilir fakat bu başka bir problemdir. Şu an sadece spinin etkilerini hesaba katıyoruz, bu nedenle sadece (12.1)'deki dört durumu ele alacağız. Diğer problemimiz şudur: Bu durum kümesi için Hamilton işlemcisi nedir?

12-2 Hidrojenin taban durumu Hamilton işlemcisi

Birazdan ne olduğunu söyleyeceğiz. Fakat ilk olarak bir şeyi hatırlatmak istiyoruz: Herhangi bir durum taban durumlarının doğrusal kombinasyonları şeklinde ifade edilebilir. Herhangi bir $|\psi\rangle$ durumu için

$$|\psi\rangle = |++\rangle\langle++|\psi\rangle + |+-\rangle\langle+-|\psi\rangle + |-+\rangle\langle-+|\psi\rangle + |--\rangle\langle--|\psi\rangle \tag{12.2}$$

yazabiliriz. Tam bra-ketlerin sadece karmaşık sayı olduklarını unutmayın bu nedenle C_i, $i = 1 \ldots 4$, gibi daha geleneksel biçimleri kullanabiliriz ve (12.2) denklemini aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$|\psi\rangle = |++\rangle C_1 + |+-\rangle C_2 + |-+\rangle C_3 + |--\rangle C_4 \tag{12.3}$$

Dört adet C_i genliğinin bulunmasıyla $|\psi\rangle$ spin durumunu tamamen tanımlayabiliriz. Eğer bu dört genlik zamanla değişiyorsa, ki değişecekler, zamanla değişim hızı $\hat{H}$ işlemcisi tarafından belirlenir.

Bir atomik sistemin Hamilton işlemcisini yazmak için genel bir kural yoktur ve doğru denklemi bulmak bir taban durumu kümesini bulmaktan daha zorlu bir iştir. Bir protonu ve bir elektronu içeren herhangi bir problem için bir küme durumu yazmak amacıyla genel bir kuralı vereceğiz fakat şu anda bunun gibi bir kombinasyon için genel Hamilton işlemcisini tanımlamak oldukça zordur. Bunun yerine bazı sezgisel fikirler vereceğiz ve sizde bunları doğru olarak kabul edeceksiniz çünkü sonuçlar deneysel gözlemlerle uyumlu olacaktır.

Tablo 12-1

$\sigma_z\|+\rangle = +\|+\rangle$
$\sigma_z\|-\rangle = -\|-\rangle$
$\sigma_x\|+\rangle = +\|-\rangle$
$\sigma_x\|-\rangle = +\|+\rangle$
$\sigma_y\|+\rangle = +i\|-\rangle$
$\sigma_y\|-\rangle = -i\|+\rangle$

Son bölümde hatırlayacağınız gibi sigma matrislerini ya da daha doğru bir ifadeyle sigma işlemcilerini kullanarak tek bir yarım-spinli parçacık için Hamilton işlemcisini tanımlamıştık. İşlemcilerin özellikleri Tablo 12-1'de özetlenmiştir. Bu işlemciler ($\langle+|\sigma_z|+\rangle$ tipindeki matris elemanlarını takip etmek için kullanılan kısa gösterimler) tek bir spin-1 parçacığının davranışını tanımlamak için kullanışlıydı. Soru şu: İki spinli bir sistemi tanımlamak için örnekler bulabilir miyiz? Cevap basitçe evettir. σ^e vektör işlemcisiyle gösterilen bir "sigma elektronumuz" olsun ve x, y ve z bileşenleri de σ^e_x, σ^e_y, σ^e_z olarak gösterilsin. Bunlardan birinin hidrojen atomunun dört taban durumundan herhangi biriyle etkileştiğini ve sadece elektronun spinine etki ettiğini düşünelim. $\sigma^e_y|-+\rangle$ nedir? "Aşağı" bir elektrona etki eden σ_y, $-i$ çarpı spin "yukarı" olduğundan şu eşitlik elde edilir:

$$\sigma^e_y|-+\rangle = -i|++\rangle$$

(Birleşik bir duruma σ^e_y etki ettiğinde elektronu ters çevirir fakat protona etki etmez ve sonuç $-i$'yle çarpılır.) σ^e_y diğer durumlara etki ettiğinde aşağıdaki sonuçlar elde edilir:

$$\begin{aligned}
\sigma^e_y|++\rangle &= i|-+\rangle \\
\sigma^e_y|+-\rangle &= i|--\rangle \\
\sigma^e_y|--\rangle &= -i|+-\rangle
\end{aligned}$$

σ^e vektör işlemcisinin sadece ilk spin sembolüne etki ettiğini unutmayın; yani elektron spinine.

Şimdi de proton spini için "sigma proton işlemcisini" tanımlayalım. σ^e vektör işlemcisi gibi davranan üç bileşene σ^p_x, σ^p_y, σ^p_z sahiptir ve sadece *proton*

spinine etki eder. Örneğin dört taban durumumuzun her birine etki eden σ^p_x varsa –her zaman Tablo 12-1'i kullanacağız–

$$\sigma^p_x|++\rangle = |+-\rangle$$
$$\sigma^p_x|+-\rangle = |++\rangle$$
$$\sigma^p_x|-+\rangle = |--\rangle$$
$$\sigma^p_x|--\rangle = |-+\rangle$$

elde ederiz. Göreceğiniz gibi hiç zor değil.

Çoğu durumda genel olarak işler daha karmaşıktır. Örneğin $\sigma^e_x\sigma^p_z$ gibi iki işlemcinin çarpımını hesaplamamız gerekebilir. Böyle bir çarpımı hesaplamamız gerektiğinde ilk olarak sağdaki işlemcinin sonucunu hesaplarız ve daha sonra da diğer işlemcinin sonucuna bakarız.* Örneğin

$$\sigma^e_x\sigma^p_z|+-\rangle = \sigma^e_x(\sigma^p_z|+-\rangle) = \sigma^e_x(-|+-\rangle) = -\sigma^e_x|+-\rangle = -|--\rangle$$

Bu tür işlemciler sayılara etki etmez; bu nedenle $\sigma^e_x(-1) = (-1)\sigma^e_x$ yazdık. Bu işlemcilerin sayılarla yerdeğiştirebildiğini ya da "işlemcilerin içinden geçebildiğini" söyleyebiliriz. $\sigma^e_x\sigma^p_z$'nin dört taban durumu için aşağıdaki sonuçları verdiğini kontrol edebilirsiniz:

$$\sigma^e_x\sigma^p_z|++\rangle = +|-+\rangle$$
$$\sigma^e_x\sigma^p_z|+-\rangle = -|--\rangle$$
$$\sigma^e_x\sigma^p_z|-+\rangle = +|++\rangle$$
$$\sigma^e_x\sigma^p_z|--\rangle = -|+-\rangle$$

Eğer bütün olası işlemcileri dikkate alırsak, her işlemciyi sadece bir kez kullanarak, on altı olasılık elde ederiz. Evet *on altı*; ayrıca "birim işlemcisinin de $\hat{1}$" hesaba katılması şartıyla. İlk olarak üç adet vardır: σ^e_x, σ^e_y, σ^e_z. Diğer üçü: σ^p_x, σ^p_y, σ^p_z. Toplam altı oldu. Daha sonra, toplamda 15 olacak, 9 adet $\sigma^e_x\sigma^p_y$ biçiminde çarpım vardır. Ve hiçbir durumu değiştirmeyen bir adet birim işlemcisi vardır. Toplamda 16.

Dört durumlu bir sistem için Hamilton işlemcisi matrisi dörde dört bir matris olacaktır; yani toplam 16 bileşenli bir matris. Herhangi bir dörde dört matrisin – bu örnekte Hamilton işlemcisi matrisi– oluşturduğumuz işlemcilere karşılık gelen 16 çift-spin matrisinin doğrusal kombinasyonu şeklinde ifade edilebileceğini göstermek kolaydır. Bu nedenle sadece spin etkilerini içeren bir proton ile bir elektron arasındaki etkileşim için, Hamilton işlemcisinin benzer 16 matrisin doğrusal kombinasyonu şeklinde ifade edilebileceğini bekleyebiliriz. Asıl soru peki nasıl?

Pekâlâ ilk olarak etkileşimin seçtiğimiz koordinat sistemine bağlı olmadığını biliyoruz. Eğer uzayda belirli bir yönü tanımlayan bir dış etki yoksa, örneğin manyetik alan gibi, Hamilton işlemcisi x, y ve z-ekseni seçimlerimizin nasıl olduğuna bağlı olmaz. Bunun anlamı Hamilton işlemcisi matrisinin tek başına σ^e_x gibi terimler içeremeyeceğidir. Birilerinin farklı bir koordinat sisteminde farklı sonuçlar bulması anlamsız olurdu.

Tek olasılık birim matrisini içeren terimlerdir, örneğin sabit bir a (çarpı $\hat{1}$) ve sigmaların bazı kombinasyonları koordinatlara bağlı değildir; bazıları "değişmeyen" kombinasyonlardır. İki vektörün tek değişmez *skaler* kombinasyonu onların skaler çarpımıdır:

$$\sigma^e \cdot \sigma^p = \sigma^e_x\sigma^p_x + \sigma^e_y\sigma^p_y + \sigma^e_z\sigma^p_z \tag{12.4}$$

Bu işlemci koordinat sisteminin herhangi bir dönüşümüne göre değişmezdir.

* Bu özel işlemciler için işlemcilerin yerdeğiştirmesinin sonucu etkilemeyeceğini vurgulayalım.

Bu nedenle uzayda uygun simetriye sahip bir Hamilton işlemcisi için tek olasılık, bir sabit çarpı birim matrisi artı bir sabit çarpı $\sigma^e \cdot \sigma^p$'dir, yani

$$\hat{H} = E_0 + A\sigma^e \cdot \sigma^p \tag{12.5}$$

İşte aradığımız Hamilton işlemcisi. *Hiçbir dış alan olmadığı sürece,* uzaysal simetri özellikleri nedeniyle, tek olasılık budur. Sabit terim bize çok fazla şey söylemez; sadece seçtiğimiz enerji düzeyine bağlıdır. $E_0 = 0$ olarak seçebiliriz. İkinci terim, hidrojenin enerji düzeylerini bulmak için ihtiyacımız olan her şeyi söyler.

İsterseniz Hamilton işlemcisini farklı bir şekilde ele alabilirsiniz. Eğer manyetik momentleri μ_e ve μ_p olan iki mıknatıs varsa ortak enerjileri, diğer şeylerin yanında $\mu_e \cdot \mu_p$ çarpımına bağlıdır. Klasik olarak μ_e dediğimiz niceliğin kuantum mekaniğinde $\mu_e\sigma^e$ şeklinde ortaya çıktığını unutmayın. Benzer şekilde klasik olarak μ_p şeklinde ortaya çıkan terim kuantum mekaniğinde $\mu_p\sigma^p$ biçimindedir (μ_p protonun manyetik momentidir, μ_e'den 1000 kat daha zayıftır ve zıt işaretlidir). Bu nedenle (12.5) etkileşim enerjisinin, iki mıknatıs arasındaki etkileşime benzediğini söyler; fakat pek sayılmaz, çünkü iki mıknatıs arasındaki etkileşim aralarındaki radyal uzaklığa bağlıdır. Fakat (12.5) denklemi bir tür ortalama etkileşimdir; ve aslında öyledir de. Elektron atomun her tarafını dolanır ve Hamilton işlemcimiz sadece ortalama etkileşim enerjisini verir. Hamilton işlemcisi, elektron ve proton için uzayda belirli bir düzenleme yapmanın, iki manyetik moment arasındaki açının kosinüsüyle orantılı bir enerjiyi gerektirdiğini anlatır. Bunun gibi bir klasik resim nereden kaynaklandığını anlamanıza yardım edebilir fakat asıl önemli olan şey (12.5) denkleminin doğru kuantum mekanik denklemi olduğudur.

İki mıknatıs arasındaki klasik etkileşimin büyüklüğü, iki manyetik momentin çarpımının aralarındaki uzaklığın küpüyle bölünmesinden elde edilir. Hidrojen atomunda elektron ile proton arasındaki uzaklık, kabaca söylemek gerekirse, bir atomik yarıçapın yarısı ya da 0,5 angströmdür. Bu nedenle A sabitinin kabaca, iki μ_e ve μ_p manyetik momentinin çarpımının 1/2 angströmün küpüne bölünmesine eşit olduğunu söyleyebiliriz. Başlangıçta böyle bir yaklaşık tahmin yeterlidir. A katsayısını, hidrojen atomunun kuantum kuramını tam olarak anladığınızda doğru olarak hesaplayabilirsiniz; henüz bu hedeften uzağız. Aslında yaklaşık olarak milyonda 30 hassaslıkta hesaplanmıştır. Bu nedenle, bir kuram tarafından yeterince iyi hesaplanamayan amonyak molekülündeki iki-durumlu A katsayısından farklı olarak, hidrojen için bu sabit A katsayısı çok daha detaylı bir kuram tarafından hesaplanabilir. Fakat fark etmez, A'nın deney tarafından tanımlandığını biliyoruz ve durumun fiziğini analiz edeceğiz.

(12.5) denklemindeki Hamilton işlemcisini alarak, spin etkileşimlerinin enerji düzeylerini nasıl etkilediğini bulmak üzere

$$i\hbar\dot{C}_i = \sum_j H_{ij}C_j \tag{12.6}$$

denklemini kullanabiliriz. Bunu yapmak için (12.1)'deki dört taban durumunun her bir çiftine karşılık gelen on altı $H_{ij} = \langle i|H|j\rangle$ matris elemanına ihtiyacımız vardır.

Dört taban durumunun her biri için $\hat{H}|j\rangle$ ifadesinin ne olduğunu bularak işe başlayalım.

$$\hat{H}|++\rangle = A\sigma^e \cdot \sigma^p|++\rangle = A\{\sigma^e_x\sigma^p_x + \sigma^e_y\sigma^p_y + \sigma^e_z\sigma^p_z\}|++\rangle \tag{12.7}$$

Biraz önceki yöntemi kullanarak –Tablo 12-1'i hatırladığınızda işler kolaylaşır– her σ'nın $|++\rangle$ durumuna etki ettiğinde ne olacağını bulabiliriz. Cevap:

$$\begin{aligned}
\sigma^e_x\sigma^p_x|++\rangle &= +|--\rangle \\
\sigma^e_y\sigma^p_y|++\rangle &= -|--\rangle \\
\sigma^e_z\sigma^p_z|++\rangle &= +|++\rangle
\end{aligned} \tag{12.8}$$

Böylece (12.7) eşitliği

$$\hat{H}|++\rangle = A\{|--\rangle+|--\rangle+|++\rangle\} = A|++\rangle \tag{12.9}$$

haline gelir. Dört taban durumunun hepsi birbirine dik olduğundan aşağıdaki ifadeler geçerlidir:

$$\begin{aligned}
\langle++|H|++\rangle &= A\langle++|++\rangle = A\\
\langle+-|H|++\rangle &= A\langle+-|++\rangle = 0\\
\langle-+|H|++\rangle &= A\langle-+|++\rangle = 0\\
\langle--|H|++\rangle &= A\langle--|++\rangle = 0
\end{aligned} \tag{12.10}$$

$\langle j|H|i\rangle = \langle i|H|j\rangle^*$ olduğundan C_1 genliği için diferansiyel denklemi

$$i\hbar\dot{C}_1 = H_{11}C_1 + H_{12}C_2 + H_{13}C_3 + H_{14}C_4$$

ya da

$$i\hbar\dot{C}_1 = AC_1 \tag{12.11}$$

şeklinde ifade edebiliriz. Hepsi bu kadar! Geriye sadece bir terim kaldı.

Tablo 12-2
Hidrojen atomu için spin işlemcileri

$\sigma_x^e\sigma_x^p$	$\|++\rangle$	$=+\|--\rangle$
$\sigma_x^e\sigma_x^p$	$\|+-\rangle$	$=+\|-+\rangle$
$\sigma_x^e\sigma_x^p$	$\|-+\rangle$	$=+\|+-\rangle$
$\sigma_x^e\sigma_x^p$	$\|--\rangle$	$=+\|++\rangle$
$\sigma_y^e\sigma_y^p$	$\|++\rangle$	$=-\|--\rangle$
$\sigma_y^e\sigma_y^p$	$\|+-\rangle$	$=+\|-+\rangle$
$\sigma_y^e\sigma_y^p$	$\|-+\rangle$	$=+\|+-\rangle$
$\sigma_y^e\sigma_y^p$	$\|--\rangle$	$=-\|++\rangle$
$\sigma_z^e\sigma_z^p$	$\|++\rangle$	$=+\|++\rangle$
$\sigma_z^e\sigma_z^p$	$\|+-\rangle$	$=-\|+-\rangle$
$\sigma_z^e\sigma_z^p$	$\|-+\rangle$	$=-\|-+\rangle$
$\sigma_z^e\sigma_z^p$	$\|--\rangle$	$=+\|--\rangle$

Şimdi Hamilton denklemlerinin geri kalanını elde etmek için, diğer durumlara etki eden $\hat{H}$ işlemcisine benzer yöntemi uygulamalıyız. İlk olarak Tablo 12-2'de yazmış olduğumuz bütün sigma çarpımlarının doğruluğunu kontrol edebilirsiniz. Bu eşitlikleri kullanarak

$$\begin{aligned}
\hat{H}|+-\rangle &= A\{2|-+\rangle - |+-\rangle\}\\
\hat{H}|-+\rangle &= A\{2|+-\rangle - |-+\rangle\}\\
\hat{H}|--\rangle &= A|--\rangle
\end{aligned} \tag{12.12}$$

elde edilir.

Daha sonra her birini sırayla sol taraftan bütün diğer durum vektörleriyle çarparak H_{ij} Hamilton işlemcisi matrisini elde edebiliriz:

$$H_{ij} = \begin{matrix} \\ i\downarrow \end{matrix}\overset{\overset{j\rightarrow}{}}{\begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 0\\ 0 & -A & 2A & 0\\ 0 & 2A & -A & 0\\ 0 & 0 & 0 & A \end{pmatrix}} \tag{12.13}$$

Elbette bu matris dört C_i genliği için tanımladığımız diferansiyel denkleminin

$$\begin{aligned}
i\hbar\dot{C}_1 &= AC_1\\
i\hbar\dot{C}_2 &= -AC_2 + 2AC_3\\
i\hbar\dot{C}_3 &= 2AC_2 - AC_3\\
i\hbar\dot{C}_4 &= AC_4
\end{aligned} \tag{12.14}$$

ifadelerinden başka bir şey olmadığı anlamına gelir.

Bu denklemleri çözmeden önce analizimiz için ihtiyacımız olmasa da Dirac tarafından ortaya konan basit bir kuralı vermek istiyoruz; artık gerçekten ilerlediğinizi hissedeceksiniz. (12.9) ve (12.12) denklemlerini kullanarak

$$\begin{aligned}
\sigma^e\cdot\sigma^p|++\rangle &= |++\rangle\\
\sigma^e\cdot\sigma^p|+-\rangle &= 2|-+\rangle - |+-\rangle\\
\sigma^e\cdot\sigma^p|-+\rangle &= 2|+-\rangle - |-+\rangle\\
\sigma^e\cdot\sigma^p|--\rangle &= |--\rangle
\end{aligned} \tag{12.15}$$

yazabiliriz.

Bakın diyor Dirac, ilk ve son denklemi şu şekilde de yazabilirim:

$$\sigma^e \cdot \sigma^p|++\rangle = 2|++\rangle - |++\rangle$$
$$\sigma^e \cdot \sigma^p|--\rangle = 2|--\rangle - |--\rangle$$

Bu haliyle eşitlikler oldukça benzerdir. Şimdi yeni bir işlemci icat ediyorum. $P_{\text{spin, değiştirme}}$ olarak adlandırılan bu işlemci şu özelliklere sahiptir:*

$$P_{\text{spin, değiştirme}}\,|++\rangle = |++\rangle$$
$$P_{\text{spin, değiştirme}}\,|+-\rangle = |-+\rangle$$
$$P_{\text{spin, değiştirme}}\,|-+\rangle = |+-\rangle$$
$$P_{\text{spin, değiştirme}}\,|--\rangle = |--\rangle$$

Bu işlemci iki parçacığın spin yönünü değiştirir. O zaman (12.15) denklem kümesini basit bir işlemci denklemi şeklinde ifade edebiliriz:

$$\sigma^e \cdot \sigma^p = 2P_{\text{spin, değiştirme}} - 1 \tag{12.16}$$

Bu Dirac'ın denklemidir. Onun "spin değiştirme işlemcisi", $\sigma^e \cdot \sigma^p$ ifadesini incelemek için kullanışlı bir kural verir. (Gördüğünüz gibi şu an her şeyi yapabilirsiniz. Yolumuz açık.)

12-3 Enerji düzeyleri

Şimdi (12.14) Hamilton denklemini çözerek hidrojenin taban durumunun enerji düzeylerini inceleyebiliriz. Durağan durumların enerjilerini bulmak istiyoruz. Bu, her birinin genliği $C_i = \langle i|\psi\rangle$ olan özel $|\psi\rangle$ durumlarının aynı zaman bağımlılığına sahip olacağı anlamına gelir; yani $e^{-i\omega t}$. Bu nedenle durumlar $E=\hbar\omega$ enerjisine sahip olurlar. Diğer bir deyişle

$$C_i = a_i e^{-(i/\hbar)Et} \tag{12.17}$$

çözümlerini arıyoruz, burada dört adet a_i zamandan bağımsızdır. (12.17) denklemini (12.14) denklemine koyarak ne olacağına bakalım. (12.14) denklemindeki her bir $i\hbar dC/dt$, EC'ye dönüşür ve genel üstel faktörü elimine ettikten sonra C, a haline dönüşür ve

$$\begin{aligned} Ea_1 &= Aa_1 \\ Ea_2 &= -Aa_2 + 2Aa_3 \\ Ea_3 &= 2Aa_2 - Aa_3 \\ Ea_4 &= Aa_4 \end{aligned} \tag{12.18}$$

elde edilir; burada a_1, a_2, a_3 ve a_4'ü bulmamız gerek. İlk denklemin diğerlerinden bağımsız olması güzel değil mi? Hemen bir çözüm elde edebiliriz. Eğer $E=A$ ise

$$a_1 = 1 \qquad a_2 = a_3 = a_4 = 0$$

olur. (Elbette a'ların hepsini sıfır olarak bulsaydık yine bir çözüm elde etmiş olurduk fakat işimize yaramazdı.) İlk çözümü $|I\rangle$ durumu† olarak adlandıralım:

$$|I\rangle = |1\rangle = |++\rangle \tag{12.19}$$

Karşılık gelen enerji de

$$E_I = A$$

olarak yazılır.

---

* Bu işlemci "Pauli spin değiştirme işlemcisi" olarak adlandırılır.

† Durum gerçekten de $|I\rangle e^{-(i/\hbar)E_I t}$; fakat durumları $t = 0$ anında tam vektörlere eşit olan sabit vektörler olarak tanımlayacağız.

Aynı yöntemle (12.18)'deki son denklemden diğer bir çözümü elde edebiliriz:

$$a_1 = a_2 = a_3 = 0 \qquad a_4 = 1$$
$$E = A$$

Bu çözümü de $|II\rangle$ durumu olarak adlandıralım:

$$|II\rangle = |4\rangle = |--\rangle \tag{12.20}$$
$$E_{II} = A$$

Şimdi durum biraz daha zorlaşıyor; (12.18) denklemindeki iki denklemi bir arada değerlendirelim. Fakat bunu daha önce yapmıştık. İki denklemi birbirlerine eklediğimizde

$$E(a_2 + a_3) = A(a_2 + a_3) \tag{12.21}$$

ve çıkardığımızda

$$E(a_2 - a_3) = -3A(a_2 - a_3) \tag{12.22}$$

elde edebiliriz.

Bu denklemlerin çözümünden ve amonyak molekülünü de dikkate alarak

$$a_2 = a_3 \qquad E = A$$

ve (12.23)

$$a_2 = -a_3 \qquad E = -3A$$

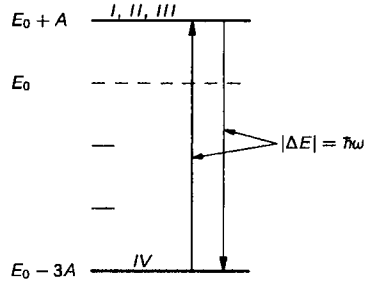
buluruz.

Bunlar $|2\rangle$ ve $|3\rangle$ durumlarının karışımlarıdır. Bu durumlara $|III\rangle$ ve $|IV\rangle$ diyelim ve durumların normalize olduklarını belirtmek için $1/\sqrt{2}$ faktörü eklediğimizde aşağıdakileri elde edelim:

$$|III\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|2\rangle + |3\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+-\rangle + |-+\rangle) \tag{12.24}$$
$$E_{III} = A$$

ve

$$|IV\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|2\rangle - |3\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+-\rangle - |-+\rangle) \tag{12.25}$$
$$E_{IV} = -3A$$



Şekil 12-2 Atomik hidrojenin taban durumu için enerji-düzey diyagramı.

Dört durağan durum ve enerjilerini bulmuş olduk. Bu arada dört durum da birbirine dik olduğu için, eğer istenirse taban durumları olarak kullanılabilirler. Problemimiz tamamen çözüldü.

Üç durumun enerjisi A'dır ve son durumun enerjisi de $-3A$'dır. Ortalaması sıfırdır; yani (12.15) denklemindeki $E_0 = 0$, ölçtüğümüz tüm enerjilerin ortalama enerjiden geldiği anlamına gelir. Hidrojenin taban durumu için enerji-düzey diyagramı Şekil 12-2'de gösterildiği gibidir.

$|IV\rangle$ durumu ile diğer durumların herhangi biri arasındaki enerji farkı $4A$'dır. $|I\rangle$ enerji durumundaki bir atom $|IV\rangle$ durumuna düştüğünde ışık yayınlar. Optik ışık değildir, enerjisi çok düşüktür; ancak kuantum mikrodalga yayınlayabilir. Ya da hidrojen gazına mikrodalga yolladığımızda, $|IV\rangle$ durumunda bulunan bir atomun daha üst bir enerji durumuna geçmesi için gerekli soğurma enerjisini bulmuş oluruz; frekansı $\omega = 4A/\hbar$. Bu frekans deneysel olarak ölçülebilir; son zamanda elde edilen en iyi sonuç:*

$$f = \frac{\omega}{2\pi}\ (1.420.405.751{,}800 \pm 0.028)\ \text{çevrim/saniye} \tag{12.26}$$

Hata sadece yüz milyarda ikidir! Muhtemelen hiçbir fiziksel nicelik bundan daha iyi belirlenmemiştir; fizikteki en hassas ölçümlerden biridir. Kuramcılar enerjiyi 10^5'te 3 hassaslıkta ölçtükleri için mutlu olmuşlardı fakat deneysel ola-

* Crampton, Kleppner ve Ramsey; *Physical Review Letters*, Cilt 11, sayfa 338 (1963).

rak bulunan 10^{11}'de 2 oranındaydı; kuramdan bir milyon kere daha hassas. Bu nedenle deneyciler kuramcılardan çok daha öndeydi. Hidrojen atomunun taban durum kuramında hiç kimsenin olmadığı kadar iyi bir yerdesiniz. A'nın değerini deneyden de elde edebilirsiniz; sonuçta herkesin yapması gereken şey.

Daha önce muhtemelen hidrojenin "21-santimetre çizgisi" hakkında bir şeyler duymuşsunuzdur. Bu çizgi, aşırı ince durumlar arasındaki 1420 MegaHz frekanslı dalga boyudur. Bu dalga boyundaki ışınım galaksideki atomik hidrojen gazı tarafından yayınlanabilir ya da soğrulabilir. Bu nedenle radyo teleskopları 21-cm dalga boyuna (ya da yaklaşık olarak 1420 MegaHz) ayarlandığında atomik hidrojen gazının yoğunlaştığı konumu ve hızı gözlemleyebiliriz. Yoğunluğu ölçülerek hidrojenin miktarı tahmin edilebilir. Doppler etkisinden kaynaklanan frekans kayması ölçülerek galaksideki gazın hızı tahmin edilebilir. Bu, radyo astronomisinin en önemli programlarından biridir. Bu nedenle oldukça gerçek şeyler hakkında konuşuyoruz; yapay bir problem değil.

12-4 Zeeman yarılması

Hidrojen taban durumunun enerji düzeylerini bulma problemini bitirmemize rağmen, buna benzer ilginç örnekler üzerinde çalışmaya devam edeceğiz. Daha fazla şey söylemek için –örneğin, hidrojen atomunun 21 santimetrede radyo dalgası soğurma ve yayınlanma oranını ölçmek için– atom uyarıldığında ne olacağını bilmemiz gerekir. Amonyak molekülü için izlediğimize benzer bir yöntem kullanacağız; enerji düzeylerini bulduktan sonra molekül elektrik alana konulduğunda nelerin meydana geleceğini araştıracağız. Daha sonra bir radyo dalgasındaki elektrik alan etkilerini inceleyebiliriz. Hidrojen atomu için elektrik alanı düzeyleri, hepsi de alanın karesiyle orantılı benzer katsayılara sahip olacak şekilde hareket etmedikleri sürece değişmez; ama bu da ilginç değildir çünkü enerji *farkını* değiştirmeyecektir. Şimdi önemli olan manyetik alandır. Bir sonraki adım dış bir manyetik alana konmuş bir atomu içeren daha karmaşık bir durum için Hamilton işlemcisi yazmaktır.

Peki Hamilton işlemcisi nedir? Sadece cevabı söyleyeceğiz çünkü atomların böyle çalıştığını söylemek dışında herhangi bir "kanıt" ortaya koymayacağız.

Hamilton işlemcisi şudur:

$$\hat{H} = A(\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{e}} \cdot \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{p}}) - \mu_{\mathrm{e}}\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{e}} \cdot \boldsymbol{B} - \mu_{\mathrm{p}}\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{p}} \cdot \boldsymbol{B} \qquad (12.27)$$

Şimdi Hamilton işlemcisi üç kısma sahiptir. İlk terim olan $A(\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{e}} \cdot \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{p}})$, elektron ile proton arasındaki manyetik etkileşimi göstermektedir; manyetik alan olmadığı durumla aynıdır. Bu terimi zaten bulmuştuk; manyetik alanın A katsayısı üzerindeki etkisi ihmal edilebilir. Dış manyetik alanın etkisini ikinci ve üçüncü terim göstermektedir. İkinci terim $-\mu_{\mathrm{e}}\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{e}} \cdot \boldsymbol{B}$, manyetik alandaki elektronun enerjisidir.* Benzer şekilde $-\mu_{\mathrm{p}}\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{p}} \cdot \boldsymbol{B}$ terimi de sadece proton enerjisidir. Klasik olarak ikisinin toplam enerjisi enerjilerinin toplamı kadardır ve aynı şey kuantum mekaniği için de geçerlidir. Bir manyetik alanda, manyetik alandan kaynaklanan etkileşim enerjisi, elektronun ve protonun dış alanla etkileşim enerjilerinin toplamıdır; her ikisi de sigma işlemcileri cinsinden tanımlanmıştır. Kuantum mekaniğinde bu terimler gerçek enerjiler değildir, fakat enerji için klasik denklemi düşünmek, Hamilton işlemcisini yazmak için gereken kuralları belirlemenin bir yoludur. Neyse, doğru Hamilton (12.27)'dir.

Şimdi en başa dönüp problemi yeniden ele alalım. Bununla birlikte işin çoğu halledildi; sadece yeni etkilerin terimlerini eklemeliyiz. z yönünde bir $\boldsymbol{B}$ manyetik alanı alırsak, Hamilton işlemcisini ($\hat{H}$), iki kısma ayırabiliriz:

$$\hat{H}' = -(\mu_{\mathrm{e}}\sigma_z^{\mathrm{e}} + \mu_{\mathrm{p}}\sigma_z^{\mathrm{p}})B$$

---

* Klasik olarak enerji $U = -\boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{B}$ olarak yazılır bu nedenle moment alan boyunca olduğunda enerji en düşüktür. Pozitif parçacıklar için manyetik moment spine paraleldir ve negatif parçacıklar için zıt yönlüdür. Bu nedenle (12.27) denklemindeki μ_{p} pozitif bir sayıdır fakat μ_{e} negatiftir.

Tablo 12-1'i kullanarak

$$\begin{aligned}
\hat{H}'|++\rangle &= -(\mu_e + \mu_p)B|++\rangle \\
\hat{H}'|+-\rangle &= -(\mu_e - \mu_p)B|+-\rangle \\
\hat{H}'|-+\rangle &= (-\mu_e + \mu_p)B|-+\rangle \\
\hat{H}'|--\rangle &= (\mu_e + \mu_p)B|--\rangle
\end{aligned} \tag{12.28}$$

eşitlikleri elde edilir. Ne kadar da uyumlu! Her duruma etki eden $\hat{H}'$, bir sayı faktörüyle aynı durumun çarpımını vermektedir. Bu nedenle $\langle i|\hat{H}'|j\rangle$ matrisi sadece diyagonal elemanlara sahiptir; (12.28)'deki katsayılar, (12.13)'ün ilgili diyagonal elemanlarına eklenebilir ve (12.14) Hamilton denklemleri

$$\begin{aligned}
i\hbar dC_1/dt &= (A - (\mu_e + \mu_p)B)C_1 \\
i\hbar dC_2/dt &= -(A + (\mu_e - \mu_p)B)C_2 + 2AC_3 \\
i\hbar dC_3/dt &= 2AC_2 - (A - (\mu_e - \mu_p)B)C_3 \\
i\hbar dC_4/dt &= (A + (\mu_e + \mu_p)B)C_4
\end{aligned} \tag{12.29}$$

haline gelir.

Denklemlerin biçimleri farklı değildir; sadece katsayılar farklıdır. B zamanla değişmedikçe daha önce yaptığımız gibi devam edebiliriz. $C_i = a_i e^{-(i/\hbar)Et}$ ifadesini değiştirerek (12.18)'in yenilenmiş halini bulabiliriz:

$$\begin{aligned}
Ea_1 &= (A - (\mu_e + \mu_p)B)a_1 \\
Ea_2 &= -(A + (\mu_e - \mu_p)B)a_2 + 2Aa_3 \\
Ea_3 &= 2Aa_2 - (A - (\mu_e - \mu_p)B)a_3 \\
Ea_4 &= (A + (\mu_e + \mu_p)B)a_4
\end{aligned} \tag{12.30}$$

Şanslıyız ki, ilk ve son denklemler hâlâ diğerlerinden bağımsızdır bu nedenle aynı tekniği yeniden uygulayabiliriz.

$a_1 = 1$, $a_2 = a_3 = a_4 = 0$ çözümünü $|I\rangle$ durumu olarak adlandırırsak

$$|I\rangle = |1\rangle = |++\rangle \tag{12.31}$$

ve karşılık gelen enerji

$$E_I = A - (\mu_e + \mu_p)B$$

ve diğeri de

$$|II\rangle = |4\rangle = |--\rangle \tag{12.32}$$

$$E_{II} = A + (\mu_e + \mu_p)B$$

olarak bulunur.

Geriye kalan denklemler için biraz daha işimiz kaldı çünkü a_2, a_3 katsayıları artık birbirlerine eşit değildir. Fakat daha önce amonyak molekülü için elde ettiğimiz katsayılara benzemektedir. (9.20) denklemini incelersek aşağıdaki benzerliği kurabiliriz (1 ve 2 alt indislerinin burada 3 ve 4'e karşılık geldiğini unutmayın):

$$\begin{aligned}
H_{11} &\to -\mathrm{A} - (\mu_e - \mu_p)B \\
H_{12} &\to 2\mathrm{A} \\
H_{21} &\to 2\mathrm{A} \\
H_{22} &\to -\mathrm{A} + (\mu_e - \mu_p)B
\end{aligned} \tag{12.33}$$

O zaman (9.25) denklemini kullanarak enerjileri bulabiliriz:

$$E = \frac{H_{11} + H_{22}}{2} \pm \sqrt{\frac{(H_{11} - H_{22})^2}{4} + H_{12}H_{21}} \tag{12.34}$$

(12.33) eşitliklerini yukarıdaki denklemde yerine yazarsak

$$E = -A \pm \sqrt{(\mu_e - \mu_p)^2 B^2 + 4A^2}$$

ifadesini elde ederiz.

Bu enerjileri 9. Bölümde E_I ve E_{II} olarak adlandırmış olmamıza rağmen burada E_{III} ve E_{IV} olarak adlandıracağız:

$$E_{III} = A\left\{-1 + 2\sqrt{1 + (\mu_e - \mu_p)^2 B^2/4A^2}\right\} \tag{12.35}$$

$$E_{IV} = -A\left\{1 + 2\sqrt{1 + (\mu_e - \mu_p)^2 B^2/4A^2}\right\}$$

Böylece sabit bir manyetik alandaki hidrojen atomunun dört durağan durum enerjisini bulmuş olduk. Şimdi B'yi sıfıra götürerek sonuçlarımızı kontrol edelim ve bir önceki bölümde elde ettiğimiz sonuçları bulup bulamadığımıza bakalım. Bulduğumuzu göreceksiniz. $B = 0$ için E_I, E_{II} ve E_{III} değerleri $+A$ ve E_{IV} $-3A$ bulunur. Manyetik alanı devreye soktuğumuzda bütün enerjiler farklı bir şekilde değişir. Bunun nasıl olduğunu görelim.

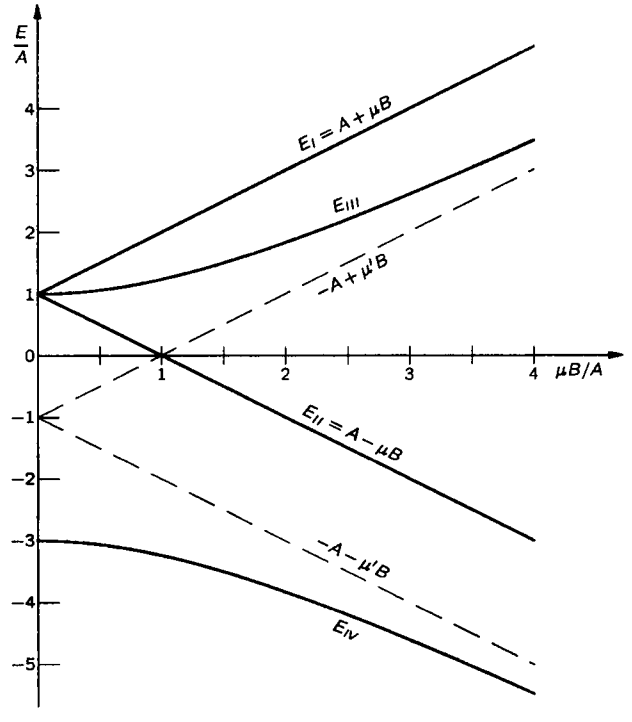
İlk olarak elektron için μ_e teriminin negatif ve pozitif μ_p teriminden 1000 kat daha büyük olduğunu hatırlayın. Bu nedenle hem $(\mu_e + \mu_p)$ hem de $(\mu_e - \mu_p)$ negatif sayılardır ve neredeyse eşittirler. Şimdi, bu ifadeleri $-\mu$ ve $-\mu'$ olarak adlandıralım:

$$\mu = -(\mu_e + \mu_P) \quad \text{ve} \quad \mu' = -(\mu_e - \mu_p) \tag{12.36}$$

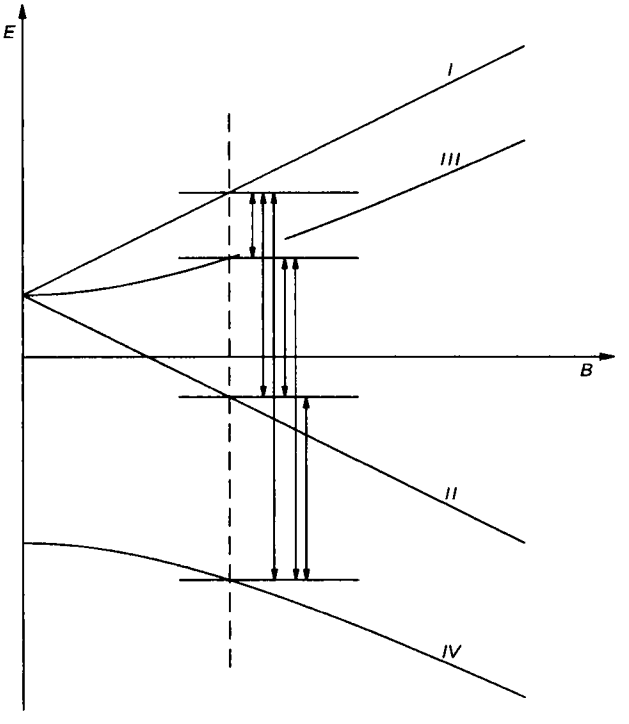
(Hem μ hem de μ' pozitif sayıdır ve neredeyse, bir Bohr magnetonuna yani μ_e'ye eşittir.) O zaman dört denklemimizi şu şekilde ifade edebiliriz:

$$\begin{aligned} E_I &= A + \mu B \\ E_{II} &= A - \mu B \\ E_{III} &= A\left\{-1 + 2\sqrt{1 + \mu'^2 B^2/4A^2}\right\} \\ E_{IV} &= -A\left\{1 + 2\sqrt{1 + \mu'^2 B^2/4A^2}\right\} \end{aligned} \tag{12.37}$$

E_I enerjisi başlangıçta A değerini alır daha sonra B'yle doğrusal bir şekilde *artar*; eğimi μ'dür. E_{II} enerjisi de başlangıçta A değerini alır fakat daha sonra B'yle doğrusal bir şekilde *azalır*; eğimi $-\mu'$dür. Bu iki düzeyin B'yle değişimi



Şekil 12-3 Bir B manyetik alanındaki hidrojenin taban durumlarının enerji düzeyleri.



Şekil 12-4 Bir B manyetik alanındaki hidrojenin taban durumlarının enerji düzeyleri arasındaki geçiş.

Şekil 12-3'te gösterilmiştir. Şekilde ayrıca E_{III} ve E_{IV} enerjileri de gösterilmiştir. Faklı B-bağımlılıklarına sahiptirler. Küçük B için, B'ye ikinci dereceden bağlıdırlar bu nedenle ilk olarak yatay eğime sahiptirler. Daha sonra eğilmeye başlarlar, ve büyük B için, eğimleri $\pm\mu'$ olan –neredeyse E_I ve E_{II} değerleriyle aynı eğime sahiptir– düz çizgiler haline gelirler.

Manyetik alandan kaynaklanan atomdaki enerji düzey kaymaları *Zeeman Etkisi* olarak adlandırılır. Şekil 12-3'teki eğriler hidrojenin taban durumunun *Zeeman yarılmasını* göstermektedir. Manyetik alan olmadığında, hidrojenin aşırı ince yapısından sadece bir spektral çizgi elde edilir. $|IV\rangle$ ve herhangi bir durum arasındaki geçişler, frekansı $4A$ enerji farkı çarpı $1/\hbar$ değerine eşit yani 1420 MegaHz olan bir foton yayınlanması ve soğrulmasıyla oluşur. Atom bir B manyetik alanına konulduğundan daha fazla çizgi ortaya çıkar. Dört durumun herhangi ikisi arasında geçişler meydana gelebilir. Eğer dört durumun hepsine sahipsek, Şekil 12-4'te dikey oklarla gösterilen altı geçişin herhangi birinde enerji soğrulabilir ya da yayınlanabilir. Buna benzer geçişlerin çoğu II. Cilt, Bölüm 35-3'te tanımlanan (*bkz.* Ek) Rabi moleküler demet tekniği sayesinde gözlemlenebilir.

Peki geçişler nasıl meydana gelir? Eğer zamanla değişen bir manyetik alan üzerine küçük bir etkide bulunursanız geçişler meydana gelir (kararlı büyük bir B alanına ek olarak). Bu durumu amonyak molekülü üzerine değişken bir manyetik alan uyguladığımızda görmüştük. Burada tek fark, manyetik momente etki eden şeyin manyetik alan olmasıdır. Fakat kuram tıpkı amonyak molekülünde olduğu gibi aynı yönteme sahiptir. Eğer xy düzleminde dönen bir manyetik alan alırsanız kuram daha da basitleşecektir; herhangi bir yatay salınan alanda bunu gerçekleştirse de. Bu alanı Hamilton işlemcisi matrisine ek bir terim olarak koyarsanız, zamanla değişen genlik çözümünü elde edersiniz; tıpkı amonyak molekülünde elde ettiğimiz gibi. Bu nedenle bir durumdan diğerine geçiş olasılığını doğru ve kolay bir şekilde hesaplayabilirsiniz. Ve elde ettiğiniz sonuçların deneyle uyumlu olduğunu göreceksiniz.

12-5 Manyetik alandaki durumlar

Şimdi Şekil 12-3'teki eğrileri tartışalım. İlk olarak büyük alanlar için enerjileri anlamak kolaydır ve daha ilginçtir. B yeterince büyük olduğunda (yani $\mu B/A \gg 1$) (12.37) denklemlerindeki 1 terimini ihmal edebiliriz

$$E_I = A + \mu B, \qquad E_{II} = A - \mu B \tag{12.38}$$
$$E_{III} = -A + \mu' B, \qquad E_{IV} = -A - \mu' B$$

Bunlar Şekil 12-3'teki dört düz çizginin denklemleridir. Bu enerjileri fiziksel olarak şu şekilde inceleyebiliriz. Bir *sıfır* alandaki durağan durumların doğası iki manyetik momentin etkileşimiyle tam olarak tanımlanabilir. $|III\rangle$ ve $|IV\rangle$ durağan durumundaki $|+\,-\rangle$ ve $|-\,+\rangle$ taban durumlarının karışımı bu etkileşimden kaynaklanır. Bununla birlikte, büyük *dış alanlarda* proton ve elektron diğerinin alanı tarafından şiddetli bir şekilde etkilenir. O zaman –çoğu kez gördüğümüz gibi– elektron spini dış manyetik alanla ya paralel ya da zıt yönlü olur.

Elektronun spininin "yukarı" olduğunu düşünelim; yani alan yönünde; enerjisi $-\mu_e B$ olacaktır. Proton her iki durumda da olabilir. Eğer proton spini de "yukarıysa" enerjisi $-\mu_p B$ olacaktır. İkisinin toplamı $-(\mu_e + \mu_p)B = \mu B$ olacaktır. Bu sadece E_I için bulduğumuz sonuçtur; oldukça güzel çünkü $|+\,+\rangle = |I\rangle$ olarak tanımlamıştık. Spinleri paralelken proton ve elektronun etkileşim enerjisini gösteren küçük bir ek terim ($\mu B \gg A$) daha vardır. (Başlangıçta A terimini pozitif olarak aldık çünkü kuramın ve deneyin bize söylediği şey buydu.) Diğer yandan proton spini aşağı da olabilir. O zaman dış alandaki enerjisi $+\mu_p' B$ ve elektron ile protonun toplam enerjisi $-(\mu_e - \mu_p)B = \mu' B$ olur. Etkileşim enerjisi de $-A$ hali-

ne gelir. Bu toplam sadece (12.38)'deki E_{III} enerjisine eşittir. Bu nedenle $|III\rangle$ durumu büyük alanlar için $|+\ -\rangle$ durumu haline gelmelidir.

Şimdi elektron spininin "aşağı" olduğunu düşünelim. Dış manyetik alandaki enerjisi $\mu_e B$ olur. Eğer protonun spini de "aşağı" ise ikisinin toplam enerjisi, $-(\mu_e + \mu_p)B = -\mu B$ *artı* A etkileşim enerjisi olur; çünkü ikisinin spini de paraleldir. Bu sadece (12.38)'deki E_{II} enerjisine eşittir ve $|-\ -\rangle = |II\rangle$ eşitliğiyle ilişkilidir; oldukça güzel. Son olarak elektron "aşağı" ve proton "yukarı" ise, enerjiyi $-(\mu_e - \mu_p)B = A$ olarak elde ederiz, bu da sadece E_{IV} enerjisine eşittir ve $|-\ +\rangle$ durumuyla ilişkilidir. (Etkileşim için *eksi A* kullandık çünkü spinleri birbirlerine zıttır.)

Fakat muhtemelen "Durun bir dakika, $|III\rangle$ ve $|IV\rangle$ durumları, $|+\ -\rangle$ ve $|-\ +\rangle$ durumlarına eşit değildir; ikisinin karışımdır" diyeceksiniz. Pekâlâ sadece kısmen. $B = 0$ için gerçekten de durumların karışımıdır fakat henüz büyük B durumlarında ne olacağını araştırmadık. Durağan durum enerjilerini elde etmek için 9. Bölümdeki denklemler ile (12.33)'ü kıyasladığımızda, onlara eşlik eden genlikleri de dikkate almış oluruz. (9.24) denklemini kullandığımızda

$$\frac{a_2}{a_3} = \frac{E - H_{22}}{H_{21}}$$

elde ederiz. a_2/a_3 oranı elbette sadece C_2/C_3'e eşittir. (12.33) denkleminde benzer nicelikleri yerine yazdığımızda

$$\frac{C_2}{C_3} = \frac{E + A - (\mu_e - \mu_p)B}{2A}$$

ya da

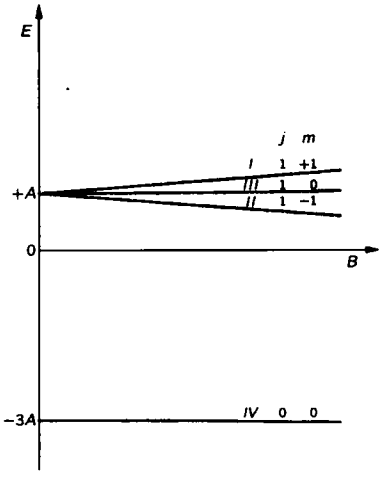
$$\frac{C_2}{C_3} = \frac{E + A + \mu' B}{2A} \tag{12.39}$$

buluruz, burada E için uygun enerjileri kullandık; E_{III} ya da E_{IV}. Örneğin $|III\rangle$ durumu için

$$\left(\frac{C_2}{C_3}\right)_{III} \approx \frac{\mu' B}{A} \tag{12.40}$$

elde edilir.

Bu nedenle büyük B durumları için $|III\rangle$ durumu $C_2 \gg C_3$ koşuluna sahiptir; durumlar neredeyse tamamen $|2\rangle = |+\ -\rangle$'dir. Benzer şekilde E_{IV} değerini (12.39)'da yerine yazarsak $(C_2/C_3)_{IV} \gg 1$ elde ederiz; büyük alanlar için $|IV\rangle$ durumu sadece $|3\rangle = |-\ +\rangle$ olur. Durağan durumları B'ye bağımlı hale getiren taban durumlarımızın doğrusal kombinasyonlarındaki katsayıları görüyorsunuz. $|III\rangle$ durumu düşük alanlardaki $|+\ -\rangle$ ve $|-\ +\rangle$ durumlarının yarı yarıya karışımlarıdır, fakat büyük alanlarda kayma tamamen $|+\ -\rangle$ durumunda meydana gelir. Ayrıca düşük alanlardaki $|+\ -\rangle$ ve $|-\ +\rangle$ durumlarının (farklı işaretli) yarı yarıya karışımı olan $|IV\rangle$ durumu, spin büyük bir manyetik alanla etkileşmediği sürece $|-\ +\rangle$ durumuna gider.



Şekil 12-5 Küçük manyetik alanlar için hidrojen atomunun durumları.

Şimdi de dikkatimizi *çok düşük manyetik alanlarda* ne olacağına çevirelim. Küçük bir manyetik alanı devreye soktuğunuzda $-3A$ değerinde *değişmeyen* bir enerji vardır. Ayrıca küçük bir manyetik alanı devreye soktuğunuzda değerleri $+A$ olan üç farklı enerji düzeyine ayrılan bir enerji daha vardır. Zayıf alanlarda enerjinin B'yle değişimi Şekil 12-5'te gösterilmiştir. Enerjisi $-3A$ olan hidrojen atomu demetlerimizin olduğunu düşünelim. Eğer bu demetleri –alanların çok büyük olmadığı– Stern-Gerlach cihazına koyarsanız düzgün bir şekilde yollarına devam ettiklerini görürsünüz. (Çünkü enerjileri B alanına bağımlı değildir ve sanal işler yasasına göre bir manyetik alanda üzerine etkiyen bir kuvvet yoktur.) Diğer yandan enerjileri $+A$ olan hidrojen atom demetlerini seçtiğimizi ve S olarak adlandırdığımız bir Stern-Gerlach düzeneğine yerleştirdiğimizi düşünelim. (Yeniden aygıtın içindeki alanların parçacıkları rahatsız etmeyecek kadar düşük olduğunu düşünüyoruz, yani enerjilerin B'yle düzgün bir şekilde değişmesini sağlayacak kadar düşük bir alan.) *Üç demet* elde ederiz. $|I\rangle$ ve $|II\rangle$ durumları farklı kuvvetler hisseder; enerjileri B'yle doğrusal bir şekilde değiştiği için, eğimleri $\pm\mu$, *kuvvetler* $\mu_z = \mp\mu$ dipol manyetik momentleri gibi davranır, fakat

$|III\rangle$ durumu düz bir çizgide ilerler. Bu nedenle 5. Bölüme geri dönüyoruz. *Enerjisi +A olan bir hidrojen atomu bir spin-1 parçacığıdır.* Bu, enerji durumu $j = 1$ olan bir "parçacıktır" ve 5. Bölümde kullandığımız $|+S\rangle$, $|0S\rangle$ ve $|-S\rangle$ taban durumları cinsinden –uzaydaki bazı eksenlere göre– tanımlanabilir. Diğer yandan hidrojen atomu $-3A$ enerjisine sahip olduğunda, bir spin-sıfır parçacığı haline gelir. (Söylediklerimizin sonsuz küçük manyetik alanlar için doğru olduğunu unutmayın.) Böylece sıfır manyetik alandaki hidrojenin durumlarını şu şekilde gruplayabiliriz:

$$\left.\begin{aligned} |I\rangle &= |++\rangle \\ |III\rangle &= \frac{|+-\rangle + |-+\rangle}{\sqrt{2}} \\ |II\rangle &= |--\rangle \end{aligned}\right\} \text{ spin 1} \quad \begin{cases} |+S\rangle \\ |0S\rangle \\ |-S\rangle \end{cases} \tag{12.41}$$

$$|IV\rangle = \frac{|+-\rangle - |-+\rangle}{\sqrt{2}} \quad \text{spin 0} \tag{12.42}$$

II. Cildin 35. Bölümünde (Ek) herhangi bir parçacık için herhangi bir eksendeki açısal momentum bileşeninin her zaman $\hbar$'ın katları kadar değer alabileceğini söylemiştik. Açısal momentumun z-bileşeni J_z, $j\hbar$, $(j-1)\hbar$, $(j-2)\hbar$, ..., $(-j)\hbar$ olabilir, burada j parçacığın spinidir (tam ya da kesirli değerler alabilir). Şu ana kadar açık bir şekilde yazmamış olmamıza rağmen, insanlar genelde

$$J_z = m\hbar \tag{12.43}$$

biçiminde yazarlar ve m, j, $j-1$, $j-2$, ..., $-j$ sayılarını gösterir. Bazı kuantum kitaplarında hidrojenin dört taban durumu, m ve j *kuantum sayıları* cinsinden ifade edilir [sık sık (j) "toplam açısal momentum kuantum sayısı" ve (m) "manyetik kuantum sayısı" olarak adlandırılır.] $|I\rangle$ ve $|II\rangle$ sembolleri yerine bir durum $|j, m\rangle$ şeklinde gösterilir. (12.41) ve (12.42)'deki sıfır alan durumlarını, Tablo 12-3'teki gibi de gösterebiliriz. Bu yeni bir fizik değildir, sadece yeni bir gösterimdir.

Tablo 12-3
Hidrojen atomunun sıfır alan durumları

Durum $\|j, m\rangle$	j	m	Gösterimimiz
$\|1,+\rangle$	1	+1	$\|I\rangle = \|+S\rangle$
$\|1,0\rangle$	1	0	$\|II\rangle = \|0S\rangle$
$\|1,-1\rangle$	1	-1	$\|III\rangle = \|-S\rangle$
$\|0,0\rangle$	0	0	$\|IV\rangle$

12-6 Spin bir parçacığı için izdüşüm matrisi*

Hidrojen atomuna dair bilgimizi ilginç bazı şeyler yapmak için kullanmak istiyoruz. 5. Bölümde, belirli bir yönelime sahip bir Stern-Gerlach düzeneğine göre –S olarak adlandıralım– (+, 0, –) taban durumlarının birinde olan bir *spin-1* parçacığının farklı bir T düzeneğine göre üç durumun her birinde bulunma genliğine sahip olduğunu söylemiştik. İzdüşüm matrisini oluşturan bunun gibi dokuz $\langle jT|iS\rangle$ genliği bulunmaktadır. 5-7 Bölümünde herhangi bir kanıt ortaya koymaksızın T'nin S'ye göre farklı yönelimleri için vermiştik. Şimdi bunu türetebileceğiniz bir yol vereceğiz.

Hidrojen atomunda iki yarım-spinli parçacıktan oluşan bir spin-1 sistemi bulmuştuk. 6. Bölümde yarım-spinli genliklerin nasıl dönüştürüleceğini göstermiştik. Bu bilgiyi spin-1 için dönüşüm hesaplarında kullanabiliriz. Çalışma mantığı şudur: Spin-1 parçacığımızın olduğunu düşünelim; yani enerjisi $+A$ olan bir hidrojen atomu. Bu atomu S'ye göre taban durumlarından birinde olduğunu belirlemek için (örneğin $|+S\rangle$) bir S Stern-Gerlach düzeneğine yolladığımızı düşünelim. O zaman T düzeneğine göre, taban durumların birinde (örneğin $|+T\rangle$) bulunma genliği nedir? Eğer S düzeneğinin koordinat sistemini x, y, z olarak belirlersek, $|+S\rangle$ durumu $|++\rangle$ olarak adlandırılan duruma karşılık gelir. Fakat içinizden birinin z-eksenini *T'nin* ekseni boyunca aldığını düşünelim. Sahip olacağı durumlar x', y', z' eksenlerini bulunduracaktır. Elektron ve proton için sahip olacağı "yukarı" ve "aşağı" durumlar bizimkinden farklı olacaktır. Onun $|+'+'\rangle$ olarak gösterebileceğimiz" artı-artı" durumu, spin-1 parçacığının $|+T\rangle$ durumudur. İstediğimiz $\langle+T|+S\rangle$ genliği, $\langle+'+'|++\rangle$ olarak da yazılabilir.

* 6. Bölümü atladıysanız bu bölümü de atlayabilirsiniz.

$\langle +' +' | + + \rangle$ genliğini şu şekilde bulabiliriz. *Bizim* çerçevemizde $|+ +\rangle$ durumundaki *elektronun* spini "yukarıdır." Bu, *üstlü* çerçevede "yukarı" durumun $\langle +' | + \rangle_e$ genliğine ve bu çerçevede "aşağı" durumun $\langle -' | + \rangle_e$ genliğine sahip olacağı anlamına gelir. Benzer şekilde bizim çerçevemizde proton $|+ +\rangle$ durumundayken spin yukarıdır ve *diğer* (üstlü) çerçeveden spin "yukarı" ya da "aşağı" genlikleri de $\langle +' | + \rangle_p$ ve $\langle -' | + \rangle_p$ biçimindedir. İki farklı parçacık hakkında konuştuğumuz için, *üstlü* çerçevede *her iki* parçacığın "yukarı" genlikleri iki genliğin çarpımıdır:

$$\langle +' +' | + + \rangle = \langle +' | + \rangle_e \langle +' | + \rangle_p \tag{12.44}$$

Yaptığımızın anlaşılır olması için $\langle +' | + \rangle$ genliklerine e ve p alt indislerini ekledik. Fakat her ikisi de sadece bir yarım-spinli parçacık için dönüşüm genlikleridir bu nedenle aslında benzer sayılardır. 6. Bölümde tanımladığımız $\langle +T | +S \rangle$ genliklerinden başka bir şey değildirler; ayrıca bu bölümün sonundaki tabloda listeledik.

Tablo 12-4
Yarım-spinli genlikler

Bu bölüm	6. Bölüm
$a = \langle +' \mid + \rangle$	$\langle +T \mid +S \rangle$
$b = \langle -' \mid + \rangle$	$\langle -T \mid +S \rangle$
$c = \langle +' \mid - \rangle$	$\langle +T \mid -S \rangle$
$d = \langle -' \mid - \rangle$	$\langle -T \mid -S \rangle$

Şimdi bununla birlikte gösterimle ilgili başımız biraz belada. Bir *yarım-spinli parçacığın* $\langle +T | +S \rangle$ genliğini bir *spin-1* parçacığının $\langle +T | +S \rangle$ genliğinden ayırt etmeliyiz; tamamen farklıdırlar! Umarız kafanız karışmaz, *en azından şu anda,* fakat yarım-spinli genlikler için farklı semboller kullanmamız gerekecek. Her şeyin yolunda gitmesi için yeni gösterimlerimizi Tablo 12-4'te özetledik. Bir spin-1 parçacığının durumları için $|+S\rangle$, $|0S\rangle$ ve $|-S\rangle$ gösterimlerini kullanmaya devam edeceğiz.

Yeni gösterimizde (12.44) denklemi

$$\langle +' +' | + + \rangle = a^2$$

şeklinde ifade edilir ve bu sadece $\langle +T | +S \rangle$ spin-1 genliğidir. Örneğin başka birinin referans çerçevesinden (T ya da üstlü sistem) z-ekseni etrafında ϕ açısı kadar döndürülmüş bir koordinat sistemini seçtiğini düşünelim; o zaman Tablo 6-2'nin yardımıyla

$$a = \langle +' | + \rangle = e^{i\phi/2}$$

yazılabilir. Böylece (12.44) denkleminden spin-1 genliği

$$\langle +T | +S \rangle = \langle +' +' | + + \rangle = (e^{i\phi/2})^2 = e^{i\phi} \tag{12.45}$$

olarak elde edilir. Sürecin nasıl işlediğini görüyorsunuz.

Şimdi bütün genel durumları inceleyeceğim. Eğer proton ve elektronun her ikisi de *bizim çerçevemizde* "yukarıysa" $-S$ çerçevesi–, diğer kişinin çerçevesinde $-T$ çerçevesi– dört olası durumun herhangi birinin bulunma genliği

$$\begin{aligned}
\langle +' +' | + + \rangle &= \langle +' | + \rangle_e \langle +' | + \rangle_p &&= a^2 \\
\langle +' -' | + + \rangle &= \langle +' | + \rangle_e \langle -' | + \rangle_p &&= ab \\
\langle -' +' | + + \rangle &= \langle -' | + \rangle_e \langle +' | + \rangle_p &&= ba \\
\langle -' -' | + + \rangle &= \langle -' | + \rangle_e \langle -' | + \rangle_p &&= b^2
\end{aligned} \tag{12.46}$$

şeklinde ifade edilir. Bununla birlikte $|+ +\rangle$ durumunu

$$|+ +\rangle = a^2 |+' +'\rangle + ab\{|+' -'\rangle + |-' +'\rangle\} + b^2 |-' -'\rangle \tag{12.47}$$

şeklinde ifade edebiliriz. $|+' +'\rangle$ ifadesinin, $|+T\rangle$ olduğunu ve $\{|+' -'\rangle + |-' +'\rangle\}$ ifadesinin $\sqrt{2}$ çarpı $|0T\rangle$ ifadesine eşit ve $|-' -'\rangle = |-T\rangle$ olduğunu belirtelim (*bkz.* 12.41). Diğer bir deyişle (12.47) denklemini yeniden yazabiliriz:

$$|+S\rangle = a^2 |+T\rangle + \sqrt{2}\, ab |0T\rangle + b^2 |-T\rangle \tag{12.48}$$

Benzer yöntemi kullanarak ayrıca

$$|-S\rangle = c^2 |+T\rangle + \sqrt{2}\, cd |0T\rangle + d^2 |-T\rangle \tag{12.49}$$

yazabiliriz.

$|0S\rangle$ için durum biraz daha karmaşıktır, çünkü:

$$|0S\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|+-\rangle + |-+\rangle\}$$

Fakat $|+-\rangle$ ve $|-+\rangle$ durumlarının her birini "üstlü" durumları cinsinden tanımlayabilir ve toplayabiliriz:

$$|+-\rangle = ac|+'+'\rangle + ad|+'-'\rangle + bc|-'+'\rangle + bd|-'-'\rangle \tag{12.50}$$

ve

$$|-+\rangle = ac|+'+'\rangle + bc|+'-'\rangle + ad|-'+'\rangle + bd|-'-'\rangle \tag{12.51}$$

Toplamı $1/\sqrt{2}$ değeriyle çarparsak

$$|0S\rangle = \frac{2}{\sqrt{2}}\,ac|+'+'\rangle + \frac{ad+bc}{\sqrt{2}}\{|+'-'\rangle + |-'+'\rangle\} + \frac{2}{\sqrt{2}}bd|-'-'\rangle$$

ifadesini elde ederiz. Diğer bir deyişle

$$|0S\rangle = \sqrt{2}ac|+T\rangle + (ad+bc)\,|0T\rangle + \sqrt{2}bd\,|-T\rangle \tag{12.52}$$

Şu an istediğimiz tüm genliklere sahibiz. (12.48), (12.49) ve (12.52) denklemlerinin katsayıları $\langle jT|iS\rangle$ matris elemanlarıdır. Hepsini bir araya getirirsek şu sonuç çıkar:

$$\langle jT|iS\rangle = \begin{array}{c} \\ jT\downarrow \\ \\ \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} iS\rightarrow & & \end{array} \\ \begin{pmatrix} a^2 & \sqrt{2}ac & c^2 \\ \sqrt{2}ab & ad+bc & \sqrt{2}cd \\ b^2 & \sqrt{2}bd & d^2 \end{pmatrix} \end{array} \tag{12.53}$$

Spin-1 dönüşümlerini a, b, c, d yarım-spinli genlikler cinsinden ifade ettik.

Örneğin T-çerçevesi S-çerçevesine göre y-ekseni etrafında α açısı kadar dönerse –Şekil 5-6'da gösterildiği gibi–, Tablo 12-4'teki genlikler Tablo 6-2'deki $R_y(\alpha)$'nın matris elemanları haline gelirler.

$$\begin{aligned} a &= \cos\frac{\alpha}{2} & b &= -\sin\frac{\alpha}{2} \\ c &= \sin\frac{\alpha}{2} & d &= \cos\frac{\alpha}{2} \end{aligned} \tag{12.54}$$

Bu ifadeleri (12.53)'te kullanırsak, daha önce ispatlamadığımız (5.38) denklemlerini elde ederiz.

$|IV\rangle$ durumuna ne oldu?! Pekâlâ spin-sıfır sistemi olduğu için sadece bir durumu vardır; *bütün koordinat sistemlerinde aynıdır*. (12.50) ve (12.51) denklemlerinin farkını alarak her şeyin nasıl işlediğini anlayabiliriz; yani

$$|+-\rangle - |-+\rangle = (ad-bc)\,\{|+'-'\rangle - |-'+'\rangle\}$$

Fakat $(ad - bc)$ yarım-spinli matrisin determinantıdır ve 1'e eşittir. Herhangi bir koordinat çerçevesinin yönelimi için

$$|IV'\rangle = |IV\rangle$$

eşitliğini elde ederiz.

13
BİR KRİSTAL ÖRGÜDE YAYINIM

13-1 Bir boyutlu örgü içindeki elektron durumları
13-2 Belirli enerji durumları
13-3 Zaman bağımlı durumlar
13-4 Üç boyutlu bir örgüdeki elektron
13-5 Bir örgüdeki diğer durumlar
13-6 Örgüdeki kusurlardan saçılma
13-7 Örgü kusurunda tuzaklanma
13-8 Saçılma genlikleri ve bağlı durumlar

13-1 Bir boyutlu örgü içindeki elektron durumları

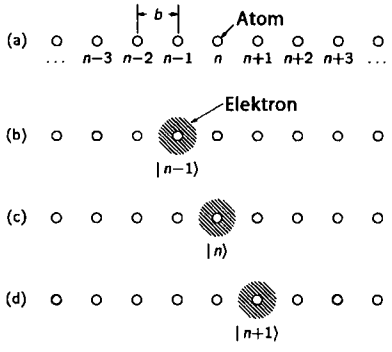
İlk bakışta katı kristal içinden düşük enerjili elektronun geçmesinin zor olduğunu düşünebilirsiniz. Atomlar birbirlerinden sadece birkaç angström uzaklıkta dizilmiştir bu nedenle elektron saçılması için etkin atom yarıçapı kabaca bir angström civarındadır. Aralarındaki uzaklığa göre atomlar büyüktür yani çarpışmalar arasındaki ortalama serbest yol birkaç angström mertebesindedir; pratik olarak çok önemli değil. Bu nedenle bir atomun diğeriyle hemen çarpışmasını beklersiniz. Bununla birlikte bu duruma eğer örgü mükemmelse doğada çok sık rastlanır. Elektronlar kristal boyunca düzgün ve kolay bir şekilde hareket edebilir; nerdeyse boşlukta hareket ediyormuş gibi. Bu garip durum metallerin elektriği kolay iletmesini sağlar; ayrıca birçok aygıtın geliştirilmesine neden olmuştur. Örneğin bir transistörün radyo vakum tüpü gibi işlev görmesi mümkündür. Bir radyo vakum tüpündeki elektronlar bir boşluk içinde serbestçe hareket ederken, transistör içindeki elektronlar bir kristal örgü içinde hareket eder. Bir transistörün davranışının ardında yatan mekanizma bu bölümde tanımlanacaktır; bir sonraki bölüm bu tür ilkelerin değişik aygıtlara uygulanmasını tanımlayacaktır.

Bir kristal içindeki elektronların iletimi çok genel örneklerden biridir. Elektronlar sadece kristaller içinde hareket etmez aynı zamanda atomik uyarılma gibi diğer şeylerde de benzer şekilde hareket eder. Bu nedenle tartışmak istediğimiz olgu birçok katı hal fiziği çalışmasında ortaya çıkmaktadır.

Birçok iki-durumlu sistem örneğini tartıştığımızı hatırlayacaksınız. Şimdi her biri aynı özelliklere sahip iki konumun herhangi birinde bulunan bir elektronu ele alalım. Elbette Bölüm 10-1'de moleküler hidrojen için tartıştıklarımıza paralel olarak bir konumdan diğerine ve tersine gitme genliği olacaktır. O zaman kuantum mekaniği yasaları sıradaki sonuçları verir. Elektron için belirli enerjili iki olası durum vardır. Her bir durum iki durumun herhangi birinde bulunma genliğinin belirlenmesiyle tanımlanabilir. Her bir belirli enerji durumunda bu iki genliğin büyüklüğü zamanda sabittir ve evreler aynı frekansla değişir. Diğer yandan elektron başlangıçta konumların birini işgal ettiyse bir süre sonra diğer konuma gidecektir ve daha sonra yeniden eski konumuna dönecektir. Bu durumda genlik iki birleşik sarkacın hareketine benzer.

Belirli bir enerjiye sahip bir elektronun, içindeki belirli bir atomun "çukuruna" yerleştiğini düşündüğümüz mükemmel kristali ele alalım. Ayrıca bu elektronun hemen yakınındaki atom çukurlarına yerleşme genliklerinin de aynı olduğunu düşünelim. Tıpkı iki-durumlu bir sistem gibidir; fakat ek bir karmaşıklık vardır. Elektron komşuluğundaki atom çukuruna yerleştiğinde başka bir konuma hareket edebilir ya da başlangıçtaki konumuna geri dönebilir. Şimdi iki birleşik sarkaç yerine *sonsuz sayıda birleşik sarkaçla* karşı karşıyayız. Tıpkı birinci sınıfta dalga hareketini göstermek için kullanılan araçlara benzemektedir; bir bükme teli üzerine monte edilmiş uzun çubuk dizilerinden yapılan aletler.

Eğer birbirlerine bağlanmış sonsuz sayıda harmonik salınıcınız varsa ve eğer bir yerden düzensiz bir şekilde harekete geçirirseniz, düzensizlik bağlantı dizisi boyunca bir dalga gibi hareket edecektir. Bununla birlikte, uzun bir dizgideki bir atoma bir elektron koyarsanız benzer bir durum meydana gelecektir.



Şekil 13-1 Bir boyutlu kristaldeki bir elektronun taban durumları.

Genellikle, mekanik problemlerini analiz etmenin en iyi yolu, sinyalin belirli bir yerde başlarsa ne olacağını düşünmek değil, durağan-dalga çözümleri cinsinden ele almaktır. Sabit frekanslı tek bir dalga gibi kristal boyunca iletilen belirli motifler vardır. Şimdi elektronla benzer şeyler meydana gelir; çünkü kuantum mekaniğinde benzer denklemler tarafından tanımlanırlar.

Burada önemli bir şeye dikkatinizi çekmek isterim: elektronun belirli bir durumda bulunma genliği bir *genliktir*, olasılık değildir. Eğer suyun bir delik boyunca hareket etmesi gibi elektron bir durumdan diğerine sızarsa, davranışı tamamen farklıdır. Örneğin birinden diğerine suyun geçmesini sağlayan bir tüple birbirine tutturulmuş iki su tankımız varsa, su düzeyleri üstel olarak eşitlenme eğiliminde olur ve buna neden olan şey üstel bir çözümden salınımlı çözüme değişen karakteristik bir sanal terimdir; kuantum mekaniğinin diferansiyel denklemlerindeki i terimi. Meydana gelen şey, birbirlerine bağlı tanklarda meydana gelenden oldukça farklıdır.

Şimdi kuantum mekaniksel durumu sayısal olarak analiz edelim. Şekil 13-1(a)'da gösterildiği gibi uzun bir atom dizisinden oluşmuş bir boyutlu sistemi hayal edelim. (Elbette bir kristal üç boyutludur fakat bir boyuttaki fizik oldukça benzerdir; bir kere bir-boyutlu durumu anladığımızda üç boyutlu durumda neler olacağını anlayabilirsiniz.) Daha sonra, eğer bir elektronu bu atom dizisi içine koyduğumuzda nelerin meydana geleceğini göreceğiz. Elbette gerçek bir kristalde zaten milyonlarca atom vardır. Fakat çoğu (nerdeyse yalıtkan bir kristaldeki bütün elektronlar) her biri kendi atomu etrafında benzer hareket desenlerine sahiptir; ve her şey oldukça durağandır. Bununla birlikte eğer ek bir elektron dahil ettiğimizde ne olacağını düşünmek istiyoruz. Diğer elektronların ne yaptığıyla ilgilenmiyoruz çünkü hareketlerin değişimi çok sayıda uyarılma enerjisi içermektedir. Sanki negatif bir iyon meydana getiriyormuşuz gibi bir elektron ekleyeceğiz. Ek bir elektronun ne yaptığını görmek için, atomların iç işleyiş mekaniğini göz ardı edeceğimiz bir yaklaşım geliştireceğiz.

Elbette elektron bir atomdan diğerine hareket edebilir, yani negatif iyondan başka bir konuma transfer edilebilir. İki proton arasında sıçrayan bir elektron durumuna benzer bir durumu ele alacağız, elektron bir atomdan diğerine belirli bir genlikle sıçrayabilir.

Peki bunun gibi bir durumu nasıl tanımlarız? Makul taban durumları hangileridir? Eğer sadece iki konuma sahip olduğumuz durumda ne olduğunu hatırlarsanız, nelerin meydana geleceğini tahmin edebilirsiniz. Atom dizisindeki mesafelerin birbirlerine eşit olduğunu düşünelim; Şekil 13-1(a)'da gösterildiği gibi atomları sırayla sayacağız. Taban durumlardan biri, elektronun 6 numaralı atomda olduğu yerdedir diğer taban durumuysa, elektronun 7 numaralı atomda olduğu yerdir ve böyle devam eder. n. taban durumunu, numarası n olan atomdaki elektronu belirleyerek tanımlayabiliriz. Bu durumu $|n\rangle$ olarak belirtelim. Şekil 13-1, üç durumdan ne kastettiğimizi göstermektedir:

$$|n-1\rangle, |n\rangle \quad \text{ve} \quad |n+1\rangle$$

Bu taban durumları kullanılarak, bir boyutlu kristaldeki elektronun herhangi bir $|\phi\rangle$ durumu, taban durumların birinde olan $|\phi\rangle$ durumunun $\langle n|\phi\rangle$ genliğinin hepsinin belirlenmesiyle tanımlanabilir; yani belirli bir atomda bulunma genliğinin belirlenmesi. O zaman $|\phi\rangle$ durumunu taban durumlarının üst üste binmesi şeklinde tanımlayabiliriz:

$$|\phi\rangle = \sum_n |n\rangle\langle n|\phi\rangle \tag{13.1}$$

Daha sonra, elektronun bir atomda konumladığını varsayacağız bu nedenle atomun bir tarafından diğerine sızma genliği olacaktır. Sadece en yakın konuma sızma durumunu ele alacağız; bir sonraki en yakın komşuluğu elde etmek için iki adıma gerek vardır. Elektronun bir atomdan diğerine sıçrama genliği $iA/\hbar$'dır (birim zamanda).

Şimdilik n. atomda bulunma $\langle n|\phi\rangle$ genliğini C_n olarak alacağız. O zaman (13.1) genliğini

$$|\phi\rangle = \sum_n |n\rangle\, C_n \tag{13.2}$$

şeklinde yazabiliriz.

Eğer belirli bir anda C_n genliklerinden birini bilirsek, mutlak değer karelerini alabiliriz ve eğer o anda n. atoma bakarsak elektronun bulunma genliğini elde edebiliriz.

Peki bir süre sonra durumu ne olacaktır? Üzerinde çalıştığımız iki-durumlu sistemle benzerlik kurduğumuzda, bu sistem için Hamilton denklemlerinin şu şekilde yazılabileceğini öne süreceğiz:

$$i\hbar \frac{dC_n(t)}{dt} = E_0 C_n(t) - AC_{n+1}(t) - AC_{n-1}(t) \tag{13.3}$$

Sağ taraftaki ilk E_0 katsayısı fiziksel olarak elektronun bir atomdan diğerine geçme ihtimali olmadığı andaki enerjisidir. (E_0 olarak adlandırmamız bir şeyi değiştirmez; çoğu durumda gördüğümüz gibi aslında hiçbir şeyi göstermez sadece seçtiğimiz sıfır enerjili durumu ifade eder.) Bir sonraki terim birim zamanda elektronun $(n + 1)$'inci kuyudan n'inci kuyuya geçme genliğini ifade eder ve sonuncu terim $(n - 1)$'inci kuyudan sızma genliğini tanımlar. Her zamanki gibi A terimini sabit olarak ele alacağız (t'den bağımsız).

Herhangi bir $|\phi\rangle$ durumunun davranışını tam olarak belirlemek için, C_n genliklerinin her biri için (13.3) denklemlerine benzer ifadeleri elde etmemiz gerekir. Çok sayıda atomdan meydana gelmiş bir kristali hesaba kattığımız için, sonsuz sayıda durum olacaktır; atomlar her iki yönde de ilerleyebilir. (Sonlu durumu incelemek için, son durumda ne olacağına özellikle dikkat etmek gerekir.) Eğer N sayıda taban durumu sonsuz sayıdaysa, Hamilton denklemlerimiz de sonsuz olur! Bu nedenle Hamilton denklemleri aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\begin{aligned}
&\vdots && \vdots \\
i\hbar \frac{dC_{n-1}}{dt} &= E_0 C_{n-1} - AC_{n-2} - AC_n \\
i\hbar \frac{dC_n}{dt} &= E_0 C_n - AC_{n-1} - AC_{n+1} \\
i\hbar \frac{dC_{n+1}}{dt} &= E_0\, C_{n+1} - AC_n - AC_{n+2} \\
&\vdots && \vdots
\end{aligned} \tag{13.4}$$

13-2 Belirli enerji durumları

Örgüdeki bir elektron hakkında çoğu şeyi inceleyebiliriz fakat ilk olarak belirli enerji durumlarını bulmaya çalışalım. Daha önceki bölümlerde gördüğümüz gibi bu durum, benzer frekansla değişen genlikleri, eğer zamanla değişiyorlarsa, bulacağımız anlamına gelir.

$$C_n = a_n e^{-iEt/\hbar} \tag{13.5}$$

biçimindeki çözümleri arıyoruz. a_n karmaşık sayıları, n'inci atomda bulunan elektron genliğinin zamanla değişmeyen kısmını verir. Eğer bu çözümü (13.4) denkleminde yerine yazarsak

$$Ea_n = E_0 a_n - Aa_{n+1} - Aa_{n-1} \tag{13.6}$$

elde ederiz. Sonsuz sayıda bilinmeyen a_n için sonsuz sayıda bunun gibi denklemlere sahip oluruz.

Yapmamız gereken tek şey determinant almaktır... fakat bekleyin! Determinantlar sadece 2, 3 ya da 4 denklem için uygundur fakat sonsuz sayıda denklem varsa determinantlar çok uygun değildir. Yapacağımız en iyi şey denklemleri

doğrudan çözmektir. İlk olarak atomlara *konumlarına* göre etiket verelim; buna göre n'inci atomun x_n noktasında, $(n + 1)$'inci atomun x_{n+1} noktasında olduğunu varsayacağız. Eğer atomik mesafe b ise –Şekil 13-1'de gösterildiği gibi– $x_{n+1} = x_n + b$ yazabiliriz. Başlangıcı sıfır noktasındaki atom olarak seçersek $x_n=nb$ yazabiliriz. Şimdi (13.5) denklemini yeniden ifade edelim:

$$C_n = a(x_n)e^{-iEt/\hbar} \tag{13.7}$$

Böylece (13.6) denklemi

$$Ea(x_n) = E_0a(x_n) - Aa(x_{n+1}) - Aa(x_{n-1}) \tag{13.8}$$

hâline gelir. Ya da $x_{n+1} = x_n + b$ eşitliğini kullanarak

$$Ea(x_n) = E_0a(x_n) - Aa(x_n + b) - Aa(x_n - b) \tag{13.9}$$

biçiminde yazabiliriz. Denklem bir diferansiyel denkleme benzemektedir. Bu denklem, x_n noktasındaki $a(x)$ niceliğinin, $(x_n \pm b)$ komşuluğundaki fiziksel niceliklerle ilişkili olduğunu anlatır. (Bir diferansiyel denklem, bir noktadaki fonksiyon değerinin sonsuz küçük yakın noktalardaki değerleriyle ilişkisini ifade eder.) Belki de diferansiyel denklemleri çözmek için kullandığımız yöntemler burada da işe yarayacaktır; hadi deneyelim.

Sabit katsayılı doğrusal diferansiyel denklemler her zaman üstel fonksiyonlar cinsinden çözülebilir. Benzer yöntemi burada da uygulayacağız. Çözümün

$$a(x_n) = e^{ikx_n} \tag{13.10}$$

olduğunu düşünelim. O zaman (13.9) denklemi

$$Ee^{ikx_n} = E_0\, e^{ikx_n} - Ae^{ik(x_n+b)} - Ae^{ik(x_n-b)} \tag{13.11}$$

haline gelir. Eşitliğin her tarafını genel e^{ikx_n} faktörüyle bölersek

$$E = E_0 - Ae^{ikb} - Ae^{-ikb} \tag{13.12}$$

elde ederiz. Son iki terim ($2A \cos kb$) değerine eşit olduğundan

$$E = E_0 - 2A \cos kb \tag{13.13}$$

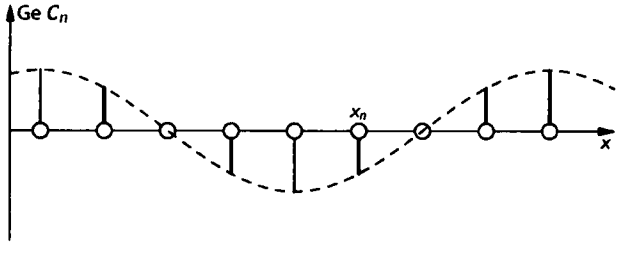
yazılabilir. Sabit k *için* herhangi bir seçime karşılık, enerji değeri bu denklem tarafından bir çözüm bulmuş olduk. k değerine bağlı olarak değişen çok sayıda olası enerji vardır ve her bir k farklı bir çözümü tanımlar. Sonsuz sayıda çözüm vardır; bu sonuç sürpriz değil çünkü sonsuz sayıda taban durumu olduğunu varsaydık.

Şimdi de bu çözümlerin ne anlama geldiğini görelim. Her bir k için *a değerleri* (13.10) denklemiyle belirlenir. Bu nedenle C_n genlikleri

$$C_n = e^{ikx_n}\, e^{-iEt/\hbar} \tag{13.14}$$

biçiminde ifade edilir burada E enerjisinin (13.13) denkleminde verildiği gibi k *değerine* bağlı olduğunu unutmayın. Genliklerin *zaman bağımlılığı* e^{ikx_n} terimiyle belirlenir. Genlikler, bir atomdan diğerine gidildikçe salınır.

Yani genliklerin uzayda *sanal* salınımlar yaptığını söylüyoruz; salınımların büyüklükleri her atom için aynıdır, fakat zaman ilerledikçe evreler bir atomdan diğerine (ikb) miktarı kadar değişir. Şekil 13-2'de gösterdiğimiz gibi, her atomun genliğinin gerçel kısmında, dikey eksende çizdiğimiz bir grafik yardımıyla, neler olduğunu görebiliriz. Bu dikey çizgilerin dış kısmı (kesikli çizgi eğrisiyle



Şekil 13-2 C_n'nin gerçel kısımlarının x_n'e göre değişimi.

gösterilen kısım) bir kosinüs eğrisidir. C_n'nin sanal kısmı da salınan bir fonksiyondur; fakat mutlak değer karelerinin (gerçel ve sanal kısımların karelerinin toplamı) bütün C'lerde aynı olması için, evreleri 90° derece kaymıştır.

Bu nedenle eğer k'lardan birini seçersek, E enerjili özel bir durağan durumu elde ederiz. Bunun gibi bir durum için elektron her atomda benzer konumda bulunur; bir atom diğerine göre tercih edilemez. Farklı atomlarda sadece evreler farklıdır. Ayrıca zaman geçtikçe evreler de değişir. (13.14) denklemi, gerçel ve sanal kısımların kristal boyunca dalga gibi hareket ettiklerini söyler; yani

$$e^{i[kx_n-(E/\hbar)t]} \tag{13.15}$$

teriminin sanal ya da gerçel kısmı gibi. Seçtiğimiz k'nın işaretine bağlı olarak pozitif ya da negatif x boyunca hareket edebilir.

(13.10) denklemi içine koyduğumuz k sayısının gerçel bir sayı olduğunu vurgulamamız gerekir. Şimdi eğer sonsuz sayıda bir atom dizisi varsa bunun neden doğru olduğunu görelim. k'nın sanal bir sayı olduğunu düşünün, örneğin ik' gibi. O zaman a_n genlikleri $e^{k'x_n}$ şeklinde olur yani x-ekseni boyunca gidildikçe genliğimiz giderek büyür; ya da eğer k' negatif bir sayıysa x-ekseninin negatif kısmı boyunca gidildikçe büyür. Bu çözüm eğer sonlu bir atom dizisini ele alırsak uygundur fakat sonsuz sayıda atomdan oluşan bir zincir için fiziksel olarak anlamsızdır. Gerçek bir durumu temsil edemeyen sonsuz sayıda genlik verecektir; ve sonsuz sayıda olasılık içerir. Daha sonra sanal bir k için anlamlı sonuçlar elde edeceğimiz bir örneği ele alacağız.

Denklem (13.13)'te verildiği gibi E enerjisi ile k dalga sayısı arasındaki ilişki Şekil 13-3'te gösterilmiştir. Şekilden göreceğiniz gibi enerji $k = 0$'da (E_0-2A)'dan $k=\pm\pi/b$'de (E_0+2A)'ya değişir. Grafik pozitif A değerleri için çizilmiştir; eğer A negatif olsaydı, eğri ters çevrilmiş olurdu fakat aralık değişmezdi. Önemli olan sonuç, enerjinin belirli bir "bant aralığında" geçerli olmasıdır. Varsayımımıza göre kristal içindeki bir elektron durağan durumdaysa bu bant aralığındaki değerden farklı bir değer alamayacaktır.

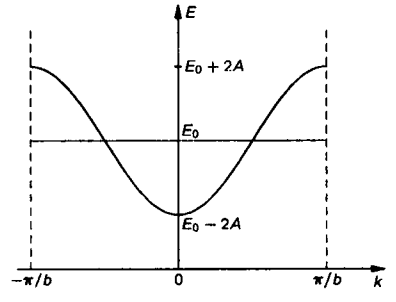
(13.13) denklemine göre en küçük k değeri düşük-enerjili durumla ilişkilidir; $E \approx (E_0-2A)$. k büyüdükçe (pozitif ya da negatif değerlere doğru) enerji başlangıçta artar fakat Şekil 13-3'te gösterildiği gibi $k=\pm\pi/b$'de maksimuma ulaşır. π/b'den büyük k değerleri için enerji yeniden düşmeye başlar. Fakat k'nın bu değerlerini dikkate almamıza gerek yoktur çünkü yeni bir durum vermezler; sadece küçük k değerleri için bulmuş olduğumuz durumları tekrar ederler. Bunu şu şekilde görebiliriz. $k = 0$ olan en düşük enerjili durumu ele alalım. $a(x_n)$ katsayısı bütün x_n'ler için aynıdır. Bu nedenle $k=2\pi/b$ için aynı enerjiyi elde ederiz. (13.10) denklemini kullanırsak

$$a(x_n) = e^{i(2\pi/b)x_n}$$

yazabiliriz. Bununla birlikte x_0 noktasını başlangıç olarak alırsak $x_n = nb$ olur ve $a(x_n)$ de

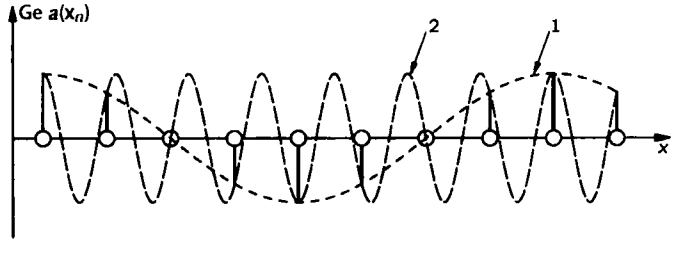
$$a(x_n) = e^{i2\pi n} = 1$$

olur. Bu $a(x_n)$ değerleri tarafından tanımlanan durumlar fiziksel olarak $k = 0$ için elde ettiklerimizle aynıdır. Farklı bir çözümü ifade etmez.



Şekil 13-3 k parametresinin bir fonksiyonu olarak durağan durum enerjileri.

Bir diğer örnek olarak k'nın $-\pi/4b$ olduğu durumu ele alalım. $a(x_n)$'nin gerçel kısmı Şekil 13-4'te 1 numaralı eğriyle gösterildiği gibi değişir. Eğer $k=7\pi/4b$ olsaydı $a(x_n)$'nin gerçel kısmı 2 numaralı eğriyle gösterildiği gibi değişirdi.



Şekil 13-4 Benzer fiziksel durumları gösteren k'nın iki değeri: 1. eğri $k = -\pi/4b$ ve 2. eğri $k = 7\pi/4b$ değeri içindir.

(Bütün kosinüs eğrileri elbette x_n noktadaki değerleri göstermekten başka bir anlama gelmez. Eğriler sadece işlerin nasıl yürüdüğünü anlamamıza yardımcı olur.) Her iki k değeri de x_n noktasındaki aynı genliği vermektedir.

Eğer k'yı belirli bir limitte alırsak problemimizin tüm olası çözümlerini elde etmiş oluruz. Şekil 13-3'te gösterildiği gibi ($-\pi/b$ ve $+\pi/b$ aralığı) belirli bir aralığı seçeceğiz. Bu aralıkta durağan durumların enerjisi k arttıkça düzgün bir şekilde artar.

Önemli bir noktayı daha vurgulamak istiyoruz. Elektronun sadece $iA/\hbar$ genliğine sahip en yakın komşusuna değil aynı zamanda genliği $iB/\hbar$ olan *diğer en yakın* komşusuna da sıçrayabildiğini düşünün. Çözümün yeniden $a_n = e^{ikx_n}$ biçiminde yazıldığını göreceksiniz; denklemin bu biçimi evrenseldir. Ayrıca dalga sayısı k olan durağan durumların ($E_0 - 2A\cos kb - 2B\cos 2kb$) enerjisine eşit olacağını da bulacaksınız. Bu durum E'ye karşı k grafiğindeki eğrinin şeklinin evrensel olmadığı fakat problem için ortaya konan özel varsayımlara bağımlı olduğu anlamına gelir. Her zaman bir kosinüs dalgası değildir; hatta bazı yatay eksenler boyunca bir simetriye sahip olmayabilirler. Bununla birlikte eğri $-\pi/b$ ve $+\pi/b$ aralığında kendini her zaman tekrarlar, bu nedenle diğer k değerleri için endişelenmemize gerek yoktur.

Şimdi de küçük k değerleri için ne olacağına bakalım; yani bir x_n değerinden diğerine genlikler oldukça yavaş değişir. Sıfır enerjisini $E_0 = 2A$ olarak seçtiğimizi düşünelim; Şekil 13-3'teki eğrinin minimum noktası sıfır enerjisi noktasıdır. Yeterince küçük k için

$$\cos kb \approx 1 - k^2b^2/2$$

yazabiliriz ve (13.13) denklemindeki enerji

$$E = Ak^2b^2 \tag{13.16}$$

haline gelir. Durum enerjileri, C_n genliğinin uzaysal değişimlerini tanımlayan dalga sayısının karesiyle orantılıdır.

13-3 Zaman bağımlı durumlar

Bu bölümde bir boyutlu örgüdeki durumların davranışını daha detaylı bir şekilde tartışacağız. Eğer bir elektronun x_n noktasındaki genliği C_n ise, bulunma olasılığı $|C_n|^2$'dir. (13.14) denklemiyle tanımlanan *durağan* durumlar için bu olasılık tüm x_n'ler için aynıdır ve zamanla değişmez. Belirli bir enerjiye sahip elektronun belirli bir bölgede konumlandığı varsayımını nasıl gösterebiliriz; veya neden belirli bir durumda bulunma ihtimali diğer durumlarda bulunma ihtimalinden daha olasıdır? Sadece belirli k değerleriyle farklılaşan –ve bu nedenle enerjileri de farklı olan– (13.14) denklemleri gibi bazı çözümlerin üst üste binebileceklerini varsayarak bunu yapabiliriz. En azından $t = 0$ anında C_n genliği farklı terimlerin girişimi nedeniyle konumla değişir, tıpkı farklı dalga boylarına sahip dalgalar birbirleriyle karıştığında bir titreşim hissetmemiz gibi (I. Cilt, 48. Bölümde tartıştığımız gibi). Bu nedenle baskın bir k_0 dalga sayısına sahip bir "dalga paketi" oluşturabiliriz bununla birlikte diğer dalga sayıları da k_0 değerine yakın olacaktır.*

Durağan durumların üst üste binmesi halinde farklı k değerlerine sahip genlikler birbirlerinden farklı enerjilere sahip durumları ve bu nedenle farklı frekanslara sahip durumları resmedecektir. Bu nedenle bütün C_n girişim motifi zamanla değişecektir; bir "vuru" motifi olacaktır. I. Cilt, 48. Bölümde görmüş olduğumuz gibi vuruların tepeleri [$|C_n|^2$'nin büyük olduğu yerler, zaman geçtikçe x ekseni boyunca hareket edecektir; "grup hızı" adını verdiğimiz bir hızla hareket edecektir. Grup hızının k ve frekansın değişimiyle ilişkili olduğunu bulmuştuk:

$$v_{\text{grup}} = \frac{d\omega}{dk} \tag{13.17}$$

* Dalga paketinin çok dar olmaması şartıyla.

Benzer türev aynı şekilde bu duruma da uygulanabilir. "Küme" halinde bulunan bir elektron –yani C_n genliğinin Şekil 13-5'te gösterilene benzer şekilde uzayda değiştiği durum– bir boyutlu "kristalimizde" $d\omega/dk$ hızına eşit bir v hızıyla hareket eder; burada $\omega = E/\hbar$. E için (13.16) denklemini kullanırsak

$$v = \frac{2Ab^2}{\hbar} k \tag{13.18}$$

elde ederiz. Diğer bir deyişle elektronlar k'yla orantılı bir hızda hareket ederler. Bu nedenle (13.16) denklemi, bunun gibi bir elektronun enerjisinin, hızın karesiyle orantılı olduğunu söyler; *klasik bir parçacık gibi davranır*. Aşırı ince yarılmaları göremeyeceğimiz ölçekleri incelediğimiz sürece, kuantum mekanik resmimiz klasik fiziğe benzer sonuçlar verecektir. Aslında (13.18) denkleminden k'yı çözüp (13.16)'da yerine yazarsak

$$E = \frac{1}{2} m_{\text{etkin}} v^2 \tag{13.19}$$

elde ederiz, burada m_{etkin} bir sabittir. Elektronun bir paket içindeki ek "hareket enerjisi" klasik bir parçacıkta olduğu gibi hıza bağlıdır. m_{etkin} sabiti (etkin kütle)

$$m_{\text{etkin}} = \frac{\hbar^2}{2Ab^2} \tag{13.20}$$

olarak verilir. Ayrıca

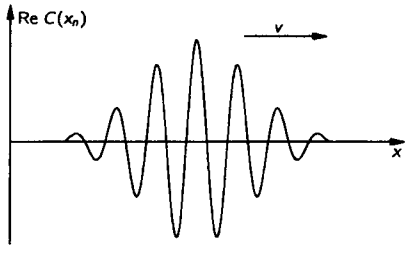
$$m_{\text{etkin}} v = \hbar k \tag{13.21}$$

olduğunu da vurgulamamız gerekir.

Eğer $m_{\text{etkin}} v$ çarpımını "momentum" olarak adlandırırsak, daha önce serbest bir parçacık durumunda tanımladığımız gibi k dalga sayısıyla orantılı olacaktır.

m_{etkin} teriminin elektronun kütlesiyle ilgili olmadığını belirtmemiz gerekir. Biraz farklıdır; gerçek bir kristalde genelde elektronun kütlesine yakın bir büyüklüğe sahip olsa da elektronun serbest uzaydaki kütlesinin 2 ila 20 katı civarındadır.

Böylece çok gizemli bir durumu, kristaldeki bir elektronun (germanyuma konan ek bir elektron gibi) nasıl kristalde düz bir şekilde yol alabildiğini ve bütün atomlara çarpmasına rağmen nasıl mükemmel bir şekilde kristal içinde hareket edebildiğini açıklayabildik. Atomdan atoma tıp-tıp-tıp giderken edindiği genlikleriyle bütün kristali kateder. Bu, katıların elektronu nasıl ilettiğini de açıklar.



Şekil 13-5 Benzer enerjili birçok durum üst üste bindiğinde $C(x_n)$'in gerçel kısmının x'in bir fonksiyonu olarak değişimi [b aralığı, gösterilen x ölçeğine kıyasla çok daha küçüktür].

13-4 Üç boyutlu bir örgüdeki elektron

Şimdi benzer fikirleri üç boyutlu bir örgüye uygulayarak neler olacağını göreceğiz. Sonuçlar oldukça benzerdir. Aralıkları üç yönde a, b, c olan atomların dikdörtgen örgüsünü göz önüne alalım. (Eğer kübik bir örgü isterseniz üç yöndeki aralığı birbirlerine eşit alabilirsiniz.) Ayrıca elektronun x-ekseni boyunca bir komşu bölgeye sıçrama genliği ($iA_x/\hbar$), y-ekseni boyunca bir komşu bölgeye sıçrama genliği ($iA_y/\hbar$) ve z-ekseni boyunca bir komşu bölgeye sıçrama genliği ($iA_z/\hbar$)'dir. Peki taban durumlarını nasıl tanımlayabiliriz? Bir boyutlu durumda olduğu gibi temel bir durum, elektronun konumu x, y, z olan bir atomdur; burada (x, y, z) örgü noktalarından birini tanımlamaktadır. Atomu başlangıç noktası olarak seçersek, bu noktalar

$$x = n_x a \qquad y = n_y b \quad \text{ve} \quad z = n_z c$$

olur. Burada n_x, n_y ve n_z herhangi bir tamsayıdır. Bunun gibi noktaları alt indisle göstermek yerine, değerlerini örgü noktalarında aldıklarının anlaşılması adına sadece x, y, z ile göstereceğiz. Böylece taban durumlarını $|x, y, z$ noktalarındaki elektron$\rangle$ biçiminde gösterebiliriz ayrıca bir elektronun $|\psi\rangle$ durumunda bulunma genliği $C(x, y, z) = \langle x, y, z$ noktalarındaki elektron$|\psi\rangle$ olur.

$C(x, y, z)$ zamanla değişir. Varsayımlarımızla birlikte Hamilton denklemini aşağıdaki gibi ifade edebiliriz:

$$i\hbar \frac{dC(x, y, z)}{dt} = E_0C(x, y, z) - A_xC(x + a, y, z) - A_xC(x - a, y, z) - A_yC(x, y + b, z) - A_yC(x, y - b, z) - A_zC(x, y, z + c) - A_zC(x, y, z - c) \tag{13.22}$$

Oldukça uzun görünmektedir, fakat her bir terimin nereden geldiğini görebilirsiniz.

C'nin zamanla benzer şekilde değiştiği durağan bir durum bulmaya çalışıyoruz. Çözüm yeniden üstel bir biçimdedir:

$$C(x, y, z) = e^{-iEt/\hbar}\, e^{i(k_xx + k_yy + k_zz)} \tag{13.23}$$

Eğer bu çözümü (13.22) denkleminde yerine yazarsak nasıl bir sonuç elde edileceğini görebilirsiniz fakat E enerjisinin k_x, k_y, k_z değerleriyle orantılı olması şartıyla:

$$E = E_0 - 2A_x \cos k_xa - 2A_y \cos k_yb - 2A_z \cos k_zc \tag{13.24}$$

Enerji üç dalga sayısına k_x, k_y, k_z bağlıdır ve bu dalga sayıları tıpkı üç boyutlu bir $\boldsymbol{k}$ vektörünün bileşeni gibidir. Aslında (13.23) denklemini vektör gösterimini kullanarak da yazabiliriz:

$$C(x, y, z) = e^{-iEt/\hbar}\, e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} \tag{13.25}$$

Genlik, $\boldsymbol{k}$ yönünde hareket eden üç boyutlu sanal *düzlem dalga* gibi değişir ve dalga sayısı $k = (k_x + k_y + k_z)^{1/2}$'dir.

Bu durağan durumlarla ilişkili olan enerji (13.24) denklemiyle verildiği gibi k vektörünün bileşenlerine bağlıdır. E'nin $\boldsymbol{k}$'yla değişiminin doğası A_x, A_y ve A_z'nin büyüklüğüne ve işaretine bağlıdır. Eğer hepsi pozitifse ve k'nın sadece küçük değerleriyle ilgileniyorsak bağımlılık görece basittir.

Daha önce (13.16) denklemini elde etmek için kosinüs fonksiyonunu açtığımız gibi yeniden seriye açarsak

$$E = E_{\min} + A_xa^2k_x^2 + A_yb^2k_y^2 + A_zc^2k_z^2 \tag{13.26}$$

elde ederiz.

Aralığı a olan kübik bir örgü için A_x, A_y ve A_z'nin eşit olmasını bekleriz; hepsine A dersek denklem

$$E = E_{\min} + Aa^2(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)$$

ya da

$$E = E_{\min} + Aa^2k^2 \tag{13.27}$$

haline gelir. Bu, Denk. (13.16)'yla aynıdır. Burada kullandığım yöntemi takip ederek üç boyuttaki bir elektron paketinin (neredeyse aynı enerjili çok sayıda durumun üst üste binmesi) benzer etkin kütleye sahip klasik bir parçacık gibi hareket ettiğini görebiliriz.

Küpten daha az simetriye sahip bir kristalde (ya da kübik bir kristaldeki her bir atomda bulunan elektron durumlarının simetrik olmadığı bir durum) A_x, A_y ve A_z farklıdır. Küçük bir bölgede konumlanmış olan bir elektronun "etkin kütlesi" *hareketin yönüne bağlıdır*. Örneğin x-yönündeki hareket eylemsizliği y-yönündeki eylemsizliğinden farklı olabilir. (Bunun gibi bir durumun detayları bazen "etkin kütle tensörü" kullanılarak açıklanabilir.)

13-5 Bir örgüdeki diğer durumlar

(13.24) denklemine göre haklarında konuşmakta olduğumuz elektron durumları belirli enerji "bantlarında" enerjiye sahip olabilirler. Bu enerji bant aralığı minimumdan

$$E_0 - 2(A_x + A_y + A_z)$$

maksimuma

$$E_0 + 2(A_x + A_y + A_z)$$

değişir.

Diğer enerjiler de mümkündür fakat elektron durumlarının farklı sınıflarına aittirler. Tanımladığımız durumlar için, elektronun kristalin belirli bir atomunda işgal ettiği taban durumlarını, örneğin en düşük enerjili durumu göz önüne alacağız.

Eğer boş uzayda bir atomunuz varsa ve bir iyon oluşturmak için bir elektron eklerseniz, iyonlar çok farklı şekilde oluşabilir. Elektronlar en düşük enerjili durumu meydana getirebilir ya da her biri en düşük enerjili durum üzerinde belirli enerjilere sahip "uyarılmış iyon durumları" oluşturabilir. Benzer şey kristalde de meydana gelebilir. İyonun olası en düşük enerjili taban durumlarına karşılık gelen bir E_0 enerjisini seçtiğimizi düşünelim. Ayrıca E_0 enerjisinin daha büyük olmasını garantilemek için, elektronun n. atomun yakınlarında konumlandığı bir yeni taban durumu kümesi de –iyonun uyarılmış durumlarından biri– hayal edebilirdik. Daha öncekiler gibi, elektronun atomların birindeki uyarılmış durumdan komşuluğundaki atomun uyarılmış durumuna sıçrama genliği vardır. Analizimiz öncekilere benzemektedir; daha yüksek enerjili bir enerji bandı elde ederiz. Genelde her biri farklı bir uyarılma durumuna karşılık gelen birçok enerji bandı vardır.

Farklı olasılıklar da mevcuttur. Elektronun, atomun uyarılmış bir durumundan komşuluğundaki atomun uyarılmamış durumuna sıçrama genlikleri de olabilir. (Bu durum bantlar arasındaki etkileşim olarak adlandırılır.) Çok daha fazla bandı hesaba katarsak kuramımız gittikçe daha karmaşık hale gelir ve durumlar arası geçişler için çok fazla katsayıya sahip oluruz. Bununla birlikte yeni bir fikir barındırmaz; denklemler basit örneğimiz için geliştirdiğimiz denklemlere benzer.

Artık kuramda karşımıza çıkan genlik gibi çeşitli katsayılar hakkında daha fazla konuşmayacağız. Genelde hesaplanmaları çok zordur bu nedenle kuramsal olarak haklarında çok az şey bilinmektedir ve gerçekçi herhangi bir durum için değerlerini sadece deneysel olarak belirleyebiliriz.

Kristal içinde hareket eden elektron örneğinde gördüğümüz gibi fizik ve matematiğin neredeyse aynı olduğu başka durumlar da vardır. Örneğin kristalimizin, her birinin dış kabuğundaki elektronların gevşek bir şekilde bağlı olduğu yüksüz atomlardan oluşan bir zincirden meydana geldiğini düşünelim. Bu durumda bir elektronu ortadan kaldırırsak hangi atom elektronunu kaybeder? C_n, x_n noktasındaki bir atomun elektron kaybettiği durumdaki genliği göstersin. Genel olarak elektron komşu bir atomdan, örneğin $(n-1)$'inci atomdan n'inci atoma sıçrarsa, $(n-1)$'inci atomdan elektron eksiltme genliği $iA/\hbar$ olur. Bu durum "kayıp elektronun" n'inci atomdan $(n-1)$'inci atoma sıçrama genliğiyle aynıdır. Denklemlerin tam olarak aynı olduğunu görebilirsiniz; elbette A daha önce bulduklarımızla aynı olmak zorunda değildir. Yeniden enerji düzeyleri için, kristal içinde (13.18) denkleminde verilen grup hızıyla hareket eden olasılık dalgaları, etkin kütle, vb için benzer denklemleri elde edeceğiz. Şimdi dalgalar sadece *kayıp elektronun* –ya da "deşiğin"– davranışını açıklamaktadır. Diğer bir deyişle, bir "deşik" kütlesi m_{eff} olan bir parçacık gibi davranır. Bu parçacığın pozitif bir yüke sahip olduğunu göreceğiz. Bir sonraki bölümde bunun gibi deşikler hakkında daha çok şey söyleyeceğiz.

Bir diğer örnek olarak uyarılmış durumlarda bulunan benzer *yüksüz atomlardan* meydana gelmiş bir zinciri ele alalım; yani normal taban durum enerjisinden daha büyük enerjili durumları ele alacağız. Şimdi C_n uyarılmış n'inci atomun genliğidir. Ek enerjiyi vererek komşuluğundaki atomla etkileşebilir ve taban durumuna dönebilir. Bu sürecin genliği $iA/\hbar$ olsun. Matematiğin değişmediğini görüyorsunuz. Şimdi hareket eden parçacık bir *ekziton*dur. Kristal boyunca hareket eden ve uyarılma enerjisi taşıyan yüksüz bir parçacık gibi davra-

nır. Bunun gibi bir hareket, fotosentez, görme gibi biyolojik süreçlerde ortaya çıkabilir. Retinada ışığın soğrulması belirli periyodik yapılar (I. Cilt 36. Bölümde tanımladığımız çubuk hücreleri gibi; Şekil 36-5) boyunca hareket eden ve kimyasal tepkimelerin tetiklenmesi için kullanılan bir "ekziton" üretebilir.

13-6 Örgüdeki kusurlardan saçılma

Şimdi de mükemmel olmayan bir kristaldeki tek bir elektronun durumunu ele alacağız. Daha önceki analizlerimizden biliyoruz ki, mükemmel kristaller mükemmel iletkendir; yani elektronlar kristal boyunca sürtünme olmadan boşluktaki gibi akabilir. Elektronu durduran en önemli şeylerden biri kristaldeki düzensizlik ya da kusurlardır. Örneğin kristaldeki bir yerde bir atomun eksik olduğunu düşünün; ya da atomlardan birinin kristalde yanlış bir yere konduğunu farz edin. E_0 enerjisi ya da A genliği farklı olabilir. Peki meydana gelecek olayları nasıl tanımlayabiliriz?

Daha anlaşılır olması için bir boyutlu duruma geri döneceğiz ve numarası "sıfır" olan atomu "katışık" bir atom olarak ele alacağız ve diğer atomların herhangi birinden farklı bir E_0 enerjisine sahip olduğunu varsayacağız. Bu enerjiyi $(E_0 + F)$ olarak adlandıralım. Ne olur? Bir elektron "sıfır" numaralı atoma geldiğinde elektronun geri saçılma olasılığı da vardır. Eğer elektron bir dalga paketi şeklinde hareket ediyorsa ve her şeyin farklı olduğu bir yere ulaşıyorsa bazıları düz bir şekilde yollarına devam eder bazıları da geri saçılır. Bir dalga paketini kullanarak bunun gibi bir durumu açıklamak oldukça zordur, çünkü her şey zamanla değişir. Durağan-dalga çözümleriyle çalışmak çok daha kolaydır. Bu nedenle, iletilen ve geri yansıyan durumlara sahip sürekli dalgalardan meydana gelen durağan durumları ele alacağız. Üç boyutta yansıyan kısımları saçılan dalgalar olarak adlandırabiliriz çünkü farklı yönlere doğru saçılırlar.

(13.6) denklemlerine benzer bir dizi denklemle işe başlayacağız fakat $n = 0$ denklemi geri kalan denklemlerden farklı olacaktır. $n = -2, -1, 0, +1, +2$ denklemleri aşağıdaki biçime benzer:

$$\begin{aligned}
&\vdots && \vdots \\
Ea_{-2} &= E_0a_{-2} - Aa_{-1} - Aa_{-3} \\
Ea_{-1} &= E_0a_{-1} - Aa_0 - Aa_{-2} \\
Ea_0 &= (E_0 + F)a_0 - Aa_1 - Aa_{-1} \\
Ea_1 &= E_0a_1 - Aa_2 - Aa_0 \\
Ea_2 &= E_0a_2 - Aa_3 - Aa_1 \\
&\vdots && \vdots
\end{aligned} \tag{13.28}$$

Elbette $|n|$ için bütün diğer denklemler 2'den büyüktür. Hâlâ (13.6) denklemine benzemektedir.

Genel durumda elektronun "sıfır" numaralı atomdan saçılma ya da sıçrama genliği için farklı bir A kullanmak zorundayız, fakat meydana gelen şeyler tüm A ifadelerinin eşit olduğu basitleştirilmiş bir örnekte meydana gelenlere benzer.

(13.10) denklemi "sıfır" atom numaralı denklem dışında bütün denklemlerin çözümünü içerir; sadece tek bir denklem doğru değildir. Farklı bir denkleme ihtiyacımız var. (13.10) denklemi pozitif x-yönünde hareket eden bir dalgayı gösterir. Negatif x-yönünde hareket eden bir dalga aynı çözüme sahiptir ve

$$a(x_n) = e^{-ikx_n}$$

şeklinde yazılır.

(13.6) denklemi için alacağımız en genel çözüm ileri ve geri hareket eden dalgaların bir kombinasyonu biçiminde ifade edilir:

$$a_n = \alpha e^{ikx_n} + \beta e^{-ikx_n} \tag{13.29}$$

Bu çözüm x-yönünde hareket eden α genlikli sanal bir dalgayı ve $-x$ yönünde hareket eden β genlikli bir dalgayı göstermektedir.

Şimdi yeni problemimiz için bir dizi denkleme göz atacağız; diğer atomları tanımlayan denklemlerle birlikte (13.28) denklemleri. $n \leq -1$ için a_n'i içeren denklemlerin hepsi, k, E ve örgü aralığı b arasında aşağıdaki ilişki sağlandığı sürece, (13.29) denklemleri tarafından sağlanır:

$$E = E_0 - 2A\cos kb \tag{13.30}$$

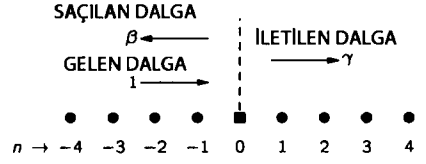
α genlikli "gelen" dalga, sol taraftan "sıfır" numaralı atoma ("saçıcı") yaklaşan dalgayı ve β genlikli "saçılan" ya da "yansıyan" dalga da sola doğru geri yansıyan dalgayı göstermektedir. Eğer gelen dalganın α genliğini 1'e eşitlersek genelliği kaybetmemiş oluruz. O zaman β genliği sanal bir sayı olur.

Söylediğimiz her şey $n \leq 1$ durumundaki a_n'leri tanımlayan denklemler için benzerdir. Katsayılar farklı olabilir, bu nedenle çözümü aşağıdaki biçimde ifade edeceğiz:

$$a_n = \gamma e^{ikx_n} + \delta e^{-ikx_n} \qquad n \geq 1 \text{ için} \tag{13.31}$$

Burada γ, sağa giden dalga genliğini, δ ise sağdan gelen dalga genliğini gösterir. Başlangıçta soldan harekete geçen bir dalgayı içeren *fiziksel* durumu ve saçıcıdan öteye yalnızca bir "iletilen" dalgayı ele alacağız; ya da katışık atomu. δ=0 olan bir çözümü arayacağız. Aşağıdaki çözümlerin yardımıyla, (13.28) denkleminin ortasındaki denklem dışında, a_n için bütün denklemleri kesinlikle sağlayabiliriz:

$$\begin{aligned} a_n\ (n < 0 \text{ için}) &= e^{ikx_n} + \beta e^{-ikx_n} \\ a_n\ (n > 0 \text{ için}) &= \gamma e^{ikx_n} \end{aligned} \tag{13.32}$$



Şekil 13-6 n = 0'da bir "kusur" içeren bir boyutlu örgüdeki dalgalar.

Hakkında konuştuğumuz durum Şekil 13-6'da gösterilmiştir.

a_{-1} ve a_{+1} için Denk. (13.32)'yi kullanarak, (13.28)'in ortasındaki denklem a_0 için ve iki γ ve β katsayısı için bir çözüm elde etmemizi sağlar. Böylece tam bir çözüm elde edebiliriz. $x_n = nb$ seçersek aşağıdaki üç denklemi elde ederiz:

$$\begin{aligned} (E - E_0)\{e^{ik(-b)} + \beta e^{-ik(-b)}\} &= -A\{a_0 + e^{ik(-2b)} + \beta e^{-ik(-2b)}\} \\ (E - E_0 - F)a_0 &= -A\{\gamma e^{ikb} + e^{ik(-b)} + \beta e^{-ik(-b)}\} \\ (E - E_0)\gamma e^{ikb} &= -A\{\gamma e^{ik(2b)} + a_0\} \end{aligned} \tag{13.33}$$

E'nin k cinsinden (13.30) denklemiyle ifade edildiğini unutmayın. Eğer E için bu değeri denklemde yerine yazarsak ve $\cos x = \frac{1}{2}(e^{ix} + e^{-ix})$ olduğunu hatırlarsak, ilk denklemden

$$a_0 = 1 + \beta \tag{13.34}$$

ve üçüncü denklemden

$$a_0 = \gamma \tag{13.35}$$

elde ederiz. Bu iki denklemden de

$$\gamma = 1 + \beta \tag{13.36}$$

yazabiliriz.

Bu denklemler, iletilen dalganın (γ), başlangıçta gelen dalga (1) ve yansıyan dalganın (β) toplamı olduğunu göstermektedir. Bu her zaman doğru değildir fakat sadece bir atomdan saçılma durumunu doğru bir şekilde açıklar. Eğer çok sayıda katışık atom varsa, ileri doğru hareket eden dalgaya eklenen miktar, yansıyan dalgaya eklenen miktarla aynı olmayabilir.

(13.33)'ün ortasındaki denklemi kullanarak yansıyan dalgaların β genliğini bulabiliriz;

$$\beta = \frac{-F}{F - 2iA\sin kb} \tag{13.37}$$

Farklı bir atoma sahip bir örgü için tam bir çözüm elde etmiş olduk.

(13.34) denkleminde ortaya çıktığı gibi, iletilen dalganın gelen dalgadan nasıl "daha fazla" olduğu konusunu merak ediyor olabilirsiniz. γ ve β'nın karmaşık sayılar olduğunu ve bir dalgadaki parçacık sayısının (ya da bir parçacığın bulunma olasılığı) genliğin mutlak değer karesiyle orantılı olduğunu unutmayın. Aslında şayet

$$|\beta|^2 + |\gamma|^2 = 1 \tag{13.38}$$

sağlanıyorsa "elektronların korunumu" sağlanır. Çözümümüz için bunun doğru olduğunu gösterebilirsiniz.

13-7 Örgü kusurunda tuzaklanma

Eğer F negatif bir sayıysa bir diğer ilginç durum ortaya çıkar. Eğer katışık atomdaki elektronun enerjisi ($n = 0$) diğerlerinden daha düşükse, elektron bu atom tarafından tutulabilir. Yani $(E_0 + F)$, $(E_0 - 2A)$'daki bandın en altından daha aşağıdaysa, elektron $E < E_0 - 2A$ koşulunu sağlayan bir durumda "tuzaklanabilir." Buna benzer bir sonucu şu ana kadar elde etmemiştik. Bununla birlikte buna benzer bir sonucu, (13.10) çözümündeki k'yı sanal bir sayı olarak ele aldığımızda elde edebiliriz. Şimdi $k = \pm i\kappa$ olsun. Yeniden $n < 0$ ve $n > 0$ için farklı çözümler elde ederiz. $n < 0$ için olası bir çözüm

$$a_n \ (n < 0 \text{ için}) = ce^{+\kappa x_n} \tag{13.39}$$

şeklindedir. Üsteldeki işareti artı işaretli olarak aldık; aksi takdirde n'nin büyük negatif değerleri için genlik sonsuz olurdu. Benzer bir şekilde $n > 0$ için olası bir çözüm

$$a_n \ (n > 0 \text{ için}) = c'e^{-\kappa x_n} \tag{13.40}$$

şeklindedir.

Eğer bu çözümleri (13.28) denklemlerinde yerine yazarsak

$$E = E_0 - A(e^{\kappa b} + e^{-\kappa b}) \tag{13.41}$$

şartıyla, ortadaki üç denklem dışında eşitlikler sağlanır.

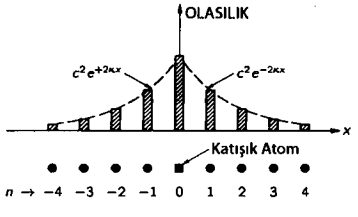
İki üstel terimin toplamı her zaman 2'den büyük olduğu için, bu enerji düzenli bandın aşağısındadır ve bu da aradığımız şeydir. (13.28)'de $a_0 = c = c'$ ve κ

$$-F = A(e^{\kappa b} - e^{-\kappa b}) \tag{13.42}$$

olacak şekilde seçilirse, geriye kalan üç denklem de sağlanır. Bu denklemi (13.41) denklemiyle birleştirirsek tuzaklanmış elektronun enerjisini bulabiliriz;

$$E = E_0 - \sqrt{4A^2 + F^2} \tag{13.43}$$

İletim bandının altında bir yere konumlanan tuzaklanmış elektron tek bir enerjiye sahiptir.



Şekil 13-7 Katışık atom yakınlarında tuzaklanan bir elektronun atomik ölçeklerde göreli bulunma olasılıkları.

(13.39) ve (13.40) denklemlerinde bulduğumuz genliklerin, tuzaklanmış elektronun tam katışık atomun üzerinde bulunduğunu *söylemediğini* belirtelim. Elektronun yakınlardaki atomlarda bulunma genlikleri bu genliklerin karesiyle belirlenir. Özel seçilmiş parametreler için Şekil 13-7 grafiğinde gösterilen çubuklar gibi değişirler. Elektronun katışık bir atomun üzerinde bulunma olasılığı en büyüktür. Yakınlardaki atomlarda bulunma olasılıkları, katışık atomdan olan mesafeyle üstel olarak azalır. "Bariyer sızmasının" bir diğer örneğini de görmüş olduk. Klasik fiziğin bakış açısından elektron, tuzaklanma merkezindeki "deşik enerjisinden" uzaklaşmak için yeterli enerjiye sahip değildir. Fakat kuantum mekaniksel olarak sızma olasılığı vardır.

13-8 Saçılma genlikleri ve bağlı durumlar

Son olarak örneğimizi günümüz yüksek enerjili parçacık fiziğinde oldukça kullanılan bir noktayı göstermek için kullanabiliriz. Bu, bağlı durumlar ile saçılma genlikleri arasındaki ilişkidir. Pionların protonlardan saçılması için bir yol bulduğumuzu düşünelim; deney ve kuramsal analizin yardımıyla. O zaman yeni bir parçacık keşfedebiliriz ve belki de proton ile pionun bir arada bulunduğu bazı bağlı durumların olup olmadığını inceleyebiliriz (tıpkı elektronun bir protona bağlanarak bir hidrojen atomu meydana getirmesi gibi). Bağlı durumdan kastettiğimiz şey, iki serbest parçacığının sahip olduğundan daha düşük enerjiye sahip bir kombinasyondur.

İzinli bandın dışındaki enerji bölgeleri cebirsel olarak anlamlıysa (matematiksel terimlerle izah edersek "analitik olarak sürekli") saçılma genliklerinin sonsuz olduğu enerjilerde, bağlı bir durumun ortaya çıktığını söyleyen genel bir kuram vardır.

Bunun fiziksel nedeniyse şudur. Bağlı bir durumda, sadece bir noktaya bağlanmış dalgalar vardır ve o noktaya başka bir dalga gelmez; dalgalar kendi kendilerine var olurlar. "Saçılan" ya da yaratılan dalga ile "gönderilen dalga" arasındaki göreli oran sonsuzdur. Bu fikri örneğimizi kullanarak test edebiliriz. Saçılma genliğinin, saçılan parçacığın E enerjisi cinsinden (k cinsinden tarif etmek yerine) ifade etmek için (13.37) denklemini yeniden yazalım. (13.30) denklemi

$$2A\sin kb = \sqrt{4A^2 - (E-E_0)^2}$$

şeklinde yazılabildiği için, saçılma genliği

$$\beta = \frac{-F}{F - i\sqrt{4A^2 - (E-E_0)^2}} \tag{13.44}$$

olur. Bu denklem sadece gerçel durumlar için uygulanabilir: enerji bant aralığı $E = E_0 \pm 2A$ olan durumlar için. Fakat bu gerçeği unuttuğumuzu ve denklemimizi "fiziksel olmayan durumlara" ($|E - E_0| > 2A$) genişlettiğimizi düşünelim. Bu fiziksel olmayan bölgeler için

$$\sqrt{4A^2 - (E-E_0)^2} = i\sqrt{(E-E_0)^2 - 4A^2}$$

yazabiliriz.* O zaman saçılma genliği

$$\beta = \frac{-F}{F + \sqrt{(E-E_0)^2 - 4A^2}} \tag{13.45}$$

olur.

Şimdi şu soruyu soralım: β değerini sonsuz yapan (yani β'nın bir "kutba" sahip olacağı bir tanım) herhangi bir E enerjisi var mı? Evet F negatif olduğu sürece (13.45) denkleminin paydası

$$(E-E_0)^2 - 4A^2 = F^2$$

veya

$$E = E_0 \pm \sqrt{4A^2 + F^2}$$

olduğunda sıfır olacaktır. Eksi işareti, tuzaklanmış enerji için (13.43) denkleminde bulduğumuz enerjiyi verir.

Peki artı işaret neyi verir? İzinli enerji bandı üzerindeki bir enerjiyi verir. (13.28) denklemlerini çözdüğümüzde gözden kaçırdığımız diğer bağlı durumlar da vardır. Bu bağlı durum için enerji ve a_n genliklerini bulmayı size bırakıyoruz.

Saçılma ile bağlı durumlar arasındaki ilişki, yeni acayip parçacıklar hakkında deneysel gözlemleri anlamak için günümüz araştırmalarında kullanılan en önemli ipuçlarından birini sağlamaktadır.

---

* Burada seçilen köklerin işareti (13.39) ve (13.40) denklemlerindeki k'nın işaretiyle ilişkili teknik bir detaydır. Ayrıntılarına burada girmeyeceğiz.

14
YARIİLETKENLER

14-1 Yarıiletkenlerdeki deşikler ve elektronlar

Son yıllarda en önemli ve dramatik gelişmelerden biri, elektrik devrelerindeki teknik gelişmelere, transistör gibi, katı hal biliminin uygulanması olmuştur. Yarıiletken araştırmaları, kullanışlı özelliklerinin keşfedilmesine ve çok sayıda pratik uygulamanın ortaya çıkmasına neden olmuştur. Bu alan çok hızlı değiştiği için belki de bugün söylediklerimiz gelecekte doğru olmayacaktır. Kesinlikle tamamlanmamıştır. Bu malzemeler üzerine çalışılmasıyla gün geçtikçe yeni ve önemli keşiflere imza atılacaktır. Bu bölümü anlamanıza ihtiyaç yoktur fakat şu ana dek öğrendiklerimizin pratik dünyayla ilişkisini görmek oldukça ilginç olacaktır.

14-1 Yarıiletkenlerdeki deşikler ve elektronlar
14-2 Saf olmayan yarıiletkenler
14-3 Hail etkisi
14-4 Yarıiletken eklemler
14-5 Bir yarıiletken eklemde doğrultma
14-6 Transistör

Bilinen çok sayıda yarıiletken vardır fakat sadece en büyük teknik uygulama imkânına sahip olduğumuz yarıiletkenlere yoğunlaşacağız. Ayrıca bu iletkenler en iyi anlaşılanlardır ve haklarında daha fazla şey öğrendikçe diğerlerini de bir dereceye kadar anlama şansınız olacak. Günümüzde en çok kullanılan yarıiletkenler silikon ve germanyumdur. Bu elementler, atomların en yakın dört komşusuyla dört yüzlü bir bağa sahip olduğu bir tür kübik yapı olan elmas örgüde kristalize olurlar. Oda sıcaklıklarında elektriği iletiyor olmalarına rağmen, çok düşük sıcaklıklarda –neredeyse mutlak sıfır– yalıtkandırlar. Metal değildirler; *yarıiletken* olarak adlandırılırlar.

Referans: C. Kittel, *Introductin to Solid State Physics* [*Katı Hal Fiziğine Giriş*], John Wiley and Sons, Inc., New York 2. Basım Bölüm 13, 14 ve 18.

Eğer çok düşük sıcaklıklarda silikon ya da germanyum kristali içine ek bir elektron koyarsak, son bölümde tanımladığımız durumları elde ederiz. Elektron kristal içindeki bir durumdan diğerine amaçsızca dolaşabilir. Aslında sadece dikdörtgen bir örgüdeki elektronun davranışını inceleyeceğiz ve denklemlerimiz gerçek germanyum ya da silikon örgüleri için biraz farklı olacak. Bununla birlikte en önemli noktalar, dikdörtgen bir örgünün yardımıyla elde edeceğimiz sonuçlar kullanılarak tasvir edilecektir.

13. Bölümde gördüğümüz gibi elektronlar sadece *iletim bandı* olarak adlandırılan belirli enerji bantlarındaki enerjilere sahip olabilirler. Bu bant arasındaki enerji C olasılık genliğinin k dalga sayısıyla ilişkilidir ((13.24) denklemine bakınız):

$$E = E_0 - 2A_x \cos k_x a - 2A_y \cos k_y b - 2A_z \cos k_z c \tag{14.1}$$

Buradaki A'lar x-, y- ve z-yönlerinde sıçrama genlikleridir ve a, b ve c ise bu yönlerdeki örgü aralıklarıdır.

Bandın tabanı yakınlarındaki enerjiler için (14.1) denklemi yaklaşık olarak

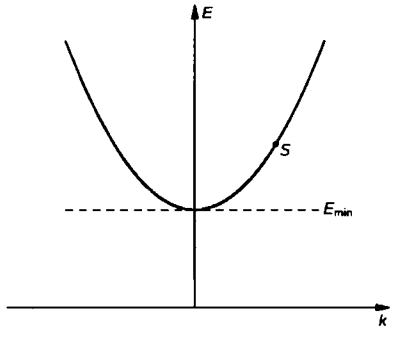
$$E = E_{\min} + A_x a^2 k_x^2 + A_y b^2 k_y^2 + A_z c^2 k_z^2 \tag{14.2}$$

yazılabilir (*Bkz.* Bölüm 13-4).

Eğer, k'nın bileşenlerinin her zaman aynı oranda olması için, elektron hareketini belirli bir yönde ele alırsak enerji dalga sayısının karesi biçiminde olur: elektronun momentumunda gördüğümüz gibi. O zaman

$$E = E_{\min} + \alpha k^2 \tag{14.3}$$

yazabiliriz, burada α bir sabittir ve Şekil 14-1'deki gibi E'ye karşı k grafiğini çizebiliriz. Buna benzer bir grafiği "enerji diyagramı" olarak adlandıracağız. Belirli bir enerji ve momentuma sahip bir elektron, şekilde S olarak adlandırılan bir noktanın yardımıyla gösterilebilir.



Şekil 14-1 Yalıtkan bir kristaldeki bir elektron için enerji diyagramı.

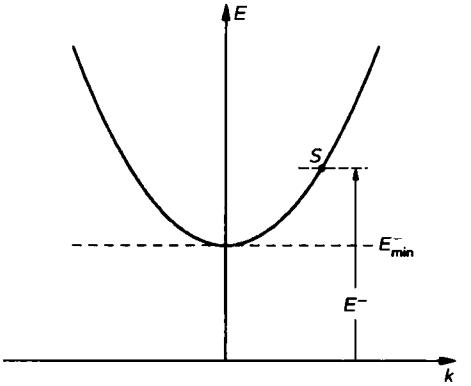
13. Bölümde belirttiğimiz gibi, eğer yüksüz bir yalıtkandan bir elektronu *uzaklaştırırsak* benzer bir durum elde ederiz. O zaman elektron yakınında bulunan bir atoma sıçrayabilir ve "deşiği" doldurabilir. Bu davranışı, herhangi bir atomdaki *deşiğin* bulunma genliğini belirleyerek ve *deşiğin* bir atomdan diğerine sıçradığını varsayarak açıklayabiliriz. (Deşiğin a atomundan b atomuna A sıçrama genliği, deşiğin b atomundan a atomuna sıçrama genliğine eşittir.) Matematik, ek bir elektronun varlığında olduğu gibi deşik söz konusu olduğunda da aynıdır ve deşiğin enerjisini, tıpkı (14.1) ve (14.2) denklemlerine benzer bir denklem sayesinde dalga sayısına bağlı olarak belirleyebiliriz, fakat elbette A_x, A_y ve A_z genlikleri için farklı sayısal değerler elde edilecektir. Deşik, olasılık genliğinin dalga sayısıyla ilişkili bir enerjiye sahiptir. Enerjisi sınırlandırılmış bir bant aralığındadır ve bandın tabanı civarında enerjisi, tıpkı Şekil 14-1'de gösterildiği gibi dalga sayısının ya da momentumun karesiyle değişir. Bölüm 13-3'teki fikirleri izleyerek ayrıca belirli bir etkin kütleye sahip *klasik bir parçacık gibi davranan deşikleri* bulabiliriz; bununla birlikte kübik olmayan kristallerde kütle hareketin doğrultusuna bağlıdır. Bu nedenle deşik kristal boyunca *pozitif yüklü bir parçacık gibi* hareket eder. Deşik-parçacığının yükü pozitiftir çünkü kayıp elektron bölgesini doldurur; ve bir yöne doğru hareket ettiğinde, aslında elektron zıt yöne doğru hareket etmiştir.

Eğer birkaç elektronu yüksüz bir kristalin içine koyarsak, düşük-basınçlı gaz atomları gibi hareket ederler. Eğer sayıları fazla değilse etkileşimleri çok önemli değildir. Eğer kristal boyunca etki eden bir elektrik alanı yerleştirirsek, elektronlar hareket etmeye ve elektrik akımı akmaya başlayacaktır. Nihayetinde eğer metal bir elektrot varsa hepsi kristalin bir bölgesine toplanacak ve kristali yüksüz hale getirecektir.

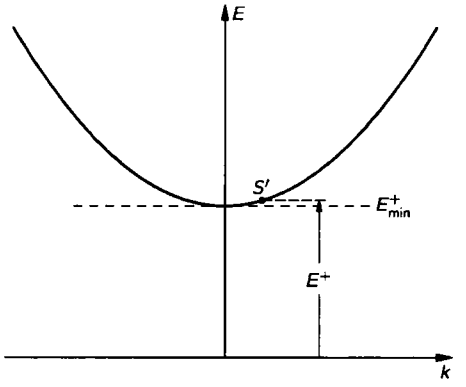
Benzer şekilde kristal içine çok sayıda deşik koyabiliriz. Manyetik alan olmadığı sürece rastgele dolaşacaklardır. Alanla birlikte negatif kutba doğru akarlar ve "bir araya toplanırlar"; aslında meydana gelen şey metal uçtan elektronların akmasıyla yüksüz hale gelmeleridir.

Ayrıca hem deşiğimiz hem de elektronumuz olabilir. Eğer sayıları fazla değilse serbest bir şekilde yollarına devam ederler. Bir elektrik alanının yardımıyla hep birlikte akıma katkı koyarlar. Bu nedenden dolayı, elektronlar *negatif taşıyıcılar* ve deşikler de *pozitif taşıyıcılar* olarak adlandırılır. Şu ana kadar elektronları kristale dışarıdan yerleştirdik ya da bir deşik yaratmak için kaldırdık. Ayrıca yüksüz bir atomdan bağlı bir elektronu uzaklaştırarak ve kristalde benzer bir uzaklığa koyarak bir elektron-deşik çifti "yaratmak" mümkündür. O zaman serbest bir elektron ve serbest bir deşiğimiz olur ve her ikisi de tanımladığımız gibi hareket eder.

Bir elektronu bir S durumuna koymak için gereken enerji –S durumunu yarattığımızı düşünüyoruz– Şekil 14-2'de gösterildiği gibi E^- enerjisidir. E^-_{min} enerjisinden biraz fazla bir enerji miktarıdır. Bir S' durumunda bir deşik "yaratmak" için gerekli enerji Şekil 14-3'te gösterildiği gibi, E^+_{min} enerjisinden daha büyük olan E^+ enerjisidir. Eğer S ve S' durumunda bir çift yaratmak istersek gerekli enerji miktarı $E^- + E^+$ kadardır.



Şekil 14-2 Serbest bir elektron "yaratmak" için gereken E^- enerjisi.



Şekil 14-3 S' durumunda bir deşik "yaratmak" için gereken E^+ enerjisi.

Bir çift yaratma işlemi oldukça yaygındır (daha sonra göreceğimiz gibi), çoğu insan Şekil 14-2 ve Şekil 14-3'ü aynı grafik üzerinde göstermeyi sever; *pozitif enerjiye* sahip olsalar da deşik enerjisi *aşağıya doğru* çizilir. İki grafiğimizi Şekil 14-4'te birleştirdik. Bu grafiğin avantajı, S durumundaki elektronu ve S' durumundaki deşiği içeren bir çift yaratmak için gerekli $E_{\text{çift}} = E^- + E^+$ enerjisini, Şekil 14-4'te gösterildiği gibi, S ile S' arasındaki dikey mesafe olarak gösterebilmemizdir. Bir çifti yaratmak için gereken minimum enerji, "aralık" enerjisi olarak adlandırılır ve $E^-_{\text{min}} + E^+_{\text{min}}$ toplamına eşittir.

Bazen insanların k değişkeniyle ilgilenmedikleri durumda çizdikleri ve enerji düzey diyagramı olarak adlandırılan daha basit bir diyagramı görmüş olabilirsiniz. Şekil 14-5'te gösterilen bunun gibi bir diyagram elektronlar ve deşikler için olası enerjileri gösterir.*

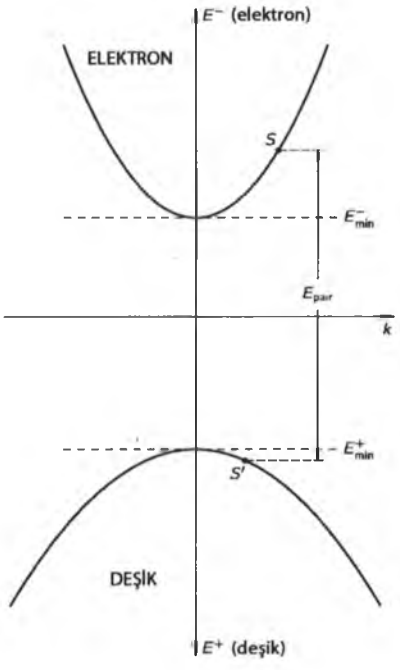
Bir elektron-deşik çifti nasıl yaratılabilir? Birçok yolu vardır. Örneğin ışık fotonları (ya da x-ışınları) soğrulabilir ve eğer fotonun enerjisi aralık enerjisinden büyükse bir çift yaratılabilir. Çiftlerin üretilme oranı ışığın yoğunluğuyla orantılıdır. Eğer kristale iki elektrot yerleştirirsek ve bir "ön gerilim" voltajı uygularsak, elektron ve deşikler elektrotta toplanır. Bu mekanizma foto-iletkenlik olgusundan ve foto-iletken hücrelerin işleme mekanizmasından sorumludur.

Elektron-deşik çifti ayrıca yüksek enerjili parçacıklar kullanılarak üretilebilir. Hızlı hareket eden yüklü bir parçacık –örneğin, birkaç on ya da yüz MeV enerjiye sahip bir proton ya da pion– bir kristale yollandığında elektrik alan, elektronları bağlı durumdan kopartarak bir elektron-deşik çifti yaratır. Bunun gibi bir olay her milimetrede yüz binlerce kere meydana gelir. Parçacıklar geçtikten sonra taşıyıcılar toplanır ve bir elektrik sinyali meydana getirirler. Bu mekanizma günümüzde nükleer fizik deneylerinde kullanılan yarıiletken sayaçlarda kullanılmaktadır. Bunun gibi sayaçlar yarıiletken olmak zorunda değildir, kristal yalıtkandan da yapılmış olabilirler. Aslında buna benzer sayaçların ilki, oda sıcaklığında yalıtkan olan bir elmas kristalinden yapılmıştı. Eğer elektron ve deşiklerin tuzaklanmadan serbestçe hareket etmeleri sağlanmak isteniyorsa çok saf kristaller kullanılmalıdır. Yarıiletken olarak silikon ve germanyum kullanılır çünkü büyük ölçeklerde (santimetre boyutunda) yüksek saflıkta üretilirler.

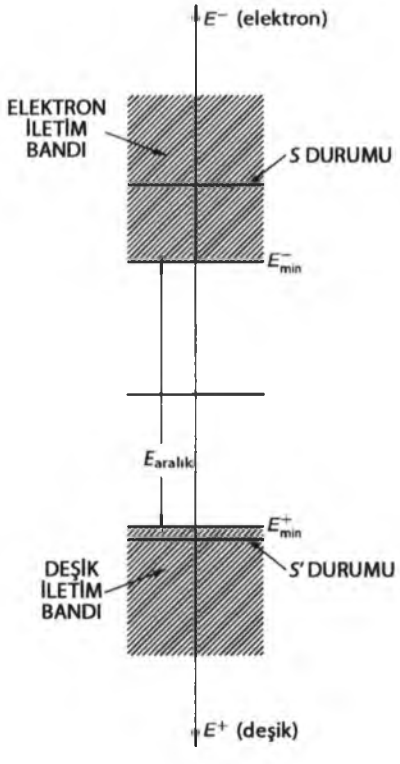
Şimdiye kadar mutlak sıfıra yakın sıcaklıklardaki yarıiletkenlerle ilgilendik. Herhangi bir sonlu sıcaklık değerinde de bir elektron-deşik çifti üretmenin yolları vardır. Çift enerjisi kristalin termal enerjisinden elde edilir. Kristalin termal salınımları enerjisini çifte aktarabilir: "kendiğinden" oluşum.

Enerjinin atomik bir ölçekte birim zamanda $E_{\text{aralık}}$ enerjisi kadar yoğunlaşma olasılığı $E^{-E_{\text{aralık}}/\kappa T}$ ifadesiyle orantılıdır, burada T sıcaklık ve κ Boltzmann sabitidir (*bkz.* Cilt I Bölüm 40). Mutlak sıfır civarında makul bir olasılık yoktur fakat sıcaklık arttıkça bunun gibi bir çiftin üretilme olasılığı da artar. Sonlu bir sıcaklıkta üretim sabit bir oranda sonsuza dek devam eder ve çok sayıda negatif ve pozitif taşıyıcı oluşur. Elbette bu süreç, elektron ve deşikler tesadüfen birbirlerini bulmaya başladıkça azalır; elektronlar deşiklere düşer ve artan enerji kristale iletilir. Elektron ve deşiğin birbirlerini "yok ettiğini" belirtelim. Bir deşiğin her saniye bir elektronla karşılaşarak birbirlerini yok etme olasılıkları vardır.

Eğer birim hacimdeki elektron sayısı N_n (n negatif taşıyıcılar için) ve pozitif taşıyıcıların yoğunluğu da N_p ise, bir elektronun ve deşiğin birim zamanda birbirlerini bularak yok etme şansı $N_n N_p$ çarpımıyla orantılıdır. Denge durumun-



Şekil 14-4 Bir elektronun ve bir deşiğin yakınlaşması için enerji diyagramı.



Şekil 14-5 Elektron ve delik için enerji düzey diyagramı.

* Çoğu kitapta benzer enerji diyagramları farklı bir şekilde yorumlanır. Enerji ölçeği sadece *elektronlar* içindir. Deşiğin enerjisini düşünmek yerine, sanki boşluk doluymuş gibi elektron enerjisini düşünürler. Bu enerji serbest elektron enerjisinden düşüktür; aslında Şekil 14-5'te gördüğünüz gibi çok az bir miktar düşüktür. Enerji ölçeğinin bu yorumuyla birlikte aralık enerjisi, elektronun bağlı durumdan iletim bandına gitmesi için gereken minimum enerji miktarı olarak tanımlanabilir.

da bu oran çiftlerin yaratılma oranına eşit olmalıdır. Denge durumunda N_nN_p çarpımının bir sabit çarpı Boltzmann faktörüne eşit olduğunu göreceğiz:

$$N_nN_p = \text{sabit}\ e^{-E_{\text{aralık}}/\kappa T} \tag{14.4}$$

Sabit derken neredeyse sabit olduğunu varsayıyoruz. Daha tam bir kuram –deşiklerin ve elektronların birbirlerini "bulmasının" daha detaylı bir açıklamasını içeren– "sabitin" sıcaklığa bağlı olduğunu gösterir fakat sıcaklığa daha büyük bağımlılık üstel fonksiyondadır.

Saf bir metalin başlangıçta yüksüz olduğu bir örneği ele alalım. Sonlu bir sıcaklıkta pozitif ve negatif taşıyıcıların eşit olmasını bekleriz, $N_n = N_p$. O zaman her biri sıcaklıkla $e^{-E_{\text{aralık}}/2\kappa T}$ şeklinde değişir. Bir yarıiletkenin çok sayıda özelliğinin değişimini –örneğin iletkenliği– esas olarak üstel faktör belirler çünkü diğerleri sıcaklıkla çok daha yavaş değişir. Germanyum için aralık enerjisi 0,72 eV ve silikon içinde 1,1 eV civarındadır.

Oda sıcaklığında κT yaklaşık olarak bir elektron voltun 1/40'ı kadardır. Bu sıcaklıklarda iletkenlik için yeterince deşik ve elektron vardır bununla birlikte sıcaklık 30°K iken –oda sıcaklığının onda biri– iletkenlik belli belirsizdir. Elmasın aralık enerjisi 6 ya da 7 eV'tur ve elmas oda sıcaklığında yalıtkandır.

14-2 Saf olmayan yarıiletkenler

Şu ana kadar ek elektronların ideal mükemmel kristal örgü içine koyulabilmesi için iki yöntemden bahsettik. Yöntemlerden biri elektronları dış bir kaynağı kullanarak enjekte etmekti, diğer yolsa yüksüz bir atomdan bir elektronu uzaklaştırarak kendiliğinden bir elektron ve deşik çifti yaratmaktı. Elektronu bir kristalin iletim bandına koymanın başka bir yolu daha vardır. Atomlarından birinin bir arsenik atomuyla yerdeğiştirdiği bir germanyum kristali hayal edin. Germanyum atomlarının değerliği 4'tür ve yapısı 4 değerlik elektronu tarafından kontrol edilir. Diğer yandan arsenik atomlarının değerliği 5'tir. Tek bir arsenik atomunun germanyum örgüsünde oturabilmektedir (çünkü neredeyse uygun boyuttadır) fakat böyle yaparak değerliği 4 olan bir atom gibi davranır; dört değerlik elektronunu kullanarak bir kristal bağ oluşur ve geriye bir elektron kalır. Bu ek elektron çok gevşek bir bağa sahiptir; bağlanma enerjisi bir elektron voltun 1/100'ü kadardır. Oda sıcaklıklarında elektron kolayca kristalin termal enerjisini toplayabilir ve kendiliğinden sıçrayabilir; örgü içerisinde serbest bir elektron gibi hareket edebilir. Arsenik gibi saf olmayan bir atom *verici bölge* olarak adlandırılır çünkü kristale negatif taşıyıcıları iletir. Eğer bir germanyum kristaline çok az miktarda arsenik eklenirse, arsenik verici bölgesi kristal boyunca yayılır ve kristal içinde belirli yoğunlukta negatif taşıyıcılar meydana gelir.

Bu taşıyıcıların, kristale küçük bir elektrik alan uygulanır uygulanmaz yayılacağını düşünebilirsiniz. Fakat böyle bir şey olmayacaktır çünkü kristaldeki arsenik atomlarının her biri pozitif yüke sahiptir. Eğer kristal yüksüz kalmaya devam ederse, negatif taşıyıcıların ortalama yoğunluğu verici bölgelerin yoğunluğuna eşit olmalıdır. Eğer bunun gibi bir kristalin uçlarına iki elektrot yerleştirirsek ve bir pille bağlarsak, akım geçecektir; fakat elektron taşıyıcılar bir uca sürükleneceği için yeni iletim elektronları elektrotun diğer ucunda toplanır böylece iletim elektronlarının ortalama yoğunluğu verici elektronların yoğunluğuyla neredeyse eşit olur.

Verici bölgeler pozitif yüklü oldukları için kristal içinde sürüklendikleri sürece bazı iletim elektronları tarafından yakalanabilirler. Bir verici bölge bu nedenle son bölümde tartıştığımıza benzer bir tuzak gibi davranır. Fakat tuzaklanma enerjisi yeterince düşükse –arsenikte olduğu gibi– belirli bir anda tuzaklanan taşıyıcıların sayısı toplamın küçük bir kısmı olacaktır. Yarıiletkenleri daha tam bir

şekilde anlayabilmek için bu tuzaklanmayı hesaba katmamız gerekir. Bununla birlikte tartışmamızın geri kalan kısmında tuzaklanma enerjisinin yeterince düşük olacağını ve sıcaklığın yeterince büyük olacağını ve verici bölgelerin elektronlarını verdiğini varsayacağız. Bu elbette sadece bir yaklaşımdır.

Ayrıca bir germanyum kristali içine alüminyum gibi değerliği 3 olup da saf olmayan bir atom eklenebilir. Alüminyum atomu ek elektronu çalarak değerliği 4 olan bir atom gibi davranır. Elektronu yakınlarındaki germanyum atomlarından çalabilir ve etkin değerliği 4 olan negatif yüklü bir atom gibi davranabilir. Elbette germanyum atomundan bir elektron çaldığında arkasında bir deşik bırakır; ve bu deşik kristal içinde pozitif yüklü bir parçacık gibi hareket edebilir. Bu şekilde bir deşik üretebilen katışık atom *alıcı* olarak adlandırılır, çünkü bir elektron "almıştır." Eğer germanyum ya da silikon kristaline az miktarda saf olmayan alüminyum eklenirse, kristal içinde pozitif taşıyıcı gibi davranan belirli miktarda deşik oluşur.

Bir yarıiletkene katışık bir verici ya da alıcı eklendiğinde, malzemenin "katkılı" olduğunu söyleriz.

Oda sıcaklığında, içinde saf olmayan verici bölgelerin olduğu bir germanyum kristalinde bazı iletim elektronlarına verici bölgelerin yanı sıra termal olarak tetiklenen elektron-deşik çifti tarafından katkı yapılır. Her iki kaynaktaki elektronlar aynıdır ve dengeye yol açan istatistiksel süreçlerde rol alan toplam N_n değerini verirler. Eğer sıcaklık çok düşük değilse saf olmayan (katışık) verici atomlar tarafından negatif taşıyıcıların sayısına yapılan katkı kabaca saf olmayan atomların sayısına eşittir. Dengede (14.4) hâlâ geçerli olmalıdır; verilen bir sıcaklıktaki N_nN_p çarpımı tanımlanır. Bu, eğer N_n değerini artıracak şekilde bazı verici bölgeler eklersek, pozitif taşıyıcıların N_p sayısının N_nN_p çarpımını değiştirmeyecek şekilde azalacağı anlamına gelir. Eğer safsızlık yoğunluğu yeterince yüksekse negatif taşıyıcıların N_n sayısı verici bölgelerin sayısıyla tanımlanır ve neredeyse sıcaklıktan bağımsızdır; üstel faktördeki tüm değişimler, N_n sayısından çok küçük olsalar da, N_p tarafından sağlanır. Saf olmayan verici bölgelerin küçük bir yoğunluğuna sahip saf kristaller çok sayıda negatif taşıyıcıya sahiptir; bunun gibi malzemeler "n-tipli" ayrı iletkenler olarak adlandırılır.

Eğer kristal örgüye alıcı-tipli bir safsızlık eklenirse, bazı yeni deşikler termal dalgalanmalar tarafından üretilen serbest elektronların bazılarını yok eder. Bu süreç (14.4) denklemi sağlanana dek devam eder. Denge koşulları altında pozitif taşıyıcıların sayısı artacaktır ve negatif taşıyıcıların sayısı azalacaktır böylece çarpımları sabit kalır. Fazla pozitif taşıyıcı barındıran malzemeler "p-tipli" yarıiletkenler olarak adlandırılır.

Eğer yarıiletken kristale iki elektrot koyarsak ve bir potansiyel farkı kaynağıyla birbirlerine bağlarsak, kristalin içinde bir elektrik alan meydana gelir. Elektrik alan pozitif ve negatif taşıyıcıların hareket etmesini sağlar ve bir elektrik akımı meydana gelir. İlk önce çok sayıda negatif taşıyıcı içeren n-tipli malzemelerde ne olacağına bakalım. Bunun gibi malzemeler için deşikleri ihmal edebiliriz; çok az oldukları için akıma çok az katkı yaparlar. İdeal bir kristalde engel olmaksızın kristal içinde hareket edebilirler. Sonlu bir sıcaklıktaki gerçek bir kristalde –özellikle bazı safsızlıklar barındıran kristallerde– elektronlar serbestçe hareket edemez. Başlangıçtaki yörüngelerinden kopacak şekilde sürekli çarpışırlar yani momentumları sürekli değişir. Bu çarpışmalar son bölümde tartıştığımız saçılmalara oldukça benzerdir ve kristal örgüde düzensizlikler meydana getirirler. Bir n-tipli malzemede elektronlar serbestçe hareket edemez. Başlangıçtaki yörüngelerinden kopacak şekilde sürekli çarpışırlar yani momentumları sürekli değişir. Bu çarpışmalar son bölümde tartıştığımız saçılmalara oldukça benzerdir ve kristal örgüde düzensizlikler meydana getirirler. Bir n-tipli malzemede saçılmaların ana sebebi taşıyıcıları üreten verici bölgelerdir. İletim elektronları verici bölgelerden farklı enerjilere sahip oldukları için olasılık dalgaları bu noktalardan saçılır. Mükemmel saf kristalde bile termal salınımlardan kaynaklanan düzensizlikler (herhangi bir sonlu sıcaklık-

ta) vardır. Klasik bakış açısından atomların düzenli bir örgü içinde bile tam olarak hizalanamadıklarını söyleyebiliriz fakat herhangi bir anda termal titreşimleri nedeniyle hafifçe yerlerinden kaymışlardır. 13. Bölümde tanımladığımız gibi örgünün her noktasına bağlı olan E_0 enerjisi, noktadan noktaya çok az değişir, bu nedenle dalgaların olasılık genliği mükemmel bir şekilde iletilmez fakat düzensiz bir tarzda saçılır. Yüksek sıcaklıklarda ya da çok saf malzemeler için bu saçılmalar önemli olabilir fakat pratik aygıtlar için kullanılan çoğu katkılı malzemede saf olmayan atomlar saçılmaya katkıda bulunur. Şimdi bunun gibi malzemelerin elektrik iletkenliğine dair bir tahmin yapmak istiyoruz.

n-tipli yarıiletkenlere bir elektrik alanı uygulandığında negatif taşıyıcıların her biri, verici alanların birinden saçılana dek hızlanır ve bu alanda ivmelenir. Termal enerjileri nedeniyle rastgele hareket eden taşıyıcılar elektrik alan çizgileri boyunca ortalama bir sürüklenme hızına sahip olurlar ve bu nedenle kristal boyunca bir akım meydana gelir. Sürüklenme hızı genelde termal hızlardan daha düşüktür böylece saçılmalar arasındaki ortalama zamanın sabit olduğunu varsayabiliriz. Negatif taşıyıcıların q_n etkin elektrik yüküne sahip olduğunu düşünelim. Bir $\mathcal{E}$ elektrik alanında taşıyıcıya etki eden kuvvet $q_n\mathcal{E}$'dir. I. Cildin 43-3 Bölümünde bu koşullar altında ortalama sürüklenme hızını hesaplamıştık ve F yüke etki eden kuvvet, τ çarpışmalar arasında ortalama serbest zaman ve m kütle olmak üzere $F\tau/m$ değerine eşit olduğunu görmüştük. Son bölümde hesapladığımız etkin kütleyi kullanmalıyız, fakat kabaca bir hesap yapmak istediğimiz için etkin kütlenin tüm yönlerde aynı olduğunu varsayacağız. Etkin kütleyi m_n olarak adlandıralım. Bu yaklaşıma göre ortalama sürüklenme hızı

$$v_{\text{sürüklenme}} = \frac{q_n\mathcal{E}\tau_n}{m_n} \tag{14.5}$$

olacaktır. Sürüklenme hızını bildiğimiz durumda akımı hesaplayabiliriz. Elektrik akım yoğunluğu j, sadece birim hacimdeki taşıyıcıların sayısı N_n çarpı ortalama sürüklenme hızı çarpı her taşıyıcının yüküne eşit olur. Bu nedenle akım yoğunluğunu aşağıdaki biçimde ifade edebiliriz;

$$j = N_n v_{\text{sürüklenme}}\, q_n = \frac{N_n q_n^2 \tau_n}{m_n}\mathcal{E} \tag{14.6}$$

Akım yoğunluğunun elektrik alanla orantılı olduğunu görüyoruz; bunun gibi yarıiletkenler Ohm yasasına uyarlar. j ile $\mathcal{E}$ arasındaki orantı katsayısı iletkenlik katsayısı olarak adlandırılır ve

$$\sigma = \frac{N_n q_n^2 \tau_n}{m_n} \tag{14.7}$$

olarak verilir.

n-tipli malzemeler için iletkenlik göreli olarak sıcaklıktan bağımsızdır. İlk olarak taşıyıcı sayısı N_n, kristaldeki vericilerin yoğunluğuna bağlıdır (sıcaklık çok düşük olmadığı sürece; çünkü çok sayıda taşıyıcının tuzaklanmasına neden olur). İkincisi çarpışmalar arasındaki ortalama zaman τ_n, sıcaklığa bağlı olmayan ve saf olmayan atomların yoğunluğu tarafından kontrol edilir.

Benzer fikirleri (14.7) denkleminde ortaya çıkan parametrelerin değerlerini değiştirerek p-tipli malzemelere de uygulayabiliriz. Eğer aynı anda hem pozitif hem de negatif taşıyıcılar varsa, her bir taşıyıcının katkısını hesaba katmamız gerekir. Toplam iletkenlik katsayısı bu nedenle

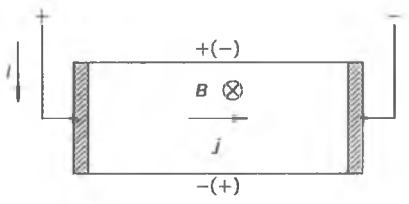
$$\sigma = \frac{N_n q_n^2 \tau_n}{m_n} + \frac{N_p q_p^2 \tau_p}{m_p} \tag{14.8}$$

olarak verilir.

Çok saf malzemeler için N_n ve N_p yaklaşık aynıdır. Katkılı bir malzemedekinden daha az olabilirler, bu nedenle iltkenlik daha azdır. Ayrıca sıcaklıkla çok hızlı değişirler (tıpkı $e^{-E_{\text{aralık}}/2\kappa T}$ gibi) bu nedenle iletkenlik sıcaklıkla çok hızlı değişir.

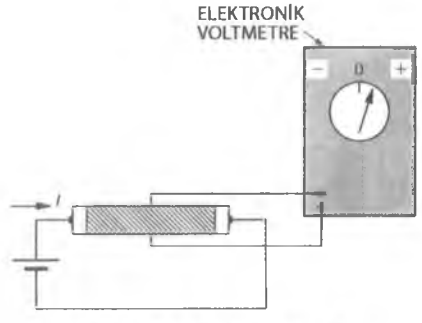
14-3 Hall etkisi

Elektronların göreli olarak serbest harekete edebildikleri bir maddede özel olan şey, elektrik akımının pozitif parçacıklar gibi davranan deşikler tarafından taşınmasıdır. Bu nedenle elektrik akımının kesinlikle pozitif taşıyıcılar tarafından taşındığını gösteren bir deneyi tanımlamak istiyoruz. Elimizde bir yarıiletken bloğu olsun –metal de olabilir– belirli bir yönde hareket eden akımı görmek için bir elektrik alan uygulayalım; örneğin Şekil 14-6'daki gibi olduğunu varsayalım. Şimdi de bloğa akıma dik açıda bir manyetik alan uygulayalım. Hareket eden parçacıklar bir manyetik kuvvet hisseder, $q(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$. Sürüklenme ya sağa ya da sola doğru olacağı için –taşıyıcıların yükünün işaretine bağlı olarak– taşıyıcılar üzerine etki eden ortalama manyetik kuvvet her zaman *yukarı doğrudur*. j yönünde hareket eden (sağa doğru) pozitif parçacıklar yukarı doğru etki eden bir kuvvet hissederler. Eğer akım negatif taşıyıcılar tarafından taşınmış olsaydı sola doğru hareket ederlerdi (iletim akımıyla aynı işarete sahip oldukları için) ve onlar da yukarı doğru bir kuvvet hissederlerdi. Bununla birlikte, kararlı bir durumda taşıyıcılar yukarı doğru hareket etmezler çünkü akım sadece soldan sağa doğrudur. Meydana gelen şey, birkaç yükün başlangıçta yukarı doğru hareket ederek yarıiletkenin üst yüzeyinde bir yüzey akım yoğunluğu meydana getirmesidir; böylece kristalin alt kısmında eşit fakat zıt yüklü bir yüzey akım yoğunluğu meydana gelir. Yükler, hareket eden yüklerin meydana getirdiği elektrik alanın ortalama manyetik alanı tam olarak ortadan kalkıncaya ve böylece kararlı akım yatay olarak hareket edene dek, alt ve üst yüzeyde birikir. Alt ve üst yüzeydeki yükler, Şekil 14-7'de gösterildiği gibi yüksek dirençli bir voltmetre tarafından ölçülebilen dikey bir potansiyel farkı üretir. Potansiyel farkın işareti akımdan sorumlu olan yüklerin işaretine bağlıdır.



Şekil 14-6 Hall etkisi taşıyıcılara etki eden manyetik kuvvetlerden kaynaklanır.

Bu deney ilk defa yapıldığında, potansiyel farkının işaretinin negatif olacağı varsayılmıştı. Bu nedenle insanlar bazı malzemelerde potansiyel farkı işaretinin ters yönlü olduğunu görünce oldukça şaşırdılar. Akım taşıyıcının pozitif yüklü bir parçacık olduğu ortaya çıkmıştı. Katkılı yarıiletkenler için yaptığımız tartışmalarda, bir n-tipli yarıiletkenin negatif taşıyıcılara uygun bir potansiyel fark işaretine sahip olduğunu ve bir p-tipli yarıiletkeninde zıt bir potansiyel farka neden olduğunu çünkü akımın pozitif yüklü deşikler tarafından taşındığını görmüştük.



Şekil 14-7 Hall etkisini ölçmek.

Hall etkisinin neden olduğu potansiyel farkının alışılmadık işareti bir yarıiletkenden ziyade bir metalde keşfedildi. Metallerde iletimin her zaman elektronlar tarafından yapıldığı varsayılıyordu; bununla birlikte berilyum için potansiyel farkın farklı bir işarete sahip olduğu görüldü. Şimdi belirli koşullar altında, iletimin deşikler tarafından yapıldığı yarıiletkenlerin yanı sıra metaller için de bu durumun mümkün olduğunu biliyoruz. Kristalde elektronlar hareket etseler de, elektrik ile momentum arasındaki ilişki ve dış alanların etkisi nedeniyle elektrik akımı pozitif yüklü parçacıklar tarafından taşınabilmektedir.

Şimdi Hall etkisinden kaynaklanan gerilim farkı için sayısal bir kestirimde bulunalım. Eğer Şekil 14-7'deki voltmetreden ihmal edilebilen bir akım geçiyorsa, yarıiletken içindeki yükler soldan sağa doğru hareket etmelidir ve eninemanyetik kuvvet, $\mathcal{E}_{en}$ olarak adlandırılan ("en" eki "enine" kelimesi yerine kullanılmaktadır) dikey bir elektrik alanı tam olarak yok etmelidir. Manyetik alan tarafından yok edilen bu elektrik alanı aşağıdaki biçimde ifade edebiliriz

$$\mathcal{E}_{en} = -\boldsymbol{v}_{\text{sürüklenme}} \times \boldsymbol{B} \tag{14.9}$$

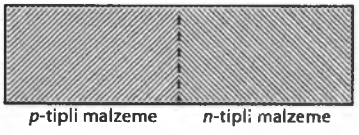
(14. 6) denkleminde verilen sürüklenme hızı ile elektrik akım yoğunluğu arasındaki ilişkiyi kullanarak

$$\mathcal{E}_{en} = -\frac{1}{qN} jB$$

yazabiliriz.

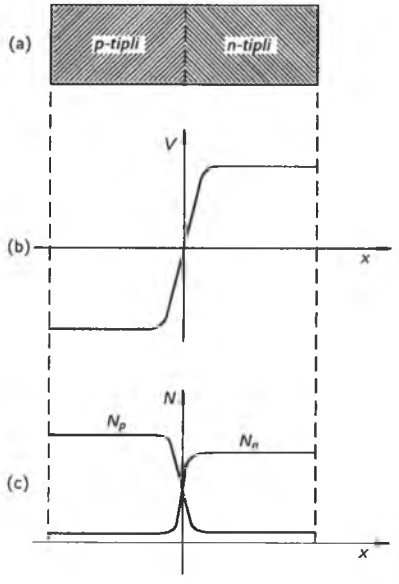
Kristalin altı ile üstü arasındaki potansiyel farkı elbette bu elektrik şiddeti çarpı kristalin uzunluğudur. Kristaldeki $\mathcal{E}_{en}$ elektrik şiddeti, akım yoğunluğu ve manyetik alan şiddetiyle orantılıdır. Orantı katsayısı $1/qN$ Hall katsayısı olarak adlandırılır ve genelde R_H sembolüyle gösterilir. Hall katsayısı taşıyıcı yoğunluğuna bağlıdır; taşıyıcılardan birinin daha yoğun olması şartıyla. Hall etkisini ölçmek, bu nedenle, bir yarıiletkendeki taşıyıcı yoğunluğunu deneysel olarak belirlemenin uygun bir yoludur.

14-4 Yarıiletken eklemler



Şekil 14-8 Bir *p-n* eklemi.

Şimdi de farklı iç yapısal özelliklere sahip –örneğin farklı miktarda katkı içeren– iki germanyum ya da silikon parçası aldığımızda ve birbirlerini "birleştirdiğimizde" ne olacağını göreceğiz. Bir tarafında *p*-tipli bir germanyum diğer tarafında *n*-tipli bir germanyum yarıiletkeni olan bir *p-n* eklemini ele alalım; Şekil 14-8'de gösterildiği gibi. Aslında iki farklı kristal parçasını bir araya getirmek ve atomik ölçeklerde birleştirmek çok pratik değildir. Bunun yerine eklemler, iki farklı bölge içeren tek bir kristal kullanılarak elde edilir. Bunun bir yolu, kristal yarısı kadar büyütüldükten sonra saf olmayan uygun bir katkının eklenmesidir. Diğer bir yolu da yüzeyin az miktarda saf olmayan bir maddeyle boyanmasıdır ve daha sonra saf olmayan atomların kristalin içine yayılması için kristalin ısıtılmasıdır. Sınır bölgeleri 10^{-4} santimetre uzunluğunda yapılsalarda bu yöntemlerle elde edilen kristal keskin bir sınıra sahip olmaz. Tartışmamız için kristalin iki farklı bölgesinin keskin bir sınıra sahip olacağını hayal edeceğiz.



Şekil 14-9 Yansız bir yarıiletken ekleminde elektrik potansiyel ve yük taşıyıcı yoğunluğu.

p-n eklemindeki *n*-tipli kenarda, serbestçe hareket edebilen elektronlar olduğu kadar, elektrik yüklerini dengeleyen sabit verici bölgeler de bulunur. *p*-tipli kenardaysa serbestçe hareket edebilen deşikler ve elektrik yükünü dengeleyen eşit sayıda negatif alıcılar bulunur. Aslında bu durum iki malzemeyi bir araya getirmeden önceki durumu tanımlar. Bir kere birleştiklerinde sınıra yakın bölgelerdeki durum değişmeye başlar. *n*-tipli malzemedeki elektronlar sınıra vardıklarında, serbest bir yüzeyde olduğu gibi geriye yansımazlar fakat *p*-tipli malzemeye doğru hareket ederler. *n*-tipli malzemedeki bazı elektronlar bu nedenle daha az elektrona sahip olan *p*-tipli malzemeye yayılma eğilimindedir. Bu sonsuza dek devam etmez çünkü *n*-tipli bölgeden elektron kaybettikçe net pozitif yük artmaya başlar ta ki *p*-tipli bölgeye elektronların yayılmasını geciktirici bir elektrik gerilimi uygulanana dek. Benzer şekilde *p*-tipli malzemedeki pozitif taşıyıcılar eklem boyunca *n*-tipli malzemeye doğru yayılırlar. Bunu yaptıklarında arkalarında fazla negatif yük bırakırlar. Denge koşulları altında net yayılma akımı sıfır olmalıdır. Bu durum, pozitif taşıyıcıların *p*-tipli malzemeye geri dönmelerinde ortaya çıkana benzer bir elektrik alanı doğurur.

Tanımladığımız iki yayılma süreci de kendiliğinden devam eder ve fark edeceğiniz gibi *p*-tipli malzemede pozitif yük birikmesine ve *n*-tipli malzemede de negatif yük birikmesine neden olur. Yarıiletkenin sonlu iletkenliği nedeniyle *p*-bölgesinden *n*-bölgesine potansiyel değişimi sınırın yakınlarında görece dar bir bölgede meydana gelir; malzemenin her bir bloğu aynı potansiyele sahip olacaktır. Şimdi *x*-ekseninin sınıra dik yönde olduğunu düşünelim. O zaman potansiyel 14-9(b)'de gösterildiği gibi *x*'le değişir. Ayrıca şeklin (c) kısmında *n*-taşıyıcılarının N_n yoğunluğunun ve *p*-taşıyıcılarının N_p yoğunluğunun beklenen değişimi gösterilmiştir. Eklemden uzak bölgelerde N_n ve N_p taşıyıcı yoğunlukları denge durumunda olduğu gibi olmalıdır; yani benzer sıcaklıkta her bir bölgenin ayrı ayrı sahip olduğu taşıyıcı miktarı kadar olmalıdır. (*p*-tipli malzeme-

nin n-tipli malzemeden daha fazlı katkı içerdiği bir eklemi şekilde gösterdik.) Eklemdeki potansiyel gradyanı nedeniyle, n-tipli bölgeye ulaşmak için bir potansiyel tepesini aşmak zorunda kalırlar. Bu, denge koşulları altında n-tipli malzemede p-tipli malzemeden daha az pozitif taşıyıcı olacağı anlamına gelir. İstatistiksel mekanik yasasını hatırlarsak, her iki bölgedeki p-tipli taşıyıcıların oranının aşağıdaki denklemle verileceğini görebiliriz:

$$\frac{N_p(n\text{–bölgesi})}{N_p(p\text{–bölgesi})} = e^{-q_pV/\kappa T} \tag{14.10}$$

Üstelin payındaki q_pV çarpımı, bir V potansiyeli yardımıyla bir q_p yükünü taşımak için gereken enerji miktarıdır.

Benzer bir denklemi n-tipli taşıyıcıların yoğunluklarını ifade etmek için de yazabiliriz;

$$\frac{N_n(n\text{–bölgesi})}{N_n(p\text{–bölgesi})} = e^{-q_nV/\kappa T} \tag{14.11}$$

Eğer her iki malzemedeki denge durumunu biliyorsak, yukarıdaki iki denklemden birini eklem boyunca potansiyel farkını belirlemek için kullanabiliriz.

(14.10) ve (14.11) denklemlerinin V potansiyel farkı için aynı değeri vereceğini belirtmeliyiz çünkü N_nN_p çarpımı p-bölümünde ve n-bölümünde aynı olmalıdır. ($q_n = -q_p$ olduğunu hatırlayınız.) Bununla birlikte daha önce bu çarpımın sıcaklığa ve kristalin aralık enerjisine bağlı olduğunu görmüştük. Kristalin her iki tarafının aynı sıcaklıkta olması şartıyla her iki denklem aynı potansiyel fark değerine sahiptir.

Bir tarafından diğer tarafına potansiyel farkı olduğu için kristal pil gibi davranır. Belki de p-tipli bölgeyi n-tipli bölgeyle bir kablo yardımıyla bağlarsak bir elektrik akımı elde edilecektir. Bu oldukça güzeldir çünkü akım bir malzeme kullanmaksızın sonsuza dek akmaya devam edecektir ve böylece termodinamiğin ikinci yasasını çiğneyen sonsuz bir enerji kaynağına sahip olurduk! Bununla birlikte p-bölgesini ve n-bölgesini bir kabloyla bağladığımızda elektrik akımı olmayacaktır. Bunun nedenini görmek kolaydır. İlk olarak katkısız bir malzemeden yapılan bir kablomuz olsun. Eklemin p-tipli tarafına bu kabloyu bağladığımızda, bağlanılan bu yerde de bir potansiyel farkı oluşur; p-n eklemi boyunca potansiyelin yarısı düşer. Bütün eklemlerde potansiyel farkı devrede net bir akım olmayacak şekilde kendini ayarlar. n-p ekleminin her iki bölgesini hangi tür kabloyla bağlarsanız bağlayın, iki yeni eklem elde edersiniz ve bütün eklemler benzer sıcaklıklarda oldukları sürece eklem yerlerindeki potansiyeller birbirlerini dengeler ve devrede hiçbir akım gözlenmez. Bununla birlikte eğer bazı eklem bölgelerindeki sıcaklık diğerlerinden farklı olursa akım akacaktır. Eklemlerin bazıları ısınacak diğerleri de bu akım nedeniyle soğuyacaktır ve termal enerji kinetik enerjiye dönüşecektir. Bu etki, termoelektrik üreteçlerdeki sıcaklıkları ölçmek için kullanılan ısıl-çiftlerin çalışmasından sorumludur. Benzer etki ayrıca küçük buzdolapları üretmek için de kullanılmaktadır.

Eğer bir n-p ekleminin iki bölgesi arasındaki potansiyel farkını ölçemiyorsak, potansiyel farkının gerçekten Şekil 14-9'daki gibi olduğundan nasıl emin olabiliriz? Yollardan biri ekleme ışık yollamaktır. Işık fotonları soğrulduğunda bir elektron-deşik çifti üretirler. Eklemde ortaya çıkan büyük bir elektrik alanda (Şekil 14-9'un potansiyel eğrisinin eğimine eşit) deşikler p-tipli bölgeye sürüklenirler ve elektronlar da n-tipli bölgeye sürüklenirler. Eğer eklemin her iki bölgesi dış bir devreye bağlanırsa ek yükler bir akım üretecektir. Işığın enerjisi eklem bölgesinde elektrik enerjisine dönüşür. Uydularımızın çalışması için gerekli elektrik gücünü üreten güneş hücreleri bu ilkeye göre çalışır.

Yarıiletken üzerine yürüttüğümüz tartışmada deşik ve elektronlarm az ya da çok serbest davrandıklarını varsaydık; bir şekilde istatistiksel dengeye ulaşmaları dışında. Eklemin üzerine ışık yollanmasıyla üretilen akımı tanımlarken, eklem bölgesinde üretilen bir elektron ya da deşiğin zıt yüke sahip bir taşıyıcı tarafından yok edilmeden önce kristalde hareket edebildiğini varsaydık. Her iki taşıyıcı yoğunluğunun neredeyse aynı olduğu eklem civarında elektron-deşik yok olmasının etkisi (sık sık "yeniden birleşme" olarak adlandırılır) önemli bir etki haline gelir ve yarıiletken eklemlerin detaylı bir analizinde hesaba katılmalıdır. Eklem bölgesinde üretilen bir elektron ya da deşiğin yeniden birleşmesinden önce kristal içinde hareket etme şansları oldukça yüksektir. Bir elektron ya da deşiğin zıt yüklü partnerini bulması ve birbirlerini yok etmesi için tipik zaman ölçeği, alışıldık yarıiletken malzemeler için 10^{-3} ile 10^{-7} saniye arasındadır. Bu zaman aralığı, iletkenli analizi için daha önce kullandığımız kristaldeki saçılma ve çarpışmalar arasındaki ortalama serbest zamandan (τ) çok uzundur. Tipik bir n-p ekleminde, eklem bölgesinde oluşan bir elektron veya deşiğin kristal içinde yayılma zamanı genelde yeniden birleşme zamanından daha kısadır. Bu nedenle çoğu çift bir dış akıma katkı yapar.

14-5 Bir yarıiletken eklemde doğrultma

Şimdi de bir p-n ekleminin nasıl bir düzeltici gibi davrandığını göstermek istiyoruz. Eklem boyunca bir gerilim uygularsak ve bir yönde kutuplanma varsa büyük bir akım meydana gelecektir fakat aynı gerilim zıt yönde uygulanırsa çok küçük bir akım meydana gelecektir: bu bir akım "düzelticidir." Şekil 14-9'un grafiğinde tanımlanan denge koşullarında nelerin meydana geldiğini yeniden inceleyelim. p-tipli malzemede pozitif taşıyıcıların yoğunluğu N_p oldukça büyüktür. Bu taşıyıcılar etrafa dağılırlar ve bir kısmı ekleme yaklaşır. Eklem bölgesine yaklaşan bu pozitif taşıyıcı akımı N_p sayısıyla orantılıdır. Bununla birlikte çoğu, eklem bölgesindeki yüksek potansiyel tepesinden geri döner ve sadece $e^{-qV/\kappa T}$ kesirlik bölümü yoluna devam eder. Ayrıca diğer bölgeden de eklem bölgesine yaklaşan bir pozitif akım yoğunluğu vardır. Bu akım da n-tipli bölgedeki pozitif taşıyıcı yoğunluğuyla orantılıdır, fakat buradaki taşıyıcı yoğunluğu p-tipli bölgedekinden düşüktür. n-tipli bölgedeki pozitif taşıyıcılar eklem bölgesine yaklaştığında negatif eğimli bir tepeyle karşılaşırlar ve hemen eklemin p-tipli bölgesine kayarlar. Bu akıma I_0 diyelim. Denge koşullarında iki yöndeki akım eşittir. Bu nedenle aşağıdaki ilişkinin geçerli olmasını bekleriz:

$$I_0 \propto N_p(n\text{-bölgesi}) = N_p(p\text{-bölgesi})e^{-qV/\kappa T} \tag{14.12}$$

Bu arada denklemin (14.10) denklemiyle benzer olduğunu vurgulayalım. Sadece farklı bir yolla türetmiş olduk.

Bununla birlikte eklemin n-bölgesindeki gerilimi ΔV kadar düşürdüğümüzü varsayalım; eklem bölgesine dış bir potansiyel farkı uygulayarak bunu yapabiliriz. Şimdi potansiyel tepesindeki potansiyel farkı V'den büyük değildir fakat $V - \Delta V$'den büyüktür. p-bölgesinden n-bölgesine pozitif taşıyıcı akımı şimdi üstel faktördeki bu potansiyel farkına sahip olur. Bu akıma I_1 dersek

$$I_1 \propto N_p(p\text{-bölgesi})e^{-q(V-\Delta V)/\kappa T}$$

yazabiliriz. Bu akım I_0 akımından $e^{q\Delta V/\kappa T}$ faktörü kadar büyüktür. Bu nedenle I_0 ile I_1 akımları arasında aşağıdaki ilişkiyi yazabiliriz;

$$I_1 = I_0\, e^{+q\Delta V/\kappa T} \tag{14.13}$$

p-bölgesinden gelen akım dışarıdan uygulanan ΔV akımıyla üstel olarak artar. Bununla birlikte n-tarafından gelen pozitif taşıyıcı akımı ΔV çok büyük olmadığı sürece sabit kalır. Bariyere yaklaştıklarında bu taşıyıcılar hâlâ yokuş aşağı bir potansiyelle karşılaşacaktır ve p-bölgesine doğru inecektir. (Eğer ΔV doğal

potansiyel farkından (V) büyükse durum değişir fakat buna benzer yüksek gerilimlerde neler olacağıyla ilgilenmiyoruz.) Eklem bölgesindeki pozitif yüklerin net I akımı iki bölgedeki akım farkına eşittir:

$$I_1 = I_0(e^{+q\Delta V/\kappa T} - 1) \tag{14.14}$$

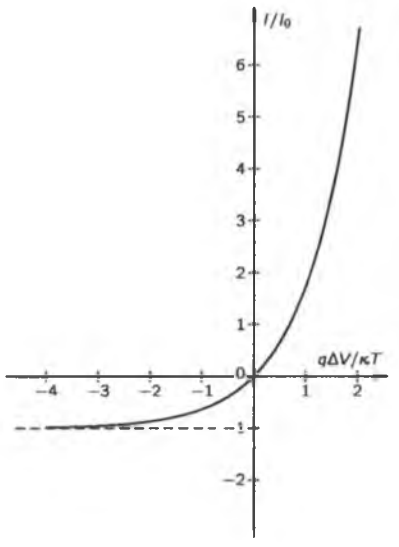
Deşiğin net I akımı, n-tipli bölgeye doğru hareket eder. Burada n bölgesine yayılan parçacıklar, nihayetinde n-tipli taşıyıcıların –elektronlar– yok edeceği deşiklerdir. Bu yok edilme sürecinde kaybolan elektronlar n-tipli malzemenin dış ucundaki elektron akımı tarafından üretilir.

ΔV sıfır olduğunda (14.14) denklemindeki net akım sıfır olur. Pozitif ΔV için akım uygulanan gerilimle hızlı bir şekilde artar. Negatif ΔV için akımın işareti tersine döner fakat çok geçmeden üstel faktörü ihmal edilebilir hale gelir ve negatif akım asla I_0 akımını aşamaz. Bu geri I_0 akımı eklemin n-bölgesindeki düşük p-tipli taşıyıcı yoğunluğu tarafından sınırlandırılır.

Eğer benzer analizi gerilim boyunca akan negatif taşıyıcı yoğunluğu için tekrarlarsak ilk olarak hiçbir potansiyel farkının olmadığını görürüz ve ufak bir ΔV potansiyel farkı uygulayarak net elektron akımı için (14.14) denklemine benzer bir denklem elde ederiz. Toplam akım iki taşıyıcının akım toplamı olduğu için, tersine bir gerilim durumunda I_0 akımının maksimum akım olması şartıyla, (14.14) denklemi hâlâ toplam akım için uygulanabilir.

Karakteristik (14.14) gerilim-akım denklemi (14-10) şeklinde tasvir edilmiştir. Modern bilgisayarlarda kullandıklarımıza benzer katı hal diyotlarının tipik davranışını göstermektedir. (14.14) denkleminin sadece düşük gerilimler için doğru olduğunu belirtmeliyiz. Doğal iç gerilim farkına, V, eşit veya daha büyük gerilimler için denklem artık geçersizdir.

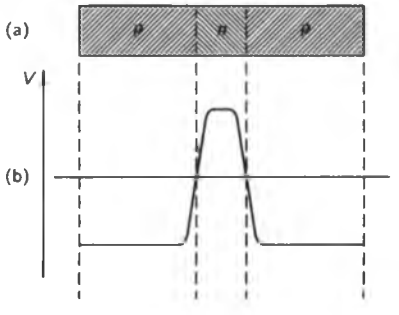
I. Cildin 46. Bölümünde "mekanik düzelticiler" üzerine konuştuğumuz sırada (14.14) denklemine benzer bir denklem bulmuştuk. İki durumda da benzer denklemler elde ettik çünkü temel fizik oldukça benzerdir.



Şekil 14-10 Gerilimin bir fonksiyonu olarak eklem boyunca uygulanan akım.

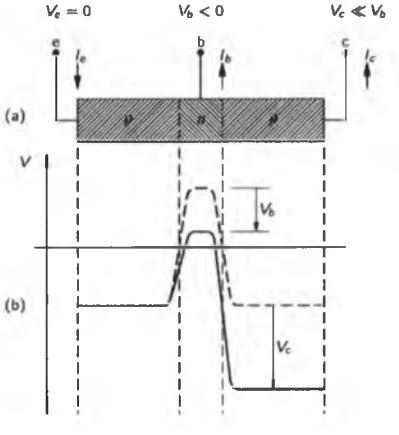
14-6 Transistör

Belki de yarıiletkenlerin en önemli uygulaması transistördür. Transistör birbirlerine oldukça yakın iki yarıiletkenden meydana gelir. Çalışma ilkesi yarıiletken diyotlar –düzeltici eklemler– için tanımladığımız ilkelerle oldukça benzerdir. Şekil 14-11(a)'da gösterildiği gibi, üç farklı bölgeye sahip, p-tipli, n-tipli ve başka bir p-tipli germanyum çubuğumuz olsun. Bu kombinasyon *p-n-p transistör* olarak adlandırılır. Transistördeki iki eklemden her biri n-tipli bölge ile her bir p-tipli bölge arasında belirli bir potansiyel farkına sahiptir. Eğer her bir p-tipli bölge benzer iç yapılara sahipse, kristal boyunca potansiyeldeki değişim Şekil 14-11(b)'nin grafiğinde gösterilene benzer.



Şekil 14-11 Gerilim uygulanmadığı durumda bir transistördeki potansiyel dağılımı.

Şimdi 14-12'nin (a) kısmında gösterildiği gibi üç bölgenin her birini dış bir gerilim kaynağıyla birbirlerine bağlayalım. Sol taraftaki p-bölgesine bağlanan uçtaki tüm gerilimin, tanım gereği, sıfır olduğunu düşüneceğiz. Bu ucu *yayıcı* olarak adlandıracağız. n-tipli bölge *baz* olarak adlandırılır ve negatif potansiyele bağlanmıştır. Sol taraftaki p-tipli bölge *toplayıcı* olarak adlandırılır ve daha büyük bir negatif potansiyele bağlanmıştır. Bu koşullar altında kristal boyunca potansiyel değişimi Şekil 14-12(b) grafiğinde gösterildiği gibidir.



Şekil 14-12 Çalışan bir transistördeki potansiyel dağılımı.

Şimdi ilk olarak pozitif taşıyıcılara ne olduğuna bakalım çünkü p-n-p transistörünün çalışmasını kontrol eden pozitif taşıyıcıların davranışıdır. Yayıcı göreli olarak bazdan daha büyük pozitif potansiyele sahip olduğu için pozitif taşıyıcı akım yayıcı bölgeden baz bölgesine akacaktır. Eklem bölgesi "İleri gerilimle" çalıştığı için görece büyük bir akım akacaktır; Şekil 14-10'daki grafiğin sağ tarafının orta kısmına karşılık gelir. Bu koşullarla birlikte pozitif taşıyıcı-

larla veya deşikler p-tipli bölgeden n-tipli bölgeye "yayılır." Bu akımın, baz çıkışı b boyunca, n-tipli bölgeden yayılacağını düşünebilirsiniz. Bununla birlikte şimdi transistörün gizemi ortaya çıkıyor: n-tipli bölge çok incedir; tipik olarak 10^{-3} santimetre ya da daha az, enine boyutundan daha dar. Yani deşikler n-tipli bölgeye girdikçe, n-tipli bölgede elektronlar tarafından yok edilmeden diğer eklem bölgesine doğru yayılma şansı vardır. n-tipli bölgenin sağ tarafındaki sınıra yaklaştıklarında aşağıya doğru keskin bir potansiyel tepesiyle karşılaşırlar ve derhal sağ taraftaki p-tipli bölgeye geçerler. Kristalin bu tarafı toplayıcı olarak adlandırılır çünkü n-tipli bölgeye yayıldıktan sonra deşikleri "toplarlar." Tipik bir transistörde yayıcıdan ayrılan ve baza giren deşik akımlarının bir kısmı toplayıcı bölgede toplanırlar fakat çok küçük bir kısmı net baz akımına katkıda bulunur. Baz ve toplayıcı akımların toplamı elbette yayıcı akımına eşittir.

Şimdi baz çıkışı üzerindeki V_b potansiyelini hafifçe değiştirirsek ne olacağını hayal edelim. Şekil 14-10'un eğrisinin keskin kısmında olduğumuz için V_b potansiyelindeki ufak değişim yayıcı akımında I_e oldukça büyük bir değişime neden olur. Toplayıcı gerilimi V_C baz geriliminden daha negatif olduğu için, potansiyeldeki bu ufak değişimler baz ile toplayıcı arasındaki dik potansiyel tepesini etkilemeyecektir. n-bölgesine yayılan pozitif taşıyıcıların çoğu toplayıcılar tarafından yakalanacaktır. Bu nedenle baz elektrotun potansiyelini değiştirdikçe toplayıcı akımında da I_C değişim meydana gelir. Bununla birlikte asıl nokta baz akımının I_b her zaman toplayıcı akımın I_C küçük bir miktarına karşılık gelmesidir. Transistör bir yükselticidir; baz elektrotuna gelen küçük I_b akımı toplayıcı elektrotunda büyük bir akıma neden olur; 100 kat ya da daha büyük.

Peki elektronlara ne olur; şu an ihmal ettiğimiz negatif taşıyıcılara ne olur? İlk olarak baz ile toplayıcı arasında önemli bir elektron akışının olmasını beklemeyiz. Toplayıcıdaki büyük negatif gerilimle birlikte bazdaki elektronlar yüksek potansiyel enerji tepesini tırmanmaya çalışacaktır fakat bunu yapma ihtimalleri çok düşüktür. Toplayıcıya çok düşük elektron akımı gelir.

Diğer yandan bazdaki elektronlar yayıcı bölgeye gidebilir. Gerçekte bu yöndeki elektron akımı yayıcıdan baza akan deşik akımıyla karşılaştırılabilir büyüklüktedir. Bunun gibi bir elektron akımı kullanışlı değildir tersine kötüdür çünkü toplayıcı için gerekli olan toplam baz akımı artar. Bu nedenle transistör yayıcıya olan elektron akımını minimumda tutmak için tasarlanır. Elektron akımı N_n(baz) sayısıyla orantılıdır, yayıcıdan deşiğe akan baz malzemesindeki negatif taşıyıcı yoğunluğu, yayıcı bölgesindeki pozitif taşıyıcı yoğunluğuna N_p(taşıyıcı) bağlıdır. n-tipli malzemede N_n(baz) ufak katkı maddesi kullanarak daha düşük N_p(yayıcı) elde edilebilir. (Çok ince baz bölgesi de oldukça yardımcı olur çünkü toplayıcı tarafından yayılan bu bölgedeki deşikler, yayıcıdan baza gerçekleşen ortalama deşik akımını önemli ölçüde artırır ve elektron akımını değiştirmez.) Net sonuç şudur: Yayıcı-baz eklemi boyunca meydana gelen elektron akımı, deşik akımından daha düşüktür ve bu nedenle elektronlar p-n-p transistörünün çalışmasında önemli bir rol oynamaz. Akım, deşik hareketleri tarafından kontrol edilir ve transistör yukarıda tanımladığımız türden bir yükseltici gibi davranır.

Ayrıca Şekil 14-11'de gösterilen p-tipli ve n-tipli bölgeyi yerdeğiştirerek bir transistör yapılabilir. O zaman transistörümüz n-p-n olarak adlandırılır. n-p-n transistöründe ana akım, yayıcıdan baza ve oradan da toplayıcıya akan elektronlar tarafından taşınır. Açıktır ki p-n-p transistörü için ortaya koyduğumuz tüm fikirler, eğer elektrotlardaki potansiyeller zıt yönlü seçilirse n-p-n transistörüne de uygulanabilir.

15

SERBEST PARÇACIK YAKLAŞIMI

15-1 Spin dalgaları
15-2 İki spin dalgası
15-3 Serbest parçacıklar
15-4 Benzen molekülü
15-5 Daha fazla organik kimya
15-6 Yaklaşımın diğer uygulamaları

15-1 Spin dalgaları

13. Bölümde kristal boyunca elektronların ya da diğer "bazı parçacıkların", atomik uyarılma gibi, iletim kuramını inceledik. Son bölümde kuramı yarıiletkenlere uyguladık. Fakat çok sayıda elektron durumu hakkında konuştuğumuzda aralarındaki etkileşimi göz ardı ettik. Bu elbette bir yaklaşımdır. Bu bölümde elektronlar arasındaki etkileşimi ihmal ettiğimiz daha ileri fikirleri ele alacağız. Ayrıca parçacık iletim kuramının değişik uygulamalarını ele almayı düşünüyoruz. Parçacıklar arasındaki etkileşimi göz ardı ettiğimiz için bu bölümde yeni uygulamalar dışında çok az farklı şeyden bahsedeceğiz. Bununla birlikte, bir parçacıktan daha fazla parçacığı içeren durum için tamamen doğru denklemlerin elde edilebildiği bir örneği ele alacağız. Bu örneğin yardımıyla etkileşimlerin nasıl göz ardı edilebildiğini göreceğiz. Bununla birlikte problemi dikkatli bir şekilde analiz etmeyeceğiz.

İlk örnek olarak ferromanyetik bir kristaldeki bir "spin dalgasını" ele alacağız. Ferromanyetizma kuramını II. Cildin 36. Bölümünde ele almıştık. Sıfır sıcaklıkta ferromanyetik kristalde manyetizmaya katkı koyan tüm elektron spinleri paraleldir. Spinler arasında bütün spinler aşağı olduğunda en düşük değerini alan bir etkileşim enerjisi vardır. Bununla birlikte sıfırdan farklı herhangi bir sıcaklıkta bazı spin yönlerinin değişme olasılığı vardır. 36. Bölümde yaklaşım olarak bir olasılık hesabı yapmıştık. Bu kez kuantum mekanik kuramını tanımlayacağız; eğer problemi tam olarak çözmek istersek nelerin yapılması gerektiğini göreceğiz. (Elektronların atoma konumlandığı ve spinlerin sadece komşularıyla etkileştiği bazı idealleştirilmiş durumları ele alacağız.)

Her atomdaki elektronların biri hariç çift olduğu, bu nedenle bütün manyetik etkilerin her atomdaki yarım-spinli elektronlardan kaynaklandığı bir modeli göz önüne alacağız. Ayrıca bu elektronların örgüdeki atomik bölgelerde konumlandığını düşüneceğiz. Bu model kabaca metalik nikele karşılık gelir.

Ayrıca sistemin enerjisini veren iki komşu spin arasında bir etkileşim olduğunu düşüneceğiz:

$$E = -\sum_{i,j} K\sigma_i \cdot \sigma_j \tag{15.1}$$

Burada σ, spinleri ve komşu elektronlar arasında bir toplamı göstermektedir. Buna benzer bir etkileşim enerjisini, bir hidrojen atomundaki proton ile elektronun manyetik momenti arasındaki etkileşimden kaynaklanan hidrojenin aşırı ince yarılmasında görmüştük. Bu etkileşim enerjisini $A\sigma_e \cdot \sigma_p$ olarak tanımlamıştık. Şu an verilen bir çift için 4 nolu ve 5 nolu atomdaki elektronun Hamilton işlemcisinin $-K\sigma_4 \cdot \sigma_5$ olduğunu düşünüyoruz. Bunun gibi terimlere sahip olacağız ve Hamilton işlemcisi (klasik enerjiler için beklediğimiz gibi) etkileşen her bir parçacık için bu terimlerin toplamı olacaktır. Enerji, komşu spinler paralel olduğunda en düşük enerjiye neden olan bir faktörle belirlenir; yani enerji ferromanyetizmaya karşılık gelen K faktörüyle yazılır; diğer bir deyişle komşu spinler paralel olduğunda enerji en düşüktür. Gerçek bir kristalde bir sonraki komşuyla etkileşimi belirleyen diğer terimler de olabilir fakat şu an bunun gibi bir karmaşıklığı göz önüne almaya ihtiyacımız yoktur.

(15.1) Hamilton denklemiyle ferromanyetizma ve mıknatıslanmanın tam bir tanımını elde edebiliriz. Ayrıca mıknatıslanmadan kaynaklanan termodinamik özellikleri hesaplayacağız. Eğer tüm enerji düzeylerini bulabilirsek T sıcaklığındaki bir kristalin özellikleri, bir sistemin E enerjisinde bulunma olasılığının

$e^{-E/\kappa T}$ değeriyle orantılı olma ilkesi kullanılarak bulunabilir. Bu problem tam olarak çözülmemiştir.

Bütün atomların bir çizgi üzerinde olduğu bir dizi basit örneği ele alacağız; yani bir boyutlu bir örgü. Fikirlerimizi basitçe üç boyuta genelleştirebiliriz. Her bir atomik konumda iki olası duruma, ya spin yukarı ya da spin aşağı, sahip bir elektron bulunur ve tüm sistem, spinlerin nasıl düzenlendiğinin belirlenmesiyle tanımlanabilir. Sistemin Hamilton işlemcisini etkileşim enerjisi işlemcisi olarak ele alabiliriz. (15.1) denkleminin spin işlemcilerini sigma-işlemcileri ya da sigma matrisleri gibi düşünüp düzgün bir örgü için

$$\hat{H} = \sum_n -\frac{A}{2}\,\hat{\sigma}_n \cdot \hat{\sigma}_{n+1} \tag{15.2}$$

yazabiliriz. Bu denklemde uygun olması açısından sabiti $A/2$ olarak yazdık. (Diğer denklemlerden bazılarının 13. Bölümdeki denklemlerinin bazılarıyla tam olarak aynı olmaları için.)

Peki bu sistemin en düşük enerji seviyesi nedir? En düşük enerji seviyesi bütün spinlerin paralel oldukları durumdur: Örneğin hepsinin yukarı oldukları durum.* Bu durumu $|\cdots++++\cdots\rangle$ ya da taban durumu için $|\text{taban}\rangle$ ya da en düşük enerjili durum olarak ele alacağız. Bu durumun enerjisini araştırmak oldukça kolaydır. Bütün vektör sigmalarını $\hat{\sigma}_x$, $\hat{\sigma}_y$ ve $\hat{\sigma}_z$ cinsinden yazmanın ve Hamilton işlemcisindeki her terimin taban durumu olup olmadığını anlamanın ve daha sonra sonuçları eklemenin bir yolu vardır. Bununla birlikte uygun bir kısaltma kullanabiliriz. Bölüm 12-2'de $\hat{\sigma}_i \cdot \hat{\sigma}_j$ çarpımının Pauli spin yerdeğiştirme işlemcileri cinsinden aşağıdaki gibi yazılabileceğini görmüştük:

$$\hat{\sigma}_i \cdot \hat{\sigma}_j = (2\hat{P}_{ij}^{\text{spin d.}} - 1) \tag{15.3}$$

Burada $\hat{P}_{ij}^{\text{spin d.}}$ işlemcisi i. ve j. elektron spinini yerdeğiştirir. Bu tanımı Hamilton denkleminde yerine yazarsak

$$\hat{H} = -A \sum_n (\hat{P}_{n,n+1}^{\text{spin d.}} - \tfrac{1}{2}) \tag{15.4}$$

elde ederiz.

Şimdi farklı durumlarda nelerin meydana geleceğini kolayca görebiliriz. Örneğin i ve j elektron spinlerinin her ikisi de yukarıysa, yerdeğiştirme işlemcisi spinleri değiştirmeden bırakır, bu nedenle duruma etki eden $\hat{P}_{ij}$ sadece bir öncekine benzer bir durumu verir ve +1'le çarpılan duruma eşittir. $(\hat{P}_{ij} - \frac{1}{2})$ sadece yarıma eşittir. (Şu andan itibaren $\hat{P}$'nin üstündeki indisi yazmayı bırakacağız.)

Taban durumlar için bütün spinler yukarıdır; bu nedenle eğer herhangi bir spin çiftini değiştirirseniz başlangıçtaki duruma geri dönersiniz. Taban durum durağan durumdur. Eğer Hamilton işlemcisine etki ettirirseniz, terimlerin toplamını içeren benzer bir durumu elde edersiniz; yani her bir spin çifti için $-(A/2)$. Taban durumundaki sistemin enerjisi her atom için $-(A/2)$'dir.

Şimdi de bazı uyarılmış durum enerjilerine bir göz atalım. Enerjileri taban durumlarına göre ölçmek uygun olacaktır; yani taban durumunu sıfır enerjisi olarak seçmek. Bunu Hamilton işlemcisindeki her bir terime $A/2$ enerjisi ekleyerek yapabiliriz. Sadece (15.4) denklemindeki "$\frac{1}{2}$" terimi 1'e dönüşecektir. Bu nedenle yeni Hamilton işlemcisi aşağıdaki gibi yazılır:

$$\hat{H} = -A \sum_n (\hat{P}_{n,n+1} - 1) \tag{15.5}$$

Bu Hamilton işlemcisi için en düşük enerji durumu sıfırdır; spin değiştirme işlemcisi her terimdeki "1" terimiyle sadeleşen (taban durumu için) birim matrisiyle çarpıma eşittir.

Taban durumu dışındaki diğer durumları tanımlamak için uygun bir taban

---

* Burada taban durumu gerçekten "eşenerjilidir"; özdeş enerjili diğer durumlar da vardır, örneğin bütün spinlerin aşağı olduğu ya da hepsinin başka bir yönde olduğu. z-yönündeki en ufak bir dış alan bütün bu durumlara farklı bir enerji katkısı yapacaktır ve seçtiğimiz birisi gerçek taban durumu olacaktır.

durumu kümesine ihtiyacımız olacaktır. Uygun bir yaklaşım bir elektronun spin aşağı ya da iki elektronun spin aşağı olduğu veya bunun gibi durumları bir grup olarak ele almaktır. Spin aşağı; atom "4", atom "5" ya da atom "6"... olabilir. Aslında taban durumumuz için sadece buna benzer durumları seçebiliriz. Bu durumları $|4\rangle$, $|5\rangle$, $|6\rangle$, ... biçiminde ifade edebiliriz. Bununla birlikte eğer x koordinatına göre "tek numaralı atomları" –spin aşağı olanlar– seçersek çok daha uygun olacaktır. Yani $|x_5\rangle$ durumunu, spin aşağı bir elektron içeren x_5 atomu haricinde (*bkz.* Şekil 15-1), bütün elektronların yukarı olduğu bir durum olarak ele alacağız. Genelde $|x_n\rangle$, n. atomun x_n koordinatında konumlanan bir spin aşağı durumunu gösterir.

(15.5) Hamilton işlemcisinin $|x_5\rangle$ durumu üzerindeki etkisi nedir? Hamilton işlemcisinin terimlerinden birinin $-A(\hat{P}_{7,8} - 1)$ olduğunu düşünelim. $\hat{P}_{7,8}$ işlemcisi komşu 7 ve 8 atomlarının spinlerini değiştirir. Fakat $|x_5\rangle$ durumunda her ikisi de yukarıdır ve hiçbir şey olmaz; $\hat{P}_{7,8}$, 1'le çarpıma eşittir:

$$\hat{P}_{7,8}|x_5\rangle = |x_5\rangle$$

ya da

$$(\hat{P}_{7,8} - 1)|x_5\rangle = 0$$

Bu nedenle Hamilton işlemcisinin tüm terimleri sıfır verir; elbette 5.atomu hariç. $|x_5\rangle$ durumuna $\hat{P}_{4,5}$ işlemcisini etki ettirirsek 4. atom spinini (yukarı) ve 5. atom spinini (aşağı) yerdeğiştirir. Sonuç, bütün spinlerin yukarı olduğu bir durumdur, elbette 4. atom hariç:

$$\hat{P}_{4,5}|x_5\rangle = |x_4\rangle$$

Benzer şekilde

$$\hat{P}_{5,6}|x_5\rangle = |x_6\rangle$$

elde ederiz. Böylece Hamilton işlemcisinden geriye sadece $-A(\hat{P}_{4,5} - 1)$ ve $-A(\hat{P}_{5,6} - 1)$ terimleri kalır. $|x_5\rangle$ durumuna etki ettirdiğimizde sırasıyla $-A|x_4\rangle + A|x_5\rangle$ ve $-A|x_6\rangle + A|x_5\rangle$ elde ederiz. Sonuç

$$\hat{H}|x_5\rangle = -A\sum_n(\hat{P}_{n,n+1} - 1)|x_5\rangle = -A\{|x_6\rangle + |x_4\rangle - 2|x_5\rangle\} \tag{15.6}$$

olur. Hamilton işlemcisini $|x_5\rangle$ durumuna etki ettirdiğimizde $|x_4\rangle$ ve $|x_6\rangle$ durumunda bulunma genlikleri elde edilir. Bu, aşağı spinin bir sonraki atoma sıçrama yapma genliği demektir. Spinler arasındaki etkileşim nedeniyle, eğer ilk olarak spin aşağı durumla işe başlarsak, bir süre sonra bu spin yerine farklı bir spin aşağı durumu elde ederiz. Genel bir $|x_n\rangle$ durumuna etki ettirdiğimizdeyse

$$\hat{H}|x_n\rangle = -A\{|x_{n+1}\rangle + |x_{n-1}\rangle - 2|x_n\rangle\} \tag{15.7}$$

elde ederiz. Eğer sadece bir spin aşağı durum kümesini ele alırsak sadece kendi aralarında karışırlar. Hamilton işlemcisi asla daha fazla spin aşağı durumlara karışmaz. Sadece spinleri değiştirdiğimiz sürece, toplam spin aşağı durum sayısı hiçbir şekilde değişmez.

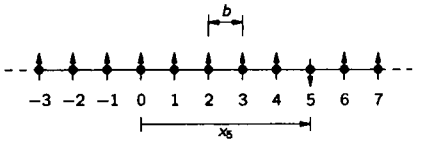
Hamilton işlemcisi için matris gösterimini kullanmak uygun olacaktır örneğin $H_{n,m} = \langle x_n|\hat{H}|x_m\rangle$. Böylece (15.7) denklemi

$$\begin{aligned} H_{n,n} &= 2A \\ H_{n,n+1} &= H_{n,n-1} = -A \\ H_{n,m} &= 0 \quad |n-m| > 1 \text{ için} \end{aligned} \tag{15.8}$$

olur.

Peki bir spin aşağı durumu için enerji düzeyleri nelerdir? C_n, $|x_n\rangle$ durumunda bazı $|\psi\rangle$ durumlarının genliğidir. Eğer $|\psi\rangle$ belirli bir enerji durumundaysa bütün C_n genlikleri zamanla benzer şekilde değişmelidir:

$$C_n = a_n e^{-iEt/\hbar} \tag{15.9}$$



Şekil 15-1 Doğrusal bir spin düzenin $|x_5\rangle$ taban durumu. Bütün spinler, aşağı olan x_5 haricinde yukarı doğrudur.

Yukarıdaki çözümü (15.8) denklemiyle birlikte Hamilton denkleminde yerine yazarsak

$$i\hbar\frac{dC_n}{dt}=\sum_m H_{nm}\,C_m \tag{15.10}$$

elde ederiz.

Elbette sonsuz sayıda denklem elde ederiz fakat hepsini genel biçimde aşağıdaki gibi ifade edebiliriz:

$$Ea_n = 2Aa_n - Aa_{n-1} - Aa_{n+1} \tag{15.11}$$

Yeniden 13. Bölümde üzerinde çalıştığımız problemle aynı problemi elde ettik, tek fark E_0 yerine şimdi $2A$ terimine sahip olmamızdır. Çözüm, k sabiti ve örgü boyunca iletilen C_n genliğiyle (spin aşağı genlik) ilişkilidir ve enerjisi

$$E = 2A(1-\cos kb) \tag{15.12}$$

denklemiyle ilişkilidir ki, burada b örgü sabitidir.

Belirli enerji çözümleri spin aşağı "dalgalarıyla" ilişkilidir; "spin dalgaları" olarak adlandırılırlar. Her bir dalga boyuna karşılık bir enerji vardır. Büyük dalga boyları için (küçük k) bu enerji

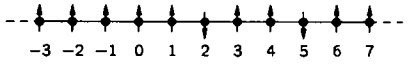
$$E = Ab^2k^2 \tag{15.13}$$

şeklinde değişir. Daha önce yaptığımız gibi, örgünün bir kısmında bulunan spin aşağı elektronlarla ilişkili olan yerelleşmiş dalga paketleriyle (sadece büyük dalga boylarını içeren) ilgilenebiliriz. Bu aşağı spinli bir "parçacık" gibi davranır. Enerjisi (15.13) denklemi vasıtasıyla k'yla orantılı olduğu için, parçacık etkin bir kütleye sahip olur:

$$m_{\text{etkin}} = \frac{\hbar^2}{2Ab^2} \tag{15.14}$$

Bu parçacıklar bazen "magnon" olarak adlandırılır.

15-2 İki spin dalgası



Şekil 15-2 İki aşağı spinli durum.

Şimdi iki aşağı spinli durum varsa ne olacağını görelim. Yeniden bir taban durumu kümesi seçiyoruz. İki atomik bölgede spin aşağı durumlara sahip durumları seçeceğiz, örneğin Şekil 15-2'de gösterildiği gibi. Buna benzer bir durumu, x-koordinatında iki spin aşağı durumu seçerek gösterebiliriz. Bu durumları $|x_2, x_5\rangle$ olarak gösterelim. Genelde taban durumlarını $|x_n, x_m\rangle$ olarak göstereceğiz; iki sonsuz taban durumu kümesi. Bu sistemin tanımında, $|x_4, x_9\rangle$ ve $|x_9, x_4\rangle$ tamamen aynı iki durumdur, çünkü 4. ve 9. atomda aşağı spinlerin olduğunu söyler; sıranın önemi yoktur. Bununla birlikte $|x_4, x_4\rangle$ durumunun hiçbir anlamı yoktur. Herhangi bir $|\psi\rangle$ durumunu, taban durumların her birindeki bulunma genliklerini belirleyerek tanımlayabiliriz. Bu nedenle $C_{m,n} = \langle x_m, x_n|\psi\rangle$, $|\psi\rangle$ durumunda bulunan bir sistemde ikisi de spin aşağı olan $m.$ ve $n.$ atomlarının bulunma genliklerini tanımlar. Şimdi ortaya çıkan karmaşıklık fikirlerin karmaşıklığı değildir; sadece hesaplamadaki karmaşıklıktır. (Kuantum mekaniğinin karmaşıklıklarından biri sadece defter tutmaktır. Daha fazla spin aşağı durumda gösterimimiz çok sayıda indisin kullanılması nedeniyle daha karmaşık hale gelir ve denklemler oldukça korkunç görünmeye başlar; fakat temel fikirler en basit durumdan daha karmaşık değildir.)

Spin sisteminin hareket denklemleri $C_{n,m}$ için diferansiyel denklemlerdir:

$$i\hbar\frac{dC_{n,m}}{dt}=\sum_{i,j}(H_{nm,ij})C_{ij} \tag{15.15}$$

Şimdi durağan durumları bulmak istediğimizi varsayalım. Zamana göre türevler, E çarpı genlik haline gelir ve $C_{m,n}$, $a_{m,n}$ katsayılarıyla yerdeğiştirebilir.

Daha sonra m ve n spinlerinin aşağı olduğu bir duruma H'nın etkisini dikkatli bir şekilde inceleyeceğiz. Bunu yapmak çok zor değildir. Şimdilik fazla karmaşıklığa yol açmaması için m ve n'nin birbirlerinden yeterince uzakta olduklarını düşüneceğiz. x_n konumundaki değiştirme işlemi aşağı spini ya $(n + 1)$'deki atoma ya da $(n - 1)$'deki atoma taşıyacaktır ve bu nedenle $|x_m, x_{n+1}\rangle$ ve $|x_m, x_{n-1}\rangle$ durumlarından doğan bir genlik vardır. Ya da hareket eden başka bir spin de olabilir; bu nedenle $C_{m+1,n}$ ya da $C_{m-1,n}$'den kaynaklanan belirli bir genlik vardır. Bu etkiler aynı olmalıdır. $C_{m,n}$'deki Hamilton denklemi için sonuç aşağıdaki gibidir:

$$Ea_{m,n} = -A(a_{m+1,n} + a_{m-1,n} + a_{m,n+1} + a_{m,n-1}) + 4Aa_{m,n} \tag{15.16}$$

Bu denklem iki durum haricinde doğrudur. Eğer $m = n$ ise denklem ortadan kalkar ve eğer $m = n \pm 1$ ise (15.16) denklemindeki iki terim ortadan kalkar. *Fakat bu istisnaları göz ardı edeceğiz.* Birbirlerinden çok az değişen bu denklemlerin birkaçını ihmal edeceğiz. Daha sonra kristalin sonsuz olduğunu ve sonsuz sayıda terime sahip olduğumuzu varsayacağız. Şu ana kadar ilk yaklaşımımız farklılaşan denklemleri ihmal etmek oldu. Diğer bir deyişle (15.16) denklemi tüm m ve n değerleri için doğrudur. *Bu, yaklaşımımızın temel noktasıdır.*

Sonuçları elde etmek hiç zor değildir:

$$C_{m,n} = a_{m,n}\, e^{-iEt/\hbar} \tag{15.17}$$

ve

$$a_{m,n} = (\text{sabit})e^{ik_1x_m}\, e^{ik_2x_n} \tag{15.18}$$

ve ayrıca

$$E = 4A - 2A\cos k_1 b - 2A\cos k_2 b \tag{15.19}$$

Bir anlığına eğer $k = k_1$ ve $k = k_2$ değerleriyle ilişkili *serbest* iki spin dalgasına sahip olsaydık (bir önceki bölümde olduğu gibi) ne olacağını düşünelim; (15.12) denklemini kullanarak aşağıdaki denklemleri elde ederiz:

$$\epsilon_1 = (2A - 2A\cos k_1 b)$$

ve

$$\epsilon_2 = (2A - 2A\cos k_2 b)$$

(15.19) denklemindeki E enerjisi, sadece toplamlarıdır:

$$E = \epsilon(k_1) + \epsilon(k_2) \tag{15.20}$$

Diğer bir deyişle çözümün bu olduğunu düşünüyoruz. İki parçacık vardır; yani iki spin dalgası. Birisi k_1 momentumuna, diğeri de k_2 momentumuna sahiptir ve sistemin enerjisi bu iki nesnenin enerjileri toplamıdır. İki parçacık birbirinden tamamen bağımsız davranır.

Elbette bazı yaklaşımlar yaptık fakat bu noktada cevabımızın doğruluğunu tartışmak istemiyoruz. Bununla birlikte milyarlarca atomdan oluşmuş bir kristalde birkaç atomu ihmal ettiğimizde önemli bir hataya yol açmayacağını düşünebiliriz ve bu nedenle Hamilton işlemcisinde milyarlarca terim olacaktır. Makul sayıda spin aşağı yoğunluğu varsa kesinlikle düzeltmeler için endişelenmemiz gerekmeyecektir.

[Garip olan şu ki sadece iki spin aşağı durum varsa kesin bir çözüm yazılabilir. Sonuç özel olarak önemli değildir. Fakat denklemlerin bu durum için çözülmesi gariptir. Çözüm

$$a_{m,n} = \exp[ik_C(x_m + x_n)]\, \sin(k|x_m - x_n|) \tag{15.21}$$

biçimindedir ve enerji

$$E = 4A - 2A\cos k_1 b - 2A\cos k_2 b$$

olarak yazılır. Burada k_1 ve k_2 dalga sayıları, k_C ve k dalga sayılarıyla

$$k_1 = k_C - k, \qquad k_2 = k_C + k \tag{15.22}$$

biçiminde ilişkilidir. Çözüm iki spinin "etkileşimini" içermektedir. İki spin bir araya geldiğinde bir saçılmanın olacağını tanımlar. Spinler etkileşen parçacık gibi davranır. Fakat saçılmalarının detaylı bir kuramı burada konuşmak istediklerimizin ötesindedir.]

15-3 Serbest parçacıklar

Son bölümde iki parçacıklı bir sistem için (15.15) Hamilton denklemini yazmıştık. İki parçacık arasındaki herhangi bir etkileşimi ihmal ettiğimiz bir yaklaşım kullanarak (15.17) ve (15.18) denklemleriyle tanımlanan durağan durumları buluruz. Bu durum, iki tek parçacıklı durumun çarpımıdır. Denklem (15.18)'de $a_{m,n}$ için verdiğimiz çözüm, bununla birlikte, aslında tatmin edici değildir. Daha önce $|x_9, x_4\rangle$ durumunun, $|x_4, x_9\rangle$ durumundan farklı olmadığını dikkatlice belirtmiştik; burada x_m ve x_n'in *sırası* önemli değildi. Eğer x_m ve x_n değerlerini değiştirirsek genelde $C_{m,n}$ genliği için yazılan cebirsel ifadeler değişmemelidir çünkü durum değişmez. Her iki yol da, x_m ve x_n'deki aşağı spin durumunu göstermektedir. Fakat (15.18) denklemi x_m ve x_n'e göre *simetrik* değildir; çünkü k_1 ve k_2 farklı olabilir.

Asıl sorun (15.15) denkleminin bu ek koşulu sağlamıyor olmasıdır. Şanslıyız ki terimleri yeniden düzenleyebiliriz. Hamilton işlemcisi için elde ettiğimiz (15.18) denklemini yeniden yazalım;

$$a_{m,n} = Ke^{ik_2x_m}\, e^{ik_1x_n} \tag{15.23}$$

(15.18) için elde ettiğimiz enerjiye sahiptir. (15.18) ve (15.23) denklemlerinin herhangi bir kombinasyonu iyi bir çözümdür ve hâlâ (15.19) denklemiyle verilen bir enerjiye sahiptir. Seçtiğimiz çözüm –simetri ihtiyacı duymamız nedeniyle– sadece (15.18) ve (15.23) denklemlerinin bir toplamıdır:

$$a_{m,n} = K[e^{ik_2x_m}\, e^{ik_1x_n} + e^{ik_1x_m}\, e^{ik_2x_n}] \tag{15.24}$$

Şimdi verilen herhangi bir k_1 ve k_2 için $C_{m,n}$ genliği, x_m ve x_n'i nasıl seçtiğimizden bağımsızdır; eğer x_m ve x_n'i tam tersi gibi tanımlamış olsaydık, yine aynı genliği elde ederdik. (15.24) denkleminin "magnonlar" cinsinden yorumlanması da farklı olmalıdır. Artık denklemin, k_1 dalga sayısına sahip *ilk* parçacığı ve k_2 dalga sayısına sahip *ikinci* parçacığı gösterdiğini söyleyemeyiz. (15.24) denklemi *bir* durumlu iki parçacığı (magnon) tanımlamaktadır. *Durum* k_1 ve k_2 dalga sayısıyla tanımlanır. Çözümümüz, $p_1 = \hbar k_1$ momentumlu bir parçacığın ve $p_2 = \hbar k_2$ momentumuna sahip diğer parçacığın birleşik durumunu tanımlar fakat bu durumda parçacıkları birbirlerinden ayırt edemeyiz.

Şimdilik bu tartışmayı 4. Bölümü ve özdeş parçacık hikâyesini hatırlamanız için yaptık. Spin dalgası parçacıklarının –magnonlar– benzer Bose parçacıkları gibi davrandıklarını göstereceğiz. Bütün genlikler iki parçacığın koordinatlarında simetrik olmalıdır; yani "iki parçacığı yerdeğiştirdiğimizde" benzer işarete sahip genliği elde ederiz. Fakat şunu düşünmüş olabilirsiniz, (15.24) denklemini elde etmek için neden iki terimi ekledik, neden çıkarmadık? x_m ve x_n yerdeğiştirdiğinde elde edeceğimiz eksi işareti sadece $a_{m,n}$'in işaretini değiştirir. Fakat x_m ve x_n'in yerdeğiştirmesi *hiçbir şeyi değiştirmez*; kristalin bütün elektronları daha önce neredelerse yine oradadırlar bu nedenle genliğin işaretinin değişmesi önemli değildir. Magnonlar tıpkı Bose parçacığı gibi davranır.*

---

* Genelde tartıştığımız türdeki parçacıklar ya Bose ya da Fermi parçacığı gibi davranır ve serbest parçacıklara gelince, tam spinli parçacıklar bozon ve yarım-spinli parçacıklar fermiyondurlar. "Magnon", dönen spin-yukarı bir elektronu tanımlamak için kullanılır. Magnonlar tam spinlidir ve bozondur.

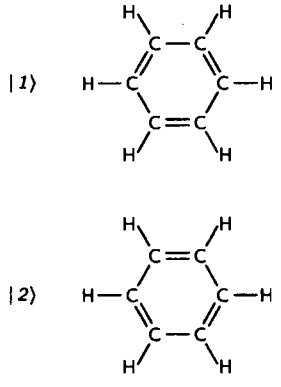
Bu tartışmanın iki ana noktası vardır: Birincisi size spin dalgaları hakkında bir şeyler göstermek ve ikincisi, genlikleri iki genliğin *çarpımı* olan ve enerjisi iki genliğin enerjisinin *toplamı* olan bir durumu inşa etmek. *Serbest parçacıklar* için genlik bir çarpımdır ve enerjiler bir toplamdır. Enerjinin neden toplam olduğunu kolayca görebilirsiniz. Enerji, sanal bir üsteldeki t'nin katsayısıdır; frekansla orantılıdır. Eğer genlikleri $e^{-iE_1t/\hbar}$ ve $e^{-iE_2t/\hbar}$ olan iki parçacık bir şeyler yapıyorsa ve meydana gelen şeyin genliği ikisinin genlikleri çarpımıysa, iki frekansın toplamı olan çarpımda sadece tek bir frekans bulunur. Çarpımın genliğine karşılık gelen enerji, iki enerjinin toplamıdır.

Basit bir şeyi oldukça dolambaçlı bir şekilde söyledik. Parçacıklar arasındaki etkileşimi hesaba katmadığınızda her parçacığı bağımsız bir şekilde düşünebilirsiniz. Kendi başlarına farklı durumlarda bulunabilirler ve enerjiye ayrı ayrı katkı koyabilirler. Bununla birlikte eğer özdeş parçacıklarsa, probleme bağlı olarak ya Bose ya da Fermi parçacığı gibi davranabileceklerini unutmamalısınız. Bir kristale iki elektron eklediğimizde, Fermi parçacıklar gibi davranmalarını bekleriz. Eğer elektronun konumu yerdeğiştirilirse genliğin işareti değişir. (15.24) denkleminde sağ taraftaki iki terim arasında bir eksi işareti bulunmalıydı. Sonuç olarak iki Fermi parçacığı aynı konumda, yani aynı spinli ve aynı k dalga sayısında bulunamaz. Bu durum için genlik sıfırdır.

15-4 Benzen molekülü

Kuantum mekaniğinin molekül yapısını tanımlayan temel kuralları vermesine rağmen bu yasalar çoğu basit bileşiğe de uygulanabilir. Bununla birlikte kimyacılar, karmaşık moleküllerin bazı özelliklerini hesaplamak için değişik yaklaşımlar üzerine çalışırlar. Şimdi serbest parçacık yaklaşımının organik kimyacılar tarafından nasıl kullanıldığını göreceğiz.

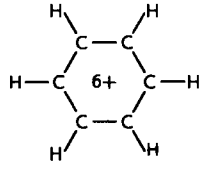
10. Bölümde benzen molekülünü farklı bir bakış açısından ele almıştık. Orada molekülün resmini, Şekil 15-3'te gösterilen iki taban durumuna sahip bir parçacık olarak ele almıştık. Altı karbondan oluşan bir halka biçimindedir ve her karbona bir hidrojen bağlanmıştır. Geleneksel değerlik bağ resminde karbon atomlarının arasında çift bağ olduğu düşünülür ve en düşük enerji durumunda şekilde gösterilen iki olasılık vardır. Yüksek enerjili durumlarda bulunur. 10. Bölümde benzen molekülünü tartıştığımız sırada sadece iki durumu ele almış ve diğerlerini göz ardı etmiştik. Molekülün taban enerji durumu şekildeki durumların birinin enerjisi değildir fakat bu durumlardan diğerlerine sıçrama genliğiyle orantılı olan enerjiden daha düşüktür.



Şekil 15-3 10. Bölümde kullanılan benzen molekülü için iki taban durumu.

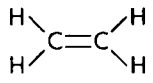
Şimdi tamamen farklı bir bakış açısından farklı bir yaklaşım kullanarak aynı molekülü inceleyeceğiz. İki bakış açısı farklı cevaplar verecektir fakat her iki yaklaşımı da geliştirirsek benzenin uygun bir tanımı için bizi doğruya götürebilir. Bununla birlikte yaklaşımları ilerletmeyi dert etmezsek, ki alışıldık olan budur, iki yaklaşımın da tam olarak uyumlu olmadığını görmek şaşırtıcı olmayacaktır. Ancak, en azından benzen molekülünün en düşük enerjisinin, Şekil 15-3'ün üçlü yapısından daha düşük olduğunu gösterebiliriz.

Şimdi sıradaki resmi kullanacağız. Bir benzen molekülünün altı karbon atomunun Şekil 15-4'te gösterildiği gibi sadece tek bir bağla bağlandığını hayal edeceğiz. Altı elektronu ortadan kaldırdık –bir bağ iki çift elektrondan oluştuğu için– böylece altı kere iyonize olmuş bir benzen molekülü elde ettik. Şimdi altı elektronu, her birinin halka etrafında serbestçe hareket edebildiklerini hayal ederek, yeniden yerine koyduğumuzda ne olacağını göreceğiz. Ayrıca Şekil 15-4'te gösterilen tüm bağların yeterli olduğunu düşüneceğiz.

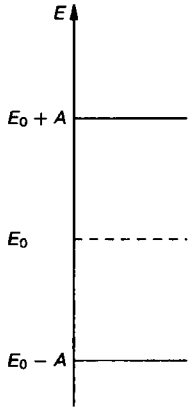


Şekil 15-4 Altı elektronu ortadan kaldırılmış bir Benzen halkası.

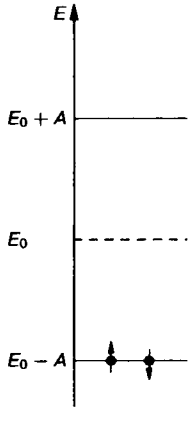
Bir elektronu moleküler iyona geri koyarsak ne olur? Elbette halka etrafındaki, altı taban durumuna karşılık gelen, altı konumdan birine yerleşebilir. Ay-



Şekil 15-5 Etilen molekülü.



Şekil 15-6 Etilen molekülünde "ekstra" elektron için olası enerji seviyeleri.



Şekil 15-7 Etilen molekülünün ekstra bağında, iki elektron en düşük enerji seviyesini işgal edebilir.

rıca bir konumdan diğerine gitme genliği, örneğin A, bulunmaktadır. Durağan durumları analiz edersek belirli enerji düzeyleri olduğunu görürüz. Bunlar sadece bir elektron içindir.

Daha sonra ikinci bir elektronu koyalım. Şimdi en saçması olarak düşünebileceğiniz bir yaklaşım yapacağız; *bir elektronun diğer elektron tarafından etkilenmeyeceğini düşünüyoruz.* Aslında etkileşeceklerdir; Coulomb kuvveti tarafından birbirlerini iterler ve her iki elektronu da aynı bölgeye koyduğumuzda, ikisinin enerji toplamından daha farklı bir enerji elde ederiz. Sadece altı konum varsa, serbest parçacık yaklaşımı geçerli değildir; özellikle de *altı* elektronu koymayı çalıştığımızda. Bununla birlikte organik kimyacılar bu yaklaşımı kullanarak çok fazla şey öğrenmişlerdir.

Benzen molekülünü detaylı bir şekilde incelemeden önce, daha basit bir örneği ele alalım; Şekil 15-5'te gösterildiği gibi her iki yanında iki hidrojen atomu bulunan iki karbon atomu içeren etilen molekülü. Bu molekül iki karbon atomu arasında iki elektron içeren fazladan bir bağa sahiptir. Şimdi bu elektronlardan birini yok edelim; ne elde ederiz? İki durumlu bir sistem olarak düşünebiliriz; geriye kalan bir elektron iki karbon atomunun birinde yer alabilir. Bunu iki durumlu bir sistem olarak analiz edebiliriz. Tek bir elektronun olası enerjileri Şekil 15-6'da gösterildiği gibi ya $(E_0 - A)$ ya da $(E_0 + A)$'dır.

Şimdi de ikinci elektronu ekleyelim. Eğer iki elektrona sahip olsaydık birini en düşük enerji düzeyine diğerini daha üst enerji düzeyine koyabiliriz. Aslında bir şeyi unuttuk. Bu durumların her biri gerçekten iki katlıdır. $(E_0 - A)$ enerjili olası bir durum olduğunu söylediğimizde aslında iki durum vardır. Eğer iki elektrondan birinin spini aşağı diğeri yukarıysa iki elektron aynı durumda bulunabilir. (Dışarlama ilkesi nedeniyle daha fazlası aynı konumda bulunamaz.) Bu nedenle aslında iki olası $(E_0 - A)$ enerjisi vardır. Her iki enerji düzeyini ve doluluk durumlarını gösteren bir diyagram çizebiliriz, tıpkı Şekil 15-7'de gösterildiği gibi. En düşük enerji durumunda zıt spinli iki elektron bulunabilir. Eğer iki elektron arasındaki etkileşimi ihmal edersek, etilen molekülündeki fazladan bağ enerjisi $2(E_0 - A)$ olur.

Şimdi benzen örneğimize geri dönelim. Şekil 15-3'ün her iki durumundan biri üç çift bağa sahiptir. Bunlardan her biri etilendeki bağlara benzer ve eğer benzendeki bir konuma bir elektronu koyma enerjisi E_0 ise ve A genliği de bir durumdan diğerine sıçramayı tanımlıyorsa enerji $2(E_0 - A)$ olur. Bu nedenle toplam enerji kabaca $6(E_0 - A)$ olur. Fakat daha önce benzen molekülünü incelediğimizde enerjinin, fazladan üç bağa sahip yapının enerjisinden daha düşük olduğunu görmüştük. Yeni bakış açısından benzenin enerjisinin üç bağa sahip yapının enerjisinden daha düşük olduğunu görelim.

Altı kez iyonize olmuş benzen halkasıyla işe başlayalım ve bir elektron ekleyelim. Şu an altı taban durumuna sahibiz. Şimdiye kadar buna benzer bir sistemi çözmedik fakat ne olacağını biliyoruz. Altı genlik için altı denkleme sahip olacağız. Fakat işlerin bir kısmını basitleştirelim; sonsuz sayıda atomdan oluşan bir çizgideki elektronla uğraştığımız sırada zaten bu problemi çözdüğümüzü belirtelim. Elbette benzen sonsuz bir çizgi değildir ve 6 atomik duruma sahiptir.

Şimdi bu çemberi açıp bir çizgi olacak şekilde yere serdiğimizi ve atomları 1'den 6'ya kadar numaralandırdığımızı hayal edelim. Sonsuz bir çizgideki bir sonraki durum 7 olmalıdır fakat bu durumun 1 numaralı durumla aynı olduğunu düşünürsek, durum tıpkı benzen halkasına benzer. Diğer bir deyişle sonsuz bir çizgi için elde ettiğimiz çözümü, altı atomlu bir çember için periyodik olması gerektiğini söyleyen ek bir koşulun yardımıyla ele alıyoruz. 13. Bölümde bir çizgi üzerindeki bir elektronun belirli bir enerji düzeyine sahip olması gerektiğini ve her bir durumdaki genliğin $e^{ikx_n} = e^{ikbn}$ olduğunu görmüştük. Her bir k için enerji

$$E = E_0 - 2A\cos kb \tag{15.25}$$

biçimindedir. Şimdi her altı atomda birbirlerini tekrarlayan bu çözümleri kullanacağız. İlk olarak N atoma sahip bir halka için genel durumu inceleyelim.

Eğer N atomik aralık için çözümün periyodik olması isteniyorsa e^{ikbn} birim olmalıdır; ya da kbN, 2π'nin katı olmalıdır. s herhangi bir tamsayıyı göstermek üzere bu koşulu aşağıdaki biçimde ifade edebiliriz:

$$kbN = 2\pi s \tag{15.26}$$

Daha önce k'yı $\pm\pi/b$ aralığı dışında almanın hiçbir anlamı olmadığını görmüştük. Bu durum, s değerlerinin $\pm N/2$ aralığında olması gerektiği anlamına gelir.

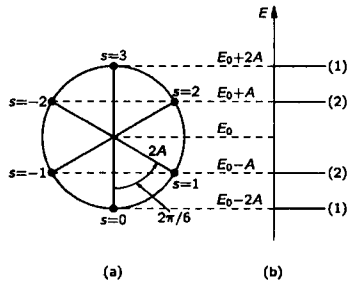
O zaman N-atomlu halka için N adet belirli enerji durumu olduğunu* ve k_s dalga sayısının

$$k_s = \frac{2\pi}{Nb}\, s \tag{15.27}$$

eşitliğiyle verildiğini görürüz.

Her bir durum (15.25) denklemiyle belirtilen enerjiye sahiptir. Olası enerji durumlarının çizgisel spektrumuna sahibiz. Benzen için ($N = 6$) spektrum Şekil 15-8(b)'de gösterilmiştir. (Parantez içindeki sayılar özdeş enerjiye sahip *farklı durumları* göstermektedir.)

Altı enerji düzeyini göstermenin, Şekil 15-8'in (a) kısmında olduğu gibi, hoş bir yolu vardır. Merkezinde bir E_0 enerjisi olan ve yarıçapı $2A$ olan bir halkayı göz önüne alalım. En alttan başlayıp altı eşit yay çizersek ($k_s b = 2\pi s/N$'in alt kısmından başlayarak ya da benzen için $2\pi s/6$) halka üzerindeki noktaların dikey yükseklikleri (15.25) denkleminin çözümleridir. Altı nokta altı olası durumu göstermektedir. En düşük enerji düzeyi $(E_0 - 2A)$'dır; benzer $(E_0 - A)$ enerjili iki durum vardır.† Bunlar tek elektron için olası durumlardır. Eğer bir elektrondan daha fazlası varsa, zıt spinli ikisi aynı duruma gidebilir.



Şekil 15-8 Altı elektronlu bir halkadaki enerji düzeyleri (örneğin bir benzen halkası).

Benzen molekülü için altı elektron koymamız gerekir. Taban durumu için olası en düşük enerji düzeyine gideceklerdir; ikisi $s = 0$'da, biri $s = +1$'de ve ikisi de $s = -1$'de. Serbest parçacık yaklaşımına göre taban durum enerjisi

$$\begin{aligned} E_{\text{taban}} &= 2(E_0 - 2A) + 4(E_0 - A) \\ &= 6E_0 - 8A \end{aligned} \tag{15.28}$$

biçimindedir. Enerji gerçekten de üç çift ayrı bağ enerjisinden daha azdır; $2A$ miktarı kadar.

Benzenin enerjisini etilenin enerjisiyle karşılaştırarak A'yı belirlemek mümkündür. A yaklaşık olarak 0,8 elektron volt ya da kimyacıların diliyle 18 kilokalori/mol'dür.

Bu tanımı benzenin diğer özelliklerini anlamak ya da hesaplamak için kullanabiliriz. Örneğin Şekil 15-8'i kullanarak benzenin ışık tarafından uyarılmasını tartışabiliriz. Peki elektronlardan birini uyarmaya çalışırsak ne olur? Daha üst düzeydeki boş durumlardan birine gidebilir. En düşük uyarılma enerjisi, en üst düzeydeki dolu durumdan en düşük düzeydeki boş duruma geçiş olabilir. Bu geçişin enerjisi $2A$'dır. Benzen $h\nu = 2A$ olduğunda ν frekanslı bir ışığı soğurabilir. Ayrıca $3A$ ve $4A$ enerjili fotonları da soğurabilir. Benzenin soğurma spektrumu ölçülmüştür ve spektral çizgi desenleri, mor ötesinde meydana gelen en düşük geçişler dışında, az ya da çok doğrudur; detayı fit etmek için A'nın değeri 1,4 ile 2,4 elektron volt arasında seçilmelidir. Yani A'nın sayısal değeri kimyasal bağ enerjisi için öngörülenden iki ya da üç kat daha büyüktür.

Bunun gibi durumlarda kimyacıların yaptığı şey benzer çok sayıda molekülü analiz etmek ve bazı deneysel kurallar bulmaktır. Örneğin bağlanma enerjisini hesaplamak için A'nın falanca değerini kullanırlar fakat soğurma spektrumunu elde etmek için A'nın başka bir değerini kullanırlar. Bu kulağa biraz saç-

---

* N için $N + 1$ durum olduğunu düşünebilirsiniz fakat durum böyle değildir çünkü $s = \pm N/2$ aynı durumu verir.

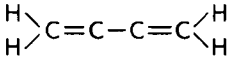
† Özdeş enerjili iki durum için (farklı genlik dağılımlarına sahip) iki durumun "eşenerjili" olduğunu söyleriz. Dört elektron da $(E_0 - A)$ enerjisine sahiptir.

ma gelebilir. Doğayı ilk elden anlamaya çalışan bir fizikçi için bu yaklaşım çok tatmin edici görünmeyebilir. Fakat kimyacıların problemi farklıdır. Kimyacılar henüz elde edilmemiş moleküllerle ya da tam olarak anlaşılamamış moleküllerle nelerin yapılabileceğini anlamaya çalışır. İhtiyaç duydukları şeyler deneysel kurallardır; bu moleküllerin nereden geldikleriyle ilgilenmezler. Bu nedenle kuramı fizikçilerden oldukça farklı bir şekilde kullanırlar. İçlerinde gerçeğin bir bölümünü içeren denklemleri alırlar fakat sadece denklemlerin sabitlerini değiştirirler; deneysel düzeltmeler elde etmek için.

Benzen durumunda çelişkinin temel sebebi elektronların serbest olduğu varsayımından kaynaklanır; işe başladığımız kuram aslında uygun değildir. Bununla birlikte gerçeğin bir bölümünü barındırır çünkü sonuçları doğru yönde ilerliyormuş gibi görünmektedir. Buna benzer denklemler artı bazı deneysel kuralları –farklı tahminleri içeren– kullanarak organik kimyacılar çalışmak istedikleri karmaşık şeyleri kendi yöntemlerini kullanarak incelerler. (Bir fizikçinin doğayı ilk elden hesaplama nedeni aslında basit problemlerle uğraşmalarıdır. Asla 6 ya da 42 elektron içeren bir durumu göz önüne almazlar. Şu ana kadar sadece hassas bir şekilde hidrojen ve helyum atomunu hesaplayabilmişlerdir.)

15-5 Daha fazla organik kimya

Şimdi benzer fikirlerin diğer moleküllerin incelenmesinde nasıl kullanılacağını görelim. Bütadin (1,3) gibi bir molekülü ele alalım: Alışıldık değerlik bağ yapısına göre Şekil 15-9'da gösterilmiştir.



Şekil 15-9 Bütadin (1,3) molekülünün değerlik bant yapısı.

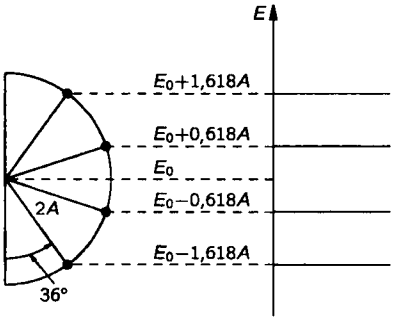
İki çift bağa karşılık gelen fazladan dört elektronu içeren bir durumu ele alalım. Eğer dört elektronu ortadan kaldırırsak bir çizgi üzerinde dört karbon atomu elde ederiz. Bir çizgi durumunu nasıl çözeceğimizi zaten biliyoruz. "Hayır, sadece *sonsuz* bir çizginin nasıl çözülebileceğini biliyorum" diyebilirsiniz. Fakat sonsuz çizgi çözümleri de sonlu çizgilerinden birini içerir. Çizgi üzerinde *N adet* atom olduğunu düşünelim ve Şekil 15-10'da gösterildiği gibi 1'den N'e kadar isimlendirelim. Konum 1'i tanımlayan genlik denklemlerini yazmak için 0. konumdan gelecek terimi dikkate almamız gerekmez. Benzer şekilde N konum için denklem, sonsuz çizgi için kullandıklarımızdan farklıdır çünkü $N + 1$ konumundan sonra herhangi bir katkı gelmez. Fakat birazdan tanımlayacağımız özelliğe sahip sonsuz bir çizgi için bir çözüm elde ettiğimizi varsayın; 0. atomun ve $N + 1$ konumlu atomun genliği sıfırdır. O zaman sonlu bir çizgi üzerinde 1'den N'e tüm konumlar için denklem kümesi sağlanır. Sonsuz çizgi için buna benzer bir çözümün olmadığını düşünebilirsiniz çünkü bütün çözümlerin her yerde genliğin aynı mutlak değerine sahip e^{ikx_n} biçiminde olduğunu düşünebilirsiniz. Fakat enerjinin sadece k'nın mutlak değerine bağlı olduğunu unutmayın bu nedenle aynı enerji için bir diğer çözüm e^{-ikx_n} olmalıdır. Benzer durum bu iki durumun üst üste binmesinde de geçerlidir. Bu iki denklemi çıkararak, $x = 0$ noktasında genliğin sıfır olduğu $\sin kx_n$ çözümünü elde ederiz. Hâlâ ($E_0 - 2A\cos kb$) enerjisine karşılık gelir. Şimdi k'nın değeri için uygun bir seçim yaparak genliği x_{N+1} noktasında da sıfır yapabiliriz. Bunun olması için $(N+1)kb$'nin π'nin bir katsayısı olması ya da

Şekil 15-10 N moleküllü bir çizgi.

$$kb = \frac{\pi}{(N+1)}\, s \qquad (15.29)$$

olması gerekir, burada s, 1'den N'e kadardır. (Sadece k'nın pozitif değerlerini alıyoruz çünkü her bir çözüm $+k$ ve $-k$ içerir; k'nın işaret değişimi yeniden aynı durumları verir.) Bütadin molekülü için, $N = 4$, dört durum vardır:

$$kb = \pi/5, \quad 2\pi/5, \quad 3\pi/5 \quad \text{ve} \quad 4\pi/5 \qquad (15.30)$$



Şekil 15-11 Bütadinin enerji düzeyleri.

Enerji düzeylerini benzeninkine benzer bir dairesel diyagram kullanarak gösterebiliriz. Bu sefer Şekil 15-11'de gösterildiği gibi beş eşit parçaya ayrılmış bir yarım daire kullanacağız. Hiçbir durumu vermeyen en alttaki nokta $s = 0$'a

karşılık gelir. Benzer bir durum $s = N + 1$'e karşılık gelen yukarıdaki nokta için de doğrudur. Geriye kalan 4 nokta dört izinli enerji durumunu verir. Dört taban durumuyla işe başladığımız zaman olmasını beklediğimiz dört durağan durum vardır. Halka diyagramında açısal aralıklar $\pi/5$ ya da 36 derecedir. En düşük enerji ($E_0 - 1{,}618A$) kadardır. (Matematiksel sonuç çok ilginç; Yunanların altın oran* kuramlarına göre, bütadin molekülünün en düşük enerji durumunu vermektedir.)

Şimdi dört elektronu koyduğumuz bütadin molekülünün enerjisini hesaplayabiliriz. Dört elektronu kullanarak, her biri zıt spine sahip iki elektron alan en düşük iki düzeyi doldurabiliriz. Toplam enerji

$$E = 2(E_0 - 1{,}618A) + 2(E_0 - 0{,}618A) = 4(E_0 - A) - 0{,}472A \qquad (15.31)$$

olur. Bu sonuç uygun görünmektedir. Bu enerji iki çift bağın enerjisinden biraz daha düşüktür fakat bağlanma benzendeki kadar büyük değildir. Zaten bu sonuç kimyacıların bazı organik molekülleri analiz etmelerinden elde edilmiştir.

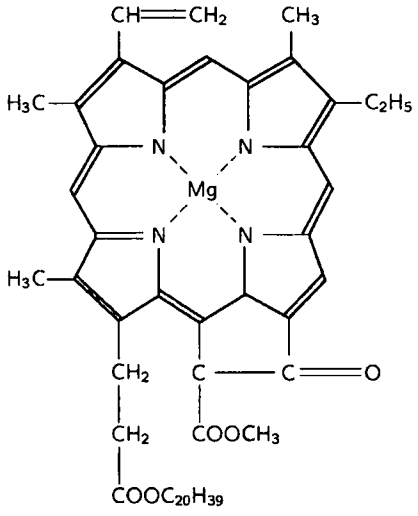
Kimyacılar sadece enerjileri değil aynı zamanda olasılık genliklerini de kullanırlar. Her bir durumun genliğini ve hangi durumların dolu olduğunu bilerek molekülün her bir yerindeki elektronun bulunma olasılığını belirleyebilirler. Elektronların daha fazla bulunma olasılıklarının olduğu yerler, elektronların diğer atomlarca paylaşılmasını gerektiren kimyasal tepkimelere daha elverişlidir. Tepkimelere elverişli diğer durumlar da, sisteme ek bir elektronun gelme olasılığının olduğu yerlerdir.

Kullandığımız benzer fikirler, klorofil gibi karmaşık bazı moleküllerin anlaşılması için kullanılabilir, tıpkı Şekil 15-12'de bir versiyonu gösterilmiş olduğu gibi. Kalın çizgilerle göstermiş olduğumuz tek ve çift bağlar, yirmi aralıktan meydana gelmiş kapalı bir halkayı oluşturur. Serbest parçacık yöntemini kullanarak bütün enerji düzeylerini elde edebiliriz. Spektrumun görünen kısmı boyunca uzanan bu düzeyler arasındaki geçişlerden kaynaklanan kalın soğurma çizgileri vardır ve bu moleküle güçlü rengini verir. Ksantofil gibi karmaşık moleküller benzer şekilde çalışılabilir.

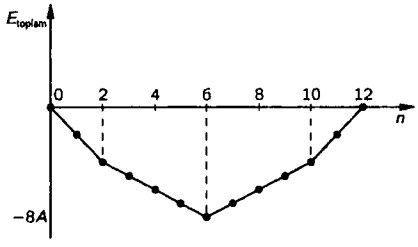
Organik kimyadaki buna benzer bir kuramın uygulamasından doğan bir fikir daha vardır. Muhtemelen en başarılı olanıdır ya da en azından en doğru olanı. Bu fikir bir soruya benzemektedir; hangi durumda büyük bir kimyasal bağ elde edilir? Cevap oldukça ilginçtir. İlk olarak benzen örneğini ele alalım ve altı kez iyonize olmuş molekülle işe başladığımız duruma benzeyen bir olaylar dizisinin meydana geldiğini hayal edelim. O zaman farklı benzen iyonlarını ele alabiliriz; negatif ya da pozitif. İyon enerjisini (ya da yüksüz molekülü) elektron sayısının bir fonksiyonu olarak çizelim. Eğer $E_0 = 0$ seçersek (çünkü ne olduğunu bilmiyoruz) Şekil 15-13'te gösterilen eğriyi elde ederiz. İlk iki eletron için fonksiyonun eğimi düzdür. Ardışık her grup için eğim artar ve eğimdeki elektron grupları arasında bir süreksizlik vardır. Hepsi aynı enerjiye sahip bütün enerji düzeyleri dolduğunda eğim değişir.

Benzen iyonunun gerçek enerjisi, ihmal ettiğimiz elektron etkileşimleri ve elektrostatik enerjiler nedeniyle aslında Şekil 15-13'ten oldukça farklıdır. Bununla birlikte düzeltmeler düzgün bir şekilde n sayısıyla değişir. Bütün düzeltmeleri yapsak bile sonuçta ortaya çıkan enerji eğrisi, belirli enerjileri dolduran n değerlerinde kıvrımlara sahiptir.

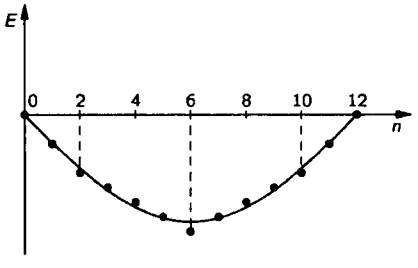
Şimdi Şekil 15-14'te gösterildiği gibi veri noktalarını ortalama olarak fit eden çok düzgün bir eğriye sahip olduğumuzu düşünelim. Bu eğrinin üzerindeki noktaların "normalden daha yüksek" enerjilere ve altındaki noktalarında "normalden daha düşük" enerjilere sahip olduğunu söyleyeceğiz. Genelde normalden daha düşük enerji durumlarının ortalamadan daha kararlı olmasını



Şekil 15-12 Bir klorofil molekülü.

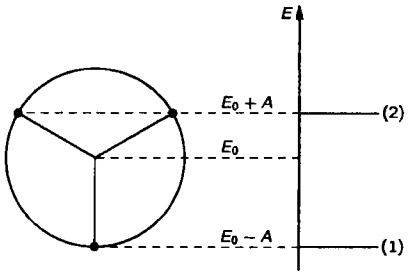


Şekil 15-13 Eğer $E_0 = 0$ olarak seçersek Şekil 15-8'deki en düşük enerjili durumlar n elektron tarafından doldurulduğunda bütün elektron enerjilerinin toplamını tanımlar.

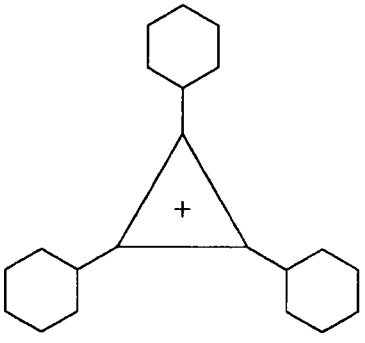


Şekil 15-14 Şekil 15-13'ün noktalarının düzgün bir eğriyle gösterilmesi. n = 2, 6, 10 olan moleküller diğerlerinden daha kararlıdır.

* Bir kareye ve benzer dikdörtgenlere ayrılabilen bir dikdörtgenin kenarları arasındaki oran.



Şekil 15-15 Üçlü bir halkanın enerji diyagramı.



Şekil 15-16 Trifinil siklopropil katyon.

bekleriz; kimyasal bir dille konuşacak olursak. Eğri her zaman düz çizgi parçalarının birinin sonunda oluşur; yani bir "enerji kabuğunu" doldurmaya yetecek kadar varsa. Bu kuramın en doğru tahminidir. Moleküller ya da iyonlar sadece bir enerji kabuğunu doldurdukları sürece kararlıdır (diğer benzer konfigürasyonlarla karşılaştırıldığında).

Bu kuram çok özel bazı kimyasal gerçekleri açıklamış ve öngörmüştür. Basit bir örnek olarak üçlü halka yapısını ele alalım. Kimyacıların kararlı üçlü bir halka elde etmeleri neredeyse imkânsız görülüyordu fakat başarıldı. Üç elektronun enerji halkası Şekil 15-15'te gösterilmiştir. Şimdi eğer iki elektronu daha alt enerji düzeyine yerleştirirsek, gerekli olan üç elektrondan ikisine sahip olmuş oluruz. Üçüncü elektron daha yüksek bir düzeye koyulmalıdır. Bu molekül kararlı olamaz bununla birlikte iki elektronlu yapı kararlı olabilir. Aslında trifinil siklopropil molekülünü elde etmek oldukça zordur fakat Şekil 15-16'da gösterilen pozitif iyonu elde etmek daha kolaydır. Üçlü halka aslında kolay değildir çünkü organik moleküldeki bağlar eşkenar üçgen yaptığında her zaman çok büyük gerilimlere neden olur. Kararlı bir birleşik elde etmek için yapı bir şekilde kararlı olmalıdır. Eğer köşelere üç adet benzen halkası eklersek pozitif iyon elde edilebilir. (Benzen halkası eklememizin asıl nedeni tam olarak anlaşılmamıştır.)

Benzer şekilde beş köşeli bir halka yapısı da analiz edilebilir. Eğer enerji diyagramını çizerseniz, altı elektronlu bir yapının kararlı bir yapıya sahip olacağını görürsünüz, bunun gibi bir molekül negatif iyon gibi çok kararlıdır. Günümüzde beş kenarlı halka yapısı iyi bilinmektedir ve kolayca elde edilmektedir ve her zaman negatif bir iyon gibi davranmaktadır. Benzer şekilde 4 ya da 8 kenarlı bir halkanın çok ilginç olmadığını fakat 14 ya da 10 kenarlı bir halkanın – 6 kenarlı bir halka gibi– yüksüz bir nesne gibi çok karalı olduğunu görebilirsiniz.

15-6 Yaklaşımın diğer uygulamaları

Kısaca tanımlayacağımız özdeş iki durum daha vardır. Bir atomun yapısını göz önüne alırsak elektronların ardışık kabukları doldurduklarını görebiliriz. Elektron hareketinin Schrödinger kuramını "merkezcil" bir alanda –bir noktadan uzaklığa bağlı olarak değişen– hareket eden tek bir elektron için kolayca inceleyebiliriz. O zaman 22 elektrona sahip bir atomda nelerin olduğunu nasıl anlayabiliriz? Bunu anlamanın bir yolu serbest parçacık yaklaşımını kullanmaktır. İlk olarak bir elektronlu durumda nelerin olacağını hesaplarız. Bir dizi enerji düzeyi elde ederiz. Bir elektronu en düşük enerji seviyesine yerleştiririz. Kaba bir model için, elektron etkileşimlerini ihmal edebilirsiniz ve ardışık kabukları sırayla doldurabilirsiniz fakat elektronlar tarafından taşınan yük etkisini hesaba katmanın çok daha iyi bir yolu vardır; en azından yaklaşım olarak. Her seferinde bir elektron ekleyerek farklı durumlarda bulunma genliklerini hesaplayabiliriz ve bu genliği küresel simetrik yük dağılımını anlamak için kullanabiliriz. Bir sonraki elektron için uygun durumları bu dağılım alanını –pozitif çekirdeği ve elektronlar tarafından meydana getirilen– kullanarak bulabilirsiniz. Bu şekilde yüksüz atom ve değişik iyonize atom enerjileri için doğru tahminlerde bulunabilirsiniz. Bir halka yapısındaki elektronlarda gördüğümüze benzer enerji kabukları bulacaksınız. Kısmi dolu kabuklarla birlikte atom bir ya da daha fazla elektron alma eğiliminde olacaktır ya da dolu bir kabuğun en kararlı durumuna geçmek için bazı elektronları kaybedecektir.

Bu kuram periyodik tablo elementlerini gösterdiği temel kimyasal özelliklerin arkasındaki işleyişi açıklar. Soy gazların kabukları tamamen dolu olan elementlerdir ve tepkimeye girmeleri çok zordur. (Elbette bazıları tepkimeye girer; flor ve oksijenle; fakat bu tür bileşikler çok zayıftır; bu nedenle soy gazlar ner-

deyse etkisizdir.) Bir soy gazdan bir elektron fazla ya da bir elektron daha az olan bir atom daha karalı bir duruma geçmek için (düşük enerjili) bir elektron alır ya da kaybeder; bu tür elementler değerliği +1 ya da –1 olan çok aktif kimyasal elementlerdir.

Diğer bir örneği nükleer fizikte bulunabilir. Atom çekirdeğinde proton ve nötronlar birbirleriyle yeğin bir şekilde etkileşirler. Böyle bile olsa serbest parçacık modeli nükleer yapıyı analiz etmek için kullanılabilir. Eğer çekirdek belirli sayıda nötron içeriyorsa –yani 2, 8, 20, 28, 50, 82– çekirdeğin kararlı olduğu keşfedilmişti. Bu sayılarda proton içeren çekirdekler de kararlıdır. Başlangıçta bu sayıları açıklamanın bir yolu bulunamadığı için nükleer fiziğin "sihirli sayıları" olarak adlandırıldılar. Nötron ve protonların birbirleriyle yeğin bir şekilde etkileştiği gayet iyi biliniyordu; bu nedenle insanlar, serbest parçacık yapısı ilk birkaç sihirli sayıyı veren bir kabuğu öngördüğünde oldukça şaşırmışlardı. Model, bütün diğer çekirdeklerin ortalama etkisi tarafından yaratılan merkezi bir potansiyelde hareket eden nükleonlar (proton ya da nötronları) olduğunu varsayıyordu. Bununla birlikte bu model daha büyük sihirli sayılar için doğru değerleri veremediğinden geçersizdir. İlk kez Maria Mayer ve ondan bağımsız olarak Jensen ve meslektaşları tarafından, "spin-yörünge" etkileşimi adı verilen bir düzeltmeyi serbest parçacık modeline eklemeleri sayesinde keşfedilmiştir. (Eğer spin, çekirdekteki hareketten kaynaklanan yörünge açısal momentumuyla aynı yöndeyse spin-yörünge etkileşimi nükleonun enerjisini düşürür.) Daha fazla çekirdek "kabuk yapısı" öngören bir kuram, çekirdeğin ve nükleer tepkimelerin belirli özelliklerini verebilir.

Serbest parçacık yaklaşımı oldukça kullanışlıdır; katı hal fiziğine, kimyaya, biyolojiye, nükleer fiziğe kadar. Genelde kaba bir yaklaşımdır, fakat neden kabukta kararlı durumların olduğunun anlaşılmasında yardımcıdır. Parçacıklar arasındaki karmaşık etkileşimlerin hepsini göz ardı ettiği için, çoğu önemli detayı doğru bir şekilde açıklayamaması konusunda çok da şaşırmamamız gerekir.

16
GENLİKLERİN KONUMA BAĞIMLILIĞI

16-1 Bir çizgi üzerindeki genlik
16-2 Dalga fonksiyonu
16-3 Belirli momentum durumları
16-4 x'teki durumların normalizasyonu
16-5 Schrödinger denklemi
16-6 Kuantumlanmış enerji düzeyleri

16-1 Bir çizgi üzerindeki genlik

Şimdi kuantum mekaniğinin olasılık genliklerinin uzayda nasıl değiştiğini tartışacağız. Önceki bölümlerde bazı şeyleri göz ardı ettiğimiz için biraz rahatsızlık duymuş olabilirsiniz. Örneğin amonyak molekülü hakkında konuşurken iki taban durumu cinsinden açıklamayı denedik. Bir taban durumu için, nitrojen atomunun üç hidrojen atomu düzleminin "yukarısında" ve diğer taban durumları için nitrojen atomunun üç hidrojen atom düzleminin "aşağısında" olduğu bir durumu seçmiştik. Neden sadece iki durumu seçtik? Neden nitrojen atomunun, üç hidrojen atom düzleminin 2 angström, 3 angström ya da 4 angström yukarısında olması mümkün değildir? Nitrojen atomunun dolduracağı çok sayıda durum vardır. İki proton tarafından paylaşılan bir elektron içeren hidrojen molekülü iyonu hakkında konuştuğumuzda iki taban durumu hayal ettik: bunlardan birisi bir numaralı protonun komşuluğunda elektron olması diğeri de iki numaralı protonun komşuluğunda elektron olması. Açık ki birçok detayı göz ardı ettik. Elektron tam olarak iki numaralı protonda değildir sadece komşuluğundadır. Protonun aşağısında, yukarısında, sağında ve solunda bir yerde olabilir.

Bilerek bu detayları tartışmadık. İki taban durumu cinsinden tanımladığımız için problemin sadece belirli yönleriyle ilgilenmiştik, bu nedenle elektronun bir numaralı protonun civarında bulunduğu sırada kesin bazı özelliklere sahip olduğunu hayal etmiştik. Bu koşullar altında elektronun bulunma olasılığı, proton etrafında belirli dağılıma sahip olabilirdi fakat detaylarıyla ilgilenmedik.

Başka bir şekilde de probleme bakabiliriz. Hidrojen molekülü iyonunu iki durumlu bir sistem olarak ele aldığımız için yaklaşık bir tanım elde ettik. Aslında çok sayıda durum vardır. Bir elektron, protonun en düşük durumu ya da taban durumu civarında bulunabilir fakat çok sayıda uyarılmış durum da mevcuttur. Her bir uyarılmış durum için protonun etrafındaki elektron dağılımı farklıdır. Sadece düşük enerjili durumlarla ilgilendiğimiz için bu uyarılmış durumları göz ardı etmiştik. Fakat buna benzer uyarılmış durumlar protonun etrafında değişik elektron dağılımları yaratabilir. Eğer moleküler hidrojen atomunu detaylı bir şekilde tanımlamak istiyorsak diğer taban durumlarını da hesaba katmamız gerekir. Bunu birkaç şekilde yapabiliriz ve birincisi elektronun uzaydaki konumunu detaylı bir şekilde hesaplamaktır.

Şimdi, elektronun herhangi bir durumda bulunma genliğiyle belirlenen, elektronun konumu hakkında detaylı bir şekilde tartışmamıza olanak tanıyan daha ayrıntılı bir model üzerinde düşünmeye hazırız. Bu daha tam kuram, önceki tartışmalarımızda yaptığımız yaklaşımın temellerini gösterecektir. Daha önce elde ettiğimiz denklemleri daha tam bir kuram için yapacağımız yaklaşımları kullanarak türetebiliriz.

Neden daha tam bir kuramla işe başlamadığımızı merak ediyor olabilirsiniz. İki-durum yaklaşımıyla işe başlayarak ve daha tam bir kurama aşama aşama giderek, kuantum mekaniğinin temel işleyişinin daha kolay anlaşılacağını düşündük. Bu nedenle konuya yaklaşımımız çoğu kitapta bulacağınız sıranın tam tersidir.

Bu bölümde ilerledikçe geçmişte sadık kaldığımız bir kuralı çiğnediğimizi fark edeceksiniz. Hangi konuya değinirsek değinelim az ya da çok fiziğin tam bir tanımını vermeye çalıştık; fikirlerin sonunun nereye vardığını az çok gösterdik. Kuramın genel sonuçlarını vermemizin yanı sıra kuramın öngördüğü bazı spesifik detayları da vermeye çalıştık. Şimdi bu kuralı çiğneyeceğiz; olasılık genlikleri hakkında nasıl konuşacağımızı tanımlayacağız ve sağladıkları diferansiyel denklemleri göstermeye çalışacağız. Kuramın ortaya koyduğu çok sayıda sonucu tartışmaya zamanımız olmayacak. Aslında bu kuramla ilgili olan daha önce kullandığımız denklemlerin bir kısmına yeniden değinemeyeceğiz bile; örneğin hidrojen molekülüne ya da amonyak molekülüne. İlk kez işimizi tamamlayamayacağız ve sonunu açık bırakacağız. Dersimizin sonuna yaklaşıyoruz ve sadece genel fikirlere, kuantum mekaniğinin farklı yaklaşımlarına değinmeye çalışıyoruz. Umarım bundan sonra, okuyacağınız kitaplarda göreceğiniz denklemlerin sonuçlarını kendinizin yorumlayabileceği bir noktaya gelmiş olacaksınız. Bu nedenle bazı şeyleri size bırakıyoruz.

Şimdi bir dizi atom boyunca hareket eden bir elektron hakkında bulduklarımızı yeniden gözden geçirelim. Bir elektron bir atomdan diğerine sıçrama genliğine sahipse, olasılık genliklerinin örgü boyunca ilerleyen bir dalga biçiminde dağıldığı belirli enerji düzeyleri vardır. Uzun dalga boyları için –küçük k dalga sayısına sahip– durumun enerjisi dalga sayısının karesiyle orantılıdır. Aralığı b olan ve elektronun birim zamanda bir atomdan diğerine sıçrama genliğinin $i\hbar/A$ olduğu kristal bir örgü için, enerji düzeyleri k'yla orantılıdır:

$$E = Ak^2b^2 \tag{16.1}$$

(*bkz.* Bölüm 13-2). Ayrıca aynı enerjilere sahip bunun gibi dalga gruplarının m_{etkin} kütlesine sahip bir klasik parçacık gibi davranan bir dalga paketi oluşturduklarını gördük:

$$m_{\text{etkin}} = \frac{\hbar^2}{2Ab^2} \tag{16.2}$$

Bir örgü içindeki olasılık genliği dalgaları parçacık gibi davrandıkları için, bir parçacığın genel kuantum mekaniksel betimlenmesinin örgü için gözlemlediğimiz bir tür dalga davranışı göstermesini bekleriz. Bir çizgi üzerindeki örgüyü ele aldık ve b örgü aralığını gittikçe küçülttük. Sınırda, elektronun çizgi boyunca herhangi bir yerde olabileceğini düşündük. Bu nedenle sürekli bir olasılık genliği elde etmiştik. Bu yöntem boşluktaki bir elektronun hareketini tanımlamanın bir yoludur. Diğer bir deyişle, eğer uzayı birbirlerine çok yakın sonsuz noktalar dizisi olarak ele alırsak ve bir noktadaki genliğin diğer noktadaki genlikle ilişkili olduğu denklemler üzerine çalışırsak, uzaydaki bir elektron hareketinin kuantum mekaniksel yasalarını elde ederiz.

Şimdi kuantum mekaniğinin genel ilkelerinden bazılarını yeniden hatırlayalım. Bir kuantum mekaniksel sistemde değişik konumlarda bulunabilen bir parçacığı ele alalım. Bir elektronun "durum" olarak adlandırdığımız herhangi bir konumda bulunma genliğini bir durum vektörüyle (örneğin $|\phi\rangle$) göstermiştik. Diğer durumları da farklı durum vektörleriyle (örneğin $|\psi\rangle$) göstermiştik. Daha sonra taban durumu fikrini ortaya koymuştuk. Birazdan belirteceğimiz özelliklere sahip taban durumlarını, yani $|1\rangle$, $|2\rangle$, $|3\rangle$, $|4\rangle$, ve benzer durumları daha önce göstermiştik. Birincisi bütün taban durumları oldukça ayrıktır; bunu diklik olarak adlandırmıştık. Yani, $|i\rangle$ ve $|j\rangle$ gibi iki duruma sahip bir elektronun hem $|i\rangle$ hem de $|j\rangle$ bulunma genliğinin $\langle i|j\rangle$ sıfır olduğunu göstermiştik; elbette $|i\rangle$ ve $|j\rangle$ aynı durumları göstermediği sürece. Bu durumu sembolik olarak

$$\langle i|j\rangle = \delta_{ij} \tag{16.3}$$

biçiminde gösterdik. Hatırlayacağınız gibi i ile j farklıysa $\delta_{ij} = 0$ ve i ile j aynıysa $\delta_{ij} = 1$ olur.

İkincisi temel $|i\rangle$ durumları tam bir küme olmalıdır böylece herhangi bir durum artık bu taban durumları cinsinden tanımlanabilir. Yani herhangi bir $|\phi\rangle$ durumu, bir parçacığın hem $|\phi\rangle$ hem de $|i\rangle$ durumunda bulunma genliğinin $\langle i|\phi\rangle$ belirlenmesiyle tanımlanabilir. Aslında $|\phi\rangle$ durumu her biri, hem $|\phi\rangle$ hem de $|i\rangle$ durumunda bulunma genliğini tanımlayan bir katsayıyla çarpılmış taban durumlarının bir toplamıdır:

$$|\phi\rangle = \sum_i |i\rangle \langle i|\phi\rangle \tag{16.4}$$

Son olarak, herhangi iki $|\phi\rangle$ ve $|\psi\rangle$ durumunu ele alırsak, hem $|\phi\rangle$ hem de $|\psi\rangle$ durumunda bulunma genliği, ilk olarak $|\psi\rangle$ durumunun taban durumlarına ve daha sonra, her taban durumunun $|\phi\rangle$ durumuna izdüşümlerinin alınmasıyla bulunabilir:

$$\langle \phi|\psi\rangle = \sum_i \langle \phi|i\rangle \langle i|\psi\rangle \tag{16.5}$$

Elbette toplam, bütün $|i\rangle$ taban durumları üzerinden yapılır.

13. Bölümde doğrusal bir atom dizisi üzerine yerleşen bir elektronla nelerin meydana geldiğini çalıştığımız sırada, elektronun doğru üzerindeki atomların birinde ya da diğerinde konumlanacağı bir taban durumu kümesi seçtik. $|n\rangle$ taban durumu, elektronun "n" numaralı atomda bulunma durumunu tanımlar. (Elbette $|i\rangle$ taban durumu yerine $|n\rangle$ durumunu seçmemizin bir önemi yoktur.) İlerleyen kısımlarda taban durumlarını atom numaraları yerine x_n koordinatındaki atom cinsinden ifade ettik. $|x_n\rangle$ durumu $|n\rangle$ durumunun farklı bir şekilde yazılmış halidir. Daha sonra, genel kuralları takip ederek, herhangi bir durumun, $|\psi\rangle$ durumunun $|x_n\rangle$ durumlarının birinde bulunma genlikleri cinsinden ifade edilmesiyle bulunabileceğini görmüştük. Uygun olması açısından C_n sembölünün tüm bu genlikleri ifade ettiğini belirtmiştik:

$$C_n = \langle x_n|\psi\rangle \tag{16.6}$$

Taban durumları atom dizisi üzerindeki konumlara bağlı olduğu için C_n genliğini x koordinatının bir fonksiyonu olarak düşünebiliriz ve $C(x_n)$ olarak ifade edebiliriz. Genelde $C(x_n)$ genliği zamanla değişir ve bu nedenle t'nin bir fonksiyonudur. Bu bağımlılığı açık bir şekilde göstermemiştik.

13. Bölümde $C(x_n)$ genliğinin (13.3) Hamilton denklemi tarafından belirlendiğini göstermiştik. Yeni gösterimi kullanarak bu denklemi aşağıdaki biçimde ifade ettik:

$$i\hbar \frac{\partial C(x_n)}{\partial t} = E_0 C(x_n) - AC(x_n + b) - AC(x_n - b) \tag{16.7}$$

Sağ taraftaki son iki terim $(n + 1)$ ya da $(n - 1)$ atomundaki bir elektronun n. konumdaki bir atoma gitme sürecini tanımlar.

(16.7) denkleminin

$$C(x_n) = e^{-iEt/\hbar}\, e^{ikx_n} \tag{16.8}$$

olarak ifade edilen belirli enerji durumlarına karşılık geldiğini bulmuştuk.

Düşük enerji durumları için dalga boyları büyüktür (küçük k) ve enerji k'yla aşağıdaki gibi ilişkilidir:

$$E = (E_0 - 2A) + Ak^2 b^2 \tag{16.9}$$

ya da $(E_0 - 2A) = 0$ olarak seçersek enerji (16.1) denklemi tarafından belirlenir.

Şimdi, k'yı sıfır seçerek, b örgü aralığını sıfıra götürdüğümüzde nelerin olabileceğine bakalım. Bunu yaptığımızda (16.9) denklemindeki son terim sıfır olacağından işin fiziği de kaybolur. Fakat A ve b'nin her ikisini de, b sıfıra gittiğinden, Ab^2 çarpımının sabit kalması için değiştirebiliriz.* (16.2) denklemini kullanarak Ab^2 çarpımını $\hbar^2/2m_{\text{etkin}}$ şeklinde yazabiliriz. Bu koşullar altında (16.9) denklemi değişmez; fakat (16.7) diferansiyel denklemine ne olur?

İlk olarak (16.7) denklemi

$$i\hbar \frac{\partial C(x_n)}{\partial t} = (E_0 - 2A)C(x_n) + A[2\,C(x_n) - C(x_n + b) - C(x_n - b)] \qquad (16.10)$$

olarak yazılabilir.

E_0 için yaptığımız seçim nedeniyle ilk terim kaybolur. Daha sonra her x_n noktasında $C(x_n)$ değeriyle düzgün bir şekilde değişen sürekli bir $C(x)$ fonksiyonu düşünebiliriz. Örgü aralığı b'yi sıfıra götürdükçe x_n noktaları gittikçe daha çok yakınlaşır ve (eğer $C(x)$'in oldukça düzgün bir şekilde değiştiğini düşünürsek) parantezdeki nicelik sadece $C(x)$'in ikinci türeviyle orantılıdır. Bu eşitliği her bir terimin Taylor açılımını ele alırsak aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$2\,C(x) - C(x + b) - C(x - b) \approx -b^2 \frac{\partial^2 C(x)}{\partial x^2} \qquad (16.11)$$

$b^2 A$'yı K'ya eşit tutarak b sıfıra giderken (16.7) denklemi aşağıdaki eşitliğe dönüşür:

$$i\hbar \frac{\partial C(x)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m_{\text{etkin}}} \frac{\partial^2 C(x)}{\partial x^2} \qquad (16.12)$$

$C(x)$'in zamanla değişim hızının –bir elektronun x konumunda bulunma genliği– elektronun genliğinin her noktada konuma göre ikinci türeviyle orantılı olduğunu söyleyen bir denkleme sahip oluruz.

Serbest uzayda bir elektronun hareketi için doğru kuantum mekaniksel denklem ilk kez Schrödinger tarafından keşfedilmiştir. Eğer m_{etkin} değerini m'yle yerdeğiştirirsek, serbest uzaydaki elektron kütlesi, bir çizgi boyunca hareket için aslında (16.12) denklem biçimiyle oldukça benzer hale gelir. Serbest uzayda bir çizgi boyunca hareket için Schrödinger denklemi

$$i\hbar \frac{\partial C(x)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 C(x)}{\partial x^2} \qquad (16.13)$$

şeklinde ifade edilir.

Schrödinger denklemini elde etme niyetinde değiliz sadece nasıl türetilebileceğine dair bir yöntemi göstermek istiyoruz. Schrödinger ilk kez bu denklemi bazı bulgusal argümanlara ve bazı dâhice sezgilere dayalı bir çıkarımla elde etmişti. Kullandığı bazı fikirler yanlış olsa da bu önemli değildir; tek önemli şey doğanın doğru bir tanımını veren denklemi elde etmesidir. Tartışmamızın amacı doğru kuantum mekaniksel (16.13) denkleminin, atom dizisi boyunca hareket eden bir elektronun limit durumu için elde ettiğimiz denklem biçimiyle aynı olduğunu göstermektir. Yani (16.13) diferansiyel denklemi, bir konumdan diğerine giden olasılık genliğinin yayılmasını tanımlamaktadır. Eğer bir noktada belirli bir genliğe sahip bir elektron varsa, zaman geçtikçe komşu noktalarda da bazı genliklere sahip olacaktır. Aslında söz konusu denklem I. Ciltte kullandığımız difüzyon denklemine benzemektedir. Fakat önemli bir fark vardır; zaman türevinin önündeki sanal katsayı, ince bir tüp boyunca yayılan bir gazın hareketini tanımlayan sıradan difüzyon denkleminin davranışından tamamen farklı bir davranışa neden olur. Sıradan difüzyon gerçel üstel çözümlere neden olur bunula birlikte (16.13) denkleminin çözümü karmaşık dalgalardır.

---

* x_n noktalarının birbirlerine çok yakın olduğunu hayal edebiliriz bu nedenle $x_{n\pm1}$ noktasından x_n noktasına sıçrama genliği, A, artacaktır.

16-2 Dalga fonksiyonu

Şimdiye kadar kuantum mekaniksel hareket denklemlerinin nasıl görüneceği hakkında bazı fikirler elde ettik, bundan sonra işin başına geri dönmek ve bir elektronun hareketini örgüdeki atomların konumuna bağlı olmadan tanımlamak istiyoruz. Bu nedenle işin başına geri dönmek istiyoruz ve eğer uzayda serbest bir parçacığın hareketini tanımlamak istiyorsak gerekli olan fikirlerin ne olması gerektiğini görmek istiyoruz. Bir ortam boyunca hareket eden bir parçacığın hareketiyle ilgilendiğimiz için, sonsuz sayıda olası durumla ilgileneceğiz ve sonsuz sayıda durum için geliştireceğimiz fikirlerin bazı düzeltmelere ihtiyacı olacak.

Tam olarak x koordinatında konumlanan bir parçacığın durumunu tanımlayan $|x\rangle$ durum vektörünü ele alacağız. Çizgi boyunca her x değeri için –1,73, 9,67 ya da 10,00 gibi– belirli bir durum vardır. Bunun gibi $|x\rangle$ durumlarını taban durumlarımız olarak ele alırız ve eğer atom dizisi boyunca tüm noktaları dikkate alırsak bir boyutlu hareket için tam bir durum kümesi elde ederiz. Şimdi elektronun çizgi boyunca farklı bir şekilde dağılım gösterdiği bir durumu ele alalım, örneğin $|\psi\rangle$ gibi. Bu durumu tanımlamanın bir yolu, elektronun aynı zamanda $|x\rangle$ taban durumlarının her birinde bulunma genliğinin belirlenmesidir. Her bir x değeri için sonsuz sayıda genliğin belirlenmesi gerekir. Bu genlikleri $\langle x|\psi\rangle$ olarak yazacağız. Bu genliklerin her biri karmaşık sayıdır ve her bir x değeri için sadece bir sanal sayı olduğundan, $\langle x|\psi\rangle$ genliği sadece x'in bir fonksiyonudur. Ayrıca $C(x)$ genliğini aşağıdaki biçimde ifade edebiliriz:

$$C(x) = \langle x|\psi\rangle \tag{16.14}$$

7. Bölümde genliğin zamanla değişimi hakkında konuştuğumuzda genliğin koordinatla bu şekilde değiştiğini zaten görmüştük. Örneğin belirli bir momentuma sahip bir parçacığın genliğinin özel bir şekilde değişmesini bekleriz. Eğer bir parçacık belirli bir p momentumuna ve belirli bir E enerjisine sahipse, herhangi bir x konumunda bulunma genliği aşağıdaki biçimde ifade edilir:

$$\langle x|\psi\rangle = C(x) \propto e^{+ipx/\hbar} \tag{16.15}$$

Bu denklem, uzayda farklı konumda bulunan taban durumlarını birbirleriyle bağlayan genel kuantum ilkesini tanımlar; bütün durumlar belirli momentuma sahiptir. Belirli momentum durumları bazı problemler için x durumlarından daha uygundur. Elbette her iki durumdan birisi kuantum mekaniksel durumun tanımı için aynı derecede kabul edilebilir. Daha sonra aralarındaki bu ilişkiye değineceğiz. Şimdilik tartışmamızı $|x\rangle$ durumlarıyla sınırlandıracağız.

İlerlemeden önce çok kafa karıştırıcı olmayacağını umarak gösterimimizde bir değişiklik yapacağız. (16.14) denklemiyle tanımlanan $C(x)$ fonksiyonu elbette $|\psi\rangle$ durumuna bağlı olacaktır. Bu durumu bir alt indis kullanarak $C_\psi(x)$ şeklinde ifade edeceğiz. Bu oldukça başarılı bir gösterim olsa da biraz kafa karıştırıcıdır ve çoğu kitapta bu gösterimi bulamayabilirsiniz. Çoğu kişi C harfini görmezden gelir ve sadece ψ fonksiyonunu kullanır:

$$\psi(x) = C_\psi(x) = \langle x|\psi\rangle \tag{16.16}$$

Bu gösterimi dünyada başka kimseler de kullandığı için çok fazla tedirgin olmanıza gerek yok. Bununla birlikte ψ'nin iki anlamı olduğunu unutmayın. (16.14) denkleminde ψ elektronun özel bir durumunu belirler. (16.16) denkleminin sol kısmında kullanılan ψ, atom dizisi boyunca her bir x noktasındaki genlikle ilişkili matematiksel bir fonksiyonu tanımlamak için kullanılır. Bir kez bu fikre alıştıktan sonra çok da kafa karıştırıcı olmayacaktır. $\psi(x)$ Fonksiyonu genelde "dalga fonksiyonu" olarak adlandırılır; çoğunlukla karmaşık dalga biçimindedir.

Bir elektronun x konumunda ψ durumunda bulunma genliğini $\psi(x)$ olarak tanımladığımız için, ψ'nin mutlak değerinin karesini x konumundaki bir elektronun bulunma olasılığı olarak yorumlayabiliriz. Ne yazık ki, bir parçacığının tam olarak belli bir noktadaki bulunma olasılığı sıfırdır. Genelde elektron atom dizisi boyunca yayılır ve atom dizisinin herhangi bir küçük bölümünde sonsuz sayıda nokta vardır. Bir elektronun bulunma olasılığı, elektronun dizi boyunca değişik konumlarda *göreli* bulunma olasılığını veren *olasılık dağılımı* cinsinden tanımlanır.* Elektronun x yakınındaki küçük Δx aralığında bulunma olasılığını, olasılık $(x, \Delta x)$ fonksiyonuyla gösterelim. Eğer herhangi bir fiziksel durumun yeterince küçük ölçeğine ulaşabilseydik, olasılığın noktadan noktaya düzgün bir şekilde değiştiğini ve herhangi bir sonlu Δx parçasındaki elektronun bulunma olasılığının Δx'le orantılı olduğunu görürdük. Tanımlarımızı bunu dikkate alarak yenileyeceğiz.

$\langle x|\psi\rangle$ genliğinin küçük bir bölgedeki tüm $|x\rangle$ taban durumları için bir tür "genlik yoğunluğunu" gösterdiğini düşüneceğiz. x noktasının Δx aralığında bir elektronun bulunma olasılığı Δx aralığıyla orantılı olmalıdır bu nedenle $\langle x|\psi\rangle$ genliği aşağıdaki eşitliği sağlar:

$$\text{olasılık}(x, \Delta x) = |\langle x|\psi\rangle|^2 \, \Delta x$$

$\langle x|\psi\rangle$ genliği bu nedenle, ψ durumundaki bir elektronun x taban durumunda bulunma genliğiyle orantılıdır ve orantı sabiti $\langle x|\psi\rangle$ genliğinin mutlak değer karesi, küçük bir bölgedeki bir elektronun bulunma olasılığını verir. Yukarıdaki denklemi şu şekilde ifade edebiliriz:

$$\text{olasılık}(x, \Delta x) = |\psi(x)|^2 \, \Delta x \tag{16.17}$$

Şimdi daha önce kullandığımız denklemlerin bazılarını olasılık genliğinin bu yeni tanımıyla karşılaştırılabilir hale getirmek için yenileyeceğiz. Bir elektronun $|\psi\rangle$ durumunda olduğunu ve elektronun farklı bir şekilde yayıldığı bir $|\phi\rangle$ durumunda bulunma genliğini bilmek istediğimizi varsayalım. Sonlu farklı durumlar kümesi hakkında konuşurken (16.5) denklemini kullanırdık. Genlik tanımımızı yenilemeden önce

$$\langle\phi|\psi\rangle = \sum_{\text{tüm } x} \langle\phi|x\rangle \langle x|\psi\rangle \tag{16.18}$$

olduğunu hatırlayalım. Eğer bu genliklerin her ikisi de benzer şekilde normalize edilebiliyorsa, küçük bir x bölgesindeki bütün durumların toplamı, Δx'le çarpıma ve bütün x değerleri üzerinden bir toplama eşittir, bu tanım aynı zamanda bir integral şeklinde tanımlanabilir:

$$\langle\phi|\psi\rangle = \int_{\text{tüm } x} \langle\phi|x\rangle \langle x|\psi\rangle dx \tag{16.19}$$

$\langle x|\psi\rangle$ genliğini şimdi $\psi(x)$ olarak adlandırabiliriz ve benzer şekilde $\langle\phi|x\rangle$ genliğini de $\phi(x)$ şeklinde seçebiliriz. $\langle\phi|x\rangle$ genliğinin, $\langle x|\phi\rangle$'nin karmaşık eşleniği olduğunu hatırlarsak (16.19) denklemini aşağıdaki biçimde ifade edebiliriz:

$$\langle\phi|\psi\rangle = \int \phi^*(x) \, \psi(x) \, dx \tag{16.20}$$

Eğer toplamı x değerleri üzerinden alınan bir integralle değiştirirsek yeni tanımımız eskisiyle tam olarak benzer hale gelir.

Bir şeyi açıklamak istiyoruz. Taban durumlarının uygun herhangi bir kümesi, eğer neler olduğunun yeterli bir açıklamasını bulmak için kullanılmak iste-

* Olasılık dağılımı üzerine bir tartışma için I. Cilt, Bölüm 6-4'e bakabilirsiniz.

niyorsa, tam olmalıdır. Bir boyuttaki bir elektron için sadece $|x\rangle$ taban durumlarını tanımlamak yeterli değildir çünkü bu durumların her biri için elektronun spini yukarı ya da aşağı olabilir. Tam bir küme elde etmenin yolu, bir spin aşağı diğeri spin yukarı olan iki durumu ele almak olabilir. Bununla birlikte şimdilik buna benzer bir karmaşadan uzak duracağız.

16-3 Belirli momentum durumları

Olasılık genliği $\langle x|\psi\rangle = \psi(x)$ şeklinde tanımlanan bir elektron $|x\rangle$ durumunda bulunsun. Bu gösterim, x noktasındaki küçük bir dx aralığında bulunma olasılığı

$$\text{olasılık}(x, dx) = |\psi(x)|^2\, dx$$

biçiminde tanımlanan bir elektronun belirli bir dağılımını gösterir. Peki bu elektronun momentumu hakkında ne söyleyebiliriz? Ayrıca p momentumuna sahip bir elektronun bulunma olasılığı nedir? Şimdi $|\psi\rangle$ durumunun, p momentumlu bir durumu tanımlayan, bir başka $|p\ \text{mom}\rangle$ durumundaki genliğini bulalım. Bu genliği, genlik çözümü için kullandığımız temel (16.19) denklemini kullanarak bulabiliriz. $|p\ \text{mom}\rangle$ cinsinden

$$\langle p\ \text{mom}|\psi\rangle = \int_{x=-\infty}^{+\infty} \langle p\ \text{mom}|x\rangle\langle x|\psi\rangle dx \tag{16.21}$$

yazabiliriz. Elektonun p momentumunda bulunma olasılığı, bu genliğin mutlak değer karesi cinsinden verilir. Bununla birlikte normalizasyon konusunda bir sıkıntı yaşayabiliriz. Genelde bir elektronun küçük bir dp bölgesinde bulunma olasılığı hakkında konuşuruz. Momentumun tam olarak p değerine sahip olma olasılığı sıfırdır ($|\psi\rangle$ belirli bir momentum durumunda olmadığı sürece). Eğer küçük bir dp aralığında momentumun bulunma olasılığını bulmaya çalışırsak sonlu bir olasılık elde ederiz. Normalizasyonun yapılabileceği çok sayıda yol vardır. Size çok açık gelmeyecek olsa da uygun olduğunu düşündüğümüz birisini ele alalım. Olasılığın genlikle aşağıdaki şekilde ilişkili olduğunu düşünüyoruz:

$$\text{olasılık}(p, dp) = |\langle p\ \text{mom}|\psi\rangle|^2\ \frac{dp}{2\pi\hbar} \tag{16.22}$$

Bu tanımın yardımıyla $\langle p\ \text{mom}|x\rangle$ genliğinin normalizasyonu tanımlanabilir. Elbette $\langle p\ \text{mom}|x\rangle$ genliği, $\langle x|p\ \text{mom}\rangle$'nin karmaşık eşleniğidir. Seçtiğimiz normalizasyonu kullanarak üstelin önündeki orantı katsayısının bir olacağını görürüz. Yani

$$\langle p\ \text{mom}|x\rangle = \langle x|p\ \text{mom}\rangle^* = e^{-ipx/\hbar} \tag{16.23}$$

(16.21) denklemi bu nedenle

$$\langle p\ \text{mom}|\psi\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ipx/\hbar}\, \langle x|\psi\rangle\, dx \tag{16.24}$$

haline gelir. (16.22) denklemi ve bu denklem, herhangi bir $|\psi\rangle$ durumu için momentum dağılımını bulmamızı sağlar.

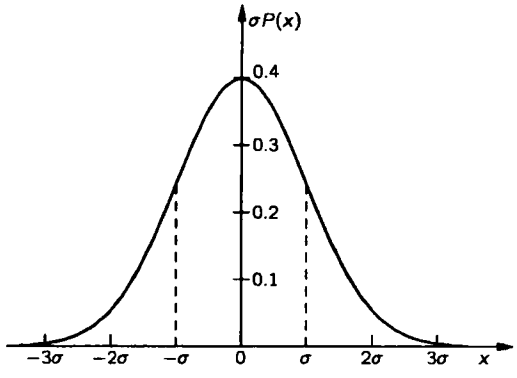
Şimdi özel bir örnek alalım; örneğin elektron $x = 0$ civarında konumlansın. Dalga fonksiyonunu da aşağıdaki biçimde seçelim:

$$\psi(x) = Ke^{-x^2/4\sigma^2} \tag{16.25}$$

Bu dalga fonksiyonu için x'teki olasılık dağılımı mutlak değerin karesidir ya da

$$\text{olasılık}(x, dx) = P(x)dx = K^2\, e^{-x^2/2\sigma^2}\, dx \tag{16.26}$$

$P(x)$ olasılık yoğunluk fonksiyonu Şekil 16-1'de gösterilen Gauss eğrisidir. Olasılığın çoğu $x = -\sigma$ ile $x = +\sigma$ arasında yoğunlaşmıştır. Eğrinin "yarı-genişliği" σ'dır. (Daha açık konuşmak gerekirse, σ bu dağılıma göre yayılan herhangi bir şey için x koordinatının karekök ortalamasıdır.) Genelde K sabitini, $P(x)$ olasılık yoğunluğunun sadece elektronun birim x uzunluğunda bulunma olasılığıyla orantılı olacak şekilde değil, aynı zamanda $P(x)\Delta x$ çarpımının, elektronun Δx aralığında bulunma olasılığına eşit olacak şekilde seçeriz. Bu koşulu garanti altına alan K sabiti, $\int_{-\infty}^{+\infty} P(x)dx = 1$ eşitliğinden bulunabilir çünkü elektronlar bir yerlerde bulunmalıdır. Böylece, $K = (2\pi\sigma^2)^{-1/4}$ olarak bulunur. [Burada $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2}\, dt = \sqrt{\pi}$ eşitliğini kullandık; *bkz.* 1. Cilt, sayfa 40-6]



Şekil 16-1 (16.25) denkleminin dalga fonksiyonu için olasılık yoğunluğu.

Şimdi momentumdaki dağılımı bulalım. $\phi(p)$, elektronun p momentumunda bulunma genliğini versin:

$$\phi(p) = \langle p \text{ mom}|\psi\rangle \tag{16.27}$$

(16.25) denklemini (16.24) denkleminde yerine yazarsak

$$\phi(p) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ipx/\hbar} \cdot K\, e^{-x^2/4\sigma^2}\, dx \tag{16.28}$$

elde ederiz. Ayrıca,

$$K e^{-p^2\sigma^2/\hbar^2} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(1/4\sigma^2)(x+2ip\sigma^2/\hbar)^2}\, dx \tag{16.29}$$

integrali $u = x + 2ip\sigma^2/\hbar$ dönüşümü yapıldığında

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-u^2/4\sigma^2}\, du = 2\sigma\sqrt{\pi} \tag{16.30}$$

sonucunu verir. (Matematikçiler buradaki yönteme itiraz edebilirler fakat sonuç kesinlikle doğrudur.)

$$\phi(p) = (8\pi\sigma^2)^{1/4}\, e^{-p^2\sigma^2/\hbar^2} \tag{16.31}$$

p için genlik fonksiyonunun x için tanımlanan genlik fonksiyonuyla matematiksel olarak benzer olması ilginç bir sonuçtur; sadece Gauss genişlikleri farklıdır. Bu genliği ayrıca

$$\phi(p) = (\eta^2/2\pi\hbar^2)^{-1/4}\, e^{-p^2/4\eta^2} \tag{16.32}$$

şeklinde yazabiliriz. Burada p-dağılım fonksiyonunun yarı genişliği η, x-dağılımının yarı genişliği σ'yla aşağıdaki gibi bağlantılıdır:

$$\eta = \frac{\hbar}{2\sigma} \tag{16.33}$$

Elde ettiğimiz sonucun anlamı şudur; eğer x'deki dağılım genişliği olan σ değerini küçültürsek, η büyür ve p'deki dağılım genişler. Ya da tam tersine; eğer p dar bir dağılıma sahipse, x'deki dağılım genişliyor olmalıdır. Eğer istersek η ve σ değerini, üzerinde çalıştığımız durumdaki elektronun konum ve momentumunun yerelleşmesindeki belirsizliğin bir ölçüsü olarak değerlendirebiliriz. Bu terimleri Δx ve Δp olarak adlandırırsak (16.33) denklemi

$$\Delta p \Delta x = \frac{\hbar}{2} \tag{16.34}$$

haline gelir.

Garip olan şu ki, x ve p'deki dağılımı farklı bir şekilde de kanıtlamak olasıdır, $\Delta p \Delta x$ çarpımı burada bulduğumuz sonuçtan daha az olamaz. Gauss dağılımı, ortalama karekök genişliğinin çarpımı için olası en küçük değeri verir:

$$\Delta p \Delta x \geq \frac{\hbar}{2} \tag{16.35}$$

Bu ifade daha önce defalarca tartıştığımız Heisenberg belirsizlik ilkesinin sayısal bir gösterimidir. Genelde $\Delta p \Delta x$ çarpımının minimum değerinin $\hbar$ mertebesinde olduğunu varsayıyoruz.

16-4 x'teki durumların normalizasyonu

Şimdi taban durumlarıyla ilgileniyorken ihtiyaç duyduğumuz temel denklemlerin yenilenmesi tartışmamıza geri dönmek istiyoruz. Sonlu sayıda ayrı duruma sahip olduğumuzda, taban durumları kümesi

$$\langle i|j\rangle = \delta_{ij} \tag{16.36}$$

temel şartını sağlar. Eğer parçacık taban durumlarının birindeyse, bir diğer taban durumunda bulunma genliği sıfırdır. Uygun bir normalizasyon seçerek $\langle i|i\rangle = 1$ olacak şekilde genliği tanımlayabiliriz. Bu iki şart (16.36) denklemiyle tanımlanır. Şimdi bir çizgi üzerindeki bir parçacık için $|x\rangle$ taban durumunu kullandığımızda bu ifadenin nasıl yenilenmesi gerektiğini göreceğiz. Eğer parçacığın $|x\rangle$ taban durumunun birinde olduğu biliniyorsa, bir diğer $|x'\rangle$ taban durumunda bulunma genliği nedir? Eğer x ve x' çizgi üzerinde iki farklı konumu gösteriyorsa, $\langle x|x'\rangle$ genliği sıfır olur, bu durum (16.36) denklemiyle uyumludur. Fakat x ile x' eşitse, normalizasyon koşulu nedeniyle, $\langle x|x'\rangle$ genliği 1 olur. Şimdi (16.9) denklemine geri döneceğiz ve bu denklemi, $|\phi\rangle$ durumunun $|x'\rangle$ taban durumunda bulunduğu özel bir örneğe uygulayacağız. O zaman

$$\langle x'|\psi\rangle = \int \langle x'|x\rangle \psi(x) dx \tag{16.37}$$

yazabiliriz. Burada $\langle x|\psi\rangle$ genliği $\psi(x)$ fonksiyonu tarafından tanımlanır. Benzer şekilde $\langle x'|\psi\rangle$, x' değişkeninin bir fonksiyonudur yani $\psi(x')$. Bu nedenle (16.37) denklemini yeniden yazabiliriz:

$$\psi(x') = \int \langle x'|x\rangle \psi(x) dx \tag{16.38}$$

Bu denklem herhangi bir $|\psi\rangle$ durumu için doğru olmalıdır ve bu nedenle herhangi bir $\psi(x)$ fonksiyonu için de doğrudur. Bu koşul $\langle x|x'\rangle$ genliğinin doğasını tam olarak betimler; elbette x ve x' değişkenlerine bağlı bir fonksiyondur.

Şimdi, $\psi(x)$'yla çarpıldığında ve x üzerinden integral alındığında sadece $\psi(x')$ fonksiyonunu veren bir $f(x, x')$ fonksiyonu bulalım. Bunu veren herhangi bir matematiksel fonksiyon olmadığı görülmektedir! En azından bildiğimiz anlamda bir "fonksiyon" yoktur.

Şimdi x' olarak 0 seçelim ve $\langle 0|x\rangle$ genliğini x'in bir fonksiyonu olarak, örneğin $f(x)$, tanımlayalım. O zaman (16.38) denklemi şu şekilde ifade edilebilir:

$$\psi(0) = \int f(x)\,\psi(x)\,dx \tag{16.39}$$

Ne tür bir $f(x)$ fonksiyon bu denklemi sağlar? İntegral, $\psi(x)$'in 0'dan farklı alacağı değere bağımlı olmadığından, $f(x)$ fonksiyonu 0 haricinde tüm x değerleri için sıfır olmalıdır. Fakat $f(x)$ her yerde 0 ise, integral de 0 olur ve (16.39) denklemi sağlanamaz. Bu nedenle imkânsız bir durumla karşı karşıya kalırız: hem bir nokta dışında her yerde 0 olan bir fonksiyon bulmaya çalışıyoruz hem de sonlu bir integral elde etmek istiyoruz. Bunu yapan bir fonksiyon bulamayacağımız için, en kolay yol $f(x)$ fonksiyonunun (16.39) denklemi tarafından *tanımlandığını* söylemektir. Yani $f(x)$ fonksiyonu, (16.39) denklemini doğrulayan bir fonksiyondur. Bunu yapan fonksiyonu ilk kez Dirac keşfetmiştir ve onun adıyla anılmaktadır. Bu fonksiyonu $\delta(x)$ olarak göstereceğiz. Söylediğimiz şey şudur: eğer bu fonksiyonu (16.39) denkleminde $f(x)$ yerine yazarsak ilginç bir özelikle karşılaşırız, integral $x = 0$ olduğu anda $\psi(x)$ fonksiyonunun değerini alır; ve integral, 0 değeri haricinde x'in bütün değerleri için $\psi(x)$'e bağlı olmadığından, $\delta(x)$ fonksiyonu $x = 0$ hariç, her yerde sıfırdır. Özetlersek,

$$\langle 0|x\rangle = \delta(x) \tag{16.40}$$

yazabiliriz. Burada $\delta(x)$

$$\psi(0) = \int \delta(x)\,\psi(x)\,dx \tag{16.41}$$

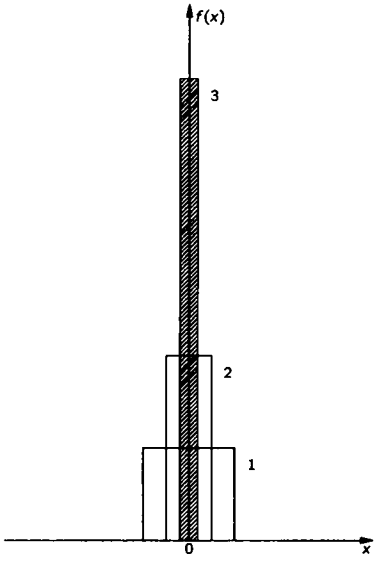
olarak tanımlanır.

Şimdi, eğer (16.41) denkleminde ψ fonksiyonu için "1" özel fonksiyonunu kullanırsak ne olacağını görelim:

$$1 = \int \delta(x)\,dx \tag{16.42}$$

Yani $\delta(x)$ fonksiyonu $x = 0$ hariç her yerde sıfırdır ve 1'e eşit sonlu bir integraldir. $\delta(x)$ fonksiyonunu altında kalan toplam alanın bire eşit olduğu bir fonksiyon gibi hayal edebiliriz.

Dirac-δ fonksiyonunun neye benzediğini görmenin bir yolu, tıpkı Şekil 16-2'de gösterildiği gibi daralırken gittikçe yükselen fakat altında kalan alanın her zaman 1'e eşit olduğu ardışık dikdörtgenler kullanarak fonksiyonu tasvir etmektir. $-\infty$'dan $+\infty$'a bu fonksiyonun integrali her zaman 1'dir. Eğer bu fonksiyonu herhangi bir $\psi(x)$ fonksiyonuyla çarparsanız ve çarpımın integralini alırsanız, fonksiyonun yaklaşık olarak $x = 0$'daki değerini elde edersiniz ve eğer gittikçe daha çok daralan dikdörtgenler kullanırsanız yaklaşıklığınız daha da iyileşir. Eğer isterseniz δ fonksiyonunu bunun gibi sınırlayıcı süreçler cinsinden ifade edebilirsiniz. Bununla birlikte önemli olan tek şey $\delta(x)$ fonksiyonunun, $\psi(x)$'in bütün olası değerleri için doğru olan (16.41) denklemi tarafından tanımlanmasıdır. Bu, $\delta(x)$ fonksiyonunun eşsiz bir tanımıdır. Bu fonksiyonun özelliklerini şimdi tanımlayabiliriz.



Şekil 16-2 Giderek $\delta(x)$ fonksiyonuna benzeyen, birim alana sahip, bir fonksiyon kümesi.

Eğer δ-fonksiyonunun değerini x'ten $x - x''$'ne değiştirirsek aşağıdaki ilişkileri elde ederiz;

$$\delta(x - x') = 0 \qquad x \neq x'$$

$$\int \delta(x - x')\,\psi(x)\,dx = \psi(x') \tag{16.43}$$

Eğer $\delta(x - x')$ fonksiyonunu (16.38) denklemindeki $\langle x|x'\rangle$ genliği için kullanırsak, denklem sağlanmış olur. O zaman x''deki taban durumları için elde edeceğimiz sonuç, (16.36)'yla ilişkili bir koşulu verir:

$$\langle x'|x\rangle = \delta(x - x') \tag{16.44}$$

Böylece, bir çizgi boyunca konumlanmış noktalara karşılık gelen taban durumu denklemlerimizin yenilenmesi konusunu bitirmiş oluyoruz. Bu durumun

üç boyuta genelleştirilmesi oldukça açıktır; ilk olarak x koordinatını r vektörüyle yerdeğiştiririz. Daha sonra x üzerinden alman integrali, x, y, z üzerinden alırız. Diğer bir deyişle hacim integrali haline getiririz. Son olarak bir boyutlu δ fonksiyonunu, biri x, biri y, diğeri de z koordinatında olan üç δ fonksiyonunun çarpımıyla $\delta(x - x')\,\delta(y - y')\,\delta(z - z')$ yerdeğiştiririz. Her şeyi bir araya koyarak üç boyutta parçacık genlikleri için aşağıdaki denklemleri elde ederiz:

$$\langle\phi|\psi\rangle = \int \langle\phi|r\rangle\,\langle r|\psi\rangle\,dV \tag{16.45}$$

$$\langle r|\psi\rangle = \psi(r) \tag{16.46}$$

$$\langle r|\phi\rangle = \phi(r)$$

$$\langle\phi|\psi\rangle = \int \phi(r)^*\,\psi(r)\,dV \tag{16.47}$$

$$\langle r'|r\rangle = \delta(x - x')\,\delta(y - y')\,\delta(z - z') \tag{16.48}$$

Peki 1'den fazla parçacık varsa ne olur? İki parçacıklı durumun nasıl ele alınacağını ve eğer çok sayıda parçacıkla ilgilenmek istiyorsak nelerin yapılması gerektiğini göstereceğiz. Parçacık numarası 1 ve parçacık numarası 2 olan iki parçacığımız olsun. Taban durumları için neyi kullanmalıyız? İşe yarayabilecek bir taban durumu kümesini, 1. parçacığı x_1 durumunda 2. parçacığı x_2 durumunda ele alarak tanımlayabiliriz ve $|x_1, x_2\rangle$ olarak yazabiliriz. *Sadece tek bir parçacığın konumunu tanımlamak* bir taban durumunu *tanımlamak* anlamına gelmez. Her bir taban durumu tüm sistemin koşulunu tanımlamalıdır. Her bir parçacığın üç boyuttaki bir dalga gibi serbest hareket edeceğini düşünmemelisiniz. Herhangi bir $|\psi\rangle$ durumu, x_1 ve x_2 noktalarındaki iki parçacığı betimleyen $\langle x_1, x_2|\psi\rangle$ genliklerinin belirlenmesiyle tanımlanabilir. Bu genelleştirilmiş genlik bu nedenle x_1 ve x_2 noktalarındaki iki durumun bir fonksiyonudur. Göreceğiniz gibi bunun gibi bir fonksiyon üç boyutta hareket eden ve salman bir dalga durumunu tanımlamaz. Genelde her biri bir parçacığı betimleyen iki dalganın çarpımı şeklinde değildir. Ayrıca x_1 ve x_2 tarafından tanımlanan altı boyuttaki bir dalga gibidir. Eğer doğada etkileşen iki parçacık varsa, parçacıklardan birine ne olacağım sadece bir parçacık için dalga fonksiyonunu yazarak tanımlamanın bir yolu yoktur. Daha önceki bölümlerde ele aldığımız en ünlü paradoks –bir parçacığın ölçümünün diğer parçacığa ne olacağını söylemesi ya da girişimi ortadan kaldırması– çoğu kimseyi korkutmaktadır; zira her iki parçacık koordinatındaki dalga fonksiyonu yerine sadece tek bir parçacığın dalga fonksiyonunu düşünürler. Tam bir tanım sadece iki parçacığın koordinatı cinsinden verilebilir.

16-5 Schrödinger denklemi

Şu ana kadar uzayda herhangi bir yerde bir elektron bulunduran durumların nasıl tanımlanacağı hakkında konuştuk. Şimdi farklı koşullarda ne olacağını söyleyen fiziği işin içine sokacağız. Daha önce durumların zamanla nasıl değiştiğini görmüştük. Eğer bir süre sonra $|\psi'\rangle$ durumuna geçecek bir $|\psi\rangle$ durumuna sahipsek, hem zamana hem de konuma bağlı (genliği $\langle r|\psi\rangle$ olan) bir dalga fonksiyonuyla durumu bütün zamanlar için betimleyebiliriz. Herhangi bir durumdaki parçacık zamanla değişen bir dalga fonksiyonunun belirlenmesiyle, $\psi(r, t) = \psi(x, y, z, t)$ tanımlanabilir. Zamanla değişen dalga fonksiyonu zaman ilerledikçe oluşan ardışık durumların evrimini tanımlar. $|\psi\rangle$ durumunun $|r\rangle$ durumuna izdüşümünün her zaman en uygun yöntem olmadığını söyleyen bu gösterim "koordinat gösterimi" olarak adlandırılır fakat ilk kez ele alınacaktır.

8. Bölümde durumların, Hamilton işlemcisi cinsinden H_{ij} zamanla nasıl değiştiğini görmüştük. Değişik genliklerin zamanla değişimleri matris denklemi cinsinden verilir:

$$i\hbar \frac{dC_i}{dt} = \sum_j H_{ij} C_j \tag{16.49}$$

Bu denklem, her bir C_i genliğinin zamanla değişiminin tüm diğer C_j genlikleriyle H_{ij} katsayısı çarpımı şeklinde orantılı olduğunu söyler.

Peki $|x\rangle$ taban durumlarını kullandığımızda (16.49) denklemi neye benzer? İlk olarak (16.49) denkleminin

$$i\hbar \frac{d}{dt} \langle i|\psi\rangle = \sum_j \langle i|\hat{H}|j\rangle \langle j|\psi\rangle$$

şeklinde yazılabildiğini hatırlayalım.

Ne yapmaya çalıştığımız açıktır. x-gösterimini kullanarak

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \langle x|\psi\rangle = \int \langle x|\hat{H}|x'\rangle\langle x'|\psi\rangle \, dx' \tag{16.50}$$

yazabiliriz. $|j\rangle$ taban durumlarının toplamı, x' üzerinden integrale dönüşür. $\langle x|\hat{H}|x'\rangle$, hem x hem de x' değişkenine bağlı olduğu için $H(x, x')$ olarak yazabiliriz; (16.49) denklemindeki H_{ij} ifadesine karşılık gelir. O zaman (16.50) denklemini

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(x) = \int H(x, x') \, \psi(x') \, dx' \tag{16.51}$$

şeklinde ifade edebiliriz, burada

$$H(x, x') = \langle x|\hat{H}|x'\rangle$$

anlamındadır. (16.51) denklemine göre ψ'nin x noktasındaki değişim hızı, ψ'nin x' noktasındaki değerine bağlıdır; $H(x, x')$ faktörü elektronun x' noktasından x noktasına birim zamanda sıçrama genliğini verir. *Bununla birlikte doğada genliğin, x noktasına yakın x' noktaları hariç, sıfır olduğu görülmektedir.* Bunun anlamı –bölümün başlangıcındaki atom dizisi örneğinde gördüğümüz gibi, Denk. (16.12)– (16.51) denkleminin sağ tarafının ψ ve ψ'nin x'e göre türevleri cinsinden tanımlanabilmesidir.

Üzerine kuvvet etki etmeden uzayda serbestçe hareket eden bir parçacık için doğru fizik yasası

$$\int H(x, x') \, \psi(x') \, dx' = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi(x)$$

şeklindedir.

Bunu nereden elde ettik? Hiçbir yerden. Bildiğiniz herhangi bir şeyi kullanarak türetmek mümkün değildir. İlk kez Schrödinger tarafından, gerçek dünyanın deneysel gözlemlerini anlamak için geliştirilmiştir. Belki de, kristaldeki bir elektronun hareket etmesini incelerken elde ettiğimiz (16.12) denklemine benzediğini fark etmişsinizdir.

Elbette serbest parçacıklar ilginç değildir. Peki parçacığa etki eden kuvvetleri de işin içine katarsak ne olur? Eğer parçacık üzerine etki eden kuvvet skaler bir $V(x)$ potansiyeli cinsinden tanımlanırsa –yani sadece elektrik kuvvetlerini dikkate alıyoruz, manyetik kuvvetleri değil– ve göreli hareketlerden kaynaklanan karmaşıklıkları ihmal etmek için düşük enerjileri seçersek, gerçek dünyayla uyumlu Hamilton denklemini aşağıdaki gibi ifade edebiliriz:

$$\int H(x, x') \, \psi(x') \, dx' = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi(x) + V(x)\psi(x) \tag{16.52}$$

Eğer kristalde hareket eden elektron örneğine geri dönerseniz ve elektron, kristal boyunca elektrik alan uygulandığı zaman, bir noktadan diğerine hareket et-

tiğinde denklemlerin nasıl yenilendiğine bakacak olursanız, bu denklemin kökenine dair bazı ipuçlarını yakalayabilirsiniz. O zaman (16-7) denklemindeki E_0 konumla yavaş bir şekilde değişir ve (16.52) denklemine eklediğimiz yeni terimi elde ederiz.

[Şimdi neden $H(x, x') = \langle x|\hat{H}|x'\rangle$ genliği için doğru fonksiyonu vermek yerine, (16.51) denkleminden (16.52) denklemine doğrudan gittiğimizi merak etmiş olabilirsiniz. Bunu yaptık çünkü (16.51) denkleminin sağ tarafındaki integral alışkın olduğumuz terimler cinsinden ifade edilse de, $H(x, x')$ sadece garip fonksiyonlar cinsinden yazılabilir. Eğer gerçekten meraklıysanız $H(x, x')$ aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$H(x, x') = \frac{\hbar^2}{2m}\,\delta''(x - x') + V(x)\delta(x - x')$$

Burada δ'', delta fonksiyonunun ikinci türevini göstermektedir. Bu garip fonksiyonu daha uygun cebirsel bir diferansiyel işlemciyle yerdeğiştirebiliriz:

$$H(x, x') = \left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\,\frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)\right\}\delta(x - x')$$

Denklemin bu biçimini kullanmayacağız fakat doğrudan (16.52) denklemini kullanacağız.]

Eğer (16.50) denklemindeki integral için (16.52) denkleminde elde ettiğimiz tanımı kullanırsak $\psi(x) = \langle x|\psi\rangle$ için aşağıdaki diferansiyel denklemi elde ederiz;

$$i\hbar\,\frac{d\psi}{dt} = -\frac{\hbar^2}{2m}\,\frac{\partial^2}{\partial x^2}\,\psi(x) + V(x)\psi(x) \qquad (16.53)$$

Eğer üç boyutlu hareketle ilgileniyorsak (16.53) denkleminde ne kullanacağımız oldukça açıktır. $\partial^2/\partial x^2$ terimi yerine

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

ve $V(x)$ yerine $V(x, y, z)$ kullanılmalıdır. $V(x, y, z)$ potansiyelinde hareket eden bir elektronun $\psi(x, y, z)$ genliği aşağıdaki diferansiyel denkleme uyar:

$$i\hbar\,\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\,\nabla^2\,\psi + V\psi \qquad (16.54)$$

Yukarıdaki denklem Schrödinger denklemi olarak adlandırılır ve bilinen ilk kuantum mekaniği denklemidir. Bu kitapta tanımladığımız herhangi bir denklemden çok daha önce ilk kez Schrödinger tarafından kullanılmıştır.

Konuya tamamen farklı bir yönden yaklaşmış olmamıza rağmen, maddenin kuantum mekaniksel tanımının ilk doğuşu, Schrödinger'in 1926 yılında denklemini ilk kez ortaya koymasıyla olmuştur. Yıllarca maddenin iç işleyişi büyük bir gizem olarak kalmıştı. Maddeyi bir arada tutan kuvvetlerin ne olduğu, neden kimyasal bağların meydana geldiği ve özelikle atomların nasıl kararlı olabildiği bilinmiyordu. Bohr, atom tarafından yayınlanan ışığın gözlenen spektrumunu açıklamak için hidrojen atomundaki bir elektronun içsel hareketini tanımlamış olsa da, elektronların bu şekilde hareket etme nedeni bir gizemdi. Schrödinger atomik ölçeklerde elektronun hareketi için uygun denklemleri keşfetti ve atomik olayların hassas bir şekilde sayısal olarak hesaplandığı bir kuram ortaya koydu. İlkesel olarak Schrödinger denklemleri görelilik ve manyetizmayı içeren olaylar dışında tüm atomik süreçleri açıklayabilir. Atomların enerji düzeylerini ve kimyasal bağların tüm gerçeklerini açıklayabilir. Bununla birlikte bu sadece ilkesel olarak doğrudur; en basit olayları açıklayan matematik bile oldukça karmaşıktır. Hassas bir şekilde sadece hidrojen ve helyum atomları hesaplanmıştır. Bununla birlikte bazıları oldukça uyduruk olan bazı yaklaşımlarla daha karmaşık atomlar ve moleküllerin kimyasal bağları anlaşılabilir. Daha önceki bölümlerde bu yaklaşımların bazılarına değindik.

Yazdığımız Schrödinger denklemi herhangi bir manyetik alan etkisini içermez. Buna benzer etkileri denkleme bazı terimlerin eklenmesiyle yaklaşık olarak katabiliriz. Bununla birlikte II. Ciltte gördüğümüz gibi manyetizma göreli bir etkidir ve gelişigüzel bir manyetik alandaki bir elektronun tam tanımı, uygun görelilik etkilerinin katılmasıyla tartışılabilir. Elektron hareketi için doğru göreli denklem Schrödinger denkleminden bir yıl sonra Dirac tarafından keşfedilmiştir. Bu denklemi burada tartışmayacağız.

Schrödinger denkleminin bazı sonuçlarına göz atmadan önce, çok sayıda parçacık içeren bir sistemin neye benzediğini göstermeye çalışacağız. Bu denklemden herhangi bir şekilde yararlanmayacağız fakat ψ dalga fonksiyonunun uzayda sıradan bir dalga olmadığını fakat çok sayıda değişkenin bir fonksiyonu olduğunu göstermek istiyoruz. Eğer çok sayıda parçacık varsa denklem aşağıdaki biçimde yazılır:

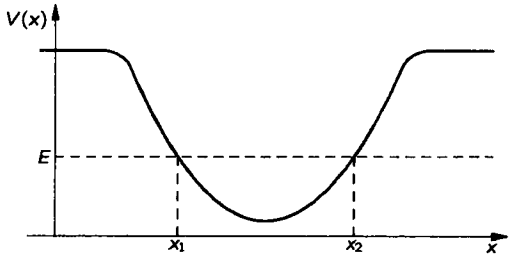
$$i\hbar\,\frac{\partial\psi(\mathbf{r}_1,\,\mathbf{r}_2,\,\mathbf{r}_3,\,\ldots)}{\partial t}=\sum_i-\frac{\hbar^2}{2m_i}\left\{\frac{\partial^2\psi}{\partial x_i^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y_i^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z_i^2}\right\}+V(\mathbf{r}_1,\,\mathbf{r}_2,\,\ldots)\psi \tag{16.55}$$

V potansiyel fonksiyonu parçacıkların toplam potansiyel enerjisine karşılık gelir. Eğer parçacıkların üzerine etki eden dış bir kuvvet yoksa V fonksiyonu bütün parçacıkların etkileşimlerinin elektrostatik enerjisidir. Yani, eğer i. parçacık Z_iq_e yükü taşıyorsa, V fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır:*

$$V(\mathbf{r}_1,\,\mathbf{r}_2,\,\mathbf{r}_3,\,\ldots)=\sum_{\substack{\text{bütün}\\ \text{çiftler}}}\frac{Z_iZ_j}{r_{ij}}\,e^2 \tag{16.56}$$

16-6 Kuantumlanmış enerji düzeyleri

Daha sonraki bölümde özel bir örnek için Schrödinger denkleminin detaylı bir çözümünü ele alacağız. Bununla birlikte şimdi Schrödinger denkleminin en önemli sonuçlarından birini nasıl elde edeceğimizi göreceğiz; yani sadece sürekli değişkenlere sahip sürekli bir diferansiyel denklemin, ayrık enerji düzeyleri gibi kuantum etkilere neden olduğunu göstereceğiz. Anlamamız gereken esas nokta, bir potansiyel kuyusu tarafından belirli bir bölgede hapsedilmiş bir elektronun sadece belirli ayrık enerjilere sahip olmasıdır.



Şekil 16-3 x boyunca hareket eden bir parçacık için potansiyel kutusu.

Şekil 16-3'teki grafikte açıklandığı gibi, bir boyutta potansiyeli x'le değişen bir elektron durumunu ele alacağız. Bu potansiyelin değişmediğini düşünüyoruz; yani zamanla değişmeyecek. Daha önce defalarca kez yaptığımız gibi, belirli enerji durumlarına, yani belirli frekanslara karşılık gelen çözümleri ele alacağız. Aşağıdaki gibi bir çözümü ele alacağız:

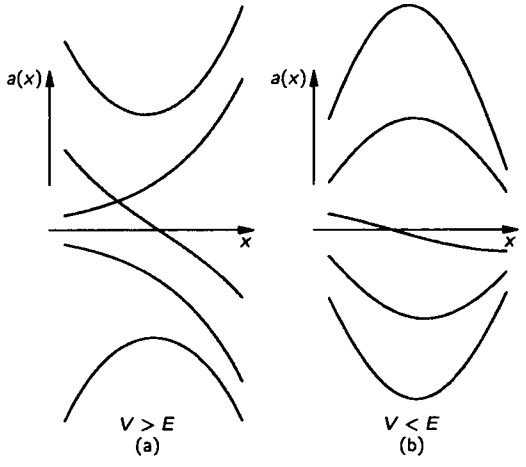
$$\psi=a(x)\,e^{-iEt/\hbar} \tag{16.57}$$

* Daha önceki bölümlerde kullandığımız gibi $e^2=q_e^2/4\pi\epsilon_0$.

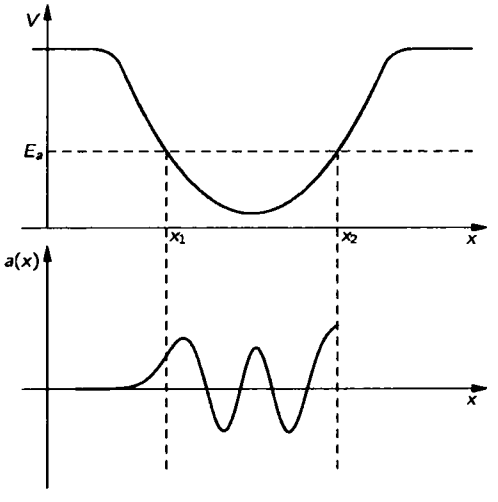
Eğer bu fonksiyonu Schrödinger denkleminde yerine yazarsak $a(x)$ fonksiyonunun aşağıdaki diferansiyel denklemi sağlaması gerektiğini görürüz:

$$\frac{d^2a(x)}{dx^2} = \frac{2m}{\hbar^2}[V(x) - E]a(x) \tag{16.58}$$

Bu denklem, her x noktasında, x'e göre $a(x)$'in ikinci türevinin $a(x)$'yla orantılı olduğunu ve orantı katsayısının $(2m/\hbar^2)(V - E)$ olması gerektiğini söyler. $a(x)$'in ikinci türevi eğimin değişim hızıdır. Eğer V potansiyeli parçacığın E enerjisinden büyükse, $a(x)$'in eğiminin değişim hızı $a(x)$'in işaretiyle aynı olur. Bu, $a(x)$ eğrisinin x-eksenine göre iç bükey olduğu anlamına gelir. Yani az çok üstel negatif ya da pozitif bir fonksiyonun, $e^{\pm x}$, davranışına benzer. Şekil 16-3'teki x_1 noktasının sol tarafındaki bölgede, yani V potansiyelinin parçacığın E enerjisinden büyük olduğu bölgede $a(x)$ fonksiyonunun davranışı, Şekil 16-4'ün (a) kısmında gösterilen eğrilerden birine benzeyecektir.



Şekil 16-4 $V > E$ ve $V < E$ için $a(x)$ dalga fonksiyonunun olası şekilleri.

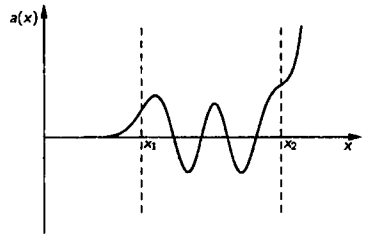


Şekil 16-5 Negatif x'e doğru hareket eden E_a enerjili bir dalga fonksiyonu.

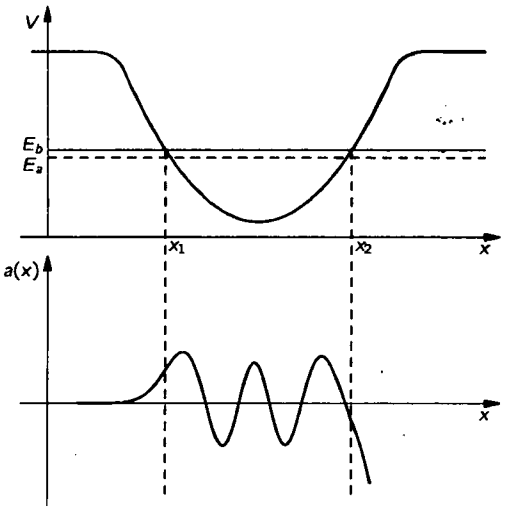
Diğer yandan V potansiyeli parçacığın E enerjisinden küçükse, x'e göre $a(x)$'in ikinci türevi $a(x)$'le zıt işarete sahip olur ve $a(x)$ eğrisi, Şekil 16-4'ün (b) kısmında gösterilene benzer şekilde x eksenine göre dış bükeydir. Bunun gibi bir bölgede çözüm parça parça bir sinüs eğrisine benzer.

Şimdi de Şekil 16-3'te gösterilen V potansiyelindeki E_a enerjili bir parçacığın davranışını gösteren $a(x)$ fonksiyonu için grafiksel bir çözüm bulmaya çalışalım. Potansiyel kuyusu içinde hapsedilmiş bir parçacığın durumunu tanımlamaya çalıştığımız için, x potansiyel kuyusunun dışında olduğunda, çok küçük değerler alan bir dalga fonksiyon çözümü bulmayı istiyoruz. Şekil 16-5'te gösterildiği gibi, x'in büyük negatif değerleri için sıfıra yaklaşan ve x_1'e yaklaştığında düzgün bir şekilde artan bir eğriyi hayal edelim. V potansiyeli x_1 noktasında E_a'ya eşit olduğu için, fonksiyonun eğrisi bu noktada sıfır olur. x_1 ile x_2 arasında $V - E_a$ her zaman negatif bir sayı olur böylece $a(x)$ fonksiyonu her zaman x eksenine doğru iç bükeydir ve eğri büyüdükçe V ile E_a arasındaki fark da büyür. Eğer x_1 ile x_2 arasındaki eğriyi inceleyecek olursak az çok Şekil 16-15'te gösterilen eğriye benzediğini göreceksiniz.

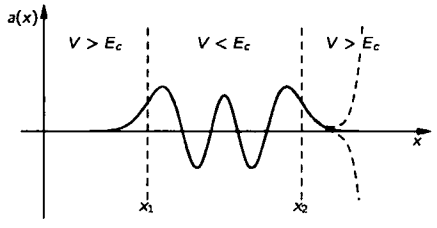
Şimdi bu eğrinin x_2 noktasının sağ tarafını inceleyelim. Burada eğri x ekseninden uzaklaşır ve büyük pozitif değerler alır tıpkı Şekil 16-6'da gösterildiği gibi. Seçtiğimiz E_a enerjisi için $a(x)$ çözümü, x büyüdükçe artar. Aslında *eğri de* büyümektedir (eğer potansiyel düz kalmaya devam ederse). Genlik çok hızlı bir



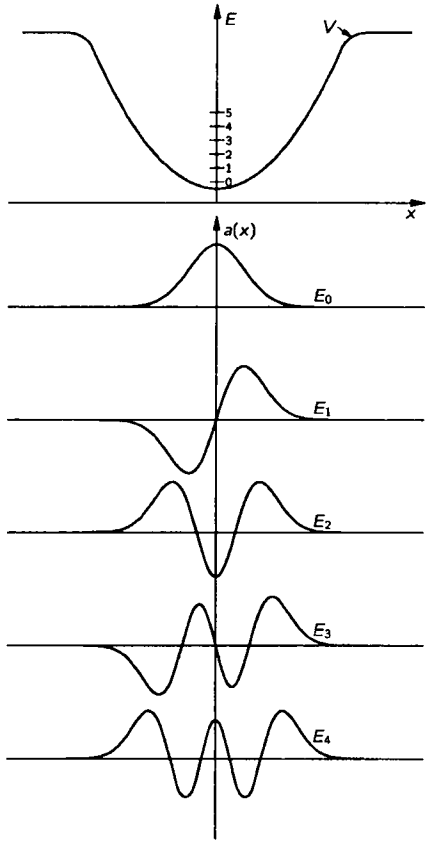
Şekil 16-6 x_2 noktasının ötesine devam eden Şekil 16-5'in $a(x)$ dalga fonksiyonu.



Şekil 16-7 E_a'dan büyük bir E_b enerjisi için $a(x)$ dalga fonksiyonu.



Şekil 16-8 E_a ile E_b arasındaki E_c enerjisi için dalga fonksiyonu.



Şekil 16-9 $a(x)$ fonksiyonu için bağlı beş en düşük enerji düzeyi.

şekilde büyür. Bunun anlamı nedir? Bu basitçe parçacığın potansiyel kutusu içinde hapsedilmediği anlamına gelir. Kuyunun *içi* yerine *dışında* bulunmaktadır. Ortaya koyduğumuz çözüm için elektron $x = +\infty$'da bulunuyor görünmektedir. Bağlı bir parçacık için bir çözüm elde etme konusunda başarılı olamadık.

Şimdi de E_a'dan biraz daha büyük bir enerji bulmaya çalışalım; örneğin Şekil 16-7'de gösterilen E_b gibi. Sol tarafta benzer koşullarla işe başlarsak, Şekil 16-7'nin alt kısmında çizilen çözümü elde ederiz. İlk bakışta iyi gidiyor görünmesine rağmen en az E_a kadar kötü bir durumla sonlanır; ancak x'in büyük değerlerine doğru gittikçe $a(x)$ daha da *negatif* olmaktadır.

Belki de bu bir ipucudur. Enerjinin E_a'dan E_b'ye biraz değişmesi, eğrinin eksenin bir kenarından diğerine sıçramasına yol açtığından belki de E_a ile E_b arasında x'in büyük değerleri için sıfıra yaklaşan bir enerji vardır. Gerçekten vardır ve çözüm Şekil 16-8'de gösterildiği gibidir.

Şekilde çizdiğimiz çözümün çok özel olduğunu düşünebiliriz. Eğer enerjiyi çok az azaltsaydık veya büyütseydik fonksiyon, Şekil 16-8'de gösterilen iki kesikli çizgiyle gösterilen eğrinin birinin davranışına sahip olurdu ve böylece bağlı bir parçacık için uygun koşullara sahip olamazdık. Parçacığın potansiyel kuyusu içinde bağlı olduğu durum için bir çözüm elde ettik, bu koşul şayet parçacık belirli bir enerjiye sahipse geçerlidir.

Bu durum, potansiyel kuyusu içinde bağlı bir parçacığın sadece bir enerji durumuna sahip olması gerektiği anlamına mı gelir? Hayır, diğer enerji durumları da olasıdır fakat enerjilerin E_c'ye yaklaşmaması koşuluyla. Şekil 16-8'de çizdiğimiz dalga fonksiyonunun x_1 ile x_2 arasındaki bölgede ekseni dört kere kestiğini vurgulamamız gerekir. Eğer E_c'den biraz daha küçük bir enerjiyi seçmiş olsaydık, ekseni sadece üç kez, iki kez ya da bir kez kesen ya da hiç kesmeyen bir çözüm elde ederdik. Tüm olası durumlar Şekil 16-9'da gösterilmiştir. (Elbette şekilde gösterilenlerden daha yüksek enerji değerlerine karşılık gelen çözümler de olabilir.) Elde ettiğimiz çözüm potansiyel kuyusu içine bağlı bir parçacık içindir ve ayrık enerji spektrumunda sadece belirli özel enerji değerlerine sahip olur. Bir diferansiyel denklemin kuantum fiziğinin temel gerçekliğini nasıl tanımladığını görüyorsunuz.

Bir şeyi daha vurgulamamız gerekir. Eğer E enerjisi potansiyel kuyusunun tepesinden daha yukarıdaysa ayrık çözümler elde edemeyiz. Buna benzer çözümler bir potansiyel kuyusu tarafından saçılan serbest parçacıklar için geçerlidir. Bir kristalde saf olmayan atomların etkisini incelerken buna benzer bir çözümün örneğini görmüştük.

17

SİMETRİ VE KORUNUM YASALARI

17-1 Simetri
17-2 Simetri ve korunum
17-3 Korunum yasaları
17-4 Kutuplanmış ışık
17-5 Λ° parçacığının bozunumu
17-6 Dönme matrislerinin özeti

Gözden Geçirme: I. Cilt, 52. Bölüm
Fizik Yasalarında Simetri

Referans: Kuantum Mekaniğinde Açısal Momentum [Angular Momentum in Quantum Mechanics];
A. R. Edmonds, Princeton Üniversitesi Yayınları, 1957

17-1 Simetri

Klasik fizikte, momentum, enerji ve açısal momentum gibi korunumlu olan çok sayıda nicelik vardır. Bu tür niceliklere karşılık gelen korunum yasaları aynı zamanda kuantum mekaniğinde de vardır. Kuantum mekaniğinin en önemli özelliği korunum yasalarının bir şekilde elde edilebilmesidir, fakat klasik mekanikte pratik olarak yasalardan hareket etmek gerekir. (Klasik mekaniği kuantum mekaniğiyle karşılaştırabilmenin çok sayıda yolu vardır ancak bu çok ileri düzeyde yapılabilir.) Bununla birlikte kuantum mekaniğinde korunum yasaları genliklerin üst üste binme ilkesiyle ve farklı değişimler altında fiziksel sistemlerin simetrisiyle yakından ilişkilidir. Bu konu bu bölümde işlenecektir. Çoğu kez bu fikirleri açısal momentuma uygulayacak olsak da asıl konu, her tür niceliğin korunum yasalarının –kuantum mekaniğinde– sistemin simetrisiyle ilişkisi olmasıdır.

Bununla birlikte sistemlerin simetri sorunları üzerinde çalışarak işe başlayabiliriz. En basit örneği iki durum içeren hidrojen molekülü iyonudur; benzer şekilde amonyak molekülünü de alabiliriz. Hidrojen molekülü iyonu için taban durumları, elektronun 1 numaralı protonun yakınında ve 2 numaralı protonun yakınında konumlandığı durumlardır. $|1\rangle$ ve $|2\rangle$ olarak adlandırılan bu iki durum Şekil 17-1(a)'da gösterilmiştir. Şimdi iki çekirdek tam olarak aynı olduğu sürece bu fiziksel sistemde kesin bir *simetri* vardır. Kısacası sistemi iki proton arasındaki yarı düzlemde *yansıtırsak* –yani düzlemin bir kenarındaki her şey diğer taraftaki simetrik konuma yerleştirildiğinde– Şekil 17-1(b)'de gösterilen durumu elde ederiz. Protonlar benzer oldukları için *yansıtma işlemi* $|1\rangle$ durumunu $|2\rangle$ durumuna, $|2\rangle$ durumunu da $|1\rangle$ durumuna döndürür. Bu yansıtma işlemini $\hat{P}$ olarak adlandıracağız:

$$\hat{P}|1\rangle = |2\rangle \qquad \hat{P}|2\rangle = |1\rangle \tag{17.1}$$

Böylece $\hat{P}$, bir durumu başka bir duruma çeviren ***bir işlem*** olarak adlandırılabilir. İlginç olan şey herhangi bir duruma etki eden $\hat{P}$'nin sistemin farklı bir durumunu üretmesidir.

Şimdi $\hat{P}$, tanımladığımız diğer işlemciler gibi, alışıldık gösterimle tanımlanan matris elemanlarına sahiptir. Eğer $\hat{P}|1\rangle$ ve $\hat{P}|2\rangle$'yi sol taraftan $\langle 1|$'le çarparsak,

$$P_{11} = \langle 1|\hat{P}|1\rangle \quad \text{ve} \quad P_{12} = \langle 1|\hat{P}|2\rangle$$

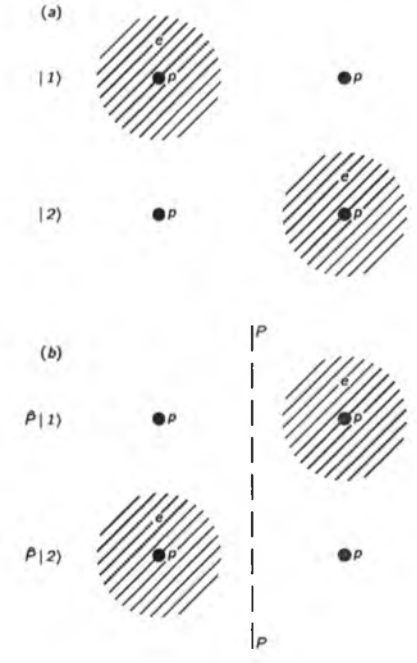
matris elemanlarını elde ederiz. (17.1) denklemini kullanırsak

$$\langle 1|\hat{P}|1\rangle = P_{11} = \langle 1|2\rangle = 0$$
$$\langle 1|\hat{P}|2\rangle = P_{12} = \langle 1|1\rangle = 1 \tag{17.2}$$

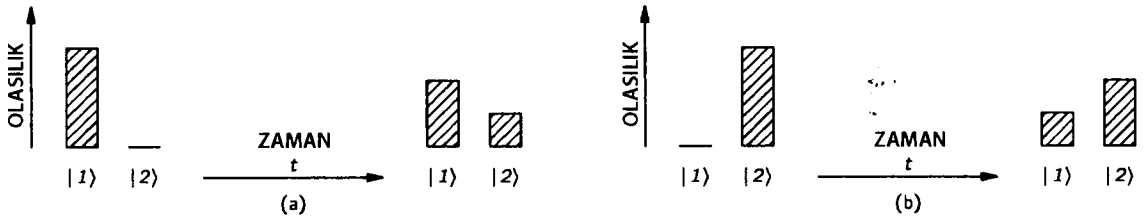
sonucunu buluruz.

Benzer şekilde P_{21} ve P_{22}'yi de elde edebiliriz. $|1\rangle$ ve $|2\rangle$ *taban durumlarına göre* $\hat{P}$ matrisini aşağıdaki gibi tanımlayabiliriz:

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{17.3}$$



Şekil 17-1 Eğer $|1\rangle$ ve $|2\rangle$ durumları *P-P* düzleminde yansıtılırsa, sırasıyla $|2\rangle$ ve $|1\rangle$ durumuna geçerler.



Şekil 17-2 Simetrik bir sistemde, eğer saf bir |1⟩ durumu şeklin (a) kısmında gösterilen duruma evrilirse, saf |2⟩ durumu da zamanla şeklin (b) kısmında gösterilen bir duruma evrilir.

Yine kuantum mekaniğinde *matris* ve *işlemci* terimlerinin pratikte yerdeğiştirilebildiğini görmüş olduk. Ufak teknik farklılıklar vardır –"sayı" ile "rakam" arasındaki fark gibi– fakat bu endişelenmemiz gerekmeyen fazla detaycı bir farktır. Bu nedenle $\hat{P}$, ister bir işlemci isterse bir sayı matrisini tanımlamak için kullanılsın, işlemci ya da matris olarak adlandırılabilir.

Şimdi bazı şeyleri göstermek istiyoruz. Bütün moleküler hidrojen iyon sisteminin *fiziğinin simetrik* olduğunu varsayacağız. Fakat öyle olmak zorunda değil; yakınında ne olduğuna bağlıdır. Öte yandan sistem simetrikse şu fikir doğru olmalıdır: $t = 0$ anında sistem |1⟩ durumunda olsun ve t zaman geçtikten sonra sistem çok daha karmaşık bir duruma geçsin; örneğin iki sistemin doğrusal bir kombinasyonu. Hatırlayacağınız gibi 8. Bölümde "zamanın geçmesini" $\hat{U}$ işlemcisinin çarpılmasıyla göstermiştik. Bu, zaman geçtikçe –diyelim 15 saniye sonra– farklı bir durumda olacağımızı söyler. Örneğin |1⟩ durumunda $\sqrt{2/3}$ olasılıkla |2⟩ durumunda ise $i\sqrt{1/3}$ olasılıkla bulunabilir bu nedenle

$$|\text{15. saniyede } \psi\rangle = \hat{U}(15,0)|1\rangle = \sqrt{2/3}\,|1\rangle + i\sqrt{1/3}\,|2\rangle \tag{17.4}$$

yazabiliriz. Şimdi eğer sistem başlangıçta *simetrik* |2⟩ durumundaysa ve *benzer koşullar* altında 15 saniye geçerse ne olacağını sorabiliriz. Açık ki, eğer sistem simetrikse, varsaydığımız gibi, (17.4) eşitliğinin simetrik durumunu elde etmemiz gerekir:

$$|\text{15. saniyede } \psi\rangle = \hat{U}(15,0)|2\rangle = \sqrt{2/3}\,|2\rangle + i\sqrt{1/3}\,|1\rangle \tag{17.5}$$

Benzer fikirler Şekil 17-2'de grafiksel olarak tasvir edilmiştir. Bu nedenle eğer sistem düzleme göre *simetrikse* ve özel bir durumu inceliyorsak, başlangıçtaki durumu simetri düzleminde yansıtarak elde ettiğimiz sistemin davranışını da anlayabiliriz.

Benzer şeyleri biraz daha genel bir şekilde anlatmaya devam edeceğiz; yani daha soyut bir şekilde. $\hat{Q}$, sistemin *fiziğini değiştirmeksizin* uygulayabileceğimiz işlemlerden biri olsun. Örneğin, $\hat{Q}$ için $\hat{P}$ işlemini hidrojen molekülündeki iki atom arasındaki düzlemde bir *yansıtma* işlemi olarak düşünebiliriz. Ya da iki elektronlu bir sistemde iki elektronun *yerdeğiştirme* işlemi olarak düşünebiliriz. Küresel simetrik bir sistemde bir diğer olasılık bütün sistemin bir eksen etrafında sonlu bir açıyla *dönme* işlemi olarak ele alınması olabilir; elbette fiziği değiştirmeksizin. Her özel durumu genel bir $\hat{Q}$ işlemiyle göstermek isterdik. Özel olarak "bir sistemi y-ekseni etrafında θ açısı kadar" döndürme işlemini $\hat{R}_y(\theta)$ olarak tanımlayacağız. $\hat{Q}$ tanımladığımız işlemcilerden sadece biridir; temel fizik yasalarını değiştirmeyen bir işlemci.

Şimdi daha fazla örnek üzerinde düşünelim. Eğer üzerine *hiçbir manyetik alan* ya da *dış elektrik alan* etki etmeyen bir atomumuz varsa ve koordinatları herhangi bir eksen etrafında döndürürsek, aynı fiziksel durumu elde ederiz. Amonyak molekülü elektrik alan olmadığı sürece, üç hidrojen atomu düzlemine göre yansıtmada simetriktir. Elektrik alan varsa ve elektrik alanını da değişti-

ren bir yansıtma işlemi gerçekleştirirsek problemin fiziği değişecektir. Fakat bir elektrik alan yoksa molekül simetrik kalmaya devam eder.

Şimdi genel bir durumu ele alalım. $|\psi_1\rangle$ durumuyla işe başladığımızı ve belirli bir zaman sonra ya da diğer fiziksel koşullar altında $|\psi_2\rangle$ durumuna geçtiğimizi düşünelim. O zaman

$$|\psi_2\rangle = \hat{U}|\psi_1\rangle \tag{17.6}$$

yazabiliriz. [(17.4) denklemini düşünebilirsiniz.] Şimdi tüm sisteme $\hat{Q}$ işlemcisini uygulayalım. $|\psi_1\rangle$ durumu, $\hat{Q}|\psi_1\rangle$ olarak yazabileceğimiz $|\psi_1'\rangle$ durumuna dönüşecektir. Ayrıca $|\psi_2\rangle$ durumuda $|\psi_2'\rangle = \hat{Q}|\psi_2\rangle$ durumuna dönüşecektir. Eğer *fizik* $\hat{Q}$ koşulları altında simetrikse (*eğer* koşulunu unutmayın; sistemin genel bir özelliği değildir) o zaman, benzer koşullarda bir müddet bekledikten sonra,

$$|\psi_2'\rangle = \hat{U}|\psi_1'\rangle \tag{17.7}$$

yazabiliriz [Tıpkı (17.5) denklemi gibi]. Fakat $|\psi_1'\rangle$ için $\hat{Q}|\psi_1\rangle$ ve $|\psi_2'\rangle$ için $\hat{Q}|\psi_2\rangle$ yazabiliriz; böylece (17.7) denklemini

$$\hat{Q}|\psi_2\rangle = \hat{U}\hat{Q}|\psi_1\rangle \tag{17.8}$$

şeklinde yazabiliriz. Eğer $|\psi_2\rangle$'yi $\hat{U}|\psi_1\rangle$ olarak yazarsak, (17.8) denklemi

$$\hat{Q}\hat{U}|\psi_1\rangle = \hat{U}\hat{Q}|\psi_1\rangle \tag{17.9}$$

haline gelir. Bunun ne anlama geldiğini görmek hiç de zor değildir. Hidrojen molekülü iyonunu düşünerek şunu söyleyebiliriz; "yansıtma işlemi yapılması ve bir süre beklenilmesi –(17.9) denkleminin sağ tarafındaki ifade– "ve daha sonra yansıtma işlemi yapılmasıyla" aynıdır; (17.9) denkleminin sol tarafı, U yansıtma altında değişmediği sürece her iki durum da aynıdır.

(17.9) herhangi bir $|\psi_1\rangle$ başlangıç durumu için doğru olduğunda, işlemcilerle ifade edilebilen bir denklem haline gelir:

$$\hat{Q}\hat{U} = \hat{U}\hat{Q} \tag{17.10}$$

Bu, elde etmeyi istediğimiz şeydir; *simetrinin matematiksel bir tanımıdır.* (17.10) denklemi doğru olduğunda, $\hat{U}$ ve $\hat{Q}$ işlemcilerinin *değiş-tokuş* yapılabildiğini söyleyebiliriz. "Simetriyi" şu şekilde tanımlayabiliriz: Zaman geçme işlemcisi $\hat{U}$, $\hat{Q}$ ile değiştokuş edebildiğinde, fiziksel bir sistem $\hat{Q}$ işlemine göre simetriktir. [Matrisler cinsinden, iki işlemcinin çarpımı matris çarpımına eşittir bu nedenle (17.10) denklemi, Q dönüşümleri altında simetrik bir sistem için, Q ve U matrisleri için de doğrudur.]

Bu arada, sonsuz ϵ dönüşümleri altında $\hat{U} = 1 - i\hat{H}\epsilon/\hbar$ elde ettiğimiz için $-\hat{H}$ alışıldık Hamilton işlemcisidir (*bkz.* Bölüm 8)– eğer (17.10) doğruysa

$$\hat{Q}\hat{H} = \hat{H}\hat{Q} \tag{17.11}$$

ifadesinin de doğru olması gerekir. Bu nedenle (17.11), $\hat{Q}$ işlemi altında fiziksel bir durumun simetrisini tanımlayan bir ifadedir.

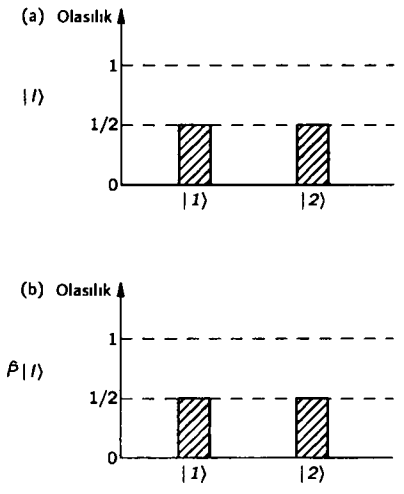
17-2 Simetri ve korunum

Bulduğumuz sonucu uygulamadan önce simetri fikrini biraz daha tartışmak istiyoruz. Şimdi çok özel bir duruma sahip olduğumuzu düşünelim; bir duruma $\hat{Q}$ işlemcisini uyguladığımızda aynı durumu elde ederiz. Bu çok özel bir durumdur fakat $|\psi'\rangle = Q|\psi_0\rangle$ olan bir $|\psi_0\rangle$ durumu için doğru olduğunu kabul edelim. Bu, $|\psi'\rangle$ durumunun bazı evre faktörleri hariç $|\psi_0\rangle$ durumuna eşittir.* Bu nasıl meydana gelir? Örneğin bir H_2^+ iyonunun $|I\rangle$ durumunda olduğunu düşünelim.†

---

* Aynı şekilde $\hat{Q}$'nun *birimsel bir* işlemci olduğunu gösterebilirsiniz; yani $|\psi\rangle$ durumuna etki ettiğinde, $e^{i\delta}$ biçiminde olan bir sayı kere $|\psi\rangle$ durumu elde edilir, burada δ gerçel bir sayıdır. Herhangi bir dönme ve yansıtma işlemi bir parçacığı ortadan kaldırmaz, bu nedenle $|\psi\rangle$ ve $|\psi'\rangle$ durumlarının normalizasyonu aynı olmalıdır; sadece bir evre faktörü kadar farklıdırlar.

† *Bkz.* Bölüm 10-1. $|I\rangle$ ve $|II\rangle$ durumları, daha önceki tartışmalarımıza göre bu bölümde yerdeğiştirmiştir.



Şekil 17-3 |I⟩ durumunun merkezi düzlemden yansıtılmasıyla elde edilen |I⟩ durumu ve $\hat{P}|I\rangle$ durumu.

Bu durum için, |1⟩ ve |2⟩ taban durumunda bulunma genlikleri eşittir. Olasılıklar Şekil 17-3(a)'da çubuk grafiği olarak gösterilmiştir. Eğer $|I\rangle$ durumuna $\hat{P}$ işlemcisini etki ettirirsek |1⟩ durumu |2⟩ durumuna, |2⟩ durumu da |1⟩ durumuna dönüşür; Şekil 17-3(b)'deki olasılıkları elde ederiz. Fakat bu yeni baştan |1⟩ durumunu verir. Eğer $|II\rangle$ durumuyla işe başlarsak, yansıtmadan önceki ve sonraki genlikler aynı görünür. Bununla birlikte *genlikleri* incelediğimizde bir farklılık görürüz. $|I\rangle$ durumu için genlikler, yansıtma işleminden *sonra* aynıdır fakat $|II\rangle$ durumu için genlikler zıt işaretlidir:

$$\hat{P}|I\rangle = \hat{P}\left\{\frac{|1\rangle + |2\rangle}{\sqrt{2}}\right\} = \frac{|2\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} = |I\rangle$$

$$\hat{P}|II\rangle = \hat{P}\left\{\frac{|1\rangle - |2\rangle}{\sqrt{2}}\right\} = \frac{|2\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}} = -|II\rangle \qquad (17.12)$$

Eğer $\hat{P}|\psi_0\rangle = e^{i\delta}|\psi_0\rangle$ yazarsak $|I\rangle$ durumu için $e^{i\delta} = 1$ ve $|II\rangle$ durumu için $e^{i\delta} = -1$ elde ederiz.

Şimdi bir diğer örneği inceleyelim. z-yönünde ilerleyen sağ-elli kutuplanmış bir fotonumuz olsun. Eğer z-ekseni etrafında bir dönme işlemi uygularsak, ϕ dönme açısı olmak üzere, bunun, genliği $e^{i\phi}$ faktörüyle çarpmak anlamına geldiğini biliyoruz. Bu durumdaki dönme işleminde δ dönme açısına eşittir.

Açıkça görüyoruz ki eğer $\hat{Q}$ işlemcisi herhangi bir anda, örneğin $t = 0$, bir durumun evresini değiştiriyorsa, *bu her zaman geçerli olacaktır*. Diğer bir deyişle eğer $|\psi_1\rangle$ durumu bir t süre sonra $|\psi_2\rangle$ durumuna geçiyorsa

$$\hat{U}(t,0)|\psi_1\rangle = |\psi_2\rangle \qquad (17.13)$$

ve durumun simetrisi

$$\hat{Q}\,|\psi_1\rangle = e^{i\delta}\,|\psi_1\rangle \qquad (17.14)$$

oluyorsa, o zaman

$$\hat{Q}\,|\psi_2\rangle = e^{i\delta}\,|\psi_2\rangle \qquad (17.15)$$

elde edebiliriz. Bu kolayca anlaşılabilir çünkü

$$\hat{Q}\,|\psi_2\rangle = \hat{Q}\hat{U}\,|\psi_1\rangle = \hat{U}\hat{Q}\,|\psi_1\rangle$$

ve eğer $\hat{Q}\,|\psi_1\rangle = e^{i\delta}\,|\psi_1\rangle$ ise o zaman

$$\hat{Q}\,|\psi_2\rangle = \hat{U}e^{i\delta}\,|\psi_1\rangle = e^{i\delta}\,\hat{U}|\psi_1\rangle = e^{i\delta}\,|\psi_2\rangle$$

olur. [Eşitlikler, simetrik bir sistem için (17.13) ve (17.10) denklemlerinden, (17.14) denkleminden ve $e^{i\delta}$ gibi bir sayının bir işlemciyle yerdeğiştirme özelliği kullanılarak elde edilmiştir.]

Yani başlangıçta var olan simetriler her zaman geçerlidir. Fakat bu bir *korunum yasası* değil mi? Evet! Eğer başlangıç durumuna bakıyorsak ve *sistemin simetri işlemi olan* bir işlem uygulandığında durumun sadece bir evre faktörüyle çarpılmış halini elde ediyorsak, o zaman başlangıç koşullarının son durum için de geçerli olacağını görürüz. Bununla birlikte sistemin bir durumdan diğerine geçmesini detaylı bir şekilde incelemiyor olsak bile, sistemde başlangıçta belirli bir simetriye sahipse ve bu sistem için Hamilton işlemcisi bazı simetri işlemleri altında simetrik kalıyorsa, o zaman sistemin her zaman benzer simetri özelliklerine sahip olacağını söyleyebiliriz. Bu, kuantum mekaniğinin korunum yasalarının temelidir.

Şimdi özel bir örneği ele alalım. $\hat{P}$ işlemcisine geri dönelim. İlk olarak $\hat{P}$'nin tanımını biraz yenileyelim. $\hat{P}$'yi sadece ayna yansıması olarak ele almayalım, çünkü bu yaklaşım ayna koymamız gereken bir düzlemi tanımlamamızı gerekli kılar. Düzlemin tanımlanmasının gerekli olmadığı özel bir yansıtma işlemi mevcuttur. Şimdi $\hat{P}$ işlemini şu şekilde tanımlayalım: z'nin $-z$, x'in x ve y'nin y

kalacağı şekilde z-düzleminde bir yansıtma işlemi uygulayalım; daha sonra x koordinatı $-x$ ve y koordinatı $-y$ olacak şekilde z ekseni etrafında 180° dönelim. Bütün bu işleme, *tersine çevirme* denir. Her nokta *başlangıca* göre zıt konuma getirilmiştir. Bütün koordinatlar ters çevrilmiştir. Bu işlem için $\hat{P}$ sembolünü kullanmaya devam edeceğiz. Şekil 17-4'te gösterilmiştir. Basit bir yansıtma işleminden biraz daha basittir çünkü yansıtma işlemi için hangi koordinat düzlemini kullandığınızı tanımlamanıza gerek yoktur; sadece simetri merkezi olan noktayı tanımlamanız gerekir.

Şimdi tersine çevirme işlemi sırasında $e^{i\delta}|\psi_0\rangle$ durumuna geçen bir $|\psi_0\rangle$ durumumuz olsun; yani

$$|\psi_0'\rangle = \hat{P}|\psi_0\rangle = e^{i\delta}|\psi_0\rangle \tag{17.16}$$

şeklinde bir yeniden çevirme işlemi uygulayalım. İki tersine çevirme işleminden sonra başladığımız yere geri döneriz; hiçbir şey değişmemiştir.

$$\hat{P}|\psi_0'\rangle = \hat{P} \cdot \hat{P}|\psi_0\rangle = |\psi_0\rangle$$

olması gerekir:

$$\hat{P} \cdot \hat{P}|\psi_0\rangle = \hat{P}e^{i\delta}|\psi_0\rangle = e^{i\delta}\hat{P}|\psi_0\rangle = (e^{i\delta})^2\,|\psi_0\rangle$$

Burada

$$(e^{i\delta})^2 = 1$$

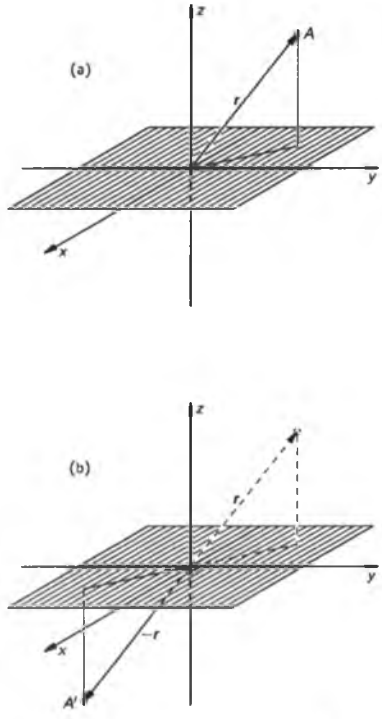
sonucunu verir. Yani *tersine çevirme işlemi bir durumun simetri işlemiyse*, $e^{i\delta}$ için iki olasılık vardır:

$$e^{i\delta} = \pm 1$$

Diğer bir ifadeyle:

$$\hat{P}|\psi_0\rangle = |\psi_0\rangle \quad \text{ya da} \quad \hat{P}|\psi_0\rangle = -|\psi_0\rangle \tag{17.17}.$$

Klasik olarak eğer bir durum tersine çevrilme işlemi altında simetrikse, işlemin sonucunda başlangıçtaki durumu elde ederiz. Bununla birlikte kuantum mekaniğinde iki olasılık vardır: a*ynı durumu* ya da *zıt durumu* elde ederiz. $\hat{P}|\psi_0\rangle = |\psi_0\rangle$ şeklinde aynı durumu elde ettiğimizde, $|\psi_0\rangle$ durumunun *çift pariteye* sahip olduğunu söyleriz. Eğer zıt durum elde edersek, $\hat{P}|\psi_0\rangle = -|\psi_0\rangle$, durumun tek pariteye sahip olduğunu söyleriz. ($\hat{P}$ tersine çevirme işlemcisi aynı zamanda parite işlemcisi olarak adlandırılır.) H_2^+ iyonunun $|I\rangle$ durumu çift pariteye ve $|II\rangle$ durumu tek pariteye sahiptir; *bkz.* Denklem (17.12). Elbette $\hat{P}$ simetri dönüşümü altında simetrik olmayan durumlar da vardır; bu durumlar belirli bir pariteye sahip olmayan durumlardır. Örneğin H_2^+ sisteminde $|I\rangle$ durumu çift pariteye ve $|II\rangle$ durumu tek pariteye sahiptir ve $|1\rangle$ durumunun belirli bir paritesi yoktur. "*Fiziksel bir sistem üzerine*" tersine çevirme gibi bir işlem uygulandığında, bu işlemi iki şekilde düşünebiliriz. Bir $\boldsymbol{r}$ konumundaki *fiziksel hareketin* $-\boldsymbol{r}$ konumuna döndürüldüğünü düşünebiliriz ya da x', y', z' yeni referans çerçevesindeki sistemin eski referans sistemiyle $x' = -x$, $y' = -y$, $z' = -z$ şeklinde ilişkili olduğunu düşünebiliriz. Benzer şekilde dönüşümleri ele aldığımızda fiziksel sistemin katı cisim gibi döndüğünü ya da sistemi "uzayda" sabit tutarak, ölçüm yaptığımız koordinat sistemine göre sistemin döndüğünü düşünebiliriz. Genel olarak iki bakış açısı da aslında aynıdır. Dönmeler için, θ açısı altında dönen bir sistemin negatif θ açısı etrafında dönmesi hariç, bu bakış açıları da aynıdır. Bu derslerde genelde yeni bir koordinat sistemine izdüşüm alındığında neler olacağını ele alacağız. Eğer eksenleri sabit almayı ve aynı miktarda sistemi *geri döndürmeyi* bırakırsak ne olur? Bunu yaptığınızda açının işareti tersine döner.*



Şekil 17-4 Tersine çevirme işlemi, $\hat{P}$. (x, y, z)'deki her A noktasını, ($-x$, $-y$, $-z$)'deki A' noktasına taşır.

* Diğer kitaplarda farklı işaretlere sahip denklemler bulabilirsiniz; muhtemelen farklı açı tanımları kullanılmıştır.

Fizik yasalarının çoğu –fakat hepsi değil– koordinat yansıması ya da ters çevrilmesi altında değişmez. Ters çevrilmeye göre *simetriktirler*. Örneğin elektrodinamik yasaları $x = -x$, $y = -y$, $z = -z$ olarak seçilirse değişmez. Aynısı kütleçekim yasası ya da yeğin nükleer fizik etkileşimleri için de geçerlidir. Sadece, β bozunmasından sorumlu zayıf etkileşimler bu simetriye sahip değildir. (Bu konunun bazı detaylarını I. Cildin 52. Bölümde tartışmıştık.) Şimdilik β bozunmasını göz ardı ediyoruz. β bozunmasının önemli bir etki yaratmasının beklenmediği herhangi bir fiziksel sistemde –örneğin atom tarafından ışığın yayınlanması– Hamilton $\hat{H}$ ve $\hat{P}$ işlemcileri yerdeğiştirebilir. Bu koşullar altında sıradaki öneriyi ortaya koyacağız. Bir durum başlangıçta çift pariteye sahipse ve bir süre sonraki sistemin durumunu inceliyorsak, yine de çift pariteye sahip olacaktır. Örneğin bir foton yayınlayan bir atomun çift pariteye sahip olduğunu biliyor olalım. Yayınlanmadan sonra –fotonu da içeren– her şeyi inceleyelim; sistem yeniden çift pariteye sahip olacaktır (başlangıçta tek parite olsaydı da benzer bir durum elde ederdik). Bu ilke *paritenin korunumu* olarak adlandırılır. "Paritenin korunumu" ve "yansıma simetrisi" kelimelerinin kuantum mekaniğinde neden birbirleri yerine kullanıldığını görüyor olabilirsiniz. Birkaç yıl öncesine kadar doğanın her zaman pariteyi koruduğu düşünülüyordu fakat şimdi bunun doğru olmadığını biliyoruz. Bunun doğru olmadığı keşfedildi çünkü β bozunması, diğer fizik yasalarında bulunan ters çevrilme simetrisine sahip değildir.

Şimdi ilginç bir teoremi kanıtlayacağız (zayıf etkileşimleri göz ardı ettiğimiz sürece doğru olan bir teorem); eşenerjili olmayan enerjinin herhangi bir durumu belirli bir pariteye sahip olmalıdır. Ya çift pariteye ya da tek pariteye sahip olmalıdır. (Bazen birkaç durumun aynı enerjiye sahip olduğunu görebiliriz; bunun gibi durumlara *eşenerjili* deriz. Teoremimiz bu tür sistemlere uygulanamaz.)

Belirli bir enerjiye sahip $|\psi_0\rangle$ durumu için, E sisteminin enerjisi olmak üzere

$$\hat{H}|\psi_0\rangle = E|\psi_0\rangle \tag{17.18}$$

olduğunu biliyoruz. Eğer sistemin bir simetri işlemcisi olan herhangi bir $\hat{Q}$ işlemcisi varsa

$$\hat{Q}|\psi_0\rangle = e^{i\delta}|\psi_0\rangle \tag{17.19}$$

eşitliğini yazabiliriz; elbette $|\psi_0\rangle$ sadece belirli bir enerji durumunu gösterdiği sürece.

$\hat{Q}$ işlemcisini etki ettirdiğimizde yeni bir $|\psi_0'\rangle$ durumunu elde ettiğimizi düşünelim. Eğer fizik simetrikse $|\psi_0'\rangle$, $|\psi_0\rangle$'yle aynı enerjiye sahip olmalıdır. Şimdi bu enerjinin sadece *bir durumunu*, yani $|\psi_0\rangle$, göz önüne alacağız, bu nedenle $|\psi_0'\rangle$ aynı durum olmalıdır; sadece bir evre kadar farklıdır.

Aynı şey işin matematiğinde de ortaya çıkar. Bizim simetri tanımımız (17.10) ya da (17.11) denklemleridir (herhangi bir ψ durumu için doğrudur):

$$\hat{H}\hat{Q}|\psi\rangle = \hat{Q}\hat{H}|\psi\rangle \tag{17.20}$$

Fakat sadece belirli bir enerjiye sahip $|\psi_0\rangle$ durumunu göz önüne alalım, yani $\hat{H}|\psi_0\rangle = E|\psi_0\rangle$. E, $\hat{Q}$ işlemcisi üzerinden atlayan bir sayı olduğu için

$$\hat{Q}\hat{H}|\psi_0\rangle = \hat{Q}E|\psi_0\rangle = E\hat{Q}|\psi_0\rangle$$

ya da

$$\hat{H}\{\hat{Q}|\psi_0\rangle\} = E\{\hat{Q}|\psi_0\rangle\} \tag{17.21}$$

yazabiliriz. Bu nedenle $|\psi_0'\rangle = \hat{Q}|\psi_0\rangle$'da $\hat{H}$'ın belirli bir enerji durumuna sahip olur; aynı zamanda aynı E değerine sahiptir. Fakat varsayımımız sayesinde bunun gibi sadece bir durum olduğunu biliyoruz; yani $|\psi_0'\rangle = e^{i\delta}|\psi_0\rangle$ olmalıdır.

Kanıtladığımız şey, fiziksel sistemin herhangi bir $\hat{Q}$ işlemcisi için doğrudur. Bu nedenle sadece elektrik etkileşimleri ya da yeğin etkileşimleri göz önüne aldığımız bir durumda –ve β bozunmasının olmadığı durumda– ters çevrilme simetrisi izinli bir yaklaşımdır ve $\hat{P}|\psi\rangle = e^{i\delta}|\psi\rangle$ elde ederiz. Fakat $e^{i\delta}$ değerinin ya +1 ya da –1 olduğunu biliyoruz. Belirli bir enerjinin herhangi bir durumu (eşenerjili olmayan) ya tek pariteye ya da çift pariteye sahiptir.

17-3 Korunum yasaları

Şimdi bir başka ilginç işleme geri dönüyoruz: dönme. z-ekseni etrafında ϕ açısı kadar dönen bir atomik sistemin durumunu ele alacağız. Bu işlemciyi $\hat{R}_z(\phi)$ olarak adlandıracağız.* x ve y-eksenlerinin yönlerine göre değişen fiziksel koşulların da olmadığını varsayacağız. Eğer tüm sistemi z-ekseni etrafında döndürürsek dış koşullarda bir değişim olmaması için, herhangi bir elektrik ya da manyetik alanı z-eksenine paralel alacağız.† Örneğin boş uzayda bir atomumuz varsa ve z-ekseni etrafında ϕ açısı kadar dönersek, aynı fiziksel sistemi elde ederiz.

Bundan sonra, buna benzer bir işlem sonucunda başlangıçtaki durumun bir evre faktörüyle çarpılmış yeni bir durumunu üreten *özel durumları* ele alacağız. Şimdi evre değişiminin her zaman ϕ açısıyla orantılı olması gerektiğini gösterelim. İki ϕ açısı kadar (2ϕ) döndüğümüzü düşünelim. Eğer ϕ dönmesi, $|\psi_0\rangle$ durumunun bir $e^{i\delta}$ evre faktörüyle çarpılmasına neden oluyorsa

$$\hat{R}_z(\phi)|\psi_0\rangle = e^{i\delta}|\psi_0\rangle$$

gibi ardışık iki dönme durumun, $(e^{i\delta})^2 = e^{i2\delta}$ faktörüyle çarpılmasına yol açar:

$$\hat{R}_z(\phi)\,\hat{R}_z(\phi)\,|\psi_0\rangle = \hat{R}_z(\phi)e^{i\delta}|\psi_0\rangle = e^{i\delta}\,\hat{R}_z(\phi)|\psi_0\rangle = e^{i\delta}\,e^{i\delta}|\psi_0\rangle$$

Faz değişimi δ, ϕ ile orantılı olmalıdır.‡ Bu nedenle, m gerçel bir sayı olmak üzere

$$\hat{R}_z(\phi)|\psi_0\rangle = e^{im\phi}|\psi_0\rangle \qquad (17.22)$$

denklemini sağlayan özel $|\psi_0\rangle$ durumlarını ele alacağız.

Ayrıca, *eğer* sistem z-ekseni etrafındaki dönüşlerde simetrik kalıyorsa ve *eğer* başlangıçtaki durum (17.22) özelliğine sahipse bundan sonra da bu özelliğini koruyacaktır. Bu nedenle m sayısı çok önemlidir. Eğer başlangıçtaki değerini biliyorsak, oyunun sonundaki değerini de biliriz. Bu, *korunumlu* bir sayıdır; *m, hareket sabitidir.* m sayısını ele almamızın nedeni herhangi bir özel ϕ açısıyla bir ilişkisinin olmamasıdır ve ayrıca klasik mekanikteki bir kavramla yakından ilişkilidir. *Kuantum mekaniğinde z-ekseni etrafındaki açısal momentumu $m\hbar$ olarak seçeriz.* Eğer bunu yaparsak, büyük sistemlerde aynı niceliğin klasik mekanikteki açısal momentumun z-bileşenine eşit olduğunu görürüz. Bu nedenle z-ekseni etrafındaki bir dönme sadece $e^{im\phi}$ evre faktörünü üretir, böylece bu eksen etrafında belirli bir açısal momentum durumuna sahip oluruz; ve açısal momentum korunumludur. Şimdi ve bundan sonra açısal momentumun z-bileşenini $m\hbar$ seçeceğiz. Elbette herhangi bir eksen etrafında dönebilirsiniz ve değişik eksenler için açısal momentumun korunumunu elde edebilirsiniz. Görmüş olduğunuz gibi açısal momentumun korunumu, başlangıçtaki durumun yeni bir evre faktörüyle çarpılmasıyla yakından ilişkilidir.

Şimdi bu fikrin nasıl genelleştirileceğini görelim. Bu düşünceyi, açısal momentum korunumunun fiziksel fikrine karşılık gelen diğer iki korunum yasasına uygulayacağız. Klasik fizikte ayrıca momentum ve enerjinin korunumuna da sahibiz ve bu iki korunum yasasının benzer fiziksel simetrilere sahip olduğunu görmek oldukça ilginçtir.

---

* $\hat{R}_z(\phi)$, z-ekseni etrafında $-\phi$ açısı kadar dönme işlemini tanımlar, aynı şey $+\phi$ açısı kadar dönme durumunda da doğrudur.

† Belirli bir anda sadece bir alan bulunması ve yönünün değişmemesi koşuluyla alanın yönünü her zaman z-ekseni seçebiliriz.

‡ Meraklısı için, bu argümanı küçük ϵ dönmeleri için ortaya koyduğumuzu belirtmeliyiz. Herhangi bir ϕ açısı n sayıda bunun gibi dönmenin toplamı olduğu için, $\phi = n\epsilon$, $\hat{R}_z(\phi) = [\hat{R}_z(\epsilon)]^n$ ve toplam evre değişimi bunun gibi küçük n adet ϵ açısının toplamı olduğundan, ϕ ile orantılıdır.

Fiziksel bir sisteme sahip olduğumuzu –bir atom, birkaç karmaşık çekirdek ya da molekül gibi– ve bütün sistemi bir yerden başka bir yere kaydırdığımızda hiçbir şeyin değişmediğini düşünelim. Böylece sadece *iç koordinatlara* bağlı ve uzaydaki *mutlak konumuna* bağlı olmayan bir özelliğe sahip Hamilton işlemcisine sahip oluruz. Bu koşullar altında uygulayacağımız özel bir simetri vardır: uzayda öteleme. $\hat{D}_x(a)$, x-ekseni boyunca a uzaklığı kadar bir yerdeğiştirme işlemini göstersin. O zaman herhangi bir durum için bu işlemi gerçekleştirip yeni bir durum elde edebiliriz. Fakat yeniden x-ekseni boyunca a kadar yerdeğiştirdiğinizde sadece bir evre faktörüyle çarpılmış benzer bir durumu elde edebilirsiniz. Daha önce yaptığımız gibi, bu olduğunda evresinin a'yla orantılı olması gerektiğini kanıtlayabiliriz. Böylece bu tür $|\psi_0\rangle$ özel durumları için

$$\hat{D}_z(a)|\psi_0\rangle = e^{ika}\,|\psi_0\rangle \tag{17.23}$$

yazabiliriz. Bu ifadedeki k katsayısı $\hbar$'la çarpıldığında *momentumun x-bileşeni olarak* adlandırılır. Çok büyük bir sistemde bu sayı, sayısal olarak klasik p_x momentumuna eşit olduğu için bu şekilde adlandırılmıştır. Genel ifadesi şudur: Sistem yerdeğiştirdiğinde Hamilton işlemcisi değişmiyorsa ve başlangıçtaki durum belirli bir momentuma sahipse, o zaman x-yönündeki momentum zaman geçtikçe aynı kalmaya devam eder. Bir sistemin çarpışmadan önceki ve sonraki toplam momentumu aynı olacaktır.

Uzayda yerdeğiştirmeye oldukça benzer başka işlemler de vardır: zamanın gecikmesi. Zamana bağlı *hiçbir dış etkinin* olmadığı fiziksel bir duruma sahip olduğumuzu ve belirli bir anda belirli bir durumu dikkate aldığımızı düşünelim. Eğer iki saniye sonra yeniden benzer bir sistemle işe başlamış olsaydık (bir diğer deneyde) –ya da bir τ zaman gecikmesiyle– ve eğer zamana bağlı *hiçbir dış etkinin* olmadığı fiziksel bir duruma sahip olsaydık, sistemin evrimi ve son durumu diğer sisteme benzeyecekti. Bu koşullar altında, geciken durumun başlangıçtaki durumdan sadece bir evre faktörü kadar farklı olduğu özel durumlara sahip olurduk. Bu nedenle özel durumlar için faz, τ'yle orantılı olmalıdır. Yani

$$\hat{D}_t(\tau)|\psi_0\rangle = e^{-i\omega\tau}\,|\psi_0\rangle \tag{17.24}$$

yazabiliriz. Genelde ω tanımında negatif işaret kullanılır; bu gösterimde $\omega\hbar$ sistemin enerjisini tanımlar ve *korunumludur*. Bu nedenle zaman τ kadar değiştiğinde, sistemin enerjisi kendisini $e^{-i\omega\tau}$ değeriyle çarpılmış bir miktarı kadar yeniden üretir. (Bu, daha önce belirli bir enerjiye sahip kuantum durumunu tanımlarken söylediğimiz şeydir, yani yaptıklarımızla uyum içindeyiz.) Yani bir sistem eğer belirli bir enerji durumundaysa ve Hamilton işlemcisi t'ye bağlı değilse, daha sonra ne olduğunun bir önemi yoktur ve sistem her zaman aynı enerji durumunda kalır.

Böylece korunum yasaları ile dünyanın simetrisi arasındaki ilişkiyi de görüyoruz. Zamanda öteleme simetrisi enerjinin korunumunu verir; x, y *ve* z konumlarına göre simetri momentumun o bileşeninin korunumunu verir. x, y ve z eksenleri etrafındaki dönme simetrisi açısal momentumun x, y ve z *bileşenlerinin* korunumunu verir. Yansıma simetrisi paritenin korunduğu anlamına gelir. İki elektronun yerdeğiştirme simetrisi şu ana kadar ismini koymadığımız bir olgunun korunumunu verir. Bu ilkelerin bir kısmının klasik mekanikte karşılığı vardır fakat diğerlerinin yoktur. Kuantum mekaniğinde, klasik mekanikte kullanılandan daha çok korunum yasası vardır; ya da en azından daha çok faydalanılan.

Kuantum mekaniği üzerine yazılan diğer kitapları okuyabilmeniz için küçük birkaç teknik detay vermemiz gerekir; insanların kullandığı gösterimi tanımla-

mak için. Zamana göre değişim işlemi, elbette, daha önce hakkında konuştuğumuz $\hat{U}$ işlemidir:

$$\hat{D}_t(\tau) = \hat{U}(t + \tau, t) \tag{17.25}$$

Çoğu insan her şeyi, zamanda *sonsuz küçük* değişimler cinsinden ya da uzayda *sonsuz küçük* değişimler cinsinden ya da *sonsuz küçük* açılar etrafında dönme cinsinden tartışmayı sevmektedir. Herhangi bir sonlu yerdeğiştirme ya da sonlu açı, sonsuz küçük yerdeğiştirmelerin ya da açıların bir toplamı olduğu için, ilk olarak sonsuz küçük durumları analiz etmek daha kolaydır. Zamanda Δt kadar sonsuz küçük değişim işlemcisi, 8. Bölümde tanımladığımız gibi,

$$\hat{D}_t(\Delta t) = 1 - \frac{i}{\hbar}\,\Delta t\hat{H} \tag{17.26}$$

şeklindedir. Burada $\hat{H}$, klasik mekanikte enerji olarak adlandırdığımız fiziksel niceliğe karşılık gelmektedir; çünkü $\hat{H}|\psi\rangle$, sabit çarpı $|\psi\rangle$ ifadesine eşitse, yani $\hat{H}|\psi\rangle = E|\psi\rangle$, bu sabit sistemin enerjisine karşılık gelir.

Aynı şey diğer işlemler için de yapılabilir. Eğer x yönünde sonsuz küçük yerdeğiştirirsek, örneğin Δx kadar, *genelde* $|\psi\rangle$ *d*urumu başka bir $|\psi'\rangle$ durumuna gider. O zaman

$$|\psi'\rangle = \hat{D}_x(\Delta x)|\psi\rangle = \left(1 + \frac{i}{\hbar}\,\hat{p}_x\Delta x\right)|\psi\rangle \tag{17.27}$$

yazabiliriz çünkü Δx sıfıra gittikçe $|\psi'\rangle$ sadece $|\psi\rangle$ ya da $\hat{D}_x(0) = 1$ olur ve küçük Δx değerleri için $\hat{D}_x(\Delta x)$, 1'den değişimi Δx değeriyle orantılı olur. Bu tanımdan hareketle $\hat{p}_x$ işlemcisini (x-bileşenini elbette) momentum işlemcisi olarak adlandırabiliriz.

Benzer nedenlerden dolayı, küçük dönmeler için genelde

$$\hat{R}_z(\Delta\phi)|\psi\rangle = \left(1 + \frac{i}{\hbar}\,\hat{J}_z\Delta\phi\right)|\psi\rangle \tag{17.28}$$

yazılır. Burada $\hat{J}_z$, açısal momentumun z-bileşenin işlemcisi olarak adlandırılır. $\hat{R}_z(\phi)|\psi_0\rangle = e^{im\phi}\,|\psi_0\rangle$ olan özel durumlar için, herhangi bir küçük açıyı –örneğin $\Delta\phi$ – birinci mertebeden seriye açabiliriz ve

$$\hat{R}_z(\Delta\phi)|\psi_0\rangle = e^{im\Delta\phi}\,|\psi_0\rangle = (1 + im\Delta\phi)\,|\psi_0\rangle$$

denklemini elde ederiz. Bu tanımı (17.28) denklemindeki $\hat{J}_z$ tanımıyla karşılaştırırsak sonuç

$$\hat{J}_z\,|\psi_0\rangle = m\hbar\,|\psi_0\rangle \tag{17.29}$$

olur. Diğer bir deyişle eğer $\hat{J}_z$ işlemcisini z-ekseni etrafında *belirli bir açısal momentuma sahip* bir duruma etki ettirirsek, aynı durum çarpı $m\hbar$ elde ederiz, burada $m\hbar$ açısal momentumun z–bileşeninin büyüklüğüdür. Göreceğiniz gibi belirli bir enerjili duruma $\hat{H}$ etki ettiğinde $E|\psi\rangle$ elde ettiğimiz durumla oldukça benzerdir.

Şimdi açısal momentum korunumunun bazı uygulamalarını göstermek istiyoruz; nasıl işlediğini göstermek için. Buradaki asıl nokta gerçekten çok kolay olmasıdır. Daha önce açısal momentumun korunumlu olduğunu öğrenmiştik. Bu bölümde hatırlamanız gereken en önemli nokta, eğer $|\psi_0\rangle$ durumu z-ekseni etrafında bir ϕ açısı kadar dönerse, $e^{im\phi}\,|\psi_0\rangle$ haline gelmesidir; yani $m\hbar$ değerine eşit açısal momentumun z-bileşenine sahiptir. Bu çok sayıda ilginç şey yapabilmek için ihtiyacımız olan tek şeydir.

17-4 Kutuplanmış ışık

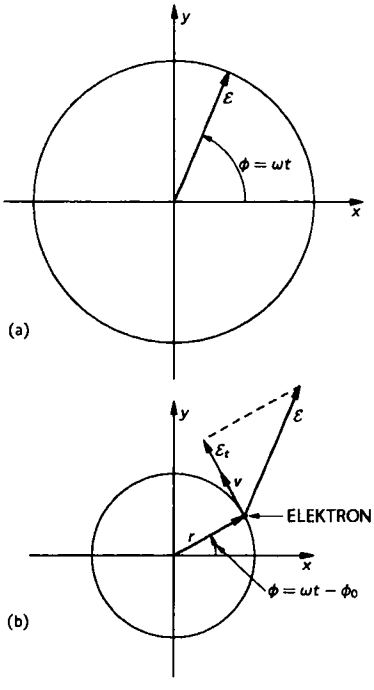
İlk olarak bir fikri kontrol etmek istiyoruz. Bölüm 11-4'te sağ-elli kutuplanmış ışığın z-ekseni*etrafında ϕ açısı kadar döndüğünde, $e^{i\phi}$ değeriyle çarpıldı-

* Üzgünüm! Bu açı, Bölüm 11-4'te kullandığımız açının negatif olanıdır.

ğını göstermiştik. Peki bu durum z-ekseni etrafında bir *birim** açısal momentum taşıyan sağ dairesel kutuplanmış ışık fotonları olduğu anlamına mı geliyor? *Gerçekten de öyle.* Eğer dairesel olarak kutuplanmış çok sayıda foton içeren ışık demetimiz varsa –klasik bir demette sahip olduğumuz gibi– açısal momentum taşınacaktır. Eğer belirli bir anda demet tarafından taşınan enerji W ise, $N=W/\hbar\omega$ adet foton vardır. Her birinin taşıdığı açısal momentum $\hbar$ olduğu için toplam açısal momentum aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$J_z = N\hbar = \frac{W}{\omega} \tag{17.30}$$

Sağ dairesel kutuplanmış bir ışığın W/ω değeriyle orantılı bir enerji ve açısal momentum taşıdığını klasik olarak kanıtlayabilir miyiz? Eğer her şey doğruysa bu klasik bir öneridir. Burada kuantum dünyasından klasik dünyaya geçebildiğimiz bir durumla karşı karşıyayız. Bunu klasik fiziği kontrol ederek görebiliriz. Açısal momentumu m olarak adlandırmanın doğru olup olmadığını göstermeye çalışacağız. Klasik olarak sağ dairesel kutuplanmış ışığın ne olduğunu hatırlayın. Bu, $\mathcal{E}$ bileşke elektrik vektörünün bir çemberin üzerinde döndüğü –Şekil 17-5(a)'da gösterildiği gibi–, x ve y bileşenlerinin 90°'lik evre farkıyla salındığı bir elektrik alan tarafından tanımlanmaktadır. Şimdi ışığı içinde soğrulacağı bir duvara gönderdiğimizi –ya da en azın bir kısmının soğrulduğu– ve duvarın klasik fiziğe uyan bir atom barındırdığını düşünelim. Genellikle atomdaki elektronun hareketini, dış bir elektrik alan tarafından sürülen bir harmonik salınıcı olarak tanımlarız. Salınıcının x ve y yönlerinde eşit bir şekilde salınması için atomu eş yönelimli [izotropik] olarak düşünüyoruz. Dairesel kutuplanmış ışıkta x ve y-yönlerindeki yerdeğiştirme aynıdır fakat ikincisi birincisinin 90° arkasındadır. Net sonuç tıpkı Şekil 17-5(b)'de gösterildiği gibi elektronun bir çember üzerinde hareket etmesidir. Elektron, denge noktasından r kadar uzaklaşmıştır ve başlangıç noktası etrafında $\mathcal{E}$ vektörüne göre evre kaymasına sahiptir. $\mathcal{E}$ ile r arasındaki ilişki Şekil 17-5(b)'de gösterilmiştir. Zaman geçtikçe elektrik alan ve yerdeğiştirme eşit frekansla döner, böylece göreli konumları benzer kalır. Şimdi bu elektron üzerinde işlerin nasıl gerçekleştiğini görelim. Enerjideki değişim, elektronun hızı, v, çarpı hıza paralel $q\mathcal{E}$ bileşenine eşittir:



Şekil 17-5 (a) Dairesel kutuplanmış bir ışık dalgasındaki $\mathcal{E}$ elektrik alanı. (b) Dairesel kutuplanmış ışık tarafından tahrik edilen bir elektronun hareketi.

$$\frac{dW}{dt} = q\mathcal{E}_t v \tag{17.31}$$

Fakat dikkat edin, elektrona aktarılan bir açısal momentum vardır, çünkü başlangıç noktası etrafında her zaman tork bulunur. Tork $q\mathcal{E}_t r$, açısal momentumun değişim hızına, dJ_z/dt, eşit olmalıdır:

$$\frac{dJ_z}{dt} = q\mathcal{E}_t r \tag{17.32}$$

Ayrıca $v = \omega r$ olduğunu hatırlarsak aşağıdaki sonucu elde ederiz:

$$\frac{dJ_z}{dW} = \frac{1}{\omega}$$

Bu nedenle, soğrulan toplam açısal momentumun integralini alırsak, toplam enerjiyle orantılı olduğu görülür; orantı katsayısı (17.30) denklemiyle uyumlu olacak şekilde $1/\omega$ olur. Eğer ışık, z-ekseni boyunca sağ dairesel kutuplandıysa 1 birimli (çarpı $\hbar$) bir açısal momentum taşır ve eğer sol dairesel kutuplandıysa –1 birimli açısal momentum taşır.

Şimdi sıradaki soruyu soralım: Eğer ışık z-yönünde doğrusal kutuplanmışsa, açısal momentumu ne olur? x-yönünde kutuplanan ışık, sağ ve sol-elli kutuplanan ışığın üst üste binmesi gibi resmedilebilir. Bu nedenle, açısal momen-

* Genellikle atomik sistemlerin açısal momentumunu $\hbar$ biriminde ölçmek çok uygundur. O zaman bir yarım-spinli parçacığın herhangi bir eksene göre $\pm 1/2$ açısal momentuma sahip olduğunu söyeleyebilirsiniz. Ya da genel olarak açısal momentumun z-bileşeni m değerine eşittir. Her zaman $\hbar$ birimini tekrar etmek zorunda değilsiniz.

tumun $+\hbar$ ve $-\hbar$ olduğu kesin genlikler vardır ve *belirli* bir açısal momentuma sahip değildir. Bu iki genliğin girişimi doğrusal kutuplanma üretir fakat artı ya da eksi bir birim açısal momentumun olasılıkları *eşittir*. Doğrusal kutuplanmış ışık üzerine yapılan makroskopik ölçümler ışığın sıfır açısal momentum taşıdığını gösterecektir çünkü çok sayıda foton içinde, açısal momentuma zıt katkı koyan sağ ve sol-elli dairesel kutuplanmış foton sayısı aynıdır; ortalama açısal momentum sıfırdır. Dairesel kutuplanma olmadığı sürece klasik kuramda açısal momentum bulamazsınız.

Herhangi bir spin-1 parçacığının üç J_z değeri vardır, yani $-1, 0, 1$ (Stern-Gerlach deneyinde gördüğümüz üç durum). Fakat ışık biraz karmaşıktır; sadece iki duruma sahiptir. Sıfır durumu yoktur. Bu garip durum ışığın durmamasından kaynaklanmaktadır. Kıpırdamayan j spinli bir parçacık için j_z, $-j$'den j'ye 1'er 1'er giden $2j+1$ olası duruma sahip olmalıdır. Fakat sıfır kütleli j spinli parçacıkların sadece hareketin yönü doğrultusunda $+j$ ve $-j$ bileşenlerine sahip olduğu görülmektedir. Örneğin ışık üç duruma değil sadece iki duruma sahiptir; foton spin-1 parçacığı olmasına rağmen. Bu durum spin-1 parçacıklarının –uzayda dönmeler altında ne olduğuyla bağlantılı olan– üç duruma sahip olması gerçeğiyle nasıl uyumlu olabilir? Durgun bir parçacık için, dönmeler momentum değişmeksizin herhangi bir eksen boyunca gerçekleştirilebilir. Sıfır kütleli parçacıklar (foton ve nötrino gibi) durgun olamazlar; sadece hareket yönü ekseni etrafındaki dönmeler momentum durumunu değiştirmez. Bir eksen etrafında dönmeler için kullandığımız fikirler –içlerinden birinin ϕ açısı etrafında dönerken $e^{i\phi}$ gibi değiştiğini düşündüğümüz– gerekli olan üç durumu kanıtlamak için yetersizdir.*

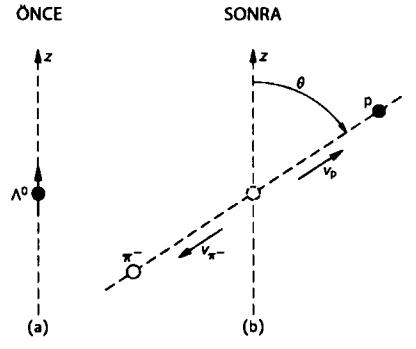
Önemli bir konu daha var. Durgun sıfır kütleli bir parçacık için, genelde, hareket çizgisine göre *sadece* iki spin durumundan biri ($-j$, $+j$) önemlidir. Yarım-spinli parçacık olan nötrinolar için sadece hareket yönüne zıt açısal momentum bileşenli ($-\hbar/2$) durumlar ortaya çıkar [anti-nötrinolar için de sadece hareket yönünde ($\hbar/2$)]. Bir sistem ters çevrilme simetrisine sahip olduğunda (ışık için olduğu gibi, paritenin korunumlu olduğu durumlar) ($-j$, $+j$) bileşenlerinin her ikisi de gereklidir.

17-5 Λ° parçacığının bozunumu

Şimdi özel bir kuantum mekaniği probleminde açısal momentumun korunumu yasasının nasıl kullanıldığına dair bir örnek vermek istiyoruz. Zayıf etkileşim sayesinde bir protona ve bir π^- mezonuna bozunan bir lambda parçacığını (Λ°) ele alalım:

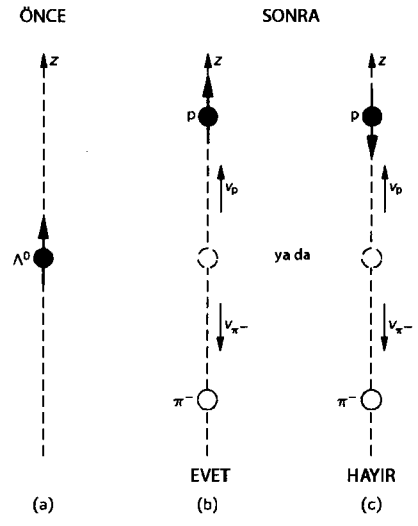
$$\Lambda^\circ \to p + \pi^-$$

Pionun sıfır spinli, protonun ve Λ° parçacığının da yarım spinli olduğunu bildiğimizi varsayalım. Şu problemi çözmek istiyoruz: Λ° parçacığının tamamen kutuplanmış bir şekilde üretildiğini varsayalım; yani spini, örneğin yukarı, z-ekseni yönünde olsun, *bkz.* Şekil 17-6(a). Soru şudur, Şekil 17-6(b)'de gösterildiği gibi, protonun z-eksenine göre θ açısı yapacak şekilde saçılma olasılığı nedir? Diğer bir deyişle bu bozunumun açısal dağılımı nedir? Bu problemi Λ° parçacığının durgun olduğu koordinat sisteminde ele alacağız; açıları bu durgun çerçevede ölçeceğiz; daha sonra istersek diğer koordinat çerçevesine dönüştürebiliriz.



Şekil 17-6 Bir spin "yukarı" Λ° parçacığı bir proton ve bir piona bozunur (KM sisteminde). Bir protonun θ açısından çıkıp gitme olasılığı nedir?

* En azından sıfır kütleli bir parçacık için hareket yönü boyunca açısal momentum bileşeninin $\hbar/2$'nin tamsayı katı olması gerektiğini anlatan bir kanıt bulmaya çalışmalıyız; $\hbar/3$'ün tamsayı katı olacağını söyleyen bir kanıtı değil. Lorentz dönüşümlerinin bütün özelliklerini kullanmamıza rağmen başarısız olduk. Belki de doğru değildir. Bunun gibi konular hakkında oldukça bilgili olan Prof. Wigner ile bu konu hakkında konuşacağız.



Şekil 17-7 Bir spin "yukarı" Λ° parçacığının bozunumu için iki olasılık. Sadece (b) açısal momentumu korur.

Protonun z-ekseni boyunca küçük bir $\Delta\Omega$ katı açısında yayınlandığı özel bir durumu ele alarak işe başlayacağız (Şekil 17-7). Şeklin (a) kısmında gösterildiği gibi bozunumdan önce, spin "yukarı" bir Λ° parçacığımız olsun. Kısa bir süre sonra –zayıf bozunmayla bağlanmadıkları sürece– Λ°, proton ve piona bozunur. Protonun $+z$-ekseni boyunca hareket ettiğini varsayalım. Momentum korunumunu nedeniyle pion ters yönde gitmelidir. Proton bir yarım-spinli parçacık olduğu için, ya spin yukarı ya da spin aşağı olmalıdır; ilkesel olarak şeklin (b) ve (c) kısmında gösterilen iki olasılık vardır. Bu durum en iyi şu şekilde anlaşılabilir. z-ekseni boyunca hareket eden bir parçacık, hareketi nedeniyle bu eksen boyunca bir açısal momentum katkısı yapamayacaktır; bu nedenle sadece spin, J_z'ye katkı koyar. z-ekseni etrafındaki spin açısal momentum bozunumdan önce $+\hbar/2$'dir, bu nedenle daha sonra da $+\hbar/2$ olarak kalmalıdır. Pionun spini sıfır olduğu için, protonun spini "yukarı" olmalıdır.

Eğer bunun gibi fikirlerin kuantum mekaniğinde geçerli olup olmadığı konusunda emin değilseniz, bunların gerçekten doğru olduklarını göstermek için zaman ayırabiliriz. $|\Lambda^\circ$, spin + $z\rangle$ olarak göstereceğimiz başlangıç durumu (bozunumdan önce), eğer z-ekseni etrafında ϕ açısıyla dönersek, bir $e^{i\phi/2}$ evre faktörüyle çarpılır. (Dönen sistemde durum vektörü $e^{i\phi/2}|\Lambda^\circ$, spin + $z\rangle$ olur.) Bu, bir spin yukarı parçacık için spin "yukarı" ifadesinin ne anlama geldiğini göstermektedir. Doğanın davranışı eksenin seçimine bağlı olmadığı için, son durum (proton artı pion) aynı özelliğe sahip olmalıdır. Son durumu

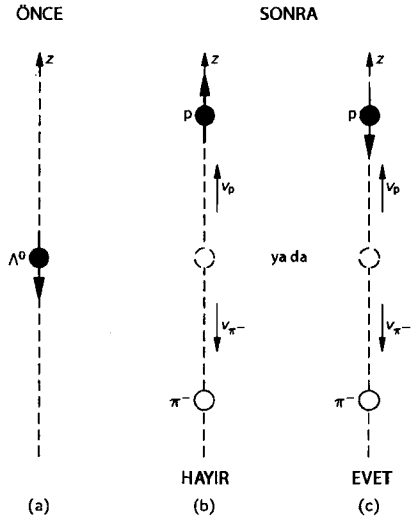
$$|+z \text{ yönüne giden proton, spin } + z;\ -z \text{ yönüne giden pion}\rangle$$

olarak ifade edebiliriz. Aslında pionun hareketini tanımlamak zorunda değiliz çünkü seçtiğimiz çerçevede pion her zaman protonun tersi yönüne gider; son durumun tanımını aşağıdaki gibi verebiliriz:

$$|+z \text{ yönüne giden proton, spin } + z\rangle$$

Eğer z-ekseni etrafında ϕ açısıyla dönersek durum vektörüne ne olur?

Proton ve pion z-ekseni boyunca hareket ettiği için, hareketleri dönme tarafından değiştirilemez. (Bu, neden söz konusu özel durumu seçtiğimizi gösterir; başka bir şekilde bu fikirleri geliştiremezdik.) Ayrıca piona hiçbir şey olmaz çünkü spini sıfırdır. Bununla birlikte protonun spini yarımdır. Eğer spini "yukarı" olsaydı dönmeye cevap olarak evre değişimi $e^{i\phi/2}$ olurdu. (Eğer spini "aşağı" olsaydı evre değişimi $e^{-i\phi/2}$ olurdu.) Açısal momentum korunumluysa, dönmeden önceki ve sonraki evre değişimi aynı olmalıdır. (Böyle olmalıdır çünkü Hamilton işlemcisine dışarıdan bir etki yoktur.) Tek olasılık protonun spininin "yukarı" olmasıdır. Eğer proton yukarı giderse spini de "yukarı" olmalıdır.



Şekil 17-8 Bir spin "aşağı" Λ° parçacığının z-ekseni boyunca bozunumu.

O zaman açısal momentumun korunumu Şekil 17-7(b)'de gösterilen sürece izin verir fakat şeklin (c) kısmında gösterilen sürece izin vermez. Bozunumun olduğunu bildiğimiz için (b) sürecinin bir genliği olmalıdır; proton spin "yukarı" olmalıdır. Sonsuz küçük bir zaman aralığında meydana gelen bozunum genliğini a olarak adlandıralım.*

Şimdi Λ° parçacığının başlangıçta spin "aşağı" olduğunu düşünelim. Yeniden Şekil 17-8'de gösterildiği gibi protonun z-eksenine doğru fırlatıldığında gerçekleşen bir bozunumu ele alalım. Bu durumda eğer açısal momentum korunumluysa protonun spini "aşağı" olmalıdır. Bunun gibi bir bozunumun genliğine b diyelim.

a ve b genliği hakkında daha fazla bir şey söyleyemeyiz. Genlik, Λ° parçacığının iç işleyişine ve zayıf bozunuma bağımlıdır ve hiç kimse nasıl hesaplana-

* Şimdilik, olaylar hakkında konuşurken kuantum mekaniğinin iç işleyişinin, bütün matematiksel detaylara değinmeksizin, size yeterince tanıdık geleceğini düşünüyoruz. Burada söylediğimiz şey size açık gelmeyebilir, bazı eksik detayları bölümün sonunda not ettik.

cağını bilmemektedir. Deneyden elde edeceğiz. Fakat sadece bu iki genlikle, bozunumun açısal momentum hakkında bilmek istediğimiz her şeyi öğrenebiliriz. Sadece hakkında konuştuğumuz durumları tanımlama konusunda dikkatli olmalıyız.

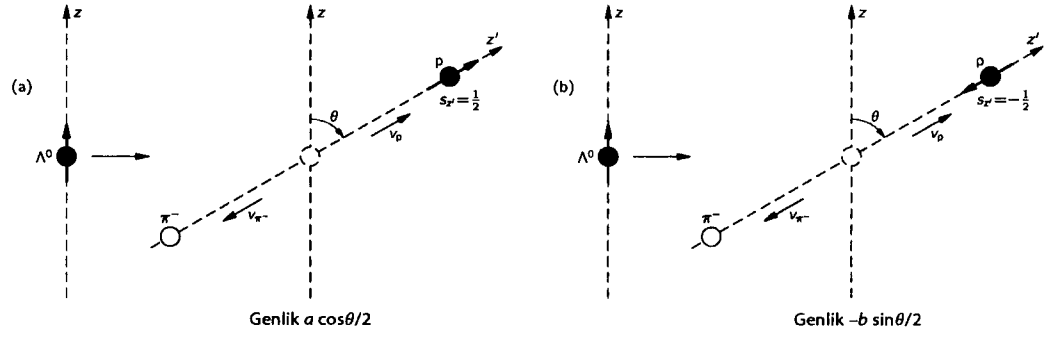
Şekil 17-6'da gösterildiği gibi protonun z-eksenine göre θ açısında ($\Delta\Omega$ katı açısı içinde) saçılma olasılığını bilmek istiyoruz. Şimdi bu yönde yeni bir z-ekseni tanımlayalım ve z' olarak adlandıralım. Bu eksen boyunca olanları nasıl analiz edebileceğimizi biliyoruz. Bu yeni eksene göre Λ^0 parçacığının spini artık "yukarı" değildir fakat belirli bir spin "yukarı" ve spin "aşağı" genliğine sahip olabilir. Bu durumu 6. Bölümde ve 10. Bölümde, (Denklem (10.30)) tartışmıştık. Spin yukarı genliği $\cos\theta/2$ ve spin aşağı genliği $-\sin\theta/2$ değerlerini almıştı.* z' ekseni boyunca Λ^0 parçacığının spini "yukarı" olduğunda, z' ekseninde a genlikli bir proton yayınlayacaktır. Bu nedenle z' ekseninde a genlikli bir spin "yukarı"protonun yayınlanma genliği

$$a\cos\frac{\theta}{2} \tag{17.33}$$

şeklindedir. Benzer şekilde, z' ekseninde a genlikli bir spin "aşağı "protonun yayınlanma genliğiyse

$$-b\sin\frac{\theta}{2} \tag{17.34}$$

şeklindedir. Bu iki sürecin genliği Şekil 17-9'da gösterilmiştir.



Şekil 17-9 Λ^0 için iki olası bozunma durumu.

Şimdi sıradaki kolay soruyu soralım. Eğer z-ekseni boyunca Λ^0 spin yukarı durumdaysa, bozunum ürünü protonun θ açısında saçılma olasılığı nedir? İki spin durumu, onları incelemesek bile, (z' ekseni boyunca "aşağı" ya da "yukarı") ayırt edilebilir. Bu nedenle olasılığı elde etmek için genliklerin karesini almalı ve toplamalıyız. Bir protonun küçük bir $\Delta\Omega$ katı açısı içinde bulunma olasılığı $f(\theta)$

$$f(\theta) = |a|^2\cos^2\frac{\theta}{2} + |b|^2\sin^2\frac{\theta}{2} \tag{17.35}$$

şeklindedir. $\sin^2\theta/2 = \frac{1}{2}(1-\cos\theta)$ ve $\cos^2\theta/2 = \frac{1}{2}(1+\cos\theta)$ olduğunu hatırlayarak, $f(\theta)$ ifadesini yeniden yazabiliriz:

$$f(\theta) = \left(\frac{|a|^2+|b|^2}{2}\right) + \left(\frac{|a|^2-|b|^2}{2}\right)\cos\theta \tag{17.36}$$

Açısal dağılımıysa aşağıdaki biçimdedir:

$$f(\theta) = \beta(1+\alpha\cos\theta) \tag{17.37}$$

* z' eksenini xz düzleminde seçtik ve $R_y(\theta)$ için matris elemanlarını kullandık. Diğer herhangi bir seçim için benzer cevabı elde edebilirsiniz.

Olasılığı oluşturan terimlerden biri θ açısından bağımsızdır diğer terimiyse doğrusal olarak $\cos\theta$ değeriyle değişir. Açısal dağılımı ölçmek için a ve β değerlerini yani $|a|$ ve $|b|$ değerlerini bilmemiz gerekir.

Şimdi cevaplamamız gereken diğer sorular vardır. Sadece *eski* z-ekseni etrafında dönen bir spin "yukarı" bir protonla mı ilgileneceğiz? (17.33) ve (17.34) denklemlerindeki her bir terim, bir spin yukarı protonun ve bir spin aşağı protonun z' eksenine göre ($+z'$ ve $-z'$) bulunma genliğini verecektir. Eski eksene göre spin "yukarı" durumu $|+z\rangle$, $|+z'\rangle$ ve $|-z'\rangle$ taban durumları cinsinden tanımlanabilir. Şimdi toplam genliği elde etmek için (17.33) ve (17.34) genliklerini uygun katsayılarla ($\cos\theta/2$ ve $-\sin\theta/2$) birleştirebiliriz:

$$\left(a\cos^2\frac{\theta}{2}+b\sin^2\frac{\theta}{2}\right)$$

Bu ifadenin karesi, Λ° parçacığıyla aynı spine sahip protonun θ açısında saçılma olasılığını verir.

Eğer parite korunumluysa, bir şeyi daha belirtmemiz gerekir. Şekil 17-8'deki bozunum sadece $-xy$ düzlemindeki– Şekil 17-7'nin yansıma halidir.* Eğer parite korunumluysa b, $-a$ ya da a'ya eşit olmalıdır. O zaman (17.37) denklemindeki α katsayısı sıfır olmalıdır ve bozunum tüm yönlerde aynı şekilde meydana gelmelidir.

Bununla birlikte deneyler bozunumda bir simetri olduğunu gösterir. Ölçülen dağılım tahmin ettiğimiz gibi $\cos\theta$ değeriyle değişir; $\cos^2\theta$ ya da herhangi bir kuvvetle değişmez. Aslında açısal dağılım bu biçimde olduğu için, kullandığımız fikirlerden hareketle Λ° parçacığının spininin 1/2 olması gerektiği sonucuna ulaşırız. Ayrıca paritenin korunumlu olmadığını da görürüz. Aslında α katsayısı deneysel olarak $-0{,}62\pm0{,}05$ bulunmuştur bu nedenle b, a'nın yaklaşık olarak iki katıdır. Bir yansıma altında simetrinin korunmadığı açıktır.

Açısal momentum korunumunun nasıl kullanıldığını gördünüz. Bir sonraki bölümde daha fazla örnek vereceğiz.

Parantez notu: Bu bölümdeki a genliği, $|+z$ yönüne giden proton, spin $+z\rangle$ durumunun sonsuz küçük bir dt anında $|\Lambda$, spin $+z\rangle$ durumundan yaratıldığını anlatır, ya da diğer bir deyişle,

$$\langle+z \text{ yönüne giden proton, spin } +z|H|\Lambda, \text{ spin } +z\rangle = i\hbar a \qquad (17.38)$$

yazabiliriz, burada H dünyanın Hamilton işlemcisidir; ya da en azından Λ parçacığının bozunumundan sorumlu olan her şeydir. Açısal momentumun korunumu, Hamilton işlemcisinin

$$\langle+z \text{ yönüne giden proton, spin } -z|H|\Lambda, \text{ spin } +z\rangle = 0 \qquad (17.39)$$

özelliğine sahip olduğunu göstermektedir. Benzer şekilde b genliğini

$$\langle+z \text{ yönüne giden proton, spin } -z|H|\Lambda, \text{ spin } -z\rangle = i\hbar b \qquad (17.40)$$

şeklinde tanımlanır. Açısal momentum korunumu

$$\langle+z \text{ yönüne giden proton, spin } +z|H|\Lambda, \text{ spin } -z\rangle = 0 \qquad (17.41)$$

olduğunu belirtir. Eğer (17.33) ve (17.34) genlikleri açık değilse, matematiksel olarak şu şekilde tanımlayabiliriz. (17.33) yardımıyla, $+z$ yönünde bir spine sahip olan Λ parçacığının $+z'$ boyunca hareket eden ve spini de $+z'$ yönünde olan bir protona bozunum genliğini, yani

$$\langle+z' \text{ yönüne giden proton, spin } +z'|H|\Lambda, \text{ spin } +z\rangle \qquad (17.42)$$

genliğini bulabiliriz. Kuantum mekaniğinin genel kuramlarını kullanarak bu genliği aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$\sum_i \langle+z' \text{ yönüne giden proton, spin } +z'|H|\Lambda, i\rangle\,\langle\Lambda, i|\Lambda, \text{ spin } +z\rangle \qquad (17.43)$$

---

* Spinin eksenel bir vektör olduğunu ve yansımada ters çevrilmediğini hatırlayın.

burada toplam, durgun Λ-parçacığının $|\Lambda, i\rangle$ taban durumları üzerinden yapılır. Λ-parçacığının spini yarım olduğu için iki taban durumu bulunur. Eğer taban durumu için z' eksenine göre $(+z', -z')$ spin "aşağı" ve spin "yukarı" durumlarını kullanırsak (17.43) denklemini

$$\langle +z' \text{ yönüne giden proton, spin } +z'|H|\Lambda, +z'\rangle\langle\Lambda, +z'|\Lambda, +z\rangle$$
$$+ \langle +z' \text{ yönüne giden proton, spin } +z'|H|\Lambda, -z'\rangle\langle\Lambda, -z'|\Lambda, +z\rangle \qquad (17.44)$$

şeklinde ifade ederiz. İlk terimin ilk faktörü a'dır ve ikinci terimin ilk faktörü sıfırdır; açısal momentum nedeniyle ve (17.38) ile (17.41) denklemini kullanarak. İlk terimin geriye kalan $\langle\Lambda, z'|\Lambda, z\rangle$ terimi, hem bir eksen boyunca spini "yukarı" olan hem de θ açısı kadar eğik bir eksende, $\cos\theta/2$, spini "yukarı" olan bir yarım-spinli parçacığın genliğini verir (*bkz.* Tablo 6-2). Bu nedenle (17.44) sadece $a\cos\theta/2$ değerine eşittir, tıpkı (17.33)'te yazdığımız gibi. (17.34) denklemindeki genlik, bir spin "aşağı" Λ parçacığı için aynı sonuçlara yol açar.

17-6 Dönme matrislerinin özeti

Şimdi spin-1 ve yarım-spinli parçacıklar için dönme hakkında öğrendiğimiz her şeyi bir araya getirelim; gelecek çalışmalarımız için uygun bir referans olacaktır. Bir sonraki sayfada yarım-spinli parçacıklar ve fotonlar (kütlesi olmayan spin-1 parçacıklar) için $R_z(\phi)$ ve $R_y(\phi)$ dönme matrisi için bir tablo bulacaksınız. Her bir z ya da y ekseni etrafındaki dönme için $\langle j|R|i\rangle$ matris terimlerini elde edeceğiz. Elbette daha önceki bölümlerde kullandığımız $\langle +T|0S\rangle$ genliklerine benzemektedirler. $R_z(\phi)$, bir durumun z-ekseni etrafında ϕ kadar dönen yeni bir koordinat sistemine izdüşümünü tanımlar. Benzer şekilde $R_y(\phi)$, bir durumun, y-ekseni etrafında θ kadar dönen yeni bir koordinat sistemine izdüşümünü tanımlar. Bu iki dönmeyi bilirsek herhangi bir eksen etrafındaki dönüşü anlayabilirsiniz. *Sol tarafı yeni* (dönmüş) çerçevedeki taban durumu ve *sağ tarafı* ise *eski* (dönmemiş) çerçevedeki taban durumunu gösteren matris elemanları olarak tanımladık. Tablodaki nicelikleri çok değişik şekillerde yorumlayabilirsiniz. Örneğin 17-1 tablosundaki $e^{-i\phi/2}$ terimi, $\langle -|R|-\rangle = e^{-i\phi/2}$ anlamına gelir. Ayrıca $\hat{R}|-\rangle = e^{-i\phi/2}|-\rangle$ ya da $\langle -|\hat{R} = \langle -|e^{-i\phi/2}$ anlamına gelir. İkisi de aynıdır.

Tablo 17-1
Yarım-spinli parçacıklar için dönme matrisi

İki durum: $|+\rangle$, z-ekseni boyunca "yukarı" $m = +1/2$
$|-\rangle$, z-ekseni boyunca "aşağı" $m = -1/2$

$R_z(\phi)$	$\|+\rangle$	$\|-\rangle$
$\langle+\|$	$e^{+i\phi/2}$	0
$\langle-\|$	0	$e^{-i\phi/2}$

$R_y(\phi)$	$\|+\rangle$	$\|-\rangle$
$\langle+\|$	$\cos\theta/2$	$\sin\theta/2$
$\langle-\|$	$-\sin\theta/2$	$\cos\theta/2$

Tablo 17-2
Spin-1 için dönme matrisi

Üç durum: $|+\rangle$, $m = 1$
$|0\rangle$, $m = 0$
$|-\rangle$, $m = -1$

$R_z(\phi)$	$\|+\rangle$	$\|0\rangle$	$\|-\rangle$
$\langle+\|$	$e^{+i\phi/2}$	0	0
$\langle0\|$	0	1	0
$\langle-\|$	0	0	$e^{-i\phi/2}$

$R_y(\phi)$	$\|+\rangle$	$\|0\rangle$	$\|-\rangle$
$\langle+\|$	$\frac{1}{2}(1+\cos\theta)$	$+\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta$	$\frac{1}{2}(1-\cos\theta)$
$\langle0\|$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta$	$\cos\theta$	$+\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta$
$\langle-\|$	$\frac{1}{2}(1-\cos\theta)$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta$	$\frac{1}{2}(1+\cos\theta)$

Tablo 17-3
Fotonlar

İki durum: $|R\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|x\rangle + i\,|y\rangle)$, $m = +1$ (Sağ-elli dairesel kutuplanmış)
$|L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|x\rangle - i\,|y\rangle)$, $m = -1$ (Sol-elli dairesel kutuplanmış)

$R_z(\phi)$	$\|R\rangle$	$\|L\rangle$
$\langle R\|$	$e^{+i\phi}$	0
$\langle L\|$	0	$e^{-i\phi}$

18

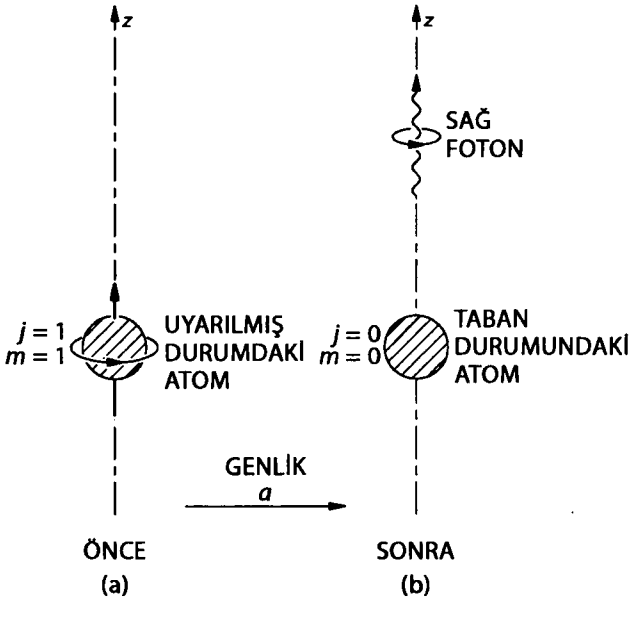
AÇISAL MOMENTUM

18-1 Elektrik dipol ışınımı

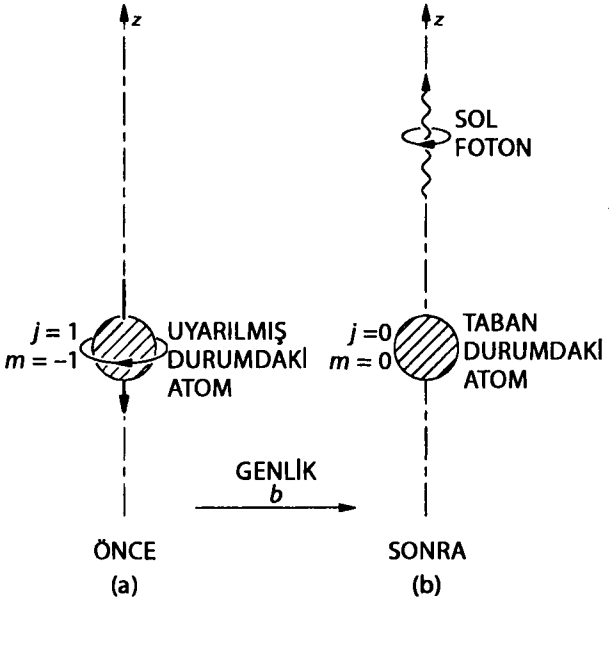
18-1 Elektrik dipol ışınımı
18-2 Işığın saçılması
18-3 Pozitronyumun yok olması
18-4 Herhangi bir spin için dönme matrisi
18-5 Nükleer spini ölçmek
18-6 Açısal momentumun bileşenleri
18-7 Ek not 1: Dönme matrisinin çıkarımı
18-8 Ek not 2: Foton yayılımında parite konumu

Bir önceki bölümde kuantum mekaniğindeki açısal korunum fikrini geliştirdik ve Λ parçacığının bozunumundan hareketle protonun momentumunun açısal dağılımını tahmin etmek için nasıl kullanılacağını gördük. Şimdi atomik sistemlerde momentumun korunumunun diğer benzer sonuçlarını vermeye çalışacağız. İlk örneğimiz bir atomun ışık yayınlanmasıdır. Açısal momentumun korunumu (diğer şeylerle birlikte) yayınlanan fotonun açısal dağılımını ve kutuplanmayı belirler.

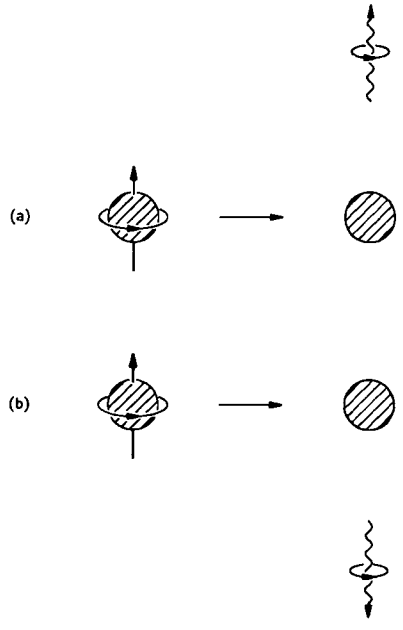
Belirli bir açısal momentuma sahip uyarılmış bir durumda bir atomumuz olduğunu –örneğin spin-1– ve bir foton yayınlayarak daha düşük enerjili sıfır açısal momentuma sahip bir duruma geçtiğini düşünelim. Problem fotonun açısal momentumunu ve kutuplanmasını incelemektir. (Bu problem Λ parçacığının bozunumuyla neredeyse aynıdır sadece yarım-spinli parçacıklar yerine spin-1 parçacıklarına sahibiz.) Atomun üst durumu spin-1 olduğu için açısal momentumun z-bileşeni için üç durum vardır. Yani m değeri, –1, 0, +1 olabilir. Bu örnekte $m = +1$ alacağız. Nasıl işlediğini bir kez anlayınca, diğer durumları da anlayacaksınız. Atomun $+z$ ekseni yönünde bir açısal dağılıma sahip olduğunu –tıpkı Şekil 18-1(a)'da gösterildiği gibi– ve sıfır açısal momentuma sahip olması için –tıpkı Şekil 18-1(b)'de gösterildiği gibi– z-ekseninin yukarısına doğru sağ dairesel kutuplanmış ışık yayınladığını düşüneceğiz ve bu genliğin ne olacağını araştıracağız. Pekâlâ, bunun cevabını henüz bilmiyoruz. Fakat sağ dairesel kutuplanmış ışığın hareketi doğrultusunda bir birim açısal momentuma sahip olduğunu biliyoruz. Foton yayınlandıktan sonra durum Şekil 18-1(b)'de gösterildiği gibi olur; soldaki atom z-ekseni boyunca sıfır açısal momentuma sahip olur çünkü atomun en düşük enerji durumunun spin-0 olduğunu varsaymıştık.



Şekil 18-1 $m = +1$ durumundaki atom z-ekseni boyunca bir sağ-elli dairesel kutuplanmış (SAĞ) bir atom yayınlar.



Şekil 18-2 $m = -1$ durumundaki atom z-ekseni boyunca bir sol-elli dairesel kutuplanmış (SOL) bir atom yayınlar.



Şekil 18-3 Eğer (a) sürecine atomun merkezi boyunca bir ters çevrilme işlemi uygulanırsa, (b)'de gösterilen durum ortaya çıkar.

Bunun gibi bir olayın genliğini a'yla göstereceğiz. Daha açık konuşmak gerekirse, bir fotonun z-ekseninin merkezine oturduğu küçük bir $\Delta\Omega$ katı açısı içinde dt zamanı boyunca yayınlanma genliğine a diyeceğiz. Benzer yönde bir SOL fotonu yayınlanma genliğinin sıfır olduğunu belirtelim. z-ekseni etrafındaki net açısal momentum bunun gibi bir foton için -1 ve açısal momentumun korunmadığı bir atom için sıfır olmalıdır.

Benzer şekilde eğer atomun spini başlangıçta "aşağı" ise (z-ekseni boyunca -1), $+z$ ekseni boyunca sadece SOL kutuplanmış bir foton yayınlanır, tıpkı Şekil 18-2'de gösterildiği gibi. Bu olay için genliği b olarak gösterelim; yeniden $\Delta\Omega$ katı açısı içinde yayınlanma genliğinden bahsediyoruz. Diğer yandan eğer atom $m = 0$ durumundaysa, artık $+z$ yönünde bir foton yayınlayamaz, çünkü bir foton hareket doğrultusu boyunca sadece $+1$ ya da -1 değeri alır.

Şimdi de b genliğinin a genliğiyle olan ilişkisini gösterelim. Şekil 18-1'deki gibi bir ters çevirme işlemi uyguladığımızı düşünelim. Bu durum, eğer sistemin her bir parçasını başlangıç noktasına göre zıt bir noktaya koysaydık elde edeceğimiz durumla aynı olurdu. Bu, açısal momentum vektörlerinin yansıtıldığı anlamına gelmez çünkü bu vektörler yapaydır. Sadece bunun gibi bir açısal momentuma karşılık gelen hareketin karakterini değiştirmiş oluruz. Şekil 18-3(a) ve (b)'de, Şekil 18-1'de gösterilen sürecin, atomun merkezine göre yapılan bir ters çevirmeden önce ve sonra neye benzediği gösterilmiştir. Atomun dönme durumunun değişmediğini belirtelim.* Şekil 18-3(b)'nin ters çevrilmiş halinde, aşağı doğru bir SOL fotonu yayınlayan $m = 1$ durumlu bir atoma sahip oluruz.

Eğer Şekil 18-3(b)'deki sistemi x ya da y ekseni etrafında 180° döndürürsek, Şekil 18-2'nin aynısını elde ederiz. Ters çevrilme ve dönmenin kombinasyonu ikinci işlemi birincisine dönüştürür. Tablo 17-2'yi kullanarak y-ekseni etrafındaki 180°'lik bir dönüşün $m = -1$ durumunu $m = +1$ durumuna dönüştürür, böylece b genliği, *ters çevrilme işleminden kaynaklanan olası bir işaret değişimi haricinde,* a genliğine eşit olur. Ters çevrilme işlemi sırasındaki işaret değişimleri atomun başlangıç ve son durumlarının paritelerine bağlı olacaktır.

Atomik süreçlerde parite korunumludur bu nedenle bütün sistemin paritesi foton yayınlanmasından önce ve sonra aynı olmalıdır. Meydana gelen olaylar atomun başlangıç ve son durumundaki paritelerinin tek veya çift olmasına bağlıdır; ışınımın açısal dağılımı farklı durumlar için farklı olacaktır. Genel olarak atomun başlangıçtaki paritesini *tek,* son durumdaki paritesini *çift* alacağız; bu, "elektrik dipol ışınımı" dediğimiz olaya yol açar. (Eğer başlangıç ve son durumlar aynı pariteye sahip olsaydı, bir ilmekte salınan bir akımın karakterine sahip "manyetik dipol ışınımını" elde ederdik.) Eğer başlangıç paritesi tekse, ters çevrilme işlemi sırasında genliğinin işareti tersine döner ve 18-3 şeklini (a) durumundan (b) durumuna çevirir. Atomun son durum paritesi çift olsa bile genliği işaret değiştirmez. Eğer işlem pariteyi korursa, b genliği a genliğiyle büyüklük olarak aynı fakat zıt işarete sahip olur.

Eğer yukarı doğru foton yayımlayan $m = +1$ durumunun genliği a ise başlangıç ve son durumunda varsayılan pariteler için, yukarı doğru SOL fotonu yayınlayan bir $m = -1$ genliği $-a$ değerine sahip olur.†

Bilmeyi istediğimiz tek şey, z-eksenine göre herhangi bir θ açısında yayınlanan bir fotonun genliğidir. Başlangıçta $m = +1$ durumlu kutuplanmış bir atoma sahip olduğumuzu düşünelim. Bu durumu fotonun yayınlanma yönündeki z' ek-

---

* x, y, z koordinatlarını $-x$, $-y$ $-z$'ye döndürdüğümüzde, bütün vektörlerin ters çevrildiğini düşünebilirsiniz. Bu durum yerdeğiştirme ve hız gibi kutupsal vektörler için doğrudur ama açısal momentum gibi eksenel vektörler için doğru değildir; ya da iki kutupsal vektörün vektör çarpımından türetilen herhangi bir vektör için. Eksenel vektörler bir ters çevrilme işleminden sonra aynı bileşenlere sahip olurlar.

† Bu fikre, ele aldığımız son durumun belirli bir pariteye sahip olmadığını düşünerek, bazılarınız itiraz edebilir. Bu bölümün sonundaki Ek Not 2'de farklı bir gösterim bulabilirsiniz.

senine göre +1, 0, −1 durumlarına ayırabiliriz. Bu üç durumun genlikleri, Tablo 17-2'nin alt yarısında verilmiştir. Bir SAĞ fotonun θ yönünde yayınlanma genliği, a genliği ile bu yöndeki $m = +1$ durumlu genliğin çarpımına eşittir, yani,

$$a\langle +|R_y(\theta)|+\rangle = \frac{a}{2}(1 + \cos\theta) \tag{18.1}$$

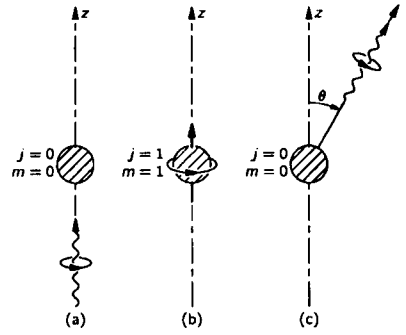
Bir SOL fotonun θ yönünde yayınlanma genliği, $-a$ genliği ile yeni yönde $m= -1$ durumlu olma genliğinin çarpımına eşittir, yani,

$$-a\langle -|R_y(\theta)|+\rangle = -\frac{a}{2}(1 - \cos\theta) \tag{18.2}$$

Eğer farklı kutuplanma durumlarıyla ilgileniyorsak, bu iki genliğin üst üste binmesinden diğer genlikleri de bulabiliriz. Bir açının fonksiyonu olarak herhangi bir bileşenin genliği elbette genliklerin mutlak değer karesidir.

18-2 Işığın saçılması

Şimdi bu sonuçları biraz daha karmaşık ama bir anlamda daha gerçekçi bir problemi çözmek için kullanalım. Atomların taban durumunda bulunduğunu ($j=0$) ve gelen bir ışık dalgasını *saçtığını* düşünelim. Başlangıçta ışığın $+z$ yönünde olduğunu farz edelim, böylece Şekil 18-4'te gösterildiği gibi $-z$ yönünden atoma gelen fotonlara sahip oluruz. Işığın saçılmasını iki adımlı bir süreç olarak ele alacağız; foton soğrulur ve yeniden yayınlanır. Eğer Şekil 18-4(a)'daki gibi bir SAĞ fotonuyla işe başlarsak ve açısal momentum korunuyorsa, atom ışığı soğurduktan sonra $m = +1$ durumunda olacaktır; Şekil 18-4(b)'de gösterildiği gibi. Bu sürecin genliğini c olarak adlandıralım. O zaman atom θ doğrultusunda bir SAĞ fotonu yayınlar: Şekil 18-4(c). θ yönünde saçılan bir SAĞ fotonunun toplam genliği sadece c çarpı (18.1) olur. Bu saçılma genliğini $\langle R'|S|R\rangle$ olarak adlandıralım:



Şekil 18-4 İki-atomlu bir süreç gibi görünen atomdan ışığın saçılma süreci.

$$\langle R'|S|R\rangle = \frac{ac}{2}(1 + \cos\theta) \tag{18.3}$$

Ayrıca bir SAĞ fotonunun soğrulduğu ve bir SOL fotonunun yayınlandığı bir genlik de vardır. Bu iki genliğin çarpımı, bir SOL fotonu gibi saçılan SAĞ foton genliğidir: $\langle L'|S|R\rangle$. (18.2) denklemini kullanarak

$$\langle L'|S|R\rangle = -\frac{ac}{2}(1 - \cos\theta) \tag{18.4}$$

elde ederiz.

Şimdi eğer bir SOL fotonu gelirse ne olacağına bakalım. Bu foton soğrulduğunda atom $m = -1$ durumuna geçer. Benzer fikirleri kullanarak genliğin $-c$ olması gerektiğini gösterebiliriz. θ yönünde bir SAĞ fotonu saçan $m = -1$ durumundaki atomun genliği a çarpı, $\frac{1}{2}(1 - \cos\theta)$ değerine eşit olan $\langle +|R_y(\theta)|-\rangle$ genliğidir. Bu nedenle

$$\langle R'|S|L\rangle = -\frac{ac}{2}(1 - \cos\theta) \tag{18.5}$$

elde ederiz. Son olarak bir SOL fotonunun bir SOL fotonundan saçılma genliği

$$\langle L'|S|L\rangle = \frac{ac}{2}(1 + \cos\theta) \tag{18.6}$$

olur. (Birbirini sadeleştiren iki eksi işareti vardır.)

Eğer dairesel kutuplanma kombinasyonları için saçılma şiddetlerini ölçersek bunların, dört genliğinin her birinin mutlak değer karesiyle orantılı olduğunu görürüz. Örneğin gelen bir SAĞ kutuplu ışık demetinin SAĞ kutuplu olarak saçılma şiddeti $(1 + \cos\theta)^2$ değeriyle değişecektir.

Her şey çok iyi fakat *doğrusal* kutuplanmış bir ışıkla işe başladığımızı düşünelim. Ne olur? Eğer x-kutuplu bir ışığa sahipsek, SAĞ ve SOL kutuplu ışığın

üst üste binmesi olarak gösterilebilir. O zaman

$$|x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|R\rangle + |L\rangle) \tag{18.7}$$

yazabiliriz (*bkz.* Bölüm 11-4). Ya da y-kutuplu bir ışığa sahipsek

$$|y\rangle = -\frac{i}{\sqrt{2}}(|R\rangle - |L\rangle) \tag{18.8}$$

yazılabilir. Şimdi neyi bilmek istiyoruz? x-kutuplu fotonun bir SAĞ fotonundan θ açısında saçılma genliğini bilmek istiyor muyuz? Bu genliği, genliklerin toplanmasını tanımlayan genel kuralı kullanarak elde edebilirsiniz. İlk olarak (18.7) denklemini $\langle R'|S'$yle çarpalım

$$\langle R'|S|x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\langle R'|S|R\rangle + \langle R'|S|L\rangle) \tag{18.9}$$

ve daha sonra iki genlik için (18.3) ve (18.5) denklemlerini kullanalım, o zaman

$$\langle R'|S|x\rangle = \frac{ac}{\sqrt{2}}(\cos\theta) \tag{18.10}$$

yazabiliriz. Eğer x-fotonunun SOL fotonundan saçılma genliğini elde edersek

$$\langle L'|S|x\rangle = \frac{ac}{\sqrt{2}}(\cos\theta) \tag{18.11}$$

buluruz.

Son olarak, x-yönünde kutuplanmış bir fotonun, kutuplanmasını koruyarak saçılmasının genliğini bulmaya çalışalım. İstediğimiz şey $\langle x'|S|x\rangle$'dir. Bu genlik aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\langle x'|S|x\rangle = \langle x'|R'\rangle\langle R'|S|x\rangle + \langle x'|L'\rangle\langle L'|S|x\rangle \tag{18.12}$$

Eğer aşağıdaki ilişkileri kullanırsak

$$|R'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|x'\rangle + i|y'\rangle) \tag{18.13}$$

$$|L'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|x'\rangle - i|y'\rangle) \tag{18.14}$$

ve

$$\langle x'|R'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \tag{18.15}$$

$$\langle x'|L'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \tag{18.16}$$

sonuçta

$$\langle x'|S|x\rangle = ac\cos\theta \tag{18.17}$$

elde ederiz. Cevap, x-kutuplu ışığın θ yönünde (xy-düzlemi) saçılma şiddetinin $\cos^2\theta$ değeriyle orantılı olmasıdır. Eğer y-kutuplu bir ışık için benzer işlemleri yaparsak

$$\langle y'|S|x\rangle = 0 \tag{18.18}$$

buluruz. Bu nedenle saçılan ışık x-yönünde tamamen kutuplanmıştır.

Şimdi bazı ilginç konulara değinmek istiyoruz. (18.17) ve (18.18) sonuçları, elektronun atoma doğrusal geri çağırıcı kuvvetle bağlı olduğunu düşündüğümüz –böylece klasik bir harmonik salınıcı gibi davranabilir– I. Cildin 32-5 Bölümündeki klasik ışık saçılma kuramıyla tamamen aynıdır. Belki de şöyle düşünüyorsunuz "Klasik kuram çok daha basitti. Eğer doğru cevabı veriyorsa, neden kuantum kuramıyla canımızı sıktık ki." Şu ana kadar $j = 1$ uyarılmış durumlu ve $j = 0$ taban durumuna sahip bir atomu ele aldık. Eğer uyarılmış durumun spini iki olsaydı farklı bir sonuç elde ederdiniz. Ayrıca, etkin bir elektrik alanda yaya bağlı olarak salınan elektron modelinin tek bir foton için işleyeceği konusunda bir neden yoktur. Fakat gerçekte işe yaradığını görmüştük ve kutuplanma ile

yoğunluğu da doğru buluyorduk. Yani bir bakıma bu derste gerçeğe ulaşmış olduk. Bununla birlikte 1. Ciltte kırılma indisi ile ışığın klasik saçılma kuramım inceledik ve şu an en genel durum için kuantum kuramının klasik kuramla uyumlu olduğunu görüyoruz. Böylece, kuantum kuramını kullanarak ışığın kutuplanmasını incelemiş olduk.

Elbette bütün klasik kuramlar nihai olarak kuantum kuramlarıyla desteklenmektedir. Doğal olarak size bazı şeyleri açıklamak için seçtiğimiz klasik fiziğin bazı fikirleri kuantum kuramında da geçerlidir. Şu ana kadar elektronların yörüngeler etrafında dolandığı herhangi bir atom modelini detaylı bir şekilde incelemedik. Çünkü bu model kuantum mekaniğiyle uyuşan sonuçlar vermez. Fakat yaya bağlı bir elektron işe yarayabilir ve kırılma indisi kuramı için bir model oluşturmak adına kullanılabilir.

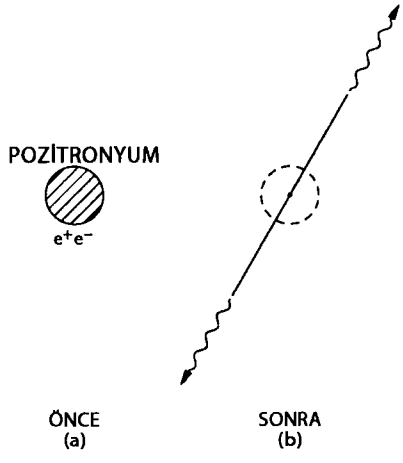
18-3 Pozitronyumun yok olması

Şimdi çok güzel bir örneği ele almak istiyoruz. Karışık olmasına rağmen oldukça ilginçtir. Örneğimizdeki sistem bir elektrondan ve bir pozitrondan (bir e^+ ve bir e^- parçacığının bağlı durumu) meydana gelen bir atom olan *pozitronyumdur*. Protonun pozitronla yerdeğiştirdiği bir hidrojen atomuna benzer. Bu desen tıpkı hidrojen atomu gibi çok sayıda duruma sahiptir. Ayrıca tıpkı hidrojen gibi taban durumu manyetik momentin etkileşimi nedeniyle "aşırı ince yapıya" sahiptir. Hem elektronun hem de pozitronun spini yarımdır ve herhangi bir eksene göre paralel ya da zıt yönlü olabilir. (Taban durumunda yörünge hareketinden kaynaklanan bir açısal momentum yoktur.) Bu nedenle dört durum vardır; üç adet aynı enerjiye sahip bir spin-1 sistemi ve farklı bir enerjiye sahip spin-0 sistemi. Bununla birlikte enerji yarılması 1420 MegaHertz'lik hidrojen atomundaki yarılmadan çok büyüktür çünkü pozitronun manyetik momenti protonun manyetik momentinden yaklaşık 1000 kat kadar daha büyüktür.

Bununla birlikte en önemli farklılık pozitronyumun sonsuza dek var olamamasıdır. Pozitron elektronun karşı-parçacığıdır; birbirlerini yok ederler. İki parçacık tamamen kaybolur; durgun enerjilerini ışınıma çevirerek γ-ışınları (foton) yayınlar. Bu süreçte sonlu durgun kütleye sahip iki parçacık sıfır durgun kütleli iki ya da daha fazla parçacığa bozunur.*

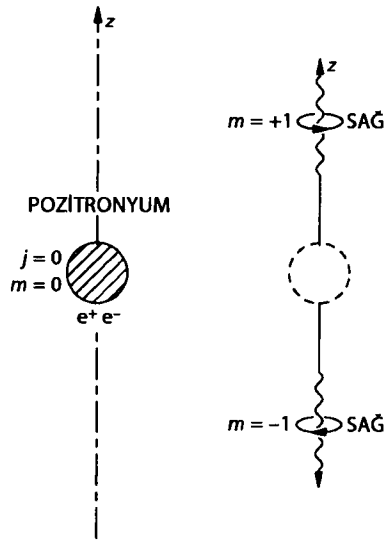
Pozitronyumun spin-sıfır durumunun bozunumunu analiz ederek işe başlayalım. Yaşam süresi yaklaşık 10^{-10} saniyeyle iki γ-parçacığına bozunur. Başlangıçta birbirlerine yakın spinleri zıt yönlü olan ve bir pozitronyum sistemi meydana getiren bir pozitron ve bir elektronumuz vardır. Yokoluştan sonra eşit fakat zıt momentuma sahip iki fotona bozunur (Şekil 18-5). Momentum eşit ve zıt olmalıdır çünkü yokoluştan sonraki toplam momentum, eğer durgun bozunma durumunu ele alıyorsak, eskiden olduğu gibi sıfır olmalıdır. Eğer pozitronyum durgun değilse problemle uğraşıp çözebiliriz ve daha sonra her şeyi laboratuar sistemine dönüştürebiliriz. (Bakınız, şimdi tüm araçlara sahibiz.)

İlk olarak açısal dağılımın çok ilginç olmadığını belirtelim. Başlangıç durumu spin-0 olduğu için özel bir eksen yoktur; bütün dönüşler altında simetriktir. O zaman son durumda bütün dönüşler altında simetrik olmalıdır. Bunun anlamı bozunma için bütün açıların aynı olmasıdır; herhangi bir yöne giden bir foton için genlik benzerdir. Elbette herhangi bir yöndeki bir fotonu bulduğumuzda diğeri de zıt yönde olmalıdır.



Şekil 18-5 Pozitronyumun iki elektrona bozunumu.

* Bugün dünyayı daha derin algılayışımızda, fotonun enerjisinin elektronun enerjisinden daha az "maddesel" olup olmadığını ayırt etmek oldukça zordur çünkü hatırlayacağınız gibi bütün parçacıklar neredeyse benzer davranmaktadır. Tek fark fotonun sıfır durgun kütleye sahip olmasıdır.



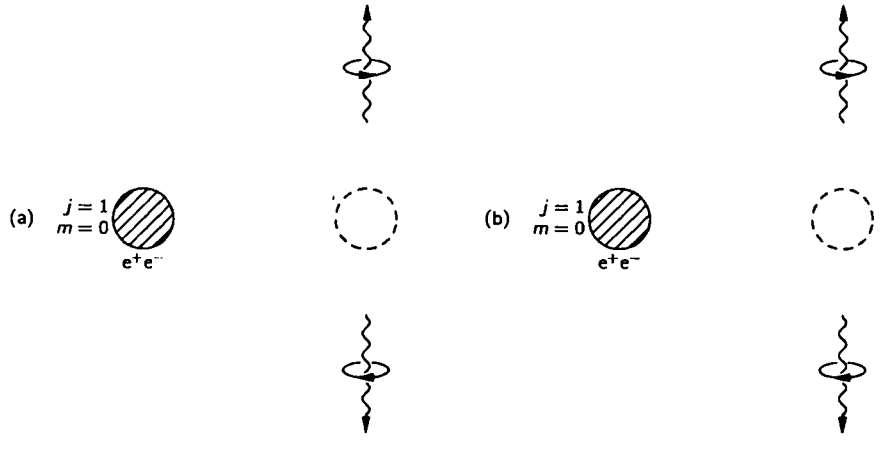
Şekil 18-6 z-ekseni boyunca pozitronyumun yok olması için bir olasılık.

Şimdi bakmak istediğimiz soru fotonun kutuplanması hakkındadır. İki fotonun hareket yönünü artı ve eksi z-ekseni olarak seçelim. Fotonun kutuplanma durumları için herhangi bir gösterimi kullanabiliriz; tanımımız için, hareketin yönüne göre sağ ve sol dairesel kutuplanmayı seçeceğiz.* Eğer hem yukarı giden foton hem de aşağı giden foton bir SAĞ fotonuysa açısal momentum korunumludur. Her biri kendi *momentumunun yönüne göre*, z-ekseni boyunca artı ve eksi 1 birim, açısal momentum taşır. Toplam açısal momentum sıfır olacaktır ve bozunumdan sonraki açısal momentum daha öncekiyle aynı olacaktır, *bkz.* Şekil 18-6.

Benzer argümanlar, eğer yukarı doğru giden SAĞ fotonuysa, aşağı giden fotonun bir SOL fotonu olamayacağını gösterir. Aksi takdirde son durum iki birim açısal momentuma sahip olurdu. Bunun gibi bir son durum, spin-1 pozitronyum taban durumu için mümkün değildir çünkü herhangi bir yönde maksimum bir birimlik açısal momentuma sahip olabilir.

Şimdi iki fotonun yok olmasının spin-1 durumu için mümkün olamayacağını göstereceğiz. Eğer z-ekseni boyunca sıfır açısal momentuma sahip $j=1$ ve $m=0$ durumunu ele alırsak, spin-sıfır durumu gibi davranır ve iki SAĞ fotonuna bozunabilir. Şekil 18-7(a)'da gösterilen bozunum z-ekseni etrafında açısal momentumu korur. Şimdi eğer bu sistemi y-ekseni etrafında 180° döndürdüğümüzde ne olacağına bakalım; Şekil 18-7(b)'de gösterilen resmi elde ederiz. Şeklin (a) kısmıyla tam olarak aynıdır. Yaptığımız tek şey iki fotonun yerini değiştirmektir. Ama fotonlar Bose parçacıklarıdır; eğer yerlerini değiştirirsek genliğin işareti değişmeyecektir bu nedenle (b) kısmındaki bozunum (a) kısmında gösterilenle aynı olmalıdır. Ancak ilk parçacığın spin-1 olduğunu varsaymıştık. $m=0$ durumunundaki spin-1 parçacığını y-ekseni etrafında 180° döndürdüğümüzde, genliğin işareti değişir ($\theta = \pi$ için bakınız Tablo 17-2). Şekil 18-7'deki (a) ve (b) durumlarının genlikleri zıt işarete sahip olmalıydı; öyle olmadığına göre spin-1 durumu *iki fotona bozunamaz.*

Pozitronyum oluştuğunda, zamanın 1/4'lük kısmında spin-sıfır durumunda ve zamanın 3/4'lük kısmında spin-1 durumunda ($m = -1, 0, +1$) olmasını bekleriz. Bu nedenle zamanın 1/4'lük kısmında iki fotonun yok olması gerekir. Fakat



Şekil 18-7 Pozitronyumun $j=1$ durumu için (a) süreci ile y-ekseni etrafında 180° döndürülmüş hali tam olarak aynıdır.

* Her zaman parçacığın hareket yönü etrafında açısal momentumu inceliyoruz. Eğer herhangi bir eksen etrafında açısal momentumu incelemek isteseydik, "yörüngesel" açısal momentum konusundan endişelenmemiz gerekirdi; $\boldsymbol{p} \times \boldsymbol{r}$ terimi. Örneğin fotonların tam olarak pozitronyumun merkezinden ayrıldığını söyleyemeyiz. Dönen bir tekerliğin jantından fırlayan iki şeyin davranışına benzer. Eğer ekseni hareket yönü boyunca alırsak bunun gibi olasılıklar hakkında endişelenmemiz gerekmez.

zamanın 3/4'lük kısmında iki foton yokoluşu bekleyemeyiz. Hâlâ bir yok olma süreci vardır, fakat üç fotona bozunması gerekir. Bunun meydana gelmesi çok zordur ve yaşam süresi 1000 kat daha uzundur; yaklaşık 10^{-7} saniye. Bu deneysel olarak gözlediğimiz şeydir. Spin-1 parçacıklarının yok olması hakkında artık daha fazla detaya girmeyeceğiz.

Eğer sadece açısal momentumla ilgileniyorsak, pozitronyumun spin-sıfır durumu iki SAĞ fotonuna bozunabilir. Ayrıca farklı bir olasılık daha vardır; Şekil 18-8'de gösterildiği gibi iki SOL fotonuna da bozunabilir. Sıradaki soru şudur: İki olası bozunma kipi için genlikler arasındaki ilişki nedir? Paritenin korunumunu inceleyebiliriz.

Bununla birlikte pozitronyumun paritesini bilmemiz gerekir. Kuramsal fizikçiler, elektron ve pozitronların (elektronun karşı-parçacığı) paritelerinin zıt olmasının kolayca açıklanamayacak bir yolla göstermişlerdir ve bu nedenle pozitronyumun spin-sıfır taban durumu tek sayı olmalıdır. Biz de bunu tek sayı varsayacağız ve bu varsayımın deneyle uyum içinde olmasını yeterli bir kanıt kabul edeceğiz.

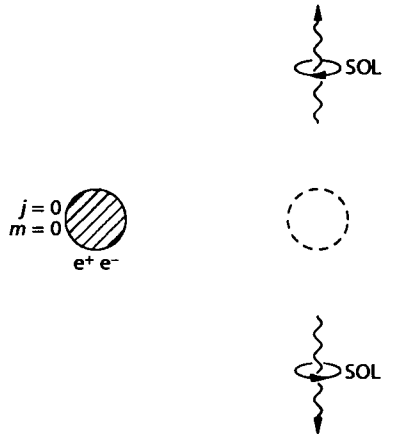
Şimdi de eğer Şekil 18-6'daki süreci ters çevirirsek ne olduğuna bakalım. Bunu yaptığımızda iki fotonun yönü *ve* kutuplanması tersine çevrilmiş olur. Tersine çevrilmiş resim tıpkı Şekil 18-8'e benzer. Pozitronyumun paritesi tek olduğu için, Şekil 18-6 ve Şekil 18-8'deki sürecin genliği zıt işarete sahip olmalıdır. $|R_1R_2\rangle$ her iki fotonun SAĞ fotonu olduğu Şekil 18-6'nın son durumunu ve $|L_1L_2\rangle$ her iki fotonun SOL fotonu olduğu Şekil 18-8'in son durumunu göstermektedir. Böylelikle $|F\rangle$ olarak adlandırdığımız doğru son durum

$$|F\rangle = |R_1R_2\rangle - |L_1L_2\rangle \tag{18.19}$$

olmalıdır. Daha sonra bir ters çevrilme R'yi L'ye çevirir ve (18.19)'un negatifi olan bir durum verir:

$$P|F\rangle = |L_1L_2\rangle - |R_1R_2\rangle = -|F\rangle \tag{18.20}$$

Bu nedenle $|F\rangle$, pozitronyumun başlangıçtaki spin-0 durumuyla aynı negatif pariteye sahiptir. Bu durum hem açısal momentumun hem de paritenin korunduğu tek son durumdur. Şu an endişelenmemiz gerekmeyen başka bozunum genlikleri olabilir bununla birlikte sadece kutuplanma üzerine yoğunlaşacağız.



Şekil 18-8 Pozitronyum yok olması için diğer olası süreç.

Fiziksel olarak (18.19) son durumunun anlamı nedir? Bunun bir anlamı şudur: Eğer SAĞ ya da SOL fotonlarını ayrı ayrı sayabilen iki dedektörde iki fotonu gözlemlersek, her zaman ya iki SAĞ ya da iki SOL fotonunu görürüz. Yani eğer pozitronyumun bir kenarında siz, diğer kenarında başka biri dursaydı, kutuplanmayı ölçebilirdiniz ve diğer kenardaki kişi de kutuplanmayı ölçüp size söyleyebilirdi. Bir SAĞ fotonunu ya da bir SOL fotonunu yakalama şansı yarı yarıyadır; siz ne elde ederseniz edin, diğeri de daima aynı değeri bulacaktır.

SAĞ ya da SOL kutuplanması için yüzde elli şans olduğu için, kulağa doğrusal bir kutuplanma gibi gelmektedir. Şimdi de sadece doğrusal kutuplanmış ışığı saptayabilen bir sayaçtaki fotonu gözlemlediğinizde ne olacağına bakalım. γ-ışınları için kutuplanmayı ölçmek ışığınki kadar kolay değildir. Bunun gibi kısa dalga boyları için iyi çalışan bir kutuplayıcı yoktur. Fakat tartışmayı basitleştirelim. Sadece x-kutuplanmasını kabul eden bir sayacımız olduğunu ve pozitronyumun diğer kenarında doğrusal kutuplanmış ışığı (örneğin y-kutuplanmasını) ölçen biri olduğunu düşünelim. Yokoluştan iki fotonu seçme şansınız nedir? $|x_1x_2\rangle$ durumundaki $|F\rangle$ genliğini bulmaya ihtiyacımız var. Diğer bir deyişle

$$\langle x_1y_2|F\rangle$$

genliğini ya da

$$\langle x_1y_2|R_1R_2\rangle - \langle x_1y_2|L_1L_2\rangle \tag{18.21}$$

değerini bulmamız gerekir. İki foton için iki-parçacık genliğiyle ilgileniyor olmamıza rağmen, daha önce tek bir parçacık genliğiyle yaptıklarımızdan faydalanabiliriz çünkü her parçacık serbest parçacıkmış gibi davranır. Bunun anlamı $\langle x_1y_2|R_1R_2\rangle$ genliğinin, $\langle x_1|R_1\rangle$ ve $\langle y_2|R_2\rangle$ genliğinin çarpımı olmasıdır. Tablo 17-3'ü kullanarak bu iki genliğin $1/\sqrt{2}$ ve $i/\sqrt{2}$ olduğunu bulabiliriz:

$$\langle x_1 y_2 | R_1 R_2 \rangle = + \frac{i}{2}$$

Benzer şekilde

$$\langle x_1 y_2 | L_1 L_2 \rangle = - \frac{i}{2}$$

olduğunu görebiliriz. (18.21)'e göre bu iki genliği birbirlerinden çıkartırsak

$$\langle x_1 y_2 | F \rangle = +i \tag{18.22}$$

elde ederiz. Yani, eğer bir fotonu x-kutuplanmış bir dedektörde gözlemlersek, diğer gözlemcinin de kendi y-kutuplanmış dedektöründe bir fotonu gözlemleyeceği bir *birim* olasılık vardır.*

Şimdi diğer gözlemcinin de tıpkı sizinki gibi x-kutuplu bir dedektörü olsun. Böyle bir dedektörü olduğunda asla bir sayım alamayacaktır. Eğer detaylı bir inceleme yaparsa

$$\langle x_1 x_2 | F \rangle = 0 \tag{18.23}$$

bulacaktır. Diğer bir deyişle, sizin sayacınız y-kutuplu olduğunda diğer gözlemcinin sayacı x-kutuplu olursa, iki gözlemci de uyumlu bir sayım yapabilir.

Şimdi tüm bu durumlar ilginç bir sonuca yol açmaktadır. Şimdi fotonları x-kutuplu ve y-kutuplu olarak ayıran bir kalsit parçasına sahip olduğunuzu ve her bir demete bir sayaç yerleştirdiğinizi düşünün. Birine y-sayacı diğerine de x-sayacı diyelim. Eğer diğer taraftaki gözlemci benzer bir şeyi yapıyorsa, onun demetindeki fotonun hangi sayaca gittiğini her zaman söyleyebilirsiniz. O ve siz eş zamanlı sayımlar yaptığınızda, hangi fotonu sizin yakaladığınızı ve hangi fotonu diğer gözlemcinin yakaladığını söyleyebilirsiniz. Belirli bir bozunum durumunda sizin x-sayacınıza gelen fotonu bulabilirsiniz; ayrıca diğer gözlemcinin y-sayacında yapmış olduğu sayımı da söyleyebilirsiniz.

Günümüzde kuantum mekaniğini alışıldık bir tarzda (modası geçmiş) öğrenen çoğu kişi kuantum mekaniğini sıkıcı bulmaktadır. Fotonların bir kez yayınlandığında belirli bir karaktere sahip bir dalga gibi yayılmasını beklerler. Çoğunlukla insanlar, verilen herhangi bir fotonun x-kutuplu ya da y-kutuplu bir genliğe sahip olduğunu ve fotonların ya x- ya da y-sayacında yakalanma şanslarının olduğunu ve bu şansın, başka gözlemcilerin tamamen farklı bir fotonu incelemesinden bağımsız olduğunu düşünürler. "Başkasının yaptığı bir ölçümün benim bulacağım olasılığı değiştirmesinin mümkün olmadığını" ileri sürerler. Bununla birlikte bizim kuantum mekanik anlayışımız, bir numaralı foton üzerinde yapılan bir ölçümde, iki numaralı fotonun kutuplanmasının ne olacağını tam olarak belirleyebileceğimizi söyler. Bu nokta Einstein tarafından asla kabul edilmemiştir ve bu konuda oldukça endişelenmiştir; "Einstein-Podolsky-Rosen paradoksu" olarak bilinir. Fakat durum burada yaptığımız gibi tanımlanırsa, ortada herhangi bir paradoks kalmaz. Bir noktada yapılan ölçüm başka bir yerde yapılan ölçümle doğal olarak ilişkilidir. Sonucu paradoksal yapan bazı fikirler şunlardır:

(1) Sizin fotonunuzun SAĞ ya da SOL olduğunu söyleyen bir sayacınız varsa, diğer gözlemcinin tam olarak ne tür bir fotona sahip olacağını (SOL ya da SAĞ) tahmin edebilirsiniz.

(2) Bu nedenle diğer gözlemcinin fotonlarının her biri ya tamamen SAĞ ya da tamamen SOL olacaktır.

(3) Elbette *kendi* fotonlarınızı gözleme şeklinizi değiştirerek *diğer gözlemcinin* fotonlarının *fiziksel doğasını* değiştiremezsiniz. Siz ne tür bir gözlem yaparsanız yapın, diğer gözlemci yine ya SAĞ ya da SOL fotonlarına sahip olur.

(4) Şimdi diğer gözlemcinin tüm fotonlarını ya x-kutuplu bir demete ya da y-kutuplu bir demete yönlendirmek üzere, bir parça kalsit kullanarak düzeneğini değiştirdiğini düşünelim. Kuantum mekaniğine göre özel bir

* Genlikleri normalize etmedik ya da herhangi bir son duruma bozunumları için herhangi bir genlikle çarpmadık çünkü diğer alternatiflere baktığımızda sıfır olasılık elde ederdik; *bkz.* Denklem (18.23).

SAĞ fotonunun nereye gideceğini tam olarak söylemenin hiçbir yolu yoktur. %50 şansla x-demetine %50 şansla y-demetine gidecektir. Aynı durum SOL fotonu için de geçerlidir.

(5) Her bir foton ya SAĞ ya da SOL olduğu için –(2) ve (3)'e göre– her birinin x-demetine ya da y-demetine gitme şansı yarı yarıyadır ve hangisinin tam olarak nereye gideceğini tahmin etmenin bir yolu yoktur.

(6) Oysa siz eğer bir fotonun x-kutuplayıcısına gittiğini *görürseniz*, bu diğer gözlemcinin fotonunun *kesinlikle* kendi y-kutuplu demetine gideceğini söyleyebilirsiniz. Bu, (5) önermesiyle çelişir; dolayısıyla bir paradoks vardır.

Doğa bir "paradoks" görmez, bununla birlikte, deneyler (6)'daki tahminin doğru olduğunu söyler. Bu paradoksa I. Cildin 37. Bölümünde kuantum mekaniğinin davranışı üzerine verdiğimiz ilk derste değinmiştik.* (1), (2), (4) ve (6) argümanlarının hepsi doğrudur fakat (3) ve onun sonucu olan (5) yanlıştır; doğanın doğru bir tanımı değildir. (3) numaralı argüman, ölçümünüzün yardımıyla (bir SAĞ ya da bir SOL fotonunu gördüğünüz ölçüm) diğer gözlemci için hangi iki alternatif olayın meydana geldiğini tahmin edeceğinizi (bir SAĞ ya da bir SOL fotonunu görüp görmediğini) ve bir gözlem yapmasanız bile gözlemcinin ölçümünde alternatif olaylardan birinin meydana gelmiş olacağını bildiğinizi söyler. Ama bu tam da I. Cildin 37. Bölümünde belirtildiği gibi Doğanın yapmayacağı bir şeydir. Doğa, her bir alternatif olay için bir genlik olmak üzere, girişim yapan genlikler cinsinden bir tanıma ihtiyaç duyar. Gerçekte meydana gelen alternatiflerin ölçülmesinin girişimi yok etmesidir, fakat bir ölçüm yapılmamışsa "hangi alternatif olayın" meydana geleceğini söyleyemezsiniz.

Eğer her bir fotonunuzun SOL foton mu SAĞ foton mu olduğunu ve aynı zamanda aynı fotonun x-kutuplu olup olmadığını belirleseydiniz, o zaman gerçekten bir paradoks ortaya çıkardı. Fakat bunu yapamazsınız; bu belirsizlik ilkesinin bir örneğidir.

Hâlâ bir paradoks olduğunu düşünüyor musunuz? Kuantum mekaniği kuramının iki farklı argüman için uyumsuz sonuçlar verdiği hayali bir deneyde, doğanın davranışının paradoksa yol açtığından emin olabilirsiniz. Diğer şekliyle paradoks sadece gerçeklik ile sizin "olması gerektiğini" hissettiğiniz gerçeklik arasındaki çelişkidir.

Bunun aslında bir paradoks olmadığını fakat özel bir örnek olduğunu mu düşünüyorsunuz? O zaman aynı fikirdeyiz. Fiziği olağanüstü kılan da budur.

18-4 Herhangi bir spin için dönme matrisi

Umarız şu an atomik süreçlerde açısal momentumun ne kadar önemli olduğunu anlamışsınızdır. Şu ana kadar spinleri ya da toplam açısal momentumları sıfır, bir ve yarım olan sistemlerle ilgilendik. Elbette daha büyük açısal momentuma sahip sistemler de vardır. Bunun gibi sistemleri analiz etmek için Bölüm 17-6'daki gibi dönme genlik tablolarına ihtiyacımız vardır. Yani spin $\frac{3}{2}$, 2, $\frac{5}{2}$, 3 vb için genlik matrislerimiz olmalıdır. Bu tabloları detaylı bir şekilde incelemeyecek olsak da, eğer bir gün ihtiyacınız olursa diye, nasıl elde edileceklerini göstereceğiz.

Daha önce görmüş olduğunuz gibi spini ya da "toplam açısal momentumu" j olan herhangi bir sistem, açısal momentumun z-bileşeninin $j, j-1, j-2 \ldots -(j-1), -j$ kesikli değerler aldığı (her biri $\hbar$ biriminde) $(2j+1)$ durumdan birisinde bulunabilir. Açısal momentumunun z–bileşenini $m\hbar$ olarak adlandırarak, iki "açısal momentum kuantum sayısı" j ve m'in sayısal değeri sayesinde herhangi bir özel açısal momentum durumunu belirleyebiliriz. Bunun gibi bir durumu $|j, m\rangle$ durum vektörüyle göstereceğiz. Bir yarım-spinli parçacık durumunda, tüm olası durumlar $|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle$ ve $|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$ şeklinde ifade edilir. Tam-spinli parçacık durumundaysa, tüm olası durumlar $|1, +1\rangle$, $|1, 0\rangle$, $|1, -1\rangle$ şeklinde yazılabilir. Elbette spin sıfır parçacığı tek bir duruma sahiptir $|0, 0\rangle$.

---

* Ayrıca bu cildin 1. Bölümüne de bakabilirsiniz.

Şimdi genel $|j, m\rangle$ durumunun dönmüş bir koordinat eksenine göre izdüşümünü aldığımızda ne olacağına bakalım. İlk olarak *sistemi* karakterize eden j'nin bir sayı olduğunu biliyoruz, bu nedenle değişmez. Eğer eksenleri döndürürsek tüm yapacağımız şey benzer j değerleri için farklı m değerlerini elde etmektir. Genelde sistemin $|j, m'\rangle$ durumunda olduğu dönen çerçevede bazı genlikler vardır, burada m' açısal momentumun yeni z-bileşenidir. Bu nedenle istediğimiz şey, değişik dönmeler için bütün $\langle j, m'|R|j, m\rangle$ matris elemanlarını bulmaktır. Eğer z-ekseni etrafında ϕ açısı kadar dönersek ne olacağını zaten biliyoruz. Yeni durum eski durumun $e^{im\phi}$ değeriyle çarpılmış halidir; hâlâ aynı m değerine sahip olacaktır. Bu durumu şu şekilde ifade edebiliriz:

$$R_z(\phi)\,|j, m\rangle = e^{im\phi}\,|j, m\rangle \tag{18.24}$$

Ya da eğer tercih ederseniz:

$$\langle j, m'|R_z(\phi)|\,j, m\rangle = \delta_{m,m'}\,e^{im\phi} \tag{18.25}$$

(Burada $\delta_{m,m'}$ eğer $m = m'$ ise 1'dir, diğer durumda sıfırdır.)

Herhangi bir eksen etrafındaki bir dönüş için farklı m-durumlarının bir karışımı olacaktır. Elbette herhangi bir dönme matris elemanı β, α, γ Euler açıları tarafından tanımlanır. Fakat bunun gibi çoğu genel dönme, üç $R_z(\gamma)$, $R_y(\alpha)$, $R_z(\beta)$ dönme matrisi cinsinden oluşturulabilir; eğer y-ekseni etrafındaki bir dönme matris elemanını biliyorsak, ihtiyacımız olan her şeye sahibiz demektir.

Peki sadece spini j bir parçacık için y ekseni etrafında θ açısıyla yapılan bir dönüşün matris elemanını nasıl bulabiliriz? Temel bir şekilde nasıl elde edileceğini söylemeyeceğiz. Bunu, iki yarım-spinli parçacıktan oluşan özel bir spin-1 durumunu ele alarak yapacağız. Eğer bizi takip edecekseniz ve genel durumdaki cevabın sadece j spinine bağlı olduğunu ve içsel birtakım olaylardan bağımsız olduğunu kabul edersiniz, spin-1 argümanının herhangi bir spin durumuna genelleştirebiliriz. Örneğin üç yarım-spinli nesneyi kullanarak spin $\frac{3}{2}$ sistemini yapay olarak meydana getirebiliriz. Bütün parçacıkların ayrık olduğunu düşünerek karmaşık durumları ihmal edebiliriz; proton, müon ya da elektron gibi. Her bir yarım-spinli parçacığı dönüştürerek bütün sisteme ne olacağını inceleyebiliriz; üç genlik birleşik durumları meydana getirmek için birbirleriyle çarpılır. Bu durumda işlerin nasıl yürüdüğüne bakalım.

Bütün spinleri "yukarı" olan üç yarım-spinli parçacığımız olsun; bu durumu $|+++\rangle$ olarak gösterelim. Eğer bu sistemi z-ekseni etrafında ϕ açısı kadar dönen bir sistem olarak inceliyorsak, her artı, artı olarak kalmaya devam eder fakat $e^{i\phi/2}$ gibi bir faktörle çarpılırlar. Bunun gibi üç faktörümüz olur:

$$R_z(\phi)|+++\rangle = e^{i(3\phi)/2}\,|+++\rangle \tag{18.26}$$

$|+++\rangle$ durumu aslında $m = +\frac{3}{2}$ durumuna karşılık gelmektedir ya da $|\frac{3}{2}, +\frac{3}{2}\rangle$ durumuna.

Eğer bu sistemi y-ekseni etrafında döndürürsek, her bir yarım-spinli parçacığı artı ya da eksi genliklere sahip olur, yani bu sistem *sekiz* olası durumun bir kombinasyonudur; $|+++\rangle$, $|++-\rangle$, $|+-+\rangle$, $|-++\rangle$, $|+--\rangle$, $|-+-\rangle$, $|--+\rangle$, $|---\rangle$. Bununla birlikte bu olası durumlar, her biri özel m değerine karşılık gelen dört ayrı duruma ayrılabilir. Birincisi $m = +\frac{3}{2}$ durumunu tanımlayan $|+++\rangle$'dır. Daha sonra $|++-\rangle$, $|+-+\rangle$, $|-++\rangle$ durumları vardır; her biri iki artı bir eksiden oluşur. Her bir yarım-spinli parçacığın dönmeler altında aynı eksi gelme şansı olduğu için bu üç kombinasyonun her biri eşit olasılığa sahip olmalıdır. Bu kombinasyonu $1/\sqrt{3}$ normalizasyon katsayısını koyarak şu şekilde gösterebiliriz:

$$\frac{1}{\sqrt{3}}\,\{|++-\rangle + |+-+\rangle + |-++\rangle\} \tag{18.27}$$

Eğer z-ekseni etrafında dönersek her artı için bir $e^{i\phi/2}$ faktörü ve her eksi için bir $e^{-i\phi/2}$ faktörü gelir. (18.27)'deki her bir terim $e^{i\phi/2}$ değeriyle çarpılmıştır bu

nedenle genel bir $e^{i\phi/2}$ faktörü vardır. Bu durum $m = +\frac{1}{2}$ fikrini sağlar; böylece

$$\frac{1}{\sqrt{3}}\{|++-\rangle + |+-+\rangle + |-++\rangle\} = \left|\tfrac{3}{2}, +\tfrac{1}{2}\right\rangle \tag{18.28}$$

ve $m = -\frac{1}{2}$ için

$$\frac{1}{\sqrt{3}}\{|+--\rangle + |-+-\rangle + |--+\rangle\} = \left|\tfrac{3}{2}, -\tfrac{1}{2}\right\rangle \tag{18.29}$$

yazabiliriz. Sadece *simetrik* kombinasyonları ele alacağız; eksi işaretli herhangi bir kombinasyonu alabiliriz. Aynı m fakat farklı j değerine sahip bir duruma karşılık gelirler. ($|1,0\rangle$ durumu için $\frac{1}{2}\{|+-\rangle+|-+\rangle\}$ ve $|0,0\rangle$ durumu için $\frac{1}{2}\{|+-\rangle-|-+\rangle\}$ elde ettiğimiz spin-1 durumuna benzerdir.) Sonuç olarak

$$\left|\tfrac{3}{2}, -\tfrac{3}{2}\right\rangle = |---\rangle \tag{18.30}$$

elde ederiz. Tablo 18-1'de dört durumu özetlemiş olduk.

Tablo 18-1

$\|+++\rangle$	$= \left\|\frac{3}{2}, +\frac{3}{2}\right\rangle$
$\frac{1}{\sqrt{3}}\{\|++-\rangle + \|+-+\rangle + \|-++\rangle\}$	$= \left\|\frac{3}{2}, +\frac{1}{2}\right\rangle$
$\frac{1}{\sqrt{3}}\{\|+--\rangle + \|-+-\rangle + \|--+\rangle\}$	$= \left\|\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right\rangle$
$\|---\rangle$	$= \left\|\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right\rangle$

Şimdi yapacağımız şey her bir durumu almak ve y-ekseni etrafında döndürerek diğer durumların nasıl verildiğini görmektir (yarım-spinli parçacıklar için bildiğimiz dönme matrisini kullanarak). Bölüm 12-6'da spin-1 durumu için yaptıklarımızla tam olarak benzer şeyleri yapacağız. (Sadece biraz cebirsel işlem gerektirmektedir.) Doğrudan Bölüm 12'deki fikirleri takip edeceğiz bu nedenle tanımlamaları tekrarlamayacağız. S sistemindeki durumlar $\left|\frac{3}{2}, +\frac{3}{2}, S\right\rangle = |+++\rangle$, $\left|\frac{3}{2}, +\frac{1}{2}, S\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\{|++-\rangle + |+-+\rangle + |-++\rangle\}$ vb biçimindedir. T-sistemi S-sisteminin y-eksenin etrafında θ açısı kadar döndürülmesiyle elde edilir. Elbette T'deki durumlar $\left|\frac{3}{2}, +\frac{3}{2}, T\right\rangle$, $\left|\frac{3}{2}, +\frac{1}{2}, T\right\rangle$, olarak gösterilir. $\left|\frac{3}{2}, +\frac{3}{2}, T\right\rangle$, $|+'+'+'\rangle$ durumuna karşılık gelir, burada üst çizgi her zaman T sistemini göstermektedir. Benzer şekilde $\left|\frac{3}{2}, +\frac{1}{2}, T\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\{|+'+'-'\rangle + |+'-'+'\rangle + |-'+'+'\rangle\}$. T çerçevesindeki her bir $|+'\rangle$ durumu, Tablo 12-4'te gösterilen matris elemanları sayesinde, S çerçevesindeki hem $|+\rangle$ hem de $|-\rangle$ durumuna karşılık gelir.

Eğer üç adet yarım-spinli parçacığa sahipsek (12.47) denklemini şu şekilde yazabiliriz:

$$\begin{aligned}|+++\rangle = {} & a^3|+++\rangle + a^2b\{|+'+'-'\rangle + |+'-'+'\rangle + |-'+'+'\rangle\} \\ & + ab^2\{|+'-'-'\rangle + |-'+'-'\rangle + |-'-'+'\rangle\} \\ & + b^3|-'-'-'\rangle\end{aligned} \tag{18.31}$$

Tablo 12-4'teki dönüşümleri kullanarak (12.48) denklemi yerine

$$\begin{aligned}\left|\tfrac{3}{2}, +\tfrac{3}{2}, S\right\rangle = {} & a^3\left|\tfrac{3}{2}, +\tfrac{3}{2}, T\right\rangle + \sqrt{3}\,a^2b\left|\tfrac{3}{2}, +\tfrac{1}{2}, T\right\rangle \\ & + \sqrt{3}\,ab^2\left|\tfrac{3}{2}, -\tfrac{1}{2}, T\right\rangle + b^3\left|\tfrac{3}{2}, -\tfrac{3}{2}, T\right\rangle\end{aligned} \tag{18.32}$$

yazabiliriz. Bu zaten $\langle jT|iS\rangle$ genliklerinin birkaçını vermektedir. $\left|\frac{3}{2}, +\frac{1}{2}, S\right\rangle$ için tanımı elde etmek amacıyla bir "+" ve bir "–" durumunun dönüşümüyle işe baş-

layacağız. Örneğin

$$|{+}{+}{-}\rangle = a^2c|{+}'{+}'{+}'\rangle + a^2d|{+}'{+}'{-}'\rangle + abc|{+}'{-}'{+}'\rangle + bac|{-}'{+}'{+}'\rangle + abd|{+}'{-}'{-}'\rangle + bad|{-}'{+}'{-}'\rangle + b^2c|{-}'{-}'{+}'\rangle + b^2d|{-}'{-}'{-}'\rangle \tag{18.33}$$

$|{+}{-}{+}\rangle$ ve $|{-}{+}{+}\rangle$ için iki benzer tanımı toplar ve $\sqrt{3}$'e bölersek

$$|\tfrac{3}{2},+\tfrac{1}{2},S\rangle = \sqrt{3}a^2c|\tfrac{3}{2},+\tfrac{3}{2},T\rangle + (a^2d+2abc)\,|\tfrac{3}{2},+\tfrac{1}{2},T\rangle + (2bad+b^2c)\,|\tfrac{3}{2},-\tfrac{1}{2},T\rangle + \sqrt{3}b^2d|\tfrac{3}{2},-\tfrac{3}{2},T\rangle \tag{18.34}$$

elde ederiz. Bu yöntemi takip ederek, Tablo 18-2'de verilen tüm $\langle jT|iS\rangle$ dönüşüm matrisi elemanlarını bulabiliriz. İlk sütun Denklem (18.32) kullanılarak bulunmuştur; ve ikinci sütun da Denklem (18.34) kullanılarak bulunmuştur. Son iki sütun da benzer şekilde elde edilmiştir.

Tablo 18-2
Bir spin-$\frac{3}{2}$ parçacığı için dönme matrisi

(a, b, c ve d katsayıları Tablo 12-4'te verilmiştir)

$\langle jT\|iS\rangle$	$\|\frac{3}{2},+\frac{3}{2},S\rangle$	$\|\frac{3}{2},+\frac{1}{2},S\rangle$	$\|\frac{3}{2},-\frac{1}{2},S\rangle$	$\|\frac{3}{2},-\frac{3}{2},S\rangle$
$\langle\frac{3}{2},+\frac{3}{2},T\|$	a^2	$\sqrt{3}a^2c$	$\sqrt{3}ac^2$	c^3
$\langle\frac{3}{2},+\frac{1}{2},T\|$	$\sqrt{3}a^2b$	$a^2d+2abc$	$c^2b+2dac$	$\sqrt{3}c^2d$
$\langle\frac{3}{2},-\frac{1}{2},T\|$	$\sqrt{3}ab^2$	$2bad+b^2c$	$2cdb+d^2a$	$\sqrt{3}cd^2$
$\langle\frac{3}{2},-\frac{3}{2},T\|$	b^3	$\sqrt{3}b^2d$	$\sqrt{3}bd^2$	d^3

Şimdi T-çerçevesinin, S-çerçevesine göre y-ekseni etrafından θ kadar döndüğünü düşünelim. O zaman a, b, c ve d katsayıları, $a = d = \cos\theta/2$ ve $c = -b = \sin\theta/2$ [*bkz.* (12.54)] değerini alırlar. Bu değerleri Tablo 18-2'de kullanarak Tablo 17-2'nin ikinci kısmına karşılık gelen biçimleri elde ederiz, fakat şu an spin 3/2 sistemi için geçerlidir.

Buradaki argümanlar herhangi bir j spinli sisteme bir genelleştirme için kullanılmıştır. $|j, m\rangle$ durumu her biri spin-yarım parçacıklardan oluşan $2j$ parçacıklarını tanımlayabilir ($|+\rangle$ durumunda $j + m$ adet $|-\rangle$ durumunda $j - m$ adet parçacık bulunur). Toplamlar tüm olası yollar üzerinden alınır ve durum, uygun bir katsayıyla çarpılarak normalize edilebilir. Matematiğe yatkın olan biri aşağıdaki sonuca ulaşabilir:*

$$\langle j,m'|R_y(\theta)|\,j,m\rangle = [(j+m)!(j-m)!(j+m')!(j-m')!]^{1/2} \times \sum_k \frac{(-1)^{k+m-m'}\,(\cos\theta/2)^{2j+m'-m-2k}\,(\sin\theta/2)^{m-m'+2k}}{(m-m'+k)!(j+m'-k)!(j-m-k)!k!} \tag{18.35}$$

Burada k, tüm faktöriyel ifadeleri ≥ 0 yapan tüm değerleri alır.

Bu oldukça karmaşık bir denklemdir, fakat bu denklemi kullanarak $j = 1$ için Tablo 17-2'yi kontrol edebilir ve büyük j değerleri için kendi denklem tablonuzu yaratabilirsiniz. Birkaç özel matris elemanı ek bir öneme sahiptir ve özel bir isim alır. Örneğin $m = m' = 0$ ve tam j sayı değerleri için matris elemanı Legendre polinomları olarak adlandırılır ve $P_j(\cos\theta)$ şeklinde gösterilir:

$$\langle j,0|R_y(\theta)|\,j,0\rangle = P_j(\cos\theta) \tag{18.36}$$

* Eğer detaylarını öğrenmek istiyorsanız, bu bölümdeki ek içinde verilmiştir.

İlk birkaç Legendre polinomunun değeri aşağıda verilmiştir.

$$P_0(\cos\theta) = 1 \tag{18.37}$$

$$P_1(\cos\theta) = \cos\theta \tag{18.38}$$

$$P_2(\cos\theta) = \tfrac{1}{2}(3\cos^2\theta - 1) \tag{18.39}$$

$$P_3(\cos\theta) = \tfrac{1}{2}(5\cos^3\theta - 3\cos\theta) \tag{18.40}$$

18-5 Bir nükleer spini ölçmek

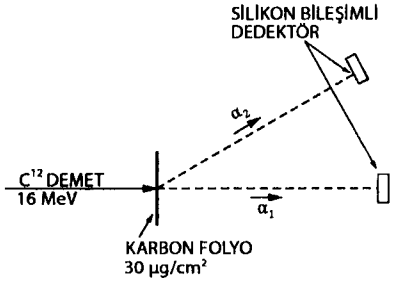
Şimdi biraz önce tanımladığımız katsayıların uygulamasına dair bir örnek vermek istiyoruz. Yakın zamana dair olmayan fakat her şeyi anlayabileceğiniz oldukça ilginç bir deneydir. Bazı fizikçiler Ne^{20} çekirdeğinin belirli bir uyarılmış durumunun spinini bulmayı istediler. Bunun yapmak için bir karbon hedefini hızlandırılmış karbon iyonu demetiyle bombaladılar ve

$$C^{12} + C^{12} \rightarrow Ne^{20*} + \alpha_1$$

tepkimesinde istenen uyarılmış durumu ürettiler, burada α_1 bir α-parçacığıdır yani He^4. Bu yolla üretilen Ne^{20} çekirdeğinin birkaç uyarılmış durumu kararsızdır ve

$$Ne^{20*} \rightarrow O^{16} + \alpha_2$$

süreciyle bozunur. Bu nedenle deneysel olarak etkileşim sonucunda iki α parçacığı meydana gelmektedir. Bu parçacıkları α_1 ve α_2 olarak adlandıralım; farklı enerjilerde yaratıldıkları için birbirlerinden ayırt edilebilirler. Ayrıca α_1 için özel bir enerji seçerek, Ne^{20}'nin herhangi bir özel uyarılmış durumunu da belirleyebiliriz.



Şekil 18-9 Ne^{20}'nin belirli spin durumlarını tanımlamak için kurulan deneysel düzenek.

Bu deney Şekil 18-9'da gösterilmiştir. Bir 16 MeV karbon iyon demeti ince bir karbon folyoya yönlendirilmiştir. İlk α-parçacığı, α_1 olarak adlandırılan silikon eklemli dedektörde sayılır. Bu dedektör ileri yönde (gelen C^{12} atomuna göre) hareket eden uygun enerjili α-parçacığını belirlemek için tasarlanmıştır. İkinci α-parçacığı α_1'e göre θ açısı kadar döndürülmüş α_2 sayacında sayılacaktır. α_1 ve α_2'den gelen çakışık sinyallerin sayım oranı θ açısının bir fonksiyonu olarak belirlenebilir.

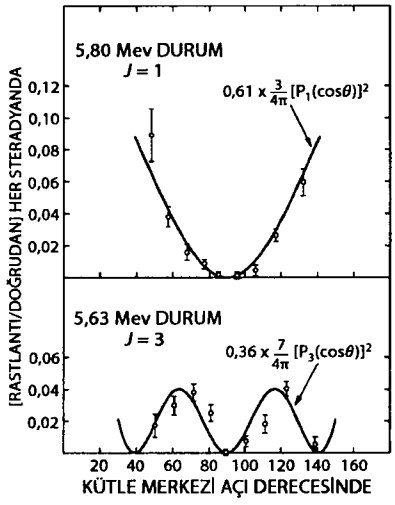
Deneyin fikri şudur: İlk olarak C^{12}, O^{16} ve α-parçacıklarının spinlerinin sıfır olduğunu bilmeniz gerekir. Eğer başlangıçtaki C^{12} çekirdeğinin yönü $+z$ ise, o zaman Ne^{20*} çekirdeğinin z-ekseni boyunca açısal momentumu sıfır olmalıdır. Diğer parçacıkların spinleri yoktur; C^{12}, z-ekseni boyunca hareket eder ve α_1 parçacığı z-eksenini terk eder böylece herhangi bir açısal momentuma sahip olamazlar. Bu nedenle Ne^{20*}'nin j spini ne olursa olsun, onun $|j, 0\rangle$ durumunda olduğunu biliyoruz. Peki Ne^{20*}, O^{16} parçacığına ve ikinci α-parçacığına bozunursa ne olur? α-parçacığı α_2 sayacında sayılır ve momentumun korunması için O^{16} zıt yönde gitmelidir.* α_2 *yeni bir eksen etrafında döndürülürse,* açısal momentumun hiçbir bileşeni olmaz. Son durum bu yeni eksen etrafında sıfır açısal momentuma sahip olur, böylece Ne^{20*}, m' değerinin sıfıra sahip olduğu bir genliğe sahipse bu şekilde bozunabilir, burada m' yeni eksen etrafında açısal momentumun kuantum sayısıdır. Gerçekte θ açısı altında α_2'yi gözlemleme olasılığı genliğin ya da

$$\langle j, 0|R_y(\theta)|j, 0\rangle \tag{18.41}$$

matris elemanının mutlak değerinin karesidir.

Ne^{20*} çekirdeğinin spinini bulmak için ikinci α-parçacığının yoğunluğunu açının bir fonksiyonu olarak çizebilir ve değişik j değerleri için kuramsal eğrilerle karşılaştırabiliriz. Son bölümde söylediğimiz gibi $\langle j, 0|R_y(\theta)|j, 0\rangle$ genlikleri sadece $P_j(\cos\theta)$'nın fonksiyonudurlar. Bu nedenle açısal dağılımlar $|P_j(\cos\theta)|^2$

* İlk çarpışmada Ne^{20*} çekirdeğinin geri tepmesini ihmal ediyoruz. Ya da en iyisi, ne kadarlık bir düzeltmenin gerektiğinin hesaplanmasıdır.



Şekil 18-10 Şekil 18-9'da gösterilen düzenekte üretilen Ne^{20} çekirdeğinin iki uyarılmış durumundan doğan α-parçacıklarının açısal dağılımı için deneysel sonuçlar [J. A. Kuehner, *Physical Review*, cilt 125, sayfa 1650, 1962].

ifadesinin eğrileridir. Deneysel sonuçlar iki uyarılmış durum için Şekil 18-10'da gösterilmiştir. 5,80 MeV'luk durum için açısal dağılımın $|P_1(\cos\theta)|^2$ değeriyle uyumlu ve bu nedenle spin-1 durumu olduğunu görebilirsiniz. Diğer yandan 5,63 MeV'luk durum verisi, oldukça farklıdır; $|P_3(\cos\theta)|^2$ eğrisiyle uyum içindedir yani spini 3'tür.

Bu deneyden, Ne^{20*} çekirdeğinin iki uyarılmış durumunun açısal momentumunu bulabiliriz. Bu bilgiyi kullanarak proton ve nötronların bu çekirdek içinde nasıl bir konfigürasyona sahip olduğu anlaşılabilir; nükleer kuvvet bilmecesi hakkında bir bilgi daha.

18-6 Açısal momentumun bileşenleri

12. Bölümde hidrojenin aşırı ince yapısını incelediğimizde, her biri yarım-spinli parçacık olan –elektron ve proton– iki parçacıktan oluşan bir sistemin iç durumlarını da ele almıştık. Bunun gibi bir sistemin dört olası durumunun iki gruba ayrılabileceğini görmüştük; spin-1 parçacıklarından oluşan bir grup ve spin-0 parçacığı gibi davranan bir grup. İki yarım-spinli parçacığı bir araya koyarak "toplam spini" 1 ya da 0 olan bir sistem kurabiliriz. Bu bölümde herhangi iki spine sahip iki parçacıktan oluşan bir sistemin spin durumlarını daha genel terimlerle tartışmak istiyoruz. Kuantum mekanik sistemindeki açısal momentum hakkında bir diğer önemli problemi ele alıyoruz.

Daha genel durumlara kolayca genişleteceğimiz biçimdeki bir hidrojen atomu için 12. Bölümün sonuçlarını yeniden ele alalım. Şimdi a parçacığı (elektron) ve b parçacığı (proton) olarak adlandıracağımız iki parçacıkla işe başlayalım. a parçacığının spini $j_a(=\frac{1}{2})$'dır ve açısal momentumun z-bileşeni m_a birkaç değer alabilir (aslında 2 adet, $m_a = +\frac{1}{2}$ ya da $m_a = -\frac{1}{2}$). Benzer şekilde b parçacığının spini j_b olarak tanımlanır ve açısal momentumun z-bileşeni m_b'dir. İki parçacığın spin durumlarının değişik kombinasyonları elde edilebilir. Örneğin $J = 1$ için M açısal momentumun z-bileşeninin +1, 0 ve –1 olduğu ya da $J = 0$ için 0 olduğu bir sistem olabilir. Bu yeni dili kullanarak (12.41) ve (12.42) denklemlerini Tablo 18-3'te gösterildiği gibi yeniden yazabiliriz.

Tablonun sol sütunu toplam açısal momentumu J ve z-bileşeni M olan birleşik durumları tanımlar. Sağ sütun bu durumların, a ve b parçacıklarının m-değerleri cinsinden nasıl ifade edileceğini gösterir.

Şimdi bu sonuçları herhangi j_a ve j_b spinlerine sahip iki *a ve b* parçacığından oluşan bir sisteme nasıl genelleştirebileceğimizi göstereceğiz. $j_a = \frac{1}{2}$ ve $j_b = 1$ durumunu ele alarak işe başlıyoruz, yani a parçacığının bir elektron (e), b parçacığının ise bir çekirdek, döteron (d) olduğu bir döteryum atomu.

Tablo 18-3

İki spin $\frac{1}{2}$ parçacığı için ($j_a = \frac{1}{2}$ ve $j_b = \frac{1}{2}$) açısal momentumun bileşenleri

$\|J=1, M=+1\rangle$	$= \|a, +\frac{1}{2}; b, +\frac{1}{2}\rangle$
$\|J=1, M=0\rangle$	$= \frac{1}{\sqrt{2}}\{\|a, +\frac{1}{2}; b, -\frac{1}{2}\rangle + \|a, -\frac{1}{2}; b, +\frac{1}{2}\rangle\}$
$\|J=1, M=-1\rangle$	$= \|a, -\frac{1}{2}; b, -\frac{1}{2}\rangle$
$\|J=0, M=0\rangle$	$= \frac{1}{\sqrt{2}}\{\|a, +\frac{1}{2}; b, -\frac{1}{2}\rangle - \|a, -\frac{1}{2}; b, +\frac{1}{2}\rangle\}$

O zaman $j_a = j_e = \frac{1}{2}$'dir. Döteron, toplam spini 1 olan, $j_b = j_d = 1$, bir proton ve bir nötrondan oluşmuştur. Döteryumun aşırı ince yapısını tartışmak istiyoruz; tıpkı hidrojen örneğinde yaptığımız gibi. Döteronun üç olası durumu için, $m_b = m_d = +1, 0, -1$ ve elektronun iki durumu için $m_a = m_e = +\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ şeklinde altı olası durum vardır ($|e, m_e; d, m_d\rangle$ gösterimini kullanacağız):

$$\begin{aligned}
&|e, +\tfrac{1}{2}; d, +1\rangle \\
&|e, +\tfrac{1}{2}; d, 0\rangle; \ |e, -\tfrac{1}{2}; d, +1\rangle \\
&|e, +\tfrac{1}{2}; d, -1\rangle; \ |e, -\tfrac{1}{2}; d, 0\rangle \\
&|e, -\tfrac{1}{2}; d, -1\rangle
\end{aligned} \tag{18.42}$$

Durumları m_e ve m_d'nin toplam değerlerine göre gruplandırdığımızı belirtelim.

Şimdi soralım: Eğer farklı bir koordinat sistemine dönüşüm yaparsak bu durumlara ne olur? Eğer yeni sistem sadece z-ekseni etrafında ϕ açısı kadar döndürülürse, o zaman $|e, m_e; d, m_d\rangle$ durumu

$$e^{im_e\phi}\, e^{im_d\phi} = e^{i(m_e+m_d)\phi} \tag{18.43}$$

denklemiyle çarpılır. (Durum belki de $|e, m_e\rangle|d, m_d\rangle$ çarpımı olarak düşünülebilir ve her bir durum vektörü kendi üstel faktörüne katkı koyar.) (18.43) faktörü $e^{iM\phi}$ biçimindedir bu nedenle $|e, m_e; d, m_d\rangle$ açısal momentumun z-bileşeni

$$M = m_e + m_d \tag{18.44}$$

haline gelir. *Toplam açısal momentumun z-bileşeni ayrı ayrı açısal momentumlarının z-bileşenlerinin toplamına eşittir.*

Bu nedenle (18.42) listesinde, yukarıdaki durum $M = +\frac{3}{2}$, ikinci satırdaki iki durum $M = +\frac{1}{2}$, diğer iki durum $M = -\frac{1}{2}$ ve son satırdaki durum da $M = -\frac{3}{2}$ değerine sahiptir. Buradan birleşik bir durumun J spin değerinin (toplam açısal momentum) sadece $\frac{3}{2}$ olması gerektiği sonucuna varırız ve bu sonuç dört durumun varlığını gerektirir, $M = +\frac{3}{2}, +\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$.

$M = +\frac{3}{2}$ için sadece bir aday vardır:

$$|J = \tfrac{3}{2}, M = +\tfrac{3}{2}\rangle = |e, +\tfrac{1}{2}; d, +1\rangle \tag{18.45}$$

Peki $|J = \frac{3}{2}, M = +\frac{1}{2}\rangle$ durumu için ne diyebiliriz? (18.42)'nin ikinci satırında iki adaya sahibiz ve aslında herhangi bir doğrusal kombinasyonu $M = \frac{1}{2}$ değerini verir. Bu nedenle

$$|J = \tfrac{3}{2}, M = +\tfrac{1}{2}\rangle = \alpha|e, +\tfrac{1}{2}; d, 0\rangle + \beta|e, -\tfrac{1}{2}; d, +1\rangle \tag{18.46}$$

yazabiliriz, burada α ve β iki sayıdır. *Clebsch-Gordon katsayıları* olarak adlandırılırlar. Diğer problemimiz bu katsayıların ne olduğunu bulmaktır.

Eğer döteronun bir protondan ve bir nötrondan oluştuğunu hatırlarsanız ve döteronun durumlarını Tablo 18-3'te kullanılan yasaları kullanarak daha açık bir biçimde yazarsanız, bu katsayıları kolayca bulabilirsiniz. Eğer bunu yaparsak (18.42)'de listelenen durumlar Tablo 18-4'te gösterilenlere benzer.

Tablodaki durumları kullanarak dört $J = \frac{3}{2}$ durumu oluşturmak istiyoruz. Fakat cevabı zaten biliyoruz, çünkü Tablo 18-1'de üç yarım-spinli parçacıktan oluşan spin $\frac{3}{2}$ durumuna sahibiz. Tablo 18-1'deki birinci durum $|J = \frac{3}{2}, M = +\frac{3}{2}\rangle$ ifadesine karşılık gelir ve eski gösterimdeki $|+++\rangle$ ise $|e, +\frac{1}{2}; n, +\frac{1}{2}; p, +\frac{1}{2}\rangle$ değeriyle ya da Tablo 18-4'teki ilk durumla aynıdır. Fakat bu durum (18.45) denklemini onaylayan bir şekilde (18.42)'nin ilk satırıyla aynıdır. Tablo 18-1'in ikinci satırı

$$\begin{aligned}
|J = \tfrac{3}{2}, M = +\tfrac{1}{2}\rangle = \tfrac{1}{\sqrt{3}}\{&|e, +\tfrac{1}{2}; n, +\tfrac{1}{2}; p, -\tfrac{1}{2}\rangle \\
&+ |e, +\tfrac{1}{2}; n, -\tfrac{1}{2}; p, +\tfrac{1}{2}\rangle + |e, -\tfrac{1}{2}; n, +\tfrac{1}{2}; p, +\tfrac{1}{2}\rangle\}
\end{aligned} \tag{18.47}$$

şeklinde yazılır.

Tablo 18-4
Bir döteryum atomunun açısal momentum durumları

$M = \frac{3}{2}$
$\lvert e, +\frac{1}{2};\ d, +1\rangle = \lvert e, +\frac{1}{2};\ n, -\frac{1}{2};\ p, +\frac{1}{2}\rangle + \lvert e, -\frac{1}{2};\ n, +\frac{1}{2};\ p, +\frac{1}{2}\rangle$
$M = \frac{1}{2}$
$\lvert e, +\frac{1}{2};\ d, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \lvert e, +\frac{1}{2};\ n, +\frac{1}{2};\ p, -\frac{1}{2}\rangle + \lvert e, +\frac{1}{2};\ n, -\frac{1}{2};\ p, +\frac{1}{2}\rangle$
$\lvert e, -\frac{1}{2};\ d, +1\rangle = \lvert e, -\frac{1}{2};\ n, +\frac{1}{2};\ p, +\frac{1}{2}\rangle$
$M = -\frac{1}{2}$
$\lvert e, +\frac{1}{2};\ d, -1\rangle = \lvert e, +\frac{1}{2};\ n, -\frac{1}{2};\ p, -\frac{1}{2}\rangle$
$\lvert e, -\frac{1}{2};\ d, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \lvert e, -\frac{1}{2};\ n, +\frac{1}{2};\ p, -\frac{1}{2}\rangle + \lvert e, -\frac{1}{2};\ n, -\frac{1}{2};\ p, +\frac{1}{2}\rangle$
$M = -\frac{3}{2}$
$\lvert e, -\frac{1}{2};\ d, -1\rangle = \lvert e, -\frac{1}{2};\ n, -\frac{1}{2};\ p, -\frac{1}{2}\rangle$

Sağ tarafı, Tablo 18-4'ün ikinci kısmındaki iki girdinin ilk terimini $\sqrt{2/3}$ ve ikinci terimini $\sqrt{1/3}$ değeriyle çarparak bir araya getirebiliriz. Yani (18.47) denklemi

$$|J = \tfrac{3}{2},\ M = +\tfrac{1}{2}\rangle = \sqrt{2/3}|e, +\tfrac{1}{2};\ d, 0\rangle + \sqrt{1/3}|e, -\tfrac{1}{2};\ d, +1\rangle \tag{18.48}$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (18.46)'daki iki Clebsch-Gordon katsayısını, α ve β, böylece bulmuş olduk:

$$\alpha = \sqrt{2/3} \qquad \beta = \sqrt{1/3} \tag{18.49}$$

Aynı işlemi tekrar ederek

$$|J = \tfrac{3}{2},\ M = -\tfrac{1}{2}\rangle = \sqrt{1/3}|e, +\tfrac{1}{2};\ d, -1\rangle + \sqrt{2/3}|e, -\tfrac{1}{2};\ d, 0\rangle \tag{18.50}$$

ve

$$|J = \tfrac{3}{2},\ M = -\tfrac{3}{2}\rangle = |e, -\tfrac{1}{2};\ d, -1\rangle \tag{18.51}$$

sonuçlarını elde ederiz. Spin-1 ve spin $\frac{1}{2}$ durumlarının toplam $J = \frac{3}{2}$ durumunu verdiği birleşimler için kurallar vardır. Tablo 18-5'te; (18.45), (18.48), (18.50) ve (18.51) denklemlerini özetliyoruz.

Bununla birlikte incelediğimiz sistemin altı olası durumu olmasına rağmen burada sadece dört duruma sahibiz. (18.42)'nin ikinci satırındaki iki durumu sadece $|J = \frac{3}{2},\ M = +\frac{1}{2}\rangle$ oluşturmak için kullandık. Ayrıca $M = +\frac{1}{2}$ durumuna dik doğrusal bir kombinasyon daha vardır:

$$\sqrt{1/3}|e, +\tfrac{1}{2};\ d, 0\rangle - \sqrt{2/3}|e, -\tfrac{1}{2};\ d, +1\rangle \tag{18.52}$$

Tablo 18-5
Döteryum atomu için $J = \frac{3}{2}$ durumları

$\lvert J = \frac{3}{2},\ M = +\frac{3}{2}\rangle = \lvert e, +\frac{1}{2};\ d, +1\rangle$
$\lvert J = \frac{3}{2},\ M = +\frac{1}{2}\rangle = \sqrt{2/3}\ \lvert e, +\frac{1}{2};\ d, 0\rangle + \sqrt{1/3}\lvert e, -\frac{1}{2};\ d, +1\rangle$
$\lvert J = \frac{3}{2},\ M = -\frac{1}{2}\rangle = \sqrt{1/3}\ \lvert e, +\frac{1}{2};\ d, -1\rangle + \sqrt{2/3}\ \lvert e, -\frac{1}{2};\ d, 0\rangle$
$J = \frac{3}{2},\ M = -\frac{3}{2}\rangle = \lvert e, -\frac{1}{2};\ d, -1\rangle$

Benzer şekilde (18.42)'in üçüncü satırındaki iki durum, her biri $M = -\frac{1}{2}$ olan iki dik durumun kombinasyonu biçiminde yazılabilir. (18.52)'ye dik olan durumlardan birisi şudur:

$$\sqrt{2/3}\,|e, +\tfrac{1}{2};\, d, -1\rangle - \sqrt{1/3}\,|e, -\tfrac{1}{2};\, d, 0\rangle \tag{18.53}$$

Geriye iki durum kaldı. Bu durumlar $M = m_e + m_d = \pm\frac{1}{2}$'dir ve $J = \frac{1}{2}$'ye karşılık gelen iki durumu olmalıdır:

$$\begin{aligned} |J = \tfrac{1}{2},\, M = +\tfrac{1}{2}\rangle &= \sqrt{1/3}\,|e, +\tfrac{1}{2};\, d, 0\rangle - \sqrt{2/3}\,|e, -\tfrac{1}{2};\, d, +1\rangle \\ |J = \tfrac{1}{2},\, M = -\tfrac{1}{2}\rangle &= \sqrt{2/3}\,|e, +\tfrac{1}{2};\, d, -1\rangle - \sqrt{1/3}\,|e, -\tfrac{1}{2};\, d, 0\rangle \end{aligned} \tag{18.54}$$

Bu iki durumu Tablo 18-4'ü kullanarak döteryumu nötron ve proton durumları cinsinden ifade ettiğimizde, bir yarım-spinli parçacığın durumları gibi davrandığını görebiliriz. (18.52)'deki ilk durum

$$\begin{aligned} &\sqrt{1/6}\,\{|e, +\tfrac{1}{2};\, n, +\tfrac{1}{2};\, p, -\tfrac{1}{2}\rangle + |e, +\tfrac{1}{2};\, n, -\tfrac{1}{2};\, p, +\tfrac{1}{2}\rangle\} \\ &\qquad - \sqrt{2/3}\,|e, -\tfrac{1}{2};\, n, +\tfrac{1}{2};\, p, +\tfrac{1}{2}\rangle \end{aligned} \tag{18.55}$$

ayrıca

$$\begin{aligned} &\sqrt{1/3}\,[\,\sqrt{1/2}\,\{|e, +\tfrac{1}{2};\, n, +\tfrac{1}{2};\, p, -\tfrac{1}{2}\rangle - |e, -\tfrac{1}{2};\, n, +\tfrac{1}{2};\, p, +\tfrac{1}{2}\rangle\} \\ &+ \sqrt{1/2}\,\{|e, +\tfrac{1}{2};\, n, -\tfrac{1}{2};\, p, +\tfrac{1}{2}\rangle - |e, -\tfrac{1}{2};\, n, +\tfrac{1}{2};\, p, +\tfrac{1}{2}\rangle\}] \end{aligned} \tag{18.56}$$

biçiminde de yazılabilir. İlk köşeli parantezi inceleyelim ve p ve e'nin birlikte değerlendirildiğini düşünelim. İkisi bir spin-sıfır durumunu yaratır (Tablo 18-3'ün en alt satırına bakın), ve açısal momentuma bir katkısı yoktur. Geriye sadece nötron kalır böylece (18.56)'nın ilk köşeli parantezinin tamamı dönmeler altında tıpkı bir nötron gibi davranır, yani $J = \frac{1}{2}$, $M = +\frac{1}{2}$. Benzer nedenlerden dolayı (18.56)'nın ikinci köşeli parantezi, sıfır açısal momentum üretmek için elektron ve nötronları bir araya getirmiştir ve geriye sadece protonun katkısı kalır; $m_p = +\frac{1}{2}$. Terimler $J = \frac{1}{2}$, $M = +\frac{1}{2}$ gibi davranır. Böylece bütün (18.56) ifadesi $J = \frac{1}{2}$, $M = +\frac{1}{2}$ haline gelir. (18.53)'e karşılık gelen $M = -\frac{1}{2}$ durumu (uygun bir şekilde $+\frac{1}{2}$'yi $-\frac{1}{2}$'ye dönüştürerek) aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned} &\sqrt{1/3}\,[\,\sqrt{1/2}\,\{|e, +\tfrac{1}{2};\, n, -\tfrac{1}{2};\, p, -\tfrac{1}{2}\rangle - |e, -\tfrac{1}{2};\, n, -\tfrac{1}{2};\, p, +\tfrac{1}{2}\rangle\} \\ &+ \sqrt{1/2}\,\{|e, +\tfrac{1}{2};\, n, -\tfrac{1}{2};\, p, -\tfrac{1}{2}\rangle - |e, -\tfrac{1}{2};\, n, +\tfrac{1}{2};\, p, -\tfrac{1}{2}\rangle\}] \end{aligned} \tag{18.57}$$

Bunun (18.54)'ün ikinci satırına eşit olduğunu görebilirsiniz; elbette bu iki terimin bir yarım-spinli sistemin iki terimi olması şartıyla. Böylece sonuçlarımız doğrulanmış oldu. Bir döteron ve bir elektron altı spin durumunda olabilir, bunların dördü spin $\frac{3}{2}$ bir parçacığın durumları gibi davranır (Tablo 18.5) diğeri yarım-spinli parçacık gibi davranır (18.54).

Tablo 18-5'in ve Denklem (18.54)'ün sonuçları, döteronun bir nötron ve bir protondan oluşması gerçeği kullanılarak elde edilmiştir. Denklemin gerçekliği özel durumlara bağlı değildir. Herhangi bir spin-1 parçacığını herhangi bir yarım-spinli parçacıkla bir araya getirdiğimizde birleşim yasaları (katsayılar) değişmez. Tablo 18-5'teki denklem kümeleri, eğer koordinatlar örneğin y-ekseni etrafında dönerse –spin-1 ve yarım-spinli parçacıkların durumlarını Tablo 17-1 ve Tablo 17-2'ye göre değiştirirsek– sağ tarafın doğrusal kombinasyonunun bir spin $\frac{3}{2}$ nesnesi için uygun bir şekilde değişeceğini ifade eder. Aynı dönmeler altında (18.54)'teki durumlar, yarım-spinli nesnenin durumları gibi davranırlar.

Tablo 18-6
Bir yarım-spinli parçacığın ($j_a = \frac{1}{2}$) ve bir spin-1 parçacığının ($j_b = 1$) birleşimi

$\|J = \frac{3}{2}, M = +\frac{3}{2}\rangle = \|a, +\frac{1}{2};\ b, +1\rangle$
$\|J = \frac{3}{2}, M = +\frac{1}{2}\rangle = \sqrt{2/3}\ \|a, +\frac{1}{2};\ b, 0\rangle + \sqrt{1/3}\ \|a, -\frac{1}{2};\ b, +1\rangle$
$\|J = \frac{3}{2}, M = -\frac{1}{2}\rangle = \sqrt{1/3}\ \|a, +\frac{1}{2};\ b, -1\rangle + \sqrt{2/3}\ \|a, -\frac{1}{2};\ b, 0\rangle$
$\|J = \frac{3}{2}, M = -\frac{3}{2}\rangle = \|a, -\frac{1}{2};\ b, -1\rangle$
$\|J = \frac{3}{2}, M = +\frac{1}{2}\rangle = \sqrt{1/3}\ \|a, +\frac{1}{2};\ b, 0\rangle - \sqrt{2/3}\ \|a, -\frac{1}{2};\ b, +1\rangle$
$\|J = \frac{3}{2}, M = -\frac{1}{2}\rangle = \sqrt{2/3}\ \|a, +\frac{1}{2};\ b, -1\rangle - \sqrt{1/3}\ \|a, -\frac{1}{2};\ b, 0\rangle$

Sonuçlar sadece iki özgün parçacığın dönme özelliklerine (yani spin durumlarına) bağlıdır, başlangıçtaki açısal momentum durumlarına bağlı değildir. Denklemleri sadece, bileşenlerinden birinin simetrik bir durumda iki yarım-spinli parçacıktan oluştuğu özel bir durumu seçerek inceledik. Elde ettiğimiz tüm sonuçları Tablo 18-6'da gösteriyoruz, burada sonuçlarımızının genelliğini vurgulamak için "e" ve "d" gösterimleri yerine "*a*" ve "*b*" kullanacağız.

İki gelişigüzel spine sahip parçacığı bir araya getirdiğimizde oluşacak durumları bulma problemiyle ilgilendiğimizi düşünelim. Biri j_a spinine (z-bileşeni m_a, $-j_a$'dan $+j_a$'ya tüm değerleri alan $2j_a + 1$ duruma sahiptir) diğeri j_b spinine (z-bileşeni m_b, $-j_b$'dan $+j_b$'ya tüm değerleri alan $2j_b + 1$ duruma sahiptir) spinine sahip olsun. Birleşik durum $|a, m_a; b, m_b\rangle$'dir ve sayısı $(2j_a + 1)(2j_b + 1)$ olur. Peki toplam J spinini nasıl bulabiliriz?

M açısal momentumunun toplam z-bileşeni $m_a + m_b$'dir ve durumlar M'e göre listelenebilir [(18.42)'deki gibi]. En büyük M tektir; $m_a = j_a$ ve $m_b = j_b$ değerlerine karşılık gelir ve bu nedenle $j_a + j_b$ kadardır. Bu, en büyük toplam J spininin $j_a + j_b$ değerine eşit olacağı anlamına gelir.

$$J = (M)_{\text{maks}} = j_a + j_b$$

$(M)_{\text{maks}}$ değerinden küçük ilk M değeri için, iki durum bulunur (hem m_a hem de m_b maksimum değerinden bir küçüktür). Bunlar $J = j_a + j_b$, şeklinde giden kümeye bir durum katkısı koymalıdır ve son kalan da $J = j_a + j_b - 1$ olarak devam eden kümeye aittir. Sıradaki M değeri üç şekilde elde edilebilir ($m_a = j_a - 2$, $m_b = j_b$'den; $m_a = j_a - 1$, $m_b = j_b - 1$'den; $m_a = j_a$, $m_b = j_b - 2$'den). Bunlardan ikisi zaten başlagıçtaki gruba aittir; üçüncüsü, $J = j_a + j_b - 2$ durumlarını da içermesi gerektiğini söyler. Bu süreç artık m'den yeni durumlar elde edilemeyene kadar adım adım devam eder.

j_b'nin j_a ve j_b'nin toplamından küçük olduğunu düşünelim (eğer ikisini onlardan birine eşit alırsak); o zaman J için sadece $2j_b$ değeri gerekir $j_a + j_b$'den $j_a - j_b$'ye teker teker giderek: Yani spini j_a ve j_b olan iki spini birleştirdiğimizde sistemin toplam açısal momentumu J aşağıdaki değerlerden birine eşit olur:

$$J = \begin{cases} j_a + j_b \\ j_a + j_b - 1 \\ j_a + j_b - 2 \\ \vdots \\ |j_a - j_b| \end{cases} \qquad (18.58)$$

($j_a - j_b$'nin yerine $|j_a - j_b|$ yazarak, $j_a \geq j_b$'den kaynaklanacak itirazlardan kaçınmış olduk.)

J değerlerinin her biri için, farklı M-değerlerinin, $+J$'den $-J$'ye giden $2J + 1$ durumu vardır. Bu durumların her biri, uygun katsayılı başlangıçtaki durumların $|a, m_a; b, m_b\rangle$ doğrusal kombinasyonlarından elde edilir; her bir özel teri-

min Clebsch-Gordon katsayıları. Bu katsayıların, $|J, M\rangle$ durumunda ortaya çıkan $|j_a, m_a; j_b, m_b\rangle$ durumunun "miktarını" veren katsayılar olduğunu düşünebiliriz. Bu nedenle Clebsch-Gordon katsayılarının her biri, eğer isterseniz, tıpkı Tablo 18-3 ve 18-6'daki denklemler gibi, konumu belirleyen *altı* indise sahiptir. Yani bu katsayıları $C(J, M; j_a, m_a; j_b, m_b)$ olarak adlandırırsak, Tablo 18-6'nın ikinci satırını bu gösterim cinsinden ifade edebiliriz:

$$C(\tfrac{3}{2}, +\tfrac{1}{2}; \tfrac{1}{2}, +\tfrac{1}{2}; 1, 0) = \sqrt{2/3}$$

$$C(\tfrac{3}{2}, +\tfrac{1}{2}; \tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}; 1, +1) = \sqrt{1/3}$$

Diğer özel durumlar için başka bir katsayı hesaplamayacağız.* Bununla birlikte bu tabloyu farklı kitaplarda bulabilirsiniz. Kendiniz başka özel bir durumu isterseniz deneyebilirsiniz. Sıradaki örnek iki spin-1 parçacığının birleşimini ele almaktadır fakat sadece Tablo 18-7'deki son sonuçları veriyoruz.

Açısal momentumun birleşim yasaları parçacık fiziğinde oldukça önemlidir; sayısız uygulaması vardır. Ne yazık ki daha fazla örnek için zamanımız kalmadı.

Tablo 18-7
İki spin- parçacığının birleşimi ($j_a = 1$, $j_b = 1$)

$\|J=2, M=+2\rangle = \|a,+1; b,+1\rangle$
$\|J=2, M=+1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\|a,+1; b,0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}\|a,0; b,+1\rangle$
$\|J=2, M=\ 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}\|a,+1; b,-1\rangle + \frac{1}{\sqrt{6}}\|a,-1; b,+1\rangle + \frac{2}{\sqrt{6}}\|a,0; b,0\rangle$
$\|J=2, M=-1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\|a,0; b,-1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}\|a,-1; b,0\rangle$
$\|J=2, M=-2\rangle = \|a,-1; b,-1\rangle$
$\|J=1, M=+1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\|a,+1; b,0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}\|a,0; b,+1\rangle$
$\|J=1, M=\ 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\|a,+1; b,-1\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}\|a,-1; b,+1\rangle$
$\|J=1, M=-1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\|a,0; b,-1\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}\|a,-1; b,0\rangle$
$\|J=0, M=\ 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\{\|a,+1; b,-1\rangle + \|a,-1; b,+1\rangle - \|a,0; b,0\rangle\}$

18-7 Ek not 1: Dönme matrisinin türetilmesi†

Detayları merak eden kişiler için burada, spini j olan (toplam açısal momentum) bir sistem için genel dönme matrisini elde edeceğiz. Genel durumu incelemek aslında çok da önemli değildir; bir kez fikri anladığınızda çoğu kitapta genel tablo olarak sonuçları bulabilirsiniz. Diğer yandan buraya kadar geldikten sonra kuantum mekaniğinin çok karmaşık denklemlerini bile anlayıp anlayamayacağınızı görmek istiyor olabilirsiniz, örneğin açısal momentum tanımından ortaya çıkan Denklem (18.35) gibi.

Bölüm 18-4'te elde ettiğimiz sonuçları, spini j olan ve $2j$ adet yarım-spinli parçacıktan oluşan bir sisteme genelleştireceğiz. $m = j$ durumu, $2j$ adet artı işarete sahip $|+++\cdots+\rangle$ durumu olmalıdır. $m = j - 1$ durumu için, $|++\cdots++-\rangle$, $|++\cdots+-+\rangle$ gibi $2j$ adet terim olmalıdır. Şimdi r adet artı ve s adet eksi terim

* Çalışmanın büyük kısmı (18.35) genel dönme matrisini elde ettiğimiz için bitmiştir.

† Bu ekteki bilgiler başlangıçta kitaba ders olarak eklenmişti. Şimdi genel durumun bunun gibi detaylı bir incelemesinin kitaba koyulmasının çok önemli olmadığını düşünüyoruz.

içeren genel durumu inceleyelim; $r + s = 2j$. z-ekseni etrafındaki bir dönüşte her bir r'nin artı terimi $e^{+i\phi/2}$'lik katkı koyar. Sonuç $(r/2 - s/2)\phi$ kadar bir evre kaymasıdır. Dolayısıyla aşağıdaki eşitliği buluruz:

$$m = \frac{r-s}{2} \tag{18.59}$$

$J = \frac{3}{2}$ durumunda olduğu gibi her bir m durumu, benzer r ve s değerine sahip bütün durumların artı işaretlerinin doğrusal bir kombinasyonu olmalıdır; yani durumlar, r adet artıya ve s adet eksiye sahip tüm olası düzenlemelere karşılık gelirler. Bunun gibi $(r + s)!/r!s!$ adet düzenlemenin olduğunu bulabiliriz. Normalize etmek için bu sayının karekökünü bölmemiz gerekir. Bu nedenle

$$\left(\frac{(r+s)!}{r!s!}\right)^{-1/2} \quad \{|\underbrace{+++\cdots++}_{r}\underbrace{----\cdots--}_{s}\rangle$$

$$+ \text{(bütün sıralı düzenlemeler)}\} = |j, m\rangle \tag{18.60}$$

yazabiliriz. Burada

$$j = \frac{r+s}{2} \qquad m = \frac{r-s}{2} \tag{18.61}$$

değerlerine eşittir.

Şimdi farklı bir gösterimi kullanırsak işimiz kolaylaşacaktır. (18.60) denklemini kullanarak, bir kez durumları tanımladığımızda, r ve s sayıları tıpkı j ve m'in tanımladıkları durumları tanımlarlar. Daha kolay takip edebilmek için aşağıdaki gösterimi kullanabiliriz:

$$|j, m\rangle = |{}^{r}_{s}\rangle \tag{18.62}$$

Burada (18.61) eşitliğini kullanarak

$$r = j + m \qquad s = j - m$$

yazabiliriz. Şimdi de (18.60) denklemini *özel bir gösterim* kullanarak yazalım:

$$|j, m\rangle = |{}^{r}_{s}\rangle = \left(\frac{(r+s)!}{r!s!}\right)^{+1/2} \{|+\rangle^r |-\rangle^s\}_{\text{komb}} \tag{18.63}$$

Üstelin önündeki faktörü *artı* $\frac{1}{2}$ şeklinde değiştirdiğimizi belirtelim. Bunu yaptık çünkü köşeli parantezin içinde sadece $N = (r + s)!/r!s!$ adet terim bulunmaktadır. (18.63) ve (18.60)'ı karşılaştırarak

$$\{|+\rangle^r |-\rangle^s\}_{\text{komb}}$$

ifadesinin

$$\frac{\{|+++\cdots---\rangle \text{ + bütün düzenlemeler}\}}{N}$$

kısa gösterimi olduğunu görürsünüz, burada N köşeli parantez içindeki farklı terimlerin sayısıdır. Her defasında bir dönme yaptığımız için bu yeni gösterimi kullanmak daha uygundur çünkü bütün artı işaretler aynı faktöre katkı koyar böylece r. kuvvetten bir faktör elde ederiz. Benzer şekilde s terimleri de, terimlerin nasıl bir sırada olduğu önemli olmaksızın, faktöre s. kuvvetten bir katkı koyar.

Şimdi de sistemimizin y-ekseni etrafından θ kadar döndüğünü düşünelim. Bulmayı istediğimiz şey $R_y(\theta)|{}^{r}_{s}\rangle$ terimidir. $R_y(\theta)$ her bir $|+\rangle$ terimine etki ettiğinde

$$R_y(\theta)|+\rangle = |+\rangle C + |-\rangle S \tag{18.64}$$

elde edilir, burada $C = \cos\theta/2$ ve $S = -\sin\theta/2$'dir. $R_y(\theta)$ her bir $|-\rangle$ terimine etki ettiğinde

$$R_y(\theta)|-\rangle = |-\rangle C - |+\rangle S$$

bulunur. Bu nedenle elde ettiğimiz ifade şudur:

$$R_y(\theta)\,|{}^{r}_{s}\rangle = \left[\frac{(r+s)!}{r!s!}\right]^{1/2} R_y(\theta)\{|+\rangle^r\,|-\rangle^s\}_{\text{komb}}$$

$$= \left[\frac{(r+s)!}{r!s!}\right]^{1/2} \{R_y(\theta)|+\rangle)^r\, R_y(\theta)|-\rangle)^s\}_{\text{komb}}$$

$$= \left[\frac{(r+s)!}{r!s!}\right]^{1/2} \{(|+\rangle C + |-\rangle S)^r\,(|-\rangle C - |+\rangle S)^s\}_{\text{komb}} \qquad (18.65)$$

Şimdi her iki terimi uygun katsayılarla genişletilebilir ve iki terim birbirleriyle çarpılabilir. $|+\rangle$ içeren terimlerin kuvvetleri sıfırdan $(r + s)$ değerine kadardır. Şimdi r' derecesindeki $|+\rangle$ terimlerini inceleyelim. Her zaman s' derecesindeki $|-\rangle$ terimleriyle çarpılmış olarak ortaya çıkarlar, burada $s' = 2j - r'$. Buna benzer bütün terimleri bir araya getirdiğimizi düşünelim. Her bir permutasyon için, C ve S faktörlerinin yanı sıra ikili genişletme faktörlerini içeren bazı sayısal katsayılara da sahip olurlar. Bu faktörlere $A_{r'}$ diyelim. O zaman (18.65) denklemi aşağıdaki biçimde ifade edilir:

$$R_y(\theta)\,|{}^{r}_{s}\rangle = \sum_{r'=0}^{r+s} \{A_{r'}|+\rangle^{r'}\,|-\rangle^{s'}\}_{\text{komb}} \qquad (18.66)$$

Şimdi $A_{r'}$ katsayısını $[(r' + s')!/r'!s'!]^{1/2}$ değeriyle bölelim ve bu ifadeye $B_{r'}$ diyelim. O zaman (18.66) denklemi

$$R_y(\theta)\,|{}^{r}_{s}\rangle = \sum_{r'=0}^{r+s} \{B_{r'} \left[\frac{(r+s)!}{r!s!}\right]^{1/2} \{|+\rangle^{r'}\,|-\rangle^{s'}\}_{\text{komb}} \qquad (18.67)$$

haline gelir. (Bu denklemin, (18.67)'nin (18.65)'te ortaya çıkan benzer tanımı vermesi şartıyla, $B_{r'}$ ifadesini tanımladığını söyleyebiliriz.)

$B_{r'}$ ifadesinin bu tanımını kullanarak, Denk. (18.67)'nin sağ tarafında geriye kalan faktörlerin $|{}^{r'}_{s'}\rangle$ tanımladığını söyleyebiliriz. Bu nedenle

$$R_y(\theta)\,|{}^{r}_{s}\rangle = \sum_{r'=0}^{r+s} B_{r'}\,|{}^{r'}_{s'}\rangle \qquad (18.68)$$

elde edebiliriz, burada s' her zaman $r + s' - r'$ değerine eşittir. Bu durum elbette $B_{r'}$ katsayılarının aradığımız matris elemanları olduğu anlamına gelir:

$$\langle{}^{r'}_{s'}|\, R_y(\theta)\,|{}^{r}_{s}\rangle = B_{r'} \qquad (18.69)$$

Şimdi de farklı $B_{r'}$ elemanlarını bulalım. (18.65) ve (18.67) denklemlerini karşılaştırarak –ve $r' + s' = r + s$ olduğunu hatırlayarak– $B_{r'}$ ifadesinin aşağıdaki tanımda verilen $a^{r'}$ ve $b^{s'}$ katsayıları olduğunu buluruz:

$$\left(\frac{r'!s'!}{r!s!}\right)^{1/2} (aC + bS)^r\,(bC - aS)^s \qquad (18.70)$$

Artık geriye binomial teoremini kullanarak cebirsel işlemler yapmak ve terimleri a ve b kuvvetleri cinsinden bir araya getirmek kaldı. Eğer tüm işlemleri yaparsak (18.70)'deki $a^{r'}$ ve $b^{s'}$ katsayılarının

$$\left(\frac{r'!s'!}{r!s!}\right)^{1/2} \sum_k (-1)^k\, S^{r-r'+2k}\, C^{s+r'-2k} \quad \frac{r!}{(r-r'+k)!(r'-k)!} \quad \frac{s!}{(s-k)!k!} \qquad (18.71)$$

olarak tanımlandığını görebiliriz.

Burada toplam, faktöriyel ifadelerini sıfır ya da sıfırdan büyük yapan tüm k değerleri üzerinden alınır. Bu tanım aradığımız matris elemanlarıdır.

Son olarak j, m ve m' cinsinden başlangıçtaki gösterimimize

$$r = j + m \qquad r = j + m' \qquad s = j - m \qquad s' = j - m'$$

olduğunu hatırlayarak geri dönelim. Bu ifadeleri yerlerine yazarak Bölüm 18-4'teki (18.35) denklemini elde edebiliriz.

18-8 Ek not 2: Foton yayınlanmasında paritenin korunumu

Bölüm 18-1'de uyarılmış spin-1 durumundan spin-0 taban durumuna bir foton yayınlayarak geçen bir atomu incelemiştik. Eğer uyarılmış spinin durumu yukarıysa ($m = +1$) z-ekseni boyunca bir SAĞ fotonu yayınlar ya da $-z$ ekseni boyunca bir SOL fotonu yayınlar. Fotonun bu iki durumunu $|R_{\text{yukarı}}\rangle$ ve $|L_{\text{aşağı}}\rangle$ olarak adlandıralım. Bu durumlardan hiçbiri belirli bir pariteye sahip değildir. $\hat{P}$, parite işlemcisi olsun, $\hat{P}|R_{\text{yukarı}}\rangle = |L_{\text{aşağı}}\rangle$ ve $\hat{P}|L_{\text{aşağı}}\rangle = |R_{\text{yukarı}}\rangle$.

Belirli bir enerjiye sahip atomun belirli bir pariteye sahip olması gerektiğini ve atomik süreçlerde paritenin korunumlu olması gerektiğini belirten kanıta ne oldu peki? Bu problemdeki son durumun (bir fotonun yayınlanmasından sonraki durum) belirli bir paritesi yok mu? Eğer bütün açılarda yayınlanan fotonlar için tüm genlikleri içeren son durumu ele alabilirsek, elbette paritesi vardır. Bölüm 18-1'de son durumun sadece bir bölümünü seçmiştik.

Eğer isterseniz sadece belirli bir pariteye sahip son durumu ele alabilirsiniz. Örneğin $+z$ ekseni boyunca bir SAĞ fotonu yayınlama genliği α ve $-z$ ekseni boyunca bir SOL fotonu yayınlama genliği β olan bir $|\psi_S\rangle$ son durumunu ele alalım:

$$|\psi_S\rangle = \alpha|R_{\text{yukarı}}\rangle + \beta|L_{\text{aşağı}}\rangle \tag{18.72}$$

Bu duruma parite işlemcisini etki ettirirsek

$$\hat{P}|\psi_S\rangle = \alpha|L_{\text{aşağı}}\rangle + \beta|R_{\text{yukarı}}\rangle \tag{18.73}$$

elde ederiz. Eğer $\beta = \alpha$ ya da $\beta = -\alpha$ ise bu durum $\pm|\psi_S\rangle$ olacaktır. Bu nedenle çift pariteli bir son durum

$$|\psi_S^+\rangle = \alpha\{|R_{\text{yukarı}}\rangle + |L_{\text{aşağı}}\rangle\} \tag{18.74}$$

ve tek pariteli bir durum

$$|\psi_S^-\rangle = \alpha\{|R_{\text{yukarı}}\rangle - |L_{\text{aşağı}}\rangle\} \tag{18.75}$$

şeklinde ifade edilir.

Şimdi tek pariteli uyarılmış bir durumun çift pariteli taban durumuna bozunmasını inceleyelim. Eğer parite korunumluysa fotonun son durumu tek pariteli olmalıdır. (18.75)'teki durumda olmalıdır. Eğer $|R_{\text{yukarı}}\rangle$ genliği α ise, $|L_{\text{aşağı}}\rangle$ genliği de $-\alpha$'dır.

Şimdi y-ekseni etrafında 180° döndüğümüzde ne olacağına bakalım. Atomun başlangıçtaki uyarılmış durumu $m = -1$ haline gelir (Tablo 17-2'ye göre işaretinde bir değişim yoktur). Son durumun dönüşü

$$R_y(180°)|\psi_S^-\rangle = \alpha\{|R_{\text{aşağı}}\rangle - |L_{\text{yukarı}}\rangle\} \tag{18.76}$$

ifadesini verir. Bu denklemi (18.75) denklemiyle karşılaştırırsak, $m = -1$ başlangıç durumundan $+z$ boyunca bir SOL fotonunu elde etme genliğinin, $m = +1$ başlangıç durumundan bir SAĞ fotonu elde etme genliğinin negatifi olduğunu görürüz. Bu durum, 18-1'de bulduğumuz sonuçla uyum içindedir.

19

HİDROJEN ATOMU VE PERİYODİK TABLO

19-1 Hidrojen atomu için Schrödinger denklemi
19-2 Küresel simetrik çözümler
19-3 Açıya bağlı durumlar
19-4 Hidrojen için genel çözüm
19-5 Hidrojen dalga fonksiyonu
19-6 Periyodik tablo

19-1 Hidrojen atomu için Schrödinger denklemi

Kuantum mekaniğinin tarihindeki en olağanüstü başarı, basit atomların spektrumlarının ve kimyasal element tablosundaki periyodikliğin anlaşılmasıydı. Bu bölümde kuantum mekaniği anlayışımızı bahsettiğimiz bu özel nokta için geliştireceğiz, özellikle hidrojen atomunun spektrumunun anlaşılması konusunda. Ayrıca kimyasal elementlerin gizemli özelliklerinin niteliksel bir açıklamasını vermeye çalışacağız. Bunu, hidrojen atomundaki elektronun davranışını detaylı bir şekilde inceleyerek yapacağız; ilk kez 16. Bölümde geliştirdiğimiz fikirlere göre detaylı bir uzayda dağılım hesaplaması yaparak.

Hidrojen atomunun tam bir tanımı için hem elektronun hem de protonun hareketini tanımlamamız gerekir. Kuantum mekaniğinde bunu yapmak mümkündür, bunun için çekim merkezine göre her bir parçacığının göreli hareketini tanımlayan klasik fikir ile kuantum mekaniğini karşılaştırmamız yeterlidir fakat bu yöntemi takip etmeyeceğiz. Protonun çok ağır olduğunu düşünerek atomun merkezinde sabit olduğunu varsayacağız.

Diğer bir yaklaşım olarak, göreli mekanik yasalarıyla tanımlanması gerektiği için elektronun bir spininin olmadığını düşüneceğiz. Göreli olmayan Schrödinger denklemi kullandığımız ve manyetik etkileri göz ardı ettiğimiz için yaklaşımımıza bazı ufak düzeltmeler gelecektir. Küçük manyetik etkiler meydana gelir çünkü elektronun bakış açısından proton bir manyetik alan üreten ve dairesel yörüngede dolanan bir yüktür. Bu alanda elektronun spin yukarı durumundaki enerjisi aşağı durumda sahip olduğu enerjiden farklı olacaktır. Elektronun enerjisi hesapladığımızdan bir miktar kaymış olacaktır. Bu küçük enerji kaymasını ihmal edeceğiz. Ayrıca elektronun bir jiroskop gibi uzayda hareket ettiğini yani her zaman spiniyle aynı yönde hareket ettiğini düşüneceğiz. Uzayda serbest bir atomu ele aldığımız için toplam açısal momentum korunacaktır. Yaklaşımımızda elektronun spin açısal momentumunun değişmediğini, bu nedenle atomun durgun açısal momentumunun –genelde "yörüngesel" açısal momentum olarak adlandırılır– korunumlu olduğunu hayal edeceğiz. Mükemmel bir yaklaşım için hidrojen atomunda hareket eden elektron spinsiz bir parçacık gibi davranacaktır; açısal momentum hareketi sabittir.

Bu yaklaşımları kullanarak elektronun uzayda farklı durumlarda bulunma genliğini, uzay ve zamanın bir fonksiyonu olarak gösterebiliriz. Elektronun bir t anında herhangi bir yerde bulunma genliğine $\psi(x, y, z, t)$ diyelim. Kuantum mekaniğine göre bu genliğin zamanla değişim hızı benzer fonksiyon üzerine etki eden Hamilton işlemcisi cinsinden verilir. 16. Bölümde

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{\mathcal{H}}\psi \tag{19.1}$$

olduğunu tanımlamıştık. Burada

$$\hat{\mathcal{H}} = -\frac{\hbar^2}{2m} = \nabla^2 + V(r) \tag{19.2}$$

denkleminde m, elektronun kütlesini ve $V(r)$, protonun elektrostatik alanındaki

elektronun potansiyel enerjisini gösterir. Protondan büyük mesafelerde $V = 0$ alarak

$$V = -\frac{e^2}{r}$$

yazabiliriz.* Dalga fonksiyonu

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi - \frac{e^2}{r} \psi \tag{19.3}$$

denklemini sağlar.

Belirli enerji durumlarını incelemek istiyoruz bu nedenle

$$\psi(\mathbf{r}, t) = e^{-(i/\hbar)Et} \psi(\mathbf{r}) \tag{19.4}$$

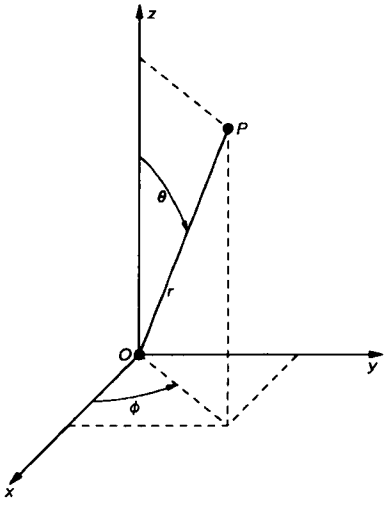
biçiminde çözümler bulmaya çalışacağız. O zaman, E bir sabit olmak üzere, atomun enerjisi,

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi = \left(E + \frac{e^2}{r}\right) \psi \tag{19.5}$$

denkleminin çözümü olur.

Potansiyel enerji terimi sadece yarıçapa bağlı olduğu için, bu denklemi kartezyen koordinatlarda çözmek yerine kutupsal koordinatlarda çözmek çok daha uygun görünmektedir. Kartezyen koordinatlarda Laplace işlemcisi aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$



Şekil 19-1 P noktasının küresel kutupsal r, θ, ϕ koordinatları.

Bunun yerine Şekil 19-1'de gösterildiği gibi r, θ, ϕ koordinatlarını kullanacağız. Bu; x, y, z koordinatlarıyla

$$x = r \sin\theta \cos\phi; \qquad y = r \sin\theta \sin\phi; \qquad z = r \cos\theta$$

şeklinde ilişkilidir. Buradaki cebir oldukça sıkıcı olabilir fakat herhangi bir $f(r) = f(r, \theta, \phi)$ fonksiyonu için aşağıdaki eşitliğin doğru olduğu gösterilebilir:

$$\nabla^2 f(r, \theta, \phi) = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (rf) + \frac{1}{r^2} \left\{ \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin\theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} \right\} \tag{19.6}$$

Bu nedenle kutupsal koordinatlar cinsinden $\psi(r, \theta, \phi)$ tarafından sağlanan denklem aşağıdaki biçimdedir:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r\psi) + \frac{1}{r^2} \left\{ \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin\theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} \right\} = -\frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{r}\right) \psi \tag{19.7}$$

19-2 Küresel simetrik çözüm

Şimdi (19.7) denklemini sağlayan çok basit bazı fonksiyonları bulmaya çalışalım. Genelde dalga fonksiyonu ψ, r, θ, ϕ koordinatlarına bağlı olmasına rağmen, ψ'nin açılara bağlı olmadığı küresel simetrik özel bir durum olup olmadığını araştırabiliriz. Açılara bağlı olmayan bir dalga fonksiyonu için, eğer koordinat sisteminde dönerseniz, hiçbir genlik değişmeyecektir. Bu, bütün açısal momentum bileşenlerinin sıfır olduğu anlamına gelir. Bunun gibi bir ψ durumunun bütün toplam açısal momentumu sıfırdır. (Aslında sadece yörüngesel açısal momentumu sıfırdır çünkü elektronun hâlâ spini vardır fakat bu kısmı ihmal ediyoruz.) Sıfır yörüngesel açısal momentumlu bir durum özel bir isimle adlandırılır. Bu duruma *s-durumu* adı verilir; *"s"* harfinin "küresel simetrik" için kullanıldığını hatırlayınız.†

---

* Her zamanki gibi $e^2 = q_e^2/4\pi\epsilon_0$.

† Bu özel isimler atom fiziğinin genel sözlüğünün bir kısmıdır, bunu öğrenmeniz gerekir. Bir sonraki bölümde sizlere yardımcı olmak için küçük bir "sözlük" hazırladık.

Şimdi eğer ψ fonksiyonu, ϕ, θ açılarına bağlı olmayacaksa bütün Laplace sadece birinci terimi içerir ve (19.7) denklemi daha basit bir hal alır:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\psi) = -\frac{2m}{\hbar^2}\left(E + \frac{e^2}{r}\right)\psi \tag{19.8}$$

Bunun gibi bir denklemi çözmeye başlamadan önce, e^2, m ve $\hbar$ gibi fazlalık sabitleri ölçeği değiştirerek yok etmek faydalı olabilir. O zaman cebirsel işlemler kısalacaktır. Eğer

$$r = \frac{\hbar^2}{me^2}\rho \tag{19.9}$$

ve

$$E = \frac{me^4}{2\hbar^2}\epsilon \tag{19.10}$$

gösterimlerini kullanırsak, o zaman (19.8) denklemi (ρ'yla çarpıldıktan sonra)

$$\frac{d^2(\rho\psi)}{d\rho^2} = -\left(\epsilon + \frac{2}{\rho}\right)\rho\psi \tag{19.11}$$

haline gelir. Bu ölçek değişmesinin anlamı, r uzaklığını ve E enerjisini çoklu "doğal" atomik birimler cinsinden ölçmektir. Yani $\rho = r/r_B$, burada $r_B = \hbar/me^2$, "Bohr" yarıçapı olarak adlandırılır ve yaklaşık 0,528 angströmdür. Benzer şekilde $\epsilon = E/E_R$ ve $E_R = me^4/2\hbar^2$ değerindedir. Bu enerji "Rydberg" olarak adlandırılır ve yaklaşık 13,6 elektron volttur.

$\rho\psi$ çarpımı her iki tarafta da olduğu için ψ yerine bu çarpımla çalışmak çok daha uygun olur.

$$\rho\psi = f \tag{19.12}$$

dersek denklem çok daha basit görünür:

$$\frac{d^2f}{d\rho^2} = -\left(\epsilon + \frac{2}{\rho}\right)f \tag{19.13}$$

Şimdi (19.13) denklemini sağlayan f fonksiyonunu araştıracağız; diğer bir deyişle bir diferansiyel denklem çözeceğiz. Ne yazık ki herhangi bir diferansiyel denklemi genel bir yöntemle çözmek çok kullanışlı olmaz. Sadece oyalanmış olursunuz. Denklemimiz kolay değildir fakat insanlar sıradaki yöntemi kullanarak bu denklemin nasıl çözüleceğini bulmuştur. İlk olarak f, iki fonksiyonun çarpımı olarak yazılabilir bir ρ fonksiyonuyla yerdeğiştirmelidir:

$$f(\rho) = e^{-\alpha\rho}\,g(\rho) \tag{19.14}$$

Aslında böylece $e^{-\alpha\rho}$ kısmını $f(\rho)$ fonksiyonundan ayırmış olduk. Bunu artık herhangi bir $f(\rho)$ fonksiyonu için yapabiliriz. Bu durum problemimizi doğru bir $g(\rho)$ fonksiyonunu bulmaya kaydırmıştır. (19.14)'ü (19.13) denkleminde yerine yazarsak g için aşağıdaki denklemi elde ederiz:

$$\frac{d^2g}{d\rho^2} - 2\alpha\frac{dg}{d\rho} + \left(\frac{2}{\rho} + \epsilon + \alpha^2\right)g = 0 \tag{19.15}$$

α'yı istediğimiz gibi seçmekte serbestiz:

$$\alpha^2 = -\epsilon \tag{19.16}$$

Böylece

$$\frac{d^2g}{d\rho^2} - 2\alpha\frac{dg}{d\rho} + \frac{2}{\rho}g = 0 \tag{19.17}$$

elde edilir.

Şu an (19.13) denkleminden çok daha iyi bir yerde olmadığımızı düşünebilirsiniz fakat yeni denklemimizde güzel olan şey, bu denklemin ρ'nun kuvvet seri-

leri cinsinden kolayca çözülebilmesidir. (İlkesel olarak (19.13) denklemini de bu şekilde çözmek mümkündür fakat çok daha zordur.) Yani (19.17) denkleminin

$$g(\rho) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \rho^k \tag{19.18}$$

olarak yazılan bir $g(\rho)$ fonksiyonunu sağladığını söylüyoruz; burada a_k sabit katsayılardır. Bu bakımdan yapacağımız şey sonlu uygun bir katsayı kümesi bulmaktır! Şimdi bunun gibi çözümün işe yaradığını görelim. $g(\rho)$'nun birinci türevi

$$\frac{dg}{d\rho} = \sum_{k=1}^{\infty} a_k k \rho^{k-1}$$

ve ikinci türevi

$$\frac{d^2g}{d\rho^2} = \sum_{k=1}^{\infty} a_k k(k-1)\rho^{k-2}$$

şeklinde yazılabilir. Bu tanımları (19.17)'de kullanırsak

$$\sum_{k=1}^{\infty} k(k-1)a_k \rho^{k-2} - \sum_{k=1}^{\infty} 2aka_k \rho^{k-1} + \sum_{k=1}^{\infty} 2a_k \rho^{k-1} = 0 \tag{19.19}$$

denklemini elde ederiz. İlerleyip ilerlemediğimizi çok açık göremiyoruz; fakat ileriye doğru bir adım attık. Eğer ilk toplamı bir eşitlikle yerdeğiştirirsek her şey çok daha iyi görünecektir. Toplamın ilk terimi sıfır olduğu için, her k değerini $k + 1$ ile sonlu seride hiçbir şeyi değiştirmeksizin, yerdeğiştirebiliriz; bu değişimle birlikte ilk toplam

$$\sum_{k=1}^{\infty} (k+1)ka_{k+1} \rho^{k-1}$$

biçiminde yazılır. Şimdi bütün toplamları ortak çarpana alırsak

$$\sum_{k=1}^{\infty} [(k+1)ka_{k+1} - 2aka_k + 2a_k]\rho^{k-1} = 0 \tag{19.20}$$

elde ederiz.

Bu kuvvet serisi ρ'nun bütün olası değerleri için sıfıra eşittir. Bunu sadece ρ'nun her bir kuvvet katsayısını ayrı ayrı sıfıra eşitleyerek yapabiliriz. Eğer tüm $k \geq 1$ için

$$(k+1)ka_{k+1} - 2(ak-1)a_k = 0 \tag{19.21}$$

biçiminde bir a_k kümesi bulabilirsek hidrojen atomu için bir çözüm elde etmiş oluruz. Bunu düzenlemek oldukça kolaydır:

$$a_{k+1} = \frac{2(ak-1)}{k(k+1)} a_k \tag{19.22}$$

Bu denklem yardımıyla a_2, a_3, a_4 gibi katsayıları bulabiliriz ve her bir çift katsayı da mutlaka (19.21) denklemini sağlayacaktır. (19.17) denklemini sağlayan $g(\rho)$ için bir seri elde ettik. Bunu kullanarak Schrödinger denklemini sağlayan bir ψ bulabiliriz. Çözümün enerjiye bağlı olduğunu (α vasıtasıyla) ve ϵ'nun her bir terimine karşılık gelen bir seri olduğunu da vurgulayalım.

Bir çözüm elde ettik fakat bunun fiziksel olarak anlamı nedir? Protondan çok uzakta neler olduğunu görerek bir fikir elde edinebiliriz; ρ'nun büyük değerleri için. Burada serinin yüksek terimli mertebeleri daha önemlidir bu nedenle büyük k değerlerinde nelerin meydana geldiğini araştırmalıyız. $k \gg 1$ durumunda, (19.22) denklemini yaklaşık olarak aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$a_{k+1} = \frac{2\alpha}{k} a_k$$

Bu ifade aynı zamanda

$$a_{k+1} \approx \frac{(2\alpha)^k}{k!} \tag{19.23}$$

ifadesine eşittir. Bu katsayılar sadece $e^{+2\alpha\rho}$ serisinin katsayılarıdır. g fonksiyonu üstel olarak hızlı bir şekilde artmaktadır. $f(\rho)$ fonksiyonunu üretmek için $e^{-\alpha\rho}$

değeriyle çarpılsa bile –*bkz.* Denklem (19.14)– büyük ρ değerleri için $e^{\alpha\rho}$ gibi giden bir çözüm verir. Matematiksel bir sonuç elde ettik; fakat bu fiziksel bir sonuç değil. Elektronun protonun yakınında bulunmadığı bir durumu tanımlamaktadır! Çok büyük ρ yarıçaplarında bulunma ihtimali vardır. *Bağlı* bir elektron için bir dalga fonksiyonu büyük ρ değerleri için sıfıra gitmelidir.

Oyunu bitirmenin bir yolu olup olmadığını düşünebilirsiniz ve bunun bir yolu vardır. Eğer α şans eseri $1/n$ değerine eşit olursa (n burada pozitif bir tamsayıdır) o zaman (19.22) denklemi $a_{n+1} = 0$ haline gelir. Bütün yüksek mertebeli ifadeler sıfır olur. Sonsuz bir seriye sahip olmayabiliriz fakat sonlu bir polinom elde ederiz. Herhangi bir polinom $e^{\alpha\rho}$ ifadesinden çok daha yavaş artar, bu nedenle $e^{-\alpha\rho}$ nihai olarak oyunu sonlandırır ve f fonksiyonu büyük ρ değerleri için sıfıra gider. Sadece $\alpha = 1/n$ için, $n = 1, 2, 3, 4,$ *bağlı-durum* çözümleri mevcuttur.

(19.16) denklemine geri döndüğümüzde, küresel simetrik dalga denkleminin bağlı durum çözümlerinin sadece

$$-\epsilon = 1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \ldots, \frac{1}{n^2}, \ldots$$

durumunda ortaya çıktığını görebilirsiniz. İzinli enerjiler sadece bu sayılar çarpı Rydberg sabitidir. Burada $E_R = me^4/2\hbar^2$ olmak üzere, $n.$ düzeyin enerjisi

$$E_n = -E_R \frac{1}{n^2} \tag{19.24}$$

olarak tanımlanır. Enerji için negatif sayıların hiçbir gizemi yoktur. Enerjiler negatiftir çünkü $V = -e^2/r$ olarak seçtiğimizde, sıfır noktasını elektronun protondan çok uzakta konumlandığı enerji olarak tanımlamış oluruz. Protona yaklaştıkça, enerjisi azalarak sıfırın altına düşer. $n = 1$ için enerji en düşüktür ve n arttıkça sıfıra doğru artmaya başlar.

Kuantum mekaniği keşfedilmeden önce, hidrojenin deneysel spektrum çalışmalarından enerji düzeylerinin (19.24) denklemiyle tanımlanacağı biliniyordu. Burada E_R değeri 13,6 elektron volt olarak bulunmuştu. Bohr daha sonra benzer bir denklemi veren ve $E_R = me^4/2\hbar^2$ olarak tanımlandığı bir model geliştirdi. Fakat Schrödinger denkleminin ilk büyük başarısı elektronun hareketi için temel bir denklemden hareketle bu sonucu yeniden üretmiş olmasıdır.

Şimdi ilk atomumuz için bir denklem elde ettik, elde ettiğimiz çözümün doğasına da bakalım. Bütün parçaları birleştirerek her bir çözümün

$$\psi_n = \frac{f_n(\rho)}{\rho} = \frac{e^{-\rho/n}}{\rho} g_n(\rho) \tag{19.25}$$

biçiminde olduğunu görebiliriz. Burada

$$g_n(\rho) = \sum_{k=1}^{n} a_k \rho^k \tag{19.26}$$

ve

$$a_{k+1} = \frac{2(k/n - 1)}{k(k + 1)} a_k \tag{19.27}$$

değerlerini alırlar. Elektronun göreli olarak farklı konumlarda bulunma olasılıklarını incelediğimiz sürece, a_1 için istediğimiz değeri elde ederiz. $a_1 = 1$ olarak seçilebilir. (İnsanlar genellikle dalga fonksiyonunun "normalize" olduğunu göstermek için a_1'i bu şekilde seçerler, yani atomdaki elektronun herhangi bir yerde bulunma olasığı her zaman 1'dir. Şimdilik bunu yapmamıza gerek yok.)

En düşük enerjili durum, $n = 1$ için

$$\psi_1(\rho) = e^{-\rho} \tag{19.28}$$

olur. Taban durumundaki (en düşük enerjili durum) bir hidrojen atomu için elektronun herhangi bir noktada bulunma genliği protondan olan mesafeyle üstel olarak azalır. Büyük ihtimalle protonda bulunur ve karakteristik uzaklaşma uzaklığı yaklaşık bir ρ birimindedir ya da bir Bohr yarıçapındadır: r_B.

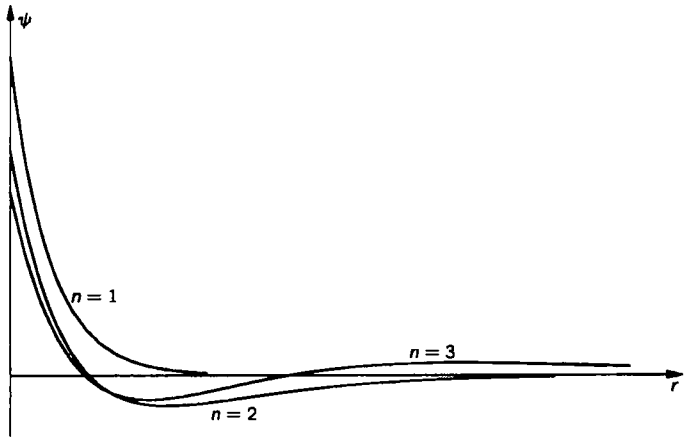
$n = 2$ bir sonraki yüksek düzeyi verecektir. Bu durum için dalga fonksiyonu iki terime sahip olacaktır:

$$\psi_2(\rho) = \left(1 - \frac{\rho}{2}\right) e^{-\rho/2} \tag{19.29}$$

Bir sonraki durum için dalga fonksiyonu

$$\psi_3(\rho) = \left(1 - \frac{2\rho}{3} + \frac{2}{27}\rho^2\right) e^{-\rho/3} \tag{19.30}$$

olur. İlk üç durumun dalga fonksiyonu Şekil 19-2'de gösterilmiştir. Genel eğilimi görüyorsunuz. Bütün dalga fonksiyonları birkaç kez salındıktan sonra büyük ρ için hızlıca sıfıra yaklaşmaktadır. Aslında tümseklerin sayısı n değerine eşittir; ya da tercih ederseniz ψ_n'in sıfırda geçiş sayısı $n - 1$'dir.



Şekil 19-2 Hidrojen atomunun ilk üç $l = 0$ durumu için dalga fonksiyonu. (Ölçekler toplam olasılıkların eşit olması için bu şekilde seçilmiştir.)

19-3 Açıya bağlı durumlar

$\psi_n(r)$ tarafından tanımlanan durumlarda elektronun bulunma genliğinin olasılığını küresel simetrik bulmuştuk; sadece protondan olan uzaklığa, r koordinatına bağımlı olarak. Bunun gibi durumlar sıfır yörüngesel açısal momentuma sahiptir. Şimdi açısal bağımlılığa sahip durumları ele alacağız.

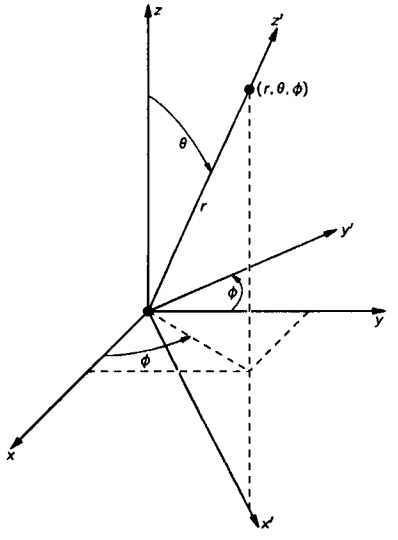
Eğer isteseydik, (19.7) diferansiyel denklemini sağlayan r, θ, ϕ fonksiyonlarının matematiksel olarak bulunma problemiyle ilgilenebilirdik; ek fiziksel koşulları dikkate alarak, büyük r değerleri için sıfıra giden fonksiyonları seçebilirdik. Bunu birçok kitapta bulabilirsiniz. Genliklerin uzaydaki açılara nasıl bağımlı olduğunu bildiğimiz için kısa yolu tercih edeceğiz.

Herhangi bir özel durumdaki hidrojen atomu, toplam açısal momentum kuantum sayısı olan j "spinine " sahip bir parçacıktır. Bu spinin bir kısmı elektronun iç spininden gelir ve bir kısmı da hareketinden kaynaklanır. Bu iki bileşenin her biri serbest davrandığı için (mükemmel bir yaklaşımda) yeniden spin kısmını ihmal edebiliriz ve sadece "yörüngesel" açısal momentumu düşünebiliriz. Bununla birlikte bu yörüngesel açısal momentum tıpkı spin gibi davranır. Örneğin, yörünge kuantum sayısı l ise, açısal momentumun z-bileşeni şu değerleri alır: l, $l - 1$, $l - 2$, ..., $-l$. (Genelde $\hbar$ birimindedir.) Ayrıca bütün dönme matrisleri ve bildiğimiz tüm diğer özellikler hâlâ uygulanabilir. (Bundan sonra gerçekten elektronun spinini ihmal edeceğiz; "açısal momentum" hakkında konuştuğumuzda sadece yörüngesel kısmından bahsediyor olacağız.)

V potansiyeli sadece r'ye bağımlı olduğu ve θ ile ϕ'ye bağımlı olmadığı için Hamilton işlemcisi bütün dönme işlemlerinde simetrik kalır. Açısal momentum ve tüm bileşenleri korunumludur. (Bu sadece "merkezcil alan" için doğrudur – sadece r'ye bağımlılığın olduğu alanlar– bu nedenle Coulomb e^2/r potansiyelinin özel bir durumu değildir.)

Şimdi elektronun olası durumlarını düşünelim; iç açısal yapısı l kuantum sayısı tarafından karakterize edilir. z-eksenine göre toplam açısal momentumun "yönelimine" bağımlı olduğu için, açısal momentumun z-bileşeni m olacaktır yani $-l$ ile l arasında $2l + 1$ sayıda durum vardır. z-ekseni üzerindeki bir r uzaklığında elektronun bulunma genliği nedir? Sıfır. z-eksenindeki bir elektron bu eksen etrafında herhangi bir yörüngesel açısal momentum durumuna sahip olamaz. $m = 0$ kabul edersek, elektronun protondan herhangi bir uzaklıkta bulunma genliği sıfırdan farklı olur. Bu genliği $F_l(r)$ olarak adlandıralım. Atom $|l, 0\rangle$ durumunda olduğu sürece, elektronun z-ekseninin r kadar yukarısında bulunma genliğini tanımlar.

Eğer $F_l(r)$'yi bilirsek her şeyi biliriz. Herhangi bir $|l, m\rangle$ durumu için, elektronun atomun herhangi bir yerinde bulunma genliğini ($\psi_{l,m}(r)$) biliriz. Peki nasıl? İzleyin şimdi. Atomun $|l, m\rangle$ durumunda olduğunu bildiğimizi düşünelim, elektronun başlangıç noktasından θ, ϕ açılarında ve r uzaklığında bulunma genliği nedir? Bu açıda yeni bir z-ekseni, örneğin z', tanımlayalım (Şekil 19-3) ve elektronun bu yeni z' boyunca r uzaklığında bulunma genliğinin ne olacağını soralım. Açısal momentumun z' bileşeni, örneğin m', sıfır olmadığı sürece z' boyunca genliğinin olmayacağını biliyoruz. Bununla birlikte m' sıfır olduğunda elektronun z' boyunca bulunma genliği $F_l(r)$'dir. Bu nedenle sonuç iki faktörün çarpımıdır. Birincisi atomun z-ekseni boyunca $|l, m\rangle$ durumunda bulunma genliği, *z' eksenine göre* $|l, m' = 0\rangle$ durumunda bulunma genliği olacaktır. Genliği $F_l(r)$ değeriyle çarparak, elektronun başlangıçtaki eksene göre (r, θ, ϕ) koordinatlarında bulunma genliği $\psi_{l,m}(r)$ olacaktır.



Şekil 19-3 x', y', z' koordinat çerçevesinin z' ekseni üzerindeki (r, θ, ϕ) noktaları.

Şimdi bu genliği yazalım. Daha önce dönmeler için dönüşüm matrislerini incelemiştik. x, y, z çerçevesinden Şekil 19-3'ün x', y', z' çerçevesine geçmek için ilk önce z-ekseni etrafında ϕ kadar dönebiliriz ve daha sonra *yeni* y-ekseni (y') etrafında θ kadar döneriz. Toplam dönme bu iki dönmenin çarpımı olur:

$$R_y(\theta)\, R_z(\phi)$$

Dönmeden sonra $m' = 0$ olduğunda l durumunda bulunma genliği

$$\langle l, 0 \mid R_y(\theta) R_z(\phi) \mid l, m\rangle \tag{19.31}$$

olur. O zaman sonuç

$$\psi_{l,m}(r) = \langle l, 0 \mid R_y(\theta) R_z(\phi) \mid l, m\rangle F_l(r) \tag{19.32}$$

olarak bulunur.

Yörünge hareketi sadece l'nin tamsayı katına sahip olabilir. (Eğer elektron $r \neq 0$'da herhangi bir yerde bulunabiliyorsa, genliğin bu yönde $m = 0$'da bulunma olasılığı vardır. $m = 0$ durumu sadece tamsayılı spinler için geçerlidir.) $l = 1$ için dönme matrisleri Tablo 17-2'de verilmiştir. Büyük l değerleri için 18. Bölümde bulduğumuz genel denklemleri kullanabilirsiniz. $R_y(\theta)R_z(\phi)$ matrisleri ayrı ayrı ortaya çıkar fakat bunları nasıl birleştirebileceğimizi biliyorsunuz. Genel durumlar için $|l, m\rangle$'yle işe başlayabilirsiniz ve $R_z(\phi)$'yi etki ettirerek $R_z(\phi)|l, m\rangle$ durumunu elde edebilirsiniz (yani $e^{im\phi}|l, m\rangle$). Daha sonra $R_y(\theta)$'yı etki ettirerek $R_y(\theta)R_z(\phi)|l, m\rangle$ durumunu elde edersiniz. $|l, 0\rangle$ durumuyla çarparak (19.31) matrisini elde edebilirsiniz.

Dönme işleminin matris elemanları θ ve ϕ'nin fonksiyonudur. (19.31)'de ortaya çıkan özel fonksiyonlar küresel geometriye sahip dalgaları içeren çok sayıda özel problemi gösterir ve özel bir isme sahiptir. Herkes aynı gösterimi kullanmaz; fakat en çok kullanılanı aşağıdaki gibidir:

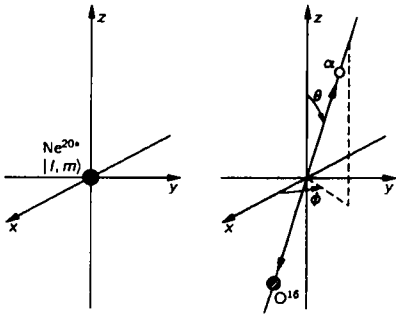
$$\langle l, 0 \mid R_y(\theta) R_z(\phi) \mid l, m\rangle \equiv a Y_{l,m}(\theta, \phi) \tag{19.33}$$

$Y_{l,m}(\theta, \phi)$ fonksiyonu *küresel harmonik* olarak adlandırılır ve a, $Y_{l,m}$*'nin* seçimine bağlı sayısal bir faktördür. Genel tanım için

$$a = \sqrt{\frac{4\pi}{2l + 1}} \tag{19.34}$$

kullanılır. Bu tanımı kullanarak hidrojen atomunun dalga fonksiyonu aşağıdaki biçimde yazılır:

$$\psi_{l,m}(r) = a Y_{l,m}(\theta, \phi) F_l(r) \tag{19.35}$$



Şekil 19-4 Uyarılmış Ne^{20} durumunun bozunması.

$Y_{l,m}(\theta, \phi)$ açı fonksiyonu sadece kuantum mekaniği problemleri için önemli değildir aynı zamanda elektromanyetizma gibi ∇^2'nin ortaya çıktığı klasik fiziğin birçok alanı için de önemlidir. Kuantum mekaniğinde bir diğer kullanım alanı için, uyarılmış bir Ne^{20} durumunun bir α-parçacığı yayınlayarak O^{16} durumuna (son bölümde tartıştığımız gibi) bozunumunu göz önüne alalım:

$$Ne^{20*} \rightarrow O^{16} + He^4$$

Uyarılmış durumun l spinine sahip olduğunu ve açısal momentumun z-bileşeninin de m olduğunu düşünelim. Şimdi şu soruyu sorabiliriz: Verilen l ve m için bir α-parçacığının, z-eksenine göre θ açısı ve xz-düzlemine göre ϕ açısı yapacak şekilde –Şekil 19-4'te gösterildiği gibi– saçılma genliği nedir?

Bu problemi çözmek için ilk olarak şu gözlemi yapmamız gerekir. z-ekseni boyunca yukarı doğru bir α-parçacığının saçıldığı bozunma $m = 0$ durumundan kaynaklanır çünkü hem O^{16} hem de α-parçacığının spinleri sıfırdır ve hareketleri nedeniyle z-ekseni etrafında herhangi bir açısal momentuma sahip olamazlar. Bu genliği a olarak adlandıralım (her birim katı açı içinde). O zaman Şekil 19-4'teki gibi gelişigüzel bir açıda gerçekleşen bir bozunmamn genliğini bulmak için ihtiyacımız olan tek şey, bozunma yönünde sıfır açısal momentuma sahip genliğin başlangıç durumunu bilmektir. θ ve ϕ açısında bozunma genliği, a ile z-eksenine göre $|l, m\rangle$ durumunun z' eksenine göre $|l, 0\rangle$ durumuna dönüşeceği genliğin çarpımına eşittir. İkinci genlik sadece (19.31) denkleminde yazdığımız genliktir. α-parçacığmın θ ve ϕ açısında görülme olasılığı

$$P(\theta, \phi) = a^2|\langle l, 0 \mid R_y(\theta)R_z(\phi) \mid l, m\rangle|^2$$

olur. Şimdi $l = 1$ başlangıç durumunu ve farklı m değerlerini göz önüne alalım. 17-2 tablosundan bildiğimiz üzere, önemli genlikler aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned}
\langle 1, 0|R_y(\theta)R_z(\phi)|1, +1\rangle &= -\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta\, e^{i\phi} \\
\langle 1, 0|R_y(\theta)R_z(\phi)|1, 0\rangle &= \cos\theta \qquad (19.36) \\
\langle 1, 0|R_y(\theta)R_z(\phi)|1, -1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta\, e^{-i\phi}
\end{aligned}$$

Bunlar üç olası açısal genlik dağılımıdır; başlangıçtaki çekirdeğin m değerine bağlıdır.

(19.36)'daki gibi genlikler çok önemlidir ve *çeşitli isimler* alırlar. Eğer açısal genlik dağılımı bu üç fonksiyonun herhangi birisiyle orantılıysa ya da doğrusal kombinasyonları biçiminde ifade edilebiliyorsa, "sistemin bir açısal momentuma sahip olduğunu" söyleyebiliriz. Ya da "Ne^{20*}" atomunun bir p-dalgası ve α-parçacığı yayınladığını söyleyebiliriz. Ya da α-parçacığının "$l = 1$ durumunda" yayınlanmış olduğunu söyleyebiliriz. Aynı şeyi söylemenin birden fazla yolu olduğu için bir sözlük oldukça kullanışlı olacaktır. Eğer diğer fizikçilerin ne hakkında konuştuklarını bilmek istiyorsanız, terimleri hafızaya almanız gerekecektir. Tablo 19-1'de yörüngesel açısal momentuma ait bir sözlük verdik.

Eğer yörüngesel açısal momentum sıfırsa koordinat sistemini döndürdüğünüzde açıyla değişen bir şey olmayacaktır; açıya "bağımlılık" örneğin 1 gibi bir sabittir. Bu, "s-durumu" olarak adlandırılır ve açısal bağımlılıkla ilgilendiğimiz sürece buna benzer sadece tek bir durum vardır. Eğer yörüngesel açısal momentum 1 ise, açısal değişim genliği o zaman m değerine bağlı olarak, verilen bu üç fonksiyondan biri ya da kombinasyonu olabilir. Bu durumlar "p-durumu" olarak adlandırılır ve bunlardan üç adet vardır. Eğer yörüngesel açısal momentum 2 ise gösterildiği gibi beş fonksiyon vardır. Herhangi bir doğrusal kombinasyon "$l = 2$" ya da "d-dalgası" olarak adlandırılır. Şimdi diğer harfin ne olacağını tahmin edebilirsiniz; daha sonra s, p, d harflerinden sonra ne gelmelidir? Elbette alfabeye göre f, g, h gelmelidir. Harflerin bir anlamı yoktur. (Elbette bazı

Tablo 19-1
Yörüngesel açısal momentum sözlüğü
($l = j$ = bir tamsayı)

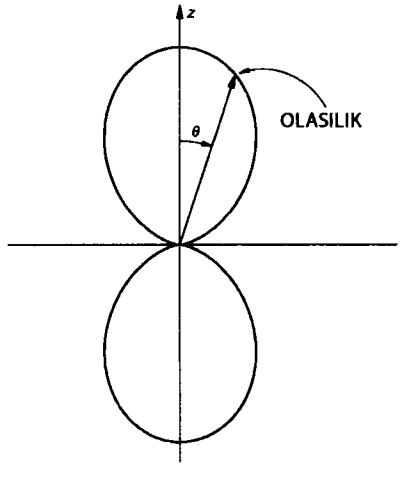
Yörüngesel açısal momentum l	z-bileşeni m	Genliğin açısal bağımlılığı	İsim	Durum sayısı	Yörünge paritesi
0	0	1	s	1	+
1	+1	$-\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta\, e^{i\phi}$	p	3	−
	0	$\cos\theta$			
	−1	$\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta\, e^{-i\phi}$			
2	+2	$\frac{\sqrt{6}}{4}\sin^2\theta\, e^{2i\phi}$	d	5	+
	+1	$\frac{\sqrt{6}}{2}\sin\theta\cos\theta\, e^{i\phi}$			
	0	$\frac{1}{2}(3\cos^2\theta - 1)$			
	−1	$-\frac{\sqrt{6}}{2}\sin\theta\cos\theta\, e^{-i\phi}$			
	−2	$\frac{\sqrt{6}}{4}\sin^2\theta\, e^{-2i\phi}$			
3		$\langle l, 0 \mid R_y(\theta)R_z(\phi) \mid l, m\rangle$	f		
4		$= Y_{l,m}(\theta, \phi)$	g	$2l + 1$	$(-1)^l$
5		$= P_l^m(\cos\theta)e^{im\phi}$	h		
⋮			⋮		

anlamlar türetebiliriz. (Atomun optik spektrumunun "keskin" çizgileri, "asıl" çizgileri, "yayılan" çizgileri ve "temel" çizgileri gibi.) Fakat günümüzde insanlar çizgi isimlerinin nereden geldiğini bilmemektedir. f harfinden sonra hiçbir özel isim olmadığı için g ve h harfleri kullanılmıştır.

Tablodaki açısal fonksiyonlar birkaç isimle anılır ve bazen önündeki katsayılar nedeniyle farklı gösterimlere sahip olurlar. Bazen "küresel harmonikler" olarak adlandırılırlar ve $Y_{l,m}(\theta, \phi)$ olarak gösterilirler. Bazen $P_l^m(\cos\theta)e^{im\phi}$ olarak yazılırlar ve $m = 0$ ise basitçe $P_l(\cos\theta)$ olarak gösterilirler. $P_l(\cos\theta)$ "Legendre polinomları" olarak ve $P_l^m(\cos\theta)$ fonksiyonları da "Bağlantılı Legendre fonksiyonları" olarak adlandırılır. Bu fonksiyonların tablosunu birçok kitapta bulabilirsiniz.

Tesadüfi olarak verilen bir l için bütün fonksiyonların aynı pariteye sahip olduğuna dikkat edin; tek l değerleri için ters çevirme işlemi altında işaretleri değişir ve çift l değerleri için işaretleri değişmez. Bu nedenle l yörüngesel açısal momentumun paritesini $(-1)^l$ şeklinde yazabiliriz.

Gördüğümüz gibi bu açısal dağılımlar nükleer bozunumlar gibi süreçlerde ya da bir elektronun hidrojen atomunda bulunma genliğinde karşımıza çıkar. Örneğin elektron p-durumundaysa ($l = 1$) bulunma genliği açıya çok çeşitli şekilde bağlı olabilir; fakat Tablo 19-1'dekilerin hepsi $l = 1$ için üç fonksiyonun doğrusal kombinasyonudur. $\cos\theta$ durumunu ele alalım. Bu ilginç bir durumdur. Genliğin, örneğin üst kısımda pozitif ($\theta < \pi/2$) alt kısmında da negatif ($\theta < \pi/2$) olduğu ve $\theta = 90°$ olduğunda da sıfır olacağı anlamına gelir. Genliğin karesini alırsak elektronun bulunma olasılığının Şekil 19-5'te gösterildiği gibi θ değeriyle değiştiğini görebilirsiniz ve ϕ açısından bağımsızdır. Bu açısal dağılım, bir moleküler bağlanmada, $l = 1$ durumundaki bir elektronun diğer atom tarafından çekilmesinin yönüne bağlı olduğu anlamına gelir; bu, kimyasal çekimin yönlü değerlik durumlarının kökenidir.



Şekil 19-5 $l = 1$ ve $m = 0$ durumunda bulunan bir elektronun z-eksenine göre değişik açılarda bulunma genliği olan $\cos^2\theta$'nın kutupsal grafiği.

19-4 Hidrojen için genel çözüm

(19.35) denkleminde hidrojen atomunun dalga fonksiyonunu

$$\psi_{l,m}(r) = aY_{l,m}(\theta,\phi)F_l(r) \tag{19.37}$$

olarak yazdık. Bu dalga fonksiyonu (19.7) diferansiyel denkleminin çözümü olmalıdır. Bunun ne anlama geldiğini görelim. (19.37)'yi (19.7)'de yerine yazarsak

$$\frac{Y_{l,m}}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(rF_l) + \frac{F_l}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial Y_{l,m}}{\partial\theta}\right) + \frac{F_l}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 Y_{l,m}}{\partial\phi^2}$$

$$= -\frac{2m}{\hbar^2}\left(E + \frac{e^2}{r}\right)Y_{l,m}F_l \tag{19.38}$$

elde ederiz. Şimdi her iki tarafı r^2/F_l değeriyle çarpıp terimleri düzenlersek

$$\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial Y_{l,m}}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2 Y_{l,m}}{\partial\phi^2}$$

$$= -\left[\frac{r^2}{F_l}\left\{\frac{1}{r}\frac{d^2}{dr^2}(rF_l) + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E + \frac{e^2}{r}\right)F_l\right\}\right]Y_{l,m} \tag{19.39}$$

elde ederiz. Bu denklemin sol tarafı θ ve ϕ'ye bağımlıdır fakat *r'ye bağlı değildir*. r için hangi değeri seçersek seçelim sol taraf değişmez. *Bu aynı zamanda sağ taraf için de doğru olmalıdır.* Köşeli parantezdeki her terim dağınık *r'ler* içerdiği için bütün kısım *r'ye* bağlı olamaz. Aksi takdirde bütün r değerleri için geçerli bir denkleme sahip olamazdık. Gördüğünüz gibi parantez ayrıca θ ya da ϕ'ye bağlı değildir. Bir sabit olmalıdır. Belki de üzerinde çalıştığımız durumun l-değerine bağlıdır; çünkü F_l fonksiyonu bu durum için uygun olan fonksiyonlardan biridir; bu terimi K_l olarak adlandıralım. (19.39) denklemi bu nedenle iki denkleme eşittir:

$$\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial Y_{l,m}}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2 Y_{l,m}}{\partial\phi^2} = -K_l Y_{l,m} \tag{19.40}$$

$$\frac{1}{r}\frac{d^2}{dr^2}(rF_l) + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E + \frac{e^2}{r}\right)F_l = K_l\frac{F_l}{r^2} \tag{19.41}$$

Şimdi ne yaptığımıza bakalım. l ve m tarafından tanımlanan herhangi bir durum için, $Y_{l,m}$ fonksiyonunu biliyoruz; K_l sabitini tanımlamak için (19.40) denklemini kullanabiliriz. K_l sabitini (19.41) denkleminde yerine yazarsak $F_l(r)$ fonksiyonu için bir diferansiyel denklem elde ederiz. Eğer $F_l(r)$ için bu denklemi çözersek bulduğumuz her şeyi (19.37)'de yerine yazarak $\psi(r)$ fonksiyonuna ulaşabiliriz.

K_l nedir? İlk olarak bütün m değerleri için aynı olmalıdır bu nedenle $Y_{l,m}$ için herhangi bir m değerini seçebiliriz ve (19.40) denkleminde yerine yazarak K_l'yi bulabiliriz. Belki de en kolayı $Y_{l,l}$ fonksiyonunu kullanmaktır. (18.24) denkleminden

$$R_z(\phi)\,|l,l\rangle = e^{il\phi}\,|l,l\rangle \tag{19.42}$$

elde edilir. $R_y(\theta)$ matris elemanını yazmaksa oldukça kolaydır:

$$\langle l,0|\,R_y(\theta)\,|l,l\rangle = b\,(\sin\theta)^l \tag{19.43}$$

Burada *b bir sayıdır.** Bu ikisini birleştirerek

$$Y_{l,l} \propto e^{il\phi}\sin^l\theta \tag{19.44}$$

---

* Bu sayının (18.35) denkleminden geldiğini görebilirsiniz fakat ilk elden Bölüm 18-4'te kullandığımız fikirleri takip ederek nasıl geldiğini kolayca görebilirsiniz. $|l,\,l\rangle$ durumu tüm spinleri yukarı olan $2l$ adet yarım-spinli parçacıktan meydana gelir. $|l,\,0\rangle$ durumundaysa l adet spin yukarı ve l adet spin aşağı parçacık vardır. Dönmeler altında yukarı spinli durumun genliği $\cos\theta/2$'den $-\sin\theta/2$'ye gider. Şimdi l adet spin yukarı durumun spin-yukarı olarak kalma genliğini ve l adet spin aşağı durumun spin-aşağı olarak kalma genliğini bulmak istiyoruz. Bunun genliği $(-\cos\theta/2\,\sin\theta/2)^l$'dir.

elde ederiz. Bu fonksiyonu (19.40) denkleminde yazarsak

$$K_l = l(l+1) \tag{19.45}$$

sonucunu buluruz.

Şimdi K_l'yi tanımlamış olduk. (19.41) denklemi $F_l(r)$ radyal fonksiyonu hakkında bir şeyler söylemektedir. Elbette sadece açısal kısmı K_lF_l/r^2 değeriyle değiştirilmiş bir Schrödinger denklemidir. Şimdi (19.41) denklemini (19.8) denklemi biçiminde yazalım:

$$\frac{1}{r}\frac{d^2}{dr^2}(rF_l) = -\frac{2m}{\hbar^2}\left\{E + \frac{e^2}{r} - \frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2}\right\}F_l \tag{19.46}$$

Potansiyel enerjiye gizemli bir terim eklenmiştir. Bu terimi bazı matematiksel hileler kullanarak elde etmiş olsak da basit fiziksel bir kökene sahiptir. Klasik fikirleri kullanarak nereden kaynaklandığı hakkında birkaç ipucu vermek istiyoruz. Belki de o zaman daha gizemli bulursunuz.

Bir merkezi kuvvet etrafında dolanan klasik bir parçacığı düşünün. Bütün enerji korunumludur ve potansiyel ile kinetik enerjinin toplamı kadardır:

$$U = V(r) + \tfrac{1}{2}mv^2 = \text{sabit}$$

Genelde v, radyal bir bileşene v_r ve teğet bileşene $r\dot{\theta}$ ayrılabilir; o zaman

$$v^2 = v_r^2 + (r\dot{\theta})^2$$

olur. Açısal momentumda $mr^2\dot{\theta}$ korunumludur; L'ye eşit olduğunu düşünelim:

$$mr^2\dot{\theta} = L \qquad \text{ya da} \qquad r\dot{\theta} = \frac{L}{mr}$$

O zaman enerjiyi aşağıdaki gibi ifade edebiliriz:

$$U = V(r) + \frac{1}{2}mv_r^2 + \frac{L^2}{2mr^2}$$

Eğer açısal momentum olmasaydı sadece iki terime sahip olurduk. L açısal momentumuyla birlikte enerjiye $L^2/2mr^2$ terimi eklenmiş oldu. Fakat bu neredeyse (19.46)'daki terimle aynıdır. Tek fark açısal momentum için $l^2\hbar^2$ yerine $l(l+1)\hbar^2$ teriminin gelmesidir. Fakat daha önce gördüğümüz gibi, (örneğin II. Cilt, Bölüm 34-7)* bu durum, yarı klasik bir argümanın doğru bir kuantum mekaniksel hesaplamayla uyumlu olması için gereken şeydir. O zaman bu terimin, dönen bir sistem için radyal hareket denklemlerinde ortaya çıkan ve "merkezcil kuvveti" veren "sözde-potansiyel" gibi bir terim olduğunu anlarız. ("Sözde-kuvvetler" üzerine yapılan tartışmalar için bakınız, I. Cilt, Bölüm 12-5).

Şimdi $F_l(r)$ için (19.46) denklemini çözmeye hazırız. (19.8) denklemine benzediği için aynı tekniği kullanacağız. Ek olarak

$$-l(l+1) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k\rho^{k-2} \tag{19.47}$$

terimine sahip olan (19.19) denklemini elde edene dek her şey eskisi gibi gidecektir. Bu terim ayrıca

$$-l(l+1)\left\{\frac{a_1}{\rho} + \sum_{k=1}^{\infty} a_{k+1}\rho^{k-1}\right\} \tag{19.48}$$

şeklinde ifade edilebilir. (İlk terimi hesapladık ve daha sonra k yerine $k-1$ yazdık.) Böylece (19.20) denkleminin yerine

$$\sum_{k=1}^{\infty}[\{k(k+1) - l(l+1)\}a_{k+1} - 2(ak-1)a_k]\rho^{k-1} - \frac{l(l+1)a_1}{\rho} = 0 \tag{19.49}$$

elde ederiz.

---

* Bu cildin ek kısmına bakınız.

ρ^{-1} içeren sadece bir terim olduğu için, bu terim sıfır olmalıdır. a_1 katsayısı da sıfır olmalıdır. ($l = 0$ olmadıkça ve bir önceki çözüme sahip olduğumuz sürece.) Her k için parantez içindeki terim sıfır olduğundan diğer terimlerin her biri de sıfır olmalıdır. Bu koşul (19.22) denklemiyle

$$a_{k+1} = \frac{2(\alpha k - 1)}{k(k+1) - l(l+1)}\, a_k \tag{19.50}$$

sayesinde yerdeğiştirir. Bu, küresel simetrik durumdan tek önemli değişimdir.

Eğer bağlı elektronları gösteren çözümlere sahipsek daha önce olduğu gibi seriler sona ermelidir. Seriler eğer $\alpha n = 1$ ise $k = n$ durumunda sona erer. Yeniden α üzerinde benzer bir koşul elde ederiz: n pozitif bir sayı olmak üzere $1/n$ ifadesine eşit olmalıdır. Bununla birlikte (19.50) denklemi yeni bir kısıtlama verir. k indisi l'ye eşit olamaz, çünkü payda sıfır olacağından a_{l+1} sonsuz olur. Yani $a_1 = 0$ olduğu için (19.50) denklemi, a_{l+1} sıfır olmadığı sürece, tüm ardışık a_k terimlerinin sıfır olacağını söyler. Bu, k'nın $l + 1$'den başlayıp n'de bitmesi anlamına gelir.

Böylelikle sonucumuz, herhangi bir l için, $n \geq l + 1$ olmak üzere $F_{n,l}$ olarak adlandırılan çok sayıda olası çözüm olduğunu göstermektedir. Her bir çözümün enerjisi

$$E_n = -\frac{me^4}{2\hbar^2}\left(\frac{1}{n^2}\right) \tag{19.51}$$

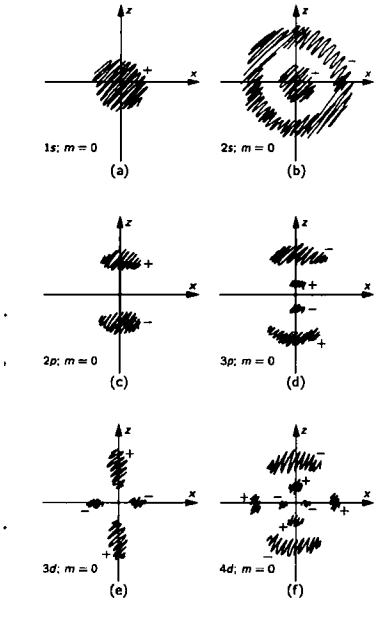
olur. Açısal kuantum numaraları m ve l olan bu enerjiye sahip durumların dalga fonksiyonu

$$\psi_{n,l,m} = a\, Y_{l,m}(\theta, \phi)\, F_{n,l}(\rho) \tag{19.52}$$

ve

$$\rho F_{n,l}(\rho) = e^{-\alpha\rho} \sum_{k=l+1}^{n} a_k \rho^k \tag{19.53}$$

olarak bulunur. a_k katsayılarıysa Denk. (19.50)'den elde edilir. Sonuç olarak hidrojen atomunun durumlarının tam bir çözümünü elde etmiş oluruz.



Şekil 19-6 Hidrojenin dalga fonksiyonunun genel doğasını kabaca gösteren tasvir. Gölgeli bölgeler genliğin büyük olduğu yerlerdir. Artı ve eksi işaretleri her bir bölgedeki genliklerin göreli işaretlerini gösterir.

19-5 Hidrojenin dalga fonksiyonu

Şimdi neyi bulduğumuzu inceleyelim. Bir Coulomb alanındaki elektron için Schrödinger denklemini sağlayan durumlar, hepsi tamsayı olan n, l, m kuantum sayıları tarafından belirlenir. Elektron genliğinin açısal dağılımı $Y_{l,m}$ olarak adlandırdığımız belirli bir biçime sahiptir. Burada l, *toplam açısal kuantum sayısını* ve m, *"manyetik" kuantum sayısını gösterir* ve $-l$'den $+l$'ye değişir. Her bir açısal durum için elektron genliğinin farklı olası radyal dağılımları $F_{n,l}(r)$ mevcuttur; n, *temel kuantum sayısı* olarak adlandırılır ve $l + 1$'den ∞'a değişir. Enerji durumları sadece n değerine bağlıdır ve n arttıkça artar.

En düşük enerjili durum, ya da taban durumu, s-durumudur ve $l = 0$, $n = 1$, $m = 0$ değerlerine sahiptir. "Eşenerjili olmayan" durumdur; bu enerjiye sahip tek bir durum vardır ve dalga fonksiyonu küresel simetriktir. Elektronun bulunma genliği merkezde en büyüktür ve merkeze olan uzaklık arttıkça düzgün olarak azalır. Elektronun genliğini, Şekil 19-6(a)'da gösterildiği üzere, bir damla gibi gösterebiliriz.

$n = 2, 3, 4, \ldots$ için yüksek enerjili diğer s-durumları da vardır. Her bir enerji için sadece bir $m = 0$ durumu vardır ve hepsi küresel simetriktir. Bu durumların genliği r arttıkça bir ya da birkaç kez işaret değiştirir. $n - 1$ adet küresel boğum yüzeyi vardır; bu yerlerde ψ sıfıra gider. $2s$-durumu ($l = 0$, $n = 2$) Şekil 19-6(b)'de gösterildiği gibidir. (Karanlık bölgeler genliğin büyük olduğu yerleri göstermektedir ve artı ile eksi işaretleri genliğin göreli evrelerini göstermektedir.) s-durumlarının enerji düzeyleri Şekil 19-7'de gösterilmiştir.

Daha sonra $l = 1$ olan *p-durumları* gelir. 2 ya da daha fazla olan her n için eşenerjili üç durum ($m = +1$, $m = 0$, $m = -1$) vardır. Enerji düzeyleri Şekil 19-7'de gösterilmiştir. Bu durumların açısal bağımlılığı Tablo 19-1'de gösterilmiştir. Örneğin $m = 0$ durumunda, sıfırın yakınındaki θ açıları için eğer genlik pozitif ise, 180° yakınındaki θ için genlik negatif olacaktır. xy-düzlemiyle çakışan bir düğüm düzlemi vardır. $n > 2$ için küresel düğümler de bulunmaktadır. $n = 2$, $m=0$ genliği Şekil 19-6(c)'de ve $n = 3$, $m = 0$ dalga fonksiyonu Şekil 19-6(d)'de gösterilmiştir.

m bir şekilde uzayda "yönelimi" gösterdiği için, x-ekseni ya da y-ekseni boyunca genliklerin benzer tepe noktası dağılımlarına sahip olacağını düşünebilirsiniz. $m = +1$ ve $m = -1$ durumları olası mı? Hayır. Fakat eşit enerjili üç duruma sahip olduğumuz için bu üç durumun herhangi bir doğrusal kombinasyonu benzer enerjili durağan durumlar olacaktır. "x-durumu" –Şekil 19-6(c)'nin $m = 0$ durumu ya da z-durumuna karşılık gelen– $m = +1$ ve $m = -1$ durumlarının doğrusal bir kombinasyonudur. "y-durumu" ise başka bir doğrusal kombinasyon durumudur:

$$\text{"}z\text{"} = \quad |1, 0\rangle$$

$$\text{"}x\text{"} = -\frac{|1, +1\rangle - |1, -1\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$\text{"}y\text{"} = -\frac{|1, +1\rangle + |1, -1\rangle}{i\sqrt{2}}$$

Kendi eksenlerine göre tüm bu durumlar benzer görünmektedir.

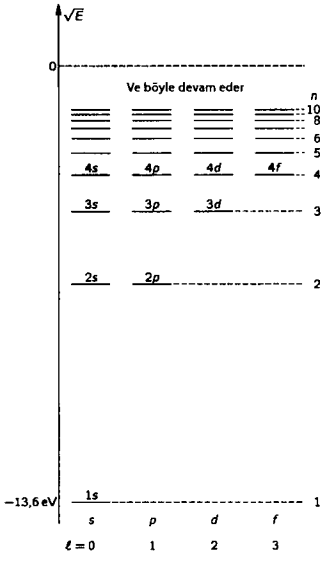
d-durumu ($l = 2$) her bir enerji için m'in beş farklı değerine sahiptir, en düşük enerjili durum $n = 3$'tür. Düzeyler Şekil 19-7'de gösterilmiştir. Açısal bağımlılık karmaşık bir hale gelmiştir. Örneğin $m = 0$ durumu iki konik boğuma sahiptir bu nedenle dalga fonksiyonunun, kuzey kutbundan güney kutbuna gidildikçe, evresi +'dan –'ye ve –'den +'ya değişir. $m = 0$ için $n = 3$, $n = 4$ durumları kabaca Şekil 19-6'nın (e) ve (f) kısımlarında gösterilmiştir. Büyük n değerleri yeniden küresel düğüme sahip olur.

Olası durumlara artık daha fazla değinmeyeceğiz. Birçok kitapta hidrojen atomunun daha detaylı incelenmiş halini bulabilirsiniz. İki iyi referans verebiliriz, L. Pauling ve E. B. Wilson, *Kuantum Mekaniğine Giriş* [*Introduction to Quantum Mechanics*], *McGraw-Hill (1935); ve R. B. Leighton Modern Fiziğin İlkeleri* [*Principles of Modern Physics*], *McGraw-Hill* (1959). Birçok fonksiyonun ve durumun grafiğini bu kitaplarda bulacaksınız.

Daha büyük l değerleri için dalga fonksiyonlarının bir özelliğini daha vurgulamak istiyoruz; $l > 0$ için genlikler merkezde sıfırdır. Bu sürpriz değildir çünkü yarıçap kolu çok küçükse bir elektronun açısal momentuma sahip olması mümkün değildir. Bu nedenle l büyüdükçe genlikler merkezden daha çok "uzağa itilir." Eğer küçük r değerleri için $F_{n,l}(r)$ radyal fonksiyonunu incelerseniz, (19.53) denkleminden

$$F_{n,l}(r) \approx r^l$$

elde ederiz. r'ye bunun gibi bir bağımlılığın anlamı, büyük l değerleri için, uygun bir genlik elde etmeden önce $r = 0$'dan oldukça uzaklaşmanızdır. Tesadüfi bir şekilde bu davranış radyal denklemdeki merkezcil kuvvet tarafından tanımlanır bu nedenle benzer şey, çoğu atomik potansiyelin sahip olduğu, $1/r^2$'den daha yavaş değişen herhangi bir potansiyel için uygulanabilir.



Şekil 19-7 Hidrojen için enerji düzey diyagramı.

19-6 Periyodik tablo

Şimdi hidrojen atom kuramını elementlerin periyodik tablosunu anlamak için kullanacağız. Atomik numarası Z olan bir element için, çekirdeklerin elektriksel çekimi tarafından bir arada tutulan Z adet elektron vardır. Tam bir çözüm elde etmek için bir Coulomb alanındaki Z elektronlu Schrödinger denklemini çözmemiz gerekir. Helyum için bu denklem aşağıdaki gibidir:

$$-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}(\nabla_1^2\psi + \nabla_2^2\psi) + \left(-\frac{2e^2}{r_1} - \frac{2e^2}{r_2} + \frac{e^2}{r_{12}}\right)\psi$$

Burada $r_{12} = |r_1 - r_2|$'dir ve ∇_1^2, r_1 üzerine etki eden; (∇_2^2, r_2 üzerine etki eden) Laplace işlemcisidir. (Yeniden elektronun spinini ihmal ediyoruz.) Durağan durumları ve enerji düzeylerini bulmak için

$$\psi = f(r_1, r_2)\, e^{-(i/\hbar)Et}$$

biçiminde çözümler gerekir. Geometrik bağımlılık altı değişkene sahip f fonksiyonunu içerir; yani iki elektronun konumunu. En düşük enerjili durumlar sayısal yöntemlerle hesaplanıyor olsa da, hiç kimse analitik bir çözüm bulamamıştır.

3, 4 ya da 5 elektron için, kesin bir çözüm elde etmek olası değildir bu nedenle kuantum mekaniğinin periyodik tabloyu tam olarak açıkladığını söylemekten oldukça uzağız. Bununla birlikte periyodik tablodaki çoğu kimyasal elementin durumunu anlamak için, en azından niteliksel olarak, kaba bir yaklaşım geliştirebiliriz.

Atomların kimyasal özellikleri başlangıç olarak en düşük enerjili durumlar tarafından belirlenir. Durumları ve enerjilerini bulmak için yaklaşık bir kuramı şu şekilde geliştireceğiz. İlk olarak elektronların spinlerini ihmal ediyoruz fakat dışarlama ilkesinin doğru olduğunu biliyoruz ve herhangi bir elektronik durumun sadece bir elektron tarafından doldurulabileceğinden eminiz. Yani herhangi bir yörünge durumunda sadece iki elektron bulunabilir; birisi spin yukarı diğeri spin aşağı. Daha sonra elektronlar arasındaki etkileşimi ihmal edeceğiz ve her bir elektronun çekirdeğin ve tüm diğer elektronların oluşturduğu *merkezcil alanda* hareket ettiğini varsayacağız. Yani 10 elektrona sahip neonun, çekirdek ve diğer tüm 9 elektron tarafından meydana getirilen ortalama potansiyeli hissettiğini varsayacağız. Schrödinger denkleminde her bir elektron için, diğer elektronların küresel simetrik yük yoğunluğundan kaynaklanan ve $1/r$ şeklinde değişen bir $V(r)$ potansiyeli olduğunu hayal edeceğiz.

Bu modelde her bir elektron serbest bir parçacık gibi davranır. Bu dalga fonksiyonunun açısal bağımlılığı hidrojen atomu için bulduğumuz dalga denklemine benzerdir. s-durumu, p-durumu vb durumlar olacaktır; farklı olası m-değerlerine sahip olacaktır. Artık $V(r)$, $1/r$ şeklinde gittiği için dalga fonksiyonunun radyal kısmı daha farklı olacaktır fakat niteliksel olarak benzerdir bu nedenle aynı radyal, n kuantum sayısına sahip olur. Durumların enerjisi de bir şekilde farklı olacaktır.

H

Bu fikirleri kullanarak ne elde edeceğimizi görelim. Hidrojenin taban durumu $l = m = 0$ ve $n = 1$ durumuna sahiptir; elektronun konfigürasyonunun $1s$ olduğunu farz edeceğiz. Enerjisi –13,6 eV'tur. Yani elektronu atomdan uzaklaştırmak için 13,6 eV gerekir. Bunu "iyonizasyon enerjisi" olarak adlandıracağız, W_I. Büyük iyonizasyon enerjisi elektronun daha zor koparılacağı ve genel olarak maddenin kimyasal olarak daha az aktif olduğu anlamına gelir.

He

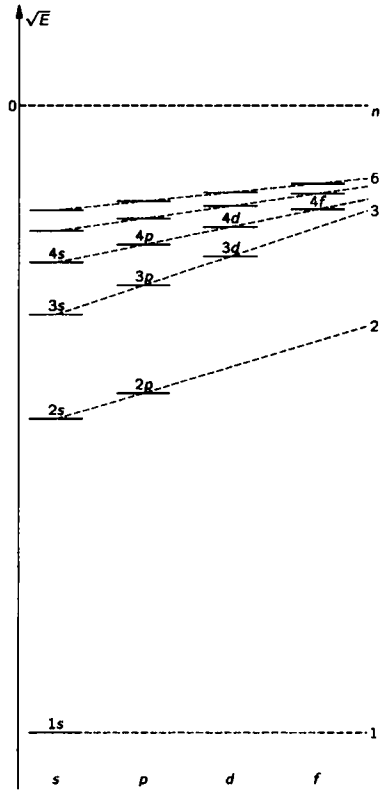
Şimdi Helyumu ele alalım. Her iki elektronu da aynı en düşük enerjili durumda olabilir (biri spin yukarı diğeri spin aşağı). En düşük enerjili durumda elektron, küçük r durumları için $z = 2$ ve en büyük r durumları için $z = 1$ Coulomb potansiyelindeymiş gibi hareket eder. Sonuç, $1s$ durumundan daha düşük bir enerjiye sahip "hidrojen-benzeri" bir durumdur. Her iki elektron da aynı $1s$ durumunu işgal eder ($l = 0$, $m = 0$). Gözlemlenen iyonizasyon enerjisi 24,6 elektron volttur. $1s$ "kabuğu" dolu olduğu için –sadece iki elektron doldurabilir– bir elektronun diğer atom tarafından çekilme eğilimi oldukça zayıftır. Helyum kimyasal olarak etkisiz elementtir.

Li

Lityumun çekirdeği 3 yüke sahiptir. Elektron durumları hidrojen benzeridir ve üç elektron da en düşük üç enerji düzeyini doldurur. İkisi $1s$ durumunu işgal eder ve üçüncüsü de $n = 2$ durumuna gidecektir. Peki $l = 0$ ya da $l = 1$ durumu?

Hidrojen atomunda bu durumlar eşenerjilere sahiptir fakat diğer atomlarda birazdan açıklayacağımız nedenden dolayı böyle değildir. 2*s* durumunun çekirdeğin yakınındayken benzer genliğe sahip olduğunu fakat 2*p* durumunun buna sahip olmadığını hatırlayın. Diğer bir deyişle, 2*s* elektronu Li çekirdeğinin üç elektrik yükünü hisseder fakat 2*p* elektronu, tek bir yükün yarattığı Coulomb alanına benzer bir alanda kalmaya devam eder. Enerji düzeyleri kabaca Şekil 19-8'de gösterilmiştir; bu diyagramı hidrojen için çizilen Şekil 19-7'yle karşılaştırabilirsiniz. Bu nedenle lityum atomu 1*s* durumunda iki ve 2*s* atomunda 1 elektrona sahip olur. 2*s* elektronu 1*s* elektronundan daha fazla enerjiye sahip olduğu için daha kolay hareket eder. Lityumun enerjisi sadece 5,4 elektron volttur ve kimyasal olarak oldukça aktiftir.

Bu nedenle geliştireceğimiz modeli anlayabilirsiniz; Tablo 19-2'de ilk 36 elementi içeren bir liste verdik ve her bir atomun taban durumunu dolduran elektron durumunu gösterdik. Tablo en gevşek bağlı elektronların iyonizasyon enerjisini ve her bir kabuk tarafından doldurulan elektron sayısını vermektedir;



Şekil 19-8 Bir atomik elektronun diğer elektronların varlığındaki şematik enerji düzeyi diyagramları. (Ölçek Şekil 19-7'yle aynı değildir.)

Tablo 19-2
İlk 36 elementin elektron konfigürasyonu

Z	Element	W_I(eV)	Elektron Konfigürasyonu									
			1*s*	2*s*	2*p*	3*s*	3*p*	3*d*	4*s*	4*p*	4*d*	4*f*
1	H *hidrojen*	13,6	1									
2	He *helyum*	24,6	2									
3	Li *lityum*	5,4		1								
4	Be *berilyum*	9,3		2								
5	B *bor*	8,3		2	1							
6	C *karbon*	11,3	DOLU	2	2		Her bir durumdaki					
7	N *nitrojen*	14,5	(2)	2	3		elektron sayısı					
8	O *oksijen*	13,6		2	4							
9	F *flor*	17,4		2	5							
10	Ne *neon*	21,6		2	6							
11	Na *sodyum*	5,1				1						
12	Mg *magnezyum*	7,6				2						
13	Al *alüminyum*	6,0				2	1					
14	Si *silikon*	8,1	DOLU			2	2					
15	P *fosfor*	10,5				2	3					
16	S *sülfür*	10,4	(2)		(8)	2	4					
17	Cl *klor*	13,0				2	5					
18	Ar *argon*	15,8				2	6					
19	K *potasyum*	4,3							1			
20	Ca *kalsiyum*	6,1							2			
21	Sc *skandiyum*	6,5						1	2			
22	Ti *titanyum*	6,8						2	2			
23	V *vanadyum*	6,7		DOLU				3	2			
24	Cr *krom*	6,8						5	1			
25	Mn *manganez*	7,4	(2)		(8)	(8)		5	2			
26	Fe *demir*	7,9						6	2			
27	Co *kobalt*	7,9						7	2			
28	Ni *nikel*	7,6						8	2			
29	Cu *bakır*	7,7						10	1			
30	Zn *çinko*	9,4						10	2			
31	Ga *galyum*	6,0							2	1		
32	Ge *germanyum*	7,9		DOLU					2	2		
33	As *arsenik*	9,8							2	3		
34	Se *selenyum*	9,7	(2)		(8)		(18)		2	4		
35	Br *brom*	11,8							2	5		
36	Kr *kripton*	14,0							2	6		

yani *n sayısını*. Farklı l durumları farklı enerjilere karşılık geldiği için her bir l değeri $2(2l + 1)$ olası durumun (farklı m ve elektron spinli) alt-kabuğuna karşılık gelir. Bu durumların hepsi, ihmal ettiğimiz küçük etkiler haricinde aynı enerjiye sahiptir.

Be

Berilyum lityuma benzer fakat hem $1s$ hem de $2s$ durumunda iki elektron vardır.

B'den Ne'ye

Borun 5 elektronu vardır. Beşinci elektron $2p$ durumuna gitmelidir. $2 \times 3 = 6$ farklı $2p$ durumu olduğu için, toplamı 8 oluncaya dek elektron ekleyebiliriz. Bunu neon için yapacağız. Bu elektronları eklediğimizde Z artacağı için bütün elektron dağılımı çekirdeğe yaklaşır ve $2p$ durumlarının enerjisi azalır. Bu arada neonun iyonlaşma enerjisi 21,6 eV olur. Neon kolay kolay bir elektron vermez. Doldurulacak daha fazla düşük-enerjili durum olmadığı için ek bir elektron yakalanamaz. Neon kimyasal olarak soydur. Diğer yandan flor, elektronun düşük enerjili bir duruma inebileceği boş bir konuma sahiptir bu nedenle kimyasal tepkimelerde oldukça aktiftir.

Na'dan Ar'a

Sodyumdaki on birinci elektron yeni bir kabuk bulmalıdır; $3s$ durumuna giderek. Bu durumun enerji düzeyi çok yüksektir; iyonizasyon enerjisi artar; bu nedenle sodyum aktif bir elementtir. Sodyumdan argona $n = 3$, s ve p durumları, tıpkı lityumdan neona gelinceye kadar olduğu gibi benzer şekilde dolar. Dıştaki dolu olmayan kabuklarda elektronların açısal konfigürasyonları ve iyonizasyon enerjisinin artışı benzerdir. Kimyasal özelliklerin artan atom numaralarıyla kendini neden tekrar ettiğini görüyorsunuz. Magnezyum kimyasal olarak berilyuma oldukça benzerdir ve silikon karbona ve klor flora oldukça benzer. Argon tıpkı neon gibi soydur.

Lityum ile neon arasındaki iyonlaşma enerjisinin özel sıralı değişimini fark etmişsinizdir, benzer bir değişim sodyum ile argon arasında da meydana gelir. Son elektron oksijen atomuna beklediğimizden daha az bağlanır. Kükürt için de durum budur. Peki neden böyle? Eğer elektronlar arasındaki etkileşimin sonuçlarını biraz hesaba katmış olsaydık bunu anlayabilirdik. İlk olarak bor atomuna $2p$ elektronu eklediğimizde neler olacağını görelim. Altı olasılık vardır; her biri iki spinli üç olası p-durumu. Spin yukarı bir elektronun, ayrıca "z" durumu olarak adlandırılan, $m = 0$ durumuna gittiğini hayal edelim. Karbon atomunda durum ne olur? Şimdi iki adet $2p$ elektronumuz vardır. Eğer içlerinden birisi "z" durumuna giderse ikincisi nereye gider? Eğer ilk elektrondan uzaktaysa, örneğin $2p$ kabuğundaki "x" durumundaysa, daha düşük enerjili duruma gider. (Bu durumun, $m = +1$ ve $m = -1$ durumlarının doğrusal kombinasyonları olduğunu hatırlayın.) Nitrojen atomunda, üç $2p$ elektronu eğer "x", "y" ve "z" durumlarına giderse, aynı en düşük enerjili durumda olurlar. Bununla birlikte oksijen atomu için oyunun sonudur. Dördüncü elektron (zıt spinli) dolu durumların birine gitmelidir. Bu durumda elektron güçlü bir şekilde itilir bu nedenle enerjisi diğer şekilde sahip olacağı kadar düşük olmayacaktır ve daha hızlı bir şekilde uzaklaşır. Bu durum bağlanma enerjilerindeki (nitrojen ile oksijen arasındaki ya da fosfor ile kükürt arasındaki) sıralamanın bozulmasını açıklar.

K'dan Zn'ye

Argondan sonra yeni elektronların ilk olarak $3d$ durumlarını doldurmasını bekleriz. Fakat durum böyle değildir. Daha önce açıkladığımız gibi –ve Şekil 19-8'de gösterdiğimiz gibi– daha yüksek açısal momentum durumlarının enerjileri

artırılır. Bu nedenle 3*d* durumunda bulunması gereken enerji biraz artarak 4*s* enerji durumunun enerjisine kayar. Bu nedenle potasyumdaki son elektron 4*s* durumuna gider. Kalsiyumdaki bu kabuk dolduktan sonra (iki elektronlu) 3*d* durumu skandiyum, titanyum ve vanadyum için dolmaya başlar.

3*d* ve 4*s* durumlarının enerjileri birbirlerine yaklaşır ve bunun etkisiyle *d* durumu her iki yönde de biraz kayar. Dört elektronu 3*d* durumuna koyduğumuzda aralarındaki itme, enerjiyi 3*d* durumunun biraz yukarısına 4*s* durumuna çıkarır böylece bir elektron kaymış olur. Krom için beklediğimiz 4, 2 kombinasyonunu elde edemeyiz bunun yerine 5, 1 kombinasyonunu elde ederiz. Manganeze eklenen bu yeni elektron 4*s* kabuğunu yeniden doldurur ve bu nedenle 3*d* kabuğunun durumu bakırı elde edinceye dek tek tek dolar.

Manganez, demir, kobalt ve nikelin en dış kabuğu aynı konfgürasyona sahip olduğu için, aynı kimyasal özelliklere sahip olurlar. (Bu etki, benzer dış kabuklara sahip olan fakat kimyasal özelliklerine çok az katkısı olan iç kabuklarını devamlı olarak dolduran nadir elementleri tanımlar.)

Bakırda bir elektron 4*s* kabuğundan soyulmuştur ve bu nedenle 3*d* kabuğu tamamen doludur. 10, 1 kombinasyon enerjisi bakırın 9, 2 kombinasyonuna oldukça benzer fakat diğer atom dengeyi biraz kaydırmıştır. Bu nedenle bakırın son iki elektronu neredeyse aynıdır ve böylece bakır ya 1 ya da 2 değerlik alır. (Bazen elektronları 9, 2 kombinasyonuna sahipmiş gibi davranır.) Benzer şeyler diğer yerlerde de meydana gelir ve demir gibi diğer metaller iki değerlik elektronuyla da kimyasal olarak etkileşime girebilirler. Çinkoda hem 3*d* hem de 4*s* kabukları doludur.

Ga'dan Kr'ye

Galyumdan kriptona sıra yeniden normal olarak ilerler ve 4*p* durumu doldurulur. Dış kabuklar, enerjiler ve kimyasal özellikler bordan neona ve alüminyumdan argona takip edilen sırayı tekrarlar.

Kripton, neon ve argon gibi, "soy" gaz olarak bilinir. Üçü de kimyasal olarak eylemsizdir. Göreli olarak düşük enerjili durumlar dolu olduğu için diğer elementlerle kombinasyona girme şansları çok azdır. Berilyum ve magnezyumun *s*-kabuğu doludur fakat bu kabukların enerjileri kararlılığın oluşması için oldukça yüksektir. Eğer 3*d* kabuğunun enerjisi daha düşük olsaydı (ya da 4*s* kabuğunun enerjisi daha yüksek olsaydı) benzer şeyi bir diğer "soylu" nikel için de bekleyebilirdik. Diğer yandan kripton tam olarak etkisiz değildir; klorla zayıf bağlı bir bileşik yapabilir.

Örneklerimiz periyodik tablonun ana karakterinin çoğunu tanımladığı için incelememizi 36 element numarasında bırakıyoruz; hâlâ yetmiş ya da daha fazla element vardır!

Fakat bir noktayı daha vurgulamak istiyoruz; sadece değerlik hakkında değil aynı zamanda kimyasal bağların yönlü özelliklerine de değinmek istiyoruz. Dört 2*p* elektronuna sahip oksijen gibi bir atomu ele alalım. İlk üçü "*x*", "*y*" ve "*z*" durumlarına gider ve dördüncüsü de bu durumlardan birine gider ve örneğin "*x*" ve "*y*" durumlarından birini boş bırakır. O zaman H_2O durumunda ne olacağına bakalım. İki hidrojenin her biri oksijen ile bir elektronu paylaşmaya eğilimlidir ve böylece oksijenin bir kabuğunun doldurulmasına yardımcı olur. Bu elektronlar boş "*x*" ve "*y*" durumlarından birine gider. Bu nedenle su molekülü, oksijenin merkezine göre dik açıda iki hidrojen molekülüne sahiptir. Bu açı gerçekte 105° derecedir. Yine de açının neden 90° büyük olduğunu anlayabiliriz. Hidrojen elektronlardan birini paylaşarak net pozitif bir yük kazanmış olur. Elektriksel itme dalga fonksiyonunu "gerer" ve 105° olacak şekilde iter. Benzer durum H_2S için de geçerlidir. Kükürt atomu daha büyük olduğu için iki hidrojen atomu uzaklaşır ve aralarında daha az itme kuvveti oluşur bu nedenle açı yaklaşık 93° kadardır. Selenyum çok daha büyük olduğu için H_2Se molekülünde açık neredeyse 90°'dir.

Benzer fikirleri H_3N amonyak molekülünün geometrik yapısını anlamak için kullanabiliriz. Nitrojen, her biri "*x*", "*y*" ve "*z*" durumlarına sahip, üçten fazla 2*p*

elektronunu alabilen deşiklere sahiptir. Üç hidrojen birbirleriyle aralarında 90° olacak şekilde birleşir. Aralarındaki açı 90°'den biraz daha büyüktür –elektriksel itme nedeniyle– fakat en azından neden H_3N molükülünün düz olmadığını görebiliyoruz. Fosfendeki (H_3P) açılar 90°'ye yakındır ve H_3As molükülüne benzer. NH_3 molekülünü iki durumlu bir sistem olarak tanımladığımızda düz olamayacağını varsaydık. Düz-olmama amonyak mazerini mümkün kılan bir özelliktir. Şimdi ayrıca molekül şekillerinin kuantum mekaniği kullanılarak anlaşılabileceğini görüyoruz.

Schrödinger denklemi fiziğin en büyük zaferlerinden biridir. Atomik yapının iç işleyişinin anlaşılmasını sağlayarak, atom spektrumu için, kimya için ve maddenin doğası için bir açıklama sunmaktadır.

20
İŞLEMCİLER

20-1 İşlemler ve işlemciler

20-1 İşlemler ve işlemciler
20-2 Ortalama enerjiler
20-3 Bir atomun ortalama enerjisi
20-4 Konum işlemcisi
20-5 Momentum işlemcisi
20-6 Açısal momentum
20-7 Ortalamanın zamanla değişimi

Kuantum mekaniğinde niceliklerin ve denklemlerin özel yöntemlerle nasıl yazılabildiğini göstermiş olmamıza rağmen, şu ana kadar kuantum mekaniğinde yaptığımız her şeyi sıradan cebirsel işlemlerle halledebildik. Şimdi kuantum mekaniksel şeyleri tanımlamanın kullanışlı ve ilginç bazı matematiksel yollarını göstermeye çalışacağız. Kuantum mekaniğinde problemlere yaklaşımın birçok yolu vardır ve çoğu kitap farklı bir yol kullanır. Diğer kitapları okumaya başladığınızda, kitapta yapılanlar ile şu an bizim yaptıklarımız arasındaki bağlantıyı kuramayabilirsiniz. Birkaç kullanışlı sonuç elde etsek de, bu bölümün ana teması benzer fiziğin farklı yollarla nasıl yazılacağını göstermektir. Bunları bilerek, belki de diğer insanların ne söylediklerini anlayabilirsiniz. İnsanlar klasik mekaniği ilk kez çalışmaya başladıklarında denklemleri her zaman x, y, z bileşenleri cinsinden yazarlardı. Sonra birileri geldi ve yazdıkları her şeyin vektör gösterimi kullanılarak daha kolay ifade edilebileceğini gösterdi. Yine de, eğer bir şeyleri tam olarak açığa çıkarmak isterseniz vektörleri tekrar onların bileşenlerine geri döndürmek zorunda kalırsınız. Fakat genelde vektör gösterimi kullanarak nelerin meydana geldiğini görmek ve hesaplama yapmak daha kolaydır. Kuantum mekaniğinde çoğu şeyi "durum vektörü" fikrini kullanarak daha basit bir şekilde ifade etmek mümkündür. Elbette $|\psi\rangle$ durum vektörü üç boyutlu geometrik vektörlere benzemez fakat *fiziksel bir durumu ifade etmek için kullanılan* soyut bir semboldür. Fikir kullanışlıdır çünkü kuantum mekaniği yasaları bu semboller cinsinden yazılabilen cebirsel denklemlerdir. Örneğin herhangi bir durumun taban durumlarının doğrusal kombinasyonu şeklinde ifade edileceğini söyleyen temel yasa

$$|\psi\rangle = \sum_i C_i\,|i\rangle \tag{20.1}$$

olarak yazılır; burada C_i sıradan bir karmaşık sayı kümesidir –ya da $C_i = \langle i|\psi\rangle$ genliğidir– ve $|1\rangle$, $|2\rangle$, $|3\rangle$ şeklinde devam eden sayılar bazı taban durumlarını ifade eder.

Eğer herhangi bir fiziksel durumu alırsanız ve üzerinde bir şey yaparsanız – dönme gibi, Δt süresince bekleme gibi– farklı bir durum elde edersiniz. Bunu "bir duruma bir işlem yaptığımızda yeni bir durum elde ederiz" şeklinde açıklarız. Bu fikri bir denklemle ifade edebiliriz:

$$|\phi\rangle = \hat{A}|\psi\rangle \tag{20.2}$$

Bir durum üzerindeki bir işlem yeni bir durum verir. $\hat{A}$ işlemcisi özel bir işlemi tanımlar. Bu işlem $|\psi\rangle$ gibi herhangi bir durum üzerine yapıldığında, başka bir durum (örneğin $|\phi\rangle$) elde edilir.

Denklem (20.2)'nin anlamı nedir? Bunu şu şekilde ifade edebiliriz. Eğer denklemi $\langle i|$'yle çarparsanız ve Denk. (20.1)'e göre $|\psi\rangle$'yi genişletirseniz

$$\langle i|\phi\rangle = \sum_j \langle i|\hat{A}|j\rangle\,\langle j|\psi\rangle \tag{20.3}$$

elde edersiniz. ($|j\rangle$ durumları $|i\rangle$ durumlarından türer.) Bu sadece cebirsel bir denklemdir. $\langle i|\phi\rangle$ sayıları, $|\phi\rangle$ durumunda bulacağınız bütün taban durumlarını tanımlar ve $|\psi\rangle$'deki her bir taban durumunu veren $\langle j|\psi\rangle$ genliğinin üst üste bin-

mesi cinsinden tanımlanabilir. $\langle i|\hat{A}|j\rangle$ sayıları her bir toplama ne kadar $\langle j|\psi\rangle$ genliğinin katıldığını göstermektedir. $\hat{A}$ işlemcisi bir sayı kümesi ya da "matris" tarafından sayısal olarak tanımlanabilir:

$$A_{ij} = \langle i|\hat{A}|j\rangle \tag{20.4}$$

Bu nedenle (20.2) denklemi (20.3) denkleminin farklı bir şekilde ifade edilmiş halidir. Aslından bundan biraz daha fazlasıdır; daha fazla şey açıklar. (20.2) denkleminde taban durumlarına herhangi bir atıf yoktur. (20.3) denklemi (20.2) denkleminin bir taban durumu kümesi cinsinden tanımlanmış halidir. Fakat bildiğiniz gibi istediğiniz herhangi bir kümeyi kullanabilirsiniz. Bu fikir Denk. (20.2)'de açıkça ifade edilmiştir. İşlemcileri yazma şekli herhangi bir özel seçim yapılmasını engeller. Bir seçim yaptığınızda (20.3) denklemini kullanırsınız. Bu nedenle (20.2) *işlemci* denklemi, (20.3) *cebirsel* denklemini yazmanın daha soyut bir yoludur. Tıpkı

$$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$$

yerine

$$c_x = a_y b_z - a_z b_y$$
$$c_y = a_z b_x - a_x b_z$$
$$c_z = a_x b_y - a_y b_x$$

yazmak arasındaki farka benzemektedir. İlk yazım çok daha basittir. Bununla birlikte cevapları yazmak istediğinizde, sonuç olarak bir eksen kümesine göre bileşenlerini vermek zorundasınız. Benzer şekilde $\hat{A}$ işlemcisinin gerçekte ne anlama geldiğini bilmek istiyorsanız, bir taban durumu kümesi cinsinden A_{ij} matrisini tanımlamak zorundasınız. $|i\rangle$ durumlarını elde ettiğiniz sürece, (20.2) denkleminin (20.3) denklemiyle aynı olduğunu göreceksiniz. (Bir taban durumu kümesi için bir kez matrisi biliyorsanız, her zaman diğer durumlara karşılık gelen matrisleri hesaplayabilirsiniz. Matrisleri bir "gösterimden" diğerine dönüştürebilirsiniz.)

(20.2) işlemci denklemi ayrıca yeni bir yol sunar. Eğer bir $\hat{A}$ işlemcimiz varsa yeni bir $\hat{A}|\psi\rangle$ durumu yaratmak için herhangi bir $|\psi\rangle$ durumunu kullanabiliriz. Bazen bu şekilde elde ettiğimiz bir "durum" oldukça özel olabilir; doğada karşılaşmayacağımız bir *fiziksel* durumu gösterebilir. (Örneğin, bir elektronu gösteren normalize edilmemiş bir durum elde edebiliriz.) Diğer bir deyişle elde ettiğimiz durumlar matematiksel olarak yapaydır. Bunun gibi yapay "durumlar" hâlâ kullanışlı olabilir, belki de hesaplarımızın ana noktası bile olabilir.

Çok sayıda kuantum mekaniksel işlemci örneğini zaten görmüştük. $|\psi\rangle$ durumunu alıp yeni bir duruma çeviren $\hat{R}_y(\theta)$ dönme işlemcimiz vardı. Bütün koordinatları ters çevirerek yeni bir durum veren parite işlemcimiz (ya da ters çevirme) $\hat{P}$ vardı. Yarım-spinli parçacıklar için $\hat{\sigma}_x$, $\hat{\sigma}_y$, $\hat{\sigma}_z$ işlemcilerimiz vardı.

$\hat{J}_z$ işlemcisini 17. Bölümde küçük ϵ açıları için dönme işlemcileri cinsinden tanımlamıştık:

$$\hat{R}_z(\epsilon) = 1 + \frac{i}{\hbar}\epsilon\,\hat{J}_z \tag{20.5}$$

Bu ifade elbette

$$\hat{R}_z(\epsilon)|\psi\rangle = |\psi\rangle + \frac{i}{\hbar}\epsilon\,\hat{J}_z\,|\psi\rangle \tag{20.6}$$

anlamına gelmektedir. Bu örnekte $\hat{J}_z\,|\psi\rangle$, $\hbar/i\epsilon$ değeriyle küçük bir ϵ açısı etrafında döndürülmüş ve daha sonra başlangıçtaki durumdan çıkarılmış yeni durumun çarpımına eşittir. Bu, iki durumun *farkını* tanımlayan bir "durumu" tanımlar.

Bir örnek daha. Bir $\hat{p}_x$ işlemcimiz vardı; (20.6) denkleminde tanımlandığı gibi, momentum işlemcisi olarak (x-bileşeni) adlandırılır. Eğer $\hat{D}_x(L)$, x boyunca L

kadar bir yerdeğiştirmeyi tanımlayan bir işlemciyse, δ küçük bir yerdeğiştirmeyi göstermek üzere, $\hat{p}_x$ işlemcisi

$$\hat{D}_x(\delta) = 1 + \frac{i}{\hbar}\,\delta\hat{p}_x \tag{20.7}$$

olarak tanımlanıyordu. $|\psi\rangle$ durumunu x ekseni boyunca küçük δ adımında değiştirirsek yeni bir $|\psi'\rangle$ durumu elde edilir. Bu yeni durumun eski durum ve yeni küçük bir kısmın

$$\frac{i}{\hbar}\,\delta\hat{p}_x|\psi\rangle$$

toplamı olduğunu söylüyoruz.

Hakkında konuşmakta olduğumuz işlemciler, fiziksel bir durumu soyut bir şekilde tanımlayan $|\psi\rangle$ gibi bir durum vektörüne etki etmektedir. İşlemciler, matematiksel fonksiyonlardan oldukça farklı *cebirsel* işlemcilerdir. Örneğin d/dx işlemcisi bir $f(x)$ fonksiyonuna etki ederek yeni bir $f'(x) = df/dx$ fonksiyonu elde etmemizi sağlar. Diğer bir örnek de cebirsel ∇^2 işlemcisidir. Her iki durum için neden aynı kelimenin kullanıldığını görüyorsunuz fakat unutmamalısınız ki iki işlemci türü aslında farklıdır. Bir kuantum mekaniksel $\hat{A}$ işlemcisi cebirsel bir fonksiyon gibi davranmaz; sadece $|\psi\rangle$ gibi bir vektör durumuna etki eder. Her iki çeşit işlemci de, birazdan göreceğiniz gibi, kuantum mekaniğinde ve sık sık benzer tür denklemler için kullanılır. Konuyu ilk kez öğreniyorsanız, ayrımı her zaman aklınızda tutmalısınız. Daha sonra konuyu anlamaya başladıkça bu iki tür işlemci arasında aslında keskin bir çizgi olmadığını fark edeceksiniz. Gerçekten de, çoğu kitap genel olarak her ikisi için benzer gösterimi kullanmaktadır!

Şimdi devam edeceğiz ve işlemcilerle yapabileceğimiz işlemlere bir göz atacağız. Fakat ilk olarak özel bir noktayı vurgulayalım. Taban durumu matrisi $A_{ij} = \langle i|\hat{A}|j\rangle$ olan bir $\hat{A}$ işlemcimiz olsun. Başka bir $|\phi\rangle$ durumundaki $\hat{A}|\psi\rangle$ durumunun genliği $\langle\phi|\hat{A}|\psi\rangle$'dir. Bu genliğin karmaşık eşleniği var mı? Bunu

$$\langle\phi|\hat{A}|\psi\rangle^* = \langle\psi|\hat{A}^\dagger|\phi\rangle \tag{20.8}$$

şeklinde gösterebiliriz burada $\hat{A}^\dagger$ matris elemanları

$$A^\dagger_{ij} = (A_{ji})^* \tag{20.9}$$

olan bir işlemcidir. $\hat{A}^\dagger$ işlemcisinin i, j bileşenlerini bulmak için $\hat{A}$ işlemcisinin j, i bileşenlerinin bulunması ve karmaşık eşleniğinin alınması gerekir. $\hat{A}^\dagger|\phi\rangle$ durumunun $|\psi\rangle$'deki genliği, $\hat{A}|\psi\rangle$ durumunun $|\phi\rangle$'deki genliğidir. $\hat{A}^\dagger$ işlemcisi $\hat{A}$ işlemcisinin "Hermitsel eşleği" olarak adlandırılır. Kuantum mekaniğinin en önemli özelliği, Hermitsel eşleği alındığında yeniden aynı işlemcinin elde edilmesidir. Yani $\hat{B}$ bunun gibi bir işlemciyse

$$\hat{B}^\dagger = \hat{B}$$

yazılır ve genelde "kendinin-eşleği" ya da "Hermitsel" işlemci olarak adlandırılır.

20-2 Ortalama enerjiler

Şu ana kadar zaten bildiğiniz şeyleri hatırlattık. Şimdi yeni bir soruyu tartışmak istiyoruz. Bir sistemin, örneğin bir atomun, *ortalama* enerjisini nasıl bulabiliriz? Eğer atom belirli bir enerjiye sahipse ve bu enerjiyi ölçerseniz mutlak bir E enerjisi elde edersiniz. Eğer hepsi aynı durumda olan bir dizi atomun her birinin enerjisini yeniden ve yeniden ölçerseniz, bütün ölçümler E değerini verecektir ve elbette "ortalama" enerji ölçümünüz de E olacaktır.

Şimdi durağan durumda olmayan bir $|\psi\rangle$ durumu üzerinde bir ölçüm yaptığımızda nelerin meydana geleceğine bakalım. Sistem belirli bir durumda olmadığı için bir ölçüm bir enerji değerini verir, aynı durumdaki bir başka atomda benzer bir ölçüm yaptığımızda farklı bir değer elde ederiz. Peki bütün enerji ölçümlerinin sonucunda elde edeceğimiz ortalama enerji ne olur?

Bu soruyu, $|\psi\rangle$ durumunu belirli enerjilere sahip durumların üzerine izdüşümünü alarak cevaplayabiliriz. Bunun özel bir taban durumu olduğunu hatırlatmak için bu durumu $|\eta_i\rangle$ olarak adlandıralım. $|\eta_i\rangle$ durumlarının her biri belirli bir E_i değerine sahiptir. Bu gösterimde

$$|\psi\rangle = \sum_i C_i\,|\eta_i\rangle \tag{20.10}$$

olarak yazabiliriz. Bir enerji ölçümü yaptığınızda ve bazı E_i değerleri elde ettiğinizde, sistemin η_i durumunda olduğunu buluruz. Fakat her bir ölçüm için farklı bir sayı elde ederiz. Bazen E_1 bazen E_2 bazen de E_3 gibi. Gözlediğiniz E_1 enerjisinin olasılığı sadece, $C_1 = \langle\eta_i|\psi\rangle$ genliğinin mutlak değer karesine eşit olan, sistemin $|\eta_i\rangle$ durumunda bulunma olasılığıdır. Her bir olası E_i enerjisinin bulunma olasılığı

$$P_i = |C_i|^2 \tag{20.11}$$

olarak ifade edilir. Bu olasılıklar enerji ölçümlerinin ortalama değeriyle nasıl ilişkilidir? Şimdi şunun gibi enerji ölçüm serimizin olduğunu düşünelim: E_1, E_7, E_{11}, E_9, E_1, E_{10}, E_7, E_2, E_3, E_9, E_6, E_4. Bu ölçümleri sözgelimi bin kez yapabiliriz. Ölçümleri bitirdiğimizde bütün enerjileri toplar ve bine bölebiliriz. Bu, ortalama dediğimiz şeydir. Fakat burada her değerden bir adet vardır. Ayrıca kaç kez E_1 ölçtüğünüzü, örneğin N_1 kez, sayabilirsiniz ve kaç kez E_2 ölçtüğünüzü, örneğin N_2 kez, sayabilirsiniz ve bu böylece devam eder. Bütün enerjilerin toplamını şu şekilde ifade ederiz:

$$N_1E_1 + N_2E_2 + N_3E_3 + \cdots = \sum_i N_iE_i$$

Ortalama enerji, elde edilen toplam enerji değerinin toplam yapılan ölçüme (N) bölünmesiyle elde edilir:

$$E_{\text{ort}} = \frac{\sum_i N_iE_i}{N} \tag{20.12}$$

Neredeyse yaklaştık. Bir şeyin *ortalama* meydana gelme olasılığı, meydana gelmesini beklediğimiz şeyin sayısının yapılan toplam deneme sayısına bölünmesiyle edilir. N_i/N oranı –büyük N değerleri için– P_i değerine yakındır, $|\eta_i\rangle$ durumunda bulunma olasılığı, istatistiksel dalgalanmalar nedeniyle tam olarak P_i değerine yakın değildir. Umulan (ya da "beklenen") ortalama enerjiyi $\langle E\rangle_{\text{ort}}$ olarak adlandıralım; o zaman

$$\langle E\rangle_{\text{ort}} = \sum_i P_iE_i \tag{20.13}$$

yazabiliriz. Benzer fikirler herhangi bir ölçüm için kullanılabilir. Ölçülen bir A niceliğinin ortalama değerini

$$\langle A\rangle_{\text{ort}} = \sum_i P_iA_i$$

olarak yazabiliriz. Burada A_i gözlemlenen niceliğin farklı olası değerleridir ve P_i bu değerin elde edilme olasılığıdır.

Şimdi de başlangıçtaki $|\psi\rangle$ kuantum mekaniksel durumuna geri dönelim. Bu durumun ortalama enerjisi

$$\langle E\rangle_{\text{ort}} = \sum_i |C_i|^2E_i = \sum_i C_i^*\,C_iE_i \tag{20.14}$$

olur. Şimdi bir hile yapalım! İlk olarak aşağıdaki toplamı yazalım:

$$\sum_i \langle\psi|\eta_i\rangle\,E_i\,\langle\eta_i|\psi\rangle \tag{20.15}$$

Şimdi genel bir $\langle\psi|$ durumunu toplamın dışına alalım:

$$\langle\psi|\left\{\sum_i |\eta_i\rangle\,E_i\,\langle\eta_i|\psi\rangle\right\}$$

Bu ifade

$$\langle\psi|\phi\rangle$$

biçimindedir. Burada $|\phi\rangle$ bir nevi "uydurma bir durumdur" ve

$$|\phi\rangle = \sum_i |\eta_i\rangle\, E_i\, \langle\eta_i|\psi\rangle \tag{20.16}$$

olarak tanımlanır. Diğer bir deyişle $E_i\langle\eta_i|\psi\rangle$ durumundaki her bir $|\eta_i\rangle$ taban durumunu alırsanız bulacağınız durumu tanımlamaktadır.

Şimdi $|\eta_i\rangle$ taban durumundan neyi kastettiğimizi hatırlayalım. Durağan durumlar olduğunu varsaymıştık; her biri için

$$\hat{H}\,|\eta_i\rangle = E_i\,|\eta_i\rangle$$

yazabiliriz. E_i sadece bir sayı olduğu için sağ tarafı $|\eta_i\rangle E_i$ değeriyle aynıdır ve (20.16) denklemindeki toplam

$$\sum_i \hat{H}\,|\eta_i\rangle\, \langle\eta_i|\psi\rangle$$

ifadesine eşit olur. Şimdi i, sadece 1'e eşit olan ünlü kombinasyonda ortaya çıkar bu nedenle

$$\sum_i \hat{H}\,|\eta_i\rangle\, \langle\eta_i|\psi\rangle = \hat{H} \sum_i |\eta_i\rangle\, \langle\eta_i|\psi\rangle = \hat{H}\,|\psi\rangle$$

yazabiliriz. Sihir! (20.16) denklemi

$$|\phi\rangle = \hat{H}\,|\psi\rangle \tag{20.17}$$

ifadesine eşittir. $|\psi\rangle$ durumunun ortalama enerjisi

$$\langle E\rangle_{\text{ort}} = \langle\psi|\hat{H}|\psi\rangle \tag{20.18}$$

olarak yazılır. Ortalama enerjiyi bulmak için $|\psi\rangle$ durumuna $\hat{H}$ etki ettirilmelidir ve daha sonra $\langle\psi|$'yla çarpılmalıdır.

Ortalama enerji için yeni denklemimiz sadece güzel değildir. Ayrıca kullanışlıdır çünkü herhangi bir özel durum hakkında artık bir şey söylemek zorunda değiliz. Bütün olası enerji düzeylerini de bilmek zorunda değiliz. Hesaplama yaptığımızda durumumuzu sadece belirli taban durumları cinsinden yazmak yetecektir; fakat bu durum için Hamilton işlemcisi matrisini (H_{ij}) biliyorsak ortalama enerjiyi elde edebiliriz. (20.18) denklemi herhangi bir özel $|i\rangle$ durumu için ortalama enerjinin

$$\langle E\rangle_{\text{ort}} = \sum_{ij} \langle\psi|i\rangle\langle i|\hat{H}|j\rangle\, \langle j|\psi\rangle \tag{20.19}$$

şeklinde hesaplanabileceğini söylemektedir, burada $\langle i|\hat{H}|j\rangle$ sadece H_{ij} matrisinin elemanlarıdır.

Şimdi bu sonucu $|i\rangle$ durumunun belirli bir enerji durumuna sahip olduğu özel bir durum için kontrol edelim. $\hat{H}|j\rangle = E_j|j\rangle$ ve $\langle i|\hat{H}|j\rangle = E_j\,\delta_{ij}$ ise

$$\langle E\rangle_{\text{ort}} = \sum_{ij} \langle\psi|i\rangle\, E_j\, \delta_{ij}\, \langle j|\psi\rangle = \sum_i E_i\, \langle\psi|i\rangle\, \langle i|\psi\rangle$$

elde ederiz. Bu sonuç doğrudur.

Tesadüfen (20.19) denklemi bir işlemciyle ifade edilebilen diğer fiziksel durumlara genelleştirilebilir. Örneğin $\hat{L}_z$ işlemcisi L açısal momentum işlemcisinin z-bileşenidir. $|\psi\rangle$ durumu için z-bileşeninin ortalaması

$$\langle L_z\rangle_{\text{ort}} = \langle\psi|\,\hat{L}_z\,|\psi\rangle$$

şeklinde ifade edilir. Bunu kanıtlamanın bir yolu enerjinin açısal momentumla orantılı olduğu bir durumu ele almaktır. Daha sonra şu ana kadar söylediğimiz her şey aynı olacaktır.

Kısacası, eğer fiziksel bir A niceliği uygun bir $\hat{A}$ kuantum mekanik işlemcisiyle ilişkiliyse, $|\psi\rangle$ durumu için A'nın ortalama değeri

$$\langle A\rangle_{\text{ort}} = \langle\psi|\hat{A}|\psi\rangle \tag{20.20}$$

olarak bulunur:

$$\langle A\rangle_{\text{ort}} = \langle\psi|\phi\rangle \tag{20.21}$$

ve

$$|\phi\rangle = |\hat{A}|\psi\rangle \tag{20.22}$$

20-3 Bir atomun ortalama enerjisi

Şimdi bir $\psi(r)$ dalga fonksiyonuyla tanımlanan bir atomun enerjisini bulmak istediğimizi düşünelim; nasıl buluruz? $\langle x|\psi\rangle = \psi(x)$ genliğiyle tanımlanan bir boyutlu bir $|\psi\rangle$ durumunu düşünelim ve koordinat dönüşümlerine uygulanabilen (20.19) denkleminin özel bir durumunu araştıralım. Genel yöntemimizi izleyerek $|i\rangle$ ve $|j\rangle$ durumunu $|x\rangle$ ve $|x'\rangle$'yle değiştirerek, toplamı integrale dönüştürelim:

$$\langle E\rangle_{\text{ort}} = \int\int \langle\psi|x\rangle\,\langle x|\hat{H}|x'\rangle\,\langle x'|\psi\rangle\,dx\,dx' \tag{20.23}$$

Bu integral aşağıdaki biçimde de ifade edilir:

$$\int \langle\psi|x\rangle\,\langle x|\phi\rangle\,dx \tag{20.24}$$

ve

$$\langle x|\phi\rangle = \int \langle x|\hat{H}|x'\rangle\,\langle x'|\psi\rangle\,dx' \tag{20.25}$$

(20.25)'teki x' üzerinden alınan integral 16. Bölümde bulduğumuz denklemle aynıdır –(16.50) ve (16.52) denklemleri– ve

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\psi(x) + V(x)\,\psi(x)$$

ifadesine eşittir. Bu nedenle

$$\langle x|\phi\rangle = \left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + V(x)\right\}\psi(x) \tag{20.26}$$

yazabiliriz. $\langle\psi|x\rangle = \langle x|\psi\rangle^* = \psi^*(x)$ olduğunu biliyoruz; bu eşitliği kullanarak (20.23) denklemindeki ortalama enerji

$$\langle E\rangle_{\text{ort}} = \int \psi^*(x)\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + V(x)\right\}\psi(x)dx \tag{20.27}$$

şeklinde yazılır. Bir $\psi(x)$ dalga fonksiyonu için, bu integrali kullanarak ortalama enerjiyi bulabilirsiniz. Durum vektörü fikrinden dalga fonksiyonu fikrine ileri geri nasıl gittiğimizi görebilirsiniz.

(20.27) denkleminin parantezindeki nicelik *cebirsel bir işlemcidir.** Bu işlemciyi $\hat{\mathcal{H}}$ olarak gösterelim:

$$\hat{\mathcal{H}} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + V(x)$$

Bu gösterimi kullanarak (20.23) denklemini

$$\langle E\rangle_{\text{ort}} = \int \psi^*(x)\,\hat{\mathcal{H}}\psi(x)dx \tag{20.28}$$

olarak yazabiliriz.

Burada tanımlanan $\hat{\mathcal{H}}$ cebirsel işlemcisi elbette kuantum mekanik $\hat{H}$ işlemcisine eşit değildir. Bu yeni işlemci bir fonksiyonunun konumuna $\psi(x) = \langle x|\psi\rangle$ etki

* $V(x)$ işlemcisi, "$V(x)$'le çarpılmış" anlamına gelir.

ederek, x'in $\phi(x) = \langle x|\phi\rangle$ şeklinde yeni bir fonksiyonunu üretir; fakat bir $|\psi\rangle$ durumununa etki eden $\hat{H}$ işlemcisi, artık herhangi bir koordinat gösterimini tanımlamaksızın, başka bir $|\phi\rangle$ durumunu verir. $\hat{\mathcal{H}}$ işlemcisi $\hat{H}$ işlemcisiyle aynı değildir. Eğer koordinat gösteriminde çalışmayı isterseniz $\hat{H}$ işlemcisi, bir şekilde x ve x' indislerine bağlı olan bir $\langle x|\hat{H}|x'\rangle$ matrisi gibi düşünülebilir; yani (20.25) denklemine göre, $\langle x|\phi\rangle$ genliğinin $\langle x|\psi\rangle$ genliğiyle ilişkili olduğunu gösterir. Diğer yandan $\hat{\mathcal{H}}$ diferansiyel bir işlemcidir. Bölüm 16-5'te $\langle x|\hat{H}|x'\rangle$ matrisi ile $\hat{\mathcal{H}}$ cebirsel işlemcisi arasındaki ilişkiyi zaten incelemiştik.

Sonuçlarda bir düzeltme yapmamız gerekiyor. $\psi(x) = \langle x|\psi\rangle$ genliğinin normalize olduğunu varsaymıştık. Bu varsayımı kullanarak

$$\int |\psi(x)|^2 \, dx = 1$$

yazabiliriz; böylece elektronun bir yerde bulunma olasılığını bire eşitlemiş oluruz. Eğer normalize olmayan bir $\psi(x)$ genliğiyle çalışıyorsak

$$\langle E\rangle_{\text{ort}} = \frac{\int \psi^*(x)\, \hat{\mathcal{H}}\psi(x) dx}{\int \psi^*(x)\psi(x) dx} \tag{20.29}$$

yazabiliriz. Aynı şeyi ifade eder.

(20.28) ve (20.18) denklemlerinin biçimleri arasındaki benzerliği vurgulayalım. Benzer sonucun bu iki farklı ifadesi, x-gösteriminde sık sık karşımıza çıkmaktadır. Birincisinden ikincisine *yerel* bir $\hat{A}$ işlemcisini kullanarak geçebiliriz, burada yerel işlemci, $\hat{\mathcal{A}}$ diferansiyel bir cebirsel işlemci olmak üzere $\hat{\mathcal{A}}\psi(x)$ integralinde aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\int \langle x|\hat{A}|x'\rangle \langle x'|\psi\rangle \, dx'$$

Bununla birlikte bunun doğru olmadığı işlemciler de vardır. Bunlarla çalışmak için (20.21) ve (20.22) denklemlerini kullanmanız gerekir.

Kolayca bu gösterimi üç boyuta genelleştirebiliriz. Sonuç*

$$\langle E\rangle_{\text{ort}} = \int \psi^*(\mathbf{r})\, \hat{\mathcal{H}}\psi(\mathbf{r}) dV \tag{20.30}$$

ve

$$\hat{\mathcal{H}} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\mathbf{r}) \tag{20.31}$$

olur. Ayrıca

$$\int |\psi|^2 \, dV = 1 \tag{20.32}$$

olduğunu da unutmayalım. Aynı denklemler birkaç elektron içeren sistemlere genelleştirilebilir, fakat sonuçlarını yazmayacağız.

(20.30) denklemini kullanarak enerji düzeylerini bilmeden bile bir atomik durumun ortalama enerjisini bulabiliriz. İhtiyacımız olan tek şey dalga fonksiyonudur. Bu önemli bir kuraldır. Şimdi sizinle ilginç bir uygulama hakkında konuşacağız. Bazı sistemlerin taban durum enerjilerini bulmaya çalıştığımızı düşünelim; örneğin helyum atomu, fakat dalga fonksiyonu için Schrödinger denklemini çözmek oldukça zordur, çünkü çok sayıda değişken vardır. Bununla birlikte dalga fonksiyonu hakkında bir tahmin yürütebiliriz –istediğiniz fonksiyonu seçebilirsiniz– ve ortalama enerjiyi hesaplayabiliriz. Yani, atom gerçekten bu dalga fonksiyonu tarafından tanımlanıyorsa, ortalama enerjiyi bulmak için (20.29) denklemini kullanacağız. Bu enerji, atomun sahip olduğu en düşük ener-

* Hacim için dV gösterimini kullanıyoruz. Elbette sadece $dx\, dy\, dz$ anlamına gelir ve integral üç koordinat boyunca $-\infty$'dan $+\infty$'a gider.

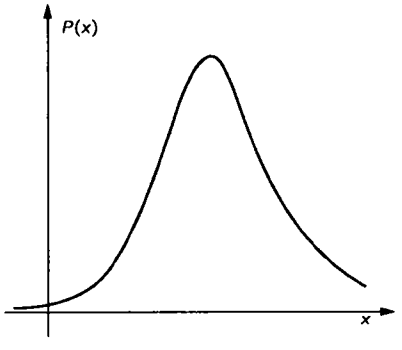
jiden yani taban durum enerjisinden daha yüksektir.* Şimdi diğer bir fonksiyonu seçelim ve ortalama enerjiyi hesaplayalım. Eğer ilk seçtiğinizden daha düşükse doğru taban durum enerjisine yaklaşıyorsunuz demektir. Eğer tüm yapay durumları hesaba katarsanız daha düşük enerjileri elde edersiniz ve böylece taban durumu enerjisine yaklaşmış olursunuz. Eğer zekiyseniz çok az parametreye sahip bir fonksiyon seçersiniz. Enerjiyi hesapladığınızda bu parametreler cinsinden tanımlandığını görürsünüz. En düşük olası enerji düzeyini elde etmek için bu parametreleri değiştirerek bütün olası fonksiyonları bulabilirsiniz. Sonuçta daha düşük enerjileri elde etmek gittikçe zorlaşacaktır ve en düşük enerji seviyesine oldukça yaklaştığınızı göreceksiniz. Helyum atomu bu şekilde çözülebilir; diferansiyel bir denklemi çözerek değil fakat ortalama enerji için olası en düşük değeri verecek şekilde ayarlanmış parametrelere sahip bir fonksiyonu oluşturarak.

20-4 Konum işlemcisi

Bir atomdaki bir elektronun ortalama konum değeri nedir? Herhangi bir özel $|\psi\rangle$ durumu için x-koordinatının ortalama değeri nedir? Bir boyutta çalışacağız ve daha sonra sonuçlarımızı üç boyuta ya da daha fazla parçacık içeren sistemlere genelleştireceğiz. $\psi(x)$ olarak tanımladığımız bir durumumuz olsun ve x-değerini tekrar tekrar ölçelim. Ortalama değeri nedir? Bir elektronun küçük bir dx aralığında bulunma ihtimali $P(x)$ olmak üzere

$$\int x\, P(x)\, dx$$

şeklindedir. $P(x)$ olasılık yoğunluğunun Şekil 20-1'de gösterildiği gibi değiştiğini düşünelim. Elektron büyük bir ihtimalle tepe noktası civarında bulunmaktadır. x'in ortalama değeri de tepe noktası civarındadır. Aslında eğrinin altındaki alanın kütle merkezindedir.



Şekil 20-1 Yerelleşmiş bir parçacığı gösteren olasılık yoğunluğunun bir eğrisi.

Daha önce $P(x)$'in $|\psi(x)|^2 = \psi^*(x)\psi(x)$ değerine eşit olduğunu bildiğimiz için x'in ortalama değerini

$$\langle x\rangle_{\text{ort}} = \int \psi^*(x)x\,\psi(x)dx \tag{20.33}$$

şeklinde yazabiliriz.

$\langle x\rangle_{\text{ort}}$ için elde ettiğimiz denklem, (20.28) denklemiyle aynı biçimdedir. Ortalama enerji için $\hat{\mathcal{H}}$ enerji işlemcisi iki ψ arasında ortaya çıkmıştır, ortalama konum için ise sadece x'tir. (Eğer dilerseniz x değerini, "x'le çarpılmış" işlemcisi olarak düşünebilirsiniz.) Hâlâ paralelliği koruyoruz çünkü ortalama konumu (20.18) denklemiyle ilişkili olarak tanımladık:

$$\langle x\rangle_{\text{ort}} = \langle\psi|\alpha\rangle \tag{20.34}$$

Burada

$$|\alpha\rangle = \hat{x}\,|\psi\rangle \tag{20.35}$$

anlamındadır ve $|\alpha\rangle$ durumunu üreten bir $\hat{x}$ işlemcisi bulursanız (20.34) denkleminin (20.33) denklemiyle uyumlu olduğunu görürsünüz:

$$\langle\psi|\alpha\rangle = \langle x\rangle_{\text{ort}} = \int \langle\psi|x\rangle\, x\, \langle x|\psi\rangle\, dx \tag{20.36}$$

eşitliğini sağlayan bir $|\alpha\rangle$ bulmamız gerekir. İlk olarak $\langle\psi|\alpha\rangle$ genliğini x-gösteriminde açalım:

$$\langle\psi|\alpha\rangle = \int \langle\psi|x\rangle\, \langle x|\alpha\rangle\, dx \tag{20.37}$$

Şimdi son iki denklemdeki integralleri karşılaştıralım. x-gösteriminde

$$\langle x|\alpha\rangle = x\langle x|\psi\rangle \tag{20.38}$$

olduğunu görürsünüz.

---

* Ayrıca bu şekilde de bakabilirsiniz. Seçeceğiniz herhangi bir fonksiyon belirli enerjilere sahip taban durumları cinsinden yazılabilir. Bu kombinasyonda en düşük enerjili durumlar ile yüksek enerjili durumlar karışık bulunduğu için ortalama enerji taban durumu enerjisinden daha büyüktür.

$|\alpha\rangle$'yı bulmak için $|\psi\rangle$ üzerine etki eden $\hat{x}$ işlemi, $\alpha(x) = \langle x|\alpha\rangle$ elde etmek için x ile $\psi(x) = \langle x|\psi\rangle$ çarpımına eşittir. $\hat{x}$ koordinat sisteminde bir tanım elde etmiş olduk.*

[$\hat{x}$ işlemcisinin x-gösterimindeki matris biçimini bulmakla ilgilenmeyeceğiz. Eğer hırslı biriyseniz

$$\langle x|\,\hat{x}\,|x'\rangle = x\delta(x-x') \tag{20.39}$$

olduğunu gösterebilirsiniz. Daha sonra aşağıdaki sonucu elde edebilirsiniz:

$$\hat{x}\,|x'\rangle = x|x\rangle \tag{20.40}$$

$\hat{x}$ işlemcisi, $|x\rangle$ durumuna etki ettiğinde, aynı durumun x'le çarpılmış halini verir.]

x^2'nin ortalama değerini bilmek ister misiniz?

$$\langle x^2\rangle_{\text{ort}} = \int \psi^*(x)x^2\psi(x)dx \tag{20.41}$$

ya da isterseniz

$$\langle x^2\rangle_{\text{ort}} = \langle\psi|\alpha'\rangle$$

şeklinde ifade edebilirsiniz. Burada

$$|\alpha'\rangle = \hat{x}^2|\psi\rangle \tag{20.42}$$

$\hat{x}^2$, $\hat{x}\hat{x}$ anlamına gelmektedir; iki işlemci de sırayla etki eder. İkinci biçimi kullanarak, dilediğiniz herhangi bir gösterimi (taban durumu) ele alarak, $\langle x^2\rangle_{\text{ort}}$ değerini hesaplayabilirsiniz. Eğer x^n ya da x'in herhangi bir polinom halinin ortalamasını hesaplamak istiyorsanız, bunu nasıl yapabileceğinizi gösterelim.

20-5 Momentum işlemcisi

Şimdi bir elektronun ortalama *momentum* değerini hesaplayalım; yine bir boyutta hesaplamalar yapacağız. $P(p)dp$; p ile $p + dp$ arasında bir momentumun ölçülme olasılığını tanımlar:

$$\langle p\rangle_{\text{ort}} = \int p\,P(p)\,dp \tag{20.43}$$

Şimdi $|\psi\rangle$ durumunun belirli bir $|p\rangle$ momentum durumunda bulunma genliğini $\langle p|\psi\rangle$ hesaplayalım. Bu ifade 16-3 Bölümünde ⟨momentum $p|\psi\rangle$ olarak adlandırdığımız genlikle aynıdır ve tıpkı $\langle x|\psi\rangle$'nin x'in fonksiyonu olması gibi, p'nin bir fonksiyonudur. Genliği normalize edilmiş hali aşağıdaki gibidir:

$$P(p) = \frac{1}{2\pi\hbar}\;|\langle p|\psi\rangle|^2 \tag{20.44}$$

O zaman

$$\langle p\rangle_{\text{ort}} = \int \langle\psi|p\rangle\,p\,\langle p|\psi\rangle\;\frac{dp}{2\pi\hbar} \tag{20.45}$$

yazabiliriz. Bu biçim, $\langle x\rangle_{\text{ort}}$ için bulduğumuz biçimle aynıdır.

Eğer istersek $\langle x\rangle_{\text{ort}}$ için oynadığımız aynı oyunu oynayabiliriz. İlk olarak yukarıdaki integrali şu şekilde ifade edelim:

$$\int \langle\psi|p\rangle\,\langle p|\beta\rangle\;\frac{dp}{2\pi\hbar} \tag{20.46}$$

Bu denklemin $\langle\psi|\beta\rangle$ ifadesinin genişletilmiş biçimi olduğunu görebilirsiniz; be-

---

* (20.38) denklemi $|\alpha\rangle = x|\psi\rangle$ anlamına gelmez. $\langle x|$'i "çarpanlarına" ayıramayız çünkü $\langle x|\psi\rangle$ ifadesinin önündeki x çarpanı her bir $\langle x|$ için farklı bir değere sahip olan bir sayıdır. $|x\rangle$ durumundaki elektronun koordinat değeridir. *Bkz.* (20.40) denklemi.

lirli momentuma sahip taban durumları cinsinden genişletilmiştir. Denklem (20.45)'te $|\beta\rangle$ durumu *momentum gösteriminde*

$$\langle p|\beta\rangle = p\langle p|\psi\rangle \tag{20.47}$$

olarak tanımlanmaktadır. Yani

$$\langle p\rangle_{\text{ort}} = \langle\psi|\beta\rangle \tag{20.48}$$

yazabiliriz. Burada

$$|\beta\rangle = \hat{p}|\psi\rangle \tag{20.49}$$

$\hat{p}$ işlemcisi p-gösterimi cinsinden (20.47) denklemi kullanılarak tanımlanır.

[Yeniden isterseniz $\hat{p}$'nin matris gösterimini

$$\langle p|\hat{p}|p'\rangle = p\delta(p - p') \tag{20.50}$$

ve

$$\hat{p}|p\rangle = p|p\rangle \tag{20.51}$$

olarak yazabiliriz. Tıpkı x gösteriminde olduğu gibi.]

Şimdi ilginç bir soruyla karşılaşıyoruz. Denklemlerde yazdığımız gibi $\langle p\rangle_{\text{ort}}$ ifadesini (20.45) ve (20.48) denklemlerini kullanarak tanımlayabiliriz ve böylece *$\hat{p}$'nin momentum gösterimindeki* anlamını öğrenmiş oluruz. Fakat $\hat{p}$'yi koordinat gösteriminde nasıl gösterebiliriz? Bu, $\psi(x)$ dalga fonksiyonumuz varsa ve ortalama momentumu hesaplamak istiyorsak, ihtiyacımız olan tek şeydir. Şimdi ne demek istediğimizi açıklığa kavuşturalım. Eğer $\langle p\rangle_{\text{ort}}$ (20.48) denklemi tarafından tanımlanıyorsa, (20.46) denklemini elde etmek için denklemimizi p-gösteriminde tanımlayabiliriz. Eğer durumu p-gösteriminde tanımlıyorsak $-p$ momentumunun cebirsel bir fonksiyonu olan $\langle p|\psi\rangle$ genliği– (20.47) denkleminden $\langle p|\beta\rangle$ genliğini elde edebiliriz ve integrali alabiliriz. Soru şimdi şudur: Eğer x-gösteriminde bir durumu tanımlamak istiyorsak, yani $\psi(x) = \langle x|\psi\rangle$, ne yapmamız gerekir?

Şimdi (20.48) denklemini x-gösteriminde genişletelim:

$$\langle p\rangle_{\text{ort}} = \int \langle\psi|x\rangle\langle x|\beta\rangle\, dx \tag{20.52}$$

Şimdi bununla birlikte $|\beta\rangle$ durumunun x-gösteriminde ne olduğunu bilmemiz gerekir. Eğer bunu elde edersek, integrali elde edebiliriz. Böylece problemimiz $\beta(x) = \langle x|\beta\rangle$ fonksiyonunu bulmaya indirgenir.

Bunu şu şekilde bulabiliriz. Bölüm 16-3'te $\langle p|\beta\rangle$'nin $\langle x|\beta\rangle$'yla nasıl ilişkili olduğunu görmüştük. (16.24) denklemine göre

$$\langle p|\beta\rangle = \int e^{-ipx/\hbar}\langle x|\beta\rangle\, dx \tag{20.53}$$

yazabiliriz. Eğer $\langle p|\beta\rangle$ ifadesini biliyorsak $\langle x|\beta\rangle$ için bu denklemi çözebiliriz. Elbette istediğimiz şey sonucu, bildiğimizi varsaydığımız $\psi(x) = \langle x|\psi\rangle$ cinsinden tanımlamaktır. (20.47) denklemiyle işe başlayalım ve (16.24) denklemini kullanalım:

$$\langle p|\beta\rangle = p\langle p|\psi\rangle = p\int e^{-ipx/\hbar}\psi(x)\, dx \tag{20.54}$$

İntegral x üzerinden alındığı için integralin içine p'yi koyabiliriz ve

$$\langle p|\beta\rangle = \int e^{-ipx/\hbar}p\psi(x)\, dx \tag{20.55}$$

yazabiliriz. Bunu (20.53) denklemiyle karşılaştırabiliriz. $\langle x|\beta\rangle$ genliğinin $p\psi(x)$ ifadesine eşit olduğunu düşünelim. Hayır, hayır! Dalga fonksiyonu $\langle x|\beta\rangle = \beta(x)$ sadece x'e bağlıdır fakat p'ye bağlı değildir. Bütün problem budur.

Bununla birlikte bazı meslektaşlarım (20.55)'teki integralin parça parça hesaplanabileceğini keşfetmiştir. $e^{-ipx/\hbar}$'nin x'e göre türevi $(-i/\hbar)pe^{-ipx/\hbar}$'dır ve bu nedenle (20.55)'deki integral

$$-\frac{\hbar}{i}\int\frac{d}{dx}\,(e^{-ipx/\hbar})\psi(x)\, dx$$

haline gelir.

Eğer kısım kısım integrali alırsak

$$\frac{\hbar}{i}\int\left[e^{-ipx/\hbar}\psi(x)\right]_{-\infty}^{+\infty}+\frac{\hbar}{i}\int\left(e^{-ipx/\hbar}\right)\frac{d\psi}{dx}dx$$

haline gelir. Bağlı durumları ele aldığımız sürece, yani $\psi(x)$, $x=\pm\infty$ gittiğinde, köşeli parantez sıfıra gider ve

$$\langle p|\beta\rangle=\frac{\hbar}{i}\int\left(e^{-ipx/\hbar}\right)\frac{d\psi}{dx}dx \tag{20.56}$$

elde edilir. Şimdi bu sonucu (20.53) denklemiyle karşılaştıralım.

$$\langle x|\beta\rangle=\frac{\hbar}{i}\frac{d}{dx}\psi(x) \tag{20.57}$$

olduğunu görürüz. (20.52) denkleminin önemli bir kısmını elde ettik; böylece sonuç

$$\langle p\rangle_{\text{ort}}=\int\psi^*(x)\,\frac{\hbar}{i}\,\frac{d}{dx}\,\psi(x)dx \tag{20.58}$$

olur. Artık (20.48) denkleminin koordinat gösteriminde nasıl göründüğünü bulmuş olduk.

Şimdi ilginç bir modeli geliştirmeye başlıyoruz. $|\psi\rangle$ durumunun ortalama enerjisi aşağıdaki gibidir:

$$\langle E\rangle_{\text{ort}}=\langle\psi|\phi\rangle \quad \text{ile} \quad |\phi\rangle=\hat{H}|\psi\rangle$$

Benzer gösterim koordinat cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\langle E\rangle_{\text{ort}}=\int\psi^*(x)\phi(x)dx \quad \text{ile} \quad |\phi\rangle=\hat{\mathcal{H}}\,\psi(x)$$

Burada $\hat{\mathcal{H}}$, x'in bir fonksiyonu olan cebirsel bir işlemcidir. x'in ortalalama değerini hesaplamaya çalıştığımızda $\hat{\mathcal{H}}$ ifadesinin

$$\langle x\rangle_{\text{ort}}=\langle\psi|\alpha\rangle \quad \text{ile} \quad |\alpha\rangle=\hat{x}\,|\psi\rangle$$

olarak yazıldığını buluruz. Koordinat gösteriminde ilgili denklemler

$$\langle x\rangle_{\text{ort}}=\int\psi^*(x)\alpha(x)dx \quad \text{ile} \quad \alpha(x)=x\psi(x)$$

haline gelir. p'nin ortalama değeri

$$\langle p\rangle_{\text{ort}}=\langle\psi|\beta\rangle \quad \text{ile} \quad |\beta\rangle=\hat{p}\,|\psi\rangle$$

ve koordinat gösterimindeki karşılığı

$$\langle p\rangle_{\text{ort}}=\int\psi^*(x)\beta(x)dx \quad \text{ile} \quad \beta(x)=\frac{\hbar}{i}\,\frac{d}{dx}\,\psi(x)$$

olur. Üç örneğimizin her birinde $|\psi\rangle$ durumuyla işe başladık ve bir ***kuantum mekanik*** işlemcisinin yardımıyla bir diğer durumu ürettik. Koordinat gösteriminde dalga fonksiyonunu, $\psi(x)$ dalgası üzerinde cebirsel bir işlemci etki ettirerek üretmiştik. Bire bir karşılık gelen ifadeler (bir boyutlu problemler için) aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned}
\hat{H}\rightarrow\hat{\mathcal{H}}&=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}+V(x)\\
\hat{x}&\rightarrow x\\
\hat{p}_x\rightarrow\hat{\mathcal{P}}_x&=\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}
\end{aligned} \tag{20.59}$$

Tablo 20-1

Fiziksel nicelik	İşlemci	Koordinat biçimi
Enerji	$\hat{H}$	$\hat{\mathcal{H}} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(r)$
Konum	$\hat{x}$	x
	$\hat{y}$	y
	$\hat{z}$	z
Momentum	$\hat{p}_x$	$\hat{\mathcal{P}}_x = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}$
	$\hat{p}_y$	$\hat{\mathcal{P}}_y = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial y}$
	$\hat{p}_z$	$\hat{\mathcal{P}}_z = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial z}$

Bu listede cebirsel $(\hbar/i)\partial/\partial x$ işlemcisi için $\hat{\mathcal{P}}_x$ sembolünü kullandık

$$\hat{\mathcal{P}}_x = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x} \tag{20.60}$$

ve sadece momentumun x bileşeniyle ilgilendiğimizi hatırlatmak için $\hat{\mathcal{P}}$ işlemcisine x alt indisini ekledik.

Kolayca çözümleri üç boyuta genelleştirebilirsiniz. Momentumun diğer bileşenleri

$$\hat{p}_y \to \hat{\mathcal{P}}_y = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial y}$$

$$\hat{p}_z \to \hat{\mathcal{P}}_z = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial z}$$

şeklindedir. Eğer isterseniz bir momentum *vektör* işlemcisini düşünebiliriz:

$$\hat{p} \to \hat{\mathcal{P}} = \frac{\hbar}{i}\left(\mathbf{e}_x\frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{e}_y\frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{e}_z\frac{\partial}{\partial z}\right)$$

Burada $\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_y$ ve $\mathbf{e}_z$ üç boyuttaki birim vektörleridir. Daha kısa biçimde aşağıdaki gibi ifade edebiliriz:

$$\hat{p} \to \hat{\mathcal{P}} = \frac{\hbar}{i}\nabla \tag{20.61}$$

Genel sonucu en azından bazı kuantum mekaniksel işlemciler için elde ettik ayrıca koordinat gösteriminde bu işlemcilere karşılık gelen cebirsel işlemciler de bulunmaktadır. Şu ana kadar elde ettiğimiz sonuçları Tablo 20-1'de özetledik. Her bir işlemci için iki eşdeğer biçime sahibiz:*

$$|\phi\rangle = \hat{A}|\psi\rangle \tag{20.62}$$

ya da

$$\phi(r) = \hat{\mathcal{A}}\psi(r) \tag{20.63}$$

Şimdi bu fikirlerin birkaç uygulamasını göstermek istiyoruz. İlk olarak $\hat{\mathcal{P}}$ ile $\hat{\mathcal{H}}$ arasındaki ilişkiyi göstermek istiyoruz. Eğer iki kez $\hat{\mathcal{P}}_x$ işlemcisiyle etki ettirsek

$$\hat{\mathcal{P}}_x\hat{\mathcal{P}}_x = -\hbar^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

* Çoğu kitapta $\hat{A}$ ve $\hat{\mathcal{A}}$ için benzer semboller kullanılmaktadır çünkü her ikisi de benzer fiziğe sahiptir ve bu nedenle farklı harflerle gösterilmeleri uygun değildir. Artık hangisinin ne anlama geldiğini açıkça görebilecek durumdasınız.

sonucuna ulaşırız. Bunu kullanarak

$$\hat{\mathcal{H}} = \frac{1}{2m}\{\hat{\mathcal{P}}_x\hat{\mathcal{P}}_x + \hat{\mathcal{P}}_y\hat{\mathcal{P}}_y + \hat{\mathcal{P}}_z\hat{\mathcal{P}}_z\} + V(\boldsymbol{r})$$

elde ederiz ya da vektör gösterimi kullanarak

$$\hat{\mathcal{H}} = \frac{1}{2m}\hat{\mathcal{P}}\hat{\mathcal{P}} + V(\boldsymbol{r}) \tag{20.64}$$

yazabiliriz. (Cebirsel bir işlemcide (^) sembolünün kullanılmadığı herhangi bir terim sadece basit bir çarpmadır.) Bu denklem güzeldir çünkü klasik fiziği unutmadıysanız hatırlaması çok kolaydır. Herkes enerjinin (göreli olmayan) sadece kinetik enerji $p^2/2m$ ve potansiyel enerjinin toplamına eşit olduğunu bilir ve $\hat{\mathcal{H}}$ işlemcisi toplam enerjiyi ifade eder.

Bu sonuç insanları etkilemektedir bu nedenle kuantum fiziğinden önce klasik fizik hakkında her şey öğretilmektedir. (Farklı bir şekilde düşünelim!) Fakat bu paralellik sık sık göz boyamaktadır. İşlemcilere sahip olduğunuzda farklı faktörlerin sırası önemlidir; ancak klasik denklemlerdeki faktörler için bu doğru değildir.

17. Bölümde bir $\hat{p}_x$ işlemcisini yerdeğiştirme işlemcisi $\hat{D}_x$ cinsinden tanımladık [*bkz.* Denklem (17.27)]:

$$|\psi\rangle = \hat{D}_x(\delta)|\psi\rangle = \left(1 + \frac{i}{\hbar}\hat{p}_x\delta\right)|\psi\rangle \tag{20.65}$$

Burada δ küçük bir yerdeğiştirmedir. Bunun yeni tanımımıza eşit olduğunu göstereceğiz. Bu denklem aynı zamanda

$$\psi'(x) = \psi(x) + \frac{\partial\psi}{\partial x}\delta$$

anlamına gelir. Fakat sağ taraf sadece $\psi(x + \delta)$'in Taylor serisidir ve eğer bir durumu δ kadar yerdeğiştirdiğimizde (ya da aynı miktarda kaydırdığımızda) elde edeceğimiz durumu göstermektedir. $\hat{p}$'nin her iki tanımı da uyumludur!

Şimdi bu gerçeği bazı şeyleri göstermek için kullanalım. Karmaşık bir sistemde 1, 2, 3, ... olarak adlandırdığımız parçacıklar olsun. (Her şeyi basitleştirmek için bir boyutu düşünelim.) Durumu tanımlayan dalga fonksiyonu bütün koordinatların (x_1, x_2, x_3) bir fonksiyonudur. Bu fonksiyonu $\psi(x_1, x_2, x_3, ...)$ olarak yazıyoruz. Şimdi sistemi sola doğru δ kadar kaydıralım. Yeni dalga fonksiyonumuz

$$\psi'(x_1, x_2, x_3, ...) = \psi(x_1 + \delta, x_2 + \delta, x_3 + \delta, ...)$$

olarak

$$\psi'(x_1, x_2, x_3, ...) = \psi(x_1, x_2, x_3, ...) + \left\{\delta\frac{\partial\psi}{\partial x_1} + \delta\frac{\partial\psi}{\partial x_2} + \delta\frac{\partial\psi}{\partial x_3} + \cdots\right\} \tag{20.66}$$

yazılır. (20.65) denklemine göre $|\psi\rangle$ durumunun momentum işlemcisi (toplam momentum olarak adlandıralım)

$$\hat{\mathcal{P}}_{\text{toplam}} = \frac{\hbar}{i}\left\{\frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_2} + \frac{\partial}{\partial x_3} + \cdots\right\}$$

olarak yazılır. Fakat aynı zamanda bu ifade

$$\hat{\mathcal{P}}_{\text{toplam}} = \hat{\mathcal{P}}_{x_1} + \hat{\mathcal{P}}_{x_2} + \hat{\mathcal{P}}_{x_3} \tag{20.67}$$

denklemine eşittir. Momentum işlemcisi, toplam momentumun ayrı ayrı momentum kısımlarının toplamına eşit olması kuralına uyar. Söylediğimiz her şey oldukça güzeldir ve birbiriyle uyumludur.

20-6 Açısal momentum

Şimdi bir diğer işleme göz atalım; yörüngesel açısal momentum işlemi. 17. Bölümde $\hat{J}_z$ işlemcisini, z-ekseni etrafında ϕ açısı kadar dönmeyi tanımlayan $\hat{R}_z(\theta)$ işlemcisi cinsinden ifade etmiştik. Burada, sadece koordinatların fonksiyonu olan ve elektronların yukarı veya aşağı spinlerini hesaba katmayan, tek bir $\psi(\boldsymbol{r})$ dalga fonksiyonu cinsinden tanımlanan bir sistemi ele alacağız. Yani şu anda *iç açısal momentumu* göz ardı ediyoruz ve sadece *yörüngesel* kısımla ilgileniyoruz. Ayrımı belirginleştirmek için $\hat{L}_z$ yörüngesel işlemcisi ve sonsuz küçük bir ϵ açısı etrafında yapılan bir dönüş işlemcisi cinsinden tanımlayacağız:

$$\hat{R}_z(\epsilon)|\psi\rangle = \left(1 + \frac{i}{\hbar}\,\epsilon\hat{L}_z\right)|\psi\rangle$$

(Hatırlayın, bu tanım sadece hiçbir iç spin değişkenine sahip olmayan fakat $\boldsymbol{r}=x, y, z$ koordinatlarına bağlı olan bir $|\psi\rangle$ durumuna uygulanıyordu.) Eğer $|\psi\rangle$ durumuna yeni bir koordinat sisteminde bakacak olursanız, z-ekseni etrafında küçük bir ϵ açısında dönmüş bir sistemi tanımlayan yeni durumu aşağıdaki biçimde tanımlayabiliriz:

$$|\psi'\rangle = \hat{R}_z(\epsilon)|\psi\rangle$$

Eğer $|\psi\rangle$ durumunu koordinat sisteminde tanımlamayı seçersek, $\psi(\boldsymbol{r})$ dalga fonksiyonu cinsinden

$$\psi'(\boldsymbol{r}) = \left(1 + \frac{i}{\hbar}\,\epsilon\hat{\mathcal{L}}_z\right)\psi(\boldsymbol{r}) \tag{20.68}$$

yazabiliriz. $\hat{\mathcal{L}}_z$ nedir? *Yeni* koordinat sistemindeki x ve y'de bulunan bir P noktası (aslında x' ve y' fakat kesme işaretini yazmayı bırakıyoruz) önceden $x - \epsilon y$ ve $y + \epsilon x$ noktasındaydı, Şekil 20-2'den görebileceğiniz gibi. Şimdi elektronun bir P noktasında bulunma genliği koordinat dönüşümü sonunda değişmeyeceği için

$$\psi'(x, y, z) = \psi(x - \epsilon y, y + \epsilon x, z) = \psi(x, y, z) - \epsilon y\,\frac{\partial\psi}{\partial x} + \epsilon x\,\frac{\partial\psi}{\partial y}$$

yazabiliriz (ϵ'nin çok küçük bir açı olduğunu unutmayın):

$$\hat{\mathcal{L}}_z = \frac{\hbar}{i}\left(x\,\frac{\partial}{\partial y} - y\,\frac{\partial}{\partial x}\right) \tag{20.69}$$

Bu bizim cevabımızdır. Fakat dikkat edin bu ifade

$$\hat{\mathcal{L}}_z = x\hat{\mathcal{P}}_y - y\hat{\mathcal{P}}_x \tag{20.70}$$

ifadesine eşittir. Kuantum mekaniksel işlemcilerimize geri dönersek

$$\hat{L}_z = x\hat{p}_y - y\hat{p}_x \tag{20.71}$$

yazabiliriz. Bu denklemi hatırlamak kolaydır çünkü klasik mekanikteki alışıldık denkleme benzemektedir:

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p} \tag{20.72}$$

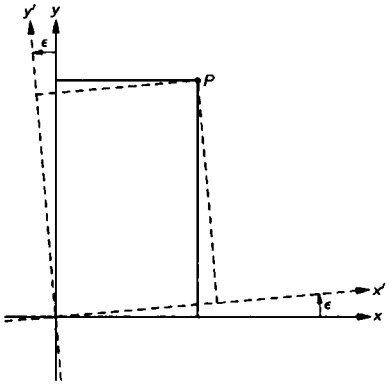
ifadesinin z-bileşenidir. Bu işlemci işinin en eğlenceli yanlarından biri çok sayıda klasik denklemin kuantum mekaniksel bir biçime sokulabilmesidir. Hangileri sokulamaz? Bazılarının kuantum mekaniksel bir karşılığı yoktur eğer öyle olsaydı kuantum mekaniğinden hiçbir farkı kalmazdı. Yeni bir fizik meydana gelmezdi. Burada farklı olan bir denklem vardır. Klasik fizikte

$$xp_x - p_x x = 0$$

yazılır; peki kuantum mekaniğinde

$$\hat{x}\hat{p}_x - \hat{p}_x\hat{x} = ?$$

denkleminin karşılığı nedir?



Şekil 20-2 z-ekseni etrafında küçük bir ϵ açısında dönmek.

Şimdi bu problem üzerine x-gösteriminde çalışalım. Ne yapacağımızı biliyor olmak için bir $\psi(x)$ fonksiyonu seçelim:

$$\hat{x}\hat{P}_x\,\psi(x) = \hat{P}_x\hat{x}\psi(x)$$

ya da

$$x\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}\psi(x) - \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}x\,\psi(x)$$

Türevin sağ taraftaki tüm terimleri etkilediğini unutmayın:

$$x\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\psi}{\partial x} - \frac{\hbar}{i}\psi(x) - \frac{\hbar}{i}x\frac{\partial\psi}{\partial x} = -\frac{\hbar}{i}\psi(x) \tag{20.73}$$

Cevap sıfır değildir. Tam cevap

$$\hat{x}\hat{p}_x - \hat{p}_x\hat{x} = -\frac{\hbar}{i} \tag{20.74}$$

olarak karşımıza çıkar.

Eğer Planck sabiti sıfır olsaydı klasik mekanik ve kuantum mekaniğinin sonuçları benzer olurdu ve kuantum mekaniğini öğrenmemize gerek kalmazdı! Tesadüfen eğer herhangi iki $\hat{A}$, $\hat{B}$ işlemcisi

$$\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$$

şeklinde yazılırsa, sonuç sıfır değildir ve "işlemcilerin yerdeğiştirmediğini" söyleriz. (20.74) gibi bir denklem "yerdeğiştirme kuralı" olarak adlandırılır. Benzer şekilde yerdeğiştirme kuralından yararlanarak

$$\hat{p}_x\hat{y} - \hat{y}\hat{p}_x = 0$$

olduğunu görebilirsiniz. Bir diğer önemli yerdeğiştirme kuralı açısal momentumla ilgilidir:

$$\hat{L}_x\hat{L}_y - \hat{L}_y\hat{L}_x = i\hbar\hat{L}_z \tag{20.75}$$

$\hat{x}$ ve $\hat{p}$ işlemcileri için benzer alıştırmaları kendiniz de yapabilirsiniz.

Yerdeğiştirmeyen işlemcilerin klasik fizikte de olduğunu vurgulamak ilginçtir. Buna zaten uzayda dönme konusunda değinmiştik. Eğer kitap gibi bir nesneyi ilk önce x-ekseni boyunca 90° daha sonra y-ekseni boyunca 90° döndürürseniz, ilk önce y-ekseni etrafında 90° daha sonra x-ekseni etrafında 90° döndürdüğünüzden farklı bir durum elde edersiniz. Aslında uzayın bu özelliğinden (20.75) denklemi sorumludur.

20-7 Ortalamanın zamanla değişimi

Şimdi size başka bir şey göstermek istiyoruz. Ortalamalar zamanla nasıl değişir? Zamana açıkça bağlı olmayan bir $\hat{A}$ işlemcisini ele alalım. $\hat{x}$ ve $\hat{p}$ gibi işlemcilerden bahsediyoruz. (Zamanla değişen $V(x, t)$ gibi dış potansiyel işlemcilerini hesaba katmıyoruz.) Şimdi $|\psi\rangle$ durumundaki $\langle A\rangle_{ort}$ değerini hesaplayalım:

$$\langle A\rangle_{ort} = \langle\psi|\hat{A}|\psi\rangle \tag{20.76}$$

$\langle A\rangle_{ort}$ zamana nasıl bağlıdır? Neden bağlı olsun? Nedenlerden birisi işlemcilerin kendisinin açıkça zamana bağlı olması olabilir; örneğin $V(x, t)$ gibi dış potansiyel işemcilerindekine benzer şekilde. Fakat işlemciler zamana bağlı olmasalar bile, örneğin $\hat{A} = \hat{x}$, ilgili ortalama zamana bağlı olabilir. Bir parçacığın ortalama konumu değişiyor olabilir. Bunun gibi bir değişimi, eğer $\hat{A}$ zamana bağlı değilse, (20.76) denkleminden nasıl çıkartabiliriz? $|\psi\rangle$ durumu zamanla değişiyor olabilir. Durağan olmayan durumları sık sık $|\psi(t)\rangle$ şeklinde ifade etmiştik. $\langle A\rangle_{ort}$ değişim hızının $\hat{A}$ olarak adlandıracağımız yeni bir işlemciyle de-

ğiştiğini göstereceğiz. $\hat{A}$'nın bir işlemci olduğunu unutmayın burada A'nın üzerindeki nokta zamana bağlı değişimi ifade eder ve *yeni* $\hat{\dot{A}}$ işlemcisi

$$\frac{d}{dt}\langle A\rangle_{\text{ort}} = \langle\psi|\hat{\dot{A}}|\psi\rangle \tag{20.77}$$

olarak tanımlanır. Buradaki problemimiz $\hat{\dot{A}}$ işlemcisini bulmaktır.

İlk olarak bir durumun değişim hızı Hamilton işlemcisi tarafından belirlenir:

$$i\hbar\frac{d}{dt}|\psi(t)\rangle = \hat{H}|\psi(t)\rangle \tag{20.78}$$

Bu ifade özgün Hamilton işlemcisi tanımımızın daha soyut bir şekilde yazılmış halidir:

$$i\hbar\frac{dC_i}{dt} \sum_j H_{ij}C_j \tag{20.79}$$

Eğer (20.78) denkleminin karmaşık eşleniğini alırsak

$$-i\hbar\frac{d}{dt}\langle\psi(t)| = \langle\psi(t)|\hat{H} \tag{20.80}$$

elde ederiz. Şimdi de (20.76) denkleminin zamana bağlı türevini alırsak ne olacağına bakalım. Her ψ zamana bağlı olduğu için

$$\frac{d}{dt}\langle A\rangle_{\text{ort}} = \left(\frac{d}{dt}\langle\psi|\right)\hat{A}|\psi\rangle + \langle\psi|\hat{A}\left(\frac{d}{dt}|\psi\rangle\right) \tag{20.81}$$

yazabiliriz. Şimdi (20.78) ve (20.80) denklemlerindeki türevleri yerdeğiştirelim:

$$\frac{d}{dt}\langle A\rangle_{\text{ort}} = \frac{i}{\hbar}\{\langle\psi|\hat{H}\hat{A}|\psi\rangle - \langle\psi|\hat{A}\hat{H}|\psi\rangle\}$$

Bu denklem

$$\frac{d}{dt}\langle A\rangle_{\text{ort}} = \frac{i}{\hbar}\langle\psi|\hat{H}\hat{A} - \hat{A}\hat{H}|\psi\rangle$$

ifadesine eşittir. Bu denklemi (20.77) denklemiyle karşılaştırırsak

$$\hat{\dot{A}} = \frac{i}{\hbar}(\hat{H}\hat{A} - \hat{A}\hat{H}) \tag{20.82}$$

olduğunu görürüz. Bu ilginç bir sonuçtur ve herhangi bir $\hat{A}$ işlemcisi için doğrudur.

Eğer $\hat{A}$ işlemcisinin *kendisi* zamana bağlıysa

$$\hat{\dot{A}} = \frac{i}{\hbar}(\hat{H}\hat{A} - \hat{A}\hat{H}) + \frac{\partial\hat{A}}{\partial t} \tag{20.83}$$

yazılır. Şimdi (20.82) denkleminin gerçekten anlamlı olduğunu görmek için bir iki örneğe göz atalım. Örneğin

$$\hat{\dot{x}} = \frac{i}{\hbar}(\hat{H}\hat{x} - \hat{x}\hat{H}) \tag{20.84}$$

şeklindeki $\hat{\dot{x}}$ işlemcisinin karşılığı nedir? Bunun sonucunu bulmanın bir yolu $\hat{\mathcal{H}}$ için koordinat gösteriminde cebirsel işlemciyi kullanmaktır. Bu gösterimde yerdeğiştirme şudur:

$$\hat{\mathcal{H}}x - x\hat{\mathcal{H}} = \left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + V(x)\right\}x - x\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + V(x)\right\}$$

Eğer bu ifadeye $\psi(x)$ fonksiyonunu etki ettirirseniz ve gerekli türevleri alırsanız

$$-\frac{\hbar^2}{m}\frac{d\psi}{dx}$$

olduğunu bulursunuz. Bu,

$$-i\frac{\hbar}{m}\ \hat{p}_x\psi$$

ifadesine eşit olduğundan

$$\hat{H}\hat{x}-\hat{x}\hat{H}=-i\frac{\hbar}{m}\ \hat{p}_x \tag{20.85}$$

ya da

$$\hat{\dot{x}}=\frac{\hat{p}_x}{m} \tag{20.86}$$

yazabiliriz. Bu oldukça güzel bir sonuçtur. Eğer x'in ortalama değeri zamanla değişiyorsa kütle merkezinin kayması, ortalama momentumun m'ye bölünmesine eşit olduğunu söyler. Tıpkı klasik mekanikteki gibi.

Bir diğer örnek. Bir durumun ortalama momentumunun değişim hızı nedir? Benzer oyun:

$$\hat{\dot{p}}=\frac{i}{\hbar}(\hat{H}\hat{p}-\hat{p}\hat{H}) \tag{20.87}$$

Yeniden x-gösterimini kullanabiliriz. $\hat{p}$ işlemcisinin d/dx ifadesine eşit olduğu ve bunun, $\hat{\mathcal{H}}$ içindeki V potansiyelinin türevini almanız anlamına geldiği açıktır; sadece ikinci terimin türevi. Birbirini götürmeyen sadece bir terim elde edilir ve

$$\hat{\mathcal{H}}\hat{p}-\hat{p}\hat{\mathcal{H}}=i\hbar\frac{dV}{dx}$$

ya da

$$\hat{\dot{p}}=-\frac{dV}{dx} \tag{20.88}$$

bulunur. Yeniden klasik sonuç elde ettik. Sağ taraf kuvvet olduğundan Newton yasasını elde etmiş olduk! Fakat hatırlayın bunlar ortalama nicelikler veren işlemciler için yasalardı. Bir atomun içinde neler olduğunu detaylı bir şekilde tanımlamaktadırlar.

Kuantum mekaniğinde $\hat{x}\hat{p}$'nin $\hat{p}\hat{x}$'e eşit olmaması önemli bir sonuçtur. Sadece ufak bir $i\hbar$ katsayısı kadar farklıdırlar. Fakat girişim yapan dalgaların olağanüstü mükemmelliği $xp - px$ ifadesinin sıfıra eşit olmamasından kaynaklanır.

Bu fikrin tarihi de ilginçtir. 1926 yılının birkaç aylık dönemi boyunca Heisenberg ve Schrödinger bağımsız olarak atomik mekaniği tanımlayan doğru yasaları buldular. Schrödinger kendi $\psi(x)$ dalga fonksiyonunu ve denklemini keşfetti. Diğer yandan Heisenberg doğanın klasik denklemlerle açıklanabileceğini buldu, elbette $\hat{x}\hat{p}-\hat{p}\hat{x}$ ifadesini özel matrisler cinsinden tanımlayarak $i\hbar$ değerine eşit olması dışında. Yani kendi dilimizde enerji gösterim matrislerini kullandı. Hem Heisenberg'in matris cebiri hem de Schrödinger diferansiyel denklemi hidrojen atomunu açıklar. Birkaç ay sonra Schrödinger, burada gördüğümüz gibi iki kuramın aynı olduğunu gösterdi. Fakat kuantum mekaniğinin iki farklı matematiksel biçimi bağımsız olarak keşfedilmiştir.

21

KLASİK DURUMDA SCHRÖDİNGER DENKLEMİ: SÜPER İLETKENLİK ÜZERİNE BİR SEMİNER

21-1 Manyetik alandaki Schrödinger denklemi
21-2 Olasılık için süreklilik denklemi
21-3 İki tür momentum
21-4 Dalga fonksiyonunun anlamı
21-5 Süper iletkenlik
21-6 Meissner etkisi
21-7 Akı kuantumlanması
21-8 Süper iletkenliğin dinamikleri
21-9 Josephson eklemi

21-1 Manyetik alandaki Schrödinger denklemi

Bu bölüm sadece eğlence içindir. Bu dersi biraz farklı bir tarzda işleyeceğiz; birazdan nasıl olduğunu göreceksiniz. Bu bölüm dersin bölümlerinden biri değildir; yeni bir şeyler öğretmek için son dakika çabası olarak görülmemelidir. Bunun yerine bir seminer verdiğimi ya da kuantum mekaniğine zaten alışık olan ileri düzey dinleyicilere bir araştırma raporu sunduğumu hayal ediyorum. Bir ders ile bir seminer arasındaki ana fark, seminer konuşmacısının tüm adımları ya da tüm işlemleri göstermeye çalışmamasıdır. Her şeyi göstermek yerine "Eğer bunları bunları yaparsanız, şunları bulursunuz," der. Bu nedenle bu derste bütün fikirlerden bahsedeceğiz fakat sadece hesaplamaların sonuçlarını vereceğiz. Her şeyi hemen anlamayı beklemeyin, fakat bahsedilen yöntemi takip edersiniz benzer sonuçları bulacağınıza inanın.

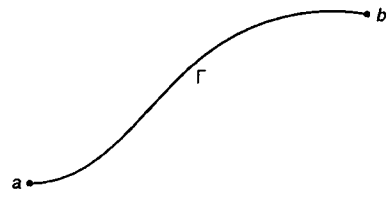
Bunların yanında bu ders hakkında konuşmak istediğim başlıkları içermektedir. Bir araştırma semineri vermek son derece modern bir içeriğe sahiptir. Üzerine bahsedeceğim konu klasik durumda Schrödinger denklemidir; süper iletkenlik durumu.

Schrödinger denkleminde ortaya çıkan dalga fonksiyonu sadece bir ya da iki parçacığa uygulanabilir. Ayrıca dalga fonksiyonunun kendisi klasik bir anlama sahip değildir; elektrik alana ya da vektör potansiyeline benzemez. Tek bir parçacık için dalga fonksiyonu –konumun bir fonksiyonu olması bakımından– bir "alandır" fakat genel olarak klasik bir öneme sahip değildir. Bununla birlikte kuantum mekaniksel dalga fonksiyonunun klasik bir öneme sahip olduğu durumlar da mevcuttur ve bu durumların birisi hakkında konuşmak istiyoruz. Küçük ölçeklerden maddenin kuantum mekaniksel davranışı, klasik mekaniğin yasaları olarak adlandırılan Newton yasalarını üretmesi haricinde, genellikle büyük ölçeklerde kendini tekrarlamaz. Fakat kuantum mekaniksel davranışın kendini büyük ölçeklerde gösterdiği bazı özel durumlar mevcuttur.

Sistemin enerjisinin çok küçük olduğu düşük sıcaklıklarda, taban durumu civarında çok sayıda durum yerine çok az sayıda durum bulunur. Bu koşullar altında taban durumunun kuantum mekaniksel karakteri makroskopik ölçeklerde ortaya çıkabilir. Bu dersin ana amacı kuantum mekaniği ile onun büyük ölçeklerdeki etkisi arasındaki bağlantıyı göstermektir; sadece kuantum mekaniğinin ortalama hesaplarında Newton mekaniğini yeniden ürettiğini söylediğimiz alışıldık tartışmalarla değil aynı zamanda kuantum mekaniğinin büyük ya da "makroskopik" ölçeklerde karakteristik etkilerini tekrarladığı özel durumlardan bahsederek bu bağlantıyı göstereceğiz.

Schrödinger denkleminin bazı özelliklerini sizlere hatırlatarak işe başlayacağız.* Schrödinger denklemini kullanarak manyetik alandaki parçacığın davranışını tanımlamak istiyorum çünkü süper iletkenlik olgusu manyetik alanı içermektedir. Dış bir manyetik alan bir vektör potansiyeli tarafından tanımlanır ve soru şudur; bir vektör potansiyelindeki kuantum mekaniği yasaları nelerdir? Bir vektör potansiyelindeki kuantum mekaniği davranışını tanımlayan ilkeler oldukça kolaydır. Bir alanın varlığında parçacığın belirli bir rota üzerinde bir yerden başka bir yere gitme genliği, bir alan yokken aynı rota üzerinde

* Aslında hatırlatacağım konusunda emin değilim çünkü bu denklemlerin bir kısmını daha önce göstermedik; fakat bu seminerin ana fikrini unutmayın.



Şekil 21-1 Γ yolu boyunca a'dan b'ye gitme genliği $\exp\left[(iq/\hbar)\int_a^b \boldsymbol{A}\cdot d\boldsymbol{s}\right]$ değeriyle orantılıdır.

bir yerden diğerine gitme genliğiyle aynıdır ve vektör potansiyelin üstel çizgi integraliyle, elektik yükünün Planck sabitine bölünmesiyle elde edilen katsayının çarpımına eşittir (*bkz.* Şekil 21-1);

$$\langle b|a\rangle_{A'\text{da}} = \langle b|a\rangle_{A=0} \cdot \exp\left[\frac{iq}{\hbar}\int_a^b \boldsymbol{A}\cdot d\boldsymbol{s}\right] \tag{21.1}$$

Bu ifade kuantum mekaniğinin temel ifadesidir.

Vektör potansiyeli olmadan yüklü bir parçacığın (göreli olmayan, spinsiz) Schrödinger denklemi

$$-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\psi}{\partial t} = \hat{\mathcal{H}}\psi = \frac{1}{2m}\left(\frac{\hbar}{i}\nabla\right)\cdot\left(\frac{\hbar}{i}\nabla\right)\psi + q\phi\psi \tag{21.2}$$

olarak tanımlanır ve ϕ elektrik potansiyeli, $q\phi$ ise potansiyel enerjidir.* Denklem (21.1), Hamilton işlemcisindeki her bir durumun manyetik alanındaki gradyamn $-qA$ ile yerdeğiştirdiği bir duruma eş değerdir; bu nedenle (21.2) denklemi

$$-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\psi}{\partial t} = \hat{\mathcal{H}}\psi = \frac{1}{2m}\left(\frac{\hbar}{i}\nabla - qA\right)\cdot\left(\frac{\hbar}{i}\nabla - qA\right)\psi + q\phi\psi \tag{21.3}$$

haline gelir. Bu denklem, bir $\boldsymbol{A}$ elektromanyetik alanında hareket eden q yüklü bir parçacık için (göreli olmayan, spinsiz) Schrödinger denklemidir.

Bunun doğru olduğunu göstermek için, sürekli bir durum yerine x-ekseni boyunca b aralıklarına sahip ve genliği olan bir atom dizisini ele alacağız; bir alan yokken elektronun bir yerden bir yere sıçrama genliğini $-K$ olarak adlandıracağız.† (21.1) denklemine göre eğer x-yönünde bir $A_x(x, t)$ vektör potansiyeli varsa sıçrama genliği, $\exp[(iq/\hbar)\,A_x b]$ olacaktır, diğer bir deyişle üstel $iq/\hbar$ çarpı bir noktadan diğerine integrali alınmış vektör potansiyeline eşit olacaktır. Basitleştirmek için $(q/\hbar)A_x \equiv f(x)$ diyeceğiz çünkü A_x genelde x'e bağlıdır. Eğer bir elektronun x konumundaki "n" atomunda bulunma genliğini $C(x) \equiv C_n$ olarak adlandırırsak, genliğin değişimi aşağıdaki denklem cinsinden verilir:

$$-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t}C(x) = E_0C(x) - Ke^{-ibf(x+b/2)}C(x+b) - Ke^{+ibf(x-b/2)}C(x-b) \tag{21.4}$$

Bu denklemde üç parça vardır. Birinci terim, x konumundaki elektronun E_0 enerjisidir. Genelde bunu $E_0C(x)$ terimi tanımlar. Diğer $-KC(x + b)$ terimidir ve $x+b$ noktasında konumlanan bir elektronun "$n+1$" atomundan bir adım geriye sıçrama genliğini tanımlar. Bununla birlikte, vektör potansiyelde böyle yapılarak, genliğin evresi (21.1) denklemindeki kurala göre kaydırılmalıdır. Eğer A_x bir atom aralığında değişmiyorsa integrali sadece orta noktadaki A_x çarpı b şeklinde yazabiliriz. Böylece $(iq/\hbar)$ çarpı integral sadece $ibf(x + b/2)$ ifadesine eşit olur. Elektron geriye doğru sıçradığı için bu evre kaymasını eksi işaretli olarak gösterdim. Bu ikinci kısmı vermektedir. Benzer şekilde bir durumdan diğerine bir sıçrama genliği daha vardır fakat bu kez x'in diğer tarafında $b/2$ uzaklığındaki vektör potansiyele ihtiyacımız vardır. Bu da üçüncü kısmı verir. Toplam, bir vektör potansiyelindeki x konumunda bulunma genliğini verir.

Şimdi $C(x)$ fonksiyonu yeterince düzgünse (uzun dalga boylu limiti alıyoruz) ve eğer atomlar birbirlerine gittikçe yaklaşıyorsa, (21.4) denklemi bir elektronun serbest uzaydaki davranışına yaklaşacaktır. Bu nedenle bir sonraki adım (21.4)'ün sağ tarafını *b'nin* kuvvetleri cinsinden genişletmektir; b'nin çok küçük olduğunu varsayıyoruz. Örneğin b *sıfırsa*, sağ taraf sadece $(E_0 - 2K)\,C(x)$ olur, yani sıfırıncı yaklaşım enerjisi $E_0 - 2K$'dır. Diğeri b'deki terimlerden gelir. İki

---

* Daha önce bir durumu tanımlamak için kullandığımız ϕ ile karıştırmayın.

† K, manyetik alanın olmadığı durumda doğrusal bir örgü problemindeki A niceliği ile benzerdir.

üstel zıt işaretlere sahip oldukları için geriye sadece b'nin çift kuvvetleri kalır. Eğer $C(x)$'i, $f(x)$'i ve üstelleri Taylor serisine açarsak ve b^2 ortak teriminde bir araya getirirsek

$$-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial C(x)}{\partial t} = E_0C(x) - 2KC(x)$$
$$- Kb^2\{C''(x) - 2if(x)C'(x) - if'(x)C(x) - f^2(x)C(x)\} \qquad (21.5)$$

yazabiliriz. (Üst çizgiler x'e göre türevi göstermektedir.)

Bu korkunç denklem oldukça karmaşık görünmektedir. Fakat matematiksel olarak daha basit bir biçimde yazılabilir:

$$-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial C(x)}{\partial t} = (E_0 - 2K)C(x) - Kb^2\left[\frac{\partial}{\partial x} - if(x)\right]\left[\frac{\partial}{\partial x} - if(x)\right]C(x) \qquad (21.6)$$

$C(x)$ üzerine etki eden ikinci parantez $C'(x)$ artı $if(x)C(x)$ ifadesini verir. Bu iki terime etki eden ilk parantez C'''i, ve $f(x)$'in ilk türevini ve $C(x)$'in ilk türevini verir. Sıfır manyetik alan için çözümü (Bölüm 13-3),

$$Kb^2 = \frac{\hbar^2}{2m_{\text{etkin}}}$$

olarak verilen m_{etkin} kütlesine sahip bir parçacığı tanımlar. Eğer $E_0 = -2K$ olarak seçersek ve $f(x) = (q/\hbar)A_x$ yazarsak kolayca (21.6) denkleminin (21.3)'ün ilk kısmına benzediğini görürüz. (Potansiyel enerji teriminin kökeni iyi bilinmektedir bu nedenle bu tartışmaya dahil etmedim.) (21.1) denklemi, üstel faktörü sayesinde tüm genlikleri değişen vektör potansiyelin, momentum işlemcisiyle $(\hbar/i)\nabla$ aynı olduğunu söyler ve $(\hbar/i)\nabla$ teriminin

$$\frac{\hbar}{i}\nabla - qA$$

ile yerdeğiştirdiğini belirtir; tıpkı (21.3) Schrödinger denkleminde görüldüğü gibi.

21-2 Olasılıklar için süreklilik denklemi

Şimdi ikinci noktaya geliyorum. Tek bir parçacık için Schrödinger denkleminin önemli bir kısmı, bir parçacığın bir yerde bulunma olasılığının dalga fonksiyonunun mutlak değer karesi tarafından belirlenebilmesi fikridir. Ayrıca olasılığın yerel anlamda korunumlu olduğunu belirten kuantum mekaniğinin temel karakteristiğini tanımlar. Elektronun bir yerde bulunma olasılığı azaldığında, elektronun başka yerlerde bulunma genliği artsa bile (toplam olasılık böylece değişmez), sonuç bu iki değer arasında bir yerde olmalıdır. Diğer bir deyişle, eğer olasılık bir yerde artarken diğer yerde azalıyorsa elektron bir sürekliliğe sahip olur ve bu iki değer arasında gidip gelir. Eğer bir duvar koyarsanız, bir etki meydana gelir ve olasılıklar aynı olmaz. Bu nedenle olasılığın korunumu kendi başına korunum yasasının tam bir ifadesi değildir tıpkı enerjinin korunumunun, enerjinin yerel korunumundan daha derin ve önemli olmaması gibi (Cilt II, Bölüm 27-1). Eğer enerji kayboluyorsa enerjiye karşılık gelen bir akım olmalıdır. Benzer şekilde eğer olasılık yoğunluğunda (birim hacimde bulunma olasılığı) bir değişim meydana geliyorsa bir olasılık "akımı" olmalıdır ve bu durum içe doğru ya da dışa doğru bir akış olarak düşünülebilir. Bu akım bir vektör olarak düşünülebilir; net olasılığın x-bileşeni, yz düzlemine paralel x-yönünde, birim saniyede ve birim alandan geçen bir parçacığın olasılığı olarak tanımlanabilir. $+x$ yönünde geçiş pozitif bir akım ve zıt yöndeki geçiş negatif bir akım olarak ele alınabilir.

Peki bunun gibi bir akım var mı? $P(\mathbf{r}, t)$ olasılık yoğunluğunun dalga fonksiyonu cinsinden

$$P(\mathbf{r}, t) = \psi^*(\mathbf{r}, t)\,\psi(\mathbf{r}, t) \tag{21.7}$$

olarak tanımlandığını biliyorsunuz. Şunu soruyorum size:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\nabla \cdot \boldsymbol{J}? \tag{21.8}$$

eşitliğini sağlayan bir $\boldsymbol{J}$ akımı var mıdır? Eğer (21.7) denkleminin zamana karşı türevini alırsak, iki terim elde ederiz;

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial t} + \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial t} \tag{21.9}$$

Şimdi $\partial\psi/\partial t$ için Schrödinger denklemini –Denklem (21.3)– kullanalım ve $\partial\psi^*/\partial t$ ifadesini elde etmek için karmaşık eşleniğini alalım; her i'nin işareti değişir. Böylece

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar}\left[\psi^* \frac{1}{2m}\left(\frac{\hbar}{i}\nabla - qA\right)\cdot\left(\frac{\hbar}{i}\nabla - qA\right)\psi + q\phi\psi^*\psi - \psi \frac{1}{2m}\left(-\frac{\hbar}{i}\nabla - qA\right)\cdot\left(-\frac{\hbar}{i}\nabla - qA\right)\psi^* - q\phi\psi\psi^*\right] \tag{21.10}$$

elde edilir. Potansiyel terimler sadeleşir ve geriye sadece diverjans terimleri kalır. Bütün denklem

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\nabla\cdot\left\{\frac{1}{2m}\psi^*\left(\frac{\hbar}{i}\nabla - qA\right)\psi + \frac{1}{2m}\psi\left(-\frac{\hbar}{i}\nabla - qA\right)\psi^*\right\} \tag{21.11}$$

olarak yazılır. Çok karmaşık görünmemektedir. ψ^* fonksiyonunun simetrik kombinasyonları çarpı ψ fonksiyonunun bazı işlemleri artı ψ çarpı onun karmaşık eşleneği ψ^*. Bir nicelik ve onun karmaşık eşleniğinin toplamı olduğu için gerçeldir; tam da olması gibi. İşlem şu şekilde hatırlanabilir; sadece $\hat{\mathcal{P}}$ momentum opertörü eksi $q\boldsymbol{A}$ biçimindedir. (21.8) denklemindeki akımı

$$\boldsymbol{J} = \frac{1}{2}\left\{\psi^*\left[\frac{\hat{\mathcal{P}} - q\boldsymbol{A}}{m}\right]\psi + \psi\left[\frac{\hat{\mathcal{P}} - q\boldsymbol{A}}{m}\right]^*\psi^*\right\} \tag{21.12}$$

olarak yazılır. (21.8) denklemini tamamlayan bir $\boldsymbol{J}$ akımı vardır.

(21.11) denklemi olasılığın yerel olarak korunduğunu gösterir. Eğer bir parçacık bir bölgede kayboluyorsa, diğer herhangi bir yerde arada bir şey meydana gelmeksizin ortaya çıkamaz. Birinci bölgenin, elektronun yüzeyde bulunma olasılığı sıfır olması için, kapalı bir yüzeyle çevrildiğini hayal edelim. Elektronun yüzeyin içinde herhangi bir yerde bulunma olasılığı P'nin hacim integralidir. Fakat Gauss teoremine göre diverjans hacim integrali $\boldsymbol{J}$, $\boldsymbol{J}$'nin yüzey integraline eşittir. Eğer ψ yüzeyde sıfırsa (21.12) denklemi $\boldsymbol{J}$'nin sıfır olduğunu böylece parçacığının toplam bulunma olasılığının değişmediğini söyler. Eğer olasılık sınıra yaklaşırsa bir kısmı sızabilir. Bu nedenle sadece yüzey boyunca yayıldığını söyleriz ve bu da yerel korunumdur.

21-3 İki tür momentum

Akım denklemi oldukça ilginçtir ve bazen ciddi bir sıkıntıya yol açabilir. Akımın, parçacık yoğunluğu çarpı hız olduğunu düşünün. Yoğunluk $\psi\psi^*$ gibi bir şey olurdu ve (21.12) denklemindeki her terim işlemcinin ortalama değeri için

$$\frac{\hat{\mathcal{P}} - q\boldsymbol{A}}{m} \tag{21.13}$$

gibi bir şey olurdu bu nedenle akım, akışın hızı olarak düşünülebilirdi. Hızın momentumla ilişkisi için iki öneriye sahibiz gibi görünmektedir; çünkü momentumun kütleye bölümü $\hat{\mathcal{P}}/m$ hız olmalıdır. İki olasılık vektör potansiyeli tarafından birbirinden farklılaşır.

Bu iki olasılık, momentumun iki farklı şekilde ifade edilebildiği anlaşıldığında, klasik fizikte de keşfedilmiştir.[1] Bunlardan birisi "kinematik momentum" olarak adlandırılır fakat daha açık olması için bu derste "mv-momentumu" olarak adlandırılmıştır. Bu momentum hız ve kütlenin çarpımına eşittir. Diğeri daha matematikseldir ve bazen "dinamik momentum" olarak veya p-momentumu olarak adlandırılır. İki olasılık

$$mv\text{-momentum} = mv \tag{21.14}$$

$$p\text{-momentum} = mv + qA \tag{21.15}$$

olarak ifade edilir. Görünen o ki kuantum mekaniğindeki manyetik alan, p-momentumunu $\hat{\mathcal{P}}$ gradyan işlemcisine bağlamaktadır. Bu nedenle (21.13) hız işlemcisidir.

Konuştuğumuz şeylerin neyin hakkında olduğunu göstermek için bir örnek vermek istiyoruz; neden (21.15) denklemi kuantum mekaniğinde ortaya çıkmaktadır? Dalga fonksiyonu (21.3) Schrödinger denklemine göre zamanla değişir. Eğer aniden vektör potansiyelini değiştirirsek dalga fonksiyonu ilk anda değişmez; sadece değişim hızı değişir. Şimdi sıradaki durumda nelerin meydana geleceğini düşünelim. Şekil 21-2'de gösterildiği gibi, bir manyetik alan ($\boldsymbol{B}$-alanı) akımı üretebileceğim uzun bir solenoidim olsun. Yakınında da yüklü parçacıklar olsun. Bu akım, sıfırdan ani bir şekilde üretilebilsin. Bunun anlamı, çembersel bir $\boldsymbol{A}$ vektör potansiyelinin aniden üretilebilmesidir. Bir düğüm etrafındaki $\boldsymbol{A}$'nın çizgi integralinin, düğüm boyunca oluşan $\boldsymbol{B}$'nin akışına eşit olduğunu hatırlayalım (Cilt II, Bölüm 14-1). Peki vektör potansiyelini aniden devreye sokarsak ne olur? Kuantum mekaniği denklemlerine göre $\boldsymbol{A}$'nın ani değişimi ψ'de ani bir değişime yol açmaz; dalga fonksiyonu hâlâ aynıdır. Bu nedenle gradyan değişmez.

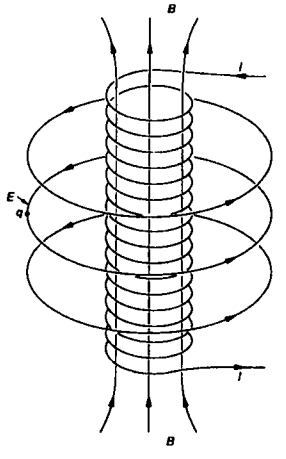
Akımda ani bir artış olduğunda elektriksel olarak nelerin meydana geldiğini hatırlayın. Kısa zamanda akım artar ve çizgi integrali akımın zamanla değişim hızına eşit olduğu bir elektrik alan üretilir

$$\boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} \tag{21.16}$$

Eğer akım hızlıca değişirse elektrik alan olağanüstü büyür ve parçacık üzerinde bir kuvvete yol açar. Kuvvet, yük çarpı elektrik alandır ve bu nedenle akımın yaratılması sırasında parçacık $-q\boldsymbol{A}$ değerine eşit bir itkiye (yani mv'deki değişime) sahip olur. Diğer bir deyişle, bir yükteki vektör potansiyeli aniden devreye sokarsanız bu yük hemen $-q\boldsymbol{A}$ değerine eşit bir mv-momentumu kazanır. Fakat aniden değişmeyen bir şeyler vardır ve bu, mv ile $-q\boldsymbol{A}$ arasındaki farka eşittir. Bu nedenle $\boldsymbol{p} = mv + q\boldsymbol{A}$ toplamı, vektör potansiyelinde ani bir değişim olduğunda değişmeyen bir niceliktir. Bu $\boldsymbol{p}$ niceliği p-momentumu olarak adlandırdığımız şeydir ve klasik mekaniğin dinamik kuramında oldukça önemli olduğu gibi, doğrudan kuantum mekaniği için de önemlidir. Dalga fonksiyonunun karakterine bağlıdır ve

$$\hat{\mathcal{P}} = \frac{\hbar}{i}\nabla$$

işlemcisi cinsinden tanımlanır.



Şekil 21-2 Artan bir akıma sahip solenoidin dışındaki elektrik alan.

[1] Bakınız, örneğin J. D. Jackson, *Klasik Elektrodinamik* [*Classical Electrodynamics*], John Wiley and Sons, Inc, New York (1962), s. 408.

21-4 Dalga fonksiyonunun anlamı

Schrödinger kendi denklemini ilk kez keşfettiğinde, denkleminin sonucu olarak (21.8) denkleminin korunum yasası olduğunu buldu. Fakat yanlış bir şekilde P'nin elektronun elektrik yük yoğunluğu olduğunu ve J'nin elektrik akım yoğunluğu olduğunu varsaydı. Bu nedenle elektronların bu yük ve akımlar sayesinde elektromanyetik alanla etkileştiklerini düşündü. Hidrojen atomu için denklemleri çözdüğünde ve ψ'yi hesapladığında, herhangi bir şeyin olasılığını hesaplayamadı –o anda genlik yoktu– bu nedenle tamamen farklı bir şekilde yorum geliştirdi. Atomik çekirdek durağandı fakat etrafında hareket eden akımlar yayınlamaktaydı; P yükleri ve J akımı elektromanyetik alanı üretmekteydi ve ışık yayınlamaktaydı. Çok geçmeden çözemediği çok sayıda problem olduğunu gördü. Tam bu noktada Bohr, kuantum mekaniğine önemli katkılar koydu. Bildiğimiz kadarıyla Schrödinger denklemindeki ψ'yi olasılık genliği cinsinden doğru olarak yorumlayan ilk kişi Bohr'du; genliğin karesinin yük yoğunluğu olmadığını fakat sadece bir elektronun birim hacimde bulunma olasılığı olduğunu kanıtladı ve elektron bir yerde bulunduğunda tüm yükün orada toplandığını gösterdi. Tüm bu fikirleri Bohr'a borçluyuz.

Bir atomdaki elektronun $\psi(\mathbf{r})$ dalga fonksiyonu düzgün yük yoğunluğuna sahip elektronun yayılımını tanımlar. Elektron ya buradadır ya oradadır ya da başka bir yerdedir fakat nerde olursa olsun noktasal bir yüke sahiptir. Diğer yandan benzer durumda aynı dalga fonksiyonuna sahip çok sayıda parçacığın olduğu bir durumu düşünelim. Peki ne olur? Birisi buradadır, birisi oradadır ve herhangi bir yerde içlerinden birisinin bulunma olasılığı $\psi\psi^*$'la orantılıdır. Fakat çok sayıda parçacık olduğu için, eğer herhangi bir $dxdydz$ hacmine bakıyorsak, $\psi\psi^*\ dxdydz$ sayısına yakın bir sayı bulacağız. Bu nedenle hepsi aynı durumda olan çok sayıda parçacığın dalga fonksiyonunun ψ olduğu bir durumda $\psi\psi^*$, parçacık yoğunluğu olarak yorumlanabilir. Eğer, bu koşullar altında, her bir parçacık aynı q yükünü taşıyorsa, yorumumuzu daha da ileri götürebiliriz ve $\psi^*\psi$'nin elektrik yoğunluğu olduğunu düşünebiliriz. Normalde $\psi\psi^*$ olasılık yoğunluğunun boyutu olarak verilir ve ψ, q'yla çarpılırsa yük yoğunluğunun boyutunu tanımlar. Şimdilik bu sabiti ψ'nin içine atabiliriz ve $\psi\psi^*$ elektrik yük yoğunluğu olarak yorumlayabiliriz. Bu fikri kullanarak J (hesapladığımız olasılık yoğunluğu), doğrudan elektrik yük yoğunluğu haline gelir.

Bu nedenle aynı durumda çok sayıda parçacık olduğunda dalga fonksiyonun olası yeni bir fiziksel yorumu bulunur. Yük yoğunluğu ve elektrik yoğunluğu doğrudan dalga fonksiyonunda hesaplanabilir ve dalga fonksiyonunun fiziksel anlamı klasik, makroskopik durumlara genelleştirilebilir.

Yüksüz parçacıklar için de durum aynıdır. Tek bir fotonun dalga fonksiyonuna sahipsek, bu fonksiyon fotonun bir yerlerde bulunma genliğini verir. Daha önce yazmamış olsak da, fotonun dalga fonksiyonu için elektronun Schrödinger denklemine karşılık gelen bir denklem vardır. Foton denklemi tıpkı elektromanyetik alan için Maxwell denklemine benzerdir ve dalga fonksiyonu $\boldsymbol{A}$ vektör potansiyeliyle aynıdır. Dalga fonksiyonu vektör potansiyeline benzemektedir. Kuantum fiziği klasik fiziğe benzemektedir çünkü fotonlar etkileşmeyen Bose parçacıklarıdır ve çoğu aynı durumda bulunur; bildiğiniz gibi hepsi aynı durumda olmaktan *hoşlanır*. Milyarlarcasının aynı durumda bulunduğu durumda (yani aynı elektromanyetik dalgada), doğrudan vektör potansiyeli olan dalga fonksiyonunu ölçebiliriz. Elbette tarihsel açıdan farklı bir yol izlenmiştir. İlk gözlemler çok sayıda fotonun aynı olduğu durumlar üzerineydi ve dalga fonksiyonunun doğasını makroskopik düzeyde gözlemleyerek tek foton için doğru bir denklem keşfedebildik.

Ancak, elektronla ilgili sorun birden fazlasının aynı durumda bulunamamasıydı. Bu nedenle uzun süre Schrödinger denkleminin dalga fonksiyonunun, foton genliğinin makroskopik gösterimiyle karşılaştırılabilecek makroskopik bir

gösterime sahip olmadığına inanıldı. Diğer yandan şu an biliyoruz ki süper iletkenlik bu duruma karşılık gelmektedir.

21-5 Süper iletkenlik

Bildiğiniz gibi, çok sayıda metal belirli bir sıcaklığın altında süper iletken olmaktadır; sıcaklık farklı metaller için farklıdır.[2] Sıcaklığı yeteri kadar indirdiğinizde metaller elektriği direnç olmaksızın iletir. Bu olgu çok sayıda metalde gözlemlenmiştir ve bu olgunun kuramı çok sayıda güçlük barındırır. Süper iletkenlerin içinde nelerin meydana geldiğini anlamak oldukça uzun zaman almıştır ve sadece konumuz açısından önemli olanları anlatacağım. Örgü içindeki titreşen atomların barındırdığı elektronların etkileşimleri nedeniyle elektronlar arasında net etkin bir *çekim* vardır. Böylece, açık konuşmak gerekirse, elektronlar çiftler halindedir.

Şimdi elektronun bir Fermi parçacığı olduğunu biliyoruz. Fakat bir çift elektron bir Bose parçacığı gibi davranır çünkü bir çift içindeki elektronların yerlerini değiştirirsek dalga fonksiyonunun işaretini iki kez değiştirmiş oluruz ve bu durum hiçbir şeyin değişmediği anlamına gelir. Bir çift elektron bir Bose parçacığıdır.

Çiftin enerjisi –yani net çekim– çok çok zayıftır. Sadece çok küçük bir sıcaklık elektronların termal olarak harekete geçmeleri için ve "normal" elektron gibi davranmaları için yeterlidir. Fakat sıcaklığı yeterince düşürdüğünüzde, en düşük enerjili durumlarına yerleşirler ve çiftler halinde bulunurlar.

Çift elektronların birbirlerine çok yaklaşarak tıpkı bir nokta parçacığı gibi davrandıklarını düşünmenizi istemiyorum. Aslında bu olgunun anlaşılmasında başlangıçta karşılaşılan güçlük, durumun gerçekte tam da böyle olmamasından kaynaklanır. Çift halindeki iki elektron aslında birbirlerinden oldukça uzaktadır; çiftlerin arasındaki ortalama mesafe göreli olarak tek bir çiftin arasındaki mesafeden daha kısadır. Birkaç çift aynı anda aynı boşluğu işgal eder. Hem elektronların metallerde çiftler halinde bulunmalarının anlaşılması hem de enerjilerinin tahmin edilmesi, son zamanlardaki en büyük zaferlerden biridir. Süper iletkenlik kuramındaki bu temel nokta ilk kez Bardeen, Cooper ve Schrieffer tarafından açıklanmıştır; fakat bu, seminerimizin konusu değildir.[3] Bununla birlikte elektronların bir şekilde çiftler halinde bulunabildiğini kabul edeceğiz ve bu nedenle bir "çiftin" dalga fonksiyonu hakkında konuşacağız.

Şimdi elektron çifti için Schrödinger denklemi az ya da çok (21.3) denklemine benzeyecektir. Sadece elektronun q yükü yerine $2q$ yükünü dikkate alacağız. Ayrıca kristal örgü içindeki çiftlerde m için hangi sayıyı kullanacağımızı bilmiyoruz. Eğer yüksek frekanslı durumları ele aldığımızı düşünürsek (ya da kısa dalga boylu) bu tam olarak doğru bir yaklaşım olacaktır; çünkü çok hızlı değişen dalga fonksiyonuna karşılık gelen kinetik enerji, çiftleri ayıracak kadar büyük olabilir. Sonlu sıcaklıklarda Boltzmann kuramına göre birbirlerinden ayrılmış birkaç çift mutlaka bulunur. Parçacıkların ayrılma olasılıkları $\exp(-E_{\text{çift}}/kT)$ değeriyle orantılıdır. Çiftler halinde bulunmayan elektronlar "normal" elektronlar olarak adlandırılır ve örgü içinde bilindik şekilde hareket ederler. Bununla birlikte sadece sıfır sıcaklığındaki durumu ele alacağız; ya da çiftler halinde olmayan elektronların ürettiği karmaşıklığı göz ardı edeceğiz.

Elektron çiftleri bozon olduğu için, çok sayıda parçacık olduğu durumda, diğer çiftlerin aynı durumda bulunma genliği oldukça yüksek olur. Bu nedenle

---

[2] İlk olarak Kamerlingh-Onnes tarafından 1911 yılında keşfedilmiştir; H. Kamerlingh-Onnes, Comm. Phys. Lab., Univ. Lyden, Nos 119, 120, 122 (1911). E. A. Lyntın, *Superconductivity*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1962 çalışmasında konuyla ilgili güncel tartışmaları bulabilirsiniz.

[3] J. Bardeen, L. N. Cooper ve J. R. Schrieffer, *Phys. Rev.* 108, 1175 (1957).

çiftlerin neredeyse hepsi *tamamen aynı* en düşük enerjili *duruma* tıkılırlar; içlerinden birisini farklı bir durumda bulma olasılığı oldukça zayıftır. Aynı durumda bulunma genliği, işgal edilmemiş durum genliklerinden ünlü $\sqrt{n}$ faktörü kadar daha büyüktür ve burada $n - 1$, en düşük enerjili durumun doluluğudur. Bu nedenle tüm çiftlerin aynı duruma doğru hareket etmesini bekleriz.

Peki daha sonra kuramımız neye benzer? Bir çiftin en düşük enerjili durumdaki dalga fonksiyonuna ψ diyelim. Bununla birlikte, $\psi\psi^*$ yük yoğunluğu ρ'yla orantılı olduğu için ψ dalga fonksiyonunu, yük yoğunluğunun karekökü çarpı bir evre faktörü cinsinden ifade edebiliriz;

$$\psi(r) = \rho^{1/2}(r)e^{i\theta(r)} \tag{21.17}$$

Burada ρ, θ, r'nin gerçel fonksiyonudur. (Elbette herhangi bir karmaşık fonksiyon bu şekilde yazılabilir.) Yük yoğunluğu hakkında konuşurken ne demek istediğimiz açıktır fakat dalga fonksiyonun θ evresinin fiziksel anlamı nedir? Şimdi eğer $\psi(r)$ fonksiyonunu (21.12) denkleminde yerine yazdığımızda ne olacağını görelim ve akım yoğunluğunu yeni ρ, θ değişkenleri cinsinden ifade edelim. Sadece değişkenlerin değişimidir ve tüm matematiksel işlemleri göstermeden aşağıdaki sonucu yazıyoruz:

$$J = \frac{\hbar}{m}\left(\nabla\theta - \frac{q}{\hbar}A\right)\rho \tag{21.18}$$

Hem akım yoğunluğu hem de yük yoğunluğu süper iletken elektron gazı için fiziksel bir anlama sahip olduğundan, hem ρ hem de θ gerçek şeylerdir. Evre tıpkı gözlenen ρ gibidir; J akım yoğunluğunun bir parçasıdır. *Mutlak evre* gözlenemez, fakat gradyanı her yerde biliniyorsa bir sabit haricinde evre de bilinir. Bir noktadaki evreyi tanımlayabiliriz ve daha sonra her yerdeki evreyi belirleyebiliriz.

J akım yoğunluğunu *aslında* yük yoğunluğu çarpı elektron akış hareket hızı ya da ρv olarak ele alırsak, akım denklemi biraz daha güzel analiz edilebilir. O zaman (21.18) denklemi

$$mv = \hbar\nabla\theta - qA \tag{21.19}$$

ifadesine eşit olur. mv-momentumunda iki kısım olduğunu belirtelim; birisi vektör potansiyele katkı koyar diğeri de dalga fonksiyonunun davranışına katkı koyar. Diğer bir deyişle $\hbar\nabla\theta$ terimi p-momentumu olarak adlandırdığımız şeydir.

21-6 Meissner etkisi

Şimdi süper iletkenlik olgusunu açıklayabiliriz. İlk olarak süper iletkenlikte elektrik direnci yoktur. Direnç yoktur çünkü bütün elektronlar toplu bir şekilde aynı durumdadır. Akımın sıradan akışı sırasında bir elektronu etkileyerek genel momentumu aşama aşama azaltabilirsiniz. Fakat bir elektronu diğerlerinin yaptıklarından soyutlamak çok zordur çünkü tüm Bose parçacıkları aynı durumda bulunma eğilimindedir. Akım bir kez başladığında sonsuza kadar devam eder.

Ayrıca süper iletken durumunda bir parça metaliniz varsa ve çok büyük olmayan bir manyetik alan metale uygulanırsa (ne kadar büyük olup olmadığı konusuna girmeyeceğiz), manyetik alan metale giremeyecektir. Eğer metalin herhangi bir bölümünde bir manyetik alan yaratmış olsaydınız, elektrik alan üreten bir akı değişimi meydana gelirdi ve çok geçmeden Lenz yasası uyarınca bu akıya zıt bir elektrik alan üretilirdi. Bütün elektronlar birlikte hareket ettikleri için çok küçük bir elektrik alan, herhangi bir manyetik alana karşı koyacak kadar büyük bir akım yaratır. Bir metal süper iletken durumunda oluncaya dek soğutulduktan sonra alanı açarsınız, dışlanacaktır.

Daha da ilginç olanı Meissner tarafından deneysel olarak keşfedilen bir olgudur.[4] Eğer yüksek sıcaklıklarda bir metal parçanız varsa (normal bir iletken

[4] W. Meissner ve R. Ochsenfeld, *Naturwiss.* 21, 787 (1993).

olması için) ve bir manyetik alan uygulanırsa, sıcaklığı kritik değerin (metallerin süper iletken oldukları) altına indirdiğinizde *alan kovulmuş olur*. Diğer bir deyişle kendi akımıyla çalışır ve çok küçük bir kısmı alanı kovar.

Bunu sebebini denklemlerde görüyoruz ve nasıl böyle olduğunu açıklayacağız. Yumru halinde süper iletken bir metal parçamız olsun. Herhangi bir kararlı durumda akımın diverjansı sıfır olacaktır çünkü gideceği herhangi bir yer yoktur. A'nın divarjansını sıfır yapacak şekilde bir seçim yapmak uygun olur. (Bu seçimin genelliği kaybettirmeyeceğini açıklamak isterdim, fakat uzatmak istemiyorum.) (21.18) denkleminin diverjansım alırsak θ'nın Laplace işlemcisinin sıfır olduğunu görürüz. Bir dakika. ρ nasıl değişir? Önemli bir noktayı vurgulamayı unuttum. Örgüdeki atomik iyonlar nedeniyle bu metalin ardalanında pozitif yükler bulunur. Eğer ρ yük yoğunluğu her yerde aynıysa net bir yük ve net bir elektrik alan yoktur. Eğer bir bölgede elektronlar birikmişse yükler yüksüz hale gelemez ve elektronları uzağa iten büyük itme kuvvetleri ortaya çıkar.* Sıradan durumlarda süper iletkendeki elektronların yük yoğunluğu neredeyse mükemmel şekilde düzgündür; ρ bir sabit olarak alınabilir. Bir metal yumağının içindeki her yerde $\nabla^2\theta$ teriminin sıfır olması için, θ sabit olmalıdır. Bu, J'ye p-momentumundan bir katkı olmayacağı anlamına gelir. (21.18) denklemi o zaman akımın, ρ çarpı A'yla orantılı olduğunu söyler. Bu nedenle süper iletken malzemenin her yerinde akım vektör potansiyeliyle orantılıdır:

$$J = -\rho \frac{q}{m} A \tag{21.20}$$

ρ ve q aynı işarete (negatif) sahip olduğu için ve ρ bir sabit olduğu için, $-pq/m$ = –(pozitif bir sabit) olarak seçebilirim:

$$J = -(\text{pozitif bir sabit})\, A \tag{21.21}$$

Bu denklem süper iletkenliği deneysel olarak açıklamak için ilk olarak London ve London tarafından önerilmiş, çok geçmeden etkinin kuantum mekanik kökeni anlaşılmıştı.[5]

Şimdi alanı çözmek için elektromanyetizma denklemlerindeki (21.20) denklemini kullanabiliriz. Vektör potansiyeli akım yoğunluğuyla aşağıdaki gibi orantılıdır:

$$\nabla^2 A = -\frac{1}{\epsilon_0 c^2} J \tag{21.22}$$

Eğer J için (21.21) denklemini kullanırsak

$$\nabla^2 A = \lambda^2 A \tag{21.23}$$

elde ederiz burada λ^2 yeni bir sabittir:

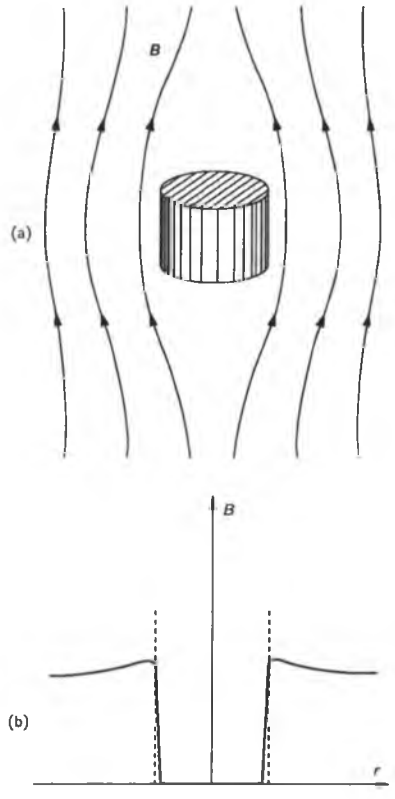
$$\lambda^2 = \rho \frac{q}{\epsilon_0 m c^2} \tag{21.24}$$

Şimdi A için bu denklemi çözebiliriz ve detaylı bir şekilde nelerin meydana geldiğini inceleyebiliriz. Örneğin bir boyutta (21.23) denklemi $e^{-\lambda x}$ ve $e^{+\lambda x}$ formunda üstel çözümlere sahiptir. Bu çözümler vektör potansiyelinin, malzemenin yüzeyine doğru ilerledikçe, üstel olarak *azalması* gerektiğini söyler. (Artamaz çünkü bir yerde patlar.) Eğer metal parçası $1/\lambda$ değeriyle karşılaştırıldığında çok daha büyükse, alan yüzeydeki çok ince bir bölgeye girebilir; $1/\lambda$ kalınlı-

---

* Aslında elektrik alan çok güçlü olsaydı, çiftler ayrılırdı ve yaratılan "normal elektronlar" herhangi bir pozitif yük artışını dengelemesi için yüksüzleştirmeye yardım ederlerdi. Hâlâ bu normal elektronları yaratacak enerjiye ihtiyaç vardır bu nedenle ana nokta, neredeyse düzgün bir ρ yük yoğunluğunun enerjik olarak yüksek avantaja sahip olmasıdır.

5 F. London ve H. London. *Proc, Roy, Soc.* (Londra) **A149**, 71 (1935); *Physica* **2**, 341 (1935).



Şekil 21-3 (a) Bir manyetik alandaki süper iletken bir silindir. (b) r'nin bir fonksiyonu olarak B manyetik alanı.

ğındaki bir bölge. İç bölgenin geri kalan kısmı serbest alandır, tıpkı Şekil 21-3'te gösterildiği gibi. Bu, Meissner etkisinin açıklamasıdır.

λ ne kadar büyüktür? Pekâlâ, elektronun r_0 "elektromanyetik yarıçapı" ($2{,}8 \times 10^{-13}$ cm)

$$mc^2 = \frac{q_e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0}$$

denkleme yardımıyla belirleniyordu. Ayrıca (21.24) denklemindeki q, elektron yükünün iki katıdır bu nedenle

$$\frac{q^2}{\epsilon_0 mc^2} = \frac{8\pi r_0}{q_e}$$

yazılır. ρ, qeN olarak yazılırsa, (N = her santimetre kübteki elektron sayısı),

$$\lambda^2 = 8\pi N r_0 \tag{21.25}$$

elde edilir. Kurşun gibi bir iletken için bu her cm^3'te yaklaşık 3×10^{22} atoma karşılık gelir ve eğer her biri sadece bir iletim elektronuna katkı koyarsa $1/\lambda$ yaklaşık olarak 2×10^{-6} cm olur. Bu size mertebenin ne olduğu konusunda bir fikir verir.

21-7 Akı kuantumlanması

(21.21) London denklemi Meissner etkisini de içeren süper iletkenliğin gözlenen gerçeklerini açıklamak için önerilmişti. Bununla birlikte günümüzde daha dramatik tahminler yapılabilmektedir. London tarafından yapılan tahminlerden biri günümüze dek hiç kimse tarafından dikkate alınmayan bir özelliğe sahiptir. Şimdi bunu tartışacağım. Şimdi tek bir yumak yerine kalınlığı $1/\lambda$ değeriyle karşılaştırılabilen bir *halka* aldığımızı ve halkaya bir manyetik alan uyguladıktan sonra süper iletken durumuna kadar soğuttuğumuzu ve daha sonra B kaynağını ortadan kaldırdığımızı düşünelim. Olayların sırası Şekil 21-4'te gösterilmiştir. Normal durumda halkada şeklin (a) kısmında gösterildiği gibi bir alan vardır. Halka süper iletken olduğunda alan *malzemeden* dışarıya doğru itilir (daha önce gördüğümüz gibi). O zaman şeklin (b) kısmında gösterildiği gibi halkanın içi boyunca bir akım olacaktır. Eğer dış alan kaldırılırsa, içinden geçen alan çizgileri (c) kısmında gösterildiği gibi "tuzaklanır." Merkezdeki Φ akımı azalmaz çünkü $\partial\Phi/\partial t$, halka etrafındaki $\boldsymbol{E}$'nin bir süper iletken için sıfır olan çizgi integraline eşit olmalıdır. Dış alan kaldırılırsa halkadan geçen akımı sabit yapan bir süper akım meydana gelir. (Eski girdap-akım fikridir sadece direnç sıfırdır.) Bununla birlikte yüzey boyunca akan bu akımlar ($1/\lambda$ derinliğine dek), katı bloklar için yaptığımız analizdeki gibi gösterilebilir. Bu akımlar manyetik alanı halkanın gövdesinden uzak tutar ve bunun yanında manyetik alanı sonsuza dek tuzaklayan bir etki üretir.

Bununla birlikte şimdi temel bir fark vardır ve denklemlerimiz sürpriz bir etki içerir. θ'nın katı içinde sabit olması hakkında ileri sürdüğüm fikirler belirteceğim nedenlerden dolayı *halkalara uygulanamaz.*

Halka gövdesinin içinde $\boldsymbol{J}$ akım yoğunluğu sıfırdır bu nedenle (21.18) denklemi

$$\hbar\nabla\theta = q\boldsymbol{A} \tag{21.26}$$

ifadesini verir. Şimdi, enine kesitin merkezi civarındaki halka etrafında dolaşan, bu nedenle Şekil 21-5'te gösterildiği gibi asla yüzeye yakınlaşamayan Γ eğrisi etrafında $\boldsymbol{A}$'nın çizgi integralini aldığımızda ne bulacağımıza bakalım. (21.26) denkleminden

$$\hbar \oint \nabla\theta \cdot d\boldsymbol{s} = q \oint \boldsymbol{A} \cdot d\boldsymbol{s} \tag{21.27}$$

elde ederiz. Şimdi herhangi bir düğüm etrafındaki $\boldsymbol{A}$'nın çizgi integralinin, düğümden geçen $\boldsymbol{B}$'nin akısına eşit olduğunu biliyoruz:

$$\oint \boldsymbol{A} \cdot d\boldsymbol{s} = \Phi$$

O zaman (21.27) denklemi

$$\oint \nabla\theta \cdot d\boldsymbol{s} = \frac{q}{\hbar}\,\Phi \tag{21.28}$$

haline gelir. Bir noktadan diğerine gradyanın çizgi integrali (örneğin 1 noktasından 2 noktasına) bu iki noktadaki fonksiyon değerlerinin farkıdır. Yani

$$\int_1^2 \nabla\theta \cdot d\boldsymbol{s} = \theta_2 - \theta_1$$

Eğer 1 ve 2 noktalarının uçları bir ilmek yapacak şekilde bir araya getirilirse, θ_2 ve θ_1 eşit olacağından (21.28) denklemindeki integral sıfır olur. Bu, bir ilmek haline gelecek şekilde birbirlerine eklenmiş süper iletken parçalar için doğrudur fakat halka şekilli parçalar için doğru değildir. Yapabileceğimiz tek fiziksel koşul, *her nokta için dalga fonksiyonunun bir değere sahip olmasıdır.* θ halka etrafında ne olursa olsun başlangıç noktasına geri döndüğümüzde dalga fonksiyonu için

$$\psi = \sqrt{\rho}\,e^{i\theta}$$

aynı değeri bulmanız gerekir. Bu, eğer n herhangi bir tamsayı olmak üzere, θ, $2\pi n$ kadar değişiyorsa olur. Bu nedenle halka etrafında tam bir tur yaptığımızda (21.27) denkleminin sol tarafı $\hbar \cdot 2\pi n$ olmalıdır. (21.28) denklemini kullanarak

$$2\pi n\hbar = q\Phi \tag{21.29}$$

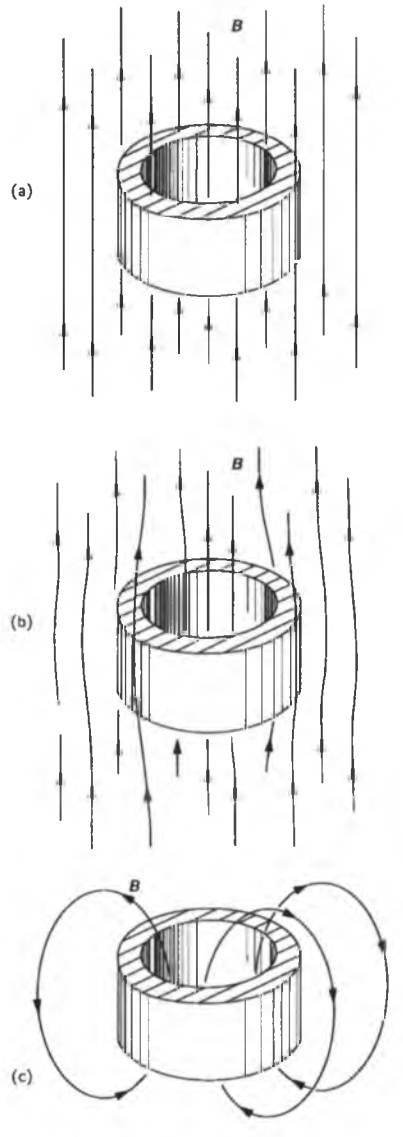
bulabiliriz. *Tuzaklanmış akı her zaman bir tamsayı çarpı* $2\pi\hbar/q$ *olmalıdır*! Eğer halkayı mükemmel iletkenliğe (dolayısıyla sonsuz) sahip klasik bir nesne gibi ele alırsak, başlangıçtaki akının ne olursa olsun hep orada kaldığını görürüz; akının herhangi bir miktarı tuzaklanmış olabilir. Fakat süper iletkenliğin kuantum mekaniksel kuramı, akının 0, $2\pi\hbar/q$, $4\pi\hbar/q$ ya da $6\pi\hbar/q$ ve bunun gibi değerler alabileceğini fakat asla bu değerler arasında bir değer alamayacağını söyler. Temel kuantum mekaniksel birimin katları olmalıdır.

London, bir süper iletken halka tarafından tuzaklanan akının kuantumlanabileceğini öngörmüştür ve akının olası değerlerinin elektronik yük q'ya eşit olan (21.29) denklemiyle verileceğini söylemiştir.[6] London'a göre akının temel birimi yaklaşık 4×10^{-7} gauss · cm^2 olan $2\pi\hbar/q_e$ değerine eşit olmalıdır. Buna benzer bir akıyı hayal etmek için, çapı bir milimetrenin onda biri olan ince bir silindiri hayal edebiliriz; içindeki manyetik alan yaklaşık olarak dünyanın manyetik alanının yüzde biri kadardır. Bunun gibi bir akıyı duyarlı manyetik ölçümlerle gözlemlemek olasıdır.

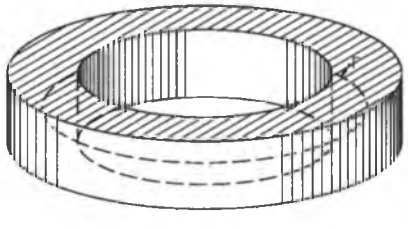
1961 yılında bunun gibi kuantumlanmış bir akı araştırılmış ve Stanford Üniversitesinden Deaver ve Fairbank[7] ile aynı zamanda Almanya'da Doll ve Näbauer[8] tarafından bulunmuştur.

Deaver ve Fairbank deneylerinde, bir cm uzunluğundaki ($1{,}3 \times 10^{-3}$ cm çapında) bakır tel üzerinde ince bir kalay tabakasıyla yapılmış bir süper iletken silindir kullandılar. Kalay 3,8°K sıcaklığın altında süper iletken olurken bakır normal metal olarak kalmaya devam eder. Kablo küçük bir manyetik alanı kontrol etmek için koyulmuştur ve sıcaklık, kalay süper iletken oluncaya dek azaltılır. Daha sonra dış manyetik alan kaldırılır. Bunun Lenz yasası uyarınca içerdeki akıyı değiştirmeyen bir akım üretmesini beklerdik. İnce silindir artık içerdeki akıyla orantılı bir manyetik momente sahiptir. Bu manyetik moment ince silindirin uçlarındaki bir çift ufak bobin içindeki kablolar aşağı ve yukarı sallanarak ölçülebilir (tıpkı dikiş makinesi iğnesinin hareketi gibi fakat burada saniyede 100 devir vardır). Bobinlerde indüklenen gerilim o zaman manyetik momentin bir ölçüsüdür.

Deaver ve Fairbank yaptıkları deneyin ardından, akının kuantumlandığını buldular *fakat temel birim London'un tahmin ettiğinin yarısı kadardı.* Doll ve



Şekil 21-4 Manyetik alandaki bir halka (a) normal durumda; (b) süper iletken durumunda (c) dış alanın kaldırıldığı durumda.



Şekil 21-5 Γ eğrisi içindeki bir süper iletken halka.

6 F. London, *Süper akışkanlar*, John Wiley and Sons, Inc, New York 1950, Cilt I, sayfa 152.

7 B. S. Deaver, Jr., ve W. M. Fairbank, *Phys. Rev. Letters* 7, 43 (1961).

8 R. Doll ve M. Näbauer, *Phys. Rev. Letters* 7, 51 (1961).

Näuber aynı sonucu buldu. İlk bakışta bu oldukça gizemliydi, fakat şu an neden böyle olduğunu biliyoruz.* Bardeen, Cooper ve Schrieffer süper iletkenlik kuramına göre, (21.29) denkleminde ortaya çıkan q, elektron çiftinin yüküdür ve bu nedenle $2q_e$'ye eşittir. Temel akı birimi

$$\Phi_0 = \frac{\pi\hbar}{q_e} \approx 2 \times 10^{-7} \text{ gauss} \cdot \text{cm}^2 \tag{21.30}$$

ya da London'un tahmininin yarısı kadardır. Şimdi taşlar yerine oturmuştur ve ölçümler, büyük ölçeklerde kuantum mekaniğinin tahminlerinin doğru olduğunu göstermektedir.

21-8 Süper iletkenliğin dinamiği

Meissner etkisi ve akı kuantumlanması genel fikirlerimizi doğrulayan iki sonuçtur. İşimizi tamamlamak adına süper iletken akışkan denklemlerini bu bakış açısından vermek istiyoruz; oldukça ilginçtirler. Bu noktaya kadar ψ ifadesini sadece yük yoğunluğu ve akım denklemlerinin içine koyduk. Eğer Schrödinger denkleminde yazmış olsaydık, ρ ve θ için denklemleri bulmuş olurduk. Nelerin meydana geldiğini görmek ilginç olabilir çünkü burada ρ yük yoğunluğuna ve gizemli bir θ terimine sahip elektron çifti "akışkanına" sahibiz; bunun gibi bir "akışkan" için ne tür denklemlere sahip olduğumuzu görebiliriz! Bunun için (21.17) denklemindeki dalga fonksiyonunu (21.3) Schrödinger denkleminde yerine yazabiliriz ve ρ ile θ'nın x, y, z, t'nin gerçek fonksiyonları olduğunu da biliyoruz. Daha kısa bir biçimde (21.19) denklemini kullanarak

$$\frac{\hbar}{m}\nabla\theta - \frac{q}{m}\boldsymbol{A} = \boldsymbol{v} \tag{21.31}$$

yazabiliriz. Denklemlerden birini

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = -\nabla\cdot\rho\boldsymbol{v} \tag{21.32}$$

şeklinde ifade edebiliriz. $\rho\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{J}$ olduğu için yeniden süreklilik denklemini elde etmiş olduk. Elde edeceğimiz diğer denklem θ'nın nasıl değişeceğini söyler:

$$\hbar\frac{\partial\theta}{\partial t} = -\frac{m}{2}v^2 - q\phi + \frac{\hbar^2}{2m}\left\{\frac{1}{\sqrt{\rho}}\nabla^2(\sqrt{\rho})\right\} \tag{21.33}$$

Hidrodinamiğe aşina olanlar, eğer $\hbar\theta$ terimi "hız potansiyeli" olarak tanımlanırsa, (eminim birkaçınız bu konuda bilgilisiniz) bu denklemin elektrik yüklü bir akışkanın hareket denklemi olacağını bilecektir; akışkanın sıkıştırma enerjisi olan son terimin ρ'ya oldukça garip bir şekilde bağlı olması haricinde. Herhangi bir durumda bu denklem $\hbar\theta$ niceliğinin, değişim hızının bir kinetik enerji terimi, $\frac{1}{2}mv^2$, artı bir potansiyel enerji terimi $-q\phi$ ve ayrıca "kuantum mekaniksel enerji" olarak adlandıracağımız $\hbar^2$ içeren terim sayesinde belirlenebileceğini söylemektedir. Bir süper iletken içinde ρ'nun elektrostatik kuvvetler nedeniyle oldukça düzgün olduğunu görebiliriz bu nedenle bu terim sadece bir süper iletken bölgesine sahip olunması şartıyla neredeyse tüm pratik uygulamalarda ihmal edilir. Eğer iki süper iletken arasında bir sınıra sahipsek (ya da ρ'nun hızlı bir şekilde değiştiği) bu terim önemli olabilir.

Hidrodinamik denklemlere aşina olmayanlar için (21.33) denklemini fiziği daha açık görmeniz açısından θ ve v cinsinden yeniden yazacağız. (21.33) denk-

* Daha önce hiç kimse nedenini anlayamamış olsa da, bunun olabileceği Onsager tarafından söylenmişti. (*bkz.* Deaver ve Fairbank, Ref 11.)

leminin tamamının gradyanını alarak ve $\nabla\theta$ terimini (21.31) denkleminden yararlanıp $\boldsymbol{A}$ ve $\boldsymbol{v}$ cinsinden tanımlayarak

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} = \frac{q}{m}\left(-\nabla\phi - \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t}\right) - \boldsymbol{v}\times(\nabla\times\boldsymbol{v}) - (\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v} + \nabla\,\frac{\hbar^2}{2m^2}\left(\frac{1}{\sqrt{\rho}}\,\nabla^2(\sqrt{\rho})\right) \tag{21.34}$$

elde edebiliriz. Bu denklemin anlamı nedir? İlk olarak

$$-\nabla\phi - \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} = \boldsymbol{E} \tag{21.35}$$

olduğunu hatırlayın. Daha sonra (21.31) denkleminin vektörel çarpımını alırsak

$$\nabla\times\boldsymbol{v} = -\frac{q}{m}\,\nabla\times\boldsymbol{A} \tag{21.36}$$

elde ederiz, çünkü vektörel çarpımın gradyanı her zaman sıfırdır. $\nabla\times\boldsymbol{A}$ manyetik alan $\boldsymbol{B}$ olduğundan ilk iki terimi

$$\frac{q}{m}\;(\boldsymbol{E}+\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})$$

biçiminde yazabiliriz. Son olarak $\partial\boldsymbol{v}/\partial t$ teriminin bir noktadaki akışkanın hız değişim oranını tanımladığını vurgulayalım. Eğer özel bir parçacığa yoğunlaşırsak ivmesi $\boldsymbol{v}$'nin *toplam* türevine eşit olur (ya da bazen akışkanlar dinamiğinde "beraber ivmelenme" olarak adlandırılır) ve aşağıdaki ifadeyle $\partial\boldsymbol{v}/\partial t$ terimine ilişkilendirilir:[9]

$$\left.\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}\right|_{\text{beraber iv.}} = \frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v} \tag{21.37}$$

Bu ek terim ayrıca (21.34) denkleminin sağ tarafındaki üçüncü terimde ortaya çıkar. Bu terimi sol tarafa alarak (21.34) denklemini aşağıdaki biçimde yazabiliriz:

$$m\left.\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}\right|_{\text{beraber iv.}} = q(\boldsymbol{E}+\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}) + \nabla\,\frac{\hbar^2}{2m^2}\left(\frac{1}{\sqrt{\rho}}\,\nabla^2(\sqrt{\rho})\right) \tag{21.38}$$

Ayrıca (21.36) denkleminden

$$\nabla\times\boldsymbol{v} = -\frac{q}{m}\,\boldsymbol{B} \tag{21.39}$$

elde ederiz.

Bu iki denklem süper iletken elektron akışkanının hareket denklemidir. İlk denklem sadece bir elektromanyetik alandaki yüklü bir akışkan için Newton yasasıdır. Enerjisi q olan akışkandaki her bir parçacığın ivmelenmesinin, Lorentz kuvvetinden $q(\boldsymbol{E}+\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})$ artı kuantum mekaniksel potansiyelin gradyanını tanımlayan ek bir kuvvetten –iki süper iletken arasındaki birleşimde çok büyük olmayan bir kuvvet– kaynaklandığını söyler. İkinci denklem akışkanın "ideal" olduğunu söyler; $\boldsymbol{v}$'nin vektörel çarpımı sıfır diverjansa sahiptir. ($\boldsymbol{B}$'nin diverjansı her zaman sıfırdır.) Bu, hızın hız potansiyeli cinsinden tanımlanabileceğini söyler. Sıradan ideal bir akışkan için $\nabla\times\boldsymbol{v}=0$ yazılır fakat *manyetik alandaki ideal yüklü akışkan için* (21.39) denklemindeki gibi yenilenmelidir.

Böylece, bir süper iletken içindeki elektron çifti için Schrödinger denklemi elektrik yüklü ideal akışkanın hareket denklemini verir. Eğer süper iletkenler hakkında herhangi bir problemi çözmek istiyorsanız, akışkan için bu denklemleri alabilirsiniz [ya da eş çiftlerini yani (21.32) ve (21.33) denklemlerini] ve alanları bulmak için Maxwell denklemleriyle birleştirebilirsiniz. (Alanları bulmak için kullandığınız yükler ve akımlar süper iletken kaynakların yanı sıra dış kaynakları da içermelidir.)

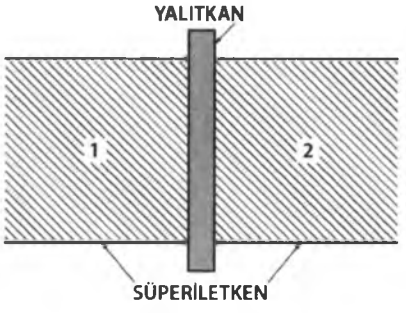
(21.38) denkleminin tam olarak doğru olmadığına inanıyorum çünkü yoğunluğu içeren ek bir terim olmalıydı. Bu yeni terim kuantum mekaniğine bağlı de-

[9] *Bkz.* Cilt II, Bölüm 40-2.

ğildir fakat yoğunluk değişimiyle ilişkili sıradan enerjiden kaynaklanmaktadır. Tıpkı sıradan bir akışkanda olduğu gibi, bozulmamış yoğunluk ρ_0 ile (burada kristal örgünün yük yoğunluğuna eşittir) ρ'nun farkının karesiyle orantılı olan bir potansiyel enerji yoğunluğu vardır. Bu enerjinin gradyanıyla orantılı kuvvetler olacağı için (21.38) denklemindeki diğer terim (sabit) $\nabla(\rho - \rho_0)^2$ biçiminde olmalıdır. Bu terim analizimizin sonucunda elde edilmez; çünkü serbest parçacık yaklaşımı kullandığımız için ihmal ettiğimiz parçacıklar arasındaki etkileşimlerden kaynaklanır. Bununla birlikte, elektrostatik kuvvetlerin bir süper iletken içinde ρ'yu neredeyse sabit kalmaya zorladığını belirttiğimiz kuvveti tanımlar.

21-9 Josephson eklemi

Şimdi Josephson'un, iki süper iletken arasındaki bir eklemde meydana gelenleri analiz ederken vurguladığı çok ilginç bir durumu tartışacağız.[10] Şekil 21-6'da gösterildiği gibi ince yalıtkan bir malzemeyle birbirine bağlanan iki süper iletkene sahip olduğumuzu düşünelim. Bunun gibi bir düzenleme "Josephson eklemi" olarak adlandırılır. Eğer yalıtkan tabaka kalınsa elektronlar geçemez; fakat tabaka yeterince inceyse, elektronların karşıya sıçramalarını tanımlayan kuantum mekaniksel bir genlik bulunur. Bu, bir bariyere kuantum mekaniksel sızmanın bir diğer örneğidir. Josephson bu durumu analiz etmiştir ve meydana gelen çok sayıda ilginç olayı tanımlamıştır.



Şekil 21-6 İnce bir yalıtkanla ayrılmış iki süper iletken.

Bunun gibi bir eklemi analiz etmek için elektronun bir tarafta bulunma genliğini ψ_1, diğer tarafta bulunma genliğini ψ_2 olarak adlandıralım. Süper iletken bir durumda ψ_1 dalga fonksiyonu bir taraftaki elektronların genel dalga fonksiyonudur ve ψ_2 de diğer tarafla ilişkilidir. Bu problemi farklı tür süper iletkenler için inceleyebilirdik fakat eklemin basit ve simetrik olması için her iki tarafın da aynı malzemeden meydana geldiğini hayal edelim. Ayrıca manyetik alan olmadığını da düşünelim. O zaman iki genliği şu şekilde ifade edebiliriz:

$$i\hbar \frac{\partial \psi_1}{\partial t} = U_1\psi_1 + K\psi_2$$
$$i\hbar \frac{\partial \psi_2}{\partial t} = U_2\psi_2 + K\psi_2$$

K sabiti eklemin karakteristiğidir. Eğer K sıfırsa bu iki denklem süper iletkenlerin her birinin $-U$ enerjili– en düşük enerjili durumunu tanımlar. Fakat iki taraf arasında bir bölgeden diğerine sızmayı tanımlayan bir K genliği vardır. (İki durumlu sistemin "iki evreli" genliğini tanımlar.) Eğer her iki tarafta benzerse U_1 ve U_2 aynıdır ve elimine edilebilir. Fakat şimdi eklem boyunca bir V gerilimi elde etmek için bir pilin iki ucuna iki süper iletken bölgeyi bağlayacağız. O zaman $U_1 - U_2 = qV$ olur. O zaman aralarındaki sıfır enerjisini tanımlayabilirim:

$$i\hbar \frac{\partial \psi_1}{\partial t} = \frac{qV}{2}\psi_1 + K\psi_2$$
$$i\hbar \frac{\partial \psi_2}{\partial t} = -\frac{qV}{2}\psi_2 + K\psi_1 \qquad (21.40)$$

Bu denklemler çiftlenmiş iki kuantum mekaniksel durum için standart denklemlerdir. Bu kez bu denklemleri farklı bir yoldan analiz edeceğiz.

$$\psi_1 = \sqrt{\rho_1}\, e^{i\theta_1}$$
$$\psi_2 = \sqrt{\rho_2}\, e^{i\theta_2} \qquad (21.41)$$

tanımlarını kullanırsak, burada θ_1 ve θ_2 birleşimin iki tarafındaki evrelerdir ve ρ_1 ile ρ_2 elektronların bu bölgelerdeki yoğunluklarıdır. Pratik olması için ρ_1 ve

[10] B. D. Josephson, *Physics Letters* 1, 251 (1962).

ρ_2'nin aynı ve ρ_0'a eşit olduğunu, süper iletken malzemedeki normal elektron yoğunluğu, düşünelim. Şimdi eğer ψ_1 ve ψ_2 için bu denklemleri (21.40) denkleminde yerine yazıp her bir durumdaki gerçel ve sanal kısımları birbirlerine eşitleyerek dört denklem elde ederiz. $(\theta_2 - \theta_1) = \delta$ dersek

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_1 &= +\frac{2}{\hbar} K\sqrt{\rho_2\rho_1}\sin\delta \\ \dot{\rho}_2 &= -\frac{2}{\hbar} K\sqrt{\rho_2\rho_1}\sin\delta \end{aligned} \tag{21.42}$$

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_1 &= -\frac{K}{\hbar}\sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}\cos\delta - \frac{qV}{2\hbar} \\ \dot{\theta}_2 &= -\frac{K}{\hbar}\sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}}\cos\delta + \frac{qV}{2\hbar} \end{aligned} \tag{21.43}$$

elde ederiz.

İlk iki denklem $\dot{\rho}_1 = -\dot{\rho}_2$ olduğunu söyler. "Fakat, eğer ρ_1 ve ρ_2'nin her ikisi de sabit ve ρ_0'a eşit ise sıfır olmalıdır diyebilirsiniz" Şimdilik değil. Bu denklemler hikâyenin tamamı değildir. *Eğer* elektron akışı ile ardalandaki pozitif iyonlar arasındaki dengesizlikten kaynaklanan *ek bir elektriksel kuvvet yoksa* $\dot{\rho}_1$, $\dot{\rho}_2$'nin ne olacağını söylerler. Yoğunlukların nasıl değişmeye başladığını ve akımın türünü tanımlarlar. 1 tarafından 2 tarafına gerçekleşen bu akım $\dot{\rho}_1$ (ya da $-\dot{\rho}_2$), ya da

$$J = \frac{2K}{\hbar}\sqrt{\rho_1\rho_2}\sin\delta \tag{21.44}$$

biçimindedir. Bunun gibi bir akım sonunda ikinci bölgede birikir fakat iki bölgenin birbirlerine bir pil yardımıyla bağlandıklarını unuttuğumuz sürece. Akım 2. bölgeye geçemez (ya da birinci bölgeden boşaltılır) çünkü potansiyeli sabit tutma eğilimindedir. Pilden gelen akımları denklemlerimiz içermez. Dahil edildiklerinde ρ_1 ve ρ_2 aslında değişmez fakat birleşim boyunca akım hâlâ (21.44) denklemiyle tanımlanır.

ρ_1 ve ρ_2 sabit kaldıkları ve ρ_0'a eşit oldukları için, $2K\,\rho_0/\hbar = J_0$ dersek

$$J = J_0\sin\delta \tag{21.45}$$

yazabiliriz. J_0 tıpkı K gibi birleşimin karakteristiğini belirleyen bir sayıdır.

(21.43) denkleminin diğer iki çifti θ_1 ve θ_2 hakkında bize bir şeyler söyler. $\delta = \theta_2 - \theta_1$ farkıyla ilgilendiğimiz için (21.45) denklemini kullanarak

$$\dot{\delta} = \dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1 = \frac{qV}{\hbar} \tag{21.46}$$

elde ederiz:

$$\delta(t) = \delta_0 + \frac{q}{\hbar}\int V(t)dt \tag{21.47}$$

Burada δ_0, $t = 0$ anındaki δ değeridir. Ayrıca q çiftin yüküdür yani $q = 2q_e$. (21.45) ve (21.47) denklemlerinde önemli bir sonuç elde ettik; Josephson eklemi-nin genel kuramını.

Hangi sonuçları elde ettik? İlk olarak DC gerilimi ekleyelim. Eğer DC gerilimi eklersek, V_0, sinüs değişkeni $(\delta_0 + (q/\hbar)V_0t)$ olur. $\hbar$ çok küçük bir sayı olduğu için (gerilim ve zamanla kıyaslandığında), sinüs oldukça hızlı salınır ve net akım kaybolur. (Pratikte sıcaklık sıfır olmadığı için "normal" elektronların iletiminden kaynaklanan ufak bir akım elde ederiz.) Diğer yandan eğer eklem boyunca gerilim yoksa bir akım elde edersiniz! Gerilimsiz akım $+J_0$ ile $-J_0$ arasındadır (δ_0'ın değerine bağlıdır). Fakat eklem boyunca bir akım koymaya çalışırsak akım sıfıra gider. Bu garip davranış deneysel olarak gözlemlenmiştir.[11]

[11] P. W. Anderson ve J. M. Rowell, *Phys. Rev. Letters* 10, 230 (1963).

Akım elde etmenin diğer bir yolu daha vardır; DC gerilime ek olarak çok yüksek bir frekansa sahip bir gerilim uygulamak:

$$V = V_0 + v\cos\omega t$$

Burada $v \ll V$'dir. O zaman $\delta(t)$

$$\delta_0 + \frac{q}{\hbar}V_0 t + \frac{q}{\hbar}\frac{v}{\omega}\sin\omega t$$

olur. Şimdi küçük Δx için şunu yazabiliriz:

$$\sin(x+\Delta x) \approx \sin x + \Delta x\cos x$$

Sonra da $\sin\delta$ için bu yaklaşımı kullanarak

$$J = J_0\left[\sin\left(\delta_0 + \frac{q}{\hbar}V_0 t\right) + \frac{q}{\hbar}\frac{v}{\omega}\sin\omega t\cos\left(\delta_0 + \frac{q}{\hbar}V_0 t\right)\right]$$

elde ederiz. İlk terim ortalama olarak sıfırdır fakat ikinci terim eğer

$$\omega = \frac{q}{\hbar}V_0$$

ise sıfır değildir. Eğer AC bu frekansa eşitse bir akım olmalıdır. Shapiro bunun gibi bir rezonans etkisi gözleneceğini iddia etmiştir.[12]

Eğer bu konu üzerine yazılan makalelere göz atarsanız, akım için genelde

$$J = J_0\sin\left(\delta_0 + \frac{2q_e}{\hbar}\int \boldsymbol{A}\cdot d\boldsymbol{s}\right) \tag{21.48}$$

kullanıldığını göreceksiniz burada integral eklem boyunca alınmaktadır. Bunun nedeni, eklem boyunca bir vektör potansiyeli varsa, çift evreli genliğin daha önce öğrendiğimiz gibi eş fazlı yenilenmiş olmasıdır. Eğer bu ek evreyi takip ederseniz yukarıda verilen sonucu elde edersiniz.

Son olarak iki eklemin her birinden gelen akımların girişimini araştıran çok ilginç bir deneyi açıklayacağım. Kuantum mekaniğinde iki yarığın genliği arasındaki girişimi incelemeye alışığız. Şimdi iki farklı yolu takip eden akımların varış evreleri arasındaki farktan kaynaklanan iki eklem arasındaki girişimi inceleyeceğiz. Şekil 21-7'de birbirlerine paralel bağlanmış iki farklı "a" ve "b" eklemini gösterdim. P ve Q uçları herhangi bir elektriksel akımı ölçen elektrik aletine bağlanmıştır. Dış akım J_{toplam}, iki eklem boyunca akan akımların toplamı olacaktır. J_a ve J_b iki eklemin akımı olsun ve evrelerini de δ_a ve δ_b olarak gösterelim. P ve Q uçları arasındaki dalga fonksiyonlarının evre farkı, δ_a artı üst yol boyunca vektör potansiyelin çizgi integralidir:

$$\Delta\text{Evre}_{P\to Q} = \delta_a + \frac{2q_e}{\hbar}\int_{\text{yukarı}} \boldsymbol{A}\cdot d\boldsymbol{s} \tag{21.49}$$

Neden? Çünkü θ (21.26) denklemi sayesinde A'yla bağlanmıştır. Eğer bunun bazı yollar boyunca integralini alırsak, sağ taraf burada yazdığımız gibi A'yla orantılı olan evre değişimini verir. Alt yol boyunca evre değişimi de benzer şekilde tanımlanır;

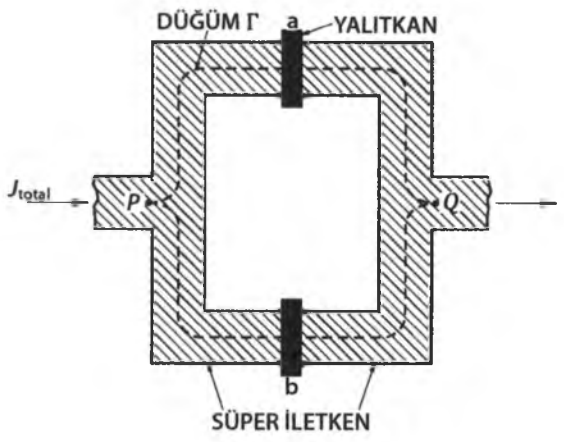
$$\Delta\text{Evre}_{P\to Q} = \delta_b + \frac{2q_e}{\hbar}\int_{\text{aşağı}} \boldsymbol{A}\cdot d\boldsymbol{s} \tag{21.50}$$

Bu iki denklem eşit olmalıdır; eğer birbirlerinden çıkarırsak deltalar arasındaki fark devre etrafındaki A'nın çizgi integraline eşit olmalıdır:

$$\delta_b - \delta_a = \frac{2q_e}{\hbar}\oint_\Gamma \boldsymbol{A}\cdot d\boldsymbol{s}$$

---

12 S. Shapiro, *Phys. Rev. Letters* **11**, 80 (1963).



Şekil 21-7 Paralel iki Josephson eklemi.

Burada integral, Şekil 21-7'nin Γ kapalı ilmeği etrafındadır. *A*'nın ilmek boyunca integrali Φ manyetik akısını verir. Bu nedenle iki "δ" arasındaki fark $2q_e/\hbar$ çarpı Φ manyetik akısına eşittir:

$$\delta_b - \delta_a = \frac{2q_e}{\hbar}\Phi \tag{21.51}$$

Devredeki manyetik alanı değiştirerek bu evre farkını kontrol edebiliriz, bu nedenle farkı eş fazlı olacak şekilde ayarlayabiliriz ve iki eklem boyunca akan akımın bir girişim yapıp yapmadığını görebiliriz. Toplam akım J_a ve J_b'nin toplamıdır. Uygun olması için

$$\delta_a = \delta_0 + \frac{q_e}{\hbar}\Phi \qquad\qquad \delta_b = \delta_0 - \frac{q_e}{\hbar}\Phi$$

yazacağız. Bu nedenle

$$J_{\text{toplam}} = J_0\left\{\sin\left(\delta_0 + \frac{q_e}{\hbar}\Phi\right) + \sin\left(\delta_0 - \frac{q_e}{\hbar}\Phi\right)\right\}$$

$$= 2J_0 \sin\delta_0 \cos\frac{q_e\Phi}{\hbar} \tag{21.52}$$

sonucunu buluruz. δ_0 hakkında hiçbir şey bilmiyoruz ve doğa koşullara bağlı olarak onu istediği gibi ayarlamaktadır. Özellikle ekleme uyguladığımız dış gerilime bağlı olabilir. Ne yaptığımızın bir önemi yoktur; bununla birlikte $\sin\delta_0$ asla 1'den büyük olamaz. Bu nedenle herhangi bir Φ için maksimum akım

$$J_{\text{maks}} = 2J_0\left|\cos\frac{q_e}{\hbar}\Phi\right|$$

olarak verilir. Maksimum akım Φ'yla değişecektir ve

$$\Phi = n\,\frac{\pi\hbar}{q_e}$$

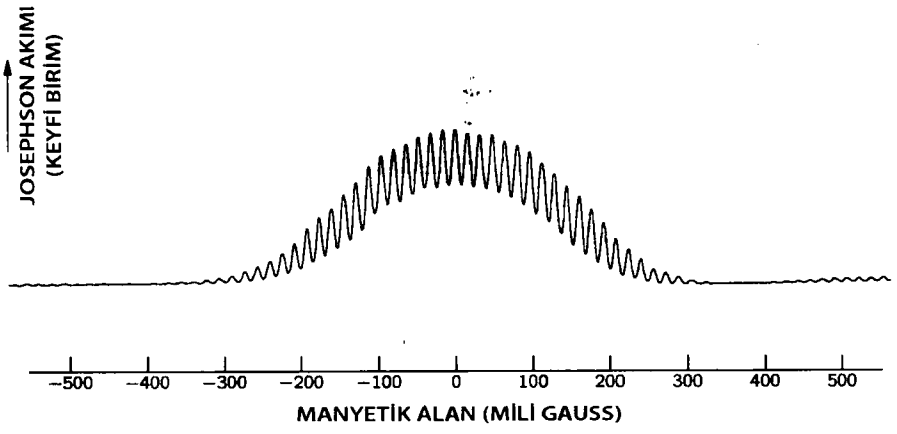
değerinde maksimuma sahip olur burada n bir tamsayıdır. Söylediğimiz şey, akımın maksimum değerinin (21.30) denkleminde akıyla ilgili bulduğumuz kuantumlanmış değer olduğudur!

Çift eklem boyunca görülen Josephson akımı, son zamanlarda eklemler arası alandaki manyetik alanın bir fonksiyonu olarak ölçülmüştür.[13] Sonuçlar Şekil 21-8'de gösterilmiştir. Değişik etkilerden kaynaklanan ardalan akımları ihmal edilmiştir fakat manyetik alanla değişen akımdaki hızlı salınımlar (21.52) denkleminin $\cos q_e\Phi/\hbar$ girişim teriminden kaynaklanmaktadır.

Kuantum mekaniğiyle ilgili önemli sorulardan biri de alanın olmadığı bir durumda vektör potansiyelinin ortaya çıkıp çıkmayacağıdır.[14] Tanımladığım de-

[13] Jaklevic, Lambe, Silver and Mercereau, *Phys. Rev. Letters*, **12**, 159 (1964)

[14] Jaklevic, Lambe, Silver and Mercereau, *Phys. Rev. Letters*, **12**, 274 (1964).



Şekil 21-8 İki eklem arasındaki bir bölgede manyetik alanın bir fonksiyonu olarak kaydedilen akım. [Bu kayıt, R. C. Jaklevic, J. Lambe, A. H. Silver ve J. E. Mecereau tarafından Ford Motor laboratuarından alınmıştır.]

ney aynı zamanda iki eklem arasında, solenoid içinde manyetik B alanı olması ve bu manyetik alanın ihmal edilecek kadar küçük bir kısmının süper iletken kablolarda kalması için, ince bir solenoid kullanılarak yapılmıştır. Alan kablolara asla dokunmamış olsa bile, akım miktarının bu solenoid içindeki manyetik alan akısının salınımına bağlı olduğu gösterilmiştir: vektör potansiyelinin bir diğer "fiziksel gerçeklik" olarak gösterilmesi (Cilt II, Bölüm 15-5).

Sırada ne olacağını bilmiyorum. Fakat ne yapabileceğimize bakacağız. İlk olarak, iki eklem arasındaki girişimin duyarlı bir magnetometre yapılması için kullanılabileceğini belirtelim. İki eklem, sözgelimi 1 mm²'lik bir alana sahipse Şekil 21-8'deki eğrinin maksimumları 2×10^{-6} gauss kadar ayrılmış olur. İki tepe noktası arasındaki oran 1/10 olduğunda bu durumun kesinlikle meydana geleceğini belirtelim; bu nedenle 2×10^{-7} gauss kadar küçük manyetik alanları bu incelikte ölçmek için bunun gibi bir eklem kullanılabilir; ya da büyük manyetik alanları. Tartışmamız daha ileriye götürülebilir. Eşit aralıklı 10 ya da 20 eklemi bir araya getirdiğimizi düşünelim. O zaman 10 ya da 20 civarında bir girişime sahip oluruz ve manyetik alanı değiştirdikçe daha keskin minimum ya da maksimum noktalara sahip oluruz. Manyetik alanı ölçmek için 2-yarıklı bir girişim yerine 20 ya da belki de 100 yarıklı bir interferometremiz olur. Belki de neredeyse ışığın dalga boyu ölçümleri kadar hassas olacak şekilde manyetik alanları ölçebileceğiz; elbette kuantum mekaniksel girişimi etkilerini kullanarak.

Bunlar modern zamanlarda keşfedilen bazı cihazların açıklamasıdır; transistör, lazer ve pratik uygulamaları ve hâlâ bilinmeyen bunun gibi eklemler. 1926 yılında keşfedilen kuantum mekaniğinin neredeyse 40 yıllık bir gelişme tarihi vardır ve aniden birçok pratik ve gerçekçi uygulaması gelişmeye başlamıştır. Doğayı gerçekten çok güzel ve hassas bir şekilde kontrol altına alabiliyoruz.

Bu serüvene katılan kişilere kuantum mekaniğini olabildiğince çabuk öğrenmeleri gerektiğini üzülerek söylemeliyim. Umarız ki, fiziğin bu kısmına ait gizemleri olabildiğince çabuk kavramayı başarmışsınızdır.

FEYNMAN'IN SONSÖZÜ

İki yıldır sizinle konuşmaktayım ve şimdi bunu bırakıyorum. Bir şekilde hem özür diliyorum hem de dilemiyorum. Umarım –aslında biliyorum– içinizden iki ya da üç düzine öğrenci yaptıklarımızı büyük bir şevkle takip etmiştir ve iyi bir zaman geçirmiştir. Ama öte yandan derslerin etkisinin çok az olduğu durumlar da olmuştur. Bu nedenle her şeyi anlayan iki ya da üç düzine öğrenci için olguları göstermekten başka bir şey yapmamış olabilirim. Diğerleri için, konudan nefret ettirdiğim için özür dilerim. Daha önce temel fiziği hiç anlatmamıştım ve özür dilerim. Umarım ciddi bir probleme yol açmamışımdır ve bu önemli mesleği bırakmazsınız. Umarım birileri bu konuları daha iyi anlamanızı sağlayacak şekilde sizlere öğretir ve zaman geçtikten sonra aslında hiç korkunç olmadıklarını anlarsınız.

Son olarak dersimin amacı sizi bazı sınavlara hazırlamak; sizi askeriye ya da endüstri için yetiştirmek değildir. Bu olağanüstü dünyayı biraz anlamaya ve fizikçilerin ona bakış açısını vermek istedim. Bu bakış açısının modern zamanların doğru kültürünün büyük bir kısmını oluşturduğuna inanmaktayım. (Buna muhtemelen itiraz edecek profesörler olacaktır fakat tamamen yanıldıklarına inanıyorum.)

Belki de bu kültüre hayran olmakla yetinmeyip, insan aklının girişeceği en büyük serüvenlere katılmayı isteyeceksiniz.

EK

Bu ciltteki çalışmaların bir kısmı, II. Cildin 34 ve 35. Bölümünde verilen atomik manyetizma konusunun bilindiğini varsayar. II. Cildi okumamış olan okuyucular için bu iki bölüm burada yeniden üretilmiştir.

İçeriği aşağıdaki gibidir;

BÖLÜM 34. MADDENİN MANYETİZMASI

34-1 Diyamanyetizma ve paramanyetizma

34-2 Manyetik moment ve açısal momentum

34-3 Atomik mıknatısların presesyonu

34-4 Diyamanyetizma

34-5 Larmor kuramı

34-6 Klasik fizik ne diyamanyetizmayı ne de paramanyetizmayı öngörür

34-7 Kuantum mekaniğinde açısal momentum

34-8 Atomların manyetik enerjisi

BÖLÜM 35. PARAMANYETİZMA VE MANYETİK REZONANS

35-1 Kuantumlanmış manyetik durumlar

35-2 Stern-Gerlach deneyi

35-3 Rabi moleküler-demet yöntemi

35-4 Hacimli malzemelerin paramanyetizması

35-5 Adyabatik mıknatıssızlaştırmayla soğuma

35-6 Nükleer manyetik rezonans

34

MADDENİN MANYETİZMASI

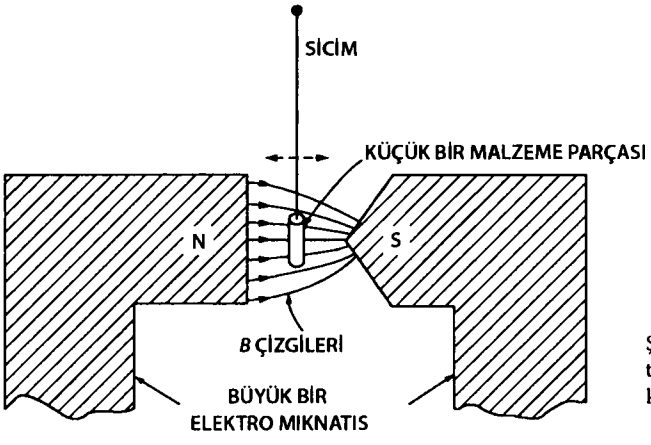
34-1 Diyamanyetizma ve paramanyetizma

34-1 Diyamanyetizma ve paramanyetizma
34-2 Manyetik moment ve açısal momentum
34-3 Atomik mıknatısların presesyonu
34-4 Diyamanyetizma
34-5 Larmor teoremi
34-6 Klasik fizik ne diyamanyetizmayı ne de paramanyetizmayı öngörür
34-7 Kuantum mekaniğinde açısal momentum
34-8 Atomların manyetik enerjisi

Bu bölümde malzemelerin manyetik özellikleri hakkında konuşacağız. Malzemelerin içinde en çarpıcı manyetik özelliğe sahip olanı demirdir. Benzer manyetik özellikler nikel, kobalt ve –yeterince düşük sıcaklıklarda (16°C altı)– gadolinyumun yanı sıra özel birkaç alaşım tarafından da paylaşılır. *Ferromanyetizma* olarak adlandırılan bu tür bir manyetizma, yeterince dikkat çekicidir ve özel bir bölümde tartışacağımız gibi oldukça karmaşıktır. Bununla birlikte bütün sıradan maddeler her ne kadar küçük olsa da –ferromanyetik malzemelerdeki etkilerden bin ila milyon kat daha az– bazı manyetik özellikler gösterebilir. Burada sıradan manyetizmayı yani ferromanyetizmadan farklı manyetik özellikleri anlatacağız.

Bu küçük manyetizma iki türdür. Bazı malzemeler manyetik alanlara doğru *çekilirler*; diğerleri *itilirler*. Dielektrik malzemelerin daima çekildiği elektrik etkileri dışında, maddedeki manyetik etkilerin iki işareti vardır. Bu iki işaret Şekil 34-1'de resmedildiği gibi bir kutbu düz bir parça ve diğer kutbu sivri bir parça olan kuvvetli bir elektromıknatıs yardımıyla kolayca gösterilebilir. Manyetik alan, sivri kutup ucuna yakın olan noktada düz kutba kıyasla daha büyüktür. Küçük bir malzeme parçası uzun bir ipe bağlanıp kutuplar arasına asılırsa, genelde üzerine etki eden küçük bir kuvvet ortaya çıkar. Bu ufak kuvvet, asılan malzemenin ufak bir yerdeğiştirmesi sayesinde gözlenebilir. Birkaç ferromanyetik malzeme kutup yönüne doğru çok güçlü bir şekilde çekilir. Bazıları çok zayıf bir şekilde çekilirler; bazıları ise zayıf bir şekilde itilir.

Gözden geçirme; II. Cilt, Bölüm 15-1, "Bir akım ilmeğindeki kuvvetler; Bir çift kutbun enerjisi."



Şekil 34-1 Küçük bir bizmut silindiri sivri kutup tarafından hafifçe itilir; alüminyum parçası ise çekilir.

Etki, en kolay yüksek-alanlı bölgeden *itilen* küçük bir bizmut parçasıyla görülebilir. Bu şekilde itilen maddeler *diyamanyetik olarak* adlandırılır. Bizmut en güçlü diyamanyetik maddelerden biridir fakat bu etki oldukça zayıftır. Diyamanyetizma her zaman çok zayıftır. Eğer kutuplar arasına bir alüminyum parçası asılırsa küçük bir kuvvet ortaya çıkar; fakat bu kuvvet kutba doğrudur. Alüminyum gibi maddeler *paramanyetik* olarak adlandırılır. (Bunun gibi bir deneyde mıknatıs açılıp kapandığında eddy-akımı kuvvetleri meydana gelir ve bunlar güçlü bir itki yaratır. Bu nedenle, nesneler asıldıktan sonra net yerdeğiştirmeyi görmek için dikkatli olunmalıdır.)

Şimdi kısaca bu iki etkiyi oluşturan mekanizmayı tanımlayalım. İlk olarak, çoğu maddedeki atomlar kalıcı bir manyetik momente sahip değildir ya da diğer bir deyişle, atomun net momenti sıfır olacak şekilde her bir atomun manyetik momenti birbirini yok edici etkiye sahiptir. Elektron spinleri ve yörünge hareketleri birbirini dengeler; bu nedenle herhangi bir atomun bir manyetik momenti yoktur. Bu koşullar altında manyetik alanı devreye soktuğunuzda, atom içinde indüksiyon nedeniyle akım üretilir. Lenz yasasına göre bu akımlar alanla ters yöndedir. Bu nedenle atomların indüklenmiş manyetik momentleri manyetik alana *zıt* yöndedir. Bu mekanizma diyamanyetizma olarak bilinir.

Bazı maddelerin atomlarıysa kalıcı manyetik momente sahiptir; yani elektron spinleri ve yörüngeleri, sıfır olmayan net bir akıma sahiptir. Bu nedenle (her zaman var olan) diyamanyetik etkinin yanında, atomların manyetik momentlerinin hizalanma olasılığı da vardır. Bu durumda momentler alanla hizalanmaya çalışır (bir dielektriğin kalıcı dipollerinin elektrik alanla hizalanması gibi) ve indüklenen manyetizma manyetik alanı büyütme eğilimindedir. Bu maddeler paramanyetiktir. Paramanyetizma genelde oldukça zayıftır çünkü hizalayıcı kuvvetler, düzeni bozmaya çalışan termal kuvvetlerden kaynaklanan kuvvetlerle kıyaslandığında oldukça zayıftır. Paramanyetizma ayrıca sıcaklığa da duyarlıdır. (Metaldeki iletkenlikten sorumlu olan elektronların spinlerinden kaynaklanan paramanyetizma, istisnadır. Bu olguyu burada tartışmayacağız.) Sıradan paramanyetizma için, sıcaklık düştükçe etki güçlenir. Çarpışmaların bozucu etkisinin azaldığı düşük sıcaklıklarda hizalanma artar. Diğer yandan diyamanyetizma az ya da çok sıcaklıktan bağımsızdır. Manyetik momentin olduğu herhangi bir maddede, diyamanyetik etkinin yanında paramanyetik etki de bulunur fakat genelde paramanyetik etki baskındır.

II. Cildin 11. Bölümünde bütün elektrik dipollerinin kendi ortak elektrik alanları nedeniyle hizalandığı *ferroelektrik* malzemeleri tanımlamıştık. Benzer şekilde bütün atomik momentlerin hizalandığı ferroelektrikliğin manyetik benzetimini hayal edebiliriz. Eğer bunun nasıl olacağını hesaplamak isterseniz, manyetik kuvvetler elektrik kuvvetlerden daha küçük olduğu için, termal hareketlerin bir derece Kelvin sıcaklığının birkaç onda biri kadar düşük sıcaklıklarda bile hizalanmayı bozduğunu göreceksiniz. Bu nedenle oda sıcaklığında mıknatısların kalıcı bir hizalanmaya sahip olması imkânsızdır.

Diğer yandan, bu durum tam olarak demirde meydana gelen şeydir. Demirin farklı atomlarının manyetik momentleri arasında, doğrudan manyetik etkileşimlerden daha büyük, etkin bir kuvvet vardır. Bu, sadece kuantum mekaniğiyle açıklanabilecek, doğrudan olmayan bir etkidir. Doğrudan manyetik etkileşimlerden on bin kat daha güçlüdür ve ferromanyetik malzemelerdeki momentlerin hizalanmasından sorumludur. Bir sonraki bölümde bu özel etkileşimi tartışacağız.

Size diyamanyetizma ve paramanyetizmanın niteliksel bir açıklamasını vermeye çalıştık; ama şunu da eklemeliyiz ki, malzemelerin manyetik etkilerini klasik fiziği kullanarak açıklamanın herhangi bir yolu yoktur. Bunun gibi manyetik etkiler *tamamen kuantum mekaniksel etkilerdir.* Bununla birlikte bazı sözde klasik fikirler geliştirip, ne olup bittiğini o şekilde anlamaya çalışmak mümkündür. Bazı klasik fikirler geliştirebilir ve malzemelerin davranışını tahmin edebilirsiniz; fakat bu argümanlar herhangi bir anlamda "kabul görmüş" değildir çünkü bu manyetik etkilerin her biri tam olarak kuantum mekaniksel olaylardır. Diğer yandan plazma ya da çok sayıda serbest elektronun bulunduğu ve elektronların klasik mekanik yasalara uyduğu bazı durumlar da vardır. Bu koşullar altında klasik manyetizmanın bazı teoremleri uygulanabilir. Ayrıca bazı klasik fikirler tarihsel açıdan da önemlidir. İnsanlar başlangıçta manyetik malzemelerin davranışlarını ve anlamını klasik fikirleri kullanarak anlamaya

çalıştılar. Son olarak, daha önce gösterdiğimiz gibi, klasik mekanik ne olacağına dair bazı yararlı tahminlerde bulunabilir; aslında en doğru yolun önce kuantum mekaniği öğrenmek ve daha sonra kuantum mekaniği açısından manyetizmayı anlamaktır.

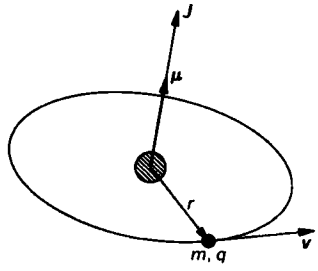
Diğer yandan, diyamanyetizma gibi basit olguları öğrenmek için kuantum mekaniğinin öğrenilmesini beklemeyiz. Olan şeylerin yarısını açıklayabildiği konusunda klasik mekaniğe güvenmek durumundayız; bununla birlikte bu argümanların gerçekte doğru olmadığını da anlamalıyız. Bu nedenle, farklı şeyleri ispatladıklarından dolayı kafanızı karıştıracak bir dizi klasik manyetizma teoremi geliştireceğiz. Son teorem hariç, hepsi yanlış çıkacaktır. Daha da ötesi, hepsi fiziksel dünyayı, kuantum mekaniğine değinmeden, yanlış şekilde tanımlayacaktır.

34-2 Manyetik moment ve açısal momentum

Klasik mekaniğin kanıtlamak istediğimiz ilk teoremi şudur: Bir elektron dairesel bir yörüngede hareket ediyorsa (örneğin merkezcil bir kuvvetin etkisi altında çekirdeğin etrafında dönmek gibi) manyetik moment ile açısal momentum arasında belirli bir oran vardır. J elektronun açısal momentumu ve μ da manyetik momenti olsun. Açısal momentumun büyüklüğü elektronun kütlesi çarpı hız çarpı yörüngenin yarıçapıdır (*bkz.* Şekil 34-2). Yörünge düzlemine dik bir doğrultuya sahiptir.

$$J = mvr \tag{34.1}$$

(Bu elbette göreli olmayan bir denklemdir fakat atomlar için iyi bir yaklaşıklıktır; çünkü v/c genelde $e^2/\hbar c \approx 1/137$ mertebesinde veya yüzde biri kadardır.)



Şekil 34-2 Herhangi bir dairesel yörüngede μ manyetik momenti $q/2m$ çarpı J açısal momentumuna eşittir.

Benzer yörüngenin manyetik momenti akım çarpı alandır (*bkz.* Cilt II, Bölüm 14-5). Akım, yörüngenin herhangi bir noktasından birim zamanda geçen yüktür yani q yükü çarpı dönme frekansıdır. Frekans, hız bölü yörüngenin çevresi olduğundan

$$I = q\,\frac{v}{2\pi r}$$

olarak yazılır. Alan πr^2 olduğundan, manyetik moment

$$\mu = \frac{qvr}{2} \tag{34.2}$$

olarak ifade edilir. O da ayrıca yörünge düzlemine diktir. Bu nedenle J ve μ aynı yöndedir;

$$\mu = \frac{q}{2m}\,J \text{ (yörünge)} \tag{34.3}$$

Oran ne hıza ne de yarıçapa bağlıdır. Dairesel yörüngede hareket eden herhangi bir parçacık için manyetik moment, $q/2m$ çarpı açısal momentumdur. Bir elektronun yükü negatiftir; bu yükü q_e olarak adlandırırsak; elektron için şunu yazabiliriz:

$$\mu = -\,\frac{q_e}{2m}\,J \text{ (elektron yörüngesi)} \tag{34.4}$$

Bu klasik olarak beklediğimiz şeydir ve gariptir ki kuantum mekaniği için de doğrudur. Bununla birlikte eğer klasik fiziği takip ederseniz yanlış cevaplar verdiği diğer durumları görebilirsiniz ve hangi şeylerin yanlış hangi şeylerin doğru olduğunu görmek oldukça eğlenceli bir oyundur. Kuantum mekaniğinde *genel olarak* nelerin doğru olduğunu da verelim. İlk olarak (34.4) denklemi *yörünge hareketi* için doğrudur, fakat var olan tek manyetizma bu değildir. Elektron aynı zamanda kendi ekseni etrafında bir spin dönmesine sahiptir (dünyanın kendi ekseni etrafında dönmesi gibi) ve bunun sonucunda hem açısal momentuma hem de manyetik momente sahiptir. Fakat tamamen kuantum mekaniksel etkilerden dolayı –klasik bir açıklama yoktur– elektron spini için μ ile J arasındaki oran, elektronun yörüngesel hareketi için aynı oranın iki katıdır;

$$\mu = -\,\frac{q_e}{m}J \text{ (elektron spini)} \tag{34.5}$$

Genel konuşmak gerekirse, herhangi bir atomda, toplam bir açısal momentum ve toplam bir manyetik moment oluşturan birçok elektron vardır ve spin ile yörünge rotasyonlarının bazı kombinasyonları bir açısal momentum ile bir manyetik moment oluşturur. Bunun böyle olması için hiçbir klasik neden olmamasına rağmen, (yalıtılmış bir atom için) manyetik momentin yönünün açısal momentumun yönüne ters olması kuantum mekaniğinde *daima doğrudur*. Bu ikisinin oranı ne $-q_e/m$ ne de $-q_e/2m$'dir fakat bunların arasında bir değer alır; çünkü spin ve yörünge katkılarının bir karışımı vardır.

$$\boldsymbol{\mu} = -g\left(\frac{q_e}{2m}\right)\boldsymbol{J} \tag{34.6}$$

Buradaki g çarpanı, atomun durumuna has bir özelliktir. Saf yörünge momenti için 1 ya da saf spin momenti için 2 ya da bir atom gibi daha karmaşık sistemler için başka bir değerdedir. Elbette, bu denklem çok fazla şey söylemez. Manyetik momentin açısal momentuma *paralel* olduğunu; fakat herhangi bir büyüklüğe sahip olabileceğini söyler. Denklem (34.6)'nın biçimi uygundur, g –"Lande g-faktörü" olarak adlandırılır– büyüklüğü bir mertebesinde olan boyutsuz bir sabittir. Kuantum mekaniğinin görevlerinden biri de herhangi bir atomik durum için g-faktörünü tahmin etmektir.

Ayrıca çekirdekte ne olduğuyla da ilgilenebiliriz. Çekirdekte bir yörünge etrafında dolanan proton ve nötronlar vardır ve bunlar aynı zamanda, elektron gibi, bir iç spine sahiptir. Yine, manyetik moment açısal momente paraleldir. İkisinin arasındaki oranın büyüklük mertebesi, bir çember etrafında dolanan bir *proton* için beklediğimiz değerdir ve Denk. (34.3)'teki verilen m *protonun* kütlesine eşittir. Bu nedenle

$$\boldsymbol{\mu} = g\left(\frac{q_e}{2m_p}\right)\boldsymbol{J} \tag{34.7}$$

yazılabilir. Burada m_p protonun kütlesidir ve g *–nükleer g-faktörü* olarak adlandırılan– her bir çekirdek için ayrı belirlenmesi gereken bir sayıdır.

Çekirdek için bir diğer önemli farklılık protonun spin manyetik momentinin elektronda olduğu gibi g-faktörü 2 *değildir*. Proton için $g = 2 \cdot (2{,}79)$'dur. Nötron da spin manyetik momentine sahiptir ve manyetik momentinin açısal momentumuna oranı $2\cdot(-1{,}91)$ değerindedir. Diğer bir deyişle nötron manyetik anlamda tam olarak "yüksüz" değildir. Küçük bir mıknatıs gibidir ve *negatif* yüklü dönen bir parçacığın sahip olacağı türden bir manyetik momente sahiptir.

34-3 Atomik mıknatısların presesyonu

Açısal momentumla orantılı manyetik momente sahip olmanın sonuçlarından birisi manyetik alana konulan atomik bir mıknatısın *yalpalamasıdır*. İlkin klasik olarak düşünelim. Düzgün bir manyetik alanda serbestçe salınan bir $\boldsymbol{\mu}$ manyetik momentimiz olsun. $\boldsymbol{\mu} \times \boldsymbol{B}$'ye eşit bir $\boldsymbol{\tau}$ torku hisseder ve bu tork manyetik momenti alan yönünde yönlendirmeye çalışır. Fakat atomik mıknatıs bir jiroskoptur; $\boldsymbol{J}$ açısal momentumuna sahiptir. Bu nedenle, manyetik alandan kaynaklanan tork mıknatısın alan yönünde yönelmesine neden olmaz. Bunun yerine mıknatıs *yalpalar*, tıpkı I. Cildin 20. Bölümünde jiroskobu analiz ederken gördüğümüz gibi. Açısal momentum –ve onunla birlikte manyetik moment– manyetik alana paralel bir eksende yalpalar. Presesyon hızını ilk cildin 20. Bölümünde kullandığımız yöntemle bulabiliriz.

Küçük bir Δt zaman aralığında açısal momentumun $\boldsymbol{J}$'den $\boldsymbol{J}'$ değerine, Şekil 34-3'te gösterildiği gibi, $\boldsymbol{B}$ manyetik alanının yönüne göre her zaman aynı θ açısında kalarak değiştiğini varsayalım. Presesyonun açısal hızını ω_p olarak adlandırırsak, presesyonun Δt zaman aralığındaki açısı $\omega_p\,\Delta t$ olur. Şeklin geometrisinden Δt zaman aralığında açısal mometumun değişimini

$$\Delta J = (J\sin\theta)(\omega_p\,\Delta t)$$

olarak yazabiliriz.

Bu nedenle açısal momentumun değişim hızı

$$\frac{dJ}{dt} = \omega_p J \sin\theta \tag{34.8}$$

ve karşılık gelen tork

$$\tau = \mu B \sin\theta \tag{34.9}$$

presesyonun açısal hızıysa

$$\omega_p = \frac{\mu}{J} B \tag{34.10}$$

olur. Denklem (34.6)'dan μ / J ifadesini çekersek atomik bir sistem için

$$\omega_p = g \frac{q_e B}{2m} \tag{34.11}$$

presesyon frekansını B'yle orantılı buluruz. Bir atom için (ya da elektron)

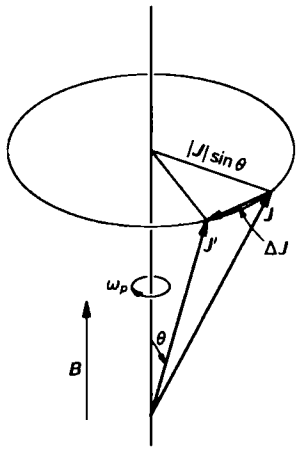
$$f_p = \frac{\omega_p}{2\pi} = (1{,}4 \text{ MegaHertz/Gauss})\, gB \tag{34.12}$$

olduğunu ve bir çekirdek için

$$f_p = \frac{\omega_p}{2\pi} = (0{,}76 \text{ MegaHertz/Gauss})\, gB \tag{34.13}$$

değerlerini hatırlamamız yararlı olacaktır. (Atom ve çekirdek için kullandığımız denklemler her iki durumda da farklı g değerleri kullanıldığı için farklıdır.)

Klasik kurama göre elektron yörüngeleri ve spinleri bir manyetik alanda yalpalar. Bu kuantum mekaniğinde de doğru mudur? Kesinlikle doğrudur fakat "presesyonun" anlamı farklıdır. Kuantum mekaniğinde klasik anlamıyla bir açısal momentumun *yönünden* bahsedilemez; bununla birlikte; "presesyon" olarak adlandırdığımız olguyla bir benzerlik kurabiliriz. Kuantum mekaniksel bakış açısından bu konuyu sonra tartışacağız.



Şekil 34-3 Açısal momentumu J olan ve bir B manyetik alanında ω_p açısal hızıyla yalpalayan μ manyetik momentine sahip bir parçacık.

34-4 Diyamanyetizma

Şimdi klasik bakış açısından diyamanyetizmayı inceleyelim. Birkaç şekilde incelenebilir, fakat biz güzel bir yolu takip edeceğiz. Atomun yakınlarında yavaşça bir manyetik alanı devreye soktuğumuzu düşünelim. Manyetik alan değiştikçe manyetik indüksiyon nedeniyle bir *elektrik* alan üretilir. Faraday yasasından E'nin herhangi bir kapalı yol etrafındaki çizgi integrali, yol boyunca manyetik akının değişim hızına eşittir. Şekil 34-4'te gösterildiği gibi, yarıçapı r olan ve atomun merkeziyle eşmerkezli bir Γ yolunu ele alalım. Bu yol etrafındaki elektrik alanının ortalama teğetsel bileşeni

$$E 2\pi r = -\frac{d}{dt}(B\pi r^2)$$

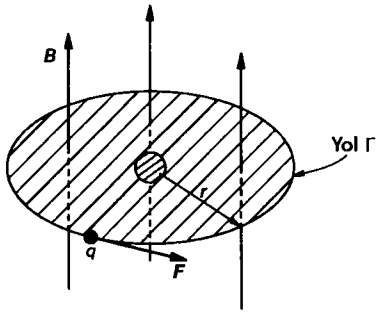
olur ve şiddeti

$$E = -\frac{r}{2}\frac{dB}{dt}$$

olarak hesaplanır.

Atomdaki bir elektrona etki eden indüklenmiş elektrik alan, dJ/dt açısal momentumunun değişim hızına eşit bir $-q_e E r$ torku meydana getirir;

$$\frac{dJ}{dt} = \frac{q_e r^2}{2}\frac{dB}{dt} \tag{34.14}$$



Şekil 34-4 Bir atomdaki elektronlara etki eden indüklenmiş elektrik kuvvetleri.

Sıfır alandan zamana göre integral aldığımızda, alanın uygulanmaya başlamasından kaynaklanan açısal momentumda meydana gelen değişim

$$\Delta J = \frac{q_e \overline{r^2}}{2} B \tag{34.15}$$

olarak yazılır. Bu, alan uygulanmaya başlandığında elektronlara verilen döndürmeden kaynaklanan fazladan açısal momentumdur.

Eklenen bu açısal momentum ek bir manyetik moment yaratır, çünkü yörüngesel bir harekettir ve $-q_e/2m$ çarpı açısal momentuma eşittir. İndüklenen diyamanyetik momentse şudur:

$$\Delta\mu = -\frac{q_e}{2m}\Delta J = -\frac{q_e^2 \overline{r^2}}{4m} B \tag{34.16}$$

Eksi işareti (Lorentz yasasını uyguladığınızda göreceğiniz gibi) eklenen momentumun manyetik alana zıt olduğu anlamına gelir.

(34.16) denklemini biraz farklı bir şekilde yazabiliriz. $\overline{r^2}$, B'ye paralel bir eksenden atoma kadar olan yarıçaptır; bu nedenle eğer B z-ekseni yönündeyse, $x^2 + y^2$ değerini alır. Eğer küresel simetrik atomları ele alırsak $x^2 + y^2$'nin ortalaması (bütün yönlerde atomların doğal eksenleri üzerinden alınan ortalama), atomun merkezinden radyal uzaklığın karesinin ortalamasının 2/3 katıdır. Bu nedenle genelde (34.16) denklemi

$$\Delta\mu = -\frac{q_e^2}{6m}\langle r^2\rangle_{\text{ort}} B \tag{34.17}$$

şeklinde ifade edilir.

Herhangi bir durumda B manyetik alanıyla orantılı ve ona zıt indüklenmiş bir atomik moment buluruz. Söz konusu etkiye diyamanyetizma denir. Bu, düzgün olmayan bir manyetik alandaki bir bizmut parçasının üzerine etki eden küçük kuvvetten sorumlu manyetik etkidir. (Alandaki indüklenmiş momentlerin enerjisini hesaplayarak bu kuvveti bulabilirsiniz ve madde yüksek alanlı bir bölgeye girerken ya da çıkarken enerjisinin nasıl değiştiğini görebilirsiniz.)

Ana problemimiz hâlâ ortada; yarıçapın kare ortalaması $\langle r^2\rangle_{\text{ort}}$ nedir? Klasik mekaniğin bir cevabı yoktur. Geriye dönüp kuantum mekaniğiyle işe başlamalıyız. Atomda elektronun tam olarak nerede olduğunu söyleyemeyiz; sadece bir yerde olma olasılığından bahsederiz. Eğer olasılık dağılımı için $\langle r^2\rangle_{\text{ort}}$ terimini merkezden olan uzaklığın karesinin ortalaması olarak yorumlarsak, kuantum mekaniği tarafından verilen diyamanyetik moment Denklem (34.17)'le aynı olur. Bu denklemde verilen elbette tek bir elektron için momenttir. Toplam moment, atomdaki tüm elektronların momentlerinin toplamıdır. Sürpriz olan şey, klasik fikirlerle kuantum fikirlerinin aynı sonuçları vermesidir, bununla birlikte, göreceğimiz gibi, (34.17) denklemini ortaya koyan klasik fikir aslında klasik mekanikte geçerli değildir.

Benzer diyamanyetik etki bir atom kalıcı diyamanyetik momente sahip olduğunda da meydana gelir. O zaman sistem manyetik alanda yalpalayacaktır. Bütün atom yalpaladıkça küçük ek bir açısal hız kazanır ve bu ufak dönüş manyetik momente ufak bir düzeltme getiren küçük bir akım yaratır. Bu, diyamanyetik etkinin farklı bir gösterilme şeklidir. Fakat paramanyetizma hakkında konuşurken bu konuda çok fazla endişe duymamıza gerek olmayacak. Eğer diyamanyetik etki ilk kez hesaplanırsa, burada yaptığımız gibi, yalpalamadan kaynaklanan ek küçük bir akımdan endişe duymamıza gerek kalmaz. Zaten diyamanyetik terimde bu katkı eklenmiştir.

34-5 Larmor teoremi

Şu ana kadar elde ettiğimiz bilgilerle şimdiden bazı sonuçlara varabiliriz. Birincisi, klasik kuramda moment μ, her atom için özel bir orantı sabiti çarpı J'yle orantılıydı. Elektronların spinleri yoktu ve orantı sabiti daima $-q_e/2m$ değerindeydi; dolayısıyla (34.6) denkleminde $g = 1$ olarak almalıyız. μ/J oranı

elektronların iç hareketinden bağımsızdı. Bu nedenle, klasik kurama göre, bütün elektron sistemleri aynı açısal hızla yalpalar (Bu, kuantum mekaniğinde doğru *değildir*). Bu sonuç birazdan kanıtlayacağımız klasik mekanikteki bir teoremle ilişkilidir. Merkezi bir nokta etrafında bir çekim kuvvetiyle bir arada duran çok sayıda elektronumuz olsun; aynı, elektronların çekirdek tarafından çekilmesi gibi. Elektronlar ayrıca birbirleriyle de etkileşir ve genelde karmaşık hareketlere sahiptir. Manyetik alan olmadığı durumda hareketi çözdüğümüzü düşünelim ve zayıf bir manyetik alanda hareketin ne olacağını hesaplamaya çalışalım. Teorem, zayıf bir manyetik alandaki hareketin, alanın olmadığı durumdaki çözüme her zaman, $\omega_L = q_e B/2m$ açısal hızında ek bir dönme hareketi vereceğini söyler (Bu eğer $g = 1$ olursa ω_p değeriyle aynıdır). Elbette, olası çok sayıda hareket vardır. Manyetik alanın olmadığı her harekete karşılık gelen bir hareket vardır ve bu, başlangıçtaki hareket artı dönme hareketinden oluşur. Bu Larmor teoremi olarak adlandırılır ve ω_L, *Larmor frekansıdır*.

Teoremin nasıl kanıtlanacağını göstereceğiz fakat şimdi detayları tartışalım. İlk olarak merkezcil kuvvet alanındaki bir elektronu ele alalım. Bu kuvvet merkeze doğru yönelen $\boldsymbol{F}(r)$ kuvvetidir. Eğer manyetik alanı devreye sokarsak ek bir $q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$ kuvveti ortaya çıkar; bu nedenle toplam kuvvet

$$\boldsymbol{F}(r) + q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B} \tag{34.18}$$

olur. Şimdi $\boldsymbol{B}$'ye paralel ve kuvveti merkezinden geçen bir eksen etrafında ω açısal hızıyla dönen bir koordinat sistemi içinden bakalım. Bu artık eylemsiz bir sistem değildir bu nedenle uygun sözde kuvvetleri koyacağız; I. Cildin 19. Bölümünde haklarında konuştuğumuz merkezkaç ve Coriolis kuvvetlerini. ω açısal hızıyla dönen bir çerçevede ayrıca hızın radyal, v_r, bileşeniyle orantılı *teğetsel* bir kuvvet

$$F_t = -2m\omega v_r \tag{34.19}$$

ve radyal bir kuvvet

$$F_r = m\omega^2 r + 2m\omega v_t \tag{34.20}$$

ortaya çıkar; burada v_t, dönen çerçevede ölçülen hızın teğetsel bileşenidir (Dönen ve eylemsiz çerçeveler için radyal bileşen v_r aynıdır).

Şimdi yeterince küçük açısal hızlar için ($\omega r \ll v_t$) (34.20) denklemindeki ilk (merkezkaç) terimi ikinci terime kıyasla (Coriolis) ihmal edebiliriz. O zaman (34.19) ve (34.20) denklemleri

$$\boldsymbol{F} = -2m\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v} \tag{34.21}$$

olarak yazılabilir. Eğer dönmeyi ve manyetik alanı birleştirirsek (34.21) denklemindeki kuvveti (34.18) denklemine ekleriz. Toplam kuvvet

$$\boldsymbol{F}(r) + q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B} + 2m\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{\omega} \tag{34.22}$$

olarak bulunur. Son terimi elde etmek çin vektörel çarpımın sırasını ve dolayısıyla (34-21) denkleminin işaretini değiştirdik. Sonucumuza bakacak olursak

$$2m\boldsymbol{\omega} = -q\boldsymbol{B}$$

eşitliğinde sağ taraftaki iki terim birbirini sadeleştirir ve hareketli çerçevedeki tek kuvvet $\boldsymbol{F}(r)$'dir. Elbette, elektronun dönen gözlem çerçevesinde hareketi, manyetik alan olmadığı zaman ki hareketidir. Bir elektron için Larmor teoremini kanıtlamış olduk. Kanıt, ω'nin küçük olduğunu varsaydığı için, teorem aynı zamanda zayıf alanlar için de doğrudur. Sizden bekleyebileceğimiz tek geliştirme, çok sayıda elektronun aynı merkezi alanda olduğu ve birbirleriyle etkileştiği durumu ele alıp aynı teoremi kanıtlamanızdır. Bu nedenle atom ne kadar karmaşık olursa olsun eğer bir merkezi alan varsa kuram doğrudur. Fakat bu klasik mekaniğin sonudur çünkü hareketin yalpalama hareketi durumunda bu doğru değildir. (34.11) denkleminin presesyon frekansı ω_p sadece ω_L'ye eşittir; elbette $g = 1$ olması şartıyla.

34-6 Klasik fizik ne diyamanyetizmayı ne de paramanyetizmayı öngörür

Şimdi klasik mekaniğe göre ne diyamanyetizmanın ne de paramanyetizmanın olabileceğini göstereceğiz. Kulağa delice gelebilir; ilk olarak paramanyetizmayı, diyamanyetizmayı, yalpalayan yörüngeleri ve benzeri şeyleri kanıtladık şimdi de hepsinin yanlış olduğunu kanıtlayacağız. Evet! Eğer klasik mekaniği yeterince uzun takip edersek manyetik etkilerin olamayacağını görürüz; *hepsi birbirlerini sıfırlar*. Eğer belirli bir bölgede klasik fikirlerle yola çıkarsak ve yeterince ileri gitmezsek, istediğiniz cevabı elde edebilirsiniz. Fakat tek doğru kanıt bir manyetik etkinin olmadığı yönünde olacaktır.

Klasik mekaniğin sonuçlarından biri şudur: eğer içinde elektronlardan, protonlardan ve her ne içeriyorsa bir gaza sahip bir sisteminiz varsa ve bunu bir kutu içerisinde tutuyorsanız, kutunun içinde hiçbir şey değişmeyecektir ve böylece manyetik etki olmayacaktır. Kendisini bir arada tutan bir yıldız gibi yalıtılmış bir sisteminiz varsa manyetik etkiye sahip olma ihtimali vardır ve manyetik alan altında yıldız dönmeye başlayabilir. Fakat bu koşullar altında dönmeyen bir malzeme parçasına sahipseniz bir manyetik etkiden bahsedemezsiniz. Burada kastettiğimiz şudur: Belirli bir sıcaklıkta sadece bir termal denge durumu bulunduğunu varsayarız. Kuram o zaman, eğer bir manyetik alanı devreye sokarsanız ve sistemin termal dengeye gelmesini beklerseniz, paramanyetizmanın ya da diyamanyetizmanın olamayacağını söyler; indüklenen manyetik moment yoktur. Kanıt: İstatistiksel mekaniğe göre bir sistemin herhangi bir hareket durumunda bulunma olasılığı $e^{-U/kT}$ ifadesiyle orantılıdır, burada U hareket enerjisidir. Peki hareketin enerjisi ne anlama gelir? Sabit bir manyetik alanda hareket eden bir parçacık için enerji, var olan potansiyel enerji artı $mv^2/2$'dir ve ek bir manyetik alan yoktur. [Elektromanyetik alandan doğan kuvvetlerin + $q(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$ olduğunu ve manyetik alan tarafından etkilenmeyen iş hızının $\boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{v}$, $q\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{v}$'ye eşit olduğunu biliyorsunuz.] Bu nedenle manyetik alan olsun ya da olmasın bir sistemin enerjisi her zaman kinetik ve potansiyel enerjinin toplamıyla verilir. Herhangi bir hareket sadece enerjiye bağlı olduğu için – yani hız ve konuma– manyetik alanın olması ya da olmaması önemli değildir. Bu nedenle *termal* denge için manyetik alanın bir etkisi yoktur. Eğer bir kutu içinde bir sisteme sahipseniz ve ikinci bir kutuda manyetik alanın etkisinde bir sisteminiz varsa, birinci kutuda herhangi bir noktada belli bir hıza rastlama olasılığınız ikinci kutuyla aynıdır. Birinci kutu bir ortalama dönen akıma sahip değilse (sabit duvarlarla dengedeyse), ortalama manyetik moment yoktur. İkinci kutudaki hareketlerin hepsi aynıysa ortalama bir manyetik moment yoktur. Bu nedenle eğer sıcaklık sabitse ve alan açıldıktan sonra termal dengeye yeniden ulaşılmışsa, alan tarafından indüklenen bir manyetik alan olamaz; klasik mekaniğe göre. Manyetizmayla ilgili tatmin edici cevapları sadece kuantum mekaniğinden elde edebiliriz.

Ne yazık ki, kuantum mekaniğini tam olarak anladığınızı düşünmüyoruz; bu nedenle konuyu tartışmak oldukça zordur. Diğer yandan ilk olarak bütün kuralları öğrenerek ve daha sonra farklı durumlara uygulayarak her zaman bir şeylerin öğrenilemeyeceğini de biliyoruz. Bu derste üzerine çalıştığımız neredeyse bütün konular farklı bir şekilde incelenmiştir. Elektrik konusunda, Maxwell denklemleriyle "bir noktada buluştuğumuzu" ve bir sonuç çıkarttığımızı belirtmiştik. Bu bir yöntemdir. Fakat şimdi, kuantum denklemlerini yazıp bütün sonuçları elde ederek yeni "bir noktada buluştuğumuzu" söylemeyeceğiz. Sadece nereden geldiklerini öğrenmeden önce bazı kuantum mekaniği yasalarından bahsettik. Şimdi devam ediyoruz.

34-7 Kuantum mekaniğinde açısal momentum

Manyetik moment ile açısal momentum arasındaki ilişkiyi görmüş olduk. Keyifliydi. Peki manyetik moment ve açısal momentumun kuantum mekaniğindeki anlamı nedir? Kuantum mekaniğinde manyetik moment gibi şeyleri tanımlamanın en iyi yolu, tam olarak ne anlama geldiklerini anlamak için, enerji gibi

nicelikler cinsinden açıklamaktır. Şimdi manyetik momenti enerji cinsinden açıklamak kolaydır çünkü bir manyetik alandaki momentin enerjisi klasik kuramda $\mu \cdot B$'dir. Bu nedenle kuantum mekaniğindeki yeni tanımımız şudur: Eğer manyetik alandaki bir sistemin enerjisini hesaplarsanız ve alanın büyüklüğüyle (küçük alanlar için) orantılı olarak bulursanız, katsayıyı alan yönündeki manyetik momentin bileşeni olarak adlandırırız. (Şimdilik tam olarak ne anlama geldiğini bilmek zorunda değiliz; sadece sıradan manyetik moment hakkında konuşuyoruz.)

Şimdi kuantum mekaniğinde açısal momentum fikrini tartışmak istiyoruz ya da açısal momentumun kuantum mekaniğinde ne anlama geldiğini. Yeni yasaları öğrendikçe her bir kelimenin aslında tam olarak aynı şeyi açıklamadığını görüyoruz. "Açısal momentumun ne olduğunu biliyorum. Torkla değişen bir şeydir" diyebilirsiniz. Peki tork nedir? Kuantum mekaniğinde eski nicelikleri yeniden tanımlamamız gerekir. Yani "kuantaçısal momentum" ya da benzer bir isim vermemiz daha uygun olabilirdi çünkü açısal momentum kuantum mekaniğinde tanımlandığı gibidir. Fakat kuantum mekaniğinde eski açısal momentum fikrine yakın bir tanım bulursak, sistem yeterince büyük olduğunda, yeni bir kelime icat etmek doğru olmayacaktır. Bunu açısal momentum olarak adlandırabiliriz. Bu anlayışla tanımlayacağımız söz konusu şey açısal momentum olacaktır. Büyük sistemler için klasik mekanikte açısal momentum olarak tanıdığımız şeye benzeyecektir.

İlk olarak boş uzaydaki bir atom gibi, açısal momentumun korunduğu bir sistemi ele alalım. Bunun gibi bir sistem (dünyanın kendi ekseni etrafında dönmesi gibi), seçeceğimiz herhangi bir eksen etrafında dönebilirdi. Ve herhangi bir spin durumu için, hepsinin aynı enerjili ve her bir durumun açısal momentumun ekseninin yönüne bağlı olduğu çok sayıda "farklı" durum olabilir. Bu nedenle klasik kuramda verilen bir açısal momentum için aynı enerjili sonsuz sayıda olası durum vardır.

Bununla birlikte kuantum mekaniğinde birkaç farklı durum meydana gelebilir. Birincisi, böyle bir sistemin *var olabileceği* durum sayısı sınırlandırılmıştır; sadece sonlu sayıda durum olabilir. Eğer sistem küçükse sonlu sayı oldukça küçüktür ve eğer sistem büyükse sonlu sayı gittikçe büyür. İkincisi açısal momentum yönünün verilmesiyle bir "durum" *tanımlanamaz* fakat sadece açısal momentumun belirli bir yöndeki bileşeninin verilmesiyle tanımlanabilir; örneğin z-yönü. Klasik olarak toplam açısal momentumu J olan bir nesne z-bileşeni için $+J$'den $-J$'ye herhangi bir değer alabilir. Fakat kuantum mekaniksel olarak açısal momentumun z-bileşeni sadece belirli kesikli değerler alabilir. Belirli bir enerjili herhangi bir sistem –atom ya da çekirdek gibi– karakteristik bir j sayısına sahiptir ve açısal momentumun z-bileşeni sadece aşağıdaki değerleri alabilir;

$$\begin{aligned} &j\hbar \\ &(j-1)\hbar \\ &(j-2)\hbar \\ &\vdots \\ &-(j-2)\hbar \\ &-(j-1)\hbar \\ &-j\hbar \end{aligned} \qquad (34.23)$$

En büyük z-bileşeni $j\hbar$'tır; ondan bir küçük olan $\hbar$ birimi kadar azdır ve bu şekilde azala azala $-j\hbar$ değerine kadar iner. j "sistemin spin"idir (bazıları "toplam açısal momentum kuantum sayısı" olarak adlandırır; fakat biz "spin" olarak adlandıracağız).

Söylediklerimizin sadece "özel" z–ekseni için doğru olduğu konusunda endişe duyuyor olabilirsiniz fakat bu böyle değildir. Spini j olan bir sistem için herhangi bir eksen boyunca açısal momentum bileşeni sadece (34.23)'teki değerleri

alabilir. Oldukça gizemli olmasına rağmen şimdilik bunu kabul etmenizi istiyoruz. Bu konuya daha sonra değineceğiz. En azından z-bileşenin eksi bir sayıdan artı bir sayıya gittiğini ve z-ekseninin artı yönünün neresi olduğu konusunda şimdilik bir seçim yapmak zorunda olmadığımızı hayal edin. (Elbette, eğer $+j$'den farklı eksi bir sayıya gittiğini söyleseydik bu çok daha gizemli olurdu çünkü z-eksenini farklı bir yönü işaret ederek tanımlayamazdık.)

Şimdi eğer açısal momentumun z-bileşeni $+j$'den $-j$'ye tamsayılarla gitmek zorundaysa j de tamsayı olmalıdır. Hayır! Hiç de değil; iki j bir tamsayı eder. $+j$ ile $-j$ arasındaki fark sadece tamsayıdır. Bu nedenle $2j$'nin tek ya da çift sayı olmasına göre j spini ya tamsayıdır ya da yarım tamsayıdır. Örneğin spini $j = 3/2$ olan lityumunkine benzer bir çekirdek alalım. z-ekseni etrafındaki açısal momentumu $\hbar$ biriminde

$$+3/2$$
$$+1/2$$
$$-1/2$$
$$-3/2$$

olur. Eğer çekirdek boş uzaydaysa ve dış bir alan yoksa hepsi aynı enerjiye sahip dört olası durum vardır. Eğer spini iki olan bir sisteme sahipsek o zaman açısal momentumun z-bileşeni $\hbar$ biriminde

$$2$$
$$1$$
$$0$$
$$-1$$
$$-2$$

olur. Eğer kaç durum olduğunu sayarsanız $(2j + 1)$ olasılık olduğunu görürsünüz. Diğer bir deyişle eğer bana enerjiyi ve j spinini söylerseniz, ben de tam olarak $(2j+1)$ durum olduğunu ve her bir enerjinin de açısal momentumun z-bileşeninin farklı olası değerlerine karşılık geldiğini söylerim.

Bir gerçeği daha eklemek istiyorum. Eğer bilinen j değerli atomdan rastgele birisini seçip açısal momentumun z-bileşenini ölçerseniz, her biri eşit şansa sahip olası değerlerden birini bulabilirsiniz. Aslında tüm durumlar tek bir durumdur ve biri diğeri kadar olasıdır. Her biri dünyada aynı "ağırlığa" sahiptir. (Özel bir örneği ayırmak için özel bir şey yapılmadığını varsayıyoruz.) Tesadüfi bir şekilde bu gerçekliğin klasik olarak bir karşılığı vardır. Eğer klasik olarak benzer soruyu sorarsınız; "Her biri aynı toplam açısal momentuma sahip rastgele sistemler alırsak, özel bir açısal momentumun z-bileşenini bulma olasılığı ne olur?" Cevap şu olur: Maksimumdan minimuma bütün değerler eşit olasılığa sahiptir. (Bunu kolayca görebilirsiniz.) Klasik sonuç, kuantum mekaniğindeki $(2j+ 1)$ olası durumla aynıdır.

Şimdiye dek ele aldıklarımızın ardından, bir diğer ilginç ve sürpriz sonuç daha elde edebiliriz. Klasik hesaplamaların nihai sonucunda ortaya çıkan nicelik, $\boldsymbol{J}$ açısal momentumunun büyüklüğünün *karesidir*; diğer bir deyişle $\boldsymbol{J} \cdot \boldsymbol{J}$'dir. Görünen o ki, klasik kuralları kullanarak ve basit bir kuralı takip ederek doğru kuantum mekaniksel denklemi tahmin etmek olasıdır: $J^2 = \boldsymbol{J} \cdot \boldsymbol{J}$ ile $j(j + 1)\hbar^2$ terimini yerdeğiştirmek. Bu kural genel olarak kullanılır ve genelde de doğru sonucu verir fakat her zaman değil. Bu kuralın neden doğru olduğunu göstermek istiyoruz.

$\boldsymbol{J} \cdot \boldsymbol{J}$ skaler çarpımı

$$\boldsymbol{J} \cdot \boldsymbol{J} = J_x^2 + J_y^2 + J_z^2$$

olarak yazılır. Skaler olduğu için spinin herhangi bir yönü için aynıdır. Rastgele herhangi bir atomik sistemi seçtiğimizi ve J_x^2, J_y^2, J_z^2 ölçümleri yaptığımızı düşünelim, ortalama değer her biri için aynıdır. (Herhangi bir yön için özel bir ay-

rım yoktur.) Bu nedenle $\boldsymbol{J}\cdot\boldsymbol{J}$'nin ortalaması herhangi bir bileşenin ortalamasının üç katına eşittir:

$$\langle \boldsymbol{J}\cdot\boldsymbol{J}\rangle_{\text{ort}} = 3\langle J_z^2\rangle_{\text{ort}}$$

Fakat $\boldsymbol{J}\cdot\boldsymbol{J}$ bütün yönlerde aynı olduğu için ortalama değeri elbette onun sabit değeridir:

$$\boldsymbol{J}\cdot\boldsymbol{J} = 3\langle J_z^2\rangle_{\text{ort}} \tag{34.24}$$

Eğer kuantum mekaniği içinde benzer denklemi kullanacağımızı varsayarsak kolayca $\langle J_z^2\rangle_{\text{ort}}$ değerini bulabiliriz. Sadece J_z^2'nin olası $(2j+1)$ değerlerinin toplamını alacağız ve toplam sayıya böleceğiz:

$$\langle J_z^2\rangle_{\text{ort}} = \frac{j^2 + (j-1)^2 + \cdots + (-j+1)^2 + (-j)^2}{2j+1}\hbar^2 \tag{34.25}$$

Spini 3/2 olan bir sistem için

$$\langle J_z^2\rangle_{\text{ort}} = \frac{(3/2)^2 + (1/2)^2 + (-1/2)^2 + (-3/2)^2}{4}\hbar^2 = \frac{5}{4}\hbar^2$$

elde ederiz ve

$$\boldsymbol{J}\cdot\boldsymbol{J} = 3\langle J_z^2\rangle_{\text{ort}} = 3\frac{5}{4}\hbar^2 = \frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}+1\right)\hbar^2$$

sonucuna ulaşırız. (34.25) denklemini çıkarmayı size bırakıyoruz ve (34.24) denklemini kullanarak genel sonucu elde ederiz:

$$\boldsymbol{J}\cdot\boldsymbol{J} = j(j+1)\hbar^2 \tag{34.26}$$

Klasik olarak düşünmemize rağmen $\boldsymbol{J}$'nin z-bileşeninin en büyük olası değeri $\boldsymbol{J}$'nin büyüklüğüdür –yani $\sqrt{\boldsymbol{J}\cdot\boldsymbol{J}}$– ve kuantum mekaniksel olarak J_z'nin maksimum değeri bundan biraz küçüktür çünkü $j\hbar$ her zaman $\sqrt{j(j+1)}\hbar$ değerinden küçüktür. Açısal momentum asla "tam olarak z-yönünde" olmaz.

34-8 Atomların manyetik enerjileri

Şimdi yeniden manyetik moment hakkında konuşalım. Kuantum mekaniğinde atomik sistemlerin manyetik momentinin (34.6) denklemi sayesinde açısal momentum cinsinden yazılabildiğini söylemiştik:

$$\boldsymbol{\mu} = -g\left(\frac{q_e}{2m}\right)\boldsymbol{J} \tag{34.27}$$

Burada q_e ve m elektronun yükü ve kütlesidir.

Dış bir manyetik alana konulan atomik bir mıknatıs, alan yönündeki manyetik momentinin bileşenine bağlı olan ek bir manyetik enerjiye sahiptir.

$$U_{\text{manyetik}} = -\boldsymbol{\mu}\cdot\boldsymbol{B} \tag{34.28}$$

olduğunu biliyoruz. $\boldsymbol{B}$'nin yönünü z-ekseninde seçersek

$$U_{\text{manyetik}} = -\mu_z B \tag{34.29}$$

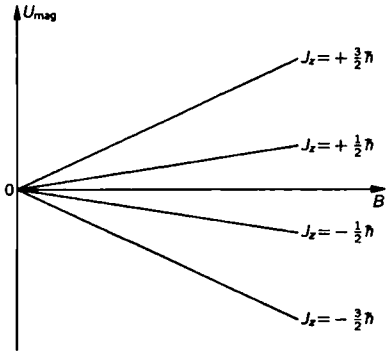
buluruz ve (34.27) denklemini kullanarak

$$U_{\text{manyetik}} = g\left(\frac{q_e}{2m}\right)J_z B$$

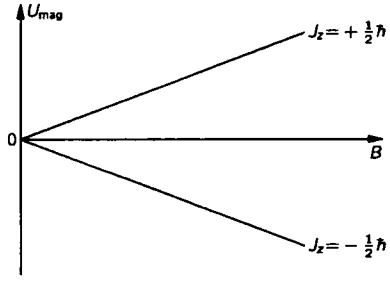
elde ederiz.

Kuantum mekaniği J_z'nin her zaman belirli değerler alacağını söyler; $j\hbar$, $(j-1)\hbar$, ..., $-j\hbar$. Bu nedenle atomik bir sistemin manyetik enerjisi gelişigüzel değildir; sadece belirli değerler alabilir. Örneğin maksimum değeri şudur:

$$g\left(\frac{q_e}{2m}\right)\hbar j B$$



Şekil 34-5 Bir B manyetik alanındaki spin 3/2 sisteminin olası manyetik enerjileri.



Şekil 34-6 Bir B manyetik alanındaki bir elektronun olası iki enerji durumu.

$q_e\hbar/2m$ niceliği genelde "Bohr Magnetonu" olarak adlandırılır ve μ_B olarak yazılır:

$$\mu_B = \frac{q_e\hbar}{2m}$$

Manyetik enerjinin olası değerleri aşağıdaki gibidir:

$$U_{\text{manyetik}} = g\mu_B B \frac{J_z}{\hbar}$$

Burada $J_z/\hbar$, olası j, $(j-1)$, $(j-2)$, ..., $(-j+1)$, $-j$ değerlerini alır.

Diğer bir deyişle bir atomik sistemin enerjisi manyetik alana konulduğunda alanla orantılı bir şekilde değişir ve J_z'yle orantılıdır. Bir sistemin atomik enerjisi manyetik alan tarafından "$2j + 1$ düzeye ayrılır." Örneğin manyetik alan yokken U_0 enerjili ve $j = 3/2$ olan bir atom bir manyetik alana konulduğunda dört olası değer alır. Bu enerjiler, Şekil 34-5'te gösterildiği gibi bir enerji düzey diyagramıyla gösterilebilir. Bir B manyetik alanındaki herhangi bir atom dört olası enerjiden sadece birine sahiptir. Bu, bir manyetik alandaki bir atomik sistemin davranışını tanımlayan kuantum mekaniksel bir açıklamadır.

En basit atomik sistem bir elektrondur. Bir elektronun spini 1/2'dir bu nedenle iki olası durum vardır: $J_z = \hbar/2$ ve $J_z = -\hbar/2$. Durgun (yörünge hareketi olmayan) bir elektron için spin manyetik momenti $g = 2$ değerine sahiptir bu nedenle manyetik enerji $\pm\mu_B B$ değerlerini alabilir. Bir manyetik alandaki olası enerjiler Şekil 34-6'da gösterilmiştir. Açıkça konuşmak gerekirse elektron ya spin "yukarı" (alan boyunca) ya da spin "aşağı" (alana zıt) olabilir.

Büyük spinli sistemler için daha fazla durum vardır. J_z değerine bağlı olarak spinin "yukarı" ya da "aşağı" ya da arasındaki bir açıda "dikildiğini" söyleyebiliriz.

Kuantum mekaniksel bu sonuçları bir sonraki bölümde maddelerin manyetik özelliklerini tartışmak için kullanacağız.

35

PARAMANYETİZMA VE MANYETİK REZONANS

35-1 Kuantumlanmış manyetik durumlar

35-1 Kuantumlanmış manyetik durumlar
35-2 Stern-Gerlach deneyi
35-3 Rabi moleküler-demet yöntemi
35-4 Hacimli malzemelerin paramanyetizması
35-5 Adyabatik mıknatıssızlaştırmayla soğuma
35-6 Nükleer manyetik rezonans

Gözden geçirme: II. Cilt, 11. Bölüm *Dielektiriğin İçinde*

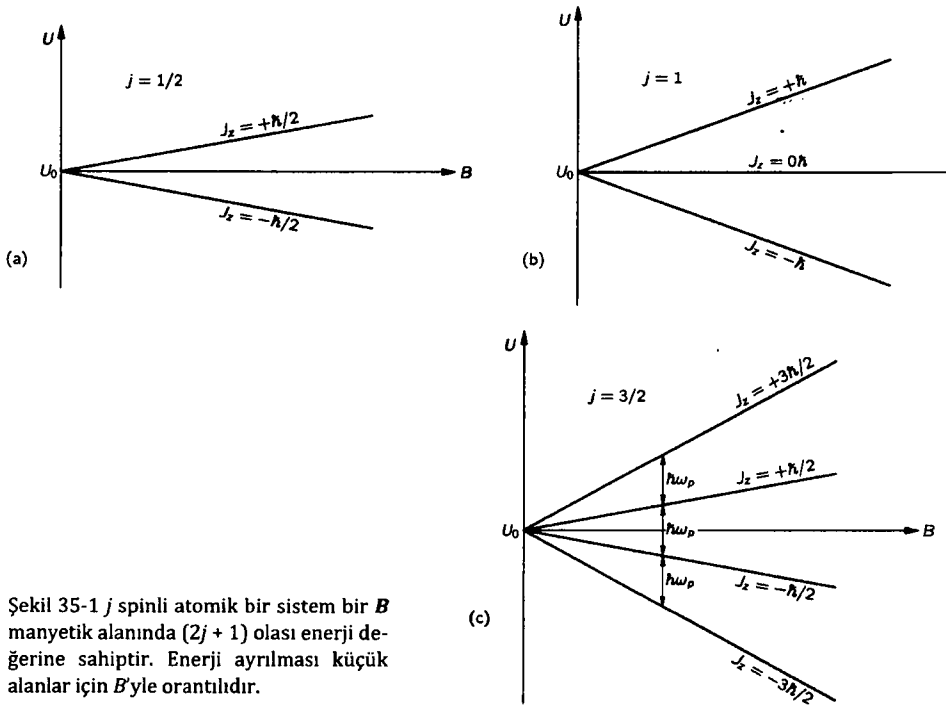
Son bölümde, bir şeyin açısal momentumunun kuantum mekaniğine göre nasıl gelişigüzel bir yöne sahip olamayacağını; fakat eksen boyunca bileşeninin sadece kesikli değerler alabileceğini tanımladık. Bu şoke edici ve özel bir gerçektir. Belki de, aklınızın bu tür konuları kavrayacak kadar ilerlemeden, bu tür kavramları kabullenmeye hazır olana kadar böyle işlerle uğraşmamamız gerektiğini düşünebilirsiniz. Aslında anlayışınız bunun gibi konuları hemen kabullenebilecek şekilde ilerlemeyecek. Bu konuyu anlaşılabilir hale getirebilecek, kendi içinde zarif ve gelişmiş olmayan betimleyici bir yol yoktur, çünkü bu yol(lar) aslında açıklamaya çalıştığınız şeyden çok daha karmaşıktır. Maddenin küçük ölçeklerdeki davranışı –çoğu kez gösterdiğimiz gibi– alışkın olduğunuz herhangi bir şeyden oldukça farklıdır ve gerçekten çok ilginçtir. Klasik fizikle ilerlerken, küçük ölçeklerdeki şeylerin davranışıyla gitgide daha fazla aşina olmaya çalışmak, başta derinlemesine bir anlama çabasından daha iyi bir fikirdir. Bu konular çok yavaş anlaşılır. Elbette birileri kuantum mekaniksel bir durumda nelerin meydana geldiğini daha iyi bir şekilde anlayabilir –anlamak demek o anlamdaysa elbette– fakat asla kuantum mekaniksel kuralların "doğal" olduğunu rahatça söyleyemez. Elbette *öyledirler* fakat sıradan, günlük tecrübelerimize göre doğal değildirler. Açısal momentum hakkındaki bu kuralı ele almamızdaki amaç, hakkında konuştuğumuz diğer şeylerden oldukça farklıdır. "Açıklamaya" çalışmayacağız fakat en azından ne olup bittiğini *söyleyeceğiz*. Manyetizmanın klasik tanımının –ve açısal momentum ve manyetik momentlerin– doğru olmadığına değinmeden maddelerin manyetik özelliklerini incelemek dürüst bir yaklaşım olmazdı.

Kuantum mekaniği hakkında en şoke edici ve rahatsız edici gerçeklerden biri, herhangi bir eksen boyunca açısal momentumu alırsanız, her zaman bir tamsayı ya da kesirli sayı çarpı $\hbar$ bulmanızdır. Hangi ekseni alırsanız alın bu sonuç değişmeyecektir. Bu anlaşılması zor gerçekliği –herhangi bir ekseni almanız ve bileşeni için benzer sonuçlar bulmanız– bir sonraki bölüme bırakacağız ve bu açık paradoksun tam olarak çözülebildiğini göreceğiz.

Şimdilik sadece her atomik sistem için, sistemin spini olarak adlandıracağımız bir j sayısı ve herhangi bir eksen boyunca açısal momentum bileşeninin her zaman $+j\hbar$ ile $-j\hbar$ arasındaki değerlerden birisini alacağını kabul edeceğiz;

$$J_z = \text{bunlardan biri} \left\{ \begin{matrix} j \\ j-1 \\ j-2 \\ \vdots \\ -j+2 \\ -j+1 \\ -j \end{matrix} \right\} \cdot \hbar \tag{35.1}$$

Ayrıca her basit atomik sistemin açısal momentumla aynı yönde bir manyetik momente sahip olduğunu belirtelim. Bu sadece atomlar ve çekirdekler için değil aynı zamanda temel parçacıklar için de doğrudur. Her temel parçacık kendi karakteristik j değerine ve manyetik momentine sahiptir. (Bazı parçacıklar için her ikisi de sıfırdır.) Bu ifadede "manyetik momentten" kastettiğimiz şey, bir manyetik alandaki sistemin enerjisinin, örneğin z-yönündeki,



Şekil 35-1 j spinli atomik bir sistem bir B manyetik alanında $(2j + 1)$ olası enerji değerine sahiptir. Enerji ayrılması küçük alanlar için B'yle orantılıdır.

küçük manyetik alanlar için $-\mu_z B$ şeklinde yazılabilmesidir. Alanın büyük olmaması koşulu vardır, aksi takdirde sistemin iç hareketi bozulabilir ve enerji, alan açılmadan önceki manyetik momenti ölçemezdi. Fakat alan yeterince zayıfsa enerjiyi

$$\Delta U = -\mu_z B \tag{35.2}$$

miktarında değiştirir. J_z (35.1) denklemindeki değerlerden birine sahip olması koşuluyla, denklemdeki μ_z şu şekilde yazılır:

$$\mu_z = g\left(\frac{q}{2m}\right)J_z \tag{35.3}$$

Şimdi spini $j = \frac{3}{2}$ olan bir sistemi ele alalım. Manyetik alan olmaksızın sistem, J_z'nin farklı değerlerine karşılık gelen ve hepsi aynı enerjiye sahip dört farklı olası duruma sahip olur. Fakat alanı açtığımız anda bu durumları farklı enerji düzeylerine ayıran ek bir etkileşim enerjisi ortaya çıkar. Bu düzeylerin enerjisi B'yle orantılı enerjilerin yardımıyla tanımlanır yani J_z'nin $\frac{3}{2}$, $\frac{1}{2}$, -1, $-\frac{1}{2}$ değerleri çarpı $\hbar$'tır. $\frac{3}{2}$, $\frac{1}{2}$, 1 spinli atomik sistemler için enerji düzeylerinin yarılması Şekil 35-1'de gösterilmiştir. (Elektronların herhangi bir düzeni için, manyetik moment her zaman açısal momentumun zıt yönündedir.)

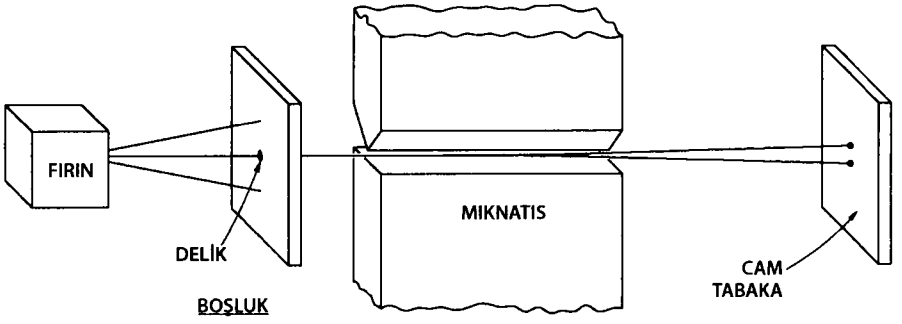
Enerji düzeylerinin "kütle merkezi" diyagramlarının manyetik alanın varlığında ve yokluğunda aynı olduklarını belirtelim. Bir düzeyden diğerine olan aralık her zaman manyetik alanın varlığındaki bir parçacığınkiyle aynıdır. Bir B manyetik alanı için enerji aralıklarını, ω_p'yi tanımlayan şekilde $\hbar\omega_p$ olarak ifade ederek ve (35.2) ile (35.3) denklemini kullanarak

$$\hbar\omega_p = g\ \frac{q}{2m}\ \hbar B$$

ya da

$$\omega_p = g\ \frac{q}{2m}\ B \tag{35.4}$$

olarak yazacağız. $g(q/2m)$ niceliği manyetik momentin açısal momentuma oranıdır ve parçacığın özelliğidir. (35.4) denklemi, 34. Bölümde elde ettiğimiz, açısal momentumu J ve manyetik momenti μ olan manyetik alandaki bir jiroskobun presesyonunun açısal hızını tanımlayan denklemle aynıdır.



Şekil 35-2 Stern-Gerlach deney düzeneği.

35-2 Stern-Gerlach deneyi

Açısal momentumun kuantumlanmış olduğu gerçeği, tarihsel olarak üzerine konuşacağımız oldukça ilginç bilimsel gerçeklerden birisidir. Kuramsal olarak beklense de, keşfedilmesi şok etkisi yaratmıştı İlk kez 1922 yılında Stern ve Gerlach tarafından gerçekleştirilen bir deneyde gözlenmiştir. Dilerseniz, Stern-Gerlach deneyini açısal momentumun kuantumlanmış olduğu gerçeği için doğrudan bir kanıt olarak düşünebilirsiniz. Stern-Gerlach bağımsız gümüş atomlarının manyetik momentlerini ölçmek için bir deney tasarlamıştır. Gümüş atom demeti sıcak bir fırında gümüşün buharlaştırılmasıyla üretilir ve bir kısmı küçük deliklere yönlendirilir. Bu demet özel bir mıknatısın kutupları arasına yönlendirilir, tıpkı Şekil 35-2'de gösterildiği gibi. Fikir şudur: eğer gümüş atomları μ manyetik momentine sahipse, B manyetik alandaki enerjileri, $-\mu_z B$ olur. Burada z, manyetik alanın yönüdür. Klasik kuramda μ_z, manyetik moment çarpı moment ile manyetik alan arasındaki açının kosinüsüne eşittir yani alanda

$$\Delta U = -\mu B \cos\theta \tag{35.5}$$

kadarlık ek bir enerji bulunur.

Elbette atomlar fırından çıktıklarında manyetik momentleri her olası yönde olabilir bu nedenle θ'nın tüm değerlerini alabilirler. Şimdi eğer manyetik alan z yönünde çok hızlı değişirse –eğer büyük bir alan gradyanı varsa– o zaman manyetik enerji konumla da değişecektir ve manyetik moment üzerinde yönü $\cos\theta$ değerinin pozitif ya da negatif olmasına bağlı bir kuvvet oluşacaktır. Atomlar, manyetik enerjinin türeviyle orantılı bir kuvvet tarafından aşağı ya da yukarı doğru çekilirler; sanal iş yasasından

$$F_z = -\frac{\partial U}{\partial z} = \mu \cos\theta \frac{\partial B}{\partial z} \tag{35.6}$$

elde edilir.

Stern ve Gerlach, manyetik alanın çok hızlı değişmesi için mıknatısın uçlarını sivriltmiştir. Gümüş atom demeti bu keskin uçlara doğru yönlendirilmiştir; böylece atomlar homojen olmayan bir manyetik alanda dikey bir kuvvet hissederler. Manyetik momenti yatay olarak yönlenmiş bir gümüş atomu, üzerinde bir kuvvet hissetmez ve mıknatısı düz bir şekilde geçer. Manyetik momenti tam dikey olan bir atom, mıknatısın keskin ucu boyunca yukarı doğru itilir. Manyetik momenti aşağı doğru yönlendirilmiş bir atom aşağı doğru bir itme hisseder. Bu nedenle mıknatısı geçtikçe atomlar manyetik momentlerinin dikey bileşenle-

rine göre yayılırlar. Klasik kuramda bütün açılar mümkündür yani cam bir plakanın her yerinde toplanabilirler bu nedenle gümüş atomlarının dikey bir çizgi boyunca yayılmaları beklenir. Çizginin yüksekliği manyetik momentin büyüklüğüyle orantılıdır. Klasik kuramın eksikliği, Stern ve Gerlach tam olarak nelerin meydana geldiğini gördüğünde açıklığa kavuşturulmuştur. Cam plaka üzerinde iki farklı benek buldular. Gümüş atomları iki farklı demet oluşturmuşlardı.

Spinleri rastgele yönelimli olduğu düşünülen bu atom demetlerinin iki farklı parçaya ayrılması oldukça gizemliydi. Nasıl oluyor da manyetik moment, manyetik alan yönündeki belirli bileşenlerin izinli olduğunu biliyordu? Bu durum, açısal momentum kuantumlanması keşfinin başlangıcıydı ve size teorik bir açıklama vermek yerine tıpkı günümüz fizikçilerinin deneyler yapıldıktan sonra sonuçları kabul etmeleri gibi, bu deneyin sonucunu incelemeyi sürdüreceğiz. Bir manyetik alandaki atomların enerjisinin bir dizi kesikli değerler alması *deneysel bir gerçektir*. Bu değerlerin her biri için enerji alanın büyüklüğüyle orantılıdır. Bu nedenle alanın değiştiği bölgelerde sanal iş ilkesi bize atomlar üzerindeki olası manyetik momentin bir dizi kesikli değer alabileceğini söyler; kuvvet her bir durum için farklıdır bu nedenle atom demetleri küçük ayrı demetlere bölünür. Demetlerin sapmalarının ölçülmesinden manyetik momentin büyüklüğü bulunabilir.

35-3 Rabi moleküler demet yöntemi

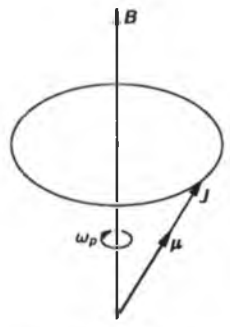
Şimdi I. I. Rabi ve çalışma arkadaşları tarafından geliştirilen daha ileri bir manyetik moment ölçüm düzeneğini tanımlayacağız. Stern-Gerlach deneyinde atomların sapması çok küçüktür ve bu nedenle manyetik momentin ölçülmesi hassas değildir. Rabi'nin tekniği manyetik momentlerin ölçülmesinde müthiş bir hassaslık sağlar. Yöntem, bir manyetik alandaki atomların başlangıçtaki enerjilerinin bir dizi sonlu enerji düzeyine ayrılması gerçeğine dayanır. Manyetik alandaki bir atomun enerjisinin sadece belirli ayrık enerjilere sahip olması, atomların *genelde* sadece belirli ayrık enerjilere sahip olmasından daha şaşırtıcı değildir. Neden benzer şey bir manyetik alandaki atomlar için de doğru olmasın? Doğrudur. Fakat, bunu *yönlendirilmiş manyetik moment* fikriyle bağlama girişimleri kuantum mekaniğinde bazı garip çıkarımlara götürür.

Bir atom ΔU miktarında farklı enerjilere sahip iki düzeye sahipse, ω kuantum frekansında bir ışık yayınlayarak daha üst enerji seviyesinden daha alt enerji seviyesine geçebilir:

$$\hbar\omega = \Delta U \tag{35.7}$$

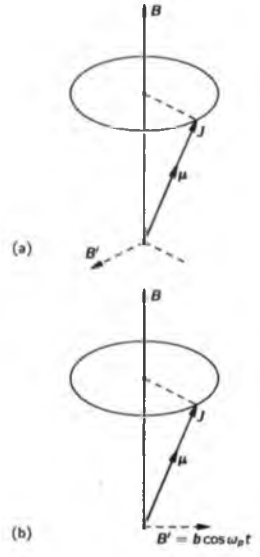
Benzer şeyler manyetik alandaki atomlar için de geçerlidir. Ancak o zaman enerji farklılığı ışığın frekansına karşılık gelemeyecek kadar küçük olur; yani mikrodalga ya da radyo frekansı gibi. Bir atomun daha alt bir enerji düzeyinden daha üst bir enerji düzeyine geçişi ayrıca bir ışığın soğrulmasıyla ya da manyetik alandaki atomların varlığında bir mikrodalga enerjisinin soğrulmasıyla gerçekleşebilir. Bu nedenle manyetik alanda bir atomumuz varsa, ek uygun frekanslı bir elektromanyetik alanın uygulanmasıyla bir durumdan diğerine geçişi sağlayabiliriz. Diğer bir deyişle büyük bir manyetik alanda bir atomumuz varsa ve zayıf bir elektromanyetik alanla bu alana "hafifçe dokunursak", bir durumdan diğerine geçişin belirli bir olasılığı olur; ancak frekansın (35.7) denklemindeki ω değerine yakın olması gerekir. Manyetik alandaki bir atom için bu frekans daha önce adlandırdığımız ω_p frekansıyla aynıdır ve (35.4) denklemindeki manyetik alan cinsinden verilir. Eğer atoma yanlış frekansla hafifçe dokunursak, bir geçişin meydana gelme şansı azalır. Bu nedenle bir geçişin meydana gelmesi için ω_p civarında keskin bir *rezonans* olmalıdır. Bilinen bir B manyetik alanındaki rezonansın frekansını ölçerek $g(q/2m)$ niceliği ve g-faktörü yüksek bir hassasiyetle ölçülebilir.

Benzer bir sonucun klasik bir bakış açısından da elde edilebilmesi oldukça ilginçtir. Klasik resme göre dış bir manyetik alana μ manyetik momenti ve J açısal momentumu olan küçük bir jiroskop yerleştirdiğimizde (*bkz.* Şekil 35-3) jiroskop manyetik alana paralel bir eksen etrafında yalpalar. Şu soruyu soralım: Alana göre klasik jiroskobun açısını nasıl değiştirebiliriz; yani z-eksenine göre? Manyetik alan *yatay eksen* etrafında bir tork üretir. Bunun gibi bir tork mıknatısı alanla hizalamaya çalışır fakat sadece presesyona yol açar. Eğer z-eksenine göre jiroskobun açısını değiştirmek istersek, z-eksenine göre bir tork uygulamamız gerekir. Eğer presesyonla aynı yönde bir tork uygularsak jiroskobun açısı, z-yönünde daha küçük bir J bileşeni verecek şekilde değişir. Şekil 35-3'te J ile z-ekseni arasındaki açı artmaktadır. Eğer presesyonu engellemek istersek J dikey yönde hareket etmelidir.



Şekil 35-3 Atomun klasik presesyonu.

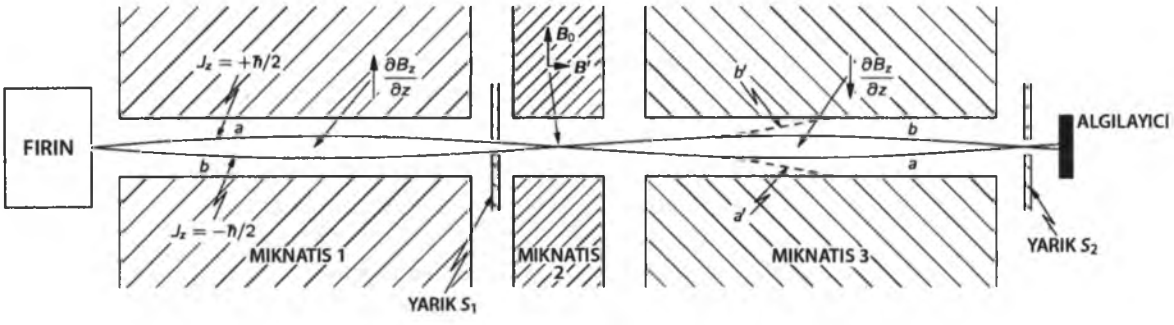
Düzgün bir manyetik alanda yalpalayan bir atom için istediğimiz türden torku nasıl uygularız? Cevap şudur: kenardan zayıf bir manyetik alan uygulayarak. İlk olarak manyetik alanın yönü, Şekil 35-4(a)'da B' manyetik alanıyla gösterildiği gibi, her zaman momentle dik açıda olması için manyetik momentin presesyonuyla aynı yönde olmalıdır. Buna benzer bir alan işe yarar fakat *değişen* bir yatay alan yaklaşık olarak onun kadar iyidir. Eğer x-yönünde (artı ya da eksi) ve ω_p frekansında salınan yatay küçük bir B' manyetik alanımız varsa her yarım döngüde manyetik momente uygulanan tork ters çevrilir böylece neredeyse dönen bir manyetik alan kadar büyük bir etki elde edilir. Klasik olarak o zaman manyetik momentin z-yönündeki bileşeninin değişmesini bekleriz; şüphesiz tam olarak ω_p frekansında çok zayıf bir şekilde salınan bir manyetik alanımız varsa. Elbette μ_z klasik olarak sürekli bir şekilde değişebilir fakat kuantum mekaniğinde manyetik momentin z-bileşeninin değişimi sürekli değildir. Aniden bir değerden diğerine atlayabilir. Klasik olarak nelerin meydana geldiğini ve aslında kuantum mekaniğinde meydana gelen olaylarla nasıl ilişkili olduklarına dair bazı ipuçları vermek için, klasik ve kuantum mekaniğinin sonuçlarını karşılaştırdık. Beklenen rezonans frekansının her iki durumda da aynı olması ilginç bir tesadüftür.



Şekil 35-4 Bir atomik mıknatısın presesyon açısı (a)'da gösterildiği gibi her zaman μ'ye dik açılarda yatay manyetik alan ya da (b)'de gösterildiği gibi salınan bir manyetik alan uygulanarak değiştirilebilir.

Ek bir bilgi: Kuantum mekaniği hakkında söylediğimiz şeylerden neden $2\omega_p$ frekansında da geçişlerin olmaması gerektiğine dair açık bir neden yoktur. Ne klasik durumda bu konuyla benzerlik kuracağımız bir durum ne de kuantum mekaniğinde bu konuyla benzerlik kuracağımız bir durum vardır; en azından tanımladığımız geçişleri tanımlayan özel yöntemler dışında. Salınan yatay manyetik alanla, bir defada iki adım atlayarak $2\omega_p$ frekansının elde edilme olasılığı sıfırdır. Yukarı ya da aşağı geçişler tam olarak ω_p frekansında gerçekleşir.

Şimdi manyetik momentlerin ölçülmesi için kullanılan Rabi yöntemini anlatmaya hazırız. Burada sadece spini 1/2 olan parçacıkları kullanacağız. Düzenek Şekil 35-5'te gösterilmiştir. Üç mıknatıs arasındaki çizgiden geçecek yüksüz atomları içeren bir fırın vardır. 1. mıknatıs Şekil 35-2'de gösterilene benzemek-



Şekil 35-5 Rabi-moleküler demet düzeneği.

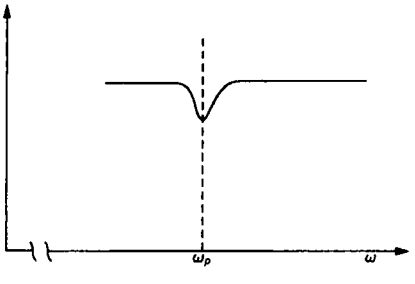
tedir ve büyük bir alan gradyanına sahiptir; örneğin $\partial B_z/\partial z$ pozitiftir. Eğer atomlar büyük bir manyetik momente sahip olursa, $J_z = +\hbar/2$ koşuluyla aşağı doğru ve $J_z = -\hbar/2$ koşuluyla yukarı doğru saptırılırlar (çünkü elektronlar için $\boldsymbol{\mu}$, $\boldsymbol{J}$'yle zıttır). Bununla birlikte sadece S_1 yarığından geçen elektronları dikkate alırsak, gösterildiği gibi iki yörüngeye sahip oluruz. $J_z = +\hbar/2$ olan atomlar yarıktan geçmek için a eğrisi boyunca hareket etmelidir ve $J_z = -\hbar/2$ olan atomlar b eğrisini takip etmelidirler. Diğer yolları kullanan atomlar yarıklardan geçemezler.

2. mıknatıs düzgün bir alana sahiptir. Bu bölgede atomlara etki eden bir kuvvet yoktur; bu nedenle düz bir şekilde yollarına devam ederek 3. mıknatısa girerler. 3. mıknatıs tıpkı 1. mıknatıs gibidir fakat alanlar ters dönmüştür ve bu nedenle $\partial B_z/\partial z$ pozitif işaretlidirler. 1. mıknatısta aşağı doğru bir itme hisseden $J_z = +\hbar/2$ olan atomlar ("spin yukarı") 3. mıknatısta *yukarı doğru* bir itme hissederler; a eğrisi boyunca hareket ederek S_2 yarığından dedektöre ulaşırlar. $J_z = -\hbar/2$ ("spin aşağı") olan atomlar 1. ve 3. mıknatıslarda zıt kuvvetler hissederler ve b eğrisi boyunca hareket ederek S_2 yarığından dedektöre ulaşırlar.

Dedektör atomların ölçülmesi için değişik şekillerde imal edilebilir. Örneğin, sodyum gibi alkali metal atomları için dedektör duyarlı bir akım ölçere bağlanan sıcak ince bir tungsten tel olabilir. Kablolardan sodyum atomları geçtiğinde Na^+ iyonlarına ayrılır. Akım kablodan geçen sodyum atomlarının sayısına bağlıdır.

2. mıknatısın boşluğunda küçük yatay bir $\boldsymbol{B}'$ manyetik alan üreten bir dizi bobin vardır. Bobinler ω frekansında salınan bir akımla sürülür. Bu nedenle 2. mıknatısın kutupları arasında büyük, sabit, dikey bir $\boldsymbol{B}_0$ alanı ve zayıf, salınan ve yatay $\boldsymbol{B}'$ alanı bulunur.

Şimdi ω frekansıyla salınan alanın frekansını ω_p frekansına eşitleyelim; yani $\boldsymbol{B}$ alanındaki atomların "presesyon frekansı"na. Değişen alan bazı atomların bir J_z'den diğerine geçmelerine neden olur. Spini başlangıçta "yukarı" olan bir atom ($J_z = +\hbar/2$), "aşağı" duruma ($J_z = -\hbar/2$) geçebilir. Şimdi bu atomun manyetik momentinin yönü tersine çevrilmiştir bu nedenle 3. mıknatısta *aşağı* doğru bir kuvvet hisseder ve Şekil 35-5'te gösterildiği gibi a' yörüngesi boyunca hareket eder. Artık S_2 yarığından geçerek dedektöre ulaşamayacaktır. Benzer şekilde spinleri başlangıçta aşağı olan atomlar ($J_z = -\hbar/2$) 2. mıknatıs boyunca hareket ettikçe ($J_z = +\hbar/2$) spin yukarı durumuna geçerler. b' yörüngesi boyunca hareket edecekleri için dedektöre ulaşamazlar.



Şekil 35-6 $\omega = \omega_p$ olduğunda demet içindeki atomların akımı azalır.

Eğer salınan $\boldsymbol{B}'$ alanı ω_p'den farklı bir frekansa sahip olursa spinde herhangi bir değişim meydana gelmez ve atomlar kendi yollarını kullanmaya devam ederek dedektöre ulaşır. Bu nedenle $\boldsymbol{B}_0$ alanındaki atomların ω_p "presesyon frekansı," dedektöre ulaşan atomların akımında bir azalma gözleninceye dek, $\boldsymbol{B}'$ alanının ω frekansının değişitirilmesi sayesinde bulunabilir. ω ile ω_p "rezonansa girdiğinde" akım azalır. ω frekansının bir fonksiyonu olarak dedektördeki akımın grafiği Şekil 35-6'da gösterildiği gibidir. ω_p frekansının bilinmesi sayesinde ayrıca atomların g-faktörü de elde edilebilir.

Bunun gibi bir atomik-demet ya da genel ifadesiyle "moleküler" demet rezonans deneyleri atomik nesnelerin manyetik özelliklerini ölçmenin güzel ve etkili bir yoludur. ω_p rezonans frekansı büyük bir hassasiyetle, aslında g-faktörünü bulmak için ölçtüğümüz $\boldsymbol{B}_0$ manyetik alanından daha yüksek bir hassasiyetle belirlenebilir.

35-4 Hacimli malzemelerin paramanyetizması

Şimdi hacimli malzemelerin paramanyetik özelliklerini tanımlayacağız. Örneğin bakır sülfata benzer bir kristalde olduğu gibi kalıcı manyetik momente sahip atomlardan oluşan maddemiz olsun. Kristalde, iç kabuk elektronlarının net bir açısal momentuma ve net bir manyetik momente sahip olduğu bakır iyonları bulunmaktadır. Bu nedenle bakır iyonları kalıcı manyetik momente sa-

hip nesnelerdir. Hangi atomların manyetik momente sahip olup, hangilerinin sahip olmadığı hakkında bir şey söylemek isterim. *Tek* sayıda elektrona sahip sodyum gibi herhangi bir atom manyetik momente sahiptir. Sodyum tam dolu olmayan kabuğunda bir elektrona sahiptir. Bu elektron atoma net bir spin ve manyetik moment verir. Bununla birlikte bileşikler oluştuğunda dış kabuktaki ek elektronlar zıt spinlere sahip diğer elektronlarla etkileşerek birbirlerinin etkisini yok ederler ve böylece değerlik elektronlarının bütün açısal ve manyetik momenti yok olur. Genelde bu durum neden moleküllerin manyetik momente sahip olmadıklarını açıklar. Elbette sodyum atomlarından oluşan gazda bu tür bir olay yoktur.* Ayrıca kimyada adlandırıldığı gibi "serbest radikallere" sahipseniz –değerlik elektronlarının tek sayıda olduğu bir yapı– bağlar tam olarak kurulamaz ve net bir açısal momentum ortaya çıkar.

Çoğu hacimli malzemede, eğer iç elektron kabuklarının dolu olmadığı atomlar varsa, net bir manyetik moment vardır. O zaman net bir açısal momentum ve manyetik momentten söz edebiliriz. Bunun gibi atomlar periyodik tablonun "geçiş elementleri" bölgesinde yer alır; örneğin krom, manganez, demir, nikel, kobalt, paladyum ve titanyum bu çeşit elementlerdir. Ayrıca nadir toprak elementlerinin hepsi dolu olmayan iç kabuklara ve kalıcı manyetik momentlere sahiptirler. Sıvı oksijen gibi manyetik momente sahip olan garip çiftler de vardır fakat bunun sebebini açıklamayı kimya bölümlerine bırakıyoruz.

Kalıcı manyetik momente sahip, örneğin gaz, sıvı ya da kristal gibi, tamamen atomlar ya da moleküllerle dolu bir kutumuz olduğunu düşünelim. Şimdi dış bir manyetik alan uyguladığımızda neler olacağına bakalım. Manyetik alanın olmadığı durumda atomlar termal hareketleri nedeniyle birbirleriyle çarpışırlar ve momentleri bütün yönlerde olabilir. Fakat manyetik alanın olduğu durumda küçük mıknatıslar gibi alan yönünde hizalanmaya çalışırlar; o zaman alan boyunca daha fazla moment ortaya çıkar. Malzeme "manyetize olmuştur."

Birim hacimdeki tüm atomik manyetik momentlerin vektör toplamı anlamına gelen bir malzemenin birim hacimdeki net manyetik momentine *mıknatıslanma* ($\boldsymbol{M}$) diyoruz. Örneğin birim hacimde N atom varsa ve bunların *ortalama* manyetik momenti $\langle\boldsymbol{\mu}\rangle_{\text{ort}}$ ise $\boldsymbol{M}$, N çarpı ortalama manyetik moment şeklinde ifade edilir:

$$\boldsymbol{M} = N\langle\boldsymbol{\mu}\rangle_{\text{ort}} \tag{35.8}$$

$\boldsymbol{M}$'in tanımı Cilt II, 10. Bölümdeki $\boldsymbol{P}$ elektrik kutuplanmasıyla ilişkilidir.

Paramanyetizmanın klasik kuramı, Cilt II, 11. Bölümde gösterdiğimiz dielektrik sabiti kuramıyla benzerdir. Her bir atomun her zaman aynı büyüklükte fakat herhangi bir yönde bir μ manyetik momenti olduğunu varsayar. Bir B alanında manyetik enerji $-\boldsymbol{\mu}\cdot\boldsymbol{B} = -\mu B\cos\theta$ olarak ifade edilir burada θ, alan ve moment arasındaki açıdır. İstatistiksel mekanikte herhangi bir açıda bulunmanın göreli olasılığı $e^{-\text{enerji}/kT}$ olarak verilir bu nedenle neredeyse sıfır olan açılar π civarındaki açılardan daha çok bulunurlar. Bölüm 11-3'te yaptığımız gibi ilerlersek, küçük manyetik alanlar için $\boldsymbol{M}$ ile $\boldsymbol{B}$ paraleldir ve aşağıdaki büyüklüğe sahiptir:

$$M = \frac{N\mu^2 B}{3kT} \tag{35.9}$$

[*Bkz.* Denklem (11.20)]. Bu yaklaşık denklem sadece $\mu B/kT$ 1'den çok küçükse doğrudur.

İndüklenmiş mıknatıslanmanın –birim hacimdeki manyetik moment– manyetik alanla orantılı olduğunu buluruz. Bu paramanyetizma olgusudur. Bu etkinin düşük sıcaklıklarda büyük, yüksek sıcaklıklarda daha küçük olduğunu göreceksiniz. Bir maddeyi manyetik alana koyduğumuzda, küçük alanlar söz konusu olduğunda, alanla orantılı bir manyetik moment meydana gelir. M'in B'ye oranı (küçük alanlar için) manyetik *duygunluk* olarak adlandırılır.

Şimdi paramanyetizma konusuna kuantum mekaniği bakış açısından bakalım. İlk olarak spin 1/2 atom durumunu ele alalım. Manyetik alanın yokluğunda

* Bazı Na_2 molekülleri olmasına rağmen, sıradan Na buharı çoğunlukla tek atomludur.

atomların belirli bir enerjileri vardır fakat manyetik alanın varlığında, her biri J_z'nin bir değerine karşılık gelen iki durum vardır. $J_z = +\hbar/2$ için enerji manyetik alanla

$$\Delta U_1 = +g\left(\frac{q_e\hbar}{2m}\right)\cdot\frac{1}{2}\cdot B \tag{35.10}$$

miktarında değişir. (ΔU enerji kayması bir atom için pozitiftir çünkü elektron yükü negatiftir.) $J_z = -\hbar/2$ için enerji manyetik alanla

$$\Delta U_2 = -g\left(\frac{q_e\hbar}{2m}\right)\cdot\frac{1}{2}\cdot B \tag{35.11}$$

miktarında değişir. Sadeleştirmek için

$$\mu_0 = g\left(\frac{q_e\hbar}{2m}\right)\cdot\frac{1}{2} \tag{35.12}$$

diyelim. Bu durumda

$$\Delta U = \pm\,\mu_0 B \tag{35 .13}$$

yazabiliriz. μ_0'ın anlamı açıktır; $-\mu_0$, yukarı spin durumundaki manyetik momentin z-bileşenidir ve $+\mu_0$ spin-aşağı durumundaki manyetik momentin z-bileşenidir.

İstatistiksel mekanik bir atomun herhangi bir durumda bulunma olasılığının

$$e^{-(\text{Durum enerjisi})/kT}$$

ile orantılı olduğunu söyler. Manyetik alanın olmadığı durumda iki durumun enerjisi aynıdır; bu nedenle manyetik alanda bir denge varsa, olasılık

$$e^{-\Delta U/kT} \tag{35.14}$$

ile orantılıdır. Birim hacimdeki spin yukarı atom sayısı

$$N_{\text{yukarı}} = ae^{-\mu_0 B/kT} \tag{35.15}$$

ve spin aşağı durum sayısı

$$N_{\text{aşağı}} = ae^{+\mu_0 B/kT} \tag{35.16}$$

ile orantılıdır. *a katsayısı* birim hacimdeki toplam atom sayısı

$$N_{\text{yukarı}} + N_{\text{aşağı}} = N \tag{35.17}$$

ifadesiyle tanımlanabilir. Böylece

$$a = \frac{N}{e^{+\mu_0 B/kT} + e^{-\mu_0 B/kT}} \tag{35.18}$$

elde ederiz. İlgilendiğimiz şey z-ekseni boyunca *ortalama manyetik momenttir*. Spin yukarı atomları $-\mu_0$ momentine katkıda bulunurlar ve spin aşağı atomları da $+\mu_0$ momentine katkıda bulunurlar; bu nedenle ortalama moment

$$\langle\mu\rangle_{\text{ort}} = \frac{N_{\text{yukarı}}(-\mu_0) + N_{\text{aşağı}}(+\mu_0)}{N} \tag{35.19}$$

şeklindedir.

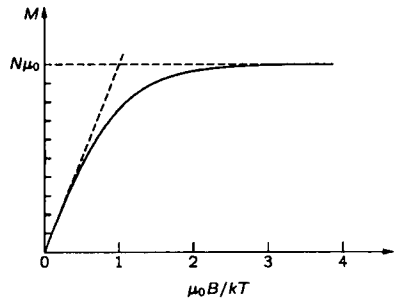
Birim hacimdeki M manyetik momenti $N\langle\mu\rangle_{\text{ort}}$ olarak ifade edilir. (35.15), (35.16) ve (35.17) denklemlerini kullanarak

$$M = N\mu_0\frac{e^{+\mu_0 B/kT} - e^{-\mu_0 B/kT}}{e^{+\mu_0 B/kT} + e^{-\mu_0 B/kT}} \tag{35.20}$$

yazabiliriz. Bu $j = 1/2$ olan atomlar için M'in kuantum mekaniksel denklemidir. Tesadüfi bir şekilde bu denklem hiperbolik tanjant fonksiyonu cinsinden ifade edilebilir:

$$M = N\mu_0 \tanh\frac{\mu_0 B}{kT} \tag{35.21}$$

M'in B'nin bir fonksiyonu olarak çizilmiş grafiği Şekil 35-7'de verilmiştir. B çok büyürse hiperbolik fonksiyon 1'e yaklaşır ve $N\mu_0$ limit değerine yaklaşır. Bu nedenle büyük alanlarda mıknatıslanma *doyuma ulaşır*. Bunun neden olduğunu görebiliriz; yeterince büyük alanlarda momentlerin hepsi aynı hizadadır. Diğer bir deyişle hepsi spin aşağı durumdadır ve her bir atom μ_0 momentine katkı koyar.



Şekil 35-7 Manyetik alan şiddeti B olan paramanyetik mıknatıslanmanın değişimi.

Çoğu normal durumda –tipik momentler için, örneğin oda sıcaklıkları ya da normal alanlar için (10.000 Gauss gibi)– $\mu_0 B/kT$ oranı yaklaşık 0,002'dir. Doyumu görmek için çok düşük sıcaklıklara gidilmesi gerekir. Normal sıcaklıklar için genelde tanh x, x'le yerdeğiştirir ve

$$M = \frac{N\mu_0^2 B}{kT} \tag{35.22}$$

yazılır.

Klasik kuramda gördüğümüz gibi M, B'yle orantıldır. Aslında denklem neredeyse aynıdır sadece 1/3 faktörü yoktur. Fakat hâlâ (35.9) klasik denkleminde, ortaya çıkan μ ile kuantum mekaniğinde ortaya çıkan μ_0 terimini ilişkilendirmemiz gerekir.

Klasik denklemde manyetik moment vektörünün karesi, $\mu^2 = \boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{\mu}$ ya da

$$\boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{\mu} = \left(g\frac{q_e}{2m}\right)^2 \boldsymbol{J} \cdot \boldsymbol{J} \tag{35.23}$$

olarak tanımlanır. Son bölümde $\boldsymbol{J} \cdot \boldsymbol{J}$ çarpımını $j(j+1)\hbar^2$ ifadesiyle yerdeğiştirerek klasik hesaplamalarda da doğru sonuca ulaşabileceğinizi belirtmiştik. $j = 1/2$ durumunda

$$j(j+1)\hbar^2 = \tfrac{3}{4}\hbar^2$$

(35.23) denkleminde $\boldsymbol{J} \cdot \boldsymbol{J}$ için bunu yerine yazarsak

$$\boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{\mu} = \left(g\frac{q_e}{2m}\right)^2 \frac{3\hbar^2}{4}$$

elde ederiz ya da (35.12) denkleminden hareketle μ_0 cinsinden

$$\boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{\mu} = 3\mu_0^2$$

yazabiliriz. Bunu (35.9) klasik denklemindeki μ^2 yerine yazarsak doğru (35.22) kuantum denklemini elde ederiz.

Paramanyetizmanın kuantum kuramı kolayca herhangi bir spin j durumuna genişletilebilir. Düşük-alan mıknatıslanması

$$M = Ng^2 \frac{j(j+1)}{3} \frac{\mu_B^2 B}{kT} \tag{35.24}$$

olarak tanımlanır; burada

$$\mu_B = \frac{q_e\hbar}{2m} \tag{35.25}$$

biçimindedir ve bu, manyetik moment boyutunda bir katsayı kombinasyonudur. Çoğu atom kabaca bu boyutta momentlere sahiptir ve *Bohr Magnetonu* olarak adlandırılır. Elektronun spin manyetik momenti neredeyse bir Bohr magnetonuna eşittir.

35-5 Adyabatik mıknatıssızlaştırmayla soğuma

Paramanyetizmanın çok ilginç ve özel bir uygulaması vardır. Çok düşük sıcaklıklarda, atomik mıknatısları büyük bir alanda hizalamak mümkündür. O zaman *adyabatik mıknatıssızlaştırma* olarak adlandırılan bir yöntemle çok düşük sıcaklıklara inmek mümkündür. Paramanyetik bir tuzu alalım (örneğin praseodmiyum-amonyum-nitrat gibi nadir-toprak atomları içeren bir madde) ve büyük bir manyetik alan altında sıvı helyum kullanarak mutlak sıfırın bir ya da

iki derece üstüne kadar soğutalım. O zaman $\mu B/kT$ faktörü 1'den büyük olur; daha çok 2 ya da 3 gibi. Hizalanmış spinlerin çoğu ve mıknatıslanma neredeyse doyuma ulaşır. Şimdi kolaylık olsun diye, tüm atomların hizalanması için alan büyük ve sıcaklık çok düşük olsun. Daha sonra tuzu termal olarak izole edin (yani sıvı helyumu ortadan kaldırdığınızı ve geriye iyi bir boşluk kaldığını düşünün) ve manyetik alanı kapatın. Tuzun sıcaklığı düşecektir.

Eğer alan *aniden* kapatılsaydı, kristal örgüdeki atomların titreme ve sallanması kademeli olarak tüm spinlerin hizasını bozacaktı. Bazıları aşağı bazıları yukarı durumda olacaktı. Fakat eğer alan yoksa (ve çok küçük bir hataya neden olan atomik mıknatıslar arasındaki etkileşimi göz ardı edersek), atomik mıknatısları döndürecek bir enerji olmayacaktır. Herhangi bir enerji değişimi ve sıcaklık değişimi olmadan spinleri rastgele hale getirebilirler.

Bununla birlikte atomik mıknatıslar termal hareketleri nedeniyle ters dönerlerken hâlâ biraz manyetik alan olduğunu düşünün. O zaman alana zıt bazı atomik mıknatısları hizalamak için enerji gerekecektir; *alana karşı iş yapmalıdırlar*. Bu durum termal hareketlerden enerji alarak sıcaklığı düşürür. Bu nedenle eğer manyetik alan çok hızlı kaldırılmazsa, tuzun sıcaklığı düşecektir; mıknatıssızlaştırma yöntemiyle soğutulur. Kuantum mekaniksel bakış açısından, alan kuvvetli olduğu zaman atomlar en düşük enerjili durumdadır, çünkü, yukarı durumlarda gerçekleşen herhangi bir olayın olma ihtimali imkânsız bir şekilde büyür. Fakat alan azaldıkça termal dalgalanmaların bir atomu daha üst duruma gönderme ihtimali artacaktır. Bunlar olduğunda atom $\Delta U = \mu_0 B$ enerjisini soğurur. Eğer alan yavaşça kapatılırsa manyetik geçişler kristalin termal titreşimlerinden enerji alır ve onu soğutur. Bu şekilde birkaç derece mutlak sıcaklıklardan bir derecenin binde biri sıcaklıklara kadar soğutmak mümkündür.

Bundan daha soğuk bir şeyler elde edilebilir mi? Doğa bir yol sunuyor gibi görünmektedir. Atomik çekirdeklerinde manyetik momentleri olduğunu önceden belirtmiştik. Paramanyetizma için kullandığımız denklemler, çekirdeğin momentinin kabaca *bin kat daha küçük olduğu* durumlar hariç, çekirdekler için de geçerlidir. [$q\hbar/2m_p$ mertebesindedirler ve m_p protonun kütlesi olduğu için elektron ve protonun kütle oranları kadar küçüktürler.] Bunun gibi bir manyetik momentle, 2°K sıcaklıklarında bile, $\mu B/kT$ faktörü sadece binde bir mertebesindedir. Eğer sıcaklığı derecenin birkaç binde birine soğutmak için paramanyetik mıknatıssızlaştırma yöntemini kullanırsak, $\mu B/kT$ yaklaşık 1 olur; bu düşük sıcaklıklarda nükleer momentler doyuma ulaşır. Bu iyi bir şanstır çünkü o zaman sıfır sıcaklığına ulaşmak için *nükleer* manyetizmanın adyabatik mıknatıssızlaştırmasını kullanabiliriz. Bunu, manyetik soğutmanın iki aşamasını kullanarak yapabiliriz. İlk olarak bir derecenin birkaç binde birine ulaşmak için paramanyetik iyonların adyabatik mıknatıssızlaştırmasını kullanabiliriz. Daha sonra büyük bir nükleer manyetizmaya sahip bazı malzemeleri soğutmak için soğuk paramanyetik tuz kullanabiliriz. Son olarak malzemeden manyetik alanı kaldırdığımızda sıcaklığın mutlak sıfırın *bir milyonda birine kadar* soğutabiliriz; eğer her şeyi dikkatlice yaptıysak elbette.

35-6 Nükleer manyetik rezonans

Atomik paramanyetizmanın çok küçük olduğunu ve nükleer manyetizmanın bin kat düşük olduğunu söyledik. Nükleer manyetizmayı "nükleer manyetik rezonans" ilkesiyle görmek mümkündür. Net manyetik momentlerinin sıfır olması için bütün elektron spinlerinin dengelendiği su gibi bir maddeyi ele alalım. Hidrojen çekirdeğinin nükleer manyetik momenti nedeniyle molekül çok küçük bir manyetik momente sahiptir. Küçük bir su örneğini $\boldsymbol{B}$ manyetik alanına koyduğumuzu düşünelim. Hidrojenin protonları spin 1/2 olduğu için iki olası enerji

durumuna sahip olurlar. Eğer su termal dengedeyse daha düşük enerji durumunda biraz daha fazla proton bulunacaktır ve bunların manyetik momentleri alana paralel olacaktır. Birim hacimde küçük net bir manyetik moment vardır. Protonun momenti atom momentinin sadece binde biri olduğu için μ^2 değeriyle değişen mıknatıslanma –Denk. (35.22)'yi kullanarak– tipik atomik manyetizmanın sadece milyonda biri kadardır. (Bu durum atomik manyetizmaya sahip olmayan bir malzemeyi seçmemizin nedenidir.) Eğer bununla çalışırsak, spin yukarı ve aşağı proton sayısı arasındaki fark 10^8'de 1 kadardır bu nedenle etki oldukça küçüktür! Bununla birlikte şimdi bahsedeceğimiz yöntemle gözlenebilir.

Küçük, yatay salınan bir manyetik alan üreten bir bobinle su numunesini çevrelediğimizi düşünelim. Eğer bu alan ω_p frekansıyla salınıyorsa iki enerji durumu arasında bir geçiş indükler; tıpkı 35-3 Bölümündeki Rabi deneyinde tanımladığımız gibi. Bir proton daha üst bir enerji düzeyinden daha alt bir enerji düzeyine geçtiğinde, görmüş olduğumuz gibi, $\hbar\omega_p$'ye eşit $\mu_z B$ enerjisini yayınlar. Eğer daha alt düzeyden daha üst duruma geçilirse bobinden $\hbar\omega_p$ enerjisini *soğurur*. Daha alt durumda daha üst durumdan biraz daha fazla proton olduğu için bobinden net bir enerji *soğrulması* gerçekleşir. Etki çok küçük olsa da ufak enerji soğrulması duyarlı elektronik yükselticilerin yardımıyla gözlenebilir.

Tıpkı Rabi moleküler-demet deneyinde olduğu gibi enerji soğrulması sadece

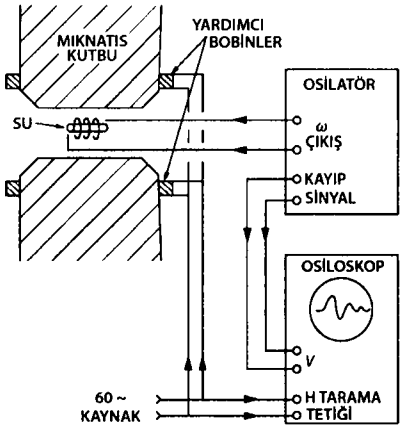
$$\omega = \omega_p = g\left(\frac{q_e}{2m_p}\right)B$$

frekansında salınan alanın varlığında olur. Rezonans durumunu aramak için genelde ω frekasını sabitleyip B alanını değiştirmek daha uygundur. Enerji soğrulması

$$B = \frac{2m_p}{gqe}\,\omega$$

olduğunda gerçekleşir.

Tipik bir nükleer manyetik rezonans düzeneği Şekil 35-8'de gösterilmiştir. Yüksek frekanslı bir salınıcı, büyük bir elektromıknatısın kutupları arasına konulan küçük bir bobini çalıştırır. Kutbun uçları etrafındaki iki küçük yardımcı bobin, manyetik alanın ortalama değeri civarında çok küçük miktarda "salınması" için, 60-hertz akımla çalışır. Bir örnek olarak mıknatısın ana akımının 5000 Gauss'luk bir manyetik alan vermek için kurulduğunu ve yardımcı bobinlerin bu değer etrafında ± 1 Gauss'luk bir değişim ürettiğini düşünelim. Eğer salınıcı saniyede 21,2 milyon titreşim üretirse, alan 5000 Gauss olduğunda, her zaman proton rezonansında olacaktır. [Denklem (34.13), proton için $g = 5{,}58$.]



Şekil 35-8 Bir manyetik rezonans düzeneği.

Salınıcı devresi, salınıcıdan soğrulan güçteki herhangi bir değişimle orantılı ek bir çıkış sinyali verecek şekilde tasarlanmıştır. Bu sinyal, bir osiloskobun dikey sapma yükseltecini besler. Osiloskobun yatay salınımı alan-salınım frekansının her bir çevriminde üretilir. (Genelde yatay sapma titreşen alanla orantılı şekilde gerçekleşir.)

Su numunesi, yüksek frekanslı bobine yerleştirilmeden önce, salınıcıdan alınan gücün bir değeri vardır (manyetik alanla değişmez). Bir kap su bobine konduğunda osiloskopta şekilde gösterildiği gibi bir sinyal üretilir. Protonların ters çevrilmesi sayesinde soğrulan gücün bir resmini görmektesiniz.

Pratikte ana mıknatısı 5000 Gauss'a ayarlamak zordur. Yapılacak şey, osiloskopta rezonans sinyali ortaya çıkıncaya dek ana mıknatıs akımını kontrol etmektir. Bu, bir manyetik alan şiddetinin en hassas ölçüm yoludur. Elbette *birileri* proton g-faktörünü belirlemek için manyetik alanı ve frekansı hassas bir şekilde ölçülmüştür. Fakat şimdi "proton rezonans manyetometre" olarak kullanılabilen bir proton rezonans düzeneğiyle bu yapılabilir.

Sinyalin şekli hakkında bir şeyler söylemek istiyoruz. Eğer manyetik alan çok yavaş bir şekilde salınsaydı, normal bir rezonans eğrisi görmeyi beklerdik. Enerji soğrulması, ω_p tam olarak salınım frekansında olduğunda, bir maksimum olur. Yakın frekanslarda soğrulma olabilir çünkü bütün protonlar aynı alan içinde değildirler. Farklı alanlar, biraz farklı resonans frekansları demektir.

Rezonans frekansında hiç sinyal görülüp görülmeyeceğini merak edebilirsiniz. Böylece suyun ilk konulma anı dışında sinyalin görülmemesi için yüksek frekanslı alanın iki düzeyin popülasyonunu eşitlemesini bekleyemez miyiz? Tam olarak değil, iki popülasyonu eşitlemeye çalışmamıza rağmen, termal hareketler T sıcaklığı için uygun oranları korurlar. Eğer rezonanstaysak, çekirdek tarafından soğrulan güç, termal hareketler nedeniyle kaybolan güçtür. Bununla birlikte proton manyetik momenti ile atomik hareketler arasında görece ufak "termal temaslar" vardır. Protonlar elektron dağılımının merkezinde izole edilir. Bu nedenle saf suda rezonans sinyali görülemeyecek kadar küçüktür. Soğrulmayı artırmak için, "termal teması" artırmak önemlidir. Bu genellikle suya az miktarda demir oksit eklenmesiyle yapılır. Demir atomları küçük mıknatıslar gibidir; termal dansları nedeniyle titreşirler ve protondaki manyetik alanlarda ufak salınımlar oluşur. Bu değişen alanlar proton mıknatıslarıyla "çiftlenir" ve termal dengeye ulaşma eğilimindedirler. Bu bağlantı nedeniyle daha yüksek enerji durumundaki protonlar enerjilerini kaybederler böylece salınıcıdan enerji soğururlar.

Pratikte nükleer rezonans düzeneğinin çıkış sinyali normal bir rezonans eğrisine benzemez. Genelde salınımlardan daha karmaşıktır; tıpkı şekilde gösterildiği gibi. Açıklama kuantum mekaniği cinsinden yapılabilir fakat bunun gibi deneylerde yalpalayan klasik moment fikri her zaman doğru cevabı verir. Klasik olarak rezonans durumunda çok sayıda nükleer moment eş zamanlı olarak yalpalamaya başlar. Bu nedenle, birlikte yalpalarlar. Hepsi birlikte dönen bu nükleer momentler, salınıcı bobininde ω_p frekansında bir emk üretir. Fakat manyetik alan zamanla büyüdüğü için presesyon frekansı da büyür ve indüklenen gerilim sonunda salınım frekansından daha büyük hale gelir. Bu nedenle proton frekansı ile salınıcı frekansı arasında "vuru notası" görürüz. Proton frekanslarının hepsi aynı olmadığı için (farklı protonlar farklı alanlara sahiptir) ve sudaki demir oksit dağılımı da farklı olduğu için, serbestçe yalpalayan momentler sonunda evre dışı olur ve vuru sinyali kaybolur.

Bu tür manyetik rezonans durumları madde hakkında yeni şeyler keşfetmek için kullanılan yöntemlerdir; özellikle kimya ve nükleer fizikte. Çekirdeğin manyetik momentinin sayısal değerleri madde yapısı hakkında bir şeyler söyler. Kimyada çoğu şey, rezonansın şekli ve yapısından öğrenilir. Yakın çekirdekler tarafından üretilen manyetik alanlar nedeniyle, bir nükleer rezonansın tam konumu, herhangi bir çekirdeğin kendisini içinde bulduğu çevreye bağlı olarak kayar. Bu kaymaların ölçülmesi, hangi atomların hangi atomların yakınında olduğunun belirlenmesine ve molekül yapısının detaylı bir açıklamasına yardım eder. Eşit önemde bir başka şeyse, serbest radikallerin elektron spin rezonansıdır. Denge halinde büyük ölçüde bulunmasa da, bunun gibi radikaller genelde kimyasal reaksiyonların ara durumlarıdır. Bir elektron spin rezonans ölçümü serbest radikallerin varlığı için önemli bir testtir ve kimyasal reaksiyonların anlaşılmasında önemli bir rol oynar.

DİZİN

A
Acayiplik, 11-12
  Korunumu ~, 11-12
"Acayiplik" sayısı, I-2-9
"Acayip" parçacıklar, II-8-7
Açı
  Brewster ~, I-33-6
  Gelme açısı, I-26-3, 11-33-1
  Yalpalama açısı, II-34-4, 34-4
  Yansıma açısı, I-26-3, II-33-1
Açısal frekans, I-21-3, 1-29-2, I-49-3
Açısal ivme, I-18-3
Açısal momentum, I-7-7, I-18-5, 1-20-1, 18-1, 20-14
  Bileşenleri ~, 18-14
  Dairesel kutuplanmış ışığın, I-33-10
  Katı bir cismin, I-20-8
  Korunumu~, I-4-7
  Yörüngesel ~, 19-1
Açısal hız, I-18-3
Adenin, 1-3-6
Adyabatik mıknatıssızlaştırma, II-35-9, 35-9
Adyabatik genişleme, I-44-5
Adyabatik sıkıştırma, I-39-5
Akı, II-4-7
  bir vektör alanının, II-3-2
  Elektrik ~, II-1-4
  Enerji ~, II-27-2
Akım
  Ampèr ~, II-36-2
  Atmosferdeki, II-9-2
  Atomik ~s, II-13-4, II-32-4, II-36-2
  Eddy ~, II-16-6
  Elektrik ~, II-13-1
  Uyarılmış~s, II-16-5
Akım yoğunluğu, II-13-1
Akış
  Dönmesiz~, II-12-8, II-40-5
  Isı ~, II-2-8, II-12-2
  Kararlı ~, II-40-6
  Sıvı ~, II-12-8
  Viskoz ~, II-41-4
Akış çizgisi, II-40-6
Akı kuantumlanması, 21-10
Akı kuralı, II-17-1
Aktif devre elemanı, II-22-5
Aktivasyon Enerjisi, I-3-4, I-42-7
Aktomiyozin, I-3-3
Alan, 1-14-7
  Akı vektörü ~, II-3-2
  Boşluktaki, II-5-8
  Elektrik ~, I-2-4, I-12-7, II-1-2, II-6-1, II-7-1
  Elektromanyetik ~, I-2-2, I-2-5, I-10-9
  Elektrostatik~, II-5-1, II-7-1
  örgünün, II-7-10
  göreli elektrik~, II-13-6
  Göreli manyetizma ~, II-13-6
  İki boyutlu ~s, II-7-2
  İletkenin, II-5-7
  Kütleçekim ~, I-12-8, 1-13-8
  Manyetik~, I-12-9, II-1-2, II-13-1, II-14-1
  kararlı akımların, II-13-3
  Mıknatıslanma ~, II-36-7
  Skaler~, II-2-2
  Üst üste binme ~s, 1-12-9
  Vektör ~, II-1-4, II-2-2
  Yüklü bir iletkenin, II-6-8
Alan çizgileri, II-4-11
Alan enerjisi, II-27-1
  nokta yükün, II-28-1
Alan indisi, II-29-5
Alan iyon mikroskobu, II-6-14
Alan momentumu, II-27-1
  Hareketli bir yükün, II-28-2
Alan salınım mikroskobu, II-6-14
Alan şiddeti, II-1-4
Alıcı, 14-5
Alniko V, II-36-11, II-37-10
Alternatif akım devreleri, II-22-1
Alternatif akım üreteci, II-17-6
Altıgen örgü, II-30-7
Amonyak mazeri, 9-1
Amonyak molekülü, 8-11
  durumu ~, 9-1
Ampermetre, II-16-1
Ampèr akımı, II-36-2
Ampèr Yasası, II-13-3
Analog bilgisayar, I-25-8
Angström (birim), I-1-3
Anormal dağılım, I-31-8
Anormal kırılma, I-33-9
  karşı-ferromanyetik malzeme, II-37-11
Argon, 19-I6

Artan yarıçap, II-42-4, II-42-13
Asetilkolin I-3-3
Astronomi ve fizik, 1-3-6
Atmosferin potansiyel gradyanı, II-9-1
Atom, I-1-2
  Kararlılığı, II-5-3
  Rutherford-Bohr modeli, II-5-3
  Thomson modeli, II-5-3
  Yarı kararlı ~, 1-42-10
Atomik akımlar, II-13-4, II-32-4,II-36-2
Atomik varsayım, 1-1-2
Atom parçacıkları, I-2-8
Atomik kutuplaşabilirlik, II-32-2
Atom saati, I-5-5, 9-14
Atomik süreçler, I-1-5
  ve parite korunumu, 18-2
Atom yörüngeleri, II-1-8
Avogrado sayısı, I-41-10, II-8-5
Aydınlanma, II-12-10

B
Bağlantı, sabiti, II-17-14
Bar (birim), I-47-4
Barkhausen etkisi, II-37-9
Baryonlar, 11-13
Basınç, I-1-3
  Gazın, I-39-2
  Hidrostatik~, II-40-1
  Işık ~, I-34-11
  Işınım ~, I-34-11
Belirli enerji, durumları, 13-3
Belirsizlik ilkesi, I-2-6, I-6-10, I-7-11,
  I-37-9, I-37-11, I-38-3, I-38-5
  1-9, 1-11, 2-3, 2-5
  ve atomların kararlılığı, II-1-1, II-5-3
Bessel fonksiyonu, II-23-6, II-23-9, II-24-4
Benzen molekülü, 10-10, 15-7
Bernoulli kuramı, II-40-6
Betatron, II-17-4, II-29-6
Bilimsel yöntem, I-2-1
Binoküler görüş, I-36-4
Biot-Sawart Yasası, II-14-9, II-21-7
Bir boyutlu örgü, 13-1
Bir fırtına bulutu içindeki yük ayrımı, II-9-7
Birim hücre, I-38-5, 2-5
Birim matris, 11-2
Birim vektör, I-11-10, II-2-3
Birleşik (böcek) görme, I-36-6
Birleşik Legendre fonksiyonları, 19-9
Biyoloji ve fizik, I-3-2
Bohr magnetonu, II-34-12, II-35-9, II-37-1,12-
  11, 34-12, 35-9
Bohr Yarıçapı, I-38-6, 2-6, 19-3, 19-5
Boltzmann enerjisi, II-36-11
Boltzmann faktörü, 14-4
Boltzmann kuramı, 21-7
Boltzmann sabiti, I-41-10, II-7-8, 14-3
Boltzmann yasası, I-40-2
Bor, 19-16
Bose parçacıkları, 4-1, 15-6
Boşluk rezonatörü, II-23-1
Boya, 10-12
Boyle Yasası, I-40-8
Bragg-Nye kristal modeli, II-30-9, II-31-1
Bremsstrahlung , 1-34-6
Brewster açısı, I-33-6
Brown hareketi, I-1-8, I-6-5, I-41-1, I-46-2, I-
  46-5
Buharlaşma, I-1-6
  bir sıvının, 1-40-3, I-42-1
Büküm (curl) işlemcisi, II-2-8, II-3-1
Bükülme, II-38-5
Büyütme, I-27-5
Büzülme varsayımı, I-15-5

C
Carnot çevrimi, I-44-5, I-45-2
Cavendish deneyi, I-7-9
Cebir, I-22-1
  Dört-vektör ~, I-17-7
  Matris ~, 5-14, 11-3, 20-17
  Tensör~, 8-4
  Vektör ~, I-11-6 , II-2-2, II-2-6, II-2-11,
  II-3-1, II-3-11, II-27-4, 5-15, 8-2, 8-4
  Yunan ~, I-8-2
Cebirsel işlemci, 20-3
Cherenkov ışıması, I-51-2
Clausius-Clapeyron denklemi, I-45-6
Clausius-Mossotti denklemi, II-11-7, II-32-7
Clebsh-Gordon katsayıları, 18-15, 18-18
Coriolis kuvveti, I-19-8, I-20-5, I-51-6,
  I-52-3, II-34-7, 34-7
Cornu spirali, I-30-9
Couette akışı, II-41-10
Coulomb yasası, I-28-1, II-1-2, II-1-5, II-4-2,
  II-4-10, II-5-5
Curie noktası, II-37-4, II-37-10, II-37-13
Curie yasası, II-11-5
Curie sıcaklığı, II-36-13, II-36-15, II-37-1, II-
  37-4, II-37-11
Curie-Weiss yasası, II-11-10

Ç
Çakma kiriş, II-38-10
Çapraz çarpım, II-2-8, II-31-8
Çark ve kilit mandal makinesi, I-46-1
Çarpışma, 1-16-6
  Elastik ~, I-10-7

Çarpışma tesir kesiti, I-43-3
Çekirdek, I-2-4, I-2-6, I-2-8
Çift kırılım, I-33-3, 1-33-9
Çift kırılım malzemesi, I-33-9, II-33-3,II-39-8
Çift yıldızlar, I-7-6
Çinko, 19-16
Çizgi, İntegrali, II-3-1
Çizgi Yükü, II-5-3
Çizgili (iskelet) kas, I-14-2
"Çocuk " kamerası, II-9-10
Çomak hücreleri, I-35-1, I-35-5, I-35-9,
I-36-4,I-36-6, 13-10
Çözme gücü, 1-27-7
bir kırınım ağının, I-30-5

D
D'Alembert işlemcisi , II-25-7
Dağılım
Normal (Gauss dağılımı) ~, I-6-9, 16-8
Olasılık~, I-6-7
Daimi hareket, I-46-2
Dairesel hareket, I-21-4
Dairesel kutuplanma, I-33-2
Dalga, I-51-1
Düzlem ~, II-20-1
Elektromanyetik ~, I-2-5, II-21-1
Işık~, I-48-1
İletilen~, II-33-7
Kesme ~, I-51-4, II-38-5
Küresel~, II-20-12, II-21-2
Sinüsoidal~, 1-29-2
Spin ~, 15-1
Üç boyutlu~, II-20-8
Yansıyan ~, II-33-7
Dalga boyu, 1-26-1, I-29-3
Dalga cephesi, I-33-9, I-47-3, 1-51-1
Dalga denklemi, I-47-1, II-18-9
Dalga düğümü, 7-9
Dalga fonksiyonu, 16-5
Anlamı ~, 21-6
Dalga kılavuzu, II-24-1
Dalga paketi, 13-6
Dalga sayısı, I-29-2
Dayanım, I-23-5
Debye uzunluğu, II-7-9
Değiştirme kuvveti, II-37-2
Denge, I-1-6
Denklem
Clausius-Mossotti ~, II-11-7, II-32-7
Dalga ~, I-47-I, II-18-9
Difüzyon ~
Isı ~,
Nötron ~, II-12-7
Dirac ~, I-20-6
Dispersiyon~, I-31-6
Einsten alanı~, II-42-14
Einstein'ın hareket, II-42-14
Laplace ~, II-7-1
Maxwell'in ~s, I-46-7, I-47-7, II-2-1,
II-2-8, II-4-1, II-6-1, II-7-6, II-8-11,
II-10-6, II-13-3, II-13-6, II-13-11,
II-15-14, II-18-1, II-22-I,
II-25-11, II-26-2, II-26-11, II-27-3,
II-27-5, II-27-7, II-27-9, II-28-1,
II-32-5, II-33-1, II-33-3, II-34-8,
II-36-1, II-36-3, II-36-5, II-36-13,
II-38-2, II-39-8, II-42-14, 34-8
bir dielektrik içinde, II-32-3
Çözümü ~ boş uzayda, II-20-1
Çözümü ~ akım ve yükleri için, II-21-1
Çözmek ~, II-18-9
Dört vektör için, II-25-10
Genel çözümü ~, II-21-4
Yenilenmesi~, II-28-6
Poisson ~, II-6-1
Saha ~, I-42-6
Schrödinger ~, II-15-12, II-4I-12, 16-4,
16-11
Hidrojen atomu için, 19-1
Klasik bakış açısına göre, 21-1
Devre
Alternatif akım ~, II-22-1
Eşdeğer ~, 11-22-10
Devre elemanları, II-23-1
Aktif ~, II-22-5
Pasif ~, II-22-5
Dışarlama ilkesi, 4-12
Dielektrik, II-10-1, II-11-1
Dielektrik sabiti, II-10-1
Diferansiyel kalkülüs, I-8-4, II-2-1
Difüzyon, I-43-1
Moleküler ~, I-43-7
Nötron, II-12-6
Dik eksenli örgü, II-30-7
Dinamik, I-9-1
Gelişimi~, I-7-2
Dönme, I-18-3
Göreli~, I-15-9
Dinamik (p-) momentum, 21-5
Dipol
Elektrik ~, II-6-2
Magnetik~, II-14-7
Moleküler ~, II-11-1
Salınan~, II-21-5
Dipol momenti, I-12-6, II-6-3
Magnetik ~, II-I4-8
Dipol potansiyeli, II-6-4
Dipol radyatörü, I-28-5, I-29-3

Dirac denklemi, I-20-6
Direnç, I-23-5, I-41-3, I-41-8, II-22-4
Dislokasyon, II-30-8
  ve kristal büyümesi, II-30-9
  Sarmal dislokasyon ~, II-30-9
  Kayma dislokasyonu~, II-30-9
Dispersiyon, I-31-6
  Anormal~, I-31-8
  Normal ~, I-31-8
Dispersiyon denklemi, 1-31-6
Diverjans
  Dört vektörün, II-25-7
Diverjans işlemcisi, II-2-7, II-3-1
Diyamayetizasyon, II-34-1, II-34-5, 34-1, 34-5
DNA, I-3-5
Doğrultucu, II-22-15
Dönüşüm
  alanların, II-26-1
  Doğrusal ~, I-11-6
  Fourier ~, I-25-4
  Galileo ~, I-12-11, I-15-2
  hızın, I-16-4
  Lorentz ~, I-15-3, I-17-1, I-34-8, I-52-2,II-25-1
  zamanın, I-15-5
Dörtgen örgü, II-30-7
Duyusal gelecek, I-17-4
Duyusal geçmiş, I-17-4
Dolaşım, II-1-5, II-3-8
Doğrusal momentum
  Korunumu ~, I-4-7, I-10-1
Doğrusal sistemler, I-25-1
Doğrusal dönüşüm, I-11-6
Donor bölge, 14-4
Doppler etkisi, I-17-8, I-23-9, I-34-7, I-38-6, II-42-9, 2-6, 12-9
Dönme
  Düzlem~, I-18-1
  Eksenleri, I-11-3
  İki boyutta, I-18-1
  Katı bir cismin, I-18-2
  Uzayda, I-20-1
Dönme matrisi, 6-4
Dönmesiz akış, II-12-8, II-40-5
Dönüşen genlikler, 6-1
Dört kutuplu lens, II-7-4, II-29-6
Dört kutuplu potansiyel, II-6-8
Dört potansiyel, II-25-8
Dört-vektör cebiri, I-17-7
Dört vektörler, 1-15-8, I-17-5, II-25-I
Durağan durumlar, 7-1, 11-22
Durumlar
  belirli enerjinin, 13-3
  Durağan~, 7-I, 11-22
  Öz~, 11-22
  Taban ~, 7-2
  Uyarılmış ~, II-8-7, 13-9
  Zaman bağimlı~, 13-6
Durum vektörü, 8-1
  ayrışması~s, 8-3
Duvar enerjisi, II-37-6
Duygunluk
  Elektrik ~, II-10-4
  Manyetik ~, II-35-7, 35-7
Düğüm, I-49-2
Düz kas, 1-14-2
Düzeltme, Damıtarak arıtma, I-50-9
Düzlem dalgalar, II-20-1
Düzlem örgü, II-30-5

E
Eddy akımı, II-16-6
Eğiklik
  üç boyulu uzayda, II-42-5
  Negatif~, II-42-4
  ortalama~, II-42-6
  Pozitif~, II-42-4
  yapısal~, II-42-5
Eğik düzlem, I-4-4
Eğik eksenli örgü, II-30-7
Eğik uzay, II-42-1
Einstein alan denklemleri, II-42-14
Einstein hareket denklemleri, II-42-14
Einstein katsayıları, 4-8, 9-15
Einstein-Podolsky-Rosen paradoksu, I8-8
ek; ilişik; yan-; eşlek , 11-23
  Hermitsel ~, 20-3
Eksenel vektör, I-20-4, I-52-6, I-52-10
Eksenlerin çevrimi, I-11-1
Ekziton, 13-9
Elektret, II-11-8
Elektrik alanı, I-2-4, I-12-7, II-1-2, II-6-1, II-7-1
  Göreliliği~, II-13-6
Elektrik akımı, II-13-1
  atmosferdeki, II-9-2
Elektrik akım yoğunluğu, II-2-8
Elektrik akışı, II-1-4
Elektrik dipol, II-6-2
Elektrik dipol matris elemanı, 9-15
Elektrik duygunluğu, II-10-4
Elektrik enerjisi, I-4-2, I-4-6, I-10-8, II-15-3
Elektrik kuvveti, I-2-3, II-1-1, II-13-1
  Görelilikteki gösterimi, II-25-1
Elektrik motoru, II-16-1
Elektrik potansiyel, II-4-4
Elektrik üreteci, II-16-1, II-22-5
Elektrik yük dağılımı, II-2-8, 21-6

Elektrodinamik, II-1-3
Elektromanyetik alan, I-2-2, 1-2-5, I-10-9
Elektromanyetik dalga, I-2-5, II-21-1
Elektromanyetik enerji, I-29-2
Elektromanyetik ışınım, 1-26-1, I-28-1, I-29-1
Elektromanyetik kütle, II-28-1
Elektromanyetizma, II-1-1
  Yasası~, II-1-5
Elektromotif kuvvet (EMK), II-16-2
Elektron, 1-2-4, I-37-1, I-37-4, 1-1, 1-4
  Klasik ~ yarıçap, I-32-4, II-28-3
  Yükü ~, I-12-7
Elektron bulutu, I-6-11
Elektron-ışın tüpü, I-12-9
Elektron konfigürasyonu, 19-15
Elektronik kutuplanma, II-11-1
Elektron mikroskobu, II-29-3
Elektron volt (birim), I-34-4
Elektrostatik, II-4-1, II-5-1
Elektrostatik alan, II-5-1, II-7-1
  Enerjisi~, II-8-9
  Bir örgünün, II-7-10
Elektrostatik denklemler
  dielektrikli II-10-6
Elektrostatik enerji, II-8-1
  çekirdekte, II-8-6
  İyonik kristalin, II-8-4
  nokta yükün, II-8-12
  Yükün, II-8-1
Elektrostatik lens , II-29-2
Elektrostatik potansiyel, denklemleri, II-6-1
Elips, I-7-1
Elmas örgü, 14-1
Empedans, I-25-8, II-22-1
  Karmaşık~, I-23-7
  Vakumun, I-32-2
En az eylem, prensibi, II-19-1
En az zaman, prensibi, I-26-1
Enerji, 1-4-1, II-22-11
  Aktivasyon~, I-3-4, I-42-7
  Alan ~, II-27-1
  Boltzmann ~, II-36-11
  Dönme kinetik ~, I-19-7
  Duvar ~, II-37-6
  Esneklik ~, 1-4-2, I-4-6
  Elektrik ~, I-4-2, I-4-6, I-10-8, II-15-3
  Elektromanyetik ~, I-29-2
  Elektrostatik ~, II-8-1
    Bir nokta yükünün , II-8-12
    Çekirdekte, II-8-6
    İyonik kristallerin, II-8-4
    Yüklerin, II-8-1
    Elektrostatik alandaki, II-8-9
    Göreli~, I-16-1
  Isı ~, I-4-2, I-4-6, 1-10-8
  Kimyasal ~, 1-4-2
  Kinetik ~, I-1-7, I-2-6, I-4-2, I-4-5
  ve sıcaklık, I-39-6
  Korunumu~, I-3-2, 1-4-1, II-27-1, II-42-11, 7-6
  Kütle ~, I-4-2, I-4-7
  Kütleçekimsel~, I-4-2
  Manyetik ~, II-17-12
  Mekanik~, II-15-3
  Nükleer ~, I-4-2
  Potensiyel ~, 1-4-4, I-13-1, 1-14-1, 7-6
  Radyant ~, I-4-2, I-4-6, I-7-11, I-10-8
  sığacın, II-8-2
  Rydberg~, 10-4, 19-3
Enerji akışı, II-27-2
Enerji diyagramı, 14-1
Enerji düzeyleri, I-38-7, 2-7, 12-7
  Harmonik salınıcının, I-40-9
Enerji düzey diyagramı, 14-3
Enerji kuramı, 1-50-7
Enerji yoğunluğu, II-27-2
Entalpi, I-45-5
Entropi, 1-44-10, I-46-6
Esneklik, II-38-1
Esnek çarpışmalar, I-10-7
Esneklik, eğri, II-38-12
Esneklik enerjisi, I-4-2, I-4-6
Esnek malzemeler, II-39-1
Esneklik sabiti, II-39-6, 11-39-10
Esneklik tensörü, II-39-4
Eş anlılık, I-15-7
Etilen molekülü, 15-8
Etkin kütle, 13-7
Etkisi
  Barkhausen ~, II-37-9
  Doppler ~, I-17-8, 1-23-9, I-34-7, 1-38-6, II-42-9, 2-6, 12-9
  Hall ~, 14-7
  Kerr ~, I-33-5
  Meissner ~, 21-8, 21-12
  Mössbauer ~, II-42-11
  Purkinje ~, I-35-2
Eş-eksenel hat, II-24-1
Eş değer devreler, II-22-10
Eş potansiyel yüzeyler, II-4-11
Euler kuvveti, II-38-11
Evre Hızı, I-48-6
Evre kayması, I-21-4
Eylemsizik, I-2-3, 1-7-11
  ilkesi~, 1-9-1
  momenti ~, I-18-7, I-19-1

F
Falcı, I-17-4
Farad (Birim), I-25-7, II-6-13
Faraday'ın indüklenme yasası, II-17-2,
II-18-1, II-18-8
Fermat ilkesi, I-26-3
Fermi (birim), I-5-10
Fermi parçacıkları, 4-1, 15-7
Ferritler, II-37-12
Ferro-elektrik, II-11-8
Ferromanyetizma, II-36-1, II-37-1
Ferromanyetik malzemeler, II-37-10
Ferromanyetik yalıtkan, II-37-12
Fırtına, II-9-5
Filtre, II-22-14
Fizik
astronomi ve ~, 1-3-6
1920 öncesi, I-2-3
Biyoloji ve ~, I-3-2
diğer bilimlerle ilişkisi, I-3-1
Jeoloji ve ~, I-3-7
Kimya ve ~, I-3-1
Matematik ve~, I-3-1
Psikoloji ve ~, I-3-8
Foton, I-2-7, I-17-8, I-26-1, 1-37-8, 1-8
Kutuplanma durumları ~, 11-9
Soğrulması ~s, 4-7
Yayınlanması ~s, 4-7
Foton yayınlanması, 4-7
Fotosentez, 1-3-3
Foucault sarkacı, I-16-2
Fourier analizi, I-25-4, I-50-2, I-50-5
Fourier dönüşümü, I-25-4
Fourier kuramı, II-7-11
Frekans
Açısal ~, I-21-3, I-29-2, 1-49-3
Larmor ~, II-34-7, 34-7
Salınım, I-2-5
Plazma ~, II-7-7, II-32-11
Fresnel yansıma denklemi, I-33-8

G
Galileo dönüşümü, I-12-11, I-15-2
Galileo göreliliği, I-10-3, I-10-6
Galvanometre, II-1-8, II-I6-1
Galyum, 19-17
Gama ışınları, I-2-5
Gauss (Birim), I-34-4, II-36-6
Gauss dağılımı, I-6-9, 16-8
Gauss yasası, II-4-9
Alan çizgileri için, II-4-11
Uygulaması~, II-5-1
Gauss kuramı, II-3-4, 21-4
Gecikmeli zaman, I-28-2
Geçici, I-24-1
elektriksel~, I-24-5
Geçici tepki, I-21-6
Geçirgenlik, II-36-9
Göreli ~, II-36-9
Gelgit, I-7-4
Gelme, açısı, I-26-3, II-33-1
Genişleme
Adyabatik ~, I-44-5
İzotermal~, I-44-5
Genlik, 8-1
Dönüşüm~, 6-1
Girişim~, 5-10
Olasılık~, I-37-10, 1-10, 3-1,16-1
Uzay bağımlılığı~, 13-4, I6-1
Zaman bağımlılığı ~, 7-I
Genlik ayarlaması, I-48-3
Geometrik optik, 1-26-1, I-27-1
Gerginlik, II-38-2
Hacim ~, II-38-3
Gerilim
Yüzey ~, II-12-5
Gerilme tensörü, II-31-11, II-39-1
Gezegen hareketi, I-7-1, I-9-6, I-13-5
Girdap, II-40-5
Girişim, I-28-6
İki yarıklı ~, 3-5
ve kırınım, I-30-1
Girişim dalgaları, I-37-4, 1-4
Girişim genliği, 5-10
Göreli dinamik, 1-15-9
Göreli enerji, 1-16-1
Göreli geçirgenlik, II-36-9
Göreli kütle, I-16-6
Göreli momentum, I-10-8, I-16-1
Görelilik
elektrik alanın, II-13-6
Galileocu ~, 1-10-3, I-10-6
Kuramı~, I-7-11, I-17-1
manyetik alan, II-13-6
Özel görelilik ~, I-15-1
Görsel korteks, I-36-4
Görüntü yükü, II-6-9
Görüş, I-36-1, 13-10
Binoküler ~, I-36-4
Nörolojisi ~, I-36-9
Psiko-kimyası ~, I-35-9
Renkli ~, 1-35-I, I-36-1
Göz
Birleşik (Böcek) ~, I-36-6
(İnsan) ~, 1-35-1
Göz çukuru, I-35-I, I-35-3, I-35-9
Gradyan işlemcisi, II-2-4, II-3-1
Green fonksiyonu, I-25-4

Grup hızı, I-48-6
Guanin, I-3-6
Güç, I-13-2
Gürültü, I-50-1

H
Hacim gerilimi, II-38-3
Hacim stresi, II-38-3
Hacim modülü, II-38-3
Haidinger fırçası, I-36-7
Hall etkisi, 14-7
Hamilton işlemcisi, 8-10
Hamilton işlemcisi matrisi, 8-1
Hamilton işlemcisinin ilk ilkesel fonksiyonu, II-19-8
Hareket, I-5-1, I-8-1
  Brown ~, I-1-8, I-6-5, I-4I-I, I-46-2, I-46-5
  Daimi~, I-46-2
  Dairesel ~, I-21-4
  Gezegensel ~, I-7-1, I-9-6, 1-13-5
  Harmonik ~, I-21-4, I-23-1
  Parabolik ~, I-8-10
  Sınırlandırılmış ~, I-14-3
  Yörüngesel~, II-34-3, 34-3
  Yükün, II-29-1
Hareketli yük, alan momentumu, II-28-2
Harmonik, I-50-1
Harmonik hareket, I-21-4, I-23-1
Harmonik salınıcı, I-10-1, I-21-1
  enerji düzeyi ~, I-40-9
  Zorlanmış~, 1-21-6, I-23-3
Hava Kanalı, I-10-5
Helmholtz kuramı, II-40-11
Henry (birim), I-25-7
Hermitsel eşlenik, 20-3
Helyum, I-1-5, 1-3-7, I-49-6, 19-14
  Sıvı ~, 4-12
Hız, I-8-3
  Açısal ~, I-18-3
  Bileşenler ~, I-9-3
  Dönüşüm ~, I-16-4
  Evre~, I-48-6
  Grup ~, I-48-6
  Hız ve ~, I-9-2
Hız potansiyeli, II-12-9
Hidrodinamik, II-40-2
Hidrojen, 19-14
  Aşırı ince yarılma ~, I2-I
Hidrojende aşırı ince yarılma, 12-1
Hidrojen atomu, 19-1
Hidrojen dalga fonksiyonu, 19-12
Hidrojen moleküler iyon, 10-1
Hidrojen molekülü, 10-8
Hidrostatik, II-40-1
Hidrostatik basınç, II-40-1
Hücre
  Koni ~, I-35-1, I-35-5, I-35-8, I-36-I, I-36-4
  Çomak~, 1-35-1, I-35-5, I-35-9, I-36-4, I-36-6, 13-10
Hooke yasası, 1-12-6, II-I0-7, Il-30-12, II-31-11, II-38-1, II-39-4, II-39-10
Histerisis eğrisi, II-37-5
Histerisis ilmeği, II-36-8

I
Isı, I-1-3, I-13-3
  sabit hacimde, 1-45-2
  spesifik ~, I-40-7, II-37-4
  ve klasik fiziğin başarısızlığı, I-40-8
Isı akışı, II-2-8, II-12-2
Isı difüzyon denklemi, II-3-6
Isı enerjisi, I-4-2, I-4-6, I-10-8
Isı iletimi, II-3-6
Isı motoru, I-44-1
"Islak" su, II-41-I
Işığın saçılması, I-32-1
Işık, I-2-5, II-21-1
  Hızı ~, I-15-1, II-18-8
  Kırılma~, II-33-1
  Momentumu~, I-34-10
  Kutuplanmış~, I-32-9
  Saçılma~, I-32-1
  Soğrulması ~, 9-14
  Yansıması~, II-33-1
Işık basıncı, I-34-11
Işık dalgası, I-48-1
Işık konisi, I-17-4
Işıma enerjisi, I-4-2, I-4-6, I-7-11, I-10-8
Işınım
  Bremsstrahlung ~ , I-34-6
  Cherenkov ~, I-51-2
  Elektromanyetik ~, I-26-1, I-28-1, I-29-1
  Gama ışın, I-2-5
  Görelilik etkileri~, I-34-1
  Işık, I-2-5
  Kızılaltı ~, I-2-5, I-23-8, I-26-1
  Kozmik ışın, I-2-5, II-9-2
  Kozmik siklotron~, I-34-6
  Mor ötesi~, I-2-5, I-26-1
  Siklotron~, 1-34-3
  Siyah cisim~, I-41-3
  X-ışını, I-2-5, I-26-1, I-31-6, I-34-5,1-48-6
Işınım basıncı, I-34-11
Işınım direnci, I-32-1
Işınım sönümü, I-32-1

İ
İdeal bir motorun verimliliği, I-44-7
İdeal gaz yasası, I-39-10

İki boyutlu alanlar, II-7-2
İki durumlu sistemler, 10-1, 11-1
İki yarıklı girişim, 3-5
İkiz paradoksu, I-16-3
İlerleme, bir kristal örgüde, 13-1
İlerleme faktörü, II-22-I4
İlerleyen alanlar, II-18-5
İletilen dalgalar, II-33-7
İletim bandı, 14-1
İletim hattı, II-24-1
İletken, II-1-2
İletkenlik, II-32-10
  İyonik~, I-43-6
  Termal ~, II-2-8, II-I2-2
  İlke
  Belirsizlik ~, 1-2-6, 1-6-10, I-7-11, 1-37-9, I-37-11, I-38-3, 1-38-5, 1-9, 1-1I, 2-3, 2-5
  ve atomların kararlılığı, II-1-1, II-5-3
  Dışarılama ~, 4-12
  Eşdeğerlik, II-42-8
  En az eylem, II-19-1
  Eylemsizlik, I-9-1
  Sanal işler, I-4-5
  Üst üste binme, II-1-3, II-4-2
İlkesel kuantum sayısı, 19-12
İndisi
  Alan ~, II-29-5
  Kırılma, I-31-1, II-32-1
İndüksiyon, yasası, II-17-1
İndüklenmiş akımlar, II-16-5
İndüktans, I-23-6, II-16-4, II-17-9, II-22-2
  Karşılıklı ~, II-17-9, II-22-16
  Öz-~, II-16-4, II-17-11
İndüktör, I-25-7
İnsan gözü, I-35-1
  Gazın, I-43-9
İntegral, I-8-7
  Çizgi~, II-3-1
  İntegral kalkülüs, II-3-1
İnterferometre, I-15-5
İstatistiksel dalgalanmalar, I-6-3
İstatistiksel mekanik, 1-3-1, I-40-1
İş, 1-13-1, I-14-1
İşlemci, 8-5, 20-1
  bükme ~, II-2-8, II-3-1
  cebirsel ~, 20-3
  D'Alembert ~, II-25-7
  Diverjans ~, II-2-7, II-3-1
  Gradyan ~, II-2-4, II-3-1
  Laplace ~, II-2-10
  Momentum ~, 20-2, 20-9
  Nabla ~ (∇), II-2-6
  Vektör ~, II-2-6
İvmelenme, I-8-8
  Açısal ~, I-18-3
  Bileşenleri~, I-9-3
  Kütleçekim, I-9-4
İyon, I-1-6
İyonik bağlar, II-30-2
İyonik iletkenlik, I-43-6
İyonik kristal, II-8-4
İyonik kutuplanabilirlik, II-11-8
İyonizasyon enerjisi, I-42-5
  hidrojenin, I-38-6, 2-6
İyonosfer, II-7-6, II-9-3, II-32-13
İzoterm, II-2-3
İzotermal atmosfer, I-40-2
İzotermal genişleme, I-44-5
İzotermal sıkıştırma, I-44-5
İzotermal yüzeyler, II-2-3
İzotop, I-3-4, I-3-7, I-39-10

J
Jeoloji ve fizik, I-3-7
Jiroskop, 1-20-5
Johnson gürültüsü, I-41-2, I-41-8
Josephson bağlantısı, 21-14
Joule (birim), 1-13-3
Joule ısınması, I-24-2

K
Kabuk derinliği, II-32-I1
Kalkülüs
  Diferansiyel ~, II-2-1
  İntegral~, II-3-1
  Varyasyon, II-19-3
Kapasitans, I-23-5
  Karşılıklı ~, II-22-17
Kapasitör, 1-23-5, II-22-3
  Paralel plakalı~, I-14-10, II-6-11, II-8-3
  yüksek frekanslarda, II-23-2
Kararlı akım, II-40-6
Karmaşık değişkenler, II-7-2
Kármán girdap yolu , II-41-9
Karmaşık empedans I-23-7
Karmaşık sayılar, I-22-7
  ve harmonik hareket, I-23-1
Karşı madde, I-52-10, 11-16
Karşı parçacık, I-2-8, 11-13
Karşı proton, 11-13
Karşılıklı indüktans, II-17-9, II-22-16
Karşılıklılık ilkesi, I-26-5, I-30-7
Karşılıklı kapasitans, II-22-17
Kas
  Düz ~, I-14-2
  Çizgili (İskelet)~, I-14-2

Katalizör, I-42-8
Katı cisim, I-18-1, 1-20-1
  Açısal momentumu~, I-20-8
  Dönmesi ~, I-18-2
Katı hal fiziği, II-8-6
Katsayı
  Bağlantı, II-17-14
  Clebsch-Gordon~s, I8-15, 18-18
  Einstein~s, 9-15
  Soğurma ~, II-32-8
  Sürüklenme~, II-41-7
  Sürtünme, I-12-4
  Viskozite, Il-41-2
Kehribar, II-1-10, Il-37-13
Kendiliğinden mıknatıslanma, II-36-11
Kendiliğinden yayınlanma, I-42-9
Kepler yasası, 1-7-1, I-9-1, I-18-6
Kerr etkisi, I-33-5
Kerr hücresi, I-33-5
Kesme dalgası, I-51-4, II-38-5
Kesme frekansı, II-22-14
Kesme modülü, II-38-4
Kılcal hareket, I-51-8
Kırınım, 1-30-1
  bir ekran yardımıyla, I-31-10
  X-ışını~, I-30-8, I-38-5, II-8-4, II-30-1, 25
Kırılma, 1-26-2
  Anormal ~, I-33-9
  Işığın, II-33-1
  İndisi ~, I-31-1, II-32-1
Kırınım ağı, I-30-3
  Çözme gücü~, I-30-5
Kırpma sikloidi, I-34-3, I-34-5
Kısmi türev, I-14-9
Kızılötesi ışınım, I-2-5, I-23-8, I-26-1
Kilo kalori (birim), II-8-5
Kimyasal , I-1-6
Kimyasal bağlar, II-30-2
Kimyasal enerji, 1-4-2
Kimyasal kinetik, I-42-7
Kimya ve fizik, 1-3-1
Kinematik (mv-) momentum, 21-5
Kinetik enerji, I-1-7, I-2-6, I-4-2, I-4-5
  ve sıcaklık, I-39-6
  Dönme ~, I-19-7
Kinetik kuram
  Gazların, I-39-1
  Uygulaması~, I-42-1
Kipler, I-49-1
  Normal ~, I-48-10
Kirchhoff yasası, I-25-9, II-22-7, II-22-12
Kripton, 19-17
Klasik elektron yarıçapı, I-32-4, II-28-3
Klasik limit, 7-9
Klorofil molekülü, 15-11
Koloidal parçacıklar, II-7-8
Koni hücreler, I-35-1, I-35-5, I-35-8, I-36-1, I-36-4
Kornea, I-35-1, I-36-3, I-36-9
Korunum
  acayiplik, 11-12
  açısal momentum, I-4-7, I-18-6,I-20-5
  baryon sayısı, 11-13
  çizgisel momentum, I-4-7, I-10-1
  enerji, I-3-2, I-4-1, II-27-1, II-42-11, 7-6
  yük, I-4-7, II-13-1
Korunumlu kuvvet, I-14-3
Korunumlu olmayan kuvvet, I-14-6
Kovalent bağlar, II-30-2
Kozmik ışınlar, I-2-5, II-9-2
Kozmik senkrotron ışınımı, I-34-6
Kristal, II-30-1
  Geometrisi ~s, II-30-1
  İyonik~, II-8-4
  Moleküler ~, II-30-2
Kristal kırınımı, 1-38-4, 2-4
Kristal örgü, II-30-3
  Altıgen ~, II-30-7
  Eğik eksenli ~, II-30-7
  Dik eksenli ~, II-30-7
  İletim ~, 13-1
  Kusuru ~, 13-10
  Kübik ~, II-30-7
  Tetragonal ~, II-30-7
  Üç eksenli~, II-30-7
  Üç köşeli ~, II-30-7
Kromatiklik, I-35-6
Kromatik sapma, I-27-7
Kronecker delta, II-31-5
Kuantumlanmış manyetik durumlar, II-35-1, 35-1
Kuantum elektrodinamiği, 1-2-7, I-28-3, I-42-10
  ve nokta yükler, II-28-10
  Kuantum mekaniği, I-2-2, I-2-6, 1-6-10, I-37-1, I-38-1, I-1, 2-1, 3-1
  momentum~, I-10-9
  ve vektör potansiyeli, II-15-8, 21-1
Kuantum mekanik rezonans, 10-4
Kuantum sayıları, 12-14
Kuram
  Bernoulli ~, II-40-6
  Fourier ~, II-7-11
  Gauss ~, II-3-4, 21-4
  Helmholtz ~, II-40-11
  Larmor ~, II-34-6, 34-6
  Stokes~, II-3-9
"Kuru" su, II-40-1

Kutuplanma, I-33-1
Dairesel ~, I-33-2
Elektronik ~, II-11-1
Maddenin, II-32-1
Saçılan ışığın, I-33-3
Yönelimi ~, II-11-3
Kutuplanma vektörü, II-10-2
Kutuplanma yükleri, II-10-3
Kutuplanmış ışık, I-32-9
Kutuplanmamış molekül, II-11-1
Kutupsal molekül, II-11-1, II-11-3
Kutupsal vektör, I-20-4, I-52-6
Kuvvet
Bileşenleri ~, I-9-3
bir akım üzerinde, II-13-2
Değişimli ~, II-37-2
Elektrik~s, I-2-3, II-1-1, II-13-1
göreli gösterimde, II-25-1
Elektromotor ~ (EMF), II-16-2
Euler ~, II-38-11
Merkezcil ~, I-19-9
Merkezkaç ~, I-7-5, 1-12-11, 1-16-2, I-19-8, I-20-8, I-43-4, I-52-3, II-34-7, II-41-10, 19-11, 19-13, 34-7
Coriolis ~, I-19-8, I-20-5, I-51-6, I-52-3, II-34-7, 34-7
Korunumlu ~, 1-14-3
Korunumlu olmayan ~, I-14-6
Kütleçekim ~, I-2-3
Lorentz ~, II-13-1, II-15-14
Manyetik ~, I-12-9, II-1-2, II-13-I
Moleküler ~s, I-12-6
Momenti~, 1-18-5
Nükleer ~s, I-12-12, II-1-1, II-8-6, II-28-10, II-28-12, 10-6
Sözde~, I-12-10
Kübik örgü, II-30-7
Küresel dalgalar, II-20-12, II-21-2
Küresel harmonikler, 19-7
Küresel sapma, I-27-7, I-36-3
bir elektron mikroskopunun, II-29-4
Küresel simetrik çözümler, 19-2
Kütle, 1-9-1, I-15-1
Göreli ~, I-16-6
Elektromanyetik ~, II-28-I
Etkin ~, 13-7
Merkezi ~, I-18-I, I-19-1
Kütle enerjisi, I-4-2, I-4-7
Kütle enerji eşdeğerliği, 1-15-10
Külte merkezi, I-18-1, I-19-1
Kütleçekim, I-2-3, I-7-1, I-12-2, I-13-3, II-42-1, II-42-8
Kuramı ~, II-42-13
ivmesi ~, I-9-4
Kütleçekim alanı, I-12-8, I-13-8
Kütleçekim enerjisi, I-4-2
Kütleçekim ivmesi, I-9-4
Kütleçekim kuramı, II-42-13
Kütleçekim kuvveti, 1-2-3
Kütleçekim sabiti, I-7-9

L
Lagrange , II-19-8
Lal taşı, II-37-12
Lamé esneklik sabiti, II-39-6
Lamb-Retherford ölçümü, II-5-6
Landé *g*-faktörü , II-34-4, 34-4
Laplace denklemi, II-7-1
Laplace işlemcisi, II-2-10
Larmor frekansı, II-34-7, 34-7
Larmor kuramı, II-34-6, 34-6
Lazer, I-5-3, I-32-6, I-42-10, I-50-10, 9-13
Legendre fonksiyonu, birleşik, 19-9
Legendre polinomları, 18-12, 19-9
Lens
Dört kutup ~, II-7-4, II-29-6
Elektrostatik ~, II-29-2
Manyetik ~, II-29-3
Lens denklemi, I-27-6
Lenz kuralı, II-16-4, II-34-2, 34-2
Liénard-Wiechert potansiyeli, II-21-9
Lityum, 19-14
Logaritma, I-22-2
Lorentz ayarı, II-18-1I, II-25-9
Lorentz büzülmesi, I-15-7
Lorentz dönüşümleri, I-15-3, I-17-1, I-34-8, I-52-2, II-25-1
alanların, II-26-1
Lorentz denklemi, II-21-12
Lorentz grubu, II-25-3
Lorentz kuvveti, II-13-1, II-15-14
Lorent şartı, II-25-9

M
Mach sayısı, II-41-6
Magenta, 10-12
Magnon, 15-4
Manyetik alan, I-12-9, II-1-2, II-13-1,II-14-1
kararlı akımların, II-13-3
Göreliliği ~, II-13-6
Manyetik duygunluk, II-35-7, 35-7
Manyetik dipol, II-14-7
Manyetik dipol momenti, II-14-8
Manyetik enerji, II-17-12
Manyetik kuvvet, I-12-9, II-1-2, II-13-1
bir akım üzerindeki, II-13-2
Manyetik indüksiyon, 1-12-10
Manyetik lens, II-29-3

Manyetik malzemeler, II-37-1
Manyetik moment, II-34-3, 11-4, 34-3
Manyetik rezonans, II-35-1, 35-1
Nükleer ~, II-35-10, 35-10
Manyetize alanlar, II-36-7
Manyetizma, 1-2-4, II-34-1, 34-1
Dia~, II-34-1, II-34-5, 34-1, 34-5
Ferro~, II-36-I, II-37-1
Para~, II-34-1, II-35-1, 34-1, 35-1
Manyetostatik, II-4-1, II-13-1
Matematik ve fizik, I-3-1
Matris, 5-5
Matris cebiri, 5-14, 11-3, 20-17
Maxwell denklemleri, I-15-2, I-25-3, I-25-5, I-46-7, I-47-7, II-2-1, II-2-8, II-4-1, II-6-1, II-7-6, II-8-11, II-10-6, II-13-3, II-13-6, II-13-11, II-15-14, II-18-1, II-22-1, II-22-6, II-22-10, II-23-3, II-23-7, II-23-9, II-24-5, II-25-7, II-25-9, II-25-11, II-26-2, II-26-11, II-27-3, II-27-5, II-27-7, II-27-9, II-28-1, II-32-5, II-33-1, II-33-3, II-34-8, II-36-I, II-36-3, II-36-5, II-36-13, II-38-2, II-39-8, II-42-14, 10-7, 21-6, 21-13, 34-8
bir dielektrik içinde, II-32-3
Çözmek ~, II-18-9
Çözümü ~ akım ve yüklü, II-21-1
Çözümü ~ Boş uzayda, II-20-1
Dört vektörler için, II-25-10
Genel çözümü ~, II-21-4
Yenilenmesi ~, II-28-6
Maxwell'in şeytanı, I-46-5
Mazer, I-42-10
Amonyak ~, 9-1
Meissner etkisi, 21-8, 21-12
Mekanik enerji, II-15-3
Merkezcil kuvvet, I-19-9
Merkezkaç kuvveti, I-7-5, I-12-11, I-16-2, I-19-8, I-20-8, I-43-4, I-52-3, II-34-7, II-41-10, 19-11, 19-13, 34-7
Mesafe, I-5-I
Mesafe ölçümü
Yıldızların renk-parlaklık ölçümü yardımıyla, I-5-6
Üçgenleştirme yardımıyla, I-5-6
Metre (birim), I-5-10
MeV (birim), I-2-9
Mıknatıs, II-1-10, II-37-13
Mıknatıssızlaştırma, adyabatik, II-35-9, 35-9
Mıknatıs alaşımı, II-37-11
Mıknatıslanma akımları, II-36-1
Mıknatıssal büzülme, II-37-6, II-37-11
Michelson-Morley deneyi, I-15-3
Mikroskop
alan yayılımlı ~, II-6-14
alan iyon~, II-6-14
elektron ~, II-29-3
Minkowski uzayı, II-31-12
Mol (birim), I-39-10
Molekül, I-1-3
Kutuplanmış ~, II-11-1, II-11-3
Kutuplanmamış~, II-11-1
Moleküler dipol, II-11-1
Moleküler difüzyon, I-43-7
Moleküler hareket, I-41-1
Molekül kristal, II-30-2
Moleküler kuvvetler, I-12-6
Moment
dipol~, I-12-6, II-6-3
eylemsizlik, I-18-7, I-19-1
kuvvetin, I-18-5
Momentum, I-9-1, I-38-2, 2-2
Açısal~, I-18-5, I-20-1, 18-1, 20-14
Açısal momentum korunumu,
Alan ~, II-27-1
Bileşenleri ~, 18-14
Dinamik (*p*-) ~, 21-5
Doğrusal korunumu ~, I-4-7, I-10-1
Göreli~, I-10-8, I-16-1
ışığın, I-34-10 f
Katı bir cismin, I-20-8
Kinematik (*mv*-) ~, 21-5
Korunumu ~, I-4-7, I-18-6, I-20-5
Kuantum mekaniğinde, I-10-9
Momentum işlemcisi, 20-2, 20-9
Momentum spektrometresi, II-29-1
Momentum spektrumu, II-29-2
Mor ötesi ışınım, I-2-5, I-26-1
Motor, Elektrik, II-16-1
Mössbauer etkisi, II-42-11
Mutlak sıfır, I-1-5, I-2-6, I-44-10
Müzik, I-50-1
mv-momentumu, 21-5

N

Nabla işlemcisi (∇), II-2-6
Negatif taşıyıcılar, 14-2
Neon, 19-16
Nernst ısı kuramı, I-44-11
Newton (birim), I-11-6
Newton; metre (birim), I-13-3
Newton yasası, I-2-6, I-7-6, I-9-I, I-10-1, I-11-2, I-11-4, I-12-1, I-12-11, I-13-1, I-14-6, I-15-1, I-15-9, I-16-2, I-16-8, I-18-1, I-19-2, I-20-1, 1-28-3, I-39-1, I-39-10, I-41-1, I-46-I, 1-46-5, I-47-2, II-7-5,

II-19-1, II-42-1, II-42-13
vektör gösteriminde, I-11-7
Nokta yük, II-1-2
Alan enerjisi ~, II-28-1
Elektrostatik enerjisi~, II-8-12
Normal dağılım, I-6-9, 16-8
Normal dispersiyon, I-31-8
Normal kipler, I-48-10 f
Nötron difüzyon denklemi, II-12-7
Nötron, I-2-4
difüzyonu~, II-12-6
n-tipli yarıiletken , 14-5
Nutasyon, I-20-7
Nükleer *g*-faktörü , II-34-4, 34-4
Nükleer enerji, I-4-2
Nükleer etkileşmler, II-8-7
Nükleer kuvvetler, I-12-12, II-1-1, II-8-6, II-28-10, II-28-12, I0-6
Nükleer manyetik rezonans, II-35-10, 35-10
Nükleer tesir kesiti, I-5-9
Nükleon, 11-3

O
Oersted (birim), II-36-6
Odaklanmak, I-26-5, 1-27-2
Odak uzunluğu
bir lensin, I-27-4
Küresel bir yüzeyin, I-27-1
Ohm (birim), 1-25-7
Ohm yasası, 1-23-5, I-25-7, I-43-7, II-19-14, 14-6
Olasılık, I-6-1
Olasılık dağılımı, I-6-7, 16-6
Olasılık genliği, I-37-10, 1-10, 3-1, 16-1
Olasılık yoğunluğu, I-6-8, 16-6
Optik, I-26-1
Geometrik ~, 1-26-1, I-27-1
Optik eksen, 1-33-3
Optik sinir, I-35-2
Ortalama karekök uzunluğu, 1-6-6
Ortalama serbest yol, 1-43-3
Ortalama kare mesafe, 1-6-5, 1-41-9

Ö
Öklitçi geometri, I-1-1, I-12-3, I-12-12,1-I7-2
Öz indüktans, II-16-4, II-17-11
Özdurumlar, 11-22
Özdeğerler, 11-22
Özdeş parçacıklar, 3-9, 4-1
Özel görelilik kuramı, I-15-1

P
Pappus, kuramı, I-19-4
Parabolik anten, I-30-6
Parabolik hareket, I-8-10
Paralel-eksen kuramı, I-19-6
p-momentumu, 21-5
Paralel plakalı kapasitör, I-14-10, II-6-11, II-8-3
Paraksiyal ışın, I-27-2
Paramanyetizma, II-34-1, II-35-1, 34-I, 35-1
Parçacıklar
Benzer~, 3-9, 4-I
Bose~, 4-1, 15-6
Fermi ~, 4-1, 15-7
Spin-1~, 5-1
Yarım-spinli~, 6-1, 12-1
presesyonu~, 7-10
Parçalanma-düşme kuramı, II-9-9
Pasif devre elemanları , II-22-5
Paskal üçgei, I-6-4
Pauli dışarılama ilkesi, II-36-15
Pauli spin değiştirme işlemcisi, 12-7, 15-2
Pauli spin matrisleri, 1I-1
Periyodik tablo, I-2-9, 1-3-1, 19-13
Piezoelektriklik, II-11-8, II-31-12
Pil, II-22-6
Piroelektriklik, II-11-8
Planck sabiti, I-4-7, I-5-10, I-17-8, I-37-11, II-15-9, II-19-9, II-28-10, 1-11, 20-15, 21-2
Plazma, II-7-6
Plazma frekansı, II-7-7, II-32-11
Plazma salınımı, II-7-5
Poincaré stresi, II-28-4
Poisson denklemi, II-6-1
Poisson oranı, II-38-2, II-38-10
Potansiyel
Dört-~, II-25-8
Dört kutup~, II-6-8
Vektör ~, II-14-1, II-15-1
bilinen akımların, II-14-3
Potansiyel enerji, 1-4-4, I-13-1, I-14-1, 7-6
Potasyum, 19-16
Poynting vektörü, II-27-5
Pozitif taşıyıcılar, 14-2
Presesyon
Açısı~, II-34-4, 34-4
Atomik mıknatısların, II-34-4, 34-4
Proton, I-2-4
Proton spini, II-8-7
Psikoloji ve fizik, 1-3-8
p-tipli yarıiletken
Purkinje etkisi, I-35-2

R
Rabi moleküler-demet yöntemi, II-35-4, 35-4
Radyoaktif izotoplar, 1-3-5, I-5-4, I-52-9

Radyoaktif saat, I-5-3
Rastgele değişme
Rayleigh dalgası, II-38-8
Rayleigh kriteri, I-30-6
Rayleigh yasası, 1-41-6
Reaktans, II-22-11
Renkli görme, I-35-1, I-36-I
  Psiko-kimyası ~, I-35-9
Retina, I-35-1
Reynolds sayısı, II-41-5
Rezonans, I-23-1
  Doğada, I-23-7
  Elektrik ~, I-23-5
  Kuantum mekanik ~, 10-4
Rezonans boşluğu, II-23-6
Rezonans devresi, II-23-10
Rezonans kipi, II-23-10
Rezonatör, boşluk , II-23-1
Ritz kombinasyon ilkesi, I-38-8, 2-8
Rodopsin, I-35-9
Rutherford-Bohr atom modeli, II-5-3
Rydberg (birim), I-38-6, 2-6
Rydberg enerjisi, 10-4, 19-3

S
Sabit
  Boltzmann~, I-41-10, II-7-8, 14-3
  Dielektrik ~, II-10-1
  Kütleçekim ~, 1-7-9
  Planck ~, I-4-7, I-5-10, I-17-8, I-37-11, II-15-9, II-19-9, II-28-10, 1-11, 20-15, 21-2
  Stefan-Boltzmann ~, I-45-8
Saçaklı boşaltım, II-9-10
Saf olmayan yarıiletkenler, 14-4
Saha denklemi, I-42-6
Salınan dipol, II-21-5
Salınıcı, I-5-2
  Harmonik ~, I-10-I, I-21-1
  Zorlanmış ~, I-21-6, I-23-3
Salınım
  evresi~, I-21-3
  frekansı~, I-2-5
  Genliği ~, 1-21-3
  periyodik~, I-9-4
  periyodu ~, I-21-3
  Plazma ~s, II-7-5
  Sönümlü ~, I-24-3
Salınım evresi, I-21-3
Salınım periyodu, I-21-3
Salınımın genliği, I-21-3
Sanal görüntü, I-27-3
Sanal işler, ilkesi, I-4-5
Saniye (birim), I-5-5
Sapma, I-27-7, I-34-10
  Bir elektron mikroskopunun, II-29-4
  Kromatik ~, I-27-7
  Küresel ~, I-27-7, I-36-3
Sarkaç, I-5-2
  Birleşik ~s, I-49-6
  Sarkaçlı saat, I-5-2
Sarmal dislokasyon, II-30-9
Sayısal analiz, I-9-6
Schrödinger denklemi, II-15-12, II-41-12, 16-4, 16-11, 20-17
  hidrojen atomu için, I9-1
  klasik durumda, 21-1
Senkrotron, I-2-5, 1-15-9, II-17-5, II-29-4, II-29-6
Senkrotron ışınımı, I-34-3, II-17-5
  Kozmik ~, I-34-6
Serbest parçacık yaklaşımı, 15-1
Serbestlik derecesi, I-25-2, I-39-12, I-40-1
Ses, I-2-3, I-47-1, I-50-2
  Hızı ~, I-47-7
Sıcaklık, I-39-6
Sıfır, mutlak , I-1-5, I-2-6
Sıfır bükme, II-3-10, II-4-1
Sıfır diverjans, II-3-10, II-4-1
Sıfır kütle, I-2-10
Sığa, II-6-12
  Bir kondensatörün, II-8-2
Sığaç
  Enerjisi~, II-8-2
  Paralel plakalı~, II-6-11, II-8-3
Sıkıştırma
  Adyabatik~, I-39-5
  İsotermal ~, I-44-5
Sınır değer problemleri, II-7-1
Sınırlandırılmış hareket, I-14-3
Sinir tabakası, II-41-9
Sıvı akışı, II-12-8
Sıvı helyum, 4-12
Sigma elektron, 12-3
Sigma matrisi, 11-2
Sigma proton, 12-3
Sigma vektör, 11-4
Siklotron, II-29-4, II-29-6
Simetri, I-1-4, I-11-1
  fizik yasalarında, I-52-1
Sinüsoidal dalga, I-29-2
Sismograf, I-51-5
Sitosin, I-3-6
Siyah cisim ışınımı, 1-41-3
Siyah cisim spektrumu, 4-8
Skaler, I-11-5
Skaler alan, II-2-2
Skaler çarpım, I-11-8

dört vektörün, II-25-3
Snell yasası, I-26-3, I-26-6, I-31-2, II-33-1
Sodyum, 19-16
Soğurma, I-31-8
fotonların, 4-7
ışığın, 9-14
Soğurma Katsayısı, II-32-8
Solenoid, II-13-5
Sönüm, I-31-8
Sönümlü salınım, I-24-3
Sözde kuvvet, I-12-10
Spesifik ısı, I-40-7, II-37-4
klasik fiziğin başarısızlığı, I-40-8
sabit hacimde, I-45-2
Spin-1 parçacıklar, 5-1
Spin-yörünge etkileşimi, 15-13
Spin dalgaları, 15-1
Spin yörüngesi, II-8-7
Spinel (MgAl2O4), II-37-12
Standart sapma, I-6-9
Stefan-Boltzmann sabiti, I-45-8
Stern-Gerlach aleti, 5-1
Stern-Gerlach deneyi, II-35-3, 35-3
Stoke kuramı, II-3-9
Stres, II-38-2
Hacim~, II-38-3
Poincaré ~, II-28-4
Stres tensörü, II-31-9
Süper iletkenlik, 21-1
Sürat, I-8-2
ışığın, I-15-1, II-18-8
sesin, I-47-7
Yunanların başarısızlıkları~, 1-8-2
ve hız, I-9-2
Sürtünme, I-10-5, 1-12-3
Katsayısı~, I-12-4
Kökeni~, I-12-6
Sürüklenme katsayısı, II-41-7

T
Taban durumu, II-8-7, 7-2
Taban durumları, 5-8, 12-1
Dünyanın, 8-5
Taşıyıcılar
Negatif~, 14-2
Pozitif ~, 14-2
Taşıyıcı işaret, I-48-3
Taylor Açılımı, II-6-7
Tek atomlu gaz, I-39-5, I-39-10, I-40-7
Tensör, II-26-7, II-31-1
Esneklik, II-39-4
Eylemsizlik, II-31-6
Gerilim ~, II-31-11, II-39-1
Kutuplanabilirlik, II-31-1
Stres ~, II-31-9
Tensör alanı, II-31-11
Tensör cebiri, 8-4
Dönüşümü ~ bileşenleri, II-31-3
Termal denge, I-41-3
Termal iletkenlik, II-2-8, II-12-2
bir gazın, I-43-9
Termal iyonizasyon, I-42-5
Termodinamik, 1-39-2, I-45-1, II-37-4
Yasaları ~, I-44-1
Thomson atom modeli, II-5-3
Thomson saçılma tesir kesiti, I-32-8
Tersinmezlik, I-46-5
Tesir kesiti, I-5-9
Çarpışma ~, I-43-3
Nükleer ~, I-5-9
Saçılma ~, I-32-7
Thomson saçılması~, I-32-8
Timin, I-3-6
Toplam iç yansıma, II-33-12
Tork, 1-18-4, I-20-1
Transformatör, II-16-4
Transistör, 14-11
Türev, I-8-5
Kısmi~, I-I4-9

U
Uyarılmış durumlar, II-8-7, 13-9
Uzay, I-2-3, I-8-2
Eğik ~, II-42-1
Uzay-zaman, I-2-6, I-17-1, II-26-12
Geometrisi~, I-17-1

Ü
Üç boyutlu dalgalar, II-20-8
Üç boyutlu örgü, 13-7
Üç cisim problemi, I-10-I
Üç eksenli örgü, II-30-7
Üç fazlı güç, II-16-7
Üç köşeli örgü, II-30-7
Üreteç
Alternatif akım ~, II-17-6
Elektrik~, II-16-1, II-22-5
Van de Graaff ~, II-5-9, II-8-7
Üstel atmosfer, I-40-1
Üst üste binme, II-13-11
Alanların, I-12-9
İlkesi ~, I-25-2, 1-28-2, I-47-6, II-1-3, II-4-2

V
Van de Graaff üreteci, II-5-9, II-8-7
Vektör, I-11-I
Ayrışması ~s, 8-3

Bileşenleri~, I-11-5
Birim ~, I-11-10, II-2-3
Dört-~s, I-15-8, I-17-5, II-25-1
Durum~, 8-1 f
Eksenel ~, I-20-4, I-52-6
Kutupsal ~, I-20-4, I-52-6
Kutuplanma~, II-10-2
Poynting, II-27-5
Vektör alanı, II-1-4, II-2-2
akışı~, II-3-2
Vektör analizi, I-11-5
Vektör cebiri, I-11-6, II-2-2, II-2-6, II-2-11, II-3-1, II-3-11, II-27-4, 5-15, 8-2, 8-4
Dört- ~, I-17-7
Vektör çarpımı, I-20-4
Vektör integrali, II-3-1
Vektör işlemcisi, II-2-6
Vektör potansiyel, II-14-1, II-15-1
ve kuantum mekaniği, II-15-8, 21-1
bilinen akımların, II-14-3
Vidalı kriko, I-4-5
Viskoz akışkan , II-41-4
Viskozite, II-41-1
katsayısı ~, II-41-2
Voltmetre, II-16-1
Vorteks çizgisi, II-40-10

W

Watt (birim), I-13-3

X

X-ışını, I-2-5, I-26-1, I-31-6, I-34-5, I-48-6
X-ışınım kırınımı, I-30-8, I-38-5, II-8-4, II-30-1, 2-5

Y

Yalıtkan, II-1-2, II-10-1
Yan bant, I-48-4
Yansıyan dalgalar, II-33-7
Yansıma, I-26-2
Açısı~, I-26-3, II-33-I
Işığın, II-33-1
Toplam iç ~, II-33-12
Yarıçap
Bohr~, I-38-6, 2-6, 19-3, 19-5
Dış ~, II-42-4, II-42-13
Klasik elektron~, I-32-4, II-28-3
Yarıiletken bağlanma, 14-8
bir düzeltmede ~, 14-10
Yarıiletkenler, I4-I
n-tipli ~, 14-5
p-tipli ~, 14-5
Saf olmayan ~, 14-4
Yarım-spinli parçacıklar, 6-1, 12-1
Presesyonu~, 7-10
Yarı kararlı atom, I-42-10
Yarılma düzlemi, II-30-1
(Yasa)
Ampère ~, II-13-3
Biot-Savart, II-14-9, II-21-7
Boltzmann ~, I-40-2
Boyle'un ~, I-40-8
Coulomb'un ~, I-28-1, II-1-2, II-1-5, II-4-2, II-4-10, II-5-5
Curie ~, II-11-5
Curie-Weiss ~, II-11-10
Faraday'ın ~ indüklenme, II-17-2, II-18-1, II-18-8
Gauss ~, II-4-9
alan çizgileri için, II-4-I1
Gauss Uygulamaları ~, II-5-1
Hooke ~, I-12-6, II-10-7, II-30-12, II-31-11, II-38-1, II-39-4, II-39-10
İdeal gaz~, I-39-10
Kepler ~s, I-7-1, I-9-1, I-18-6
Kirchhoff ~s, I-25-9, II-22-7, II-22-12
Lenz~, II-16-4, II-34-2, 34-2
Newton ~s, I-2-6, 1-7-6, I-9-1, I-10-1, I-11-2, I-11-4, I-12-1, I-12-11, I-13-1, I-14-6, 1-15-1, 1-15-9, 1-16-2, I-16-8, I-18-1, I-19-2, I-20-1, I-28-3, 1-39-1, 1-39-10, 1-41-1, 1-46-1, I-46-5, I-47-2, II-7-5, II-19-1, II-42-1, II-42-13
vektör gösterimi, 1-11-7
Ohm ~, I-23-5, I-25-7, 1-43-7, II-19-14, 14-6
Rayleigh ~, I-41-6
Snell~, I-26-3, I-26-6, 1-31-2, II-33-1
yansıma, 1-26-2
(Yasalar)
elektromanyetizma, II-1-5
indüksiyon, II-17-1
Yayılım, II-6-14
Yerdeğiştirme kuralı, 20-15
Yıldırım, II-9-10
Yirmi bir santimetre çizgisi, 12-9
Yoğunluk, I-1-4
Akım ~, II-13-1
Enerji ~, II-27-2
Olasılık~, I-6-8, 16-6
Young modülü, II-38-2, II-38-5
Yönlendirme kutuplanması, II-11-3
Yönlendirilimiş manyetik moment, II-35-4, 35-4
Yörüngesel açılsa momentum, 19-1
Yörüngesel hareket, II-34-3, 34-3
Yukawa "fotonu", II-28-13

Yukawa potansiyeli, II-28-13, 10-7
Yunanların hızla ilgili sorunları, I-8-2
Yük
  Çizgisi ~, II-5-3
  Elektron, I-12-7
  Görüntü~, II-6-9
  Hareketi ~, II-29-1
  Korunumu~, I-4-7, II-13-1
  Kutuplanma ~s, II-10-3
  Küresi ~, II-5-4
  Levhası~, II-5-4
  Nokta~, II-1-2
Yük küresi, II-5-4
Yük plakası, II-5-4
Yüklü iletken, II-6-8, II-8-2
Yüksek dayanma gerilimi, II-6-13
Yüksüz K-mezonu, 11-12
Yüksüz pion, 10-7
Yüzey
  Eşpotansiyel ~s, II-4-11
  İzotermal ~s, II-2-3
Yüzey gerilimi, II-12-5

Z
Zaman, I-2-3, I-5-1, I-8-1
  Dönüşümü~, I-15-5
  Gecikmeli zaman~, I-28-2
  standart~, I-5-5
Zamana bağlı durumlar, 13-6
Zeeman etkisi, 12-12
Zeeman yarılması, 12-9

İSİM DİZİNİ

A
Adams, John C. (1819–92), I-7-5
Aharonov, Yakir (1932–), II-15-12
Ampère, André-Marie (1775–1836), II-13-3, II-18-9, II-20-10
Anderson, Carl D. (1905–91), I-52-10
Aristoteles (İÖ 384–322), 1-5-1
Avogadro, L. R. Amedeo C. (1776–1856), I-39-2

B
Becquerel, Antoine Henri (1852–1908), I-28-3
Bell, Alexander G. (1847–1922), II-16-3
Bessel, Friedrich W. (1784–1846), II-23-6
Boehm, Felix H. (1924–), I-52-10
Bohm, David (1917–92), II-7-7, II-15-12
Bohr, Niels (1885–1962), I-42-9, II-5-3, 16-13, 19-5
Boltzmann, Ludwig (1844–1906), I-41-2
Bopp, Friedrich A. (1909–87), II-28-8
Born, Max (1882–1970), I-37-1, I-38-9, II-28-7, II-28-10, 1-1, 2-9, 3-1, 21-6
Bragg, William Lawrence (1890–1971), II-30-9
Brewster, David (1781–1868), I-33-5
Briggs, Henry (1561–1630), I-22-6
Brown, Robert (1773–1858), I-41-1

C
Carnot, N. L. Sadi (1796–1832), I-4-2, I-44-2, I-45-3, 1-45-7
Cavendish, Henry (1731–1810), 1-7-9
Cherenkov, Pavel A. (1908–90), I-51-2
Clapeyron, Benoît Paul Émile (1799–1864), I-44-2
Copernicus, Nicolaus (1473–1543), I-7-1
Coulomb, Charles-Augustin de (1736–1806), II-5-6

D
Dedekind, J. W. Richard (1831–1916), I-22-4
Dicke, Robert H. (1916–97), I-7-11
Dirac, Paul A. M. (1902–84), I-52-10, H-2-1, II-28-7, II-28-10, 3-1, 8-2, 8-4, 12-6, 16-10, 16-14

E
Einstein, Albert (1879–1955), I-2-6, I-4-7, I-6-10, I-7-11, 1-12-9, 1-12-11, I-15-1, I-15-3, I-15-9, I-16-1, I-16-5, I-16-9, I-41-1, 1-41-8, 1-42-9, 1-43-9, II-13-6, II-25-11, II-26-12, II-27-10, II-28-4, II-42-1, II-42-5, II-42-8, II-42-11, II-42-13, 4-8, 18-8
Eötvös, Roland von (1848–1919), I-7-11

F
Faraday, Michael (1791–1867), II-10-1, II-16-1, II-16-8, II-16-10, II-17-1, II-18-9, II-20-10
Fermat, Pierre de (1601–65), I-26-3, I-26-7
Fermi, Enrico (1901–54), I-5-10
Feynman, Richard P. (1918–88), II-21-5, II-28-8, II-28-10
Fourier, J. B. Joseph (1768–1830), I-50-5 f
Frank, Ilya M. (1908–90), I-51-2
Franklin, Benjamin (1706–90), II-5-6

G
Galileo Galilei (1564–1642), I-5-1f, I-7-2, I-9-1, I-10-5, I-52-3
Gauss, J. Carl F. (1777–1855), II-3-5, II-16-2, II-36-6
Geiger, Johann W. (1882–1945), II-5-3
Gell-Mann, Murray (1929–), I-2-9, 11-12, 11-16
Gerlach, Walther (1889–1979), II-35-3, 35-3
Goeppert-Mayer, Maria (1906–72), 15-13

H
Hamilton, William Rowan (1805–65), 8-10
Heaviside, Oliver (1850–1925), II-21-5
Heisenberg, Werner K. (1901–76), 1-37-1, I-37-9, I-37-11, I-38-9, II-19-9, 1-1, 1-9, 1-11, 2-9, 16-9, 20-17
Helmholtz, Hermann von (1821–94), I-35-7, II-40-10
Hess, Victor F. (1883–1964), II-9-2
Huygens, Christiaan (1629–95), I-15-2, I-26-2, I-33-9

I
Infeld, Leopold (1898–1968), II-28-7, II-28-10

J
Jeans, James H. (1877–1946), I-40-9, I-41-6, II-2-6
Jensen, J. Hans D. (1907–73), 15-13
Josephson, Brian D. (1940–), 21-14

K
Kepler, Johannes (1571–1630), I-7-1 f

L
Lamb, Willis E. (1913–2008), II-5-6
Laplace, Pierre-Simon de (1749–1827), 1-47-7
Lawton, Willard E. (1899–1946), II-5-6
Leibniz, Gottfried Willhelm (1646–1716), I-8-4
Le Verrier, Urbain (1811–77), I-7-5
Liénard, Alfred-Marie (1869–1958), II-21-11
Lorentz, Hendrik Antoon (1853–1928), I-15-3, I-15-5, II-21-12, II-25-11, II-28-3, II-28-7, II-28-12

M
MacCullagh, James (1809–47), II-1-9
Marsden, Ernest (1889–1970), II-5-3
Maxwell, James Clerk (1831–79), I-6-1, 1-6-9, I-28-1, I-28-3, 1-40-8, I-41-7, 1-46-5, II-1-8, II-1-11, II-5-6, II-17-2, II-18-1, II-18-8, II-18-11, II-20-10, II-21-5, II-28-3, II-32-3
Mayer, Julius R. von (1814–78), I-3-2
Mendeleyev, Dmitri I. (1834–1907), I-2-9
Michelson, Albert A. (1852–1931), I-15-3, 1-15-5
Miller, William C. (1910–81), I-35-2
Minkowski, Hermann (1864–1909), I-17-8
Mössbauer, Rudolf L. (1929–2011), I-23-9
Morley, Edward W. (1838–1923), I-15-3, 1-15-5

N
Nernst, Walter H. (1864–1941), I-44-11
Newton, Isaac (1643–1727), I-7-2, I-7-9, I-7-11, I-8-4, 1-9-1, I-9-4, I-10-2, 1-10-9, I-11-2, I-12-1, 1-12-9, I-14-6, 1-15-1, I-16-2, I-16-6, 1-18-7, I-37-1, 1-47-7, II-4-10, II-19-7, II-42-1, 1-1
Nishijima, Kazuhiko (1926–2009), I-2-9, 11-12
Nye, John F. (1923–), II-30-9

O
Oersted, Hans C. (1777–1851), II-18-9, II-36-6

Ö
Öklit (İÖ. 300), I-2-3, I-5-6, I-12-3, II-42-3

P
Pais, Abraham (Bram) (1918–2000), 11-12, 11-16
Pasteur, Louis (1822–95), 1-3-10
Pauli, Wolfgang E. (1900–58), 4-3, 11-2
Pines, David (1924–), II-7-7
Pisagor (İÖ 6.yy), 1-50-1
Planck, Max (1858–1947), I-40-10, I-41-6, I-42-8, 4-12
Plimpton, Samuel J. (1883–1948), II-5-6
Poincaré, J. Henri (1854–1912), I-15-3, I-15-5, 1-16-1, II-28-4
Poynting, John Henry (1852–1914), II-27-3, II-28-3
Priestley, Joseph (1733–1804), II-5-6
Ptolemaios, Claudius (2. yy), I-26-2

R
Rabi, Isidor I. (1898–1988), II-35-4, 35-4
Ramsey, Norman F. (1915–2011), I-5-5
Retherford, Robert C. (1912–81), II-5-6
Roemer, Ole (1644–1710), 1-7-5
Rushton, William A. H. (1901–80), I-35-9
Rutherford, Ernest (1871–1937), II-5-3

S
Schrödinger, Erwin (1887–1961), I-35-6, I-37-1, I-38-9, II-19-9, 1-1, 2-9, 3-1, 16-4, 16-12, 20-17, 21-6
Shannon, Claude E. (1916–2001), I-44-2
Smoluchowski, Marian (1872–1917), 1-41-8
Snell(ius), Willebrord (1580–1626), I-26-3
Stern, Otto (1888–1969), II-35-3, 35-3
Stevin(us), Simon (1548/49–1620), I-4-5

T
Tamm, Igor Y. (1895–1971), I-51-2
Thomson, Joseph John (1856–1940), II-5-3
Tycho Brahe (1546–1601), I-7-1

V
Vinci, Leonardo da (1452–1519), I-36-2
von Neumann, John (1903–57), II-12-9, II-40-3

W

Wapstra, Aaldert Hendrik (1922–2006), I-52-10
Weber, Wilhelm E. (1804–91), II-16-2
Weyl, Hermann (1885–1955), I-11-1, I-52-1
Wheeler, John A. (1911–2008), II-28-8, II-28-10
Wiechert, Emil Johann (1861–1928), II-21-11
Wilson, Charles T. R. (1869–1959), II-9-9

Y

Young, Thomas (1773–1829), I-35-7
Yukawa, Hideki (1907–81), I-2-8, II-28-13, 10-6
Yustova, Elizaveta N. (1910–2008), I-35-8

Z

Zenon, Elealı (İÖ 5.yy), I-8-3

SEMBOLLER LİSTESİ

$\| \ \|$	mutlak değer, I-6-5
$\binom{n}{k}$	binom dağılımı, n üzeri k, I-6-4
a^*	a'nın karmaşık eşleniği, I-23-1
$\Box^2$	D'Alembert işlemcisi, $\Box^2 = \partial^2/\partial t^2 - \nabla^2$, II-25-7
$\langle \ \rangle$	beklenen değer, I-6-5
∇^2	Laplace işlemcisi, $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$, II-2-10
∇	nabla işlemcisi, $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$, I-14-9
$\|1\rangle, \|2\rangle$	iki durumlu bir sistem için baz vektörlerinin özel bir seçimi, 9-1
$\|I\rangle, \|II\rangle$	iki durumlu bir sistem için baz vektörlerinin özel bir seçimi, 9-1
$\langle\phi\|$	bir bra vektörü cinsinden ϕ durumu, 8-2
$\langle f\|s\rangle$	ilk durumu $\|s\rangle$ ve son durumu $\langle f\|$ olan bir sistem için genlik, 3-2
$\|\phi\rangle$	bir ket vektörü cinsinden ϕ durumu, 8-2
$\approx$	yaklaşık olarak, 1-6-9
$\sim$	mertebesinde, I-2-10
$\propto$	orantılıdır, I-5-1
α	açısal ivme, 1-18-3
γ	ısı sığa oranı (adyabatik indis ya da özgül ısı oranı), I-39-5
ϵ_0	dielektrik sabiti ya da boşluğun geçirgenliği, $\epsilon_0 = 8{,}854187817 \times 10^{-12}$ F/m, I-12-7
κ	Boltzmann sabiti, $\kappa = 1{,}3806504 \times 10^{-23}$ J/K, 14-3
κ	göreli geçirgenlik, II-10-4
κ	termal iletkenlik, I-43-10
λ	dalga boyu, I-17-8
$\lambda\!\!\!^{-}$	indirgenmiş dalga boyu, $\lambda\!\!\!^{-} = \lambda/2\pi$, II-15-9
μ	sürtünme katsayısı, I-12-4
μ	manyetik moment, II-14-8
$\boldsymbol{\mu}$	manyetik moment vektörü, II-14-8
μ	kesme modülü, II-38-4
ν	frekans, I-17-8
ρ	yoğunluk, I-47-3
ρ	elektrik yük yoğunluğu, II-2-8
σ	tesir kesiti, 1-5-9
$\boldsymbol{\sigma}$	Pauli spin matris vektörü, I I-4
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Pauli spin matrisleri, 11-2

σ	Poisson oranı, II-38-2
σ	Stefan-Boltzmann sabiti, $\sigma = 5{,}6704 \times 10^{-8}$ W/m^{2}K^4, I-45-8
τ	tork, I-18-4
$\boldsymbol{\tau}$	tork vektörü, I-20-4
ϕ	elektrostatik potansiyel, II-4-5
Φ_0	temel akı birimi, 21-12
χ	elektrik duygunluğu, II-10-4
ω	açısal hız, I-18-3
$\boldsymbol{\omega}$	açısal hız vektörü, I-20-4
$\boldsymbol{\Omega}$	girdap, II-40-5
$\boldsymbol{a}$	ivme vektörü, I-19-2
a_x, a_y, a_z	ivme vektörünün Kartezyen bileşenleri, I-8-10
a	ivme vektörünün büyüklüğü ya da bileşeni, I-8-8
$\boldsymbol{A}$	Alan, I-5-9
$A_\mu=(\phi, \boldsymbol{A})$	dört potansiyel, II-25-
$\boldsymbol{A}$	vektör potansiyel, II-14-1
A_x, A_y, A_z	vektör potansiyelin Kartezyen bileşenleri, II-14-1
$\boldsymbol{B}$	Manyetik alan vektörü (manyetik indüksiyon), I-12-10
B_x, B_y, B_z	Manyetik alan vektörünün Kartezyen bileşenleri, I-I2-10
c	ışık hızı, $c = 2{,}99792458 \times 10^8$ m/s, I-4-7
C	Kapasitans, I-23-5
C	Clebsch-Gordan katsayıları, 18-19
C_V	Sabit hacimde özgül ısı, I-45-2
d	uzaklık, I-12-6
$\boldsymbol{D}$	elektrik yerdeğiştirme vektörü, II-10-6
$\boldsymbol{e}_r$	r yönündeki birim vektör, I-28-2
$\boldsymbol{E}$	Elektrik alan vektörü, I-12-8
E_x, E_y, E_z	Elektrik alan vektörünün Kartezyen bileşenleri, I-I2-10
E	Enerji, I-4-7
$E_{\text{aralık}}$	Enerji aralığı, 14-3
$\mathcal{E}_{\text{tr}}$	enine elektrik alan vektörü, 14-7
$\mathcal{E}$	elektrik alan vektörü, 9-5
$\mathcal{E}$	elektromotor kuvveti, II-17-1
$\mathcal{E}$	enerji, I-33-10
f	odak uzunluğu, I-27-3
$F_{\mu\nu}$	Elektromanyetik tensör, II-26-6
$\boldsymbol{F}$	kuvvet vektörü, I-11-5
F_x, F_y, F_z	kuvvet vektörünün Kartezyen bileşenleri, I-9-3
F	kuvvet vektörünün büyüklüğü ya da bileşeni, I-7-I

g	dünyanın kütleçekim ivmesi, I-9-4
G	kütleçekim sabiti, I-7-I
$\boldsymbol{h}$	ısı akış vektörü, II-2-3
h	Planck sabiti, $\boldsymbol{h} = 6{,}62606896 \times 10^{-34}$ Js, I-17-8
$\hbar$	indirgenmiş Planck sabiti, $\hbar = h/2\pi$, I-2-6
$\boldsymbol{H}$	Mıknatıslanma alan vektörü, II-32-4
i	sanal birim, I-22-7
$\boldsymbol{i}$	x yönündeki birim vektörü, I-11-10
I	elektrik akımı, I-23-5
I	Parlaklık, I-30-1
I	eylemsizlik momenti, I-18-7
I_{ij}	eylemsizlik tensörü, II-31-7
$\mathcal{J}$	Yoğunluk, 9-14
$\boldsymbol{j}$	elektrik akım yoğunluk vektörü, II-2-8
j_x, j_y, j_z	elektrik akım yoğunluk vektörünün Kartezyen bileşeni, II-13-11
$\boldsymbol{j}$	y yönündeki birim vektörü, I-11-10
$\boldsymbol{J}$	elektron yörüngesinin açısal momentum vektörü, II-34-3
$J_0(x)$	birinci tür Bessel fonksiyonu, II-23-6
k	Boltzmann sabiti, $k = 1{,}3806504 \times 10^{-23}$ J/K, I-39-10
$k_\mu = (\omega, \boldsymbol{k})$	dalga dört-vektörü, I-34-9
$\boldsymbol{k}$	z yönündeki birim vektörü, I-11-10
$\boldsymbol{k}$	dalga vektörü, I-34-9
k_x, k_y, k_z	dalga vektörünün Kartezyen bileşeni, I-34-9
k	dalga vektörünün büyüklüğü ya da bileşeni, dalga sayısı, I-29-3
K	hacim modülü, II-38-3
$\boldsymbol{L}$	açısal momentum vektörü, I-20-4
L	açısal momentum vektörünün büyüklüğü ya da bileşeni I-18-5
L	öz-indüktans, I-23-6
$\mathcal{L}$	Lagrange denklemi, II-19-8
$\mathcal{L}$	öz-indüktans, I-23-6
$\|L\rangle$	sol-elli dairesel kutuplanmış foton durumu, 11-11
m	kütle, I-4-7
m_{etk}	bir kristal örgüdeki etkin elektron kütlesi, 13-7
m_0	durgun kütle, I-10-8
$\boldsymbol{M}$	mıknatıslanma vektörü, II-35-7
M	karşılıklı indüktans, II-22-16
$\mathfrak{M}$	karşılıklı indüktans, II-17-9
$\mathfrak{M}$	bükme momenti, II-38-9
n	kırılma indisi, I-26-4

$\mathbf{n}$	n. Romen rakamı, $I, II, \ldots,$ **N** değerlerini alan **n** sayısı, 11-22
$\boldsymbol{n}$	normal birim vektörü, II-2-4
N_n	birim hacimdeki elektron sayısı, 14-3
N_p	birim hacimdeki proton sayısı, 14-3
$\boldsymbol{p}$	dipol moment vektörü, II-6-3
p	dipol moment vektörünün büyüklüğü ya da bileşeni, II-6-3
$p_\mu = (E, \boldsymbol{p})$	dört-momentum, I-17-7
$\boldsymbol{p}$	momentum vektörü, I-15-9
p_x, p_y, p_z	momentum vektörünün Kartezyen bileşeni, I-10-8
P	momentum vektörünün büyüklüğü ya da bileşeni, I-2-6
p	basınç, II-40-1
$P_{\text{spin değiş}}$	Pauli spin değiştirme işlemcisi, 12-7
$\boldsymbol{P}$	kutuplanma vektörü, II-10-3
P	kutuplanma vektörünün büyüklüğü ya da bileşeni, II-10-4
P	güç I-24-1
P	basınç, I-39-3
$P(k, n)$	Bernoulli ya da binom olasılığı, I-6-5
$P(A)$	A olayının gözlenme olasılığı, I-6-1
q	elektrik yükü, I-12-7
Q	ısı, I-44-3
$\boldsymbol{r}$	yarıçap (konum) vektörü, I-11-5
r	yarıçap ya da uzaklık, I-5-9
R	direnç, I-23-5
$\mathcal{R}$	Reynold sayısı, II-41-6
$\|R\rangle$	sağ-elli dairesel kutuplanmış foton durumu, 11-11
s	uzaklık, I-8-1
S	eylem, II-19-3
S	entropi, I-44-10
$\boldsymbol{S}$	Poynting vektörü, II-27-2
S	"acayiplik" sayısı, I-2-9
S_{ij}	stres tensörü, II-31-9
t	zaman, I-5-1
T	mutlak sıcaklık, I-39-10
T	yarı-ömür, I-5-3
T	kinetik enerji, I-13-1
u	hız, I-15-2
U	iç enerji, I-39-5
$U(t_2, t_1)$	t_1 anından t_2 anına kadar bekleme işlemini gösteren işlemci, 8-7
U	potansiyel enerji, I-13-1

v	hız vektörü, I-11-7
v_x, v_y, v_z	hız vektörünün Kartezyen bileşeni, I-8-9
v	hız vektörünün büyüklüğü ya da bileşeni, I-8-4
V	hız, I-4-6
V	gerilim, I-23-5
V	hacim, I-39-3
$\mathcal{V}$	gerilim, II-17-12
W	ağırlık, I-4-4
W	iş, I-14-2
x	Kartezyen koordinat, I-1-6
$x_\mu = (t, r)$	konum dört-vektörü, I-34-9
y	Kartezyen koordinat I-1-6
$Y_{l,m}(\theta, \phi)$	küresel harmonikler, 19-7
Y	Young modülü, II-38-2
z	Kartezyen koordinat, I-1-6
Z	karmaşık empedans, I-23-7

FEYNMAN FİZİK DERSLERİ

> > > > ÖĞRETMENLERİN ÖĞRETMENİNDEN BİR BAŞYAPIT

Bu üç cilt Feynman'ın 1961-64 yılları arasında, California Teknoloji Enstitüsünde (Caltech), bütün birinci ve ikinci sınıf öğrencilerinin aldıkları fizik derslerinin tarihsel bir kaydıdır.

Bu ders dizisinin 3. cildi, kuantum mekaniğinin en basit ve en genel olan temel görünümlerini aydınlatmaya çalışmaktadır. İlk dersler olasılık genliği fikrine, genliğin girişimine, bir durumun soyut kavramına, düzeylerin üst üste binme ve ayrışmasına kafa tutmaktadır. Belirli enerji düzeylerine sahip durumların zaman bağımlılığına daha sonra değinilmiştir ve bu fikirler ilk kez iki-durumlu sistemlere uygulanmıştır. Ders sonra daha karmaşık sistemlerin ele alınmasıyla devam etmekte ve bir kristal içindeki elektronların ilerlemesi ile açısal momentumun kuantum mekaniğinin daha tam bir şeması için bir tartışma zemini hazırlamaktadır. Kuantum mekaniğine giriş Schrödinger dalga fonksiyonunun, diferansiyel denklemi ve hidrojen atomu için bir çözümün tartışmasıyla birlikte sona erer.





Richard P. Feynman

Richard P. Feynman 1951-1988 yılları arasında Caltech'de fizik profesörü olarak çalıştı. 1965'te, Sin-Itiro Tomonaga ve Julian Schwinger ile birlikte, kuantum elektrodinamiğindeki çalışmaları nedeniyle Nobel Fizik Ödülünü kazandı. Feynman ayrıca dikkate değer derecede etkin bir eğitimciydi. Caltech'de fizik profesörü olan *Robert B. Leighton* katı hal fiziğinde, kozmik ışın fiziğinde, modern parçacık fiziğinin başlangıç anlarında, güneş fiziğinde, gezegen fotoğrafçılığında, milimetre ve milimetre-altı dalga astronomisinde hayatı boyunca çığır açan çalışmalar yapmıştır. *Matthew Sands*, 1969'dan 1985'e kadar California Üniversitesi, Santa Cruz'da fizik profesörüydü ve 1969'dan 1972'ye kadar oranın Bilimsel Rektör Yardımcısı görevinde de bulundu. 1972'de Amerikan Fizik Öğretmenleri Derneğinden Üstün Hizmet Ödülü aldı.

ALFA
alfakitap
alfakitap
alfakitap
www.alfakitap.com
9 786051 713595
BİLİM