Mantığa Giriş

160
MEN.M
2005
56498

Albert Menne

elis

Albert Menne

1923 yılında dünyaya gelen Albert Menne, felsefe, psikoloji ve teoloji eğitimi aldı. 1962 yılından beri Hamburg Üniversitesinde felsefe seminerlerinde bilimsel danışman, 1971'den sonra da Bochum Ruhr-Üniversitesinde mantık çalışma grubunun yöneticisi olarak görev yapmaktadır. Sayısız yayınları olan yazar Prof. Bochenski ile de mantık sorunları, metodoloji, bilim kuramı ve bunların uygulamalarına ilişkin ortak çalışmalar yürütmektedir.

Elis Yayınları: 32

Mantığa Giriş/Albert Menne

© Anka Basım Yayın San. ve Tic. Ltd. Şti.

Çeviri
Doç. Dr. Lokman Çilingir

Editör
Mehmet Vural

Ofset Hazırlık
Fadime Özger

Dizgi
Ankara Dizgi Evi

Kapak
Elis

Baskı, Cilt, Kapak Baskısı
Özkan Matbaacılık

Birinci Basım
Aralık 2005

ISBN: 975 - 8774 - 30 - 1

Elis Yayınları
İstanbul Cad. İstanbul Çarşısı 48/81 Ulus/Ankara
Tel/faks: (0312) 341 06 90
Web: http://www.ankaraokulu.com/elisyayinlari.html
e-mail: elis@ankaraokulu.com

160
MEN.M
2005
56498
14/65905

Mantığa Giriş

Albert Menne

Çeviri
Doç. Dr. Lokman Çilingir

A.Ü.
İLAHİYAT FAKÜLTESİ
Ayrılış 14/65905
Yer No: 56498

Bu küçük çevirinin yayına hazır hale gelmesinde ilgi ve desteklerini esirgemeyen başta sevgili meslektaşım Doç. Dr. Zekiye Kutlusoy ve Elis Yayınevi çalışanları olmak üzere herkese en içten teşekkürlerimi sunarım.

Lokman Çilingir

İçindekiler

Önsöz 7

0. Giriş 9

1. İşaretler Üzerine 15

2. Önermeler Üzerine 37

3. Yüklemler Üzerine 67

4. Kümeler Üzerine 89

4.5. Tanımlanmış Kümeler Kalkülü ve Klasik Yargı Öğretisi 99

4.7. Tasımlar Üzerine 107

5. Bağıntılar Üzerine 129

Kaynakça 137

Dizin 143

1. Baskıya Önsöz

Yıllardan beri, matematiksel mantık veya lojistik olarak da anılan modern mantığa giriş niteliğinde bir dizi çalışma ortaya konulmuştur. Ayrıca geleneksel mantıkla ilgili genelde çok iyi olmayan bir sürü ders kitabı mevcuttur. Bu kitap klasik ve modern mantığın bir sentezini sunmak istiyor. Bununla birlikte çalışma kendini mantığın temel öğretisiyle sınırlandırıyor ve matematik veya felsefe üzerine asla bir ön-bilgi gerektirmeyecek şekilde bir anlayış ortaya koyuyor. Ama bu hiçbir şekilde bilimsel güvenilirliği yok sayma pahasına olamaz. Ortaya konulan ödev çerçevesinde sunulan şey, araştırmanın günümüzdeki konumuna uygun düşmektedir. Buna uygun olarak, örneğin mantıkta bu zamana kadar henüz yayımlanmamış olan bazı şeyler de sunuldu.

Sıkça basit örneklerle, kesin olduğu sürece oldukça yalın kanıtlamaların da mantıksal yapılarla örtüşmek zorunda olduğu gösterilmelidir. Ama en önemli formüller de bir kenara itilmiş değildir. Bunlar bir kez anlaşıldığında birer örnek işlevi görerek mantıksal bağıntıları belirgin ve açık bir şekilde aydınlatacaklardır. Kitabın bilgisel ilk gözden geçirilişiyle birlikte yeni başlayan bir kişi gittikçe bunları bir kenara atabilir. Ama her kim gerçekten mantık öğrenmek isterse mantığın çalışma atölyesinden uzak durmamalı; o formülleri kullanmak ve kanıtları iyice gözden geçirerek anlamak zorundadır. Klavye çalmayı öğrenmek isteyen kişi, her şeyden önce el (parmak) egzersizleri yapmak zorundadır. Kim buna ilave olarak kalküldeki mantıksal kanıtların mekanik olarak nasıl kullanılacağını öğrenirse, belli bir program dahilinde elektronik bilgi işlemlerinin nasıl çalıştığını da anlayabilir. Önermeler kalkülünde mantıksal ve aritmetik işlemlerin bağıntısı belirgin bir şekilde gösterilmiştir. Sembolik (Mantık), Heinrich Scholz ile Wilhelm Britzelmayer'in geliştirdiğine ve benimkine karşılık gelmektedir. Silogistik'in (Tasım Öğretisi) gösterimi Menne[2]'ye dayanmaktadır (burayı ve diğerlerini kitabın kaynakça bölümüyle krş.). Ayrıca bu çalışma her şeyden önce mantığın eski ustaları I. M. Bochenski ve Heinrich Scholz'a borçludur ki, onların yapıtları özellikle ilerlemiş çalışmalar için önerilmeye değerdir.

Hamburg, 15. 01. 1966
A. Menne

2. Baskıya Önsöz

Metin 2. baskı için esaslı olarak gözden geçirilmiş, hata ve olası yanlış anlaşılmalar ortadan kaldırılmıştır. Bunun için H. Christiansen'a teşekkür borçluyum. 1969 yılında Madrid'de, Leopoldo-Eulogio Palacios'un *Introdaccion a la Lo'gica* adı altında editör Gredos tarafından bir İspanyolca çevirisi yayınlandı.

Düzeltmeler Dr. U. Neumann'la birlikte yapıldı.

Hamburg, 31. 07. 1972
A. Menne

4. Baskıya Önsöz

3. Baskı 2. baskının değiştirilmemiş şekliydi. Bu 4. baskının yayınında formüllerle, metindeki baskı hataları ve çelişkileri düzelttim, bunun için bana Bayan Dr. Corinna Ullrich'in kıymetli katkıları oldu. Ayrıca kaynakça bölümü eklendi. Arzu etmeme rağmen, kitabın fiyatını gereksiz yere yükseltmemek için, modalite ve çok-değerli mantık üzerine bir bölüm eklemekten uzak durdum. Bu ve benzeri sorunlarla ilgilenenler, bunları Bochenski/Menne'nin *Biçimsel Mantığın Temelleri*'nde veya Menne'nin *Biçimsel Mantığa Giriş*'inde bulabilirler.

Bochum, 18. 06. 1986
A. Menne

0. GİRİŞ

Daha Goethe'nin Faust'unda yeni başlayan öğrenciler için "ilkin mantık dersi" önerilir. Bu talep önceleri normal karşılandı ve bundan ne anlaşılması gerektiği de açıktı. Goethe'nin çağdaşlarından olan büyük filozof Immanuel Kant (1724-1804) *Saf Aklın Eleştirisi*'nin girişinde, mantığın kurucusu Aristoteles (384-322) onu o derece yetkin bir şekilde ortaya koydu ki, bugüne değin ne ileriye ne de geriye doğru bir adım atabildi diyor. Gerçi Kant'ın bu kanaati yanlıştır -doğrusu o, mantığın o zamana kadar gerçekten yaptığı ilerlemeleri hesaba katmadı. Ama biz bu yaklaşımdan daima, eskiden mantıktan Aristoteles'in *Organon*'da incelemiş olduğu problemler tarzındaki bir bilimin anlaşıldığını çıkartabiliriz.

Bir sözcüğün anlamının incelenmesinde en yaygın yöntemlerden biri, onun kaynağına geri dönmektir. Mantık Grekçe *logos*dan gelir. Ama onun işaret ettiği şey üzerine Faust bile kafa yorar ve "sözcük", "anlam", "güç", "edim" gibi bir dizi yorum sunar. Burada bir kez daha üstüne basarak bu tür yöntemlere karşı uyarıda bulunmak istiyorum; çünkü pek çok sözcük tarihin akışı içerisinde anlamını esaslı olarak değiştirmiştir: *İdiotus* daha ziyade sıradan bir asker veya resmi görevi olmayan kişi demektir, asla "idiot-aptal" değil; *biologos*, biyolog olarak çevrilemez, tersine o "aktör" anlamına gelmektedir. Ayrıca *philosophia*, "felsefe" olarak çevrilmemeli, tersine o genel olarak "bilim" demektir. Eğer bu bir kez bilinirse, Platon'un devlet filozoflar tarafından yönetilir talebi tümüyle değişik bir anlam kazanır! Böylece, mantığın ne olduğunu kavramamız için "mantık" *sözcüğü* çok az işe yarayacaktır -bizzat *konu*yu incelemek zorundayız. Eğer bunu yaparsak, eğer Aristoteles'in *Organon*'da ele aldığı problemleri göz önünde bulundurursak, o zaman şunu söyleyebiliriz: "Mantık çıkarsanabilirlik öğretisidir."

Ama çıkarsanabilir olma ne demektir? Bunu ben birkaç örnekle açıklamak istiyorum:

0.11 (Eğer) tüm antiloplar memeli ve tüm memeliler omurgalıysa, (o halde) tüm antiloplar omurgalıdır.

Bu örnekte "eğer" ile dile getirilen, yani "o halde"den öncekilere *varsayımlar* veya *öncüller* diyoruz; sonuç olarak gelen, "o halde"yi takip eden de *sonuç (önermesi)* veya *çıkarım*dır. Biz bir önermeye, eğer önermenin yalın biçimi (form) öncüllerden sonuç çıkarmayı garanti ediyorsa *çıkarsanabilir (geçerli)* diyoruz. Bununla birlikte bir önermenin biçiminden anladığımız şey soyutlamanın her bir derecesine bağlıdır ki, bu daha sonra ayrıntılı olarak belirtilecektir –burada öncelikle yeniden örnekler sayesinde açıklama yapmak gerekiyor:

0.12 Elma kırmızıdır

Önermesinde daha sonra ayrıntılı olarak belirlenecek olan "elma" deyimini, ilk deyimi daha yakından belirleyen "kırmızıdır" deyiminden ayırt edebiliriz. Daha yakından belirlenmesi, tam olarak aydınlatılması gereken bu tür deyimlere biz *ad (konu/argüman)* diyoruz. Adları belli etmek için yuvarlak parantez içerisinde yazmak istiyoruz. Açıklaman veya ayrıntılı belirlemeye yarayan deyimlerlere *yüklem* (*funktor*) diyoruz. Bunlar küme parantezleri içerisinde gösterilmek zorundadır. O zaman bizim önermemiz şu şekle bürünür:

0.13 (Elma) {kırmızıdır}

Şimdi bazı yüklemler vardır ki, onlar birden fazla adı belirlerler. Örneğin "...den daha büyüktür" yüklemi iki ada (özneye) sahiptir.

0.14 (Hamburg) (Bremen'den) {daha büyüktür}

Amaçsal nedenlerden ötürü genelde yüklemler adlardan önce gelir ve ihtiyaç duyulduğunda, ne kadar adı belirlemeleri gerektiğini anlamlandırmak için onlarla bir indeks ilişkilendirilebilir. Aşağıdaki örnekte "arasındadır" yüklemi dört haneli olur:

0.15 (arasındadır)$_4$ (Hollanda) (Almanya) (Belçika) (Kuzey Denizi)

Böyle bir yapıda adların yeri (diğer sözcüklerin de ad olarak yerleştirilebilmesi için) boş bırakılırsa, boş yerlerin uygun bir şekilde doldurulmasıyla yeniden bir önerme meydana getiren belli bir biçim elde edilir.

0.16 (kırmızıdır) ( )

dan, boş yere "bayrak" yerleştirilerek ad olarak,

0.17 (kırmızıdır) (bayrak)

elde edilir.

Bu tür boş yerleri açık bir şekilde belirtmek için, onlar *değişken* olarak adlandırılan harflerle gösterilir.

0.18 (kırmızıdır) (*x*)

"*x*" gibi böylesi bir değişken kendi başına bir anlam taşımaz, tersine yalnızca yerine bir şey koyulabilecek boş bir yeri gösterir. Doğal olarak yüklemin yerine de bir değişken koyulabilir ve o zaman şu şekil ortaya çıkar:

0.19 (*f*) (elma)

Bununla birlikte "*f*" yerine "tatlıdır" veya "yuvarlaktır" vb. koyulabilir. Sabit kalan, yani değişkenlere karşın sabit bir anlam içeren ifadelere *değişmez* denir. Yüklem ve addan oluşan bir ifade yeniden bir yüklem tarafından belirlenebilir. Aynı şeylerin yerleştirildiği boş yerler aynı değişkenler sayesinde gösterilebilir. Bizim örneğimiz 0.11 de şöyle yazılabilir:

0.21 Eğer tüm *x* ler y ve tüm *y* ler z ise, o halde tüm *x* ler *z* dir.

Böylece asıl yapı şu şekli alır:

0.22 (Eğer ise, o halde)$_2$ ((ve)$_2$ ((tümüdür)$_2$ (*x*) (*y*) (tümüdür)$_2$ (*y*) (*z*)) (tümüdür)$_2$ (*x*) (z))

Şimdi 0.21 ve 0.22 önermenin biçimini bize göstermektedir. Daima biz bu biçimin yerine koyduğumuz şeyle -sonuç olarak doğru bir önerme elde ederiz. Yani, önermenin yalın biçimi onun geçerliliğini (Folgerictigkeit) garanti eder. Örneğin, "*x*" yerine "kare"yi, "*y*" yerine "dikdörtgen"i, "*z*" yerine "dörtgen"i koyabiliriz ve böylece şu meydana gelir:

0.23 Tüm kareler dikdörtgen ve tüm dikdörtgenler dörtgense, tüm kareler dörtgendir.

Keza anlamları bizim tarafımızdan bilinmeyen örtük (ruhig) deyimleri de alabiliriz; örneğin "ziklatorlar", "değişkenler", "permütasyonlar" ve sonra şu elde edilir:

0.24 Tüm ziklatörler değişken ve tüm değişkenler permutasyonsa, tüm ziklatörler permutasyondur.

Başka yerleştirmeler denenirse, aşağıdaki türden örneklerle karşılaşılabilir:

0.25 Tüm Westfalyalılar sigara içiyor ve tüm sigara içenler Alman ise, tüm Westfalyalılar Alman'dır.

Bu örnekte öncüller açık bir şekilde yanlış olmasına karşın sonuç doğrudur.

0.26 Tüm öğrenciler yüzme bilmiyor ve tüm yüzme bilmeyenler mavi gözlüyse, tüm öğrenciler mavi gözlüdür.

Bu örnekte yanlış öncüllerden yanlış bir sonuç (önermesi) çıkar. Çıkarsanabilir (geçerli) önermelerde öncüller ile sonuç arasında doğruluk ve yanlışlıkla bağlantılı olarak aşağıdaki ilişkiler ortaya çıkabilir:

0.27 *doğru – doğru* (krş. 0.11)
yanlış – doğru (krş. 0.25)
yanlış – yanlış (krş. 0.26)

Çıkarsanabilir önermelerde söz konusu olmayan şey (ise) *doğru-yanlış* ilişkisidir. Bu şu demektir, çıkarsanabilir bir önermede doğru öncüllerden asla yanlış bir sonuç çıkmaz.

Bir önermenin çıkarsanabilir olması ilk aşamada sonucun doğruluğu üzerine hiçbir şey söylemez. İlkin, eğer çıkarsanabilir bir önermede öncüllerin doğruluğu belirlenirse, o zaman sonucun doğruluğu da belirlenmiş olur. Gerçekten tüm ziklatörler değişken ve tüm değişkenler permutasyon olduğundan, 0.24'den, tüm ziklatörler permutasyonlardır sonucu çıkar.

Aşağıdaki örnekte öncüller gibi sonuç da doğrudur:

0.31 Tüm kareler dörtgen ve tüm dikdörtgenler dörtgense, tüm kareler dikdörtgendir.

Yine de bu önerme çıkarsanabilir değil midir! Onun biçimi şöyle olmalı:

0.32 Tüm *x* ler *y* ve tüm *z* ler *y* ise, tüm *x* ler *z* dir.

Burada "*x*" yerine "köpek", "*y*" yerine "memeli (hayvan) ve "*z*" yerine "kedi"yi koyarsak, şu meydana gelir:

0.33 Tüm köpekler memeli ve tüm kediler memeliyse, tüm köpekler kedidir.

Burada doğru öncüllerden açıkca yanlış olan bir sonuç meydana geldiğinden çıkarsanabilirlik sözkonusu olamaz. Yani 0.32 çıkarsanabilir bir önerme biçimi değildir.

Niçin ama bazı biçimler çıkarsanabilir bazıları ise çıkarsanabilir değildir? Çıkarsanabilir bir biçim nasıl tanınabilir ve yenileri nasıl oluşturulabilir? Çıkarsanabilir biçimler sınırlı temel biçimlerden tümüyle çıkarsanabilir bir şekilde elde edilebilir mi? Bunlar, diğer sorularla birlikte mantığın çıkarsanabilirlik öğretisi içinde cevabı verilen sorulardır.

Çıkarsanabilirliği garanti eden kalıbı 0.21 deki şemada öğrenmiştik. Şimdi biz *"x"* için "tasarruf eden", *"y"* için "kapitalist" ve *"z"* için "soyguncu"yu koyduğumuzda şunu elde ederiz:

0.41 Tüm tasarruf edenler kapitalist ve tüm kapitalistler soyguncuysa, tüm tasarruf edenler soyguncudur.

Burada öncüller doğru görünüyor -ama sonuç değil. Bu örnekle açık bir şekilde, doğru öncüllerden yanlışın çıkarsandığı çarpık durum ortaya konulmuş olur. O zaman bizim şemamız çıkarsanabilir değil mi yoksa?

Burada akla yatmayan şey aşağıdaki örnek sayesinde belki daha anlaşılır olacaktır:

0.42 Deniz aşırı gemilerin tüm amirleri kaptan ve tüm kaptanlar 90 PS ise, deniz aşırı gemilerin tüm amirleri 90 PS'tir.

Burada "kaptan" ilkin gemiyi kumanda eden kişi, ikinci olarak da bir oto markasıdır. Aynı şekilde önceki örnekte "kapitalist" ilkin sadece sermaye sahibi olan kişi anlamına gelmektedir. Ancak şimdi, aynı değişken ile gösterilen yerler aynıadlar aracı-

lığıyla doldurulmak zorundadır. Buna göre yukarıdaki örneklerde eksik olan şu: Gerçi aynı değişkenin yerine aynı sözcük koyuluyor –ama her defasında farklı bir anlam taşıyor.

Öncüllerde iki defa kullanılan, sonuçta ise tekrar yer almayan kavrama *orta terim* denir; ortada yer aldığından değil, tersine onun yardımıyla sonucun çıkarsandığı öncülleri bağlayan aracı durumunda olduğundan. Şimdi bu orta terim iki yerde aynı anlamda kullanılmak zorundadır, bu demektir ki (b.d.) o *tek anlamlı* olmalıdır. Böylece çıkarsanabilirliğin esaslı bir koşulu tek anlamlılıktır. Bu herhangi bir şey sayesinde gelmeyen, tersine bir ilişki sayesinde elde edilen bir özelliktir; bizim durumumuzda bir kelime ile bir nesne arasında bir işaret veya bir anlamın gösterdiği bir ilişkidir. Bu yüzden biz mantığın ilk bölümünde işaretler öğretisini incelemek zorundayız.

1. İşaretler Üzerine

En genel anlamıyla işaretten başka bir şeye, işaret edilene karşılık gelen şeyi anlıyoruz; böylece genel olarak bir işaretin algılanması veya tasarımı işaret edileni meydana getirir.

İşaretler ile işaret olunanlar arasındaki karşılıklılık kendiliğindense, *doğal işaretler*den söz ederiz. Bu tür doğal işaretler örneğin şunlar olabilir: Yapraklı ağaçların açması baharın işareti olarak, ateşlenme bir hastalığın işareti olarak, katırtırnağı çalılıkları kuraklığın işareti olarak. Mantık kitaplarının eskiden beri beylik örneği, dumanın ateşin doğal işareti olduğudur.

Ancak işaretler yapay tarzda insanlar tarafından da var edilebilir: Bu şekilde, cüzdandaki ünlü düğüm belli bir sözün (randevu) işareti olmalıdır.

Kullanımları iradi olarak kararlaştırılan işaretlere *uzlaşımsal* (*konvensiyonel*) *işaretler* denir. Bu tür konvensiyonel işaretlere örnek trafik talimatlarını içeren belli ışık sinyallerinin karşılıklarıdır, yani kırmızı "durun", yeşil "devam edin", sarı "kavşağı boşaltın", yanıp sönen sarı "dikkat edin" demektir.

Levhamsı (*indizierend*) *işaretler*, işaret edilen nesnelerin bulunması için bir gösterge olabilirler. Bu şekilde levha işaret ettiği yerin yönünü gösterir; trafik polisi kolları ile serbest olan yönü gösterir; büyük gök araçlarının arka tekerlekleri kutup yıldızını bulmak içindir ve ışıklı "Holsternbrau" ışıklı yazısı orada su ihtiyacının giderileceğine işaret eder.

Görüntüsel (ikonik) işaretler işaret edilen nesneyi herhangi bir şekilde resmeder. Bundan başka doğal olarak işarette işaret edilenin rengi, biçimi, büyüklüğü, niteliği farklı bulunabilir. Hamburg garibeler müzesindeki (Reeperbahn Panoptikum) 8. Heinrich'in balmumu heykeli bu şekilde ünlü hükümdar, reformcu ve eş-katilinin ikonik bir işaretidir. (Modern sanatın bu-

nu ne ölçüde başardığı doğrusu sorunsaldır.) Bir harita veya metro ağının salt topolojik taslağı da ikonik işaretler olarak kabul edilebilir.

*Sembolik işaretler*den veya kısaca *sembol*lerden işaret belli bir düşünceyle (ide) doğal veya tarihsel bir bağlantı içinde bulunduğunda söz edilir. Bu şekilde güneş yaşamın, haç inancın, bayrak anavatanın sembolü olabilir. Buna karşın mantıkta "sembol"e, arka planda bu tarz düşünceler olmaksızın bakılır ve her bir kalkül işareti sembolü olarak adlandırılır. Dolayısıyla "*Sembolik Mantık*", kısaca yapay işaretleri kullanan bir mantıktır.

Bir işarette işaretlerin farklı türleri ve isteklerin değişik dereceleri sıkça iç içe girmiş durumdadır. Bu şekilde dairevi trafik işaretleri, yasak ve emirleri içeren iradi uzlaşımlar, üçgen uyarıcılar ve dikdörtgen şeklindeki yalın işaretlerdir. Buna karşın yüksek bir soyutlamayla "karşı ulaşım" için ters yöndeki oklar ve "kavşak" için "*Z*" şeklinde ikonik bir işaret bulunur.

Önemli olan şu ayrımdır: Tek başına hiçbir şeyi belirtmeyip ancak diğer işaretlerle birlikte gösteren işaret *tam-olmayan, kendiliğinden-olmayan* veya *birlikte anlamlı [sinkategorematik] işaret* adını alır. Bunun için örnekler:

"De, "da", "üzerinde", "ile" takıları tek başlarına hiçbir şeye işaret etmeseler de, "barda", "cumartesi gününde", "St. Pauli'de", "benim arkadaşımla" birlikte kullanıldıklarında durum değişir. Aynı şekilde matematikte parantezler veya noktalama işaretleri kendi başlarına bir anlam taşımazlar; "16'dan 19'a kadar" yazan bir levha trafik işareti olarak eğer bir park veya bir durakta bulunursa anlam taşır.

Bu sinkategorematik işaretlere karşın *tam, kendinden* veya *tek başına anlamlı [kategorematik] işaretler* özel bir anlam taşırlar: "Aristoteles" M.Ö. 384-322 yılları arasında yaşayan mantık ve metafiziğin kurucusu ünlü bir filozofu gösterir. "Sandalye" herhangi bir oturma mobilyasına verilen addır. "Dortmund" Ruhr bölgesinde en ünlü Alman demir ve çelik fabrikalarını içinde barındıran bir şehri gösterir. "İçmek" yaşamsal olan bir eyle-

mi ve buna uygun olarak zevk ve heyecan veren bir maddeyi, tüketmeyi "ahmaklık" mantık okumakla dahi ortadan kaldırılamayacak bir özelliği. Teuteburger ormanındaki Hermann heykeli de tek başına anlamlı bir işarettir ve aynı şekilde selamlama şapkası işaretidir.

Böylece işaretler bilimde olduğu gibi günlük yaşamın her alanında karşımıza çıkar. İşaret olmadan bu kitap imkansız olurdu –çünkü basılı her bir harf bir işarettir. İşaret olmadan insan topluluğu imkansız olurdu –bizzat dilsizler jestlerle (işaretlerle) anlaşırlar. Gülmek sevinç ve iyiliğin, inilti acının, alna yükseltilmiş parmak konuşulan kişinin ruhsal yeteneklerinin değersizliğinin işaretidir.

İşaretlerin bu köklü anlamından ötürü sayısız bilim işaretler yoluyla kavranır. Anlatım psikolojisi ve dilbilimi yanında, işaretlerin genel öğretisi olarak *anlambirim* (*semantoloji)* veya *kavrambirim (semasiyoloji)* vardır. *Göstergebilim (semiyotik)* aynı zamanda iki anlam taşır: o işaret dizgeleri öğretisi olabilir veya *metalojik* olarak adlandırılan işaretlerin mantıksal öğretisi olabilir. Bu sonuncusu tekrar işaretlerin kendi aralarındaki ilişkilerini araştıran *sözdizimi (sentaktik)*, işaret ve işaret edilen ilişkisini konu edinen *anlambilim (semantik)*ten oluşur; *pragmatik* işaretler ile onların kullanıcıları arasındaki ilişkiyle ilgilenir. Nihai olarak *anlamlama (signifik)* insanlar arası bir anlaşma aracı olarak işaretler öğretisidir.

Birinci türden işaretler altında biz, tümüyle belli bir olay veya nesneye karşılık gelen somut bir nesne veya fiziki ya da psikolojik bir olayı anlıyoruz. Bunun için örnek Fritz Meier'in 10 Mayıs'ta kırmızı-beyaz kareli mendiline, eve dönüşte karısına alacağı gülleri hatırlatması için diktiği düğmedir. Yine eğer Gerd belli bir ıslık çalmakla belli akşamları arkadaşını sokağa çağırıyorsa ilk türden böylesi bir işaret söz konusudur; aynı şekilde Brandenburg kapısını Berlin'in gerçek işareti olarak adlandırmamız da. İlk türden işaretler *belirtke (sinyal)* olarak da adlandırılabilir.

İlk türden yaklaşık çoğu aynı yapıdaki işaretin aynı tarzda gösterilmesi gerektiği konusunda uzlaşma varsa, o zaman *ikinci türden işaretleri* elde ederiz. Bunun için örnekler: Park yasaklarını gösteren şiltlerin kümesi (bu şiltlerin her biri yalnızca parkla ilgili belli bir durumu yansıtmaz, tersine tümüyle geneldir); "bölük dur!" komutlarının kümesi (bu komut verildiğinde, asker bununla her seferinde yürüyüş kolunun aynı tarzda duracağını öğrenir); Mercedes-yıldızlarının kümesi (bu yıldızların her biri aynı firmanın ürünü olan bir otomobili gösterir).

İki işaret *eşyapılı* olduğunda uzlaşım söz konusudur (bu şekilde bir harfin büyüklük veya renginin onun anlamını değiştirmemesi gerektiğine dair uzlaşma sağlanabilir; ama italik veya gotik harflerin antikayla aynı değerde olmaması gerektiğine dair de uyuşma sağlanabilir). Eşyapılı işaretler asla sürekli ve her yerde aynı tarzda gösterilmek zorunda değildir. Örneğin, tek yönlü yol işareti (üç çevrimli tarzda hafif eğimli beyaz oklarla düzenlenmiş mavi bir dairevi levha) Almanya'da daire içerisinde bulunan araçların öncelik hakkına sahip olduğunu gösterirken, İsviçre'de daire içerisinde bulunan araçların sağ taraftan daireye giren araçlara öncelik tanıma zorunluluğunu gösterir. Dolayısıyla işaretlerin geçerlilik alanına –zaman ve mekan açısından– dikkat etmek gerekir.

Sözcükler de işarettir. Bir *sözcük*ten biz esas olarak insani bir konuşma aracı sayesinde ifade edilen, akustik olarak algılanabilen işareti anlıyoruz, bunu sözcüğün *akustik/ses dağılımsal işaret* (*akustem*) yanı diye adlandırmak istiyoruz. Söylenen söze göre düzenlenen yazılı işarete *yazıbirim/çizgisel işaret* (*grafem*), söze göre adlandırılan psikolojik olaya *psişik* (*psişem*), el kol işaretleri (jestler) sayesinde anlamlandırılan sözcüğe *devinimsel işaret* (*kinem*) diyoruz.

Akustemler, grafemler, psişemler ve kinemler öncelikle ilk türden işaretlerdir. Bu türden sözcüklerin tekrarı sayesinde aynı türden sözcükler kümesi oluşur; bunlara biz ikinci türden sözcükler diyoruz. Ancak *ikinci türden* bir *sözcük* daha fazla belli somut bir nesneye işaret etmez, tersine bu nesneler bir

kavram içerisinde düzenlenmiştir. (İnsani dil yalnızca ikinci türden kelimeleri kapsar, b.d. aynı tarzda tekrar edilerek kullanılan, aynı tarzda gösterilen kelimeleri. Örneğin bir sözlük yalnızca bu ikinci türden sözcükleri içerir. Buna karşın birinci türden bir sözcük, belli bir kişi özel bir durumu veya belli bir nesneyi tümüyle belli bir sözcükle gösterdiğinde söz konusu olabilir. Gerçek durumda konuşulan veya yazılan sözcük gerçi daima birinci türden bir sözcüktür, ama o ikinci türden bir sözcüğün işareti olarak vardır.)

Gottlob Frege (1848-1925) bir sözcüğün işareti/göstergesi (*Sinn*) ile anlamı (*Bedeutung*) arasındaki farkı belirtmiştir. *İşaret*ten gerçeklik tarzı, *anlam*dan nesnel olarak işaret edilen şey anlaşılmalıdır. Onun ana örneğindeki, "sabah yıldızı" ile "akşam yıldızı" farklı işaretlere, ama aynı anlama (yani Venüs gezegeni), sahiptirler.

İşaret ile işaret edilen şey arasındaki ilişki bir bağıntıdır. Bu yüzden bağıntının özelliklerini kavramak zorundayız. Ön-üyenin her defasında pek çok art üyeye sahip olabildiği ilişkiye *bireçok* denir. Örneğin: "*A B*'nin annesidir" cümlesindeki "... in annesi". Burada bir *A* için her defasında pek çok *B* verilebilir, çünkü bir anne birden çok çocuk sahibi olabilir. Ama *B* için her defasında yalnızca bir *A* verilebilir, çünkü her çocuk yalnızca bir anneye sahip olabilir (doğaldır ki anne burada öz anne olarak alınıyor, üvey, koruyucu, vb., anne değil).

Bir art-üye için her defasında birçok ön-üyeye sahip olabilen bağıntıya *çoğabir* denir. Örnek: "*A B*'nin karekökü dür", çünkü *B* pozitif ve negatif olmak üzere iki karekökü ne sahip olabilir.

Her ön-üye için tam olarak bir art-üyeye sahip olan bağıntıya *birebir* denir. Örnek: "Biriyle evli", çünkü bir *A* (en azından Orta-Avrupa'da) aynı anda yalnızca bir *B* ile evli olabilir ve tersi.

Bir ilişki, eğer ön-üyelerden her biri pek çok art-üyeye ve tersine sahip olabiliyorsa *çoğaçok* diye adlandırılır. Örnek: "Biriyle tanışık", "...in arkadaşı", "...in okul arkadaşı", çünkü çoğu kez

birçok insan pek çok tanıdık, iş arkadaşı ve okul arkadaşına sahiptir.

Bireçok bağıntının özel bir durumu *analoji (benzetme)*dir: O, işaret edilen çeşitli nesneler birbirlerine karşı belli bir bağlılık ilişkisi içerisinde bulunduğunda veya bünyeleri tam bir benzerlik taşıdığında söz konusu olur. İlk duruma örnek: "Sağlıklı olmak" esas olarak insanın normal bedensel durumunu gösterir, ama eğer nesnelere *analog* olarak kullanılırsa sağlıklılığın ifadesi veya buna yardımcı olmayı ifade eder. Bu anlamda "sağlıklı bir görüntü"den, "sağlıklı beslenme"den, "sağlıklı iklimden", "sağlıklı elbise"den, "sağlıklı ev"den vb. söz ederiz. İkinci duruma örnek: "Ayak" esaslı olarak insan bedeninin bir parçasını gösterir; benzer şekilde "lamba ayağı", "dağın ayağı (eteği)", "masa ayağı", "ayak yolu (tef'ile)" vb. söz edilir.

Tüm işaretler tek-anlamlı bir şekilde işaret edilenleri karşılayabilseydi ideal olurdu, çünkü her çok-anlamlılık belirsizliğin, değişimin, ya da hatanın nedeni olabilir. Ama tarihsel olarak gelişen insan dili ne yazık ki çok-anlamlılıkları içermektedir. Geleneksel diller kendiliğinden mantıksal olarak inşa edilmediğinden ötürü, dilin yanında özel bir mantığa gereksinim duyarız. Mantık için dildeki çok-anlamlılıklar dezavantaj olsa da, avantaja da sahiptir: Dil bunu, kelimelerin sınırlı bir rezervi ile nesnelerin yalnızca sınırlı bir miktarını ifade ederek ve yeni nesneler için daima uygun sözcükler bularak yapar.

İlk önce "akustem" ile "grafem", yani işitilen ile yazılan sözcük arasındaki ilşkiyi gözlemleyelim: Eğer biz Almanca'da "stat" dersek, bu "Stadt (şehir)" ve "statt (...in yerine)" diye yazılabilir! Aynı akustem için bazen "malen" bazen de "mahlen" (övütmek) vb. yazarız. Tüm bu örnekler burada bir "bireçok (bağıntı)"nın var olduğunu gösterir. İngilizce ve Fransızca'da sözcük ve yazı arasındaki bu tür bir bire çokluğa ilişkin pek çok örnek verilebilir; "hiə" "hear" ve "here"; "ðeə" "there" ve "their" olarak yazılabilir. Bizzat bir Fransız için, aşağıda içinde dokuz kere "si" fonetik bağı geçen cümleyi ilk duyuşta düzgün bir gramerle itirazsız bir şekilde yazması zor görünüyor: "Si six scies scient six cyprès,

une scie scie un cyprès." (Eğer altı hızar altı selvi ağacını keserse, bir hızar bir selvi ağacını keser.) Ve bir keresinde Voltaire Büyük Friedrich'i, onun şatosu "Sans souci (kaygısız)"yi, "Cent Soucis (yüzlerce kaygı) anlamına gelebilecek şekilde ifade ettiği için kızdırmıştır. "Souci" ölü çiçeği anlamına da geldiğinden, iki farklı yorum imkanı doğabilir.

Ama şimdi farklı ifadelerin aynı yazım tarzına uyduğu örnekler de mevcuttur, bu şekilde "übersetzen" (aşmak, karşıya geçmek), "übersetsen" (çeviri) ile aynı yazılmaktadır. Benzer durum Paris şehri ile Troyalı Paris için de geçerlidir. Latince'de aynı kelime "Maria" vurgulamaya bağlı olarak bir kız ismi ve "mare"nin çoğulu (das Meer-deniz) anlamlarına gelmektedir. "Populus" kısa veya uzun "o" olarak söylendiğinde, duruma göre ya "Volk (halk)" ya da "Pappel (kavak ağacı)" demektir. Tüm bu durumlarda akustem ile grafem arasındaki ilişkinin çoğabirliği söz konusudur.

Belli bir akustem ile onun grafemi arasındaki ilişki için doğal olarak onun tek-anlamlı (birebir) olma imkanı doğmaktadır. Bu şekilde "iskele tahtası" sözcüğü yalnızca bir ifade veya yazım tarzı olarak kabul edilebilir. Ancak ne yazık ki bu ideal durum, yukarıdaki örnekte gösterildiği gibi, daima mevcut değildir: akustem-grafem ilişkisi böylece hem birebir hem bireçok, hem de çoğabir olabilir. Buna karşın çoğaçok (bir ilişki) asla söz konusu olamaz.

Sözcükler içerisinde tümüyle belirli tek bir nesne veya bireyi adlandıranlar vardır. Bu tür sözcüklere *özel isimler* veya kısaca *isimler* deriz. Örnekler: "Bir parça tebeşir", "Hamburg şehri", "Büyük Karl", "Köln Katedrali", "Faust'un yazarı".

Aynı tür nesnelerin sınıfını gösteren başka sözcükler vardır; örneğin "sandalye" belli bir sandalyeyi değil, tersine rahatlık ve konfor açısından oturak ile koltuk arasındaki tüm oturma takımlarını kastediyor. Ayrıca "sandalye" ile "koltuk" kesin bir şekilde birbirinden ayırt edilmiş değildir –bazı nesneler her ikisi olarak da gösterilebilir. Bu tür nesne sınıflarına *tümel* veya *genel kavramlar* denir. "Kavram" kavramına daha sonra ayrıntılı olarak döneceğiz.

Şimdi biz yeniden tümel bir sözcük ile onun gösterdiği nesne arasındaki ilişkiyi gözlemlersek, hemen bireçokluk için örnekler buluruz. "Bauer" bir köylüyü ve bir kuş kafesini, "Reis" bir besin maddesini (pirinç) ve bir bitkiyi (filizi), "Seip" bitkilerde yoğunlaşan nemlilik ve Grekçe bir heceyi, "Dom" bir kilise ve lokomotifin buhar haznesini, "Hund" bir hayvan ve madendeki bir nakil aracını, "Lore" bir kız ismi ve bir tren vagonunu, "Schloß" bir binayı, silahın bir bölümü ve herhangi bir kilit tesisatını veya kapı, askı, direksiyon vb. ndeki korumayı gösterebilir. Eğer biz yalnızca akusteme dikkat edersek, "lerche" bir ağaç veya bir kuş, "Seite" bir müzik aletinin bir bölümü (Saite) veya ön, bazen de arka taraf, "leib" bir canlının bedeni olduğu kadar bir ekmek (Laib) de olabilir.

Hemen hemen tüm diğer tarihsel dillerde bireçokluğun benzer örneklerinin bir dizisi bulunabilir. Buna karşın Esperanto gibi yapma diller bu tür çok anlamlılıktan kaçınmaya çalışırlar.

Tam tersinden çoğa bir için örnekler bulunabilir, yani bir dilde bir nesnenin pek çok kelimeye karşılık geldiği durumlar: "Kravat" gibi "boyunbağı"da, herhangi bir toplum söz konusu olmaksızın, sıkıcı moda özelliğini gösterir. "Ulme" ve "Rüster" aynı ağaç türünü (karaağaç) gösterir; "Fernsprecher" gibi "telefon", "Motorrad" gibi "Kraftrad" (motosiklet) aynı şeyleri kasteder. "Samstag" ve "Sonnabend"ın (Cumartesi) her biri haftanın yedinci günü anlamına gelir. "Opa" ve "Großvater" (büyükbaba) "Bottich" ve "Bütte" (gerdel), "Karbonade" ve "Kotelett" (pirzola), "Schornstein" ve "Kamin" (baca) çoğabirliği gösteren diğer örneklerdir.

Bu tarz eksik anlamlılık genel olarak pek fazla sorun yaratmaz, çünkü hangi anlamın kastedildiği ilişkiden hareketle ortaya çıkabilir. Bizzat çeviri makineleri geniş ölçüde ilişkiden hareketle ayırt edilebilr ve onlar, eğer işe yarayacaklarsa bunu yapmak zorundalar. Analoji ve sınıflandırmada olduğu gibi, ayrımın az belirgin olduğu durumlarsa daha güçtür.

Analoji biraz önce belirttiğimiz gibi, bireçokluğun özel bir türüdür. O, deyim yerindeyse, dilin yaşamsal öğesidir, çünkü o bir

ve aynı kelimenin daima yeni anlamlar kazanmasını mümkün kılar. Bu şekilde örneğin renk asıl anlamında görsel olarak algılanan bir şeydir. Gerçi analog olarak "tını renk"ten, "stilin renkliliği"nden; "politik renk"ten de söz edilir. "Sıcaklık" hararet derecesinden duygu ve renklere taşınır. Analoji nihayet metafor olarak belirir: "Deniz gülümsüyor", "Gökler övünüyor", "Tüm dünya bu kitap gibidir, bizim için onun renkli satırlarında bazen, Tanrı gibi kendimize sadık kalalım sözü yazılıdır". Analojiler ne kadar sık ve renkli(!) olursa, dil o denli esnek(!) ve şiirsel olur. Öte yandan Jean Paul dilin uçuk(!) metaforlardan oluştuğunu söyler.

Çıkarsanabilirlik tek anlamlılığı şart koşar. Ama analoji ve metafor çok anlamlılıktır. Mantıkçı asla tüm metaforları yasaklayacak ve yok edecek ölçüde şiir karşıtı değildir –ancak yalın metaforlardan hareketle geçici tutarlılık taşıyan aceleci yargılara varmamak için onları bu şekilde değerlendirmek zorundadır. Şiirsel fantezi (hayal) yapısını kavramak için bizzat insan her şeyden önce fantezi üzerine sağlam bir ölçüye sahip olmalıdır: fantezi yoksunu dar kafalı bir insan asla keskin görüşlü bir mantıkçı olamaz. (Analoji üzerine daha ayrıntılı bilgi için kitabın sonunda verilen kaynakçaya bakılabilir: Menne$_1$, Boschenski$_1$, Söhngen$_1$.)

Bir sözcüğün *sınıflandırılması*ndan, sözcüğün kullanım tarzı anlaşılmaktadır. Sınıflandırma (Supposition) kuramı Skolastik dönemde işlendi ve daha o zamanlar çok yüksek bir düzeye erişti. On üçüncü yüzyıldan beri mantığın en yaygın olarak kullanılan ders kitabı, Petrus Hispanus'un (1210/20-1277) *Summulae logicales*'inin, bir bölümü tümüyle sınıflandırmaya ayrılmıştı. Bu kuram ne tuhaftır ki daha sonra gittikçe unutuldu ve ilkin basit biçimiyle modern mantık tarafından yeniden ortaya konuldu. O en esaslı şekilde Una Saarnio'nun *Sembolik Mantık Üzerine Araştırmalar*'ında (Helsinki 1935) işlendi.

Her iki önerme: "Hamburg en önemli Alman limanıdır" ve "Hamburg addır"da "Hamburg" sözcüğü her defasında açıkça tümüyle farklı kullanılmaktadır. Bu farklı kullanım tarzları *sı-*

nıflandırma olarak adlandırılır. Birinci durumda Hamburg belli bir konuya işaret ettiğinden, *biçimsel sınıflandırma*dan söz edilir; ikinci durumda "Hamburg" bizzat "Hamburg" kelimesine işaret ettiğinden *içeriksel sınıflandırma*dan söz edilir. İngilizce'de *use* (*kullanma*) ve *mention* (*anma*) sözcükleri kullanılır. Belli ölçüde sözcük içeriğinin bizzat gözlemlendiği içeriksel sınıflandırmada ilgili sözcük tırnak işareti sayesinde gösterilir. Örnek: "'Ruth' tek hecelidir" şu anlama gelir: "'Ruth' sözcüğü tek hecelidir."- Ama "Ruth tek hecelidir" daha ziyade şu demek: "Ruth sessizdir". Ayrıca "tek heceli" her iki cümlede tek anlamlı değil, benzer (analog) olarak kullanılmıştır.

Biçimsel sınıflandırma kavramsal veya gerçek (reel) olabilir. Eğer sözcük kavramın türüyle ilgili kullanılmışsa, kavramı anlaşılır kılan durumuyla ilgili kullanılmışsa o zaman o *kavramsal*, *mantıksal* ya da *sezgisel* demektir. Örnek: "Varlık bir cinstir"; "İnsan bir türdür". Eğer sözcük konu içinse bizim düşüncemizden bağımsız olan sınflandırma *gerçek* demektir. Örnek: "Köpek memeli bir hayvandır"; "Helgoland bir adadır"; "St. Pauli-köprüsü 800m uzunluğundadır".

Yine gerçek sınıflandırma, sözcük kavramsallaşan nesneleri amaçlayan bu doğanın taşıyıcısı olmaksızın doğaya dair *tümel* bir kavramı veya bir nesnenin varlığını kastediyorsa *mutlak* olur. Örnek: "İnsan akıl sahibi bir varlıktır"; "Yeşil gözlere huzur verir"; "Üçgen iki doğru açının toplamıdır".

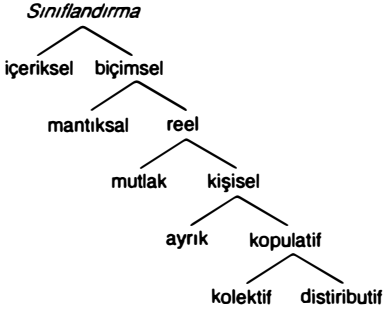
Buna karşın gerçek sınıflandırma, sözcük sayesinde hem doğa hem de bu doğanın taşıyıcısı gösterilir, *tümel* kavramın yanında kavramın ortaya konulduğu nesneler de kastedilirse *kişisel*dir. Örnek: "Her insan akıl sahibi bir varlıktır"; "Her yeşil yüzey gözlere huzur verir"; "Her üçgen iki doğru açının toplamıdır"; "Helgoland" ve "St. Pauli köprüsü" gibi tekil adlarda gerçek sınıflandırma daima kişiseldir. Sınıf belirten veya tümel kavramlarda kişisel sınıflandırma, örneğin genellikle "her" gibi bir ilaveyle gösterilir.

Kişisel sınıflandırma, sözcük doğanın tüm taşıyıcılarına atıfta bulunmuşsa *bağlayıcı* veya *kopulatif*tir. Örnek: "İnek geviş

getiren bir hayvandır"; "Kuşlar tüylüdür"; "Otomobil motorlu bir araçtır".

Buna karşın sözcük yalnızca doğanın bir taşıyıcısını gösterirse, diğer bir anlatımla; kavramın oluşturduğu nesnelerin yalnızca bir kısmı kastediliyorsa, sınıflandırma *ayırıcı* veya *disjunktif*tir. Örnek: "İnek siyah-beyaz beneklidir", "Bir kısım kuşlar yırtıcıdır", "İki zamanlı-motorlu otomobiller vardır". Kopulatif sınıflandırma nihai olarak distributif (dağıtılmış) veya kolektif olabilir. Eğer sözcük kendi içeriğinin tüm taşıyıcılarını ve özellikle her bir teki kastediyorsa *distributif*tir. Örnek: Yukarıda kopulatifte olduğu gibi; ayrıca: "Her insan ölümlüdür". Eğer sözcük içeriğinin taşıyıcılarının yalnızca tümüyle bağlantısı kastediliyorsa *kolektif*tir. Örnek: "Tüm havariler on iki tanedir"; "Tüm federal başkanlar federal yönetimi oluştururlar".

1.1



Bu beşli ayrım sınıflandırmanın ne anlama geldiğini ve ne işe yaradığını güzel bir şekilde göstermektedir. (Günlük dilde sınıflandırma kısmen "tüm", "her bir", "birkaç/bazı", "hepsi birden" gibi eklerle veya edatların kullanımı sayesinde anlamlandırılır.)

Sınıflandırma öğretisi Skolastik'te daha da geliştirildi ve düzeltildi. Gerçi normal mantık kullanıcısı için burada sunulan sınıflandırma yeterlidir. Kim bunun üzerine bir şey söylerse, -bu, (Skolastikte sıkça yerildiği gibi) aşırılık yapma, kılı kırk yarma olur, o sınıflandırma kuramı olmadan paradokslar ve hatalı çıkarımlardan asla uzak durulamayacağını kanıtlamış olur. Ve mantığın çöküşü için, -*Yeni-Skolastik* hariç- 1500'den itibaren

artan bir tarzda arka plana itilmesi ve daha sonra modern mantık tarafından yeniden keşfedilmesine değin 1900'lü yıllarda hemen hemen tümüyle unutulması geçici bir durumdur.

Ayrıntılı anlam analizlerinin dışında sınıflandırma bilgisi tekanlamlılığın ve böylece de sonucun çıkarsanabilirliğinin garanti edilmesi için önemlidir. Örnek: "Eğer tüm havariler on iki ve tüm on ikiler sayı ise, o halde tüm havariler sayıdırlar". Bu çıkarım *zayıf*tır, çünkü "havari" ve "on iki" ilk öncülde kolektif sınıflandırmada bulunmasına karşın, "on iki" ikinci öncülde ve "havari" sonuç önermesinde dağıtılmış sınıflandırmadadır.

Sınıflandırma benzer kavramların oluşmasına imkan tanır: "Masa", "sandalye", "tebeşir" gibi ifadeler sözcüktür. "Masa, "sandalye", "tebeşir", sözcük için sözcükler veya sözcük-sözcüklerdir. Eğer biz sözcük-sözcükleri ve sözcükleri birlikte "sözcükler" olarak gösterirsek, o zaman "sözcük" sözcüğünü "sözcük"e analog olarak ilk anlamıyla kavramalıyız. Benzer şekilde şeyler (nesneler) için işaretler ve işaretler için işaretler vardır; ama her biri ortaklaşa analog anlamda yalnızca işarettir. Bu tür analog ifadelerin karıştırılması, aşağıdaki örneklerde görülebileceği gibi, paradokslara yol açabilir: Kendisine ait olan sözcüğe "autolog" denir; kendisine ait olmayan sözcüğe "heterolog" denir; buna göre "üç-heceli (dreisilbig)" sözcüğü autologdur, çünkü üç heceye sahiptir; burada basılı olan "siyah (Schwarz)" sözcüğü autologdur, çünkü o siyah basılmıştır; buna karşın "tek-heceli (einsilbig)" heterolog olur, çünkü o bir değil, üç heceye sahiptir; "kırmızı" sözcüğü de heterolog olur, çünkü o burada siyah renkle basılmıştır. Şimdi eğer tüm sözcükler her iki sınıfta "autolog", "heterolog" olarak dağıtılırsa, o zaman gerçi "autolog" bizzat autologdur, ama "heterolog", heterolog olduğu sürece autolog sözcükler sınıfına aittir; ama autolog olduğu sürece heterolog sözcükler sınıfına ait olur. Böylece bu ayrım açık bir çelişkiye yol açar: Bunun nedeni, "heterolog"un bir sözcük sözcüğü (Wortes-wort) olduğunu, yani başka bir sınıflandırma sözcüğü içinde diğer sözcüklerden biri olduğunu dikkate almamadır.

Bir kütüphanenin kataloğu kitapların bir listesine sahiptir. Şimdi bu katalog bir kitap formundadır. O zaman bu kataloğun bizzat kitap olarak kendini ortaya koyma veya bunu yerine getirememe imkanı belirir. Şimdi buna göre kendini tümüyle ve yalnızca katalog olarak kapsamak zorunda olan, ama bizzat kendini içermeyen bir katalog yazmak görev oluyor; bu durumda bu kataloğun bizzat kendini içerip içermediği sorunu ortaya çıkar: eğer o bizzat kendini içerirse, bizzat kendini içermeyen bir katalog olamaz, dolayısıyla bizzat kendini içermesi mümkün değildir. Bizzat kendini içermediğinde, kendini bizzat içermeyen bir katalogdur, dolayısıyla bizzat kendini içermek zorundadır. Bu ödev böylece tekrar bir paradoksa yol açar. Bu durum, yalın katalog veya katalog kataloğunun her birinin açıkça aynı anlamda olmamasından, tersine yalnızca "katalog"a benzer olarak adlandırılabilmesinden kaynaklanıyor.

"İşaret"in analog anlamı çerçevesinde kavramlar işaret olarak anlaşılabilir. Buna göre bir kavram belli ölçüde bir nesnenin entelektüel bir işareti olur. Bu kavrayış, kavramı psişik bir fenomen yaptığından ve böylece de mantığın önemli bir sıkıntısı olan mantığın *psikolojikleştirilmesi*ne yol açtığından ötürü belli tehlikeler barındırmaktadır. Frege kendi zamanında haklı olarak serzenişte bulunur: "Ve böylece bizim, tümüyle ince biçimlerle doldurulmuş sağlıksız psikolojik yağ tabakası kabalığındaki kalın mantık kitaplarımız ortaya çıkar." (yer: *Aritmetiğin Temel Yasaları*, yazı-kavramsal türetilmiş, Jena 1893 p. XXV.) Mutlaka düşünce psikolojik bir yöne de sahiptir ve böylece psikolojinin de yasal bir konusudur; gerçi düşüncenin ne ölçüde gerçekliği kavrayabileceği ve benzeri problemleri psikoloji bir karara vardıramaz; bu bilgi öğretisinin problem sahasına girer ve geçerliliğin nereden kaynaklandığı ve düşüncenin hangi yapılarının geçerli olduğu da mantığın problemidir. Mantığın psikolojizimden arındırılması iki önemli filozofun, yaklaşık aynı asırlarda yaşamış iki Alman filozofun başarısıdır: 1900'lerden başlayarak *Mantık Araştırmaları* ile *Fenomenoloji*yi kuran Edmund Husserl (1859-1938); ve *Kavram Yazıları* ile 1879'da *Lojistik*'i kuran Gottlob Frege (1848-1925).

Kavramın ne olduğuna dair sağın açıklamayı ona borçluyuz. Geleneksel olarak *kavram*dan "genel olarak nesnelerin tasarımı" anlaşılıyor. Bir kısmı yaklaşık olarak şöyle diyor: "Bir sözcük ile gösterilen düşünce içeriğine kavram denir". Aristoteles dil ile sıkı bir bağlantı kurar ve bir kavramdan önermenin özne ve yüklem olarak çözümlendiği öğeleri anlar. Felsefenin yalnızca önemli okullarını göz önünde bulundurursak, kavramın ne olması gerektiğine dair en az iki düzine tanıma rastlarız!

Frege'nin açıklaması yalnızca en sağın olanı değil, aynı zamanda psikoloji veya bilgi teorisinin varsayımlarından en az etkilenenidir. O bizim başlangıçta öğrendiğimiz, sözü edilen *önerme biçimi*nden hareket eder: "Gül kırmızıdır" önermesini parçalarına ayırdığımızda şunu elde ederiz:

1.2 (kırmızıdır) (gül)

Ad (argüman) için "*x*" değişkeni sayesinde gösterilebileceğimiz boş bir yer oluşturduğumuzda şu önerme biçimi meydana gelir:

1.3 (kırmızıdır) (*x*)

Genel olarak bir önerme biçimi şu yapıya sahiptir:

1.4 (*f*) (*x*)

Adları sırasıyla boş yerlere koyarsak, (matematiksel bir işlev benzeri) bu tür bir önerme biçimini bir işlevin ifadesi olarak gözlemleyebiliriz. O zaman biz *açık önerme*den söz ederiz. Böylece şu geçerli olur: Bir kavram, kendi değer alanındaki her ad için doğru veya yanlış bir önerme meydana getiren bir değişkenli açık bir önermedir.

*Değer alanı*ndan biz, yeniden sözdizimsel (sentaktik) doğru bir önermeyi meydana getiren tümüyle yerleştirilebilir adların kümesini anlıyoruz, bununla birlikte önerme olarak yalnızca anlamlı bir şekilde doğru veya yanlış diyebileceğimiz yapılar geçerlidir. Buna göre adlar aynı *sözdizimsel türe (sentaktik kategori)* ait olmak zorundalar. Yukarıdaki örneğimizde bu adlar kategorisidir, tam olarak bireysel-adlar. Böylece değer alanına tek tek belirli şeylerin adları aittir: "Domates", "bayrak", "burun",

"limon", "bu tebeşir", "oradaki sincap", "şu karga", "benim otomobilim", "senin şemsiyen" vb. Bu tür adların (kırmızıdır) (x) önerme işlevine yerleştirilmesi kısmen doğru, kısmen yanlış önermeleri meydana getirir. İşlevin değer alanına, "konuşmak", "dır", "uyuyor", "öğrenciler" vb. gibi ifade tarzları ait değildir. Onların yerleştirilmesi anlamsız bir yapı meydana getirir.

Nasıl matematikte bir işlevin değerinden söz ediliyorsa, benzer şekilde bir önerme işlevi de bir değer meydana getirir, gerçi doğru veya yanlışın değerini. Bu değerlerin her biri doğruluk değeri diye adlandırılır. Bir önerme işlevine yerleştirilmeleriyle doğru değerini alan adlar (*onlar ilgili kavramı karşılıyor denir*) bu kavramın belirleyicileridir (Designat). Tüm diğer adlar (*bunlar ilgili kavramla buluşmazlar*) bu kavramın belirleyecileri değildir. Bir kavramın tüm belirleyenlerinin sınıfına kavramın *çevresi* veya *kaplamı* denir. Eğer A kavramının içine dahil olan bir nesne B kavramına da dahilse, ama tersi değil, o zaman B kavramı A kavramının bir bölümüdür. Örnek: "Her kuş iki ayaklıdır". Burada "iki ayaklı", "kuş" kavramının bir bölümü olarak anlaşılabilir.

Bir kavramın öğelerinin tümüne o kavramın *içeriği* (*Inhalt*) denir. Bir kavramın içeriği, önerme biçimini oluşturan, eklemi içeren yüklemden de çıkarımlanabilir. Buna kavramın *içlemi* (*Intension*) denir. Bir kavram bu yüklemin adlandırılması sayesinde ifade edildiğinde, içlemsel gözlemden söz edilir. Örnek: "İskandinav monarşisi" yüklemi içlemsel olarak bir kavramı belirler. Buna karşın, kendilerine bir kavramın karşılık geldiği nesneler sayılırsa kaplamsal gözlemden söz edilir. Örnek: "Danimarka, İsveç, Norveç" "İskandinav monarşisi" kavramının kaplamını meydana getirirler.

Şimdi doğaldır ki, hiçbir nesneye karşılık gelmeyen kavramlar da vardır. Bu tür kavramlara *boş kavramlar* diyoruz, onların kaplamı *boş kümedir*. Örnekler: "Kendi kendinin kuzeyinde bulunan şehir", "dört köşeli daire", "31 ile 37 arasındaki asal sayı".

Tam olarak *bir* nesneye karşılık gelen kavrama *bireysel* veya *tekil kavram* denir, onun kaplamı *birli* bir *küme*dir. Örnek: "Mil-

yonluk Bavyera şehri", "görelilik kuramının kurucusu", "Köln Katedrali".

Birden fazla nesneye sahip olan kavramlara genel, cins veya tür kavramları denir. Örnekler: "Masa", "ev", "el", "hayvan", "şehir", "öğrenci".

Bu türden genel kavramların kendi belirleyicilerinden soyutlanmasıyla, tam olarak *tümden* (*total*) *soyutlama* sayesinde oluştukları düşünülebilir: Tür ve cinsi meydana çıkarmak için, *nesnelerin tümü bir kenara itiliyor, yalnızca tipik olanlar alınıyor*, esaslı olmayan nitelikler ihmal ediliyor. Örnek: İlkin esaslı olmayan tarzda gözlemleyelim, bir kişinin Alman veya yabancı, erkek veya kadın, evli veya bekar olup olmadığını, tıp, hukuk, doğa veya sosyal bilimlerle meşgul olup olmadığını kavrar ve esaslı olarak yalnızca onun eğitim ve öğretimi için yüksek bir okula kayıt yaptırdığını göz önünde bulundurursak, o zaman "öğrenci" tümel kavramını elde ederiz.

Buna karşın *biçimsel soyutlama*da niteliklerin taşıyıcıları bir kenara bırakılır ve böylece tümel bir niteliğe erişmek için her bir taşıyıcıdaki tümüyle belirli baskın özelliklere erişilir. Buna göre sonuç soyut bir kavramdır. Örnek: "Krallık", "güzellik", "akıllılık".

Tekil bir kavram tekil bir ad sayesinde gösterilir. Buna uygun olarak tümel bir kavram işaretini de bir ad yardımıyla ifade ederiz. Buna göre biz tersinden, bir kavramın bir adın anlamı (Bedeutung) olduğunu söyleyebiliriz. Bu açıklama müteakip aydınlatmaya gereksinim duyar: "Ad"dan biz burada belli tekil bir akustem veya grafemi değil, yani birinci türden bir işareti değil, tersine aynı yapıdaki tüm işaretlerin *küme*sini, yani ikinci türden bir işareti anlıyoruz. Birinci türden işaretlerin bir nesneyi göstermelerine karşın, ikinci türden işaretlerin bir kavramı ifade ettiklerini söylemek istiyoruz. Şimdi, tekil adlarda işaret ve anlamın örtüştüğü sanılabilir –gerçi bu yalnızca tekil kavram tek tek nesneler ile aynı şey olduğunda söz konusu olabilir. Ancak bu, boş bir kavramda olduğu gibi az bir olasılıktır. Çünkü boş bir kavramın bu şekilde elde edilebilmesine karşın, onun içerdiği hiçbir belirleyici yoktur.

Frege'de bir kavramın *içlem*ine *işaret* (*Sinn*), *kaplam*na da *anlam* (*Bedeutung*) karşılık gelmektedir. Tekil kavramlarda işaret ve anlam ayrımına örnekler: "Elbe'deki en büyük liman" ve "Federal Almanya'nın en büyük şehri" farklı işaretlere sahip olan iki addırlar, ama aynı nesneyi, yani Hamburg'u kastediyorlar. Benzer şekilde "Büyük İskender'in hocası" ile "*Organon*'un yazarı"nın her biri aynı kişiyi kastediyor, ama farklı işaretle. Frege'ye göre bir sözcüğün anlamı işaret olunan nesnedir, işareti ise onun gerçeklik tarzıdır.

Pascal (1623-62) ile öğrencileri Nicola ve Arnould tarafından 1662'de *La logique ou l'art de penser* adıyla yazılan ünlü "Port Royal Mantığı", kavramın içlem ve kaplamının daima birbirine karşıt olduğu, yani içlemin artmasının daima kaplamın azalmasına karşılık geldiği şeklindeki yanlış öğretiye geri döner. Bu tez için pek çok örnek verilebilir: Eğer ben "dörtgen" kavramının içlemini "paralel kenarlar" öğesiyle artırmak istersem, o zaman kaplam düzensiz dörtgen ve yamuklar için azalır. Eğer ben bu şekilde oluşan "paralel kenar" kavramını "dik açılı" öğesi için artırırsam, tüm eşkenarlar için kaplam azalır; "dikdörtgen" kavramını "eşkenar" öğesi için artırırsam, o zaman kaplam yeniden azalır, ve yalnızca kare geriye kalır. Eğer ben "insan", -"Avrupalı", -"Almanca konuşan" – "Hessli", -"Frankfurtlu", "Sachsenhausenlı", "Sachsenhausen'un elma şarabı-birahanecisi" kavram dizilerinde ilerlersem tümüyle benzer durum ortaya çıkar.

Bernard Bolzano (1781-1848) *Bilim Kuramı*'nda, içlem ve kaplamın karşıtlığı tezinin genel bir yasaya dayandırılamayacağını kanıtladı. Kaplam hiç değişmeden kalırken, içlemde bir artış olur. "Küre" için "yuvarlak" öğesini ve "kuş" için "tüylü" öğesini ya da "insan" için "iki bacaklı" öğesini eklediğimde, muhtemelen denilebilir ki, tüm bu durumlarda içlemin gerçek genişlemesi söz konusu değildir, çünkü eklenilen öğeler esasen kavramın içleminde daha önceden var olanları içermektedir. Ama Balzano buradan içlemin genişlemesiyle aynı anda kaplamın d· genişlediği örneklere geçiyor. Kavramı genişletiyorum: "Tüm Avrupa dillerini anlayan insan", o zaman bu şekilde kesin olarak kaplam genişler, çünkü şu an için Latince, Grekçe, Keltçe, Go-

tikçe, vb. daha fazla koşul sayılamaz. Tümüyle benzer bir durum "yünlü-kumaş" ve bir "yün içeren kumaş" veya "yeşil" ve "yeşil bitkilerden elde edilen renkler" için de söz konusu olabilir.

Şimdi iki kavram içlem ve kaplamları açısından karşılaştırılabilir. Mantığı mümkün olduğu ölçüde kesin olarak inşa edebilmik için Rudolf Carnap (1891-1970) esas olarak yalnızca kaplamsal açıyı dikkate alır. Sonradan o bu talepten, yani *kaplamsallık ilkesi*nden vazgeçer. Doğrusu bu, Bruno v. Freitag-Löringhoff'un kaplam mantığına karşı polemiği gibi, tek yanlıydı.

Eğer iki önerme işlevi, yerleştirilen her bir ad için her seferinde aynı doğruluk değerini verirse, onların aynı değer akışına (Wertverlauf) sahip olduğunu söyleriz. O zaman buna uyan her kavram kaplamsal olarak eşit veya *eşdeğer*dir. Örnek:

(Berlin'de hüküm süren Alman İmparatoru)	(x)	ve
(19. yüzyılın ikinci yarısında tahta çıkan Prusyalı Kral)	(x)	
(Ren'de "n" adlı Üniversite şehri)	(x)	ve
(Ren'de tek heceli adı olan büyük şehir)	(x)	
(Akıllı varlık)	(x)	ve
(Tüylü olmayan iki ayaklı)	(x)	

Bunların her biri eşdeğer kavramlardır.

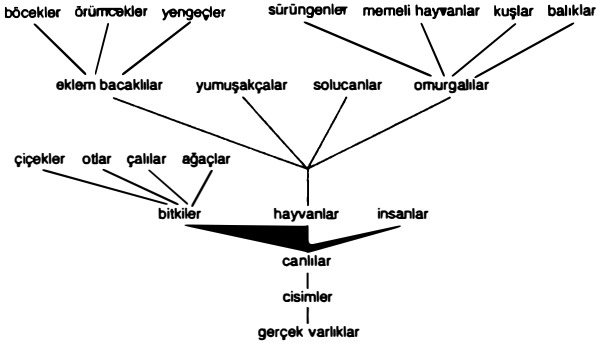
İki kavram bundan başka *tam-girişimlilik* veya *eksik-girişimlilik* ilişkisi içinde bulunabilir, eğer bir kavramın kaplamı diğerininkini kapsıyor veya onda içeriliyorsa. Örnek: Öğrenciler - hukuk öğrencileri; askerler - astsubaylar; kuşlar - güvercinler; dörtgenler - dikdörtgenler.

Eğer iki kavramdan her biri kaplamlarının yalnızca bir kısmına ortaklaşa sahiplerse *kesişik*tirler. Örnek: Satranç oyuncuları - Almanlar; eşkenar düzey - dörtgen; gazlar - kimyasal öğeler; mantar - gıda maddeleri.

Ortak belirleyicilere sahip olmayan kavramlara *ayrık* kavramlar denir. *Ayrık* kavramların üç çeşidi ortaya konulabilir: *yanyana-sıralı* kavramlar tümel bir kavram altında sıralanmıştır. Örnekler: Alman - İngiliz (üst kavram: Avrupalı); kurt - aslan (yırtıcı hayvan); motor - otomobil (motorlu araç); *tümleyenli* kavramlar

hep birlikte *universe of discourse (söylem evreni)* denilen, tüm konuşma/tartışma evrenini, yani tümüyle tartışmalı nesneler alanını oluştururlar. Örnekler: insan - insan olmayan; Avrupalı - Avrupalı olmayan; metal - metal olmayan; *ayrık* (*disparate*) kavramlar ise tamamıyla farklı bir düzene sahiptir, yani hiçbir ortak yönleri yoktur: üçgen - sincap; cesaret - yeşil; sıcaklık - asal sayı.

Tyruslu Porphyrios (233-300) kavramları, *arbor Porphyriana* denilen, oldukça ünlü bir şema içerisinde tam-girişimli bir sınıflandırma sayesinde kavrar:



Sıkça bu şema kafa üstü döndürülür. Sonra da bir kavram piramidi elde edilir. Tümel kavram böylece altında sıralanan özelin üstünde yer alır.

Üstteki kavram her defasında *cins* veya genus, alttaki (kavram) *tür* veya *species* diye adlandırılır. Tür cinsten *türü oluşturan ayrım*, *türsel ayrım* (*differentia specitica)* sayesinde ayırt edilir, örneğin "insan" "canlı" türünden türsel ayrım olan "akıl sahibi olmak"la; "kare", "dikdörtgen"den türsel ayrım olan "eşkenar" ile. Tür ve cins göreceli kavramlardır, böylece "canlı" "cisim"e nazaran tür, "hayvan"a nazaran cinstir. Arbor Porphyrii'de bir kavramın tanımı bilindik yönteme dayanır: *Yakın cins ve türsel ayrımın belirtilmesiyle yapılan tanım (Definitio fit per genus proximum et differentiam specificam).*

Tanım, sözlü sınırlandırma, çok farklı anlamlara sahip olabilir: Wölter Dubislav'a (1895-1937) göre bir tanım şunlardan birine yöneliktir:

1. Öz belirlenimi
2. Kavram belirlenimi
3. Kavram veya sözcük açıklaması
4. İşaretlerin kullanımının belirlenmesi (kararlaştırılması).

Birinci anlam bizi mantıkta ilgilendirmiyor, çünkü biz burada şeylerin özünü araştırmıyoruz. Bu metafiziğin, ontolojinin veya fenomenolojinin konusudur. İkinci ve dördüncü anlam, eğer kavramlar geniş anlamıyla işaret olarak gözlemlenirse birlikte kavranılabilir. Bu şekilde bize iki tür tanım kalıyor: 1. bir kavram bir sözcük, bir işaret için mevcut bir dil kullanımının açıklanması; bu *açıklayıcı* veya *analitik (çözümleyici) tanım* diye de adlandırılır; 2. bir kavram, bir sözcük, bir işaretten yapmak istediğimiz kullanımın belirlenmesi; buna *belirleyici* veya *sentetik tanım* denir. Birinci türden tanımlara örnek: Biz "bıçak"ı bu sözcüğün bu zamana kadar ki dil kullanımını araştırarak, onunla keskin, uzunca, nispeten ince "levha", kılıç namlusu, bir ucunda sapı olan, normal şekilde uzunluğu insan avucunun genişliğine uyan kesici bir aletin anlaşıldığını belirliyoruz. İkinci tarzdan tanım şöyle olur: "Rheingold-ekspres", Köln ile Basel'i birbirine bağlayan hızlı tiren anlamına gelmeli. İkinci türden bu tanımlar genelde kısaltmaya yararlar: Kısa bir işaret kompleksi uzun birinin yerine geçmeli. Tanımlayan (kısaltan) *definiens*, tanımlanan veya (kısaltılan) *definiendum* diye adlandırılır. Mantık çalışmaları ve formüllerde tanımlanan ile tanımlayan arasındaki bir tanım işareti için "=df$_{Dk}$" yazılır. Bazen ($\underline{\underline{df}}$) veya ($\overline{\overline{D}}$) olarak da yazılır, veya (=) diye yazılır ve tanımlayan (Df) ilkinden sonra gelir.

Motorlu araçların resmi plakalarındaki yer belirten harfler görevli trafik memuru için kısaltmalardır. Bu aşağıdaki gibi yazılabilir:

HH =$_{Dk}$ *Hamburg*

"*HH*" burada tanımlanan, "*Hamburg*" tanımlayandır. Kimyasal elementler harfler sayesinde kısaltılır:

Na =Dk *Sodyum (Natrium)*

Çember =Dk *Bir merkezden aynı uzaklıktaki noktaların oluşturduğu geometrik yer.*

Bu son örnek her şeyden önce mekan ve zamandan tasarruf eden tanımların nasıl yararlı olabildiklerini göstermektedir.

Tanımlananın bir yönüyle kendisi için yapıldığı tanımlara *açık/belirtik* (*explizite*) *tanımlar* denir. Ancak biz şimdi, tanımlanan ifadeyi sırf kendisiyle değil, tersine önceden bilinen ifadeler sayesinde tanımlıyorsak, onun nasıl işlemsel kullanıldığını göstermek zorundayız. Bu tür tanımlar *örtük* (*implizite*) *tanımlar*dır.

Bunun için bir örnek *kullanım tanımı*dır.

Örnekler:

$^{b}/_{log\ a}$ =Dk *c sayısı,* $b^c = a$ *için geçerlidir*

$a : b$ =Dk *c sayısı,* $bxc = a$ *için geçerlidir*

A *alt küme* B =Dk *A nın her belirleyeni B nin de belirleyenidir, ama tersi değil.*

Örtük tanımların özel bir türü *aracılı* (*rekursif*) denilen *tanımlar*ın içinde bulunur. Bunlar en az iki tanımdan oluşur; ilki tümüyle belli bir durumu tanımlarken, ikincisi belli bir durum için tanımın önceden biliniyor olması koşuluna bağlı olarak diğer durumları tanımlıyor.

Örnek olarak çarpımın örtük tanımları gösterilebilir:

$1 \times a$ =Dk a

$(n + 1) \times a$ =Dk $(n \times a) + a$

Burada çarpım ilkin 1 çarpanı için ve daha sonra, çarpan n'in tanımlanmış olduğu koşulundan hareketle, $n + 1$ için tanımlanıyor.

Diğer örnekler:

"p" bir önerme olsun.

Eğer "*p*" bir önermeyse, o halde "*p-değil*" de bir önermedir; bu şekilde "*p* ve *q*", "*p* veya *q*", "eğer *p* ise o halde *q*" de önermedirler.

Biçimsel sistem için aksiyomatik denilen tanım da önemlidir. Eğer bir (veya pek çok) önerme doğru olarak varsayılırsa, bir sistemin işlevleri bir aksiyom sistemi sayesinde tanımlanır denir; onlar bu işlevleri içermektedir ve buradan verili kurallara göre bu işlevleri içeren tüm gerçek önermeler türetilebilir. Bu şekilde 2.992-5 aksiyom sistemi, içinde eklem olarak bulunan koşul eklemi ve tikel evetleme eklemi için aksiyomatik bir tanım ortaya koyar.

Tanımın teknik ve anlamına ilişkin ayrıntılar yöntem öğretisine aittir.

Son örnekler bizi çoktan mantığın 2. bölümünün önermeler öğretisine vardırdı. Önce biz başlangıç örneğimize geri dönelim! Önermemiz şu idi:

2.11 "(Eğer) Tüm antiloplar memeli ve tüm memeliler omurgalıysa, (o halde) tüm antiloplar omurgalıdır."

Yüklem ve adlara bölünmesi sayesinde şu meydana gelir:

2.12 (Eğer ise o halde)$_2$ ((ve)$_2$ ((tümüdür)$_2$ (antiloplar, memeliler)
(tümüdür)$_2$ (memeliler, omurgalılar))
(tümüdür)$_2$ (antiloplar, omurgalılar))

2.13 (Eğer ise o halde)$_2$ ((ve)$_2$ (p,q) r)

2.14 Eğer *p* ve *q* ise , o halde r.

Burada *p*, *q*, *r*, önermelerin koyubileceği boş yerleri göstermektedir. Biz bir *önerme*den, bir durumu (konuyu) dile getiren ve böylece doğru veya yanlış olma karakterini kazanan dilsel bir yapıyı anlıyoruz. Örnekler:

"Hamburg limanındaki yıllık mal değişimi 30 mil. tonu buluyor", "Beş, iki basamaklı bir sayının kare kökü olan asal bir sayıdır."

"Limon sarıdır". "On yedi Mayıs 1963 saat 12 sularında güneş Hamburg'taki filozof kulesi üzerinde parlıyordu."

Bunlar örneğin doğru önermelerdir.

"Bonn Almanya'nın en büyük şehridir." "36 asal bir sayıdır." "Domates mavidir." "Wallenstein dramasını Goethe yazdı."

Bunlar normalde yanlış önermelerdir.

Acaba bunların yanında bazen doğru, bazen yanlış olan belirsiz önermeler de var mıdır? Örnek:

"Yağmur yağıyor". "Kız öğrenciler kırmızı cilalı tırnak takıyorlar". "Güller sarıdır".

Bu ifadeler tamamlanmamış ve belirsizdirler, bu yüzden de henüz önerme değildirler. İlkin uygun tamamlama sayesinde önerme olabilirler, yani: "16 Mayıs 1963 saat 13 sularında Hamburg' Jungfersteig'te yağmur yağdı." "Birkaç kız öğrenci kırmızı cilalı tırnak takıyor". "Sarı güller vardır."

Bildirilen konuyla uyuşan önerme doğru bir önermedir. Bu açıklama şüphesiz müteakip belirlemeye açık ve muhtaçtır. Bu tarz bir belirlenim Alfred Tarski$_1$'nin çığır açan çalışmasında bulunabilir. Gerçi nihai olarak "doğru"nun ne anlama geldiği mantığın değil, bilgi kuramının sorunudur. Mantık için "doğru" son noktada tanımlanamayan temel bir kavramdır.

Demek ki önerme, bir *doğruluk değeri*ne sahip olan bir yapıdır. Frege ile birlikte doğruluk değerinin önermenin *anlamı* (Bedeutung) olduğunu söylüyoruz. Önermenin *işaret*inden (Sinn) onun ifade ettiği düşünceyi anlıyoruz. Tanımımızda ortaya koyduk ki, iki doğruluk değeri vardır, yani doğru ve yanlış. Böylece biz *iki değerli önermeler mantığı*nı belirlemiş oluyoruz. Doğaldır ki, üç veya daha fazla değer kabul edilebilir, o zaman *üç değerli mantık* daha doğrusu üç değerli kalkül meydana gelir. Bu, bizim doğru ve yanlışların yanında anlamsız önermeleri dikkate almamızla mümkün olabilir. Eğer ikiden fazla değer kabul edilirse "doğruluk değeri" yerine "geçerlilik değeri"nden söz ederiz. İlk önce biz iki değerli önermeler mantığını araştırmak istiyoruz. Böylece anlamsız olan şeyi basitçe önerme olarak gözlemlemiyoruz.

Biz ana örneğimizde gördük ki, önermeler eklemler sayesinde birbirlerine bağlanabilir. Bu tarz, önermeleri biçimlendiren veya yeni bir önermeye bağlayan eklemlere *önerme eklemleri* diyoruz. Bununla birlikte biz yalnızca, doğruluk değeri nihai olarak önermelerin doğruluk değerine bağlı, yeni önermeleri oluşturan eklemleri inceleyeceğiz. Bunu ifade etmek için bu eklemlere doğruluk değeri eklemleri diyoruz.

2.15 *Doğruluk değeri eklemi* (*fonksiyonu*) $=_{Dk}$ *Ad olarak bir doğruluk değerine sahip olan ve buradan bir doğruluk değeri oluşturan eklem.*

Bir doğruluk değeri eklemi için basit bir örnek *değilleme eklemi* (*Negator*)dir. O doğrunun doğruluk değerini yanlışa ve yan-

lışınkini doğruya dönüştürür. Değillenen önermenin üstünün çizilmesi sayesinde yazılır.

2.16

p	$\bar{p}$
D	Y
Y	D

Değilleme'nin bir önerme eklemi olduğuna, yani önermenin tümüyle onun tarafından değillendiğine dikkat etmek gerekir. Örnek: Eğer "p" "Hamburg limanındaki su temiz ve berraktır" önermesini gösteriyorsa, "$\bar{p}$" "Hamburg limanındaki suyun temiz ve berrak olduğu doğru değildir" veya "Hamburg limanındaki su temiz ve berrak değildir"i gösterir.

"p" ye "Köln Kilisesi Almanya'daki en yüksek kilise kulesine sahiptir" karşılık geliyorsa, "$\bar{p}$" "Köln Kilisesi Almanya'daki en yüksek kilise kulesine sahip değildir" demektir. "p" "Hamburg Elbe'nin kenarındadır". - "$\bar{p}$" "Hamburg Elbe'nin kenarında değildir".

D ve Y nin yerine doğru ve yanlış ya da "*1*" ve "*0*" yazılır. Değilleme kimi zaman bir çizgi veya kuyruk sayesinde değillenen ifadeden önce gösterilir, yani "-p", veya "~p". "*non p*", "*değil p*" veya "*p quer*" söylenir.

Eğer değilleme iki defa art arda kullanılırsa ne olur?

2.17

p	$\bar{p}$	$(\bar{\bar{p}})$
D	Y	D
Y	D	Y

Böylece biz tekrar temel ifadeyi elde ederiz. Ve bu "p"nin tek tek nesneler için ne anlama geldiğinden, nasıl bir düşünceyi ifade ettiğinden tümüyle bağımsızdır.

Şimdi biz iki önermeyi "p" ve "q"yu inceleyelim. Her biri doğru ve yanlış diye 2 ihtimale sahip olduğu için dört doğruluk değeri kombinasyonu ortaya çıkar. Böylece biz birleşimin yalnızca, bileşenlerin her iki yerde doğru olduğunda doğru olmak zorunda olduğunu ve *tümel/birlikte-evetleme önermesi*ni meydana getirdiğini saptarız. Tümel-evetleme eklemi "$\wedge$" ile gösterilir.

2.21

$p \setminus q$	D	Y
D	D	Y
Y	Y	Y

Lineer yazıldığında şu meydana gelir:

2.22

p	q	$p \wedge q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	Y
Y	Y	Y

Tümel-evetleme eklemi iki haneli bir doğruluk eklemidir, çünkü o iki argümana sahiptir. Tek haneli eklemler *birli*, iki haneliler *ikili*dir. Lorenzen ikili doğruluk değeri eklemine *junktor* der. Üç haneli eklemler *üçlü* vb. diye adlandırılır.

Tümel-evetleme eklemi günlük dilde en iyi şekilde "ve" veya "her ikisi aynı anda" ile gösterilir. --Örnekler: "Her ikisi aynı anda: 17 asal bir sayıdır; 25 bir kare sayıdır". Bunun yerine: "17 bir asal sayıdır ve 25 bir kare sayıdır". Bu tümel-evetleme, her iki önerme doğru olduğundan *doğru*dur. "Kertenkele bir sürüngendir ve kurbağa bir memelidir." İkinci önerme yanlış olduğundan bu tümel-evetleme *yanlış* değerini alır. "1. Napolyon Elbe'de öldü ve oğlu Paris'te İmparator oldu". Bu tümel-evetleme her iki önerme yanlış olduğundan *yanlış* değerini alır. –"$p \wedge q$" yerine bazen "$p \cdot q$" veya "p & q" da yazılır. "p ve q" veya "p kon q" söylenir. "$\wedge$" Heyting'e kadar gider, eklem Scholz tarafından yaygınlaştırılmış ve Lorenzen tarafından da kullanılmıştır.

Şimdi, her iki önermeden en az biri doğru olduğunda tüm önermenin doğru olduğu durumu da gözlemleyebiliriz. Şu meydana gelir:

2.23

p	q	$p \vee q$
D	D	D
D	Y	D
Y	D	D
Y	Y	Y

Bu ikili doğruluk değeri izergesine *tikel evetleme önermesi* denir ve günlük dilde "veya" ile gösterilir. Bununla birlikte "veya"nın Almanca'da çok anlamlı olduğuna dikkat etmek gerekir. Tikel-evetleme durumunda "veya" her iki bileşenin doğru olabileceği, yani "ya da" anlamına gelir. Örnek: "Otomobiller kasnaklı veya itmeli frenlidir." Onlar her iki tür frene de sahip olabilirler, örneğin önler itmeli, arkalar kasnaklı frenli. Gerçi günümüz otomobilleri içerisinde kasnaklı ya da itmeli frene sahip olmayan bir tip yoktur.

Yukarıdaki ilk örnek tümel evetleme olarak yanlış, tikel-evetleme olarak doğrudur: "Kertenkele bir sürüngendir veya kurbağa memelidir." Buna karşın tikel evetleme olarak da şu yanlıştır: "1. Napolyon Elbe'de öldü ve oğlu Paris'te taç giydi."

Tikel-evetlemeyi oluşturan ekleme *tikel evetleme eklemi* denir. Genel olarak "$p \vee q$" şeklinde yazılır ve "p veya q" veya "p dis q" diye söylenir. "$\vee$" Latince "vel"den gelir. Tikel-evetlemeye bazen de *ayrıklık* (*seçeneklilik*) denir. Lorenzen *adjunktion* diyor. Tikel-evetleme klasik mantıktaki *alt-karşıt*a karşılık gelir.

Tüm önermenin bizim şemamızın yalnızca ikinci yerinde (hanesinde) yanlış, bütün diğer durumlarda doğru olduğu saptamasından yola çıkarsak, o zaman *koşul önermesi*ni elde ederiz:

2.24

p	q	$p \rightarrow q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	D
Y	Y	D

Bu izerge, ön-bileşen yanlış veya art-bileşen doğruysa daima doğrudur; ön-bileşen doğru ve aynı anda art-bileşen yanlışsa yanlış olur. Bu koşul ile biz daha önce çıkarsanabilirliğin açıklamasında karşılaşmıştık. Eğer mantıksal bir sonuçlandırma varsa, koşullamadan söz edilir. Böylece de *koşul önermesi*nden. Günlük dilde böylesi sonuçlar "eğer ise– o halde" ile ifade edilir. Gerçi burada bu "eğer ise, o halde"nin çok-anlamlılığına ve sıkça içeriksel olarak koşulluğuna, örneğin önermelerin nedensel veya sonuçsal

bağlantılarını anlamlandırabileceğine de dikkat etmek gerekir. Yeni başlayanlar için koşullu önermelerde karşılaşılan pek çok yanlış anlaşılmalardan ötürü; bir daha vurgulamak gerekir ki, o yalın bir doğruluk değeri izergesidir, yani nihai olarak tek tek yalın önermelerin ve oluşan tüm bileşik önermenin doğruluk değeri üzerine bir şey söylemektedir. O *yeterli koşul*un biçimsel yapısıdır. Bu nedenle açık olarak şu söylenebilir: "*daima, eğer p ise o halde q*". Örnekler: "Yağmur yağarsa, sokaklar ıslanır"; "29 asal bir sayıysa, helyum havadan hafiftir". Buna karşın şu koşullular yanlıştır: "Hamburg Elbe kıyısındaysa, Köln Weser kıyısındadır". "Sigara içmek kansere yol açıyorsa, 27 bir asal sayıdır."

Klasik mantığın *altı*kı koşul önermesi olarak ortaya konulabilir. Ön-bileşenleri yanlış olan koşul önermesi günlük dilde genelde anlamsız olarak görülür, gerçi karşı örnekler de mevcuttur: "Mart birası yağar ve kızartma sucuğu kesilirse, havanın böyle kalması için Tanrı'ya dua ederiz."

Bir yolcu Hamburg merkez istasyonundan Alpler ekspresi ile Kopenhag'a gitmek ister ve Hamburg-Harburg banliyösünde merkez istasyonuna gitmek için bekler. Alpler-ekspresi aniden görünür ve plan haricinde Harburg'da durur (belki vakit oldukça erken olduğundan). Yolcu, inip binmeden tasarruf edeceğini düşünerek trene biner ve tam o esnada kontrolör seslenir: "Durun, binemezsiniz, tren burada durmuyor!" Ancak yolcu pencereden, 4. sıraya karşılık gelen koşul önermesiyle seslenir: "Tren burada durmuyorsa, ben de binmiş olamam!"

Koşul önermesini oluşturan ekleme *koşul eklemi*, ön-bileşene *koşullayan/içeren/yüklenilen*, art-bileşene *koşullanan/içerilen/yüklenen* denir. "$p \rightarrow q$" diye yazılır ve: "p q'yu içeriyor" veya "p ok işareti q" denir. Peano-Russellcı yazım tarzında "$p \supset q$" şeklinde gösterilir. Lorenzen *Subjunktion* der ve "$p \leftarrow q$" diye yazar.

Megaralı Philon (M.Ö 2. Yüzyıl) daha o zamanlar koşul önermesini tanımlamış ve Skolastikler şöyle demişti: Yanlıştan ehven çıkar, doğru ise her şeyden (çıkar) (*ex falso sequitur quodlibet, verum sequitur ex quolibet*).

Tümüyle benzer bir izerge, eğer biz tüm önermenin yalnızca 3. durumda yanlış olması gerektiğini belirlersek, meydana gelir, yani:

2.25

p	q	$p \leftarrow q$
D	D	D
D	Y	D
Y	D	Y
Y	Y	D

Bu izerge *evrik-koşullu*dur *(Replikation)*. O yalnızca, ön-bileşen yanlış ve art-bileşen doğru olduğunda yanlıştır. Günlük dilde evrik koşul aynı şekilde "eğer ise" ile betimlenir. O *gerekli koşul*un biçimsel yapısına karşılık geldiğinden tam olarak "yalnızca (eğer) ise, o halde" denilebilir. Örnekler: "Hava güzelse, konser açık havada yapılacak." "Erkek ancak yaşı tutuyorsa evlenebilir". "Kimin en az iki kere hırsızlıktan ötürü kesinleşmiş yargısı varsa, üçüncü defa hırsızlığın tekrarından ötürü cezalandırılabilir."

Evrik koşul önermesinin eklemine *evrik-koşul eklemi* denir. "$p \leftarrow q$" diye yazılır ve "p evrik-koşulluyor q" veya "p ters ok q" denir. Lorenzen "*evrik Subjunktion*" der ve "$p \neg q$" diye yazar.

Son olarak şemamızın yalnızca 1. sırasının yanlış olduğu durumu göz önünde bulunduralım:

2.26

p	q	$p \,/\, q$
D	D	Y
D	Y	D
Y	D	D
Y	Y	D

Bu izergeye *bağdaşmazlık önermesi* denir. Yalnızca her iki önerme doğru olduğunda yanlış olur. Yani o, "en az iki önermeden birinin yanlış olduğunu" söyler. Günlük dilde bunun için sıkça "veya" da denir. Örnekler: "Şuradaki araba Opel veya Ford'tur." (O onlardan biri olamayabilir, tersine Mercedes olabilir.) Bağdaşmazlık önermesi eklemine *bağdaşmazlık eklemi* de-

nir. "p/q" diye yazılır ve "p bağdaşmaz q" veya "p çizgi/slaş q" denir. Yeri geldiğinde tikel-evetleme olarak da adlandırılır. Lorenzen bağdaşmazlık eklemi (Negatadjunktion) der ve "$p \gamma q$" diye yazar. Bağdaşmazlığa klasik mantıkta "*karşıt*" da denilir.

*Tüm önerme*nin 1. ve 4. satırlarda doğru olması gerektiğinin belirlenmesi, yeniden günlük dilde "eğer ise" ile betimlenen bir önerme izergesine vardırır:

2.27

p	q	$p \leftrightarrow q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	Y
Y	Y	D

Bu "eğer ise" aynı zamanda yeterli ve gerekli koşula karşılık gelir ve tam olarak "ancak ve ancak ... ise" olarak ifade edilebilir. Bu izerge, her iki önerme aynı doğruluk değerine sahip olduğunda doğru ve farklı doğruluk değerine sahip olduğunda yanlış olduğundan, *karşılıklı-koşullu*dur. Örnekler: "Kutsal Akşam Salı gününe geliyorsa, gelecek yılbaşının ilk günü Çarşambaya gelir." "Her iki diyagonal dörtgen aynı uzunluktaysa, kırıntı reçine içerisindeki en yüksek çıkıntıdır." "36 asal sayıysa, Hamburg Ren kıyısındadır." Buna karşın karşılıklı-koşul önermesi yanlış olur:

"New York ABD'nin başkentiyse, Paris Fransa'nın başkentidir". Bu örnek koşul, bağdaşmazlık veya tikel-evetleme olarak doğru, tümel-evetleme veya evrik-koşul olarak her halükarda yanlıştır.

Karşılıklı-koşul önermesinin eklemine *karşılıklı-koşul eklemi* denir. Karşılıklı-koşullu "$p \leftrightarrow q$" diye yazılır ve "p karşılıklı (koşullu) q" veya "p çift ok q" denir. "*Principia Mathematica*"da "$p \equiv q$" şeklinde yazılır. Lorenzen *ikili bağlaç* (*Bisubjunktion*) der ve "p—q" diye yazar. Hilbert Ackermann'da "$p \sim q$" şeklinde yazılır.

Karşılıklı-koşullunun karşıt bir durumu olarak, ana önermenin 2. ve 3. satırda doğru, diğer satırlarda yanlış olması gerekliliğini gözlemleyebiliriz:

2.28

p	q	$p \succ\!\prec q$
D	D	Y
D	Y	D
Y	D	D
Y	Y	Y

Bunu biz günlük dilde yeniden "veya" ile betimleyebiliriz, ama burada "ya - ya da" anlamında güçlü bir "veya" kastediliyor. *Bağdaşmaz seçeneklilik* diye adlandırılan bu önerme izergesi için örnekler: "Bir sayının rakamlarının toplamı dokuza bölünebilir veya bu sayı doğrudan 9'a bölünemez". "Her dörtgen en azından bir doğru açıya sahiptir, veya ters açılar birbirine eşittir". –Buna karşın *tekil*-evetleme olarak yanlış olur: "Su (deniz seviyesinde) 1 atmosfer basıncında 100°C'de kaynar veya oksijen azottan daha ağırdır." Tümel-evetleme, karşılıklı-koşul, tikel-evetleme, evrik-koşul olarak bu önerme doğrudur; buna karşın bağdaşmazlık olarak yanlış olur. Aynı şekilde *bağdaşmaz seçeneklilik* için de yanlıştır: "Mosel Elbe'nin yan koludur veya Nürnberg Bavyera'nın başkentidir." Bu önerme karşılıklı-koşullu, bağdaşmazlık, koşullu, evrik-koşullu için doğru –buna karşın tümel-evetleme veya tikel-evetleme için yanlış olur.

Bağdaşmaz seçeneklilik önermesi eklemine *bağdaşmaz seçeneklilik klemi* denir. "$p \succ\!\prec q$" diye yazılır ve "p karşıt koşullu q" diye söylenir. Lorenzen "*Bisubtraktion*" der ve "$p _\!_ q$" diye yazar. *Bağdaşmaz seçeneklilik* klasik mantığın *çelişik*'ine karşılık gelir.

Gördük ki, günlük dilde bazı ifadeler çok anlamlıdır, önerme eklemlerinin pek çoğuna karşılık gelebilirler. Diğer taraftan önerme eklemleri çok çeşitli şekilde konuşma dilinde betimlenebilir. Günlük dilde genelde bağlantıdan hareketle neyin kastedildiği yeteri ölçüde tam olarak bilinebilir. *Önermelerin ilişkisi*'nin mantıksal olarak sağın bir şekilde nasıl anlaşılması gerektiği tam olarak bilinememektedir. Buna karşın bilimsel araştırmalarda sıkça kesin ayrımlar söz konusudur. Aynı şekilde, metin çözümlemeleri ve yorumlar da, hangi mantıksal anlamların öncelikle esaslı olarak mümkün olduğunu bilmede faydalı olabilir. Örnek olarak Protestanlığın ilkesi verilebilir: "Kim inanır ve vaftiz olursa mut-

luluğa erişir." Buradaki "ve" kesin olarak tümel-evetleme anlamındadır, her iki öncülde verilmek zorundadır. Önerme bizzat koşul önermesidir: "Kim inanır ve vaftiz olursa, mutlu olacaktır." Her iki önerme doğru olursa, *tüm önerme* de geçerli olur. Şimdi hemen şu eklendiğinde: "Kim inanmazsa lanetlenir." "Kişi lanetlenecek"in "Kişi kurtuluşa erecek"le sıkı karşılıklı-gerektirme içinde olduğunu varsayalım, bu şekilde bu art-bileşen, her iki önerme yanlışsa tüm önermenin geçerli olması gerektiğini söyler.

Şimdi şu sorulabilir, önerme, bir kimse inanmış olsa da kurtuluşa eremez kabulü ile bağdaşabilir mi? Bu dolaysız bir şekilde bizzat önermeden hareketle belirlenemez, her şeyden önce örneğin vaftiz ekstra olarak talep ediliyor, yani biz her iki ihtimali açık bırakmak zorundayız. Üçüncü durum, yani bir kimsenin inanmadığı halde kurtuluşa ermesi, gerçi yalın metinden hareketle böyle bir neticeye varılamıyor ama formüldeki vurguya dayanılarak (ki bununla burada inanmayanlar cehennemle tehdit edilmektedir) doğrusu reddedilmek zorundadır.

2.31

	p	*q*	
1.	*D*	*D*	*D*
2.	*D*	*Y*	*D/Y*
3.	*Y*	*D*	*Y*
4.	*Y*	*Y*	*D*

Şimdi ikinci durumda net bir çözümün olmayışı ne anlama geliyor? Burada her iki olasılık arasında bir karara varmak için diğer yazıların yorumlarına bakılmalıdır. Bununla ilgili olarak İncillerde İsa'ya ait başka bir söze rastlanmaz. Şimdi Hıristiyan teolojisi İncil'de var olan Havarilerin Mektuplarının aynı değerde inanç kaynakları olduğundan hareket eder. Luther Roma Mektubu'ndaki, inanç bizim suçsuzluğumuzu kanıtlar ifadesini kendi İncil çevirisinde "yalnızca" sözcüğünün bilinen ilavesi sayesinde, inancın olduğu yerde haklılaştırma (Rechtfertigung) vardır şeklinde yorumlar. Ama bu ikinci satıra bir "Y" koymak anlamına gelir. Mantıksal olarak buradan önermenin karşılıklı-koşul olduğu sonucu çıkar: Tam olarak, kim inanırsa, kurtuluşa erer. Gerçi Katolik teolojisi Roma Mektubundaki yerin haklı ne-

denlere bağlı olarak bu şekilde yorumlanabileceğine itiraz etmez, ama Jakop'un Mektubu'nda bariz bir şekilde, iyi amel olmadan inancın ölü olduğuna işaret eder ve buradan inancın gerekli ama tek başına yeterli olmadığı sonucuna varır. Şimdi buna göre ikinci satıra bir "*D*" konulmak zorundadır ve böylece bir evrik-koşullu meydana gelir: "Yalnızca inanan kurtuluşa erer" (Gerçi inanç tek başına bunun için yeterli değildir.)

Burada Katolik öğretisi ile Protestan öğretisi arasındaki köklü dogmatik bir ayrımın iki önerme eklemi sayesinde açıklandığı görülüyor. Ancak doğaldır ki, bu burada mantığın belli ölçüde teolojinin yerini aldığı anlamına gelmez –mantık en fazla yorum ihtimallerini gösterebilir ve farkları açıklayabilir. Bir yerin gerçekten nasıl yorumlanabileceği farklı bir sorudur. Biz bunu bu durumda teologlara bırakmak zorundayız. Ve onlar genelde katı hermeneutik yazı tefsirini deneyip sonra da buna uygun inanç ilkelerini formüle etmezler –tersine tümüyle farlı yönden: Luther önce ona birden bire inancın köklü anlamını yakalattıran ünlü Kilise olayını kavradı –ve daha sonra kendi İncil tefsirini Roma Mektubu'na uygun olarak yorumladı, ardından Jakop'un Mektubu'nun kendi yorumuna ters düştüğünü açık olarak belirtip, onu değersiz kılan bir tarzda "hakiki bir saman mektubu" diye adlandırdı. Eğer Katolik bir dogmaya göz atılırsa, genelde zirvede kilise tarafından öğretilen bir dogma yer alır ve sonra da onu haklı çıkaracak yazılar takip eder.

Ancak şimdi yalnızca teolojinin bu tarz hareket ettiği sanılmasın: Bizzat matematikçi takriben iki veya üç öğretiyi ele alıp, buradan mantıki olarak ne çıkarımlanabilir diye denemez, tersine o ilkin erişmek istediği şeyden sezgisel bir fikre sahiptir ve sonra da, ilkin kabul edilen önermeyi kesin bir şekilde kanıtlamaya çalışır.

Yorumlama soruları hukukta da önemli bir rol oynar. Hukukçular yalnızca olguları yasalara uyarlamak zorunda değiller (doğrusu bu mantıki bir yöntem olurdu), tersine sıkça kötü formüle edilen yasaları öyle kullanır ve yorumlarlar ki, kullanılabilir (uygulamalı) hukuk buradan oluşabilsin. Ama çoğu yasa yapısal açıdan "eğer ise - o halde" önerme yapısındadır. Böylece ilk

soru şu olur: Koşullu, evrik-koşullu veya karşılıklı-koşullu –başka bir deyişle, yeterli, gerekli veya hem yeterli hem de gerekli bir koşul söz konusu mu?

Örnekler: 14 yaşını dolduran kimse (q), cezayı ehliyete sahiptir (p).

Doğruluk değeri analizi:

1. Durum: Bir kimsenin 14 yaşında olduğu doğrudur ve onun bir suçtan ötürü cezalandırılabileceği doğrudur. O zaman önermemiz doğrudur.

2. Durum: Bir kimsenin 14 yaşında olduğu doğrudur ve onun bir suçtan ötürü cezalandırılabileceği yanlıştır. Bu durum, eğer sanık ruh sağlığı bozuksa doğru olabilir.

3. Durum: Bir kimsenin henüz 14 yaşında olduğu, onun bir suçtan ötürü cezalandırılabileceği yanlıştır. Bu durum ceza yasaları açısından belirgin bir şekilde çelişki oluşturur, yani önermemiz bu durmda yanlıştır.

4. Durum: Bir kimsenin henüz 14 yaşında olduğu yanlıştır, ve onun bir suçtan ötürü cezalandırılması yanlıştır. Bu durum STGB (ceza) yasalarına tam olarak karşılık gelmektedir, yani doğrudur.

2.32

	p	q	Önerme
1. Durum	D	D	D
2. Durum	D	Y	D
3. Durum	Y	D	Y
4. Durum	Y	Y	D

Böylece önerme evrik-koşullunun doğruluk değeri çizelgesine sahiptir. Başka bir ifadeyle: Burada 14 yaşında olmak bir kimsenin cezalandırılabilmesi için gerekli koşuldur. "Kim kağıt paraları taklit eder veya sahtesini üretir veya taklit veya sahte üretimi tedarik eder ya da pazarlarsa iki yıldan az olmamak koşuluyla cezalandırılır." Doğruluk değeri analizi: "Kim ... pazarlarsa" önermesi p, "iki yıldan ... cezalandırılır" önermesi q olsun.

1. Durum: *p* doğru, *q* doğru olduğunda: o zaman tüm önerme de doğru olur.

2. Durum: *p* doğru, *q* yanlış olduğunda: bu, sahte paralar hapisle cezalandırılmalıdır yasasıyla çelişir, yani yanlış olur.

3. Durum: *p* yanlış, *q* doğru olduğunda: bu tümüyle mümkündür, çünkü bir kimse örneğin adam öldürmeden ötürü hapisle cezalandırılabilir, yani burada tüm önerme doğrudur.

4. Durum: *p* yanlış, *q* yanlış olduğunda: bu ilkin ancak bir kimse kalpazan olmaz ve hapisle cezalandırılmazsa mümkündür, yani önerme bu durumda doğrudur.

2.33

	p	*q*	Tüm önerme
1. Durum	*D*	*D*	*D*
2. Durum	*D*	*Y*	*Y*
3. Durum	*Y*	*D*	*D*
4. Durum	*Y*	*Y*	*D*

Tüm önerme böylece koşul önermesinin doğruluk değeri çizelgesine sahiptir. Dolayısıyla kalpazanlık hapis ile cezalandırılma için yeterli koşuldur.

"Kim bir başkasının malını kanuna aykırı bir şekilde elde ederse, hırsızlıktan ötürü cezalandırılır". İlk önerme *p*, son önerme *q* olsun,

Doğruluk değeri analizi:

1. Durum: *p* doğru, *q* doğru olduğunda: O zaman önerme doğrudur.

2. Durum: *p* doğru, *q* yanlış olduğunda: Bu durum hırsızlık maddesi ile çelişki oluşturur, dolayısıyla yanlıştır.

3. Durum: *p* yanlış, *q* doğru olduğunda: Bu durum da bizim önermemizle bağdaşmamaktadır, dolayısıyla yanlıştır.

4. Durum: p yanlış, q yanlış olduğunda: Bu tümüyle mümkündür, dolayısıyla önerme bu durumda doğrudur.

2.34

	p	q	Önerme
1. Durum	D	D	D
2. Durum	D	Y	Y
3. Durum	Y	D	Y
4. Durum	Y	Y	D

Karşılıklı-koşul önermesinin çizelgesi meydana gelir. İlk önermede kanıtlanan olgu böylece hırsızlık cezasının yeterli ve gerekli koşuludur.

Ödevler: Aşağıdaki önermeler doğruluk değeri analizi sayesinde kontrol edilmektedir. Çözüm parentez içinde veriliyor.

Hava -180^{0}C'de soğursa, sıvılaşır. ($\rightarrow$)

Üçgen iki eşit açıya sahipse, iki eşit kenara da sahiptir. ($\leftrightarrow$)

Trafik lambası kırmızıyı gösteriyorsa, durmak gerekir. ($\rightarrow$)

Dünyanın gölgesi ay üzerine düşerse, bir ay tutulmasını gözlemleriz. ($\leftarrow$)

Çiçek koparmak yasaktır, ve çimlere basmak yasaktır. ($\vee$)

Trajedinin adı Kabale ve Liebe veya Luise Miller'in idi. ($\leftrightarrow$)

Hans evli değilse, Grete ile evlenebilir. ($\leftarrow$)

(§ 53) Bir eylem meşru müdafanın sonucuysa, cezai bir eylem mevcut değildir. ($\rightarrow$)

Hamburglu bir senatör erkek soyludur, veya o kadın soyludur. ($\succ\prec$)

Alıntı Schiller'den, veya Don Carlos oyunundandır. ($\leftarrow$)

Bu adam Katolik'tir veya Müslüman'dır. (/)

Doğruluk değeri çizelgesinin bir diğer anlamı, onun elektronik olarak programlanmış hesap otomatlarına uyarlanmasına dayanmaktadır.

Bu hesap otomatları ve veri işleme makineleri artan oranda dual sistemde çalışmaktadır, b.d., tüm sayılar, harfler, işaretler ve komutlar temel işaretlerin yalnızca iki türünü içeren (mors alfabesindeki nokta ve çizgi benzeri), yani "0" "1" işaret grupları sayesinde temsil ediliyorlar. Doğruluk değeri "D" "1" işaretine, ve doğruluk değeri "Y" "0" işaretine göre düzenlenirse, o zaman "p" "q" deki çarpım değeri gibi tümel-evetleme de aynı çizelgeyi meydana getirir.

2.35

p	q	$p \wedge q$	Çarpım
1	1	1	1 x 1 = 1
1	0	0	1 x 0 = 0
0	1	0	0 x 1 = 0
0	0	0	0 x 0 = 0

Bu nedenle tümel-evetleme "*mantıksal çarpım*" olarak da adlandırılır.

2.36

p	q	$p \vee q$	Toplam
1	1	1	1 + 1 = 1
1	0	1	1 + 0 = 1
0	1	1	0 + 1 = 1
0	0	0	0 + 0 = 0

Tikel-evetleme buna karşın 1 + 1 = 1 uygunluğunun belirlenmesi koşuluna bağlı olarak, toplamda olduğu gibi, "p" ve "q" değerlerinin aynı çizelgesini meydana getirir. Bu yüzden tikel-evetlemeye "*mantıksal toplam*" da denilir. Normal olarak toplam dual sisteme uyarlanırsa, o zaman "1 + 1 = 10" elde edilir; şimdi iki haneli sayıların tümünü elde etmek için "1" yerine "01" de yazılabilir. Böylece toplam tablosu oluşturulur:

2.37

$$1 + 1 = \hat{1}\,\check{0}$$

$$1 + 0 = 0\ 1$$

$$0 + 1 = 0\ 1$$

$$0 + 0 = 0\ 0$$

Bu şekilde, sonucun ilk sütunu tümel-evetleme çizelgesini, ikinci sütunu tekil-evetleme çizelgesini meydana getirir. Bu, toplama ve çarpma işlemlerinin tümel-evetleme ve tekil-evetleme yardımıyla, aritmetik olanın mantıksal işlem sayesinde ortaya konulduğu bir hesap otamatına uygulanabilir demektir.

Doğruluk değeri çizelgesinin bir diğer kullanımı doğruluk değeri gelişimi sayesinde önerme bağlantılarının gözden geçirilmesidir.

Ayrıca burada tek tek önermeler yerine öncelikle önerme değişkenleri koyulacak şekilde hareket ediliyor. Önerme eklemleri doğruluk değerlerinin mümkün kombinasyonlarının sırasına göre düzenlenir, önermeleri bağlayan edatlar onlara karşılık gelen doğruluk değeri eklemlerine ve daha sonra doğruluk değeri eklemleri çizelgesine göre düzenlenerek, tüm eklemlerin "kullanımına" değin ifade geliştirilir. Bu şekilde elde edilen çizelge tüm satırlarda "*D*" değerini kazanırsa, buna karşılık gelen önerme bağıntısı daima doğru, b.d. geçerlidir, mantıksal bir yasadır. Tüm hanelerde "*Y*" olduğunda, önerme bağıntısı daima yanlıştır, b.d. çelişiktir. Her iki değer çizelgede mevcutsa, o zaman önerme bağıntısı bazen doğrudur, b.d. *tutarlı*dır, gerçi tek tek önermelerin sonuç çizelgesinde tümüyle "*D*" lerden meydana gelen bir doğruluk değerine sahip olmaları koşuluyla.

Doğruluk değeri gelişimi yöntemini bir örnekle aydınlatmak gerekirse: "Bu sayının çift sayı ve rakamlarının toplamının 3'e bölünebildiği doğruysa, o zaman bu sayı çift sayıysa rakamlarının toplamının 3'e bölünebildiği doğrudur." Bundan şu formül çıkar:

2.41 $(p \wedge q) \rightarrow (p \rightarrow q)$

Her iki değişken p ve q'nun doğruluk değerinin *DD*, *DY*, *YD*, *YY* şeklinde dört kombinasyonu olabilir.

1. İlk kombinasyon için şu meydana gelir: $(D \wedge D) \rightarrow (D \rightarrow D)$ buradan tümel-evetlemenin gelişimi ile sonunda:

$D \rightarrow D$ bu koşul önermesi çizelgesine göre şunu meydana getirir:

D

2. Kombinasyon şunu meydana getirir:

$$(D \wedge Y) \rightarrow (D \rightarrow Y)$$
$$Y \rightarrow Y$$
$$D$$

3. Kombinasyon şunu meydana getirir:

$$(Y \wedge D) \rightarrow (Y \rightarrow D)$$
$$Y \rightarrow D$$
$$D$$

4. Kombinasyon şunu meydana getirir:

$$(Y \wedge Y) \rightarrow (Y \rightarrow Y)$$
$$Y \rightarrow D$$
$$D$$

4 durumun tümünde "*D*" sonucu meydana gelir, yani önerme geçerlidir: Tümel-evetlemeden böylece koşul önermesi ortaya çıkar. Her eklemin altına meydana çıkan değer yazılırsa yöntem bir şemada gösterilebilir:

2.42

$(p \wedge q)$	$\rightarrow$	$(p \rightarrow q)$
D D D	*D*	*D D D*
D Y Y	*D*	*D Y Y*
Y Y D	*D*	*Y D D*
Y Y Y	*D*	*Y D Y*

Burada çizelge en son geliştirilen ekleme (sonuç çizelgesi) bağlı olarak sonucu gösterir.

Bu yöntemle aşağıdaki önermeden neyin çıkarımlandığı denetlenir: "Yağmur yağarsa, sokaklar ıslanır."

1. "Yağmur yağmamışsa, sokaklar ıslak değildir".

2. "Sokaklar ıslaksa, yağmur yağmıştır".

3. "Sokaklar ıslak değilse, yağmur yağmamıştır".

1.nin doğruluk değeri gelişimi:

2.43

$(p \rightarrow q)$	$\rightarrow$	$(\text{-}p \rightarrow \text{-}q)$
D D D	*D*	*YD D YD*
D Y Y	*D*	*YD D DY*
Y D D	*Y*	*DY Y YD*
Y D Y	*D*	*DY D DY*

Bu sonuç, 3. satırda "Y" olduğundan geçerli değildir.

2.nin doğruluk değeri gelişimi:

2.44

$(p \rightarrow q)$	$\rightarrow$	$(q \rightarrow p)$
D D D	*D*	*D D D*

D Y Y	*D*	*Y D D*
Y D D	*Y*	*D Y Y*
Y D Y	*D*	*Y D Y*

Bu durumda geçerli değildir.

3.nün doğruluk değeri gelişimi:

2.45

$(p \rightarrow q)$	$\rightarrow$	$(-q \rightarrow -p)$
D D D	*D*	*YD D YD*
D Y Y	*D*	*DY Y YD*
Y D D	*D*	*YD D DY*
Y D Y	*D*	*DY D DY*

Bu durum ise geçerlidir. Böylece bir koşul önermesi devrik yapılabilir (b.d her iki bileşen değiş-tokuş yapılabilir ve aynı zamanda her ikisi *kendilerini* değilleyebilir). Buna karşın koşullunun *çevriği* (Durum 1: üyelerin her birinin değillenmesi) ve *evriği* (Durum 2: Her iki bileşenin değiş-tokuşu) geçerli değildir.

Üç farklı değişken, böylece 8 doğruluk değeri kombinasyonu "*DDD*", "*DDY*", "*DYD*", "*DYY*", "*YDD*", "*YDY*", "*YYD*", "*YYY*" aşağıdaki örneği içermektedir:

"Sanık eylem anında Roma'daysa ("*p*"), eylemi yapmamıştır ("*q*") ve "O eylemi yapmamışsa ("*q*"), tanık yalan yere yemin etmiştir ("*r*")": "Sanık eylem anında Roma'da değilse (" $\overline{p}$ "), tanık yalan yere yemin etmemiştir (" $\overline{r}$ ").

2.46

	$((p \rightarrow q)$	$\wedge$	$(q \rightarrow r))$	$\rightarrow$	$(-p$	$\rightarrow$	-r)
1.	*D D D*	*D*	*D D D*	*D*	*YD*	*D*	*YD*
2.	*D D D*	*Y*	*D Y Y*	*D*	*YD*	*D*	*DY*
3.	*D Y Y*	*Y*	*Y D D*	*D*	*YD*	*D*	*YD*
4.	*D Y Y*	*Y*	*Y D Y*	*D*	*YD*	*D*	*DY*
5.	*Y D D*	*D*	*D D D*	*Y*	*DY*	*Y*	*YD*
6.	*Y D D*	*Y*	*D Y Y*	*D*	*DY*	*Y*	*YD*
7.	*Y D Y*	*D*	*Y D D*	*Y*	*DY*	*Y*	*YD*
8.	*Y D Y*	*D*	*Y D Y*	*D*	*DY*	*D*	*DY*

Sonuç yanlıştır, çünkü 5. ve 7. satırda bir *Y* vardır (Burada altı çizili).

Çeşitli, eşbiçimli olmayan değişkenlerin sayısı *n* ise, o zaman doğruluk değerlerinin her biri için 2^n kombinasyonu söz konusu olur; yani 1'de 2, 2'de 4, 3'de 8, 4'de 16 kombinasyon vb. vardır. Her bir kombinasyon formül sayesinde hesap edilir. Bununla birlikte amaca uygun bir yöntem şöyle uygulanır: Kombinasyon değerleri değişkenlerin altına yazılır ve buradan her bir eklemin değeri hesap edilir ve eklemin altına yazılır ve sonra da gerekli olmayan ad değerlerinin her defasında altı çizilir.

Bir değişken, değillemeli bir değişken veya bir eklem ile birleştirilen iki değişken temel önerme diye de adlandırılır. Böylesi temel önermeler yeniden eklemlerle birleştirilebilir vb. Erişilen son eklem, eğer bir formülün yapısı temel ifadelerden hareketle gözlemlenirse, yani belirgin bir şekilde içten doğru başlamışsa, *ana eklem* adını alır. Doğruluk değeri gelişimi yönteminde ana eklem tüm durumlarda "*D*" değerine sahipse, buna karşılık gelen önerme *mantıksal* bir *yasa* veya *teorem*dir. Frege'ye göre, bu tarz daima doğru önermeler, ileri sürülen *iddia (tez)* işareti " $\vdash$" (türetilebilme imi) ile gösterilir, yani örneğin $\vdash((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\overline{q} \rightarrow \overline{p}))$.

Parantezleri azaltmak için $\wedge$, $\vee$'den daha sıkı bağladığı, bunun tekrar /'den daha sıkı bağladığı saptanır, bunları $\rightarrow$, $\leftarrow$, $\leftrightarrow$, $\succ\prec$ takip eder. Buna yaklaşık olarak toplama "+" işaretinden daha sıkı bağlayan çarpım işaretinin "." cebir yöntemi karşılık gelir. Böylece önceki örnekte $\vdash(p \rightarrow q \leftrightarrow \overline{q} \rightarrow \overline{p})$ yazmak yeterlidir. Formülleri açık bir şekilde ortaya koymak veya parantezleri, özellikle köşeli ve eğri vb. değişik düzenleri azaltmak için, işaretlerin yanında noktalara yer verilir. İddia işareti buna göre $\succ\prec$'e göre daha üstte yer almalıdır. O zaman, her işaret n noktalarıyla onun etkisini eşbiçimsel olana veya n + 1 noktalarıyla alttaki bir işarete veya n noktalarıyla üstteki işarete değin genişletir.

Yukarıdaki örneklerin ikincisi şöyle yazılır:

$p \rightarrow q \cdot \wedge \cdot q \rightarrow r \cdot \rightarrow \cdot \overline{p} \rightarrow \overline{r}$

Doğruluk değeri gelişimi yöntemimiz sayesinde bir dizi temel yasayı geçerli olarak kanıtlayabiliriz:

2.51 $\vdash p \leftrightarrow p$

Bu önermeler mantığının *özdeşlik ilkesi*dir. Bu ara sıra zayıf bir biçim dahilinde de kullanılır.

2.52 $\vdash p \rightarrow p$

2.53 $\vdash \overline{\overline{p}} \leftrightarrow p$ Çifte diğilleme yasası

2.54 $\vdash \overline{\overline{\overline{p}}} \leftrightarrow \overline{p}$ Üçlü değilleme yasası

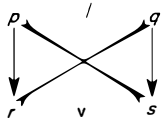
2.55 $\vdash \overline{p \wedge \overline{p}}$ Çelişmezlik ilkesi

2.56 $\vdash p \,/\, \overline{p}$ Çelişmezlik ilkesi

2.57 $\vdash p \succ\!\prec \overline{p}$ Üçüncü şıkkın olmazlığı ilkesi. Zayıf bir şekilde:

2.58 $\vdash p \vee \overline{p}$

Çelişki veya karşıtların çeşitli türleri birbirlerine karşı belirli bir ilişki içinde bulunurlar ki, bu mantıksal kare diye adlandırılır:



Bağdaşmazlık "$p \,/\, q$"ya üst karşıt, tikel-evetleme "$r \vee s$"ye alt karşıt, karşılıklı gerektirme "$p \succ\!\prec s$" ve "$r \succ\!\prec q$"ye çelişik denir.

Koşullu "$p \rightarrow r$" altık, evrik-koşul "$s \leftarrow q$" *super* altık demektir.

Bu mantıksal kareyi denetlemek için, örneğin şunlar yerleştirilebilir: "p" için: "$p \wedge q$", "q" için: "$\overline{p} \wedge \overline{q}$", "$r$" için: "$p \vee q$", "$s$" için: "$p \,/\, q$". Ama "$p$", "$q$", "$r$", "$s$" için "$p \leftrightarrow q$", "$p \wedge \overline{q}$", "$p \rightarrow q$", "$p \succ\!\prec q$"nun yerleştirilmesi de örneğin mantıksal kareyi meydana getirir.

Görmüş olduğumuz gibi, önerme bağıntılarını geçerliliklerinden hareketle denetleyebiliriz, yani onları 1 ile formülleştirerek, b.d. aynı önermelerin yerine eşbiçimsel değişkenleri yerleştirerek ve edatlara karşılık gelen önerme eklemlerini vererek, ve da-

ha sonra 2. doğruluk değeri gelişimi sayesinde, formülün geçerli olup olmadığını (b.d. ana eklemin daima "*D*" değerini alıp almadığını) denetleyerek. Böylesi sürekli doğru bir formüle *mantıksal özdeşlik* veya *totoloji* de diyoruz. Ana eklem daima "*Y*" değerini alırsa, buna karşılık gelen önerme her durumda yanlış olur, b.d. *mantıksal* bir *çelişki* içerir. Bu tür sürekli yanlış bir formüle de *çelişki* (*kontradiktion*) veya *antiloji* diyoruz. En az bir "*D*" değerine sahip olduğumuzda formülün *tutarlı* veya *doğrulanabilir* olduğunu söylüyoruz. Satırlarında "*D*" bulunan doğruluk değeri kombinasyonu, hangi koşullar altında formülün tutarlı olduğunu bildirir. En az bir "*Y*"ye sahip olduğunda, formülün *çürütülebilir* (*geçersiz)* olduğunu söylüyoruz. Satırlarında "*Y*" bulunan doğruluk değeri kombinasyonu, yeniden hangi koşullar altında formülün çürütülebilir olduğunu belirtir.

"*P* mantıksal bir yasadır", "*p* bir çelişkidir", "*p* tutarlıdır", "*p* çürütülebilirdir" önermeleri tekrar mantıksal bir kareyi oluşturur. Buradan örneğin, ""*p*" mantıksal bir yasaysa, "*p*" tutarlıdır da". Bir önerme aynı zamanda tutarlı ve çürütülebilir olabilir. Bir önerme ya tutarlı ya da çelişiktir vb.

Her defasında doğruluk değeri gelişiminin karmaşık yöntemini kullanmak zorunda kalmamak için, ilk ve son kez birkaç mantıksal kuralı hatırlatmak faydalı olacaktır. Mantıksal sonuçlandırma için gerekli formüllerin ayrıntılı bir serimi Bochenski$_M$ §§ 5 ve 6'da bulunmaktadır. Bunların en önemlilerinden bir bölümü burada ortaya konuluyor.

2.6 *Tümel/birlikte-evetleme yasaları*

2.61 $\vdash p \wedge q \leftrightarrow q \wedge p$ Tümel-evetleme *bakışımlı*dır veya *yer değiştirici*dir (*kommutativ)* ya da *dönüştürülebilir*dir (çarpım ve toplamda olduğu gibi)

2.62 $\vdash p \wedge q \cdot \wedge r \cdot \leftrightarrow \cdot p \wedge \cdot q \wedge r$ Bu *ortaklaştırıcı*dır (aynen çarpım ve toplamda olduğu gibi)

2.63 $\vdash p \wedge p \leftrightarrow p$ Tümel evetlemenin denkgüçlülüğü

2.64 $\vdash p \wedge q \leftrightarrow \overline{p \,/\, q}$ Tümel evetlemenin indirgenmesi

2.65 $\vdash \overline{p \wedge q} \leftrightarrow \overline{p} \vee \overline{q}$ *De Morgan yasası*

2.661 $\vdash p \wedge q \rightarrow p \vee q$ Tümel-evetleme tikel-evetlemeden "*daha güçlü*"dür

2.662 $\vdash p \wedge q \rightarrow \cdot\, p \rightarrow q$ Tümel-evetleme koşulludan daha güçlüdür

2.663 $\vdash p \wedge q \rightarrow \cdot\, p \leftarrow q$ Tümel-evetleme evrik-koşulludan daha güçlüdür

2.664 $\vdash p \wedge q \rightarrow \cdot\, p \leftrightarrow q$ Tümel-evetleme karşılıklı-koşullu dan daha güçlüdür

2.67 $\vdash p \wedge q \cdot \wedge \cdot q \wedge r \cdot \rightarrow p \wedge r$ Tümel evetlemenin *geçişliliği*

2.68 $\vdash p \wedge \cdot\, q \vee r \cdot \leftrightarrow \cdot\, p \wedge q \vee p \wedge r$ Tikel evetlemeye ilişkin *dağıtıcılık*

2.69 $\vdash p \wedge q \rightarrow p$ Petrus Hispanus yasası

Şimdi bu mantık yasaları ne işe yarıyor? Örneğin "p" "169 sayısı bir kare sayıdır" önermesini gösterdiğini varsayalım ve "q" da "169 sayısı 3'e bölünebilir"i göstersin. 2.65 kuralına göre: "169 sayısının kare sayısı olduğu *ve* 169 sayısının 3'e bölünebilirliğinin doğru olmaması, tam olarak, eğer 169 sayısı kare sayısı olmaz *veya* 169 sayısı üçe bölünmezse geçerlidir." De Morgan olarak tanınan bu kural (diğeri Petrus Hispanus olarak tanınmıştı, aynı şekilde geçen yüzyılda "keşfedilen" önermeler mantığının tüm kuralları hemen hemen daha Skolastikte biliniyordu) iki önermeli tümel-evetlemenin değillemesi her biri kendi içinde değillenen önermelerin tikel-evetlemesi ile eşdeğerdir diyor.

2.65 Yasası bir kuralın formüllerinin dönüştürülüp elde edilmesi için kullanılabilir, yani:

2.65' Ancak ve ancak $\overline{p \wedge q}$ *ise*, o halde $\overline{p} \vee \overline{q}$.

2.51-58 ve 2.61-69'un genel *yasaları* ortaya koyarken, b.d. doğruluk değerinin önerme değişkenleri için her bir yerleştirmede doğru önerme meydana getiren ifadeler, örneğin 2.65 benzeri bir *kural* verir: Nasıl ben geçerli bir ifadeyi başka bir ifade içinde de geçerli kalabilecek şekilde dönüştürebilirim? Şimdi her bir yasa için ona karşılık gelen bir kural oluşturabilir ve tersinden her kural için ona karşılık gelen bir yasa oluşturabilir. Yasalar *olanı* söyler; buna karşın kurallar neyin *yapılması* gerektiğini veya ne-

ye izin verildiğini söyleyen *eylem direktifleri*dir. Yasaların toplamı olarak ortaya konulan bir mantık sistemine *önerme(ler) mantığı* denir; kuralların toplamı olarak inşa edilen mantık sistemine *kural(lar) mantığı* denir. Bir kural, kalkül işaretleri yanında, kalkül işaretleri *üzerine* bir şeylerin söylendiği ifadeleri içerir, aynen Latince sözcükler üzerine Almanca sözcüklerle bir şeylerin söylendiği, Latin dilinin kurallarının formüle edildiği Almanca gramerinde olduğu gibi. Kendileri hakkında konuşulan ifadeler (kalkül ifadeleri veya bizim örneğimizde Latince) *nesnel dil/sözedilen dil*dir; nesnel dil üzerine *ikinci düzeyden sözeden dil* aracılığıyla konuşulur (bizim kurallarımızda konuşma dili veya gramer örneğindeki Almanca dili).

Mantıkta sözedilen-dil kalküldür, onun kuralları (üst-dilde) formüle edilir, b.d. onun üzerine ikinci düzeyden sözeden dilde konuşulur. Bu üst-dil konuşulan dilde formüle edilebilir –doğal olarak o aynı şekilde kalkülize edilebilir. Bunun için her şeyden önce ikinci düzeyden sözeden dildeki kurallara gereksinim duyulur; onun kalkülize edilmesi için üst-üst dile (Meta-Metasprache) vb. gereksinim vardır. Nihai olarak böylece daima konuşulan dilin restine (arta kalanına) gereksinim duyulur, b.d. sade bir anlayışa uyarlanması gereken, kalkülize edilmemiş bir rest kalır. Bu şu probleme yol açar: Nasıl mantık, şimdilerde sahip olduğu gibi, kesin sonuçlara sahip bir mantık olmadan, kesin bir şekilde inşa edilebilir? Şimdi bunun nasıl başarılacağı burada ayrıntılı olarak ortaya konulamaz –eğer bu başarılacaksa paradoksal yöntem sayesinde mümkün görünüyor ki, kirli bir suda kirli bir bez ile kirli tabaklar temizlenebilsin.

2.61 yasasından şu kural türetilebilir:

2.61′ Eğer $\vdash p \wedge q$ ise, o halde $\vdash q \wedge p$ ve tersi.

B.d. ben tümel-evetlemenin bileşenlerini birbiriyle değiş-tokuş edersem tümel-evetleme geçerli kalır.

2.62'den buna benzer bir kural elde edilebilir:

2.62′ Eğer $\vdash p \wedge q \cdot \wedge r$ ise, o halde $\vdash p \cdot \wedge q \wedge r$ ve tersi.

Bu demektir ki, bir tümel-evetlemede tümel-evetlemenin ilk bileşeni tekrar bir tümel-evetlemeden oluşuyorsa, o zaman bu,

sonraki tümel-evetlemenin 2. bileşeninden ve önceki tümel-evetlemenin 2. bileşeninden oluşturduğum bir tümel-evetleme ve bu şekilde meydana gelen tümel-evetlemeden yeniden sonraki tümel-evetlemenin 1. bileşeniyle birlikte oluşturduğum tümel-evetlemeyle eşdeğer olur. Bu kuralın dilsel hantallığı ve zor kavranırlığı tekrar, nasıl biçimsel işaretlerin kullanımı sayesinde yalnızca ifadelerin nasıl kısaltıldığını değil, aynı zamanda anlayışın esaslı bir şekilde aydınlatabildiğini de göstermektedir. Buna ilave olarak 2.62' den, yalnızca tümel-evetleme eklemleri ve (muhtemelen değillenen) önerme değişkenlerinin var olduğu bir ifadede noktaların zorunlu olmadığı sonucuna varılabilir.

2.62" $p \wedge q \cdot \wedge r$ ile $p \wedge q \wedge r$ eşdeğerdir ve böylece $p \cdot \wedge q \wedge r$ ile de eşdeğerdir.

2.63'den, şu kural oluşturulabilir: İki biçimdeş üyeli bir tümel-evetleme yerine bu üyelerden yalnızca biri yazılabilir ve tersinden bir önerme yerine bu biçimdeş önermelerin ikisinden meydana gelen bir tümel-evetleme koyulabilir.

2.661-67 devrik yapılamayan kuralları verir:

2.661' Eğer $\vdash p \wedge q$ ise, o halde $\vdash p \vee q$.

B.d. iki önermeden oluşan bir tümel-evetleme geçerli olduğunda, bu iki önermenin tikel-evetlemesi de geçerlidir –ama tersi değil! Örnek: "Bu otomobil önden çekişlidir ve kasnaklı freni vardır." geçerliyse, "Bu otomobil önden çekişlidir veya kasnaklı freni vardır." da geçerlidir. Buna karşın tersi daima geçerli değildir.

Tikel-evetleme adeta tümel-evetlemenin zayıf bir şekli olarak meydana gelir –bu belli ölçüde daha güçlüdür. Tikel-evetleme her durumda koşulludan veya evrik koşulludan ya da karşılıklı-koşulludan daha güçlüdür. (2.662—64).

2.68 yasası, cebirdeki karşılığını göz önüne alırsak, belki daha kolay anlaşılır, o tümel-evetlemeye karşılık çarpım, tikel-evetlemeye karşılık toplam, karşılıklı-koşulluya karşılık eşdeğerlik işaretini verdiğimizde meydana gelir:

2.68'' $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

Cebirde olduğu gibi önermeler kalkülünde de parantezler "çarpım dışına çıkarılabilir".

2.7 *Tikel-evetleme/ayrıklık yasaları*

2.71	$\vdash p \vee q \leftrightarrow q \vee p$	Tikel-evetleme *bakışımlı*dır (krş. 2.61)
2.72	$\vdash p \vee q \cdot \vee r \leftrightarrow p \vee \cdot q \vee r$	Tikel-evetleme *ortaklaştırıcı*dır (krş. 2.62)
2.73	$\vdash p \vee p \leftrightarrow p$	Tikel-evetleme *denkgüçlü*dür (krş. 2.63)
2.74	$\vdash p \vee q \leftrightarrow \overline{p} / \overline{q}$	*Tikel-evetlemenin indirgenmesi*
2.75	$\vdash \overline{p \vee q} \leftrightarrow \overline{p} \wedge \overline{q}$	*De Morgan yasası* (krş. 2.65)
2.76	$\vdash p \vee q \leftrightarrow \overline{p} \wedge q$	*Tikel evetlemenin koşulluya dönüştürülmesi*
2.77	$\vdash p \vee q \rightarrow \cdot \overline{q} \cdot \rightarrow p$	*Değilleme yoluyla evetleme (modus tollendo ponens)*
2.78	$\vdash p \vee q \wedge r \leftrightarrow p \vee q \cdot \wedge \cdot p \vee r$	*Tümel-evetlemeye ilişkin dağıtıcılık*
2.79	$\vdash p \rightarrow p \vee q$	*Tikel-evetleme genişlemesi*

Tikel-evetleme tümel-evetlemeyle birlikte birkaç özelliği paylaşır (2.61-3, 2.65). 2.78'den 2.68'in cebirsel karşılığı elde edilebilir, eğer bundan böyle tikel-evetleme eklemini çarpma eklemi "·" ve tümel-evetleme eklemini toplama eklemi "+" olarak gösterirsek.

Buna karşın tikel-evetleme için aşağıdaki kural karakteristiktir:

2.76' Eğer $\vdash p \vee q$ ise, o halde $\vdash \overline{p} \rightarrow q$ ve tersi.

Bu kural örneğin: "Radyoların dalgaları vardır, veya transistorları vardır" önermesinin, eşdeğer bir şekilde: "Radyonun dalgası yoksa, transistoru vardır" içinde dönüştürülebileceğini ve tersini söyler.

Sıkça gündelik düşüncelerde az veya çok bilinçsiz bir şekilde kural kullanılır:

2.77' Eğer $\vdash p \vee q$ ve $\vdash \overline{q}$ ise, o halde $\vdash p$

Bu şekilde örneğin, borçlanmadan sakınmak için şu fikri ileri sürerim: "Daha az harcamalıyım veya daha fazla kazanmalıyım, ama ben daha fazla kazanmıyorum: o halde daha az harcamalıyım."

2.79' Eğer $\vdash p$ ise, o halde $p \vee q$

Bununla, gerçek bir önermeyi herhangi bir önerme yardımıyla ayrıksal olarak (disjunktif) genişletebilirim demekteyim, yani "altın demirden daha ağırdır" gerçek bir tikel-evetlemeyi meydan getirir: "Altın demirden daha ağırdır veya ertesi gün Stuttgart'a yağmur yağacak."

2.8 *Koşullu yasaları*

2.81	$\vdash p \to \cdot\, q \to r \cdot \leftrightarrow \cdot\, q \to \cdot\, p \to r$	*Öncüllerin değişimi*
2.82	$\vdash p \to q \leftrightarrow \overline{q} \to \overline{p}$	*Koşullu devriği*
2.83	$\vdash p \to p$	*Koşullu yansıması*
2.84	$\vdash p \to q \leftrightarrow p \,/\, \overline{q}$	*Koşullu indirgemesi*
2.85	$\vdash \overline{p \to q} \leftrightarrow p \wedge \overline{q}$	*Koşullu değillemesi*
2.861	$\vdash \overline{p} \to \cdot\, p \to q$	*Koşullu paradoksu*
2.862	$\vdash q \to \cdot\, p \to q$	*Koşullu paradoksu*
2.87	$\vdash p \to q \cdot \wedge \cdot\, q \to r \cdot \to \cdot\, p \to r$	*Koşullu geçişliliği*
2.88	$\vdash p \to q \cdot \wedge\, p \cdot \to q$	Olumlama yoluyla evetleme (*modus ponendo ponens)*
2.89	$\vdash p \to \overline{p} \cdot \to \overline{p}$	*Saçmaya indirgeme*

Koşul önermesi bakışımlı değildir. Yani ön- veya art-bileşen tümel-evetleme veya tikel-evetlemede olduğu gibi sürekli bir şekilde değiştirilemez. Ama 2.81'e göre öncüllerin çevirgeçliği (Kommutativität) vardır. Önemli olan tamdevirme yasasına dayalı kuraldır:

2.82' Eğer $\vdash p \to q$ ise, o halde $\vdash \overline{q} \to \overline{p}$ ve tersi.

Bundan sonra, örneğin "Yağmur yağarsa, sokaklar ıslanır"dan, "Sokaklar ıslak değilse yağmamıştır" çıkartılır.

Reflexivität (dönüştürme) yasası 2.83 ünlü *özdeşlik önermesi*nin bir önermeler mantığı formülüdür. (krş. 2.52)

2.85 Koşullu değillemesi, art-bileşeni değillenen bir tümel-evetlemeyle eşdeğerdir. Örneğin, eğer biri koşulluya karşı çıkarsa: "Patlayıcı gaz tutuşursa, su ortaya çıkar", bu şu iddiayla eşdeğer olur: "Patlayıcı gaz tutuşturulur ve su ortaya çıkmaz".

Daha Skolastik'te bilinen koşullu paradokslar ünlüdür: 2.861 *yanlıştan ehven çıkar* (*ex falso sequitur quodlibet*), b.d. yanlış bir varsayım ile her bir önerme kanıtlanabilir. 2.862 *doğru herşeyden çıkar* (*verum sequitur ex quolibet*), b.d. eğer bir önerme doğruysa, o zaman o herhangi bir varsayımdan çıkarsanabilir.

2.87' Eğer $\vdash p \rightarrow q$ ve $\vdash q \rightarrow r$, o halde $\vdash p \rightarrow r$

Bu kural önermeler mantığında klasik tasıma karşılık gelir. Bir örnek:

"Sokaklar ıslaksa, otomobillerin yüksek oranda kayma ve savrulma tehlikesi vardır" ve "Otomobillerin yüksek oranda kayma ve savrulma tehlikesi varsa, dikkatli araba sürmek gerekir", dolayısıyla: "Sokaklar ıslaksa, dikkatli araba sürmek gerekir."

Mantığın tümü için çok esaslı anlamlardan biri, Skolastik'te *modus ponens* olarak adlandırılan *ayırma kuralı*dır:

2.88' Eğer $\vdash p \rightarrow q$ ve $\vdash p$ ise, o halde $\vdash q$

Örnek: "Ampül kırmızı yanıyorsa, durmak zorundayım", ve şu an gerçekten: "Ampül kırmızı yanıyor", o halde: "Durmak zorundayım" geçerlidir. Bu kural şunu dile getirir: Eğer bir koşullu ve onun koşullayanları geçerliyse, o zaman koşul bizzat kendi için de geçerlidir: Yani, o belli ölçüde koşulludan ayrılıp, kendisi için ileri sürülebilir.

2.89 yasası kısaca bunu hemen aydınlatır. 2.69'u göz önünde bulundurmak koşuluyla buradan karmaşık bir yapı elde edilebilir:

2.89'' Eğer $\vdash p \wedge q \wedge r \wedge s \rightarrow \overline{p}$ ise, o halde $\vdash \overline{p}$

Bu demektir ki, eğer bir kuramdan varsayımların biri ile çelişen bir sonuç meydana geliyorsa, o zaman bu varsayım (ve bununla birlikte tüm kuram) yanlıştır. *Yanlış* sonuçlandırmaları

nedeniyle reddedilen bilindik yöntemler, kuramlar bu kurala dayanmaktadır.

2.9 *Karşılıklı- koşullu yasaları*

2.91	$\vdash p \leftrightarrow q \cdot \leftrightarrow \cdot q \leftrightarrow p$	*Karşılıklı-koşullu bakışımı*
2.92	$\vdash p \leftrightarrow q \cdot \leftrightarrow r : \leftrightarrow : p \leftrightarrow \cdot q \leftrightarrow r$	*Karşılıklı-koşullu ortaklaştırıcılığı*
2.93	$\vdash p \leftrightarrow p$	Karşılıklı koşullu yansıması (krş. 2.83, 2.51)
2.94	$\vdash p \leftrightarrow q \cdot \leftrightarrow \cdot p / \overline{q} \cdot \wedge \cdot \overline{p} / q$	*Karşılıklı-koşullu indirgemesi*
2.951	$\vdash \overline{p \leftrightarrow q} \cdot \leftrightarrow \cdot p \succ\prec q$	*Karşılıklı-koşullu değillemesi*
2.952	$\vdash \overline{p} \leftrightarrow q \cdot \leftrightarrow \cdot p \succ\prec q$	*Karşılıklı-koşullu değillemesi*
2.961	$\vdash p \leftrightarrow q \cdot \rightarrow \cdot p \rightarrow q$	*Karşılıklı-koşullunun koşullu zayıflatılması*
2.962	$\vdash p \leftrightarrow q \cdot \rightarrow \cdot p \leftarrow q$	*Karşılıklı-koşullunun evrik-koşullu zayıflatılması*
2.97	$\vdash p \leftrightarrow q \cdot \wedge \cdot q \leftrightarrow r \cdot \rightarrow \cdot p \leftrightarrow r$	*Karşılıklı-koşullunun geçişliliği*
2.98	$\vdash p \leftrightarrow q \cdot \leftrightarrow \cdot \overline{q} \leftrightarrow \overline{p}$	*Karşılıklı-koşullu tam-devriği* (krş. 2.82)
2.99	$\vdash p \leftrightarrow q \cdot \leftrightarrow \cdot \overline{p} \leftrightarrow \overline{q}$	*Karşılıklı-koşullu evriği*

2.91'den, bir karşılıklı-koşullunun bileşenlerinin sıradizisinin, tümel-evetleme ve tikel-evetlemede olduğu gibi, dönüştürülebileceği kuralı ortaya çıkar. Bu her iki fonksiyonla birlikte karşılıklı-koşullu ortaklaştırıcılığı da bölümlenir (2.92). O koşulluyla birlikte yansımalılığa (2.93), tav-devirme (2.98) ve geçişliliğe sahiptir (2.97). Bununla birlikte karşılıklı-koşullu koşulludan (2.961) ve evrik-koşulludan (2.962) daha güçlüdür, b.d. o bunlar tarafından her defasında zayıflatılabilir. Onun için aynı sonucu veren tüm fonksiyonun (2.951) değillenmesi, bileşenlerinden birinin değillenmesi gibi (2.952), karakteristiktir. Keza çevirme kuralı da karakteristiktir:

2.99' Eğer $\vdash p \leftrightarrow q$ ise, o halde $\vdash \overline{p} \leftrightarrow \overline{q}$ ve tersi.

Yani bir karşılıklı-koşullu her iki taraftan değillenebilir.

Bağdaşmazlık, devrik-koşul ve tekil-önerme için doğruluk değeri gelişimi yardımıyla, yasaların hangi türlerinin geçerli olduğu bizzat denenebilir. İndirgeme yasaları 264, 2.74, 2.84 ve 2.94 bu eklemlerin her defasında bağdaşmazlık üzerinden indirgenebileceğini göstermektedir; ayrıca bu önerme eklemlerinin tümü için de söz konusudur: Onların tümü bağdaşmazlık ekleminden elde edilebilir. Bundan başka önermeler mantığının tüm yasalarının, aksiyom denilen ayrım kuralı 2.88' ve *yerleştirme kuralı* sayesinde birkaç temel yasadan hareketle kanıtlanabilir olduğu gösterilebilir:

2.991' Tüm yerlerde *Z*'nin yerine *X*'in konulmasıyla, *Z*'nin bir alt deyimi *X*, *Y* deyiminin yerine konulabilir.

Aksiyom olarak örneğin aşağıdaki 4ü yeterlidir:

2.992 $\vdash p \vee p \rightarrow p$ (karş. 2.73, 2.961)

2.993 $\vdash p \rightarrow p \vee q$

2.994 $\vdash p \vee q \rightarrow q \vee p$ (krş. 2.71)

2.995 $\vdash p \rightarrow \cdot q \cdot \rightarrow \cdot r \vee p \rightarrow r \vee q$

Ayrım kuralı 2.88'den yerleştirme kuralı 2.991' ve 4 aksiyom 2. 992-5 den önermeler kalkülü önermelerinin türetileceği Bochenski$_{M}$ n. § 8'de gösterilmektedir.

3. Yüklemler Üzerine

İşaretler öğretisinde deyimlerin *yüklem* ve *ad*lara bölünmesini öğrendik. Bir örnek vermek gerekirse, "Gül kırmızıdır" önermesi "kırmızıdır" yüklemi ve "gül" adına bölünmektedir.

3.011 {kırmızıdır} (gül)

Bu örneğin yapısı genel tarzda şöyle yazılabilir:

3.012 {*f*} (*a*)

Burada *a* konu olarak bireysel bir ad görevi görürken, *f* yüklem olarak bu argümana bir nitelik kazandıran ve böylece de bir önermeyi oluşturan bir yüklemdir. Böylesi bir deyime *yüklemci* diyoruz. *Yüklem*den *bir niteliğin adı*nı anlıyoruz. *Birli yüklemler niteliklerin adları*, *çoklu yüklemler ilişkilerin adları*dır. Yüklemci yüklemi ve onun adla bağlantısını ifade eder, yani *nitelik artı koşacı* (*kopula*) içerir.

Birli yüklemli önermelere örnekler:

3.013 {Fransa'nın başkentidir} (Paris)

3.014 {sigara içiyor} (Peter)

3.015 {beyazdır} (tebeşir)

3.016 {asal sayıdır} (17)

İkili yüklemlere örnekler:

3.021 {in öğretmenidir} (Sokrates, Platon'un)

3.022 {selamlıyor} (Bay Miller, Bay Lehmann'ı)

3.023 {daha büyüktür} (Hamburg, Bremen'den)

3.024 {yiyip bitirdi} (Ursula, bir porsiyon ıstakozu)

Genel olarak:

3.025 *f* (*a*, *b*)

Üçlü yüklemlere örnekler:

3.031 (veriyor) (Klaus, Dieter'e, kitabı)

3.032 (in çarpımıdır) (12, 3, 4)

3.033 (aktarıyor) (büyükelçi, bakana, sözleşme koşullarını)

Genel olarak:

3.034 $f(a, b, c)$

Dörtlü yüklemlere örnekler:

3.041 (arasındadır) (Hollanda, Almanya, Belçika, Kuzey Denizi)

3.042 (yürüyüşe çıkıyor) (Albert, Ulla ile, akşamları, Alster kenarında)

Genel olarak:

3.043 $f(a, b, c, d)$

Bir ad boş bir yere koyulduğunda, 3.012'den şu elde edilir:

3.11 $f(\ )$

Boş yer bireysel bir değişken sayesinde gösterilebilir.

O zaman şu meydan gelir:

3.12 $f(x)$

Bu şekilde ortaya çıkan yapıya *önerme biçimi (formu)* denir. Değişkenlerin yerine değişmezlerin yerleştirilmesiyle tekrar doğru ve yanlış önermeler elde edilir.

3.13 $f(a)$

Bir önerme biçimi, *bağımsız* değişkenler *niceleme işaretleri*yle *bağlanarak* önermeye dönüştürülebilir.

3.14 $\forall x\, f(x)$ okunuşu: her x için $f\,x$

$\forall x$ *tümel niceleyici* veya *tüm operatör* demektir. Arasıra bu "(x)" diye de yazılır.

3.15 $\exists x\, f(x)$ okunuşu: Bazı x ler için $f\,x$ (f olan en az bir x vardır)

$\exists x$ (gibi bir deyime) *tikel niceleyici* veya *varlık operatörü* denir. Arasıra bu "($\exists x$)" veya "(Ex)" diye de yazılır.

Tümel niceleme, boş yerlere *tüm* yerleştirmelerde doğru önermeleri meydana getiren önerme biçimi anlamına gelir, yani:

3.161 $\forall x\, f(x) = {}_{Dk}\, f(a_1) \wedge f(a_2) \wedge f(a_3) \wedge \ldots$

Buna karşılık *tikel-niceleme*, boş yere yerleştirilenlerden *en az birinin* doğru bir önerme meydana getirdiği anlamına gelir, yani:

3.162 $\exists x\, f(x) = {}_{Dk}\, f(a_1) \vee f(a_2) \vee f(a_3) \vee \ldots$

Demek ki adların sonlu alanı söz konusu olduğu sürece, her bir işlev yalnızca kısaltmaları gösterir. Onlar ortaklaşa *niceleme işaretleri* diye adlandırılır. "$\forall$" ve "$\exists$" işaretlerinin her biri *niceleyici*dir; bazen niceleme işareti yerine basitçe *niceleyici* de denilir. *Principia Mathematica*'da parantez içerisinde yazıldıkları için, *parantez işaretleri* diye adlandırılırlar.

Niceleme işaretleri bir önerme biçiminden bir önerme oluşturan işlevlerdir. Önerme biçimindeki benzer değişkenler niceleyicilerin eşbiçimli değişkenleri sayesinde *bağlanır*; b.d. onlar için şimdi daha fazla değişmez yerleştirilemez. *Bağımsız* değişken, *gerçek* değişken, *bağlı* degişken ise *sözde* değişken diye de adlandırılır.

Aşağıdaki her iki formülde x bağımsız bir değişkene örnek oluşturur:

3.171 $f(x) \rightarrow g(x)$

3.172 $\forall y \cdot f(y) \leftrightarrow g(x)$

Aşağıdaki üç formülde x bağlı bir değişkene örnek oluşturur:

3.181 $\exists x \cdot f(x) \;/\; g(x)$

3.182 $\forall x\, f(x) \rightarrow f(y)$

3.183 $\forall x \exists y \cdot f(x) \rightarrow g(y)$

Yazım tarzı üzerine: Niceleme işareti daima ancak onu dolaysız bir şekilde izleyen önerme biçimini kapsar. Geçerlilik alanının genişlemesi gerekiyorsa ona noktalar eklenir. Daha sonra o aynı sayıların bir nokta grubuna değin genişler, örneğin şunda;

3.19 $\forall x : f(x) \rightarrow \cdot\ p \vee f(x) : \leftrightarrow \cdot\ q \wedge \exists x \cdot f(x) \rightarrow g(x)$

tümel niceleyici karşılıklı-koşulluya, tikel niceleyici formülün sonuna değin genişleyebilir.

Bir önerme biçiminin tüm değişkenleri bir tümel-niceleyici yardımıyla bağlandığında *genelleştirme*den söz edilir; tümü bir tikel-niceleyici yardımıyla bağlandığında buna *tikelleştirme* denir. İkili koşul önermesinin genelleştirmesi *biçimsel koşullu*, bir karşılıklı koşullununki *biçimsel karşılıklı-koşullu* adını alır.

Örnekler:

3.211 $\forall x \cdot f(x) \rightarrow g(x)$ *biçimsel koşullu*

3.212 $\forall y \cdot f(y) \leftrightarrow g(y)$ *biçimsel karşılıklı-koşullu*

Biçimsel koşullu veya biçimsel karşılıklı-koşulludan farklı olarak *içeriksel* koşullu veya karşılıklı-koşulludan da söz edilir, eğer bunlar önermeler kalkülü formülü içinde ortaya konulursa. Biçimsel koşullu, konuşulan günlük dilin tümel yargılarını belirtmek için kullanılabilir.

Örnekler:

"Bütün kargalar siyahtır"; "K ( )" "karga" yüklemcisini ve "S ( )" "siyahtır" yüklemcisini gösterir, böylece:

3.221 $\forall x \cdot K(x) \rightarrow S(x)$ *tümel-olumlu yargı* meydana gelir.

"Hiçbir kuş memeli değildir" buna uygun olarak:

3.222 $\forall x \cdot K(x) \rightarrow \overline{M}(x)$ *tümel-olumsuz yargı*yı meydana getirir.

Bununla birlikte burada özellikle, ön-bileşen yanlış olsa dahi koşullunun yine de doğru olduğuna dikkat etmek gerekir, b.d. eğer hiçbir karga veya hiçbir kuş olmasa da. Yani Aristotelesçi mantıkta (ve konuşulan dilde) esaslı olarak kabul edildiği gibi, yalnızca en az bir bireye karşılık gelen yüklemler kullanılabilir. Aristotelesçi mantığın tüm yasalarını elde etmek için bu varsayımı kalkülümsü türetmelerde hesaba katmak ve yüklemlerin değillemelerinin en az bir bireye karşılık geldiğinden emin olmak gerekir. Bu şekilde formüller bazen uzun ve etraflıca olurlar, b.d. yüklem kalkülü klasik tümel yargıların iyi bir şekilde ö-

zellemeleri (dolaylaması) için uygun değildir. Yukarıdaki her ikisinin *özellemeleri* buna göre şu yapıya sahip olur:

3.221' $\forall x \cdot K(x) \rightarrow S(x) \cdot \wedge \exists x\, K(x) \wedge \exists x\, S(x) \wedge \exists x\, \overline{K}(x) \wedge \exists x\, \overline{S}(x)$

3.222' $\forall x \cdot K(x) \rightarrow \overline{M}(x) \cdot \wedge \exists x\, K(x) \wedge \exists x\, M(x) \wedge \exists x\, \overline{K}(x) \wedge \exists x\, \overline{M}(x)$

Tikel yargıların *özellemesi* tikel niceleme işareti ve tümel evetleme eklemi yardımıyla başarılır. *Tikel-olumlu* bir *yargı*ya örnek: "Bazı mantıkçılar pipo içer"den:

3.223 $\exists x \cdot M(x) \wedge P(x)$ meydana gelir.

Tikel-olumsuz bir *yargı*ya örnek: "Bazı Amerikalılar beyaz değildir"den:

3.224 $\exists x \cdot A(x) \wedge \overline{B}(x)$ meydana gelir.

Burada gerçi yüklem olan bireylerin varlığı korunmuştur. Ama kalkülümsü türetmeler de, değillemelerin boş yüklem oluşturmaması için korunmak zorundadır. (Bir bireye karşılık gelmeyen yüklem *boş* bir *yüklem*dir.)

O zaman formüller şöyle olur:

3.223' $\exists x \cdot M(x) \wedge P(x) \cdot \wedge \exists x\, \overline{M}(x) \wedge \exists x\, \overline{P}(x)$

3.224' $\exists x \cdot A(x) \wedge \overline{B}(x) \cdot \wedge \exists x\, \overline{A}(x) \cdot \wedge \exists x\, B(x)$

Sonradan göreceğimiz gibi, *küme kalkülü* Aristotelesçi yargı türlerini betimlemek için daha uygundur.

Şimdi yalnızca yüklemciler değil, aynı zamanda niceleyiciler de değillenebilir. Örnek:

"Her bulut yağmur getirmez"

3.231 $\overline{\forall x} \cdot B(x) \rightarrow Y(x)$

"Beyaz olan fare yoktur."

3.232 $\overline{\exists} x \cdot F(x) \wedge B(x)$

Niceleyiciler ile yüklemcilerin değillemeleri arasında aşağıdaki yasalı ilişki ortaya çıkar:

3.233 $\vdash \forall x\, f(x) \leftrightarrow \overline{\exists} x\, \overline{f}(x)$

3.234 $\vdash \overline{\forall} x\, f(x) \leftrightarrow \exists x\, \overline{f}(x)$

3.235 $\vdash \exists x\, f(x) \leftrightarrow \overline{\forall} x\, \overline{f}(x)$

3.236 $\vdash \overline{\exists} x\, f(x) \leftrightarrow \forall x\, \overline{f}(x)$

Bu dört yasa, eğer genelleştirme bir tümel-evetlemenin (krş. 3.161) ve tikelleştirme bir tikel-evetlemenin kısaltılması şeklinde kavranılırsa, De Morgan yasaları sayesinde kanıtlanabilir. Bunlar ilkesel olarak şöyle özetlenebilir:

3.237 Tüm niceleyiciler ve önerme biçimleri değillenir ve tümel niceleyicilerin yerine tikel niceleyiciler koyulur ve tersi, yapılırsa, önermenin doğruluk değeri aynı kalır. Tek tek şu kurallar meydana gelir:

3.233' Eğer $\vdash \forall x\, f(x)$ ise, o halde $\vdash \overline{\exists} x\, \overline{f}(x)$ ve tersi.

Örnek: "Her şey adlandırılabilir", "Adlandırılamayan hiçbir şey yoktur" ile eşdeğerdir. "Adlandırılabilir" yüklemi "A" ile gösterildiğinde, sembolik olarak şu şekli alır:

3.233" $\vdash \forall x\, A(x) \leftrightarrow \overline{\exists} x\, \overline{A}(x)$

3.234 için şu örneği seçeriz: "Herkes sigara içmez", bu şu demektir, "Sigara içmeyenler vardır", sembolleştirildiğinde:

3.234" $\vdash \overline{\forall} x\, S(x) \leftrightarrow \exists x\, \overline{S}(x)$

3.235 yasası şöyle bir örnekle aydınlatılabilir: "Sağlıklı olanlar vardır", bu "Herkes için, onlar sağlıklı değildir denilemez" ile eşdeğerdir, sembolleştirildiğinde:

3.235" $\vdash \exists x\, S(x) \leftrightarrow \overline{\forall} x\, \overline{S}(x)$

3.236 için: "Seyahat eden (biri) yoktur" aynen şunun gibidir; "Tüm varlıklar için, ki onlar seyahat etmezler", formül olarak:

3.236" $\vdash \overline{\exists} x\, S(x) \leftrightarrow \forall x\, \overline{S}(x)$

Bu şekilde özetlenen ifadeler *dönüştürülebilir* ve örneğin şu kanıtlanabilir: "Tüm İskoçlar tasarruf ederler" şununla eşdeğerdir:

"Tasarruf etmeyen hiçbir İskoç yoktur." "İ" "İskoç"u, "T" "tasarruf etme"yi göstersin. O zaman bizim varsayımımız meydana gelir:

3.241 $\forall x \cdot \dot{I}(x) \rightarrow T(x)$, buradan 3.233'e göre

3.242 $\overline{\exists x} \ \overline{\dot{I}(x) \rightarrow T(x)}$, buradan 2.85'e göre

3.243 $\overline{\exists x} \cdot \dot{I}(x) \wedge \overline{T}(x)$ ama bu bizim iddiamızdı.

Başka örnek olarak, "Her cimri İskoç değildir" önermesinin: "İskoç olmayan cimriler vardır" ile eşdeğer olduğu gösterilebilir.

3.251 $\overline{\forall x} \cdot C(x) \rightarrow \dot{I}(x)$, buradan 3.234'e göre

3.252 $\exists x \ \overline{C(x) \rightarrow \dot{I}(x)}$ buradan 2.85'e göre

3.253 $\exists x \cdot C(x) \wedge \overline{\dot{I}}(x)$

Yüklemler kalkülü çalışmasında aşağıdaki aksiyomlar kullanılır ki, onlar esasen yukarıda adı geçen niceleyicilerin tümel-evetlemeli veya tikel-evetlemeli yorumu dahilinde kolayca önermeler kalkülünde kanıtlanabilir:

3.31 $\vdash \forall x \, f(x) \rightarrow f(a)$

3.32 $\vdash f(a) \rightarrow \exists x \, f(x)$

İlki diyor ki: Eğer bir önerme biçimi tüm yerleştirmelerinde doğru önermeler meydana getirirse, o zaman belli bir ad *a* için de doğru bir önerme meydana getirir. Örnek: "Tüm cisimler yerçekimine tabi ise, bu kitap da yerçekimine tabidir."

2. aksiyom diyor ki: Eğer bir yüklem belli bir ad *a*'yı karşılıyorsa, o zaman her halükarda ona karşılık gelen önerme biçiminden doğru bir önerme oluşturan bir yerleştirme vardır. Böylece örneğin: "Bu gül kırmızıdır"dan: "Kırmızı şeyler vardır" önermesi meydana gelir.

Her iki aksiyomdan ortaklaşa olarak koşul önermesinin geçişliliği gereğince (2.87) bir başka yasa türetilebilir:

3.33 $\vdash \forall x \, f(x) \rightarrow f(a) \cdot \wedge \cdot f(a) \rightarrow \exists x \, f(x) \cdot \rightarrow \cdot \forall x \, f(x) \rightarrow \exists x \, f(x)$

Buradan hareketle ayrım kuralı 2.88' gereğince:

3.34 $\vdash \forall x \, f(x) \rightarrow \exists x \, f(x)$

Bu şu demektir: Eğer bir önerme kalıbı tüm yerleştirmeler için doğru önermeler meydana getiriyorsa, o zaman en azından

doğru bir önerme meydana getirecek doğru bir yerleştirme vermelidir.

Kural:

3.34' Eğer bir önerme biçiminin genelleştirmesi iddia ediliyorsa, tikelleştirilmesi de iddia edilebilir. (Evriği geçerli değildir.)

Yüklemler kalkülünün pek çok yasası 3.31-32 aksiyomlarından elde edilebilir. Ayrıca yüklemler kalkülünde önerme kalkülünün tüm yasaları ve aşağıdaki *analoji-ilkesi*ne göre türetilebilecekler geçerli sayılır:

3.35 Önermeler kalkülünün her bir yasasından yüklemler kalkülünün bir yasası, "p" için "$f(x)$", "q" için "$g(x)$", "r" için "$h(x)$", "s" için "$j(x)$ vd. yerleştirilerek ve hepsi genelleştirilerek elde edilebilir.

Örnekler: *Çelişmezlik ilkesinin değillemesi/çelişmezlik ilkesi*

2.55 $\vdash \overline{p \wedge \bar{p}}$ den

3.36 $\vdash \forall x\, \overline{f(x) \wedge \bar{f}(x)}$ meydana çıkar, buradan 3.236'a göre:

3.37 $\vdash \bar{\exists} x \cdot f(x) \wedge \bar{f}(x)$

Böylece çelişme ilkesinin değillemesinin yüklemler mantığındaki formülasyonu şunu dile getirir: "Bir niteliğe aynı anda hem sahip olan hem de olmayan bir nesne olamaz."

*Geçişlilik yasası*ndan hareketle

2.87 $\vdash p \to q \cdot \wedge \cdot q \to r \cdot \to . p \to r$ meydana gelir:

3.38 $\vdash \forall x : f(x) \to g(x) \cdot \wedge \cdot g(x) \to h(x) \cdot \to \cdot f(x) \to h(x)$

Buradan aksiyom 3.33 gereğince:

3.39 $\vdash f(a) \to g(a) \cdot \wedge \cdot g(a) \to h(a) \cdot \to \cdot f(a) \to h(a)$

Şimdi "a" "bu hayvan", "f" "büyük azı dişlere sahip", "g" "geviş getiren", "h" "çift tırnaklı" anlamına gelsin. O zaman şu meydana gelir: "Bu hayvan büyük azı dişlerine sahipse, geviş getiren bir hayvandır ve geviş getiren bir hayvansa, çift tırnaklıdır, geçerliyse; buradan şu çıkar: Bu hayvan azı dişlerine sahipse, çift tırnaklıdır."

Niceleyiciler için *dağıtıcılık yasası* da önemlidir.

3.41 $\vdash \forall x \cdot f(x) \wedge g(x) \leftrightarrow \forall x\, f(x) \wedge \forall x\, g(x)$

Tümel niceleyici tümel-evetlemeye oranla dağıtıcıdır (distributif).

Örnek: Eğer, "Her silah bir namlu ve bir tetik düzeneğine sahiptir" geçerliyse, o zaman: "Her silah bir namluya sahiptir ve her silah bir tetik düzeneğine sahiptir" de geçerlidir. Aynı şekilde bunun evriği de geçerlidir.

3.42 $\vdash \exists x \cdot f(x) \wedge g(x) \cdot \rightarrow \exists x\, f(x) \wedge \exists x\, g(x)$

Örnek: Eğer, "İki zamanlı motorlu ve önden çekişli bir otomobil vardır" geçerliyse, o zaman: "İki zamanlı motorlu bir otomobil vardır ve önden çekişli bir otomobil vardır" da geçerlidir. Burada evirme asla daima doğru olamaz. Karşı örnek: Eğer evli bir insan varsa ve Papa olan bir insan varsa, o zaman buradan asla, evli olan bir insan vardır ve aynı zamanda Papa'dır sonucu çıkmaz.

3.43 $\vdash \exists x \cdot f(x) \vee g(x) \cdot \leftrightarrow \exists x\, f(x) \vee \exists x\, g(x)$

Örnek: Eğer, "Mantık veya psikoloji okuyan bir öğrenci vardır " geçerliyse, o zaman: "Mantık okuyan bir öğrenci vardır veya psikoloji okuyan bir öğrenci vardır" da geçerlidir. Aynı şekilde evriği de geçerlidir.

3.44 $\vdash \forall x\, f(x) \vee \forall x\, g(x) \rightarrow \cdot \forall x \cdot f(x) \vee g(x)$

Böylece bir tikel-evetlemeden bir tümel niceleyici dışta bırakılabilir, gerçi o genel olarak tikel-evetlemeye oranla dağıtıcı değildir.

Örnek: Eğer, "Bu çiçek tarlasının tüm laleleri kırmızıdır veya bu çiçek tarlasının tüm laleleri sarıdır" geçerliyse, o zaman: "Bu çiçek tarlasının tüm laleleri kırmızı veya sarıdır" da geçerlidir. Bununla birlikte evriği geçerli değildir: "Bu çiçek tarlasının tüm laleleri kırmızı veya sarıysa, bu çiçek tarlasının tüm laleleri kırmızıdır veya bu çiçek tarlasının tüm laleleri sarıdır"; çünkü her iki renk aynı anda varolabilir.

3.45 $\vdash \forall x \cdot f(x) \to g(x) \cdot \to \cdot \forall x\, f(x) \to \forall x\, g(x)$

Örnek: "Eğer her öğrenci için: Kim felsefe okursa günümüzün felsefe akımlarını anlar" geçerliyse, o zaman: "Eğer tüm öğrenciler felsefe okuyorlarsa, o halde günümüzün düşünsel akımlarını anlarlar" da geçerlidir.

3.46 $\vdash \forall x \cdot f(x) \leftarrow g(x) \cdot \to \cdot \forall x\, f(x) \leftarrow \forall x\, g(x)$

Örnek: "Eğer her öğrenci için: Yalnızca Grekçe bilen felsefede doktora yapabilir" geçerliyse, o zaman: "Eğer tüm öğrenciler Grekçe bilirse, tüm öğrenciler felsefede doktora yapabilir" de geçerlidir.

3.47 $\vdash \forall x \cdot f(x) \leftrightarrow g(x) \cdot \to \cdot \forall x\, f(x) \leftrightarrow \forall x\, g(x)$

Örnek: "Eğer her sayı için: Bir sayı 3'e ancak ve ancak rakamlarının toplamı 3'e bölünebilirse bölünür" geçerliyse, o zaman: "Ancak ve ancak, her sayının rakamlarının toplamı üçe bölünebilirse, her sayı 3'e bölünebilir" de geçerlidir. Evirme her zaman geçerli değildir, çünkü: "Ancak ve ancak tüm sayılar asal sayı ise, tüm sayılar tek sayıdır" önermesinden asla: "Tüm sayılar için, onlar tam olarak ancak, eğer tek sayı iseler, asal sayıdırlar" sonucu çıkmaz. İlk önerme böylece doğrudur, çünkü o iki yanlış önermenin eşdeğerliğini ortaya koyar; buna karşın ikinci önerme yanlıştır. Ama eğer yanlış bir önerme doğru iki önermeden meydana gelirse, yanlış bir koşul önermesi söz konusudur! (krş. 0.27'e göre)

Eğer x'in p'de ortaya çıkmayacağı kabul edilirse o zaman şunlar geçerlidir:

3.481 $\vdash \forall x \cdot f(x) \vee p \cdot \leftrightarrow \forall x\, f(x) \vee p$

3.482 $\vdash \exists x \cdot f(x) \vee p \cdot \leftrightarrow \exists x\, f(x) \vee p$

3.483 $\vdash \forall x \cdot p \to f(x) \cdot \leftrightarrow p \to \forall x\, f(x)$

3.484 $\vdash \exists x \cdot p \to f(x) \cdot \leftrightarrow p \to \exists x\, f(x)$ geçerlidir.

Bununla beraber niceleyici aşağıdaki iki önermede değişir:

3.485 $\vdash \forall x \cdot f(x) \to p \cdot \leftrightarrow \exists x\, f(x) \to p$

3.486 $\vdash \exists x \cdot f(x) \rightarrow p \cdot \leftrightarrow \forall x\, f(x) \rightarrow p$

Önermeler kalkülünün biraz önce belirtilen yasaları yüklemler kalkülünde meydana gelir:

3.491 $\vdash \forall x \cdot f(x) \rightarrow g(x) \cdot \wedge\, \exists x\, f(x) \cdot \rightarrow \exists x\, g(x)$ (krş. 2.88)

Buradan hareketle şu kural oluşur:

3.491' Eğer $\vdash \forall x \cdot f(x) \rightarrow g(x)$ ve $\vdash \exists x\, f(x)$ ise, o halde $\vdash \exists x\, g(x)$

Örnek: "Tüm kuşlar tüylüdür" ve "Burada kuşlar var" verilmiş olsun, buradan hareketle şu sonuca varılabilir: "Burada tüylü hayvanlar vardır".

3.492 $\vdash \forall x \cdot f(x) \rightarrow g(x) \cdot \wedge\, f(a) \cdot \rightarrow g(a)$ (krş. 2.88)

Bunun için uygun bir kural 3.492' oluşturulabilir. Örnek olarak: "Tüm dikdörtgenler eşit diyagonallere sahiptir" ve "Bu şekil bir dikdörtgendir", demek ki: "Bu şekil eşit diyagonallere sahiptir". 3.492' kuralı klasik mantıkta Barbara tasımına karşılık gelir.

3.493 $\vdash \forall x \cdot f(x) \rightarrow g(x) \cdot \wedge\, \bar{g}(a) \cdot \rightarrow \bar{f}(a)$ *modus tollendo tollens*

Örnek: "Tüm Westfalya'lılar Alman'dır" ve "Bay Dupont Alman değildir, demek ki: "Bay Dupont Westfalyalı değildir."

İkili yüklemler iki adın bir yükleme karşılık geldiği eklemlerdir. Örnek: "Hamburg Elbe'nin kenarındadır"

3.511 {kenarındadır} (Hamburg, Elbe)

Genel olarak:

3.512 $f(x,y)$

İkili bir yüklem ikili bir özellik veya ilişkinin adıdır. Üç veya daha fazla bireyler arasında ilişkiler de söz konusudur ve buna uygun olarak *üçlü*, *dörtlü*, *beşli* yüklemler vardır. (krş. 3.03-04)

Bunun için uygun önerme biçimleri oluşturulabilir (Scholz *izergeler*den söz eder). Bir yüklemin hane sayısı, parantezlerden sakınmak için, bir indeks sayesinde de gösterilebilir, yani;

3. 513 $f_3\, x,y,z$

Çoklu nicelemeler için aşağıdaki kurallar geçerlidir:

3.521 $\forall xy\ f(x,y) =_{Dk} \forall x \cdot \forall y\ f(x,y)$

3.522 $\exists xy\ f(x,y) =_{Dk} \exists x \cdot \exists y\ f(x,y)$

3.523 $\forall x \exists y\ f(x,y) =_{Dk} \forall x \cdot \exists y\ f(x,y)$

3.524 $\exists x \forall y\ f(x,y) =_{Dk} \exists x \cdot \forall y\ f(x,y)$

Niceleyicilerin sıralanışı yalnızca kısmen değişebilir.

3.531 $\vdash \forall x\ \forall y\ f(x,y) \leftrightarrow \forall y\ \forall x\ f(x,y)$

3.352 $\vdash \exists x \exists y\ f(x,y) \leftrightarrow \exists y \exists x\ f(x,y)$

Yalnızca tümel veya yalnızca tikel niceleyiciler bir önerme biçiminin önünde yer alırsa, önermenin doğruluk değerine zarar vermeden niceleyicilerin sıralaması değiştirilebilir.

3.533 $\vdash \exists x \forall y\ f(x,y) \rightarrow \forall y \exists x\ f(x,y)$

Bu yasa geçerli bir şekilde evrilemez. Örnek: "*f*" "daha büyük" anlamına gelsin, değişkenler sayıların bireysel alanına göre düzenlenmiş olsun. O zaman içeren (Implikans) söz konusudur: "Tüm sayılardan büyük olan bir sayı vardır." Ama en büyük bir sayı olduğu gerçekte yanlıştır. İçerilen (Implikat) şöyle olur: "Her sayı için daha büyük bir sayı vardır", ve bu doğrudur. Yukarıdaki önerme evrildiğinde, doğru bir önermeden, yetersiz olan yanlış bir önerme çıkarsanmış olur (krş. 0. 27'e göre). Çoklu yüklemler zorunlu olarak matematik kanıtların formülasyonunda kullanılır. Örneğin ünlü *paralellik aksiyomu* şöyledir: "Bir doğruya o doğrunun dışındaki bir noktadan sadece bir paralel çizilebilir". Bu zamana kadar ki araçlarımızla bunu şöyle ifade edebiliriz: "Bir *x* nesnesi vardır, bu bir doğrudur, ve bir *y* nesnesi vardır, bu bir noktadır, ve bir z vardır ki bu bir doğrudur ve z y'yi kesiyor ve *x z* ile paraleldir ve doğru olan tüm *u* nesneleri *y*'yi keserler ve *x*'e paraleldirler'den: onlar *z* ile aynıdırlar."

3.54 $\exists x \exists y \exists z \forall u$: {doğru} $(x) \wedge$ {nokta} $(y) \wedge$ {doğru} $(z) \wedge$ {kesiyor} $(z,y) \wedge$ {paralel} $(x,z) \wedge$ {doğru} $(u) \wedge$ {kesiyor} $(u,y) \wedge$ {paralel} $(u,x) \rightarrow$ {özdeş} (u,z)

Bu önerme mantıksal bir yasa oluşturmuyor, bu demektir ki, eğer özel yüklemler "doğru çizgi", "nokta" vb. yerine yüklem değişkenleri "*f*", "*g*" vb. koyulursa, önerme geçerli olmaz. Ancak daha sonra onun geçerli olacağı uygun yerleştirme durumları oluşturulabilir. Onun tutarlı olduğunu söylüyoruz.

Tutarlı yüklemsi deyimlere örnekler:

3.551 $\exists x\, f(x)$

Bu, "*f*" özelliğine sahip olan bir şey var demektir. "*f*" örneğin "kırmızı" anlamına gelirse, o zaman bu: "Kırmızı şeyler vardır" demektir.

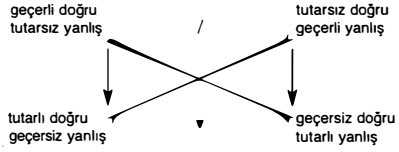
3.552 $\forall x\, f(x)$

Bu, tüm şeyler *f* niteliğine sahiptir demektir. Bu önerme de, eğer biz örneğin "*f*"yi "kendiyle özdeştir" diye anlamlandırırsak kesin olarak tutarlıdır:

3.553 $\exists x \exists y \cdot f(x) \wedge \overline{f}(y)$

Biz "*f*"yi yalnızca "çift sayı" olarak yorumlamak durumundayız, o zaman şöyle olur: "Çift ve tek sayılar vardır". "Geçerlilik" ve "tutarlılık"tan hareketle mantıksal bir kare oluşturulabilir:

3.554



Böylece bir önerme biçimi aynı anda geçerli doğru ve geçerli yanlış olamaz. Ama aynı anda tutarlı doğru ve tutarlı yanlış olabilir. Geçerli doğru olduğunda, tutarlı doğrudur da, ama tersi değil. Geçerli yanlış olduğunda, geçerli doğru olamaz, ama tersi değil.

Belli bir birey alanında tutarlı olma, her birey alanında tutarlı olma anlamına gelmez.

Örneğin aşağıdaki formül:

· 3.555 $\forall x \forall y \, f(x,y)$

(Eğer "*f*'den farklı" anlamına geliyorsa) kesin olarak en az *iki* bireyin olduğu bir alanda tutarlıdır, ama eğer yalnızca *bir* birey varsa tutarsızdır. Şimdi:

3.556 Eğer bir formül *n* bireyli bir birey alanında tutarlı oluyorsa, o zaman *n* den (daha) fazla birey içeren her alanda da tutarlıdır.

Bu yüzden *n-sayılı birey alanları* veya *n-sayılı dünyalar*dan söz edilebilir.

Adı (konusu) önerme veya önerme biçimi olan bir yüklem "tutarlı"dır. Bireylere ad olarak sahip olan yüklemlere *1. dereceden yüklemler* de denir. Ad olarak bireyler yerine 1. dereceden yüklemlere sahip olan yüklemlere *2. dereceden yüklemler* denir. Örnek: "'Aynı büyüklüktedir' yüklemi bakışımlıdır".

3.61 {bakışımlı} (aynı büyüklüktedir)

Bu tür yüklem-yüklemleri yeniden önerme biçimlerini oluşturabilir ve onları niceleyebilirler.

Örnek olarak eklemlerin yapısal özelliklerini tanımlamak için eklemden ad olarak ve buna karşılık gelen yapısal nitelik (özellik) 2. dereceden yüklem olarak ele alınır:

3.621 {*geçişli*} (*f*) $= \text{Dk} \; \forall x \forall z \exists y \, f(x,y) \wedge f(y,z) \rightarrow f(x,z)$

3.622 {*bakışımlı*} (*f*) $= \text{Dk} \; \forall x \forall y \, f(x,y) \leftrightarrow f(y,x)$

3.623 {*denkgüçlü*} (*f*) $= \text{Dk} \; \forall x \cdot f(x,x) \leftrightarrow f(x)$

3.624 {*kontrapotent*} (*f*) $= \text{Dk} \; \forall x \cdot f(x,x) \leftrightarrow \bar{f}(x)$

3.625 {*yansımalı*} (*f*) $= \text{Dk} \; \forall x \cdot f(x,x)$

3.626 {*kontraponibel*} (*f*) $= \text{Dk} \; \forall x \, \forall y \cdot f(x,y) \leftrightarrow f(\bar{y}, \bar{x})$

3.627 {*çevrimsel*} (*f*) $= \text{Dk} \; \forall x \, \forall y \cdot f(x,y) \leftrightarrow f(\bar{x}, \bar{y})$

Tam tümevarım ilkesi: "*f*'nin tüm özellikleri için: *f* 1 sayısına karşılık gelir ve *x*'e karşılık geldiği sürece, *x* de diğer sayıya karşılık gelirse, *f* tüm sayılara karşılık gelir." Bu şöyle sembolleştirilir:

3.63 $\forall f\colon f(1) \wedge \cdot \forall xy \cdot f(x) \wedge$ (takip ediyor) $(y,x) \rightarrow f(y) \cdot \rightarrow \forall x\, f(x)$

Şimdi önerme de oluşturulabilir:

3.641 $f(f)$

Bu demektir ki: "*f* bizzat kendini içerir." Bundan sonra "*f* bizzat kendini içermez" yaklaşık olarak "*g*" yüklemi sayesinde gösterilebilir ve aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

3.642 $g(f) =_{Dk} \overline{f(f)}$ buradan biz:

3.643 $g(f) \leftrightarrow \overline{f(f)}$ elde ederiz ve 2.991' kuralına göre *f* 'in her geçişinde *g*'yi yerleştiririz:

3.644 $g(g) \leftrightarrow \overline{g(g)}$ –ama bu bir çelişkidir! (krş. 2.89)

3.642-4'ün türetimi aşağıdaki örnekle açıklanacak olursa: Bir sözcük dile getirdiği özelliğe bizzat sahipse *autolog*dur. Örneğin "dreisilbig (üç heceli)" sözcüğü bizzat üç heceli olduğundan autologdur. Aynı şekilde "Wort (sözcük)" sözcüğü bir sözcüktür ve dolayısıyla da autologdur, benzer şekilde "töz", "okunabilir", "basılı" vb. Bir sözcüğün dile getirdiği şey bizzat kendi değilse ona *heterolog* diyoruz; örneğin "einsilbig (tek heceli)" sözcüğü bizzat tek heceli değil, tersine üç hecelidir ve dolayısıyla da heterologdur. Benzer şekilde "masa" sözcüğü bizzat masa değildir, böylece heterologdur (ve çoğu sözcükler!). Şimdi durum bizzat "heterolog" sözcüğü için nasıldır? Eğer o heterologsa bizzat kendini içermektedir, yani autolog olur; ama eğer autologsa o zaman kendini içermemektedir, yani heterologdur. Her durumda burada bir çelişki meydana geliyor: Demek ki gerçek bir *antinomi* (*çatışkı*) söz konusudur.

Böylece yüksek basamaklı yüklemler mantığı başka garanti olmaksızın çelişkiden arınmış değildir. Bu *mantıksal çatışkıların* (*antinomi*) 20. yüzyılın başlarında kümeler öğretisinde keşfi *matematikte temellendirme krizi* denilen şeye yol açtı. Bunun kaldırılması için pek çok deneme yapıldı. İlk ve en tanınmışı Russell'ın *tipler kuramı*dır. O yüklemlerin basamakları arasında bir ayrıma gitti ve bir yüklemin adı olarak daima aynı tipten ifadelerin bir adın yerine koyulabileceğini ve eğer ad tip *n*'den ise, yüklemin tip

n+1'den olacağını kesin olarak belirledi. Tip *0* basamağını bireyler oluşturur; böylece tip *1* basamağı bireysel yüklemlerdir, yüklem-yüklemleri tip *2* basamağıdır vb. Her ne kadar bu belirleme paradoksları kaldırsa da başka zorlukları beraberinde getirir.

Çok önemli bir ikili yüklem *özdeşlik*tir (Identität). O şöyle tanımlanabilir:

3.71 $I(x,y) =_{Dk} \forall f \cdot f(x) \leftrightarrow f(y)$

Bu G. W. Leibniz'in (1646-1716) ünlü *identitas indiscernibilium*'u, *ayrılmazların özdeşliği*dir.

Buna göre, tüm özelliklerinde (mekansal ve zamansal belirlenimler de özelliklerdir) f ile uyuşan iki nesne özdeştir. Bu tanım bazı açılardan felsefi sorunlar içerdiğinden mantıkta bunlardan kaçınılmaya ve "özdeşlik" tanımlanamayan temel bir kavram olarak belirlenmeye çalışılıyor. Buna göre şu geçerli olur:

3.72 $\vdash \forall xy\colon I(x,y) \rightarrow \cdot \forall f \cdot f(x) \leftrightarrow f(y)$

Özdeş olan iki nesne, tam olarak aynı özelliklere sahiptir. Burada önemli olan özdeşliğin bireyin, daha doğrusu birey adının bir özelliği olmasıdır. Özdeşlik iki adın aynı bireyi gösterdiğini dile getirir. İşaret olunanın bağıntısı dört haneli olur:

3.731 $\langle$*işaret edilen*$\rangle$ (n,a,g,l)

Bu şu demektir: Bir n adı bir a nesnesindeki belli bir g içeriğini l dilinde gösterir. Bununla birlikte n adı fonetik veya grafik bir yapıdır, a nesnesi tek bir nesne (birey), g içeriği bu bireyde içerilen şeydir. (Bir birey böylece çok değişik içerikler altında kavranılabilir: "Straßburglu öğrenci, Friederike Brion'un arkadaşıydı", "Şiir yazan Frankfurtlu avukat eğlenceye daldı ve stajını ihmal etti", "Faust'un yazarı", "Weimarlı bakan ve dük Ernst August'ün arkadaşı" her biri aynı birey Goethe'deki farklı içerikleri kastedmektedir.) Dil birlikte (bir bütünlük içinde) bildirilmelidir, çünkü farklı dillerdeki adlar farklı anlamlara gelebilirler.

Şimdi iki farklı ad n ile m'nin iki işaret bağıntısına karşılık geldikleri, onların geri kalan üç adının biçimdeş olduğu belirlenmiş olsun:

3.731 (*işaret edilen*) (n,a,g,l)

3.732 (*işaret edilen*) (m,a,g,l)

bu şekilde bu iki bağıntıdan beş haneli bir bağıntı elde edilebilir, ve bu özdeşliktir:

3.733 $I(n,m,a,g,l)$

Böylece *özdeşlik*, iki farklı adın aynı dilde aynı içeriği gösterdiği zaman ortaya çıkan ilişkidir.

Buna karşın özellikler ve kümelerde özdeşlikten değil *eşitlik*ten söz edilir: İki misafir aynı dilimi yiyemezler, tersine en fazla aynı özelliklere sahip olan iki farklı dilimi. Eğer baba ve oğul aynı otomobile sahipseler, ikisi birlikte yalnızca *bir tane*ye sahip olurlar; ama eğer *eşit* (*benzer*) otomobile sahipseler, o zaman bu onların aynı tip, aynı renk vb. *iki* otomobile sahip oldukları anlamına gelir.

"*Farklı*" sözcüğü maalesef çok anlamlıdır: o "*özdeş olmayan*" ve "*eşit olmayan*" anlamlarına gelebilir. B. v. Freytag-Löringhoff "*özdeş olmayan*" yerine "*başka* (*divers*)" diyor; Scholz "ayrı (distinkt)" diyor. Özdeşlik için farklı bir yazım tarzı şu şekilde olabilir:

3.741 $x \equiv y =_{Dk} \ddot{O}(x,y)$

3.742 $x \not\equiv y =_{Dk} \overline{x \equiv y}$

Özdeşliğin bir diğer önemi sayısal önermeleri belirtebilmesinden ileri gelir:

3.751 $\exists_1 f =_{Dk} \exists x\, f(x)$

Bu *eklem birli-minimatör*dur. Söylenişi: "En azından bir f vardır".

3.752 $\exists_2 f =_{Dk} \exists xy \cdot x \not\equiv y \wedge f(x) \wedge f(y)$

Bu *eklem ikili-minimatör*dur; söylenişi: "En az iki f vardır"; o f yüklemine karşılık gelen en az iki nesne olduğunu söyler.

3.753 $\exists_3 f =_{Dk} \exists xyz \cdot x \not\equiv y \wedge x \not\equiv z \wedge y \not\equiv z \wedge f(x) \wedge f(y) \wedge f(z)$

Üçlü-minimatör

3.754 $\exists_n f = \text{Dk}\ \exists x_1 \ldots x_n \cdot x_1 \neq x_2 \wedge x_1 \neq x_3 \ldots \wedge x_2 \neq x_3 \ldots \wedge x_{n-1} \neq x_n \wedge f(x_1) \wedge \ldots \wedge f(x_n)$

n'li-minimatör, *f* özelliğine sahip en az *n* nesnesi olduğunu söyler.

Örnekler:

3.751' $\exists_1$ *Ay*, b.d. en azından bir Ay vardır

3.752' $\exists_2$ *Dünya savaşı*

3.753' $\exists_3$ *Milyonu aşan Alman şehirleri*

3.754' $\exists_{12}$ *Havariler (Apostel)*

3.755' $\exists_{106}$ *Kimyasal elementler*

3.756' $\exists_{261}$ *Papalar*

Minimatör yalnızca, verilen nesnelerin *en az n* tanesinin varolduğunu iddia ediyor; yani daha fazla olabilir; örneğin (muhtemelen gelecekte) daha fazla dünya savaşları, elementler ve Papalar olabilir. Eğer Paulus ve Barnabas birlikte sayılırsa 12'den fazla havari olur.

3.761 $\exists_n! f = \text{Dk}\ \bar{\exists}_{n+1} f$

Bu *eklem maksimatör*dür ve yüklem *f*'ye karşılık gelen *en fazla n* nesnesi olduğunu dile getirir. *En fazla n*'nin *f*'için varolması, *en az* n+*1*'in *f* için *varolmaması* anlamına gelir.

3.762 $\exists_2! f \leftrightarrow \exists xy \forall z : z \neq y \rightarrow z \equiv x \cdot \wedge \cdot z \neq x \rightarrow z \equiv y \cdot \wedge f(x) \wedge f(y)$

Örnekler:

3.761' $\exists_1!$ *Şu an başta bulunan Papa*, b.d. şu an başta bulunan en fazla bir papa vardır -ama hiçbir Papa olmayabilirdi de (Sedisvakanz zamanında olduğu gibi).

3.762' $\exists_2!$ *Bir yüzeyin iki tarafı*, b.d. bir yüzey en fazla iki tarafa sahiptir, ama daha az da olabilir, örneğin möbius sayfası.

3.763' $\exists_3!$ *Federal Almanya'nın şehir devletleri* b.d. Hamburg, Bremen ve Berlin; sonuncusu Federal Almanya'dan sayılmazsa yalnızca iki kalır.

3.771 $\exists_n!! f = \text{Dk}\ \exists_n f \wedge \exists_n! f$

Bu *eklem numeratör*dür. Söylenişi: "*Tam olarak n f* vardır."

Örnekler:

3.771' $\exists_1!!$ *Çift asal sayı*

3.772' $\exists_2!!$ *Bir sayının kare kökü*

3.773' $\exists_3!!$ *Yüksek şatoların kralı*

3.774' $\exists_4!!$ *Kutsal İnciller*

3.775' $\exists_5!!$ *Düzenli geometrik cisimler*

*Özdeşlik yansımalı*dır (*refleksif*):

3.781 $\vdash a \equiv a$ b.d. "Her şey kendiyle özdeştir"

3.782 $\vdash \forall x \cdot x \equiv x$, buradan 3.34'e göre:

3.783 $\vdash \exists x \cdot x \equiv x$

*Özdeşliğin refleksifliği*nden, en az bir birey vardır sonucu çıkar. *Özdeşlik ilkesi* 3.781'in geçerli olduğu bir dünyada da en az bir birey vardır: Dolayısıyla böylesi bir dünya *boş olamaz.*

Çeşitli mümkün dünyaların bireylerinin sayılarından ötürü farklı olması gerektiği varsayıldığında tüm mümkün dünyalar için geçerli olan *özdeşlik önermeleri* oluşturulabilir. Buna göre yalnızca bizim gerçek dünyamız için değil, aynı zamanda *tüm mümkün dünyalar* için de geçerli olan böylesi önermeler Scholz ile birlikte, *metafizik önermeler* olarak gösterilebilir. (krş. Scholz$_1$)

Niceleyici, bir önerme biçiminden bir önerme oluşturan bir *eklem*dir. Bir önerme biçiminden bir birey elde etmek içinse, başka bir *eklem*, *betimleyici* kullanılır.

Yazılışı:

3.81 $\cap x\, f(x)$

ve söylenişi: "*f* olan tek *x* ". Tüm ifade "işaret" veya "betimleme"dir. Bazen "$\acute{x}$" yerine "$\cap\acute{x}$" yazılır. *Principia Mathematica*'da "ιx" diye yazılır. Scholz *betimleyici* (*Unifikatör*) der.

Örnekler: "*f*" "Quantum öğretisinin kurucusudur" anlamına geldiğinde, "$\cap x\ f(x)$", "Quantum öğretisinin kurucusu" anlamına gelir.

Yani bu işaret aynı bireyi, "Max Planck" adını gösterir. İşaretler için diğer örnekler:

Danimarka'nın başkenti

Köln kilisesi

Havariler tarihinin yazarı

Beşin üçüncü kuvveti

Babamın evi

Kardeşim Otto'nun hanımı

3.82 $\exists!\cap x\ f(x) =_{Dk} \exists a\ \forall x \cdot f(x) \leftrightarrow x \equiv a$

Bu: "*f* olan tek *x* vardır" anlamındadır. Bu tanım, işaret edilen bir nesne vardır ve tam olarak bu türden tek bir nesne vardır diyor, çünkü *f*(x)'in geçerli olduğu diğer nesneler işaret edilen nesne ile özdeş olmak zorundadır. Almanca'daki belirli *artikıl* aşağı yukarı betimleyiciye karşılık gelir. "Almanya'nın başbakanı" anlamsızdır, çünkü Almanya'nın pek çok başbakanı vardır. "İsveç'in iktidardaki Kralı" da aynı ölçüde anlamsızdır, çünkü bu şekilde gösterilen nesne var değildir. Aynı şey, "23 ile 29 arasındaki asalsayı", "Immanuel Kant'ın eşi", "Tam olarak yedi eşit beşgenle sınırlı cisim" için de geçerlidir.

3.83 $\vdash \exists!(\cap x\ f(x)) \leftrightarrow \exists_1!!f$

3.84 $\vdash g(\cap x f(x)) \rightarrow \exists!\cap x\ f(x)$

Bir betimleme bir bireydir ve böylece bir yüklemin argümanı olabilir –gerçi yalnızca işaret edilen bir birey varsa. İşaret edilen nesnenin belli bir özelliğe sahip olduğu saptamasından hareketle, onun var olduğu sonucuna da varılır. Örnek: "Hubert'in arabası bir Mercedes'tir", bayan Hubert'in bir arabası olduğunu söyler. "Hamburg'daki filozoflar kulesi 14 kattır": Yani Hamburg'da bir filozoflar kulesi vardır.

İki betimleme arasında özdeşlik olabilir:

3.85 $\cap x\, f(x) \equiv \cap x\, g(x)$

Örnek: "*f*" "Albert Magnus'un gömülü bulunduğu şehir"i, "*g*" "Üniversitesi belediye başkanı Adanauer tarafından yeni kurulan şehir"i göstersin; Formül 3.85 her iki durumda da aynı şehrin (yani Köln) söz konusu olduğunu ifade eder.

Özdeşlik, adlar olarak betimlemelerle birlikte bakışımlı ve geçişlidir:

3.86 $\vdash \cap x\, f(x) \equiv \cap x\, g(x) \leftrightarrow \cap x\, g(x) \equiv \cap x\, f(x)$

3.87 $\vdash \cap x\, f(x) \equiv \cap x\, g(x) \wedge \cap x\, g(x) \equiv \cap x\, h(x) \rightarrow \cap x\, f(x) \equiv \cap x\, h(x)$

Örnek olarak 3.87 yerine "*f*" için "mantığın kurucusu", "*g*" için "Büyük İskender'in hocası", "*h*" için "Nikomakhos'a Etik'in yazarı" koyulur.

Bununla birlikte özdeşlik betimlemelere oranla, eğer işaret edilen nesne varsa, yalnızca yansımalı olur:

3.88 $\vdash \exists!\cap x\, f(x) \rightarrow \cap x\, f(x) \equiv \cap x\, f(x)$.

4. Kümeler Üzerine

Betimleyici, bir önerme biçiminden bir birey oluşturan eklemdir; ama belli bir eklemin karşılık geldiği tüm bireyleri göstermeye gereksinim vardır. Bunu *soyutlayıcı* denilen şey yerine getirir. Örneğin, "*f*" "üniversite profesörü" demekse, "*f(a)*" önermesi oluşturulabilir, b.d. "*a* bir üniversite profesörüdür", "*f(b)*" "*b* bir üniversite profesörüdür" ve nihayet "*f(x)*" önerme biçimi b.d. "... üniversite profesörüdür". Şimdi üniversite profesörleri olan "*a*, *b*, ..."nin tümünü göstermek için, veya diğer bir ifadeyle, "*x*" için "*f(x)*" önerme biçiminde yerleştirilerek gerçek bir önerme elde edilen tüm adların alanı için

4.01 $\hat{x}\{f(x)\}$ diye yazılır.

Söylenişi: "*fx* için geçerli olan x". Eklem "^" *soyutlayıcı* veya *komprehensör* ya da *harf-yöneticisi* (*Lambda-operatör*) diye adlandırılır. Onun bir önerme biçimine uyarlanışı, önerme biçiminin ada sahip olması gibi aynı değişkene sahip olduğu sürece, bir *kümeyi* (Klasse) meydana getirir. Küme *genel* bir *kavramın* veya bir *tümelin* *kaplamıdır*. Küme belli ölçüde aynı konuya oranla yüklemin tamamlayıcı bir yönünü sunar.

İlk önce belli özellikler ve onların bireylere uygulanışına bakıyorum ve bu şekilde bir yüklemi elde ediyorum. Bu, *içlemsel* bakış tarzı diye nitelendiriliyor. Buna karşın *kaplamsal* bakış tarzında bir yükleme karşılık gelen bireyden hareket ediyorum; onları her defasında birlikte kavradığımda bir küme elde ediyorum. Yüklemler yüklemler kalkülünde, kümeler *kümeler kalkülünde* incelenir. Böylece her ikisi yalnızca aynı mantık kanunun iki yönüdür. Bazıları basitçe içlemsel bakış tarzını, b.d. yüklemler mantığının tanımlamasının kullanımına bağlı olanı, bazıları daha kolay olan kaplamsal bakış tarzını, b.d. kümeler kalkülündekini ortaya koyuyor ve biçimsel olarak araştırıyor.

Kümelere örnekler: "Köln'de oturanlar" (b.d. Kölnlüler), "pipo içenler", "öğretmenler", "daktilolar", "kırmızı nesneler", "araba sürücüleri", "masalar".

Birli bir yüklemde özellik olarak bulunan her şey, bir kümeyi de oluşturabilir, örneğin, "sarışınlar kümesi", "açlar kümesi", "ahmaklar kümesi" vb. oluşturulabilir. Bir tiyatro salonunun localarında mevcut olan herkes "o seansın izleyiciler kümesi"ni oluşturur. Nasıl her bir yüklem için bir küme oluşturulabiliyorsa, aynı şekilde her bir küme için de bir yüklem oluşturulabilir. Uç durumlarda, bir kümenin bireylerinin hangi niteliklerinden ötürü kapsanacağı bilinmiyorsa, bireylerin sayımı bizzat bir kümeyi belirleyen bir yüklemi meydana getirir. Örneğin bir küme üç bireyden, Meier, Müller ve Lehmann'dan oluşuyorsa, aynı evin yaşıt olan iş arkadaşları veya sakinlerinin bir iskambil kulübü oluşturup olurturamayacakları veya hangi özelliklerinden ötürü sürekli bir kümeye bağlı oldukları belirsiz kalır. Böylesi bir özelliği elde etme amacıyla, onları oluşturan küme üzerine önerme biçimi inşa edilebilir: "x bay Meier, bay Müller veya bay Lehmann'dır". Buradan "bay Meier-veya-Müller-veya-Lehmann'dır" yüklemi meydana gelir.

Böylece soyutlayıcı içlerinde değişkenler bulunan tek tek bireylerden soyutlanmak zorundadır ve öncelikle bağlı olduğu yüklemin (kaplam) genişlemesiyle gözlemlenmelidir. Uygun değişkenlere dair soyutlayıcı "$\hat{}$" yerine, uygun değişkenlerin önüne "λ" yazılır ki, bu uzun bir ifadeden soyutlama yapılacaksa daha kolaydır.

4.02 $\lambda x\,|f(x)| =_{Dk} \hat{x}|f(x)|$

Kümeye karşılık gelen yüklemin bulunduğu bireyleri küme *öğeleri* olarak da adlandırırız. *a*'nın Hamburglular kümesinin bir öğesi olduğu önerme:

4.03 $a \in \hat{x}|h(x)|$

şeklinde yazılır, bununla birlikte "*h*" "Hamburglu"nun yüklemcisidir. "*x, hx* kümesinin elemanıdır" diye söylenir. "$\in$" eklemine

öğelik işareti (*elementator)* denir. O, bir birey ve bir kümeden bir önerme oluşturur.

Kümeler, yani 4.01 formundaki deyimler için büyük harfler "K", "L", "M"'yi kısaltma olarak kullanınız. Buna göre:

4.04 $K =_{Dk} \hat{x}\ |f(x)|$

Biraz daha ayrıntılı deyim olan "*a için, x Hamburglular kümesinin bir öğesidir*" ifadesi

4.05 $a \in K$ şeklinde yazılabilir, ayrıca

4.06 $K =_{Dk} \hat{x}\ |h(x)|$ kısaca: "*a* bir Hamburgludur".

Aşağıdaki iki tanım kısaltmaya hizmet eder:

4.07 $a \notin K =_{Dk} \overline{a \in K}$

4.08 $a, b \in K =_{Dk} a \in K \wedge b \in K$

"$\notin$" *yerine* "$\overline{\in}$" de *yazılmaktadır.*

Aşağıda tanımlanan *küme eklemleri* yardımıyla bir veya daha fazla kümeden daha fazla kümeler elde edilebilir.

4.11 $K' =_{Dk} \hat{x}\ |x \notin K|$

"*K*-tümleyen" denilir. Bu eklem *tümleyen işareti* diye adlandırılır; onun *K* kümesine uygulanmasıyla *K*'nın *tümleyeni* meydana çıkar. Öğe olarak bu, *K*'nın öğesi *olmayan* tüm nesneleri kapsar.

Örnekler: "*K*" "aslanlar" kümesini gösterdiğinde, "*K*'" "aslan-olmayanlar" kümesini gösterir, b.d. aslan olmayan tüm nesneleri, örneğin kaplanlar, timsahlar, yaban arıları ve bülbüller, ama aynı zamanda elmaslar, gezegenler, lokomotifler, teğetler, yüklemler, kanal işçileri, çardaklar ve önerme işaretleri, kısaca bizzat aslanın dışındaki tüm mümkün şeyler.

Şimdi her şeyden önce göz önünde bulundurulması gereken (*söylem evreni* denilen) şeyler alanı belli bir *evren* ile sınırlandırılabilir. Örneğin evren olarak, gündemde olan yırtıcı hayvanlar varsayılırsa, o zaman aslanların tümleyeni kümesine yalnızca

diğer yırtıcı hayvanlar (etçiller) aittir: Kurtlar, leoparlar, tilkiler vb. Kara hayvanları alanı esas alınırsa o zaman aslanların tümleyen kümesine ayrıca filler, atlar, kirpiler, yer solucanları vb. de aittir; tümüyle hayvanlar içerisinde kartallar, kelebekler vb. de dahildir; tümüyle yaratıklar arasında ıhlamur ağaçları, streptekoklar, kırmızı turplar, terliksi hayvanlar, laleler de; tümüyle fiziksel şeyler içerisinde Köln Katedrali, büyük çan, Güneş, tüm mektup pulları, tüm kıymetli taşlar vb. nesnelerdeki üçgenler, integraller, kırmızı başlıklı kız ve Zeus, Schubert'in h-moll senfonisi, özdeşlik ilkesi ve koşul eklemi, kısaca aslan olmayan tüm mümkün şeyler alanı.

Evren belirgin bir şekilde sınırlanmadığında, tüm nesneleri kapsayan, kendi *içinde çelişkili* olmayan (örneğin dörtgen daire gibi) en geniş alan alınmak zorundadır. Aşağıdaki tümleyenli kümelerle ilgili örneklerde genelde evrenin herhangi bir sınırlanımı varsayılmıştır: Sigara içmeyenler, yüzmeyenler, metal olmayanlar, madeni olmayanlar, sınıf locası olmayanlar, üye olmayanlar.

Principia Mathematica'da kümeler Grekçe alfabenin ilk küçük harfleriyle gösterilir, yani α, β, γ; tümleyen "– α" diye yazılır.

4.12 $K \cup L =_{Dk} \hat{x}\{x \in K \vee x \in L\}$

"*K* birleşim *L*" denir ve bu şekilde ortaya çıkan küme *K* ve *L*'nin *birleşimi* veya *mantıksal toplamı*dır. Buna göre "$\cup$" eklemine de birleşim eklemi (Summator) denir. Örnekler: *K* otomobil sürücüleri, *L* motor sürücüleri kümesi olduğunda, $K \cup L$ birleşimi hepsinin, otomobil, motor veya her ikisinin sürücüleridir. "Öğrenciler ve gençlere indirimli geçiş vardır" denildiğinde, burada açıkça öğrenci ve gençlerin oluşturduğu birleşim kümesi kastediliyor, b.d. indirimli giriş hakkına yaşlı öğrenciler, genç öğrenciler ve öğrenci olmayan gençler sahiptir –ancak ne okuyup ne de genç olanlar değil.

Kümeler köşeli parantez işareti ile yazılır.

4.121 [işçi] $\cup$ [sözleşmeli] $\cup$ [memur], çalışanların kümesi olur.

4.122 [erat] ∪ [astsubay] ∪ [subay], askerler kümesi olur.

4.123 [pipo içenler] ∪ [sigara içenler] ∪ [puro içenler], tütün içenler kümesini meydana getirir; buna hem pipo hem puro içen veya her iki gruba dahil olanlar da aittir.

4. 13 $K \cap L =_{Dk} \hat{x}\{x \in K \wedge x \in L\}$

"*K* kesişim *L*" denir ve *K* ve *L* gibi iki kümenin *kesişimi* veya onların *mantıksal çarpımıdır*. İki kümeden *küme-kesişimini* oluşturan "∩" eklem *mantıksal çarpım eklemi* olarak da adlandırılır.

Örnekler: *K* İspanyollar ve *L* öğrenciler kümesi olduğunda, *K* ∩ *L* kesişimi İspanyol öğrenciler kümesini oluşturur. "Genç çalışanlar velilerinin onayıyla ücretten kesinti yapmaya gerek duyarlar" olduğunda, "genç çalışanlar" kesişimi ile gençler ve çalışanlar kastedilmektedir.

4.131 [terzi] ∩ [işçi ustası] [terzi ustası]nı meydana getirir

4.132 [eşkenar yüzey] ∩ [üçgen] [eşkenar üçgen]i meydana getirir

4.133 [Bavyera'da bulunan] ∩ [üniversite] [Bavyera üniversitesi]ni meydana getirir

4.141 $K - L =_{Dk} \hat{x}\{x \in K \wedge x \notin L\}$

4.142 $K - L =_{Dk} K \cap L'$

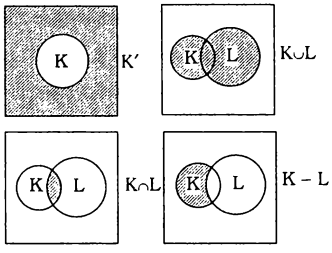
"*L*'siz *K*" denir ve bu ifade *K* ve *L*'nin *farkı* diye adlandırılır: "–" eklemi *fark eklemi*dir (*Differenzator*).

Örnekler: *K* kimyasal elementler kümesini ve *L* metalleri gösterdiğinde, *K* – *L* farkı metal olmayanlar kümesini meydana getirir. Aşağıdaki ifade bir fark kümesidir: "İki hariç tüm asal sayılar tek sayıdır."

4.143 [üniversite hocası] – [ordinaryüs profesör] [ordinaryüs olmayan]ı meydana getirir.

4.144 [denetleme kurulu üyesi] – [genel kurul tarafından seçilen] [denetleme kurulunda çalışanların temsilcisi]ni meydana getirir.

Taralı alan ile gösterilirse:



İki kümeden yalnızca yeni bir küme değil, aynı zamanda kümeler üzerine önermeler de yapılabilir: *Küme önermeleri*nin en önemlileri:

4.21 $K = L =_{Dk} \forall x \cdot x \in K \leftrightarrow x \in L$

"*K* eşittir *L*" denir. "=" eklemi *eşitlik eklemi* (*Äquator*), bunun yardımıyla oluşan küme deyimi "eşitlik"tir. Örnekler: Eğer *K* Avrupa'daki federal devletleri ve *L* ağırlıklı olarak Almanca konuşan halkların oluşturduğu Avrupa Cumhuriyetleri'ni gösteriyorsa, o zaman $K = L$ eşitliği doğru bir önermedir. Dört bacaklı hayvanlar ile memeli hayvanların eşitliği ise yanlış bir önermedir.

4.22 $K \subseteq L =_{Dk} \forall x \cdot x \in K \rightarrow x \in L$

"*K altküme L*" denir. "$\subseteq$" eklemi *alt-küme eklemi*, onun iki kümeden oluşturduğu önerme ise bir altküme önermesidir (*Subsumption*). *Principia Mathematica*'da altküme *öz alt-küme* (*Inklusion*) olarak adlandırılır ve "$\subset$" şeklinde yazılır.

Örnekler: Eğer *K* Almanlar kümesi, *L* Avrupalılar kümesiyse, $K \subseteq L$ altkümesi doğru bir önermedir, Almanlar kümesinin Avrupalılar kümesi tarafından kapsandığını söyler, b.d. "Tüm Almanlar Avrupalıdır". İsviçreliler ve Fransızlar kümesinden yanlış bir altküme önermesi meydana gelirdi: [*İsviçreliler*] *altküme* [*Fransızlar*]. $K \subseteq L$ altkümesi, *K*'nın *L* ile *eşit* olduğu sınır durumlarda bir *altküme*dir. Bu son imkan dışta bırakıldığında *öz alt-küme* elde edilir:

4.23 $K \subset L =_{Dk} K \subseteq L \wedge \overline{K = L}$

Öz altküme "*K L*'nin içindedir" diye söylenir ve ekleme *öz altküme eklemi* denir. Altküme sıkça öz altküme olarak da adlandırıldığından, hatadan kaçınmak için *kesin öz altküme* denilir. Böylesi kesin bir öz altküme için örnek [*doğal sayılar*] *içindeki* [*asal sayılar*] olabilir, b.d. asal sayılar doğal sayıların *gerçek alt kümesi*dir, ama her iki küme eşit değildir, çünkü asal sayı olmayan doğal sayılar vardır. Her iki kümé [yüksek şatoların Kayser'i] ve [2. Alman İmparatoru] buna karşın yanlış bir öz alt-küme ilişkisi sergiler; çünkü her ikisi eşit olduğundan, eşitlik ve alt küme ilişkileri açısından doğru sayılırlar.

Bu vesileyle, küme eklemlerinin küme önermeleri eklemlerinden daha *dar* ve bunların yeniden önerme eklemlerinden daha *dar bağlanma*k zorunda olduğunu hatırlamak gerekir.

4.231 $\vdash \exists x \cdot x \in K \wedge K \subset L \cdot \rightarrow \cdot \exists x \cdot x \in L \wedge x \notin K$

Bu demektir ki, *K* kümesi bir eleman içerir ve *K L*'nin içinde bulunursa, *L*'de, *K*'nın elemanı olmayan bir eleman var demektir. Eşitlik, altküme ve öz altküme arasındaki farkı aşağıdaki örneklerle aydınlatmak gerekirse: *K* bir bowling kulübünün üyesi, *L* bir satranç kulübünün üyesi olsun. Buna göre $K = L$ eşitliği bir bowling kulübünün tüm üyelerinin satranç kulübünün de üyesi ve tersi olduğunu söyler, diğer bir ifadeyle, her iki kulüp tümüyle aynı üyeleri içermektedir. $K \subset L$ öz altkümesi bowling kulübünün tüm üyelerinin satranç kulübünün de üyeleri olduğunu, ama satranç kulübünün de başka üyelere sahip olduğunu söylemektedir. $K \subseteq L$ altkümesi bowling kulübünün tüm üyelerinin şah oyunu külübüne ait olduğunu söylüyor, satranç kulübünün başka üyelere sahip olup olmadığını açık bırakıyor.

4.24 $\vdash K \subseteq L \leftrightarrow K \subset L \vee K = L$

4.25 $K \supset L =_{Dk} \forall x: x \in K \leftarrow x \in L \cdot \wedge \overline{x \in K \rightarrow x \in L}$

4.251 $\vdash K \supset L \leftrightarrow L \subset K$

"*K* üstküme *L*" denir. "$\supset$" eklemine *üstküme eklemi* (*Circumcloser*) denir; o iki kümeden bir küme oluşturur ve *üst-küme* diye adlandırılır. Üstküme alt kümenin evriğidir.

Örnek: K dörtgen ve L dikdörtgen kümesini gösterirse, $K \supset L$ üst-kümesi doğru bir önermeyi meydana getirir. Buna uygun olarak memeli hayvanlar ve yırtıcı hayvanlardan yanlış bir üstküme ilişkisi elde edilir.

Altküme $K \subseteq L$ *ile benzerlik kurularak supersumption* oluşturulabilir:

4.26 $K \supseteq L$

O zaman "*K super L*" denir ve eklem *supersumptor* diye adlandırılır. Örnek: K yüzücüler kümesi, L kurbağalama yüzücüler kümesi olsun; o zaman $K \supseteq L$ tüm yüzücüler kümesinin kurbağalama yüzücülerin üyelerini kapsadığını veya her iki kümenin muhtemelen eşit olduğunu söyler.

4.27 $K \mathbin{\text{)(} } L =_{Dk} \exists x \cdot x \in K \wedge x \in L \cdot \wedge \cdot \exists x \cdot x \in K' \wedge x \in L \cdot \wedge \cdot \exists x \cdot x \in K \wedge x \in L' \cdot \wedge \cdot \exists x \cdot x \in K' \wedge x \in L'$

"K üzeri L" denir. Bu önerme *üstkesişimdir*.

Örnekler: K memurlar ve L askerler kümesini gösterdiğinde, üstkesişim $K \mathbin{\text{)(} } L$ doğru olur, b.d. memur olan askerler vardır. Böcekler ve hayvanların üstkesişimi yanlış olur.

4.28 $K \mathbin{\text{)}\underline{\text{(}}} L =_{Dk} \exists x \cdot x \in K \wedge x \in L$

"K ortaklaşa L" denir. Bu önerme *ortaklaşalık* demektir ve K ve L kümelerinin en az bir elemanının ortak olduğunu söyler, bununla birlikte her iki kümenin eşitlik, öz altküme, üstküme veya üstkesişim'inin olup olmadığı açık kalmaktadır; K tümleyeninin L'de bulunması durumu kabul edilmektedir.

4.281 $\vdash K \mathbin{\text{)}\underline{\text{(}}} L \leftrightarrow K = L \vee K \subset L \vee K \supset L \vee K \mathbin{\text{)(} } L \vee K' \subset L$

Ortaklaşalığın karşı durumu kümelerin *yabancılaşması* (*birbirini dışlaması*) olabilir ki, bu altküme ve tümleyen işaretleri yardımıyla betimlenebilir:

4.29 $K \subseteq L'$

"K altküme L-tümleyen" yerine "K L'ye yabancı" da denir.

Yabancılaşmaya aşağıdaki küme çiftleri örnek oluşturur:

[Atlar] ve [kediler]; [üçgenler] ve [yırtıcı hayvanlar]; [farmasonlar] ve [aktif Katolikler]; [dikkatli şoförler] ve [ayyaşlar].

Kümelere ait iki sınır durum özel bir öneme sahiptir:

4.31 $\dot{I} =_{Dk} \hat{x}\{x \equiv x\}$

"İ" *evrensel küme*yi gösterir. O kendiyle özdeş olan b.d. çelişik olmayan tüm nesnelerin alanını tanımlamaktadır. Buna esaslı olarak çelişik olmayan tüm mümkün nesneler aittir; buna karşın *evren, söylem evreni* (*universe of discurse*), sınırlandırılırsa, o zaman bu sınırlı evren evrensel kümeyle örtüşür. Evrensel "∨" veya "Ɣ"olarak da yazılır.

4.32 $\acute{O} =_{Dk} \hat{x}\{x \not\equiv x\}$

Boş küme kendi kendiyle özdeş olmayan tüm nesnelerin alanıdır, b.d. var olmayanların, çelişkili, imkansız olanların. Boş küme yerine *hiçbir öğesi olmayan (küme)* de denir. "∧" veya "λ" şeklinde de yazılır.

Boş kümeye örnek şunlar olabilir: [kendi kendinin kuzeyinde bulunan şehir], [dairevi dörtgen], [ahşap demir], [23 ile 29 arasındaki asal sayı]

4.33	$\vdash \acute{O} \subseteq K$	Boş küme her kümede içkindir.
4.34	$\vdash K \supseteq \acute{O}$	Her küme boş kümeyi kapsar.
4.35	$\vdash \dot{I} \supseteq K$	Evrensel küme her kümeyi kapsar.
4.36	$\vdash \acute{O} \subseteq \dot{I}$	
4.37	$\vdash \acute{O}' = \dot{I}$	Boş kümenin tümleyeni evrensel kümedir.
4.38	$\vdash \dot{I}' = \acute{O}$	Evrensel kümenin tümleyeni boş kümedir

Kümeler kalkülünde ayrıca aşağıdaki yasalar geçerlidir:

4.411	$\vdash K \cup L = L \cup K$	*Birleşimin bakışımlılığı*
4.412	$\vdash K \cap L = L \cap K$	*Kesişimin bakışımlılığı*
4.413	$\vdash K \cup L \cdot \cup M = K \cup \cdot L \cup M$	*Birleşimin ortaklaştırıcılığı*
4.414	$\vdash K \cap L \cdot \cap M = K \cap \cdot L \cap M$	*Kesişimin ortaklaştırıcılığı*

4.415 $\vdash K \cup K = K$ *Birleşimin denkgüçlülüğü*

4.416 $\vdash K \cap K = K$ *Kesişimin denkgüçlülüğü*

4.417 $\vdash K = K$ *Eşitliğin yansımalılığı*

4.418 $\vdash K \subseteq K$ *Özaltkümenin yansımalılığı*

4.419 $\overline{K \subset K}$ *Altkümenin yansımasızlığı*

4.421 $\vdash K'' = K$ *Çifte tümleme*

4.422 $\vdash K \subseteq L \leftrightarrow L' \subseteq K'$ *Altkümenin tam-evriği*

4.423 $\vdash K \subset L \leftrightarrow L' \subset K'$ *Öz altkümenin tam-evriği*

4.4241 $\vdash K = L \wedge L = M \rightarrow K = M$ *Eşitliğin geçişliliği*

4.4242 $\vdash K \subseteq L \wedge L \subseteq M \rightarrow K \subseteq M$ *Altkümenin geçişliliği*

4.4243 $\vdash K \subset L \wedge L \subset M \rightarrow K \subset M$ *Öz altkümenin geçişliliği*

4.425 $\vdash K \cap L = K \leftrightarrow K \subseteq L$ *1. Altküme ölçütü*

4.426 $\vdash K \cup L = L \leftrightarrow K \subseteq L$ *2. Altküme ölçütü*

4.427 $\vdash K \subseteq L \wedge K \supseteq L \leftrightarrow K = L$ *1. Eşitlik ölçütü*

4.428 $\vdash K \cup L \subseteq K \cap L \leftrightarrow K = L$ *2. Eşitlik ölçütü*

4.429 $\vdash K \cap L = \acute{0} \wedge K \cup L = \acute{I} \leftrightarrow K = L'$ *Tümleyen ölçütü*

4.431 $\vdash K \between L \leftrightarrow L \between K$ *Ortaklaşalığın bakışımlılığı*

4.432 $\vdash K \between L \leftrightarrow L \between K$ *Üstkesişimin bakışımlılığı*

4.433 $\vdash K \between L \wedge L \subseteq M \rightarrow K \between M$

4.434 $\vdash \overline{K = \acute{0}} \leftrightarrow \cdot \exists x \cdot x \in K$

4.435 $\vdash \dot{\exists}\, !K =_{Dk} \exists x \cdot x \in K$

4.436 $\vdash \dot{\exists}\, !K \leftrightarrow \overline{K = \acute{0}}$

Bu yasalardan hareketle kümeler kalkülüne ait deyimlerin dönüştürülmesi için uygun kurallar oluşturulabilir, örnek:

4.427' Eğer $\vdash K \subseteq L$ ve $\vdash K \supseteq L$ ise, o halde $\vdash K = L$.

4.5 Belirli Kümeler Kalkülü ve Klasik Yargı Öğretisi

4.501 $K \subseteq L =_{Dk} K \subseteq L \wedge \dot{\exists}!K \wedge \dot{\exists}!\, K' \wedge \dot{\exists}!L \wedge \dot{\exists}!L'$

4.502 $K \underset{\cdot}{\subset} L =_{Dk} K \subseteq L \wedge \dot{\exists}!K \wedge \dot{\exists}!K' \wedge \dot{\exists}!L \wedge \dot{\exists}!L'$

*Belirli (definit) kümeler kalkülü*nde yalnızca *sıfır-* ve *tüm küme*lerden farklı olan kümelere izin verilir, b.d. hem kümeler hem de onların tümleyeni *boş olamaz. Belirli altküme* $K \subseteq L$ *klasik mantığın tümel-olumlu* yargısına karşılık gelir ve bu orada *SaP* diye yazılır. (S ve P ileride *belirli* kümeler olarak gösterilecek)

4.503 $SaP =_{Dk} S \subseteq P$

Belirli başkalaşma klasik mantığın *tümel-olumsuz* yargısına karşılık gelir:

4.504 $SeP =_{Dk} S \subseteq P'$

Belirli ortaklaşalık tikel-olumlu yargıya karşılık gelir:

4.505 $SiP =_{Dk} S \underset{\cdot}{\cap} P$

Belirli ortaklaşalık tümleyenli art-bileşen ile tikel-olumsuz yargıyı tanımlamaya yarar.

4.506 $SoP =_{Dk} S \underset{\cdot}{\cap} P'$

Bu dört yargı türünü Aristoteles (384-322) ortaya koydu. *S* kümesi *geleneksel mantık*ta özne, *P* kümesi *yüklem* olarak adlandırılır. Tümel veya tikel şeklindeki özellik *yargının niceliği*dir; olumluluk veya olumsuzluk özelliği ise *niteliği.*

Örnekler:

4.503' *SaP* için: Tüm asal gazlar kimyasal elementlerdir.
Dokuza bölünebilir tüm sayılar üçe bölünebilir.
Tüm kelebekler kelebektirler.

Dilsel formülasyonunda sıkça yalnızca kümeler adlandırılır: İnsan ölümlü bir varlıktır.

B.d. [insan] kümesi [ölümlü varlık]ın bir alt kümesidir.

4.504' *SeP* için: Hiçbir sürüngen memeli değildir.
Hiçbir dikdörtgen eşit olmayan diyagonale sahip değildir.
Hiçbir kör bir otomobilin sürücüsü değildir.

4.505' *SiP* için: Bazı öğrenciler müzisyendir.
Bazı atlar siyahtır.
Beyaz fareler vardır.
Bazı gemiler mazotlu motorludur.

4.506' *SoP* için: Bazı üçgenler dik açılı değildir.
Bazı kimyasal bileşikler kükürt içermez.
Bazı siyasetçiler iyi diplomat değildir.
Bazı Çin yemekleri fazla baharatlı değildir.

Kümeler kalkülündeki dört geleneksel yargı türüne dair betimlemelerimizden ilk önce dolaysız bir şekilde *eşdeğerlik yasaları* denilen yasalar meydana gelir:

4.511 $\vdash SaP \leftrightarrow SeP'$ çünkü:

4.511' $\vdash S\c{c}P \leftrightarrow S\c{c}P''$

4.512 $\vdash SaP' \leftrightarrow SeP$ çünkü:

4.512' $\vdash S\c{c}P' \leftrightarrow S\c{c}P'$

4.513 $\vdash SiP \leftrightarrow SoP'$ çünkü:

4.513' $\vdash S\underset{\text{I}}{\text{O}}P \leftrightarrow S\underset{\text{I}}{\text{O}}P''$

4.514 $\vdash SiP' \leftrightarrow SoP$ çünkü:

4.514' $\vdash S\underset{\text{I}}{\text{O}}P' \leftrightarrow S\underset{\text{I}}{\text{O}}P'$

Bu, *olumsuz yargıların* yüklemi değillediğini söylüyor. Böylece Kant (1724-1804) tarafından *sonsuz* veya *sınırlı* denilen yargılar olumlu ve olumsuz yargıların yanında özel bir yargı türü olarak geçersiz sayıldı.

Bu dört geleneksel yargı türünün yanında yargıların pek çok farklı biçimlerini de tanımaktayız, örneğin *tekil* yargılar:

4.515 $s \in P$ Örnek: Sokrates bir insandır.

4.516 $f(a,b,c)$ A, B ile C arasındadır.

Eğer bir yargı tümüyle değillenirse, o zaman bunun kendi değillemesiyle *çelişkili karşı olum* arzettiğini söyleriz. Tümel-olumlu yargıların değillemesi tikel-olumsuzları meydana getirir; böylece her ikisi arasında *bağdaşmaz seçeneklilik* ortaya çıkar. Geleneksel ifade şekliyle: Onlar çelişiktir. 4. 521'den 2.99 ve 2.53 nedeniyle 4. 523 meydana gelir.

4.521 $\vdash \overline{\overline{SaP}} \leftrightarrow SoP$ çünkü:

4.521' $\vdash \overline{\overline{S\c{c}P}} \leftrightarrow S\underset{\text{I}}{\text{O}}P'$

4.522 $\vdash SaP \succ\!\prec SoP$ çünkü:

4.522' |– $SçP \succ\!\prec S \overset{\cdot}{\underset{1}{\}}} P$

4.523 |– $SaP \leftrightarrow \overline{SoP}$ çünkü:

4.523' |– $\overline{SçP} \leftrightarrow S \overset{\cdot}{\underset{1}{\}}} P'$

Tümel-olumsuz yargının değillemesi tikel-olumlu yargıyla eşdeğerdir: yani ikisi de her halükarda çelişiktir ve tümel-olumsuz-yargı bunun neticesinde tikel-olumlu yargının değillemesiyle eşdeğerdir.

4.524 |– $\overline{\overline{SeP}} \leftrightarrow SiP$ çünkü:

4.524' |– $\overline{\overline{SçP'}} \leftrightarrow S \overset{\cdot}{\underset{1}{\}}} P$

4.525 |– $SeP \succ\!\prec SiP$ çünkü

4.525' |– $SçP' \succ\!\prec S \overset{\cdot}{\underset{1}{\}}} P$

4.526 |– $SeP \leftrightarrow \overline{SiP}$

4.526' |– $SçP' \leftrightarrow \overline{S \overset{\cdot}{\underset{1}{\}}} P}$

Örnekler: (4.521-23) "Tüm çift tırnaklıların memeliler olduğu doğru değildir", "Bazı çift tırnaklılar memeli değildir" ile eşdeğerdir. Aynı şekilde bu son önermenin değillemesi, değillenmemiş ilkiyle eşdeğerdir. Her iki önerme "Tüm çift-tırnaklılar memelidir" ve "Bazı çift-tırnaklılar memeli değildir" çelişiktir. B.d. tam olarak onlardan biri doğru biri yanlıştır.

(4.524-26) Ya "Hiçbir asal gaz yanıcı değildir" ya da "Bazı asal gazlar yanıcıdır" geçerlidir. Her iki cümle çelişiktir. Onlardan biri değillendiğinde bu, değillenmeyen diğeri ile eşdeğer olur. –Yüklem değillendiğinde, aynı nicelik dahilinde olumlu yargıdan olumsuz yargıya geçiriyoruz; tümel yargı durumunda geleneksel mantık *karşıtlık yasasından* söz eder. Bu, 2.26'daki *bağdaşmazlık* eklemine karşılık gelir.

4.531 |– $SaP \,/\, SeP$ çünkü:

4.531' |– $SçP \,/\, SçP'$

Örnek: Tüm eğrelti otlarının sporlar (Sporen) sayesinde çoğaltılabileceği ve hiçbir eğrelti otunun sporlar sayesinde çoğaltılamıyacağı aynı anda doğru olamaz. Ama aynı özne ve yükleme sahip tümel-olumlu ve tümel-olumsuz yargılar, aşağıdaki örneklerde olduğu gibi, bir arada yanlış olabilirler: "Tüm karbon-

hidratlar sindirilebilirdir" ve "Hiçbir karbonhidrat sindirilebilir değildir".

Tikel yargılarda olumlu ve olumsuz yargı arasındaki ilişkiye *altkarşıt* diyoruz. Bu *tikel-evetleme* 2.23'e karşılık gelir:

4.532 $\vdash SiP \vee SoP$ çünkü:

4.532' $\vdash S \underset{1}{\overset{\}}{\}} P \vee S \underset{1}{\overset{\}}{\}} P'$

Örnek: Bazı organik bileşiklerin asit (ekşi) olduğu ve bazı organik bileşiklerin asit olmadığı aynı anda yanlış olamaz. Ancak, bu örnekte olduğu gibi, her ikisi doğru olabilir. Aynı şekilde bu "Bazı kareler dikdörtgendir" – "Bazı kareler dikdörtgen değildir"; "Bazı Hamburg'lular tüccardır" – "Bazı Hamburg'lular tüccar değildir" önerme çiftleri için de geçerlidir.

Aynı nitelik dahilinde tümel yargıdan tikel yargıya geçiş *altıklık* olarak adlandırılır. Bunun için şu geçerlidir:

4.541 $\vdash SaP \rightarrow SiP$ çünkü:

4.541' $\vdash S\underline{c}P \rightarrow S \underset{1}{\overset{\}}{\}} P$

4.542 $\vdash SeP \rightarrow SoP$ çünkü:

4.542' $\vdash S\underline{c}P' \rightarrow S \underset{1}{\overset{\}}{\}} P'$

Evirme yani *üst-seçeneklilik (Superalternation)* geçerli değildir. Ayrıca şuna dikkat etmek gerekir ki, burada *koşullu* yalnızca tümel olumlu önermeye karşılık gelen tikelin yanlış olması durumunu kapsar. Tümel yanlışsa, tikel doğru veya yanlış olabilir. Örnekler:

Tüm kuşlar tüylüyse, bazı kuşlar da tüylüdür.

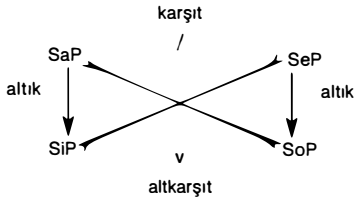
Tüm öğrenciler kırmızı saçlıysa, bazı öğrenciler de kırmızı saçlıdır.

Hiçbir kuş memeli değilse, bazı kuşlar memeli değildir.

Hiçbir memur sigortalı değilse, bazı memurlar sigortalı değildir.

Hiçbir omurgalı akciğer sayesinde teneffüs etmezsa, bazı omurgalılar akciğer sayesinde teneffüs etmez.

Çelişiklik, karşıtlık, altkarşıtlık. karşı olum ve *altıklık* yasaları Boethius'un (480-524) bilindik *mantık karesi*nde gösterilebilir:



Diyagonaller *çelişikliğe* karşılık gelmektedir. Çelişikliğin altküme ve ortaklaşalık için geçerli olmasına karşın, bu mantık karesinin çerçeve ilişkileri yalnızca belirli altküme ve ortaklaşalık için geçerlidir, b.d. onlar *boş küme* yargıları için daha fazla geçerli değildir. Bu şekilde örneğin altıklık yalnızca *belirli* alanda geçerlidir!

Döndürme (Dönüştürme) Yasaları

a- ve *o*-yargısı nicelik değişmeden devrik yapılabilir. Buna biz *basit* veya *tam devirme* diyoruz. Eşdeğerlik yasalarından 4.512'nin kullanımıyla, bzw. 4.414, tam devirme 4.551'den 4.552 formülünü elde ederiz ve 4.553'ten de 4.554'ü.

4.551	$\vdash SaP \leftrightarrow P'aS'$	çünkü:
4.551'	$\vdash S\c{c}P \leftrightarrow P'\c{c}S'$	(krş.4.422)
4.552	$\vdash SaP \leftrightarrow P'eS$	(krş. 4.512)
4.553	$\vdash SoP \leftrightarrow P'oS'$	çünkü:
4.553'	$\vdash S \underset{1}{\not\ni} P' \leftrightarrow P' \underset{1}{\not\ni} S$	(krş. 4.431)
4.554	$\vdash SoP \leftrightarrow P'iS$	(krş. 4.513)

Örnekler: "Tüm bazlar fenollar (asit fenikler) ile kırmızı tortu meydana getirir" 4.552'e göre meydana gelir: "Fenollar ile kırmızı tortu meydana getirmeyen hiçbir şey, baz değildir".

"Tüm Kastilyalılar İspanyoldur"dan: "İspanyol olmayan herkes Kastilyalı olmayandır."

"Bazı balıklar yüzme kesesine sahip değildir", 4.554'e göre: "Yüzme kesesine sahip-olmayan bazıları balıktır". "Bazı üniversite şehirleri büyük şehir değildir"den: "Büyük şehir olmayan bazıları üniversite şehridir" meydana gelir.

Tam devirme yalnızca *a*- ve *o*-yargıları için geçerlidir. Eşzamanlı altıktaki bir devirme *eksik devirme* diye adlandırılır. Bunun için aşağıdaki yasalar meydana gelir:

4.555 $\vdash SaP \rightarrow P'iS'$

4.555' $\vdash S\underset{\text{ç}}{}P \rightarrow P' \underset{1}{\}} S'$

4.556 $\vdash SaP \rightarrow P'oS$ (4.555'den 4.514'e değin)

4.557 $\vdash SeP \rightarrow P'oS'$

4.557' $\vdash S\underset{\text{ç}}{}P' \rightarrow P' \underset{1}{\}} S$

4.558 $\vdash SeP \rightarrow P'iS$ (4.557'den 4.513'e değin)

a- ve e-yargıları yarı devrik yapılabilir, örnekler:

(4.556 için) Tüm ağır maluller motorlu taşıt vergisinden muafsa, bazı motorlu taşıt vergisinden muaf olmayanlar ağır malul değildir.

(4.558 için) Hiçbir yemek mantarı zehirli mantar değilse, bazı zehirli mantar-olmayanlar yemek mantarıdır.

Özne ile yüklemin yer değiştirmesine evirme denir; eğer bununla birlikte yargıların niceliği değişmiyorsa, bu *tam evirme*dir.

4.561 $\vdash SeP \leftrightarrow PeS$

4.561' $\vdash S\underset{\text{ç}}{}P' \leftrightarrow P\underset{\text{ç}}{}S'$

4.562 $\vdash SiP \leftrightarrow PiS$

4.562' $\vdash S \underset{1}{\}} P \leftrightarrow P \underset{1}{\}} S$

Yalnızca *e*- ve *i*- yargısı tam evrilebilir. Örnekler:

"Hiçbir çift tırnaklı yırtıcı değildir"den: "Hiçbir yırtıcı çift tırnaklı değildir" meydana gelir; "Komünizmle yönetilen hiçbir ülkede serbest seçimler yapılmaz"dan: "Serbest seçimlerin yapıldığı hiçbir ülke komünizmle yönetilmez"; "Bazı lokomotifler dizel motorludur"dan "Bazı dizel motorlular lokomotiftir" meydana gelir; "Bazı bayan öğretmenler otomobil sürücüsüdür"den: "Bazı otomobil sürücüleri bayan öğretmendir".

Evirme ile birlikte aynı anda altıklık öngörülüyorsa *eksik evirme* meydana gelir:

4.563 $\vdash SaP \rightarrow PiS$

4.563' $\vdash S\underset{\frown}{c}P \rightarrow P \underset{1}{\overset{1}{\}}} S$

4.564 $\vdash SeP \rightarrow PoS$

4.564' $\vdash S\underset{\frown}{c}P' \rightarrow P \underset{1}{\overset{1}{\}}} S'$

Eksik evirme tüm *a*- ve *e*-yargılar için geçerlidir. Örnekler: Tüm Almanca konuşan büyük şehirler üniversite şehriyse, bazı üniversite şehirleri Almanca konuşan büyük şehirlerdir.

Tüm İskandinav ülkeleri monarşi (ile yönetiliyor) ise, bazı monarşiler İskandinav ülkeleridir.

Hiçbir kilise kulesi 200 metreden yüksek değilse, bazı 200 metreden yüksek olanlar kilise kulesi değildir.

Hiçbir memur hapis cezasına çarptırılmamışsa, hapis cezasına çarptırılmış olanlar memur değildir.

Özne ve yüklem aynı anda değillenirse, bu *çevirme* olarak adlandırılır. Geçerli olan yalnızca *yarı çevirme*dir ki, bu, çevirme ile eşzamanlı altıklıktan oluşur. 4.513-14 eşdeğerlik yasaları gereği çevirme yasaları 4.571 ve 4.573, 4.572 ve 4.574 olarak sadeleştirilirler:

4.571 $\vdash SaP \rightarrow S'iP'$

4.571' $\vdash S\underset{\frown}{c}P \rightarrow S' \underset{1}{\overset{1}{\}}} P'$

4.572 $\vdash SaP \rightarrow S'oP$

4.573 $\vdash SeP \rightarrow S'oP'$

4.573' $\vdash S\underset{\frown}{c}P' \rightarrow S' \underset{1}{\overset{1}{\}}} P''$

4.574 $\vdash SeP \rightarrow S'iP$

Örnekler: Tüm sigara içenler kanser riski taşıyorsa, bazı sigara-içmeyenler kanser riski taşımaz. Tüm dikdörtgenler paralel kenarsa, bazı dikdörtgen-olmayanlar paralel kenar değildir. Hiçbir Amerika devleti monarşi değilse, bazı Amerika devleti-olmayanlar monarşidir.

Hiçbir asal gaz yanıcı değilse, bazı asal gaz-olmayanlar yanıcıdır.

Çevrik yargılar için aşağıdaki tanımları ortaya koyuyoruz:

4.581 $S\bar{a}P = \text{Dk}\ S'aP'$

4.582 $S\ddot{e}P = \text{Dk}\ S'eP'$

4.583 $S\bar{\imath}P = \text{Dk}\ S'iP'$

4.584 $S\ \ddot{o}P = \text{Dk}\ S'oP'$

Çevrik tümel yargılardan altıklık sayesinde çevrik olmayan tikel yargılar ortaya çıkar:

4.585 $\vdash S\bar{a}P \rightarrow SiP$

4.586 $\vdash S\ddot{e}P \rightarrow SoP$

Örnekler: Tüm metal-olmayanlar elektrik akımını iyi geçirmiyorsa, bazı metaller elektrik akımını iyi geçirir. Tüm oy-kullanmayanlar kötü demokratsa, bazı oy kullananlar kötü demokrat değildir.

Aynı şekilde geleneksel tümel yargılardan altıklık sayesinde çevrik tikel yargılar ortaya çıkar:

4.587 $\vdash SaP \rightarrow S\bar{\imath}P$ (krş. 4.571)

4.588 $\vdash SeP \rightarrow S\ddot{o}P$ (krş. 4.573)

Özet olarak belirtmek gerekirse:

4.611 Devirme *a* ve *o* için tam, *a* ve *e* için eksik geçerlidir.

4.612 Evirme *e* ve *i* için tam, *a* ve *e* için eksik geçerlidir,

4.613 Çevirme asla tam geçerli değildir, *a* ve *e* için eksik geçerlidir.

4.614 *a* ve *e*'ye ilişkin üç operasyon eksik, yani daima geçerli olarak kullanılabilir.

Aşağıdaki tablo döndürme yasalarını toplu olarak özetlemektedir. "*t*" "tam geçerli"yi, "*e*" "eksik geçerli"yi, "-" "sonucun geçerli olmadığını göstermektedir.

4.615

	Evirme	Devirme	Çevirme
a	e	te	e
e	te	e	e
i	t	–	–
o	–	t	–

4.62 Tüm yargıların yerine çevrikleri koyulursa dört geleneksel yargı tarzının tüm mantık yasaları da, geçerli olur (*ikillik yasası*).

Örnekler:

4.621 |– *SäP / SëP* (krş. 4.531)

4.622 |– *SäP* → SïP (krş. 4.541)

4.623 |– *SëP* → SöP (krş. 4.542)

4.624 |– *SëP* ↔ PëS (krş. 4.561)

vb. vb.

4.7. Tasımlar Üzerine

Tasım (kıyas) klasik mantığın özünü oluşturur. *Tasım*dan, *öncül* denilen iki önermeden bir sonuç çıkarma anlaşılır. Bu öncüller her defasında iki kümeye ilişkin bir deyimi ortaya koyarlar. Her iki öncülde geçen bir kümeden, *orta terim* (Mittelbegriff) denilen bu kümenin elendiği *sonuç önermesi*ne (Schlußsatz) varılır. Orta terimin her iki öncüldeki konumuna göre tasımın dört biçimi (Figur) ayırt edilir:

4.701 1. Biçim: $Mf_1P \wedge Sf_2M \rightarrow Sf_3P$

4.702 2. Biçim: $Pf_1M \wedge Sf_2M \rightarrow Sf_3P$

4.703 3. Biçim: $Mf_1P \wedge Mf_2S \rightarrow Sf_3P$

4.704 4. Biçim: $Pf_1M \wedge Mf_2S \rightarrow Sf_3P$

Genelde sonucun yüklemini içeren önermeye *büyük önerme* denir ve ilk sırada yer alır; sonucun öznesini içeren öncüle *küçük önerme* denir ve ikinci sırada yer alır. Yargıda özne-yüklem sırasının bizzat sabitleştirilmesi bir çelişkidir, bu Günter Patzig'in esaslı çalışması *Aristotelesçi Syllogistik*'de kanıtlamış olduğu gibi (krş. *Patzig*$_1$), Aristoteles'in temel amacına da uygun düşmez.

Sorun, dört *tasım-eklemi* a, e, i, o'dan hangisinin f_1, f_2, f_3 için, hangi dört biçim şemasında yerine koyularak geçerli bir yasanın elde edileceğidir. Aristoteles yalnızca ilk üç biçimi kullandı ve 1. biçimin dört *sonuçlandırma tarzını* (*kalıp/modi*) olarak da adlandırılan) kendi içinde anlaşılır bir şekilde ortaya koydu ve daha sonra döndürme ve altıklık yasaları sayesinde 2. biçimi oluştur-

du ve 3. biçimi buradan türetti. Bugün biz biliyoruz ki (krş. *Menne*$_2$) önermeler kalkülünün birkaç kuralına dayanılarak, (temel kavram olarak *a*-ekleminden hareketle diğer üçü tanımlanırsa) üç aksiyomdan tüm tasımlar ve aynı şekilde önceden geçen dört klasik yargı türünün tüm yasaları türetilebilir. Bu üç aksiyom tekrar kümeler kalkülünde yasa olarak kanıtlanabilir, bununla birlikte yargı ve çıkarım üzerine tüm klasik öğreti kümeler kalkülünün özel bir kısmı olarak kanıtlanmıştır (*Menne*$_3$).

4.71 *1. Biçim sonuçları:*

4.711 $\vdash MaP \wedge SaM \rightarrow SaP$ *Barbara* (krş. 4.4242)

Örnekler:

Tüm hayvanlar duyusal algıya sahipse ve tüm yer solucanları hayvansa, tüm yer solucanları duyusal algıya sahiptir.

Tüm gece gölgesi bitkileri Amerika'da yetişmekte ve tüm domatesler gece gölgesi bitkisiyse, tüm domatesler Amerika'da yetişmektedir.

Tüm üçgenler dikdörtgen ve tüm kareler üçgense, tüm kareler dikdörtgendir.

Tüm tinsel tözler ölümsüz ve tüm ruhlar tinsel tözse, tüm ruhlar ölümsüzdür.

Tüm dikdörtgenler paralel kenar ve tüm kareler dikdörtgense, tüm kareler paralel kenardır.

Bu son türden örnekler tasımın tümüyle yeni bir şey getirmediğinden ötürü yararsız olduğunu göstermek amacıyla sıkça kullanılır; zaten karelerin paralel kenar olduğu önceden bilinmektedir. Bu durum bu örnekte geçerlidir. Ve bu *Barbara* biçiminde genelde geçerlidir, çünkü o eklemin *geçişliliği tümü... dür*'e dayanmaktadır, bu öylesine açıktır ki, *Barbara* biçiminin sonuçları mantık bilgisi olmadan da sıkça basit bir şekilde doğru olarak görülebilmektedir. Ama diğer kalıplarda, özellikle kullanılan kavramların kesin anlamı tüm yönleriyle bilinmezse, iki öncülden hareketle asla her zaman ilk hamlede doğru sonuç ortaya konulamaz. 3. örnek yanlış öncüllerden doğru bir sonucun elde edilebileceğini açık bir şekilde göstermektedir. Gerçek bir tasımda sonucun doğruluğundan ancak, her iki öncül doğru ol-

duğunda, kesin olarak emin olabiliriz. Sondan bir önceki örnek nihai olarak bazı metafizik konular içermektedir. Felsefî bakış açısından hareketle zafer edasıyla denilebilir ki: "Ruhun ölümsüzlüğü böylece kesin bir mantıksal dil ile kanıtlanabilir!" veya yerici bir tarzda karşı da çıkılabilir: "Bu tarz oldukça sorunsal olan önermelerin mantık yoluyla kanıtlanmasının akıllıca olmadığı görülmektedir, her şeyden önce ruh gibi bir şeyin varolduğu tümüyle belirlenenemez." Bunun için denilebilir ki, her tasım bir *koşul önermesi* ortaya koymaktadır. Tasım tümüyle, salt biçimi açısından doğrudur, gerçi sonuç yalnızca her iki öncül doğruysa doğru olur. Ancak bunun bizim örneğimizle uyuşup uyuşmadığınına mantık bizzat karar veremez –bu felsefi antropoloji veya ontolojinin bir meselesidir. Ama bir kez belli felsefî görüşler veya kabullerden hareketle her iki öncül doğru olarak kabul edilirse, o zaman her durumda tutarlı bir şekilde ruhun ölümsüz olduğu ortaya konulabilir. Böylece mantık, felsefi ifadelerin muhtemel sonuçlarını araştıran bir araç olur. Hatta o belli koşullar altında, belli felsefi kabullerin çelişkili sonuçlara yol açtığını gösterebilir. Bunun söz konusu olmadığı bir sistem her şeyden önce kendi doğruluğunu garanti edemez: Felsefi bir sistemin veya bilimsel bir teorinin çelişkiden uzak olması, yalnızca her ikisinin muhtemelen doğru olduğunu söyler. Buna karşın bir sistemin çelişkili olması onun doğru olmasının imkansız olduğunu gösterir, çünkü çelişkili bir sistemde her bir önerme reddedilebileceği gibi kanıtlanabilir de, b.d. böyle bir sistem değersizdir, çünkü onun hiçbir önermesinin doğru veya yanlış olduğu kesin değildir. Ama doğaldır ki, buradan bu tür çelişkili sistemlerin edebi veya şiirsel bir sanat eseri oldukları veya tümüyle derin düşünceler içerdikleri sonucu çıkartılamaz. Gerçekliğin bizzat çelişkili olduğu şeklinde sıkça dile getirilen iddialar, bu iddiaların sıklığı sayesinde gerçeklik kazanmıyor: Bu iddia basitçe *karşıt*, *alt karşıt*, veya *altıklık* ile *çelişikliğin* karıştırılmasına dayanmaktadır, bununla birlikte aynı zamanda *gerçeklik*, *gerçeklik üzerine önermeler* ile temellendiriliyor. Şimdi tekrar tasıma dönelim:

4.712 $\vdash MeP \wedge SaM \rightarrow SeP$ *Celarent*

Belirli küme kalkülündeki yazım tarzında *Barbara* kalıbıyla (modus) olan benzerlik aşikardır:

4. 712'|– $MçP' \wedge SçM \rightarrow SçP'$

Barbara kalıbı belirli küme kalkülünde şöyledir:

4.711' |– $MçP \wedge SçM \rightarrow SçP$

Barbara kalıbında P yerine P' konulursa, *Celarent* meydana gelir. Bu kalıp için örnekler:

Hiçbir dindar Müslüman alkol kullanmaz ve tüm dervişler dindar Müslümansa, hiçbir derviş alkol kullanmaz.

Hiçbir dik açılı üçgen eşkenar değil ve bir açının diyagonal bölümlenmesi dik açılı bir üçgeni meydana getirirse, bir karenin diyagonal bölümlenmesi sayesinde hiçbir eşkenar figür meydana çıkmaz.

4.713 |– $MaP \wedge SiM \rightarrow SiP$ *Darii*

4.713' |– $MçP \wedge S \overset{\cdot}{\cap} M \rightarrow S \overset{\cdot}{\cap} P$

Bu sonuç kolayca *Barbara*'dan elde edilemez. Bunun için önermeler kalkülünden yardımcı bir önermeye gerek duyulur:

4.7131|– $p \wedge q \rightarrow r \leftrightarrow p \wedge \overline{r} \rightarrow \overline{q}$

Şimdi bundaki önermelerin yerine p/MaP, q/SaM ve r/SaP olacak şekilde yenilerini koyarsak o zaman

4.7132|– $MaP \wedge SaM \rightarrow SaP \leftrightarrow MaP \wedge \overline{SaP} \rightarrow \overline{SaM}$ ı elde ederiz.

Ama bu karşılıklı-koşullunun sol tarafı *Barbara* modusu 4.711'dir ve böylece de doğrudur; keza sağ taraf da kendi içinde doğrudur.

4.7133|– $MaP \wedge \overline{SaP} \rightarrow \overline{SaM}$

Şimdi ilk öncülün yerine onun devriğini koyarız, (keza bu tümel-olumlu yargı da eşdeğer kalır (4.551)), 2. öncül ve sonuç önermesinde de ilgili eşdeğerliği kullanırız (4.521). Böylece biz:

4.7134|– $P'aM' \wedge SoP \rightarrow SoM$ u elde ederiz.

Şimdi biz P'/M ve M/P' *olacak şekilde değişiklikleri yaptığımızda;*

4.7135 $\vdash MaP' \wedge SoM' \rightarrow SoP$'u elde ederiz.

1. öncülde çifte tümleme yasasına (4.421), 2. öncül ve sonuç önermesinde de tikel yargıların eşdeğerliğine dikkat etmemiz gerekir (4.513). Böylece sonuçta:

4.713 $\vdash MaP \wedge SiM \rightarrow SiP$ *Darii*'yi elde ederiz.

Darii bu şekilde bir önerme kalkülü teoremi sayesinde *Barbara*'dan türetilebilir. *-Darii* için örnekler: Tüm Moğallar çekik gözlü ve bazı insanlar Moğol'sa, bazı insanlar çekik gözlüdür. Tüm parlamenterler dokunulmazlık hakkına sahip ve bazı bakanlar parlamenterse, bazı bakanlar dokunulmazlık hakkına sahiptir.

4.714 $\vdash MeP \wedge SiM \rightarrow SoP$ *Ferio*

Belirli kümeler kuramındaki yazım tarzı, bu sonucun P/P' olacak şekilde P nin yerine geçirilmesiyle Darii'den elde edildiğini göstermektedir.

4.714' $\vdash M\text{ç}P' \wedge S \cap M \rightarrow S \cap P'$

Örnekler:

Eğer hiçbir kare kök asal sayı değil ve bazı çift sayılar kare kök sayısıysa, bazı çift sayılar asal sayı değildir. (Burada tutarlı bir şekilde, asla tüm çift sayılar asal sayı değildir sonucu çıkar: 2 sayısı bilindiği gibi bir çift sayıdır.)

Hiçbir şeker hastası dondurma yiyemez ve bazı çocuklar şeker hastasıysa, bazı çocuklar dondurma yememelidir.

1. biçimin genelde kullanılan bu dört kalıbının yanısıra, koşullunun geçişliliğine (2.87) dayalı altıklık yasaları (4.563-64) sayesinde, tümel sonuç önermeli her iki kalıptan da (4.711-12) başka iki kalıp daha kazanılabilir:

4.715 $\vdash MaP \wedge SaM \rightarrow SiP$ *Barbari*

4.716 $\vdash MeP \wedge SaM \rightarrow SoP$ *Celaront*

Tümel bir yargı, ona karşılık gelen tikel yargıdan daha fazla iddiaya sahip olduğundan, o *daha güçlü* diye de adlandırılır. Daha güçlü bir sonucun mümkün olduğu yerde, yalnızca zayıf olan biri çıkarsanırsa, *tasımın zayıflatılmışlığ*ından söz edilir. Bundan önceki iki tasım böylece *zayıflatılmış tasımlar*dır. 4.711-

12'nin sonuç önermelerinden (elde edilen) yarı çevirmeler (4.587-88) göz önünde bulundurulduğunda.

4.7151 $\vdash MaP \wedge SaM \rightarrow SiP$ *Barbarij*

4.7161 $\vdash MeP \wedge SaM \rightarrow SoP$ *Celarönt* de meydana gelir.

Sonuç önermesi öncüllerden daha güçlü olamaz, b.d. sonuç önermesi yalnızca her iki öncül tümelse tümel olabilir. Her iki öncül de tikelse asla geçerli bir çıkarımda bulunulamaz. Genelde daha kötü bir sonuç çıkar (*Conclusio sequitur peiorem partem).* Sıkça olumsuz bir yargının olumlu bir yargıdan daha zayıf olduğu dile getirildi ve daha sonra buna benzer bir yaklaşım olarak iki olumsuz öncülden hiçbir sonuç çıkmayacağı iddia edildi. Bu doğru değil. Doğrusu şu: Her iki öncül olumsuz olursa sonuç olarak dört bilindik yargı türününkilerden hiçbiri meydana gelmez. Buna karşın çevrik yapılar da ilave edildiğinde, *iki tümel öncülden daima bir sonuç* (*önermesi*) *meydana gelir.* Bu şekilde birinci biçimden dört kalıp daha elde edilir. Bunun dışında çevrik sonuçlar göz önünde bulundurmakla zayıflatılmış tasımların sayısı çoğalır.

4.717 $\vdash MaP \wedge SeM \rightarrow S\bar{o}P$

4.717' $\vdash M\underset{\frown}{c}P \wedge S\underset{\frown}{c}M' \rightarrow S' \underset{\frown}{c} P'$

Bu sonuç için *Menne*$_2$'de *Garderönt* adını önermiştim. –Örnekler:

Tüm Sırplar Slav ve hiçbir İspanyol Sırp değilse, bazı İspanyol-olmayanlar Slav'dır.

Tüm Lutherciler Protestan ve hiçbir Katolik Lutherci değilse, bazı Katolik-olmayanlar Protestan'dır.

Garderönt'ün kanıtlanması için biraz önce kanıtlanmış olan *Celarönt*'ün zayıflatılmış kalıbından hareket ediyoruz:

4.716 $\vdash MeP \wedge SaM \rightarrow SoP$

Şimdi biz tekrar önermeler kalkülü yasasını kullanarak:

4.717$_1$ $\vdash p \wedge q \rightarrow r \leftrightarrow \bar{r} \wedge q \rightarrow \bar{p}$

ve p/MeP, q/SaM, r/SoP olacak şekilde yerleştirerek şunu elde ederiz:

4.7172 $\vdash MeP \wedge SaM \rightarrow SoP \leftrightarrow \overline{SoP} \wedge SaM \rightarrow \overline{MeP}$

Bu karşılıklı-koşullunun sol tarafı henüz kanıtlanan 4.716 ile birlikte biçimdeştir; yani sağ taraf da tek başına doğrudur:

4.7173 $\vdash \overline{SoP} \wedge SaM \rightarrow \overline{MeP}$

1. öncül ve sonuca eşdeğerlik 4.523 veya 4.524'ü kattığımızda şu meydana gelir:

4.7174 $\vdash SaP \wedge SaM \rightarrow MiP$

Şimdi biz ikinci öncülü 4.551'e göre evrik yapıyoruz:

4.7175 $\vdash SaP \wedge M'aS' \rightarrow MiP$

2. öncül ve sonuç önermesine eşdeğerlik yasaları 4.512 veya 4.513'ü uyguluyoruz:

4.7176 $\vdash SaP \wedge M'eS \rightarrow MoP'$

Şimdi biz S/M ve M'/S olacak şekilde yerleştiriyor ve şunu elde diyoruz:

4.7177 $\vdash MaP \wedge SeM \rightarrow S'oP'$

Buradan da tanımın sonucun çevriği 4.584'e uygulanmasıyla nihayet *Garderönt* meydana gelir:

4.717 $\vdash MaP \wedge SeM \rightarrow SöP$

Böylece bizim bu sonucu *Celaront*'un zayıflatılmış kalıbından elde ettiğimiz kanıtlanmış oldu. Yani o da bizzat zayıflatılmış bir kalıbı ortaya koyuyor: Bu demektir ki, o yalnızca altıklık yasalarına bağlı olarak geçerlidir. İki olumsuz öncülden bir şeyin sonuçlandırılabileceğini aşağıdaki kalıp gösteriyor:

4.718 $\vdash MeP \wedge SeM \rightarrow SïP$

4.718' $\vdash McP' \wedge ScM' \rightarrow S' \mathrel{\mathbb{I}} P'$

Bu sonuç için ad olarak *Helenij* vazife görür, bununla birlikte "*ij*" tikel-olumlu yargı olan *SiP*'in çevriği olarak anlaşılmalı. Bu iki olumsuz öncüllü sonuca örnekler:

Latince dersinin kaldırılmasını onaylayan hiç kimse kendi kültürümüzün antik yönünün bilincinde değilse ve hiçbir hümanist Latince dersinin kaldırılmasını onaylamazsa, bazı hüma-

nist-olmayanlar modern kültürümüzün antik bölümünün bilincinde değildir.

Hiçbir meme çocuğu akciğer kanserinden ölmez ve hiçbir sigara içen meme çocuğu değilse, bazı sigara-içmeyenler akciğer kanserinden ölmez.

Helenij'in kanıtlanması için henüz kanıtlanmış olan *Garderönt*'ten hareket ediyoruz:

4.717 $\vdash MaP \wedge SeM \rightarrow SöP$

ve burada P/P' olacak şekilde yerleştiriyoruz

4.7181 $\vdash MaP' \wedge SeM \rightarrow SöP'$

Burada 1. öncüle 4.512 eşdeğerliğini ve sonuç önermesine de 4.513 eşdeğerliğini uyguluyoruz:

4.718 $\vdash MeP \wedge SeM \rightarrow SiP$ *Helenij*

Garderönt zayıflatılmış kalıba ait olduğundan, *Helenij* de ona aittir.

4.719 $\vdash MiP \wedge SeM \rightarrow SöP$ *Liberö*

4.719' $\vdash M \underset{1}{\text{◊}} P \wedge SçM' \rightarrow S' \underset{1}{\text{◊}} P$

Örnekler: Bazı ehliyetliler dikkatsizlikleri yüzünden başkalarını tehlikeye atmakta ve hiçbir kör ehliyetli değilse, bazı kör-olmayanlar dikkatsizlikleri yüzünden başkalarını tehlikeye atmaktadır.

Bazı Müslümanlar İranlı ve hiçbir Hıristiyan Müslüman değilse, bazı Hıristiyan-olmayanlar İranlı'dır.

Liberö'yü kanıtlamak için, *Ferio*'dan hareket ediyoruz:

4.714 $\vdash MeP \wedge SiM \rightarrow SoP$

Her iki öncülü 4.561-62'ye göre eviriyor, (2.61)'e göre değiş-tokuş ediyor ve sonuç önermesini de 4.553'e göre devrik yapıyoruz:

4.7191 $\vdash MiS \wedge PeM \rightarrow P'oS'$

Şimdi S/P nin yerine P/S nin yerine konuluyor o zaman şu meydana geliyor:

4.7192 $\vdash MiP \wedge SeM \rightarrow S'oP'$

Böylece çevirme tanımının 4.584 ün sonuç önermesine uygulanmasıyla *Libero*'yu elde ederiz:

4.719 $\vdash MiP \wedge SeM \rightarrow SöP$

Şimdi burada hiçbir zayıflatılmış çıkış kalıbı ve hiçbir altık veya eksik işlemin kullanılmadığı kanıtlanmıştır, böylece bu sonuç dört klasik Aristotelesçi kalıpla aynı güçtedir.

4.7193 $\vdash MoP \wedge SeM \rightarrow SïP$ *Noverij*

4.7193' $\vdash M \underset{\cdot}{\{}P' \wedge S\underset{\cdot}{c}M' \rightarrow S' \underset{\cdot}{\}} P'$

Bu sonuç iki olumsuz öncülü içerdiği için dikkate şayandır. -Örnekler:

Bazı kötü ısı iletkenleri iyi bir elektrik iletkeni değil ve hiçbir metal kötü bir ısı iletkeni değilse, bazı metal-olmayanlar iyi bir elektrik iletkeni değildir.

Bazı sudan korkanlar iyi sporcu değil ve hiçbir yüzücü sudan korkmazsa, bazı yüzücü-olmayanlar iyi sporcu değildir.

Noverij'i kanıtlamak için henüz kanıtlanmış olan *Liberö*'den hareket ediyoruz:

4.719 $\vdash MiP \wedge SeM \rightarrow SöP$

ve P/P' olacak şekilde yerleştiriyoruz; böylece şunu elde ederiz:

4.7194 $\vdash MiP' \wedge SeM \rightarrow SöP'$

1. öncül ve sonuç önermesinde 4.514 ve 4.513 eşdeğerlikleri göz önünde bulundurulduğunda *Noverij* meydana gelir:

4.7193 $\vdash MoP \wedge SeM \rightarrow SïP$

Bu sonuçta da asla zayıflatılmışlık söz konusu değildir.

4.7195 özetle belirtebiliriz ki, 1. biçimde öncüllerde geçen dört klasik yargı türünü göz önünde bulundurarak ve altıklık yasalarını kullanmaksızın sonuç önermesindeki çevrik yargının kabul edilmesiyle toplam 6 kalıp meydana gelir. Bunlardan ilk dördü daha Aristoteles zamanında biliniyordu: *Barbara*, *Celarent*, *Darii*, *Ferio*; *Liberö*, *Noverij*.

4.7196 Altığın kullanımına ek olarak *zayıflatılmış kalıp* denilen 6 kalıp daha meydana gelir: *Barbari*, *Barbarij*, *Celaront*, *Celarönt*, *Garderönt*, *Helenij*.

4.7197 Aşağıdaki öncüllerden hiçbir sonuç çıkarmak mümkün değildir:

a – o
e – o
i – a
o – a

Bu bir parola yardımıyla şu şekilde kavranılabilir: *Aynı şekilde bundan asla bir şey çıkmaz.*

4.7198 *İkillik ilkesi*ne göre tüm kalıplar, yargıların hepsi için çevrikleri alınırsa (bununla birlikte çifte çevirme kaldırılıyor) geçerli kalır.

Bu şekilde daha sonra örneğin *Bärbärä*, *Cëlärënt* vb. veya da *Hëlëni*, *Növëri* vb. sonuçlar meydana gelir. Aşağıda verilen akıcı-olmayan dört öncül çevirmede bu özelliklerini muhafaza eder:

ä – ö
ë – ö
ï – ä
ö – ä

Bu dört öncülün birleşiminden geçerli hiçbir tasım meydana gelmez.

4.7199 çevrik yargıları tümüyle göz önünde bulundurulduğunda, b.d. öncüller de dikkate alındığında, 1. biçimden toplam 48 geçerli tasım kalıbı meydana gelir, yani henüz adlandırılan 12'nin dışında ve tam olarak biri çevrik ve biri çevrik olmayan 12 çifte ek olarak, öncüllerle birlikte 24 daha.

Böylece ben nihayet bu 24 kalıbı vermekle yetinmek istiyorum.

Bunların kanıtlamaları biraz önce ayrıntılı olarak ortaya koyulan kalıptaki gibidir ve örnekler basitçe onlara uygun bir şekilde oluşturulabilir.

		1. öncül	2. öncül	Sonuç önermesi
4.71990	1	$\vdash MaP \wedge SäM \rightarrow SiP$		
	2	*a*	*ë*	*ë*
	3	*a*	*ö*	*ö*
	4	*ä*	*a*	*i*
	5	*ä*	*e*	*e*
	6	*ä*	*o*	*o*
	7	*e*	*ä*	*o*
	8	*e*	*ë*	*ä*
	9	*e*	*ö*	*ï*
	10	*ë*	*a*	*ö*
	11	*ë*	*e*	*a*
	12	*ë*	*o*	*i*
	13	*i*	*ä*	*i*
	14	*ï*	*a*	*ï*
	15	*o*	*ä*	*o*
	16	*ö*	*a*	*ö*

Bunlardan 4'ü altığa dayanmaktadır, yani zayıflatılmış kalıplardır. Tümel sonuç önermeli 4 kalıba ilave olarak her birinden 2 zayıflatılmış kalıp oluşturulur:

4.7199	17	$MaP \wedge SëM \rightarrow SöP$		
	18	a	ë	o
	19	*ä*	*e*	*o*
	20	*ä*	*e*	*ö*
	21	*e*	*ë*	*ï*
	22	*e*	*ë*	*i*
	23	*ë*	*e*	*i*
	24	*ë*	*e*	*ï*

Böylece 1. biçimdan, yarısı altıklık yasasına bağlı olan toplam 48 kalıp elde ederiz. Bununla birlikte izleyen 8 temsilci deyim (parola) sayesinde belirtilenleri dikkate almak yeterli olacaktır: *Barbara*, *Celarent*, *Darii*, *Ferio*, *Garderönt*, *Helenij*, *Liberö*, *Noverij*. Geriye kalan 40'ı esaslı olarak yeni birşey getirmiyor ve 8'inden altıklık, evirme, devirme, çevirme yardımıyla ve ikillik-ilkesine göre türetilebiliyor.

Ayrıca bu, diğer üç biçimin kalıpları için de geçerlidir. Bu yüzden ben kendimi en önemli kalıplarla sınırlandırmak istiyorum. Bununla birlikte tasımsal kalıpların parolaları, kalıbın 1. biçime indirgenmesi gibi, birkaç harf içermektedir.

1. harfler (*B*, *C*, *D*, *F*), 1. biçimin kalıbına ve kendisinden kalıbın türetilebildiği aynı başlangıç harflerine işaret etmektedir.

1. sesli harf 1. öncülün yargı türü için, 2. sesli harf 2. öncül için, 3. sesli harf sonuç önermesi için kullanılmaktadır.

"*m*" "*mutatio*"ya karşılıktır ve *öncüllerin değiş-tokuşu* anlamına gelir, yani 1. öncülün 2. öncülle ve tersi.

"s" "yalın evirme" yerine kullanılıyor, b.d. basit veya *tam evirme* ve öncesinde kullanılan sesli harf sayesinde anlamlandırılan öncül tam evrilebilir anlamına gelilr.

"p" "ilineksel evirme (conversio *per* accidens)", b.d. *eksik evirme*dir ve önceki sesli harf sayesinde anlamlandırılan öncülün eksik olarak evrilebilir olduğunu gösterir, b.d. evirme ve altıklık aynı anda kullanılabilir. Adlarında bir "p" içeren tüm kalıplar zayıflatılmış kalıplardır.

"c" "devirme" yerine kullanılıyor. Bu kalıplar yalnızca, *içlemin devrik* olarak kullanıldığı ayrıntılı yöntemlerde 1. biçime indirgenebilir, aynen *Darii*'yi *Barbara*'dan türettiğimiz gibi.

2. tasım biçimi 1. den, 1. öncülün evriği sayesinde elde edilebilir:

4.7201

1. Biçim:	*M–P*	*2. Biçim:*	*P–M*
	S–M		*S–M*
	S–P		*S–P*

Böylece sorun, hangi yargıların f_1, f_2, f_3 için aşağıdaki şemaya yerleştirilerek geçerli önermelerin meydana çıkacağıdır:

4.7202 $Pf_1M \wedge Sf_2M \rightarrow Sf_3P$

Daha Aristoteles'te 4 kalıp söz konusu:

4.721 $\vdash PeM \wedge SaM \rightarrow SeP$ *Cesare*

Örnekler:

Hiçbir uçucu yağlı bitki bir soğuk bölge bitkisi değil ve tüm mersin ağacı bitkileri uçucu yağlıysa, hiçbir mersin ağacı bir soğuk bölge bitkisi değildir.

Cesare'nin başındaki "*C*", bu kalıbın 1. biçimdeki *Celarent*'ten türetilebileceği anlamına gelir. 1. heceden sonraki "*s*", bunun 1. öncülün tam evrilmesiyle mümkün olduğunu söyler.

Celarent şöyledir:

4.712 $\vdash MeP \wedge SaM \rightarrow SeP$

1. öncül *MeP*'in çevriği *PeM*'i meydana getirir, böylece biz şunları elde ederiz:

4.721 $\vdash PeM \wedge SaM \rightarrow SeP$ *Cesare*

4.722 $\vdash PaM \wedge SeM \rightarrow SeP$ *Camestres*

Örnekler: Tüm sabit yıldızlar kendisinden ışık saçar ve hiçbir gezegen kendinden ışık saçmazsa, hiçbir gezegen sabit yıldız değildir. *Camestres* parolasındaki 1. harf kalıbın yine *Celarent*'ten elde edildiğini göstermektedir:

4.712 $\vdash MeP \wedge SaM \rightarrow SeP$ *Celarent*

"*m*" öncüllerin değiş-tokuşunu öngörür:

4.7221 $\vdash SaM \wedge MeP \rightarrow SeP$

Şimdi, ilk "*s*" ikinci öncülün tam evrilmesini gerektirir (krş. 4.561), sondaki "*s*" sonuç önermesinin tam evrilmesini talep ediyor:

4.7222 $\vdash SaM \wedge PeM \rightarrow PeS$

Bundan böyle yalnızca geleneksel işaret tarzlarının adlandırılarak ortaya konulmasına gereksinim duyulur, b.d. *S/P* ve *P/S* olacak şekilde koyulur ve şu elde edilir:

4.722 $\vdash PaM \wedge SeM \rightarrow SeP$ *Camestres*

Bir sonraki kalıp:

4.723 $\vdash PeM \wedge SiM \rightarrow SoP$ *Festino*

Festino başka bir şey olmaksızın *Ferio* 4.714'ten 1. öncülün evriği 4.561 sayesinde meydana gelir. Örnekler: Hiçbir tüylü hayvan memeli değil ve bazı uçan hayvanlar memeliyse, bazı uçan hayvanlar tüylü değildir.

4.724 $\vdash PaM \wedge SoM \rightarrow SoP$ *Baroco*

Kanıtlama için *Barbara*'dan hareket ediyoruz:

4.711 $\vdash MaP \wedge SaM \rightarrow SaP$

Önermeler mantığından;

4.7241 $\vdash p \wedge q \rightarrow r \leftrightarrow p \wedge \overline{r} \rightarrow \overline{q}$ yu kullanıyoruz.

p/MaP, q/SaM, r/SaP' olacacak şekilde yerleştiriyoruz

4.7242 $\vdash MaP \wedge SaM \rightarrow SaP \leftrightarrow MaP \wedge \overline{SaP} \rightarrow \overline{SaM}$

Karşılıklı-koşullunun sol tarafı doğru olduğundan, çünkü *Barbara* ile biçimdeştir, sağ taraf da doğru olur:

4.7243 $\vdash MaP \wedge \overline{SaP} \rightarrow \overline{SaM}$

2. öncül ve sonuç önermesini meydana getirir:

4.7244 $\vdash MaP \wedge SoP \rightarrow SoM$

M/P, P/M olacak şekilde koyulduğunda, *Baroco* meydana gelir:

4.724 $\vdash PaM \wedge SoM \rightarrow SoP$

Baroco'ya örnek: Tüm eşkenar dörtgenler dik açılı diyagonallere sahip ve bazı paralel kenarlar dik açılı diyagonallere sahip değilse, bazı paralel kenarlar eşkenar dörtgen değildir.

Daha Aristoteles zamanında tanınmış olan bu 4 geleneksel kalıptan 4 zayıflatılmış kalıp daha oluşturulabilir:

4.7251 $\vdash PeM \wedge SaM \rightarrow SoP$ *Cesaro*

4.7252 $\vdash PeM \wedge SaM \rightarrow SöP$ *Cesarö*

4.7253 $\vdash PaM \wedge SeM \rightarrow SoP$ *Camestrop*

4.7254 $\vdash PaM \wedge SeM \rightarrow SöP$ *Cameströp*

Ayrıca 1. biçim Aristotelesçi olmayan kalıplarından şunlar meydana gelir:

4.726 $\vdash PeM \wedge SeM \rightarrow SïP$ *Heselij*

4.727 $\vdash PiM \wedge SeM \rightarrow SöP$ *Listerö*

4.728 $\vdash PaM \wedge SaM \rightarrow SïP$ *Gasanijn*

4.729 $\vdash PoM \wedge SaM \rightarrow SöP$ *Mosalön*

Böylece biz 2. biçimden de toplam 12 kalıp elde ederiz, ki bunlardan 6'sı zayıflatılmıştır. Ayrıca ilaveten dualler (ikilliler) olarak her iki öncül ve sonuç önermesinin aynı anda çevrilebilmesiyle 12 adet daha oluşturulabilir. Karışık, yalnızca kısmen evrik öncüllerden 24 kalıp daha elde edilebilir. Bu şekilde 2., aynen 1. de olduğu gibi toplam 48 kalıp temin eder.

3. biçim 1. biçimden 2. öncülün evrilmesiyle meydana gelir ve şu şemaya sahiptir:

4.7301 $Mf_1P \wedge Mf_2S \rightarrow Sf_3P$

1. biçim üzerine verilen örnekler ve yapılan indirgemelerle 3. ve 4. biçimden kaçınmak istiyoruz; okuyucu (alıştırmalarla) bunu bizzat deneyebilir. 3. biçimin geleneksel kalıbı şöyledir:

4.731 $\vdash MaP \wedge MaS \rightarrow SiP$ *Darapti*

4.732 $\vdash MiP \wedge MaS \rightarrow SiP$ *Disamis*

4.733 $\vdash MaP \wedge MiS \rightarrow SiP$ *Datisi*

4.734 $\vdash MeP \wedge MaS \rightarrow SoP$ *Felapton*

4.735 $\vdash MoP \wedge MaS \rightarrow SoP$ *Bocardo*

4.736 $\vdash MeP \wedge MiS \rightarrow SoP$ *Ferison*

Daha Aristoteles tarafından dile getirilenlerin yanında şunlar da geçerlidir:

4.7371 $\vdash MaP \wedge MeS \rightarrow S\ddot{o}P$ *Galestö*

4.7372 $\vdash MeP \wedge MeS \rightarrow S\ddot{i}P$ *Helestij*

4.7373 $\vdash MiP \wedge MeS \rightarrow S\ddot{o}P$ *Liresö*

4.7374 $\vdash MoP \wedge MeS \rightarrow S\ddot{i}P$ *Novestij*

4.7375 $\vdash MaP \wedge MoS \rightarrow S\ddot{o}P$ *Dalosnö*

4.7376 $\vdash MeP \wedge MoS \rightarrow S\ddot{i}P$ *Denosij*

Bu 12 kalıptan 4.731, 4.734, 4.7371 ve 4.7372 zayıflatılmış kalıplardır; onlar türetilmek için altıklığa muhtaçtırlar.

Bu 12 kalıptan ikillik ilkesi sayesinde başka 12 kalıp daha elde edilir. Nihayet diğer 24'ü de tam çevrik bir öncül sayesinde

gösterilir. Böylece 3. biçimden de toplam 48 geçerli tasım meydana gelmiş olur.

4. biçim 1.den her iki öncülün evrilmesiyle elde edilir:

4.7401 $Pf_1M \wedge Mf_2S \rightarrow Sf_3P$

Aristoteles bu biçmi kullanmamıştı. Geleneksel mantıkta aşağıdaki 5 kalıp bilinmektedir:

4.741 $\vdash PaM \wedge MaS \rightarrow SiP$ *Bamalip*

4.742 $\vdash PaM \wedge MeS \rightarrow SeP$ *Camanes*

4.743 $\vdash PiM \wedge MaS \rightarrow SiP$ *Dimatis*

4.744 $\vdash PeM \wedge MaS \rightarrow SoP$ *Fesapo*

4.745 $\vdash PeM \wedge MiS \rightarrow SoP$ *Fresison*

Bunların zayıflatılmış şekilleri:

4.7461 $\vdash PaM \wedge MeS \rightarrow SoP$ *Camenop*

4.7462 $\vdash PaM \vee MeS \rightarrow SöP$ *Camenöp*

Bamalip bizzat:

4.7471 $\vdash PaM \wedge MaS \rightarrow SäP$ *Bamaläs'in* zayıflatılmış bir şeklidir.

Buna ek olarak diğer bir zayıflatılmış şekil:

4.7472 $\vdash PaM \wedge MaS \rightarrow SïP$ *Bamalijp*

Ayrıca şunlar geçerlidir:

4.7481 $\vdash PeM \wedge MeS \rightarrow SïP$ *Hesesij*

4.7482 $\vdash PiM \wedge MeS \rightarrow SöP$ *Listesö*

4.749 $\vdash PeM \wedge MoS \rightarrow SiP$ *Destosnija*

Böylece 4. biçimden de 12 kalıp meydana gelir, bunlardan 6'sı zayıflatılmıştır. Bunlara ek olarak tekrar 12 ikilli (dual) oluşturulabilir ve tam çevrik bir öncülle 24 daha ve böylece toplam 48 kalıp olur ki, bunların yarısı zayıflatılmıştır.

Böylece 4 biçimin tümünden toplam olarak $4 \cdot 48 = 192$ geçerli tasım kalıbı meydana gelir. Şimdi haklı olarak, tasımın basit çıkarım biçimlerine hükmedebilmek için 192 kuralı öğren-

mek zorunda olmak akıl karı mıdır diye sorulabilir? Geleneksel mantıkta daha önceden tanınan 19 kalıbı bir parola yardımıyla bilmek yeterliydi. Ve her iki altıklık yasası sayesinde tümel sonuç önermeli 5 kalıptan, 5 zayıflatılmış kalıp daha kazanılabilir. Eğer verilen bir sonuç bu 24 kalıptan hiçbirine karşılık gelmezse, o zaman o geçerli bir şekilde reddedilemez. Çevrik yargıları ve türetmeye yarayan ek yasaları dikkate alarak 8 adet daha geçerli kalıp elde ettik, ama biz 192 tasımın tümünü türetebilmek veya verili bir tasımın geçerliliğine hükmedebilmek ya da mevcut iki öncülden sonuç (önermesini) çıkarmak için yalnızca 4 kalıp ve 4 kurala gereksinim duyarız:

Bizim dört kuralımız şöyledir:

4.751 Öncüllerin *e*, *ë*, *i*, *ï* tarzındaki yargılara evrilmeleri ve *a*, *ä*, *o*, *ö*'de devrik yapılmalarıyla tüm tasımlar 1. biçim şemasına taşınabilir.

4.752 1. biçimden bir tasım, büyük önermenin yüklemi ve sonucun yüklemi veya küçük önermenin öznesi ve sonucun öznesi her defasında aynı anda değillendiğinde veya her iki işlem gerçekleştirildiğinde geçerli kalır.

4.753 Her tasım, öncüller yerine aynı anda onların çevrikleri yerleştirilirse geçerli kalır. (*İkillik-* veya *çevirme kuralı*)

4.754 Sonuç önermesinde ister *e* yerine *ë*, gerek *o* yerine *ö* yerleştirilebilir ve isterse *a*'dan, *ä*'ye *i* den *ï*'ye geçilebilir. (*Zayıflat(ıl)ma kuralı*)

Beşinci olarak şuna dikkat etmeli:

4.755 1. biçimden aşağıdaki dört tasım geçerlidir:

4.7551 *Barbara*

4.7552 *Garderönt*

4.7553 *Darii*

4.7554 *Mijladij*

Bu beş kuralın kullanımını birkaç örnekle aydınlatalım:

1) Aşağıdaki tasımın geçerli bir kalıba dayanıp dayanmadığı nı denetleyelim: "Sağlıklı bir yaşam tarzı sürdürmeyen herkes ortalamanın altında bir yaşam süresine sahip ve sağlıklı bir yaşam tarzı sürdüren hiç kimse sigara tiryakisi değilse, tüm sigara tiryakileri ortalamanın altında bir yaşam süresine sahiptir."

1. Adım: Bu önerme bağlamını sembolleştirmek gerekiyor. Buna göre, "*S*" ve "*P*'yi sırasıyla en basit şekilde "sigara tiryakisi" veya "ortalamanın altında bir yaşam süresine sahip olma" olarak çıkarımlayabileceğimiz bir sonuç önermesinden hareket ediyoruz; daha sonra orta terim olarak "sağlıklı bir yaşam tarzı sürdürme" alınıyor.

1. öncül tümeldir, özne değillenmiştir: bu *ë*-yargısına karşılık gelmektedir; 2. öncül tümeldir, yüklem değillenmiştir: bu *e*-yargısına karşılık gelmektedir; sonuç önermesi tümel-olumludur, yani bir *a*-yargısıdır:

4.7561 $MëP \wedge MeS \rightarrow SaP$

Geleneksel mantık kurallarına göre bu sonuç yanlış olmak zorundadır, çünkü burada iki olumsuz öncülden sonuca varılmak zorunda kalınmıştır, gerçi bunun için de olumlu bir sonuç önermesine daha gerek duyulmaktadır!

2. Adım: Evirme veya devirme sayesinde öncüller öylesine dönüştürülmüştür ki, 1. biçimin şeması meydana gelmiştir. (Kural 4.751) 1. öncülün dönüştürülmesine gerek yoktur, çünkü o yüklem olarak sonuç önermesinin yüklemine sahiptir, 1. biçimde olduğu gibi. Buna karşın ikinci öncülde sonuç önermesinin öznesi özne olarak değil, tersine yüklem olarak bulunmaktadır. Bir *e*-yargısı söz konusu olduğu için bu, kural 4.751'e göre evirme yoluyla ortadan kaldırılabilir:

4.7562 $MëP \wedge SeM \rightarrow SaP$

3. Adım: Burada iki tümel öncülden tümel bir sonuç önermesinin meydana geleceğini saptıyoruz; bizim sonucumuz geçerli olduğu sürece, bu *Barbara* sonucundan meydana gelmektedir. Şimdi biz *Barbara* kalıbı altında sonucumuzu, 4.7562 eşdeğer *a*-yargısı sayesinde ifade edilen bir biçim içerisinde gösteriyoruz.

4.7563 |– *MaP* ∧ *SaM* → *SaP* *Barbara*

4.7564 *M'aP* ∧ *SaM'* → *SaP*

4. Adım: Basit bir karşılaştırmayla biz, eğer *M* yerine *M'* yerleştirilirse, sonucumuzun *Barbara*'dan meydana geldiğini saptıyoruz. Örnek önermemiz böylece geçerli bir kalıba dayanmakta, yani geçerli bir tasımı ortaya koymaktadır.

2) Örnek: "Tüm iyi Hıristiyanlar İsa'nın emirlerine uygun bir şekilde yaşıyor ve İsa'nın emirlerine uygun bir şekilde yaşamayan bazıları vaftiz edilmişse, bazı vaftiz edilenler iyi Hıristiyan değildir."

1. Adım: Sembolleştirme. Sonuç önermesinde "*S*" "vaftiz edilen" ve "*P*" "iyi Hıristiyan"a karşılık geliyor; orta terim "*M*" buna göre "İsa'nın emirlerine uygun yaşamak"tır. 1. öncül tümel-olumlu, yani "*a*"dır; 2. öncül değillenmiş özne ile tikel, yani "*ö*"dür; sonuç önermesi değillenmiş yüklem ile tikel, yani "*o*"dur.

4.7571 *PaM* ∧ *MöS* → *SoP*

Bu, geleneksel kalıp içerisinde bulunmayan 4. biçimden bir kalıptır, yani geleneksel anlayışa göre geçerli sayılmıyor.

2. Adım: 1. biçimi elde etmek için 4.751'e göre her iki öncülü devrik yapmalıyız:

4.7572 *M'aP'* ∧ *S'öM'* → *SoP*

Bu basitçe şöyle yazılabilir:

4.7573 *MäP* ∧ *SoM* → *SoP*

3. Adım: Biz, 1. öncülün tümel, 2. öncülün tikel olduğunu saptıyoruz. Eğer sonuç geçerli olacaksa, o *Darii*'den türetilmek zorundadır. Böylece şimdi biz onu, her birini "*a*" veya "*i*" olarak, öncüllerin eşdeğer bir kavranışıyla Darii içerisinde gösteriyoruz.

4.7574 |– *MaP* ∧ *SiM* → *SiP* *Darii*

4.7575 *M'aP'* ∧ *SiM'* → *SiP'*

4. Adım: Karşılaştırma yoluyla basit şekilde sonucumuzu, "*M'*"i "*M*"nin yerine ve "*P'*"yi "*P*"nin yerine koyarsak *Darii*'den el-

de edilebileceğini saptıyoruz. Böylece bizim örneğimiz geçerli bir kalıba dayanmaktadır.

Bu türden başka örnekler bizzat denenebilir. Bu bağlamda 5 durum ortaya çıkabilir: 1. 1. adıma göre, her iki öncül ve sonuç tümelse, aranılan sonuç, (eğer geçerli olacaksa) *Barbara*'ya indirgenmelidir.

2. Her iki öncül tümel, sonuç tikelse kalıp *Garderönt*'e indirgenebilir, veya o *Barbara*'nın zayıflatılmış şeklini ortaya koyar.

3. 1. öncül tümel, 2. öncül tikel ve sonuç önermesi tümelse, sonuç önermesi hiçbir şekilde geçerli olamaz; ama sonuç önermesi tikelse, sonuç *Darii*'den türetilmelidir, eğer geçerli olacaksa.

4. 1. öncül tikel, 2.si tümel, sonuç önermesi tümelse, sonuç kesin olarak geçerli değildir; sonuç önermesi tikelse, sonuç *Mijladij*'e indirgenmelidir, eğer geçerli olacaksa.

5. Her iki öncül de tikelse, geçerli bir sonuç söz konusu olamaz.

3) Örnek: "Hiçbir oportünist güvenilir değildir" ve "Tüm oportünistler uyum sağlamada yeteneklidir" öncüllerinden ne çıkarsanabilir?

1. Adım: Sembolleştirelim. Bu dizideki her iki önermeyi öncül olarak aldığımızda, o zaman "oportünist" orta terim "*M*" , "uyum sağlamada yetenekli" "*S*", "güvenilir" "*P*" olur.

4.7581 $MeP \wedge MaS \rightarrow S?P$

2. Adım: 2. öncülün devrik yapılmasıyla 1. biçimden şemayı elde ederiz.

4.7582 $MeP \wedge SäM \rightarrow S?P$

3. Adım: Her iki öncül tümel olduğundan, onları *a*- yargısının eşdeğeri olarak *Barbara* kalıbıyla karşılaştırırız:

4.7583 $\vdash MaP \wedge SaM \rightarrow SaP$ *Barbara*

4.7584 $MaP' \wedge S'aM' \rightarrow S?P$

4. Adım: Biz öncüllerimizin hiçbir şekilde *Barbara*'dan elde edilemeyeceğini saptıyoruz, çünkü orta terim bir yerde "*M*" bir

yerde "*M'* "dir, yani aynı orta terim söz konusu değildir. *Geleneksel mantık* bilgeliği sonuçta kendini gösterir ve diyebiliriz ki, iki öncülümüzden geçerli bir çıkarım elde edilemez. Gerçi biz, *Garderönt*'ün de iki tümel öncüle sahip olduğunu ve böylece yeniden 3. adımı tekrar etmek gerektiğini hatırlıyoruz:

5. Adım: Biz 1. öncülü *a*-yargısının eşdeğeri olarak, 2. yi *e*-yargısının eşdeğeri olarak yazarak *Garderönt* kalıbıyla karşılaştırırız.

4.7585 $\vdash MaP \wedge SeM \rightarrow SöP$ *Garderönt*

4.7586 $\vdash MaP' \wedge S'eM \rightarrow S?P$

6. Adım: Şimdi biz öncüllerimizi *Garderönt* kalıbından elde ettiğimizi saptıyoruz, eğer orada "*S*" yerine "*S*'" ve "*P*" yerine "*P*'" yerleştirirsek; bundan sonra biz, öncüllerimizden aranılan sonucu elde etmek için *Garderönt* sonucuna da uygun bir şekilde hareket etmek zorundayız:

4.7587 $\vdash MaP' \wedge S'eM \rightarrow S'öP'$

Bu şu şekilde basitleştirilebilir:

4.7588 $\vdash MeP \wedge SäM \rightarrow SoP$

Aranılan sonuç önermesi *SoP*'tur ve şöyledir:

"Bazı uyum sağlamada yetenekli olanlar güvenilir değildir".

4. Örnek: "Bazı memeliler etobur değildir" ve "Tüm memeliler akciğer solunumu yaparlar" öncüllerinden ne çıkar?

1. Adım: Sembolleştirelim: "Memeli" orta-terim, "*M*", "etobur" "*P*", nihayet "akciğer solunumu yapmak" "*S*" olsun, 1. öncül tikel-olumsuz, yani "*o*", 2. si tümel-olumlu, yani "*a*" olur.

4.7591 $MoP \wedge MaS \rightarrow S?P$

2. Adım: 1. biçimi elde etmek için, 2. öncülü devrik yapmalıyız:

4.7592 $MoP \wedge SäM \rightarrow S?P$

3. Adım: 1. öncül tikel, 2. tümel olduğundan, *Mijladif*'le karşılaştırma yapmak zorundayız; 1. öncül böylece eşdeğer olarak "*i*"ye, 2.si "*a*"ya dönüştürülmelidir:

4.7593 |– *MïP* ∧ *SaM* → *SïP* *Mijladij*

4.7594 *M'ïP* ∧ *S'aM'* → *S?P*

4. Adım: "*M*"yerine "*M'*" ve "S" yerine "S'" geçirilirse, öncüllerimizin *Mijladij'i* meydana getirdiğini saptarız. Bu yerleştirmeyi sonuç önermesine uyguladığımızda şu meydana gelir:

4.7595 |– *M'ïP* ∧ *S'aM'* → *S'ïP*

Bu şu şekilde sadeleştirilebilir:

4.7596 |– *MoP* ∧ *SäM* → *SoP*

Böylece aranan sonuç önermesi *SoP*tur ve şöyledir:

"Bazı akciğer solunumu yapanlar etobur değildir." Bu sonuç önermesi ile birlikte ana öncüller ayrıca 3. biçimden *Bocardo* kalıbını meydana getirir.

4.7597 1. biçimde iki tikel öncülden ve *a - o* ve *i - a* öncüllerinden ve 4.752-53 kurallarından meydana gelen tüm öncül çiftlerinden, yani örneğin *e - o*, *a - ï*, *ä - ö*, ve benzerlerinden hiçbir sonuç çıkmaz. Bunların hepsi 16 öncül çiftini oluşturur. Parola olarak: "D*a*v*o*n n*i*emals (Bunlardan asla)!"

5. Bağıntılar Üzerine

Nasıl bir birli-yüklemin kaplamı olarak kümeler elde ediliyorsa, aynı şekilde bir *ikili-yüklemin kaplamı* olarak bir *bağıntı* (*Relation*) elde edilir. Tanım:

5.01 $B =_{Dk} \hat{x}\,\hat{y}\{f(x,y)\}$

Bu demektir ki, bağıntı B, $f(x,y)$'yi geçerli kılan tüm x ve y ikililerinin alanı olarak tanımlanıyor.

Örnek: "Daha büyüktür", x'in y'den büyük olduğu tüm x ve y ikililerinin alanı için geçerlidir.

5.02 xBy,

o zaman bu, x ile y arasında B bağıntısı ortaya çıkar demektir. Bağıntı *sıralı bir çiftin kaplamını* ortaya koyar, b.d. bağıntı üyelerinin sıralanması sabittir, buna karşın ikililerin kümesinde öğelerin sıralanması eşdeğerdedir. Bağıntının 1. üyesine B'nin *önceli*, 2. üyesine B'nin *ardılı* denir. *B terim*inden B'nin *önceli veya ardılı* anlaşılır. Küme eklemlerine benzer olarak *bağıntı eklemleri* oluşturulabilir:

5.11 $B' =_{Dk} \hat{x}\,\hat{y}\{\overline{xBy}\}$

B-tümleyen deriz ve daha sonra bunu *bağıntı tümleyeni* veya *tümleyen bağıntısı* diye adlandırırız. *Principia Mathematica*'da "$\dot{-}$ R" diye yazılır. Örnekler: "İle evli"nin bağıntı tümleyeni, "arkadaş", "akraba", "daha yaşlı", "gibi, aynı göz rengine sahip", "başka ülke uyruklu", "...in işvereni" vb. gibi aralarında bağıntılar olan ancak "ile evli" bağıntısının olmadığı tüm çiftlerin kümesidir.

5.12 $B \cup S =_{Dk} \hat{x}\,\hat{y}\{xBy \vee xSy\}$ *Birleşim bağıntısı*

("B birleşim S" denir); *Principia Mathematica* "B$\dot{\cup}$S" şeklinde yazar.

Örnekler: Eğer "B" "den daha büyük"ü ve "S" "eşittir"i gösterirse, birleşim bağıntısı "daha büyük veya eşittir"i meydana ge-

tirir. Buna uygun olarak "...in beyi" ve "...in hanımı"ndan "ile evli" elde edilir; "...in oğlu" ve "...in kızı"ndan ise "...in çocuğu".

5.13 $B \cap S =_{Dk} \hat{x}\hat{y}\{xBy \wedge xSy\}$ *Kesişim bağıntısı*

("*B ile S*" denir); *Principia Mathematica* "B ∩ S" şeklinde yazar.

Örnekler: "*B*" "ile akraba" ve "*S*" "...in komşusu" ise, o zaman "$B \cap S$" "akraba komşu" bağıntısı olur. Buna uygun olarak "...den daha yaşlı" ve "...in öğrenci arkadaşı"ndan, "...in daha yaşlı okul arkadaşı" kesişim bağıntısı meydana gelir.

Bağıntı önermesi eklemleri ile iki bağıntıdan bir önerme oluşturulur.

5.21 $B \subseteq S =_{Dk} \forall xy \cdot xBy \rightarrow xSy$ *Alt-küme bağıntısı*

("*B altık S*" denir); *Principia Mathematica* "$B \subset \cdot S$" diye yazar. *Alt-küme bağıntı işareti* iki bağıntı *B* ve *S*'den, *B*'nin *S*'de içerildiğine veya *S* ile eşit olduğuna dair önermeyi oluşturur.

Örnek: Eğer "*B*" "...in annesi" ve "S" "ile akraba" anlamına geliyorsa, "$B \subseteq S$", "anne" bağıntısının "akraba" bağıntısında içerildiğini söylemektedir. Benzer şekilde "...in müşterisi" bağıntısı "...in ticaret ortağı"nda içerilmiştir.

5.22 $B = S =_{Dk} \forall xy \cdot xBy \leftrightarrow xSy$ *Eşitlik bağıntısı*

("*B eşittir S*" denir); *Principia Mathematica* "*B = S*" şeklinde yazar.

Örnekler: "...in askeri amiri" ve "...in üzerinde askeri komutaya sahip"; "ile kan akrabası" ve "ile aynı atalara sahip" eşit sayılabilirler.

5.31 $\dot{O} =_{Dk} \hat{x}\hat{y}\{x \neq x \wedge y \neq y\}$

Principia Mathematica'da "$\dot{\Lambda}$" diye yazılan boş bağıntı, kendiyle özdeş olmayan, yalnızca terimler arasında var olabilen bağıntıdır; b.d. bu bağıntıyı oluşturan hiçbir çifte sahip olmayan bir bağıntı söz konusudur.

5.32 $\dot{I} =_{Dk} \hat{x}\hat{y}\{x \equiv x \wedge y \equiv y\}$

"$\dot{V}$" diye de yazılan, evrensel bağıntı (Allrelation), birbiriyle özdeş olan tüm terimler arasında ortaya çıkar.

5.33 $\ddot{\exists}!B =_{Dk} \exists xy \cdot xBy$

Bu, nesnelerden B bağıntısına karşılık gelen en az bir çiftin var olduğunu söyler. *B boş değil*dir denilir.

Örnekler: "*B*" "daha genç" ve "*S*" "...in amiri"ni gösterirse, "$\ddot{\exists}!B \cap S$", "altlarından daha genç olan amirler vardır" anlamına gelir. Buna uygun olarak "...in kuzeni" ve "ile evli"den: "İkinci dereceden birbirleriyle akraba olan evliler vardır" meydana gelir."

5.34 $x\breve{B}y =_{Dk} yBx$ *Evrik*

("*x B-evrik y*" denir)

Örnekler: "...in babası"nın evriği "...in çocuğu"dur; "...den daha büyük"ten "...den daha küçük" meydana gelir, "...in üstü"nden "...in altı", "...in karesi"nden "...in kare kökü".

Bağıntı kalkülü yasaları:

5.41 $\vdash B = S \leftrightarrow S = B$

5.42 $\vdash \overline{B} = S \leftrightarrow \overline{S} = B$

5.43 $\vdash (B \cap S)' = B' \cup S'$

5.44 $\vdash B \subseteq S \leftrightarrow S' \subseteq B'$

5.45 $\vdash B \subseteq S \leftrightarrow \overline{B} \subseteq \overline{S}$

5.46 $\vdash \ddot{O} \subseteq B$

5.47 $\vdash B \subseteq \ddot{I}$

5.48 $\vdash \ddot{O} \subseteq \ddot{I}$

5.49 $\vdash \ddot{O}' = \ddot{I}$

5.51 $B/S =_{Dk} \hat{x}\hat{z}\, \exists y \cdot xBy \wedge ySz$ *Dizilim (Zincirleme)*

"B *dizili* S" denir. B ve S nin dizilimi, B ve S'nin *göreceli ürünü* diye de adlandırılır. -Örnekler: "Kız kardeş" ve "anne" dizilimi "annenin kız kardeşi"ni meydana getirir, b.d. anne tarafından teyze; "eş" "...in kralı" ile dizimlendiğinde "...in kraliçesi"ni meydana getirir.

5.52 $B^2 =_{Dk} B/B$

Bir bağıntı kendiyle dizilimlendiğinde buna "bağıntı karesi" denir: -Örnekler: "Baba"nın karesi" (baba tarafından) büyük baba"yı meydana getirir. "Yardım etme"nin karesi "yardım edene yardım eden" olur. Buna uygun olarak şunlar oluşturulabilir:

5.53 $B^3 =_{Dk} B^2/B$

5.54 $B^n =_{Dk} B^{n-1}/B$

Sınır durumlarda bir bağıntının sıfır kuvveti *özdeşlik* olarak tanımlanır:

5.55 $xB^0y =_{Dk} xIy$

5.61 $B'y =_{Dk} \cap x \cdot xBy$

Söylenişi: "*y den B*". Bu deyim *bireysel bağıntı işareti* demektir, çünkü o, başka belli bir birey için *B* bağıntısında bulunan, tek bir bireye işaret eder.

Örnekler: Eğer "*B*" "...in başkenti" ve "*b*" "İspanya"yı gösterirse, o zaman "*B'b*": "İspanya'nın başkenti"ni gösterir, b.d. Madrid. Buna uygun olarak "...in 10. kuvveti" ve "2"den: "2'nin 10. kuvveti" meydana gelir, b.d. 1024.

5.62 $\vec{B}'y =_{Dk} \hat{x}\{xBy\}$

"*B*"nin sağ yana oku" denir. Bu ifade *kümesel bağıntı işareti* diye adlandırılır. O, *B* bağıntısında *y* ile ilişkide bulunan terimlerin tümünün kümesini gösterir. Bu küme *B* nin *önceli* diye de adlandırılır. Eğer *B* bağıntısı uzun bir deyimden oluşuyorsa, o zaman "*sg'B'y*" diye de yazılır. Örnekler: "*B*" için "...in yazarı" ve "*b*" "İncil" olduğunda "$\vec{B}$ 'b" : "İncilin yazarı" anlamına gelir; buna uygun olarak "...in üyesi" ve "Federal parlamento"dan: "Federal parlementonun üyesi" meydana gelir.

5.63 $\overleftarrow{B}'x =_{Dk} \hat{y}\{xBy\}$

"*B-x'in sol yana oku*" denir. Bu ifade *B-ardıl* kümesini işaretlemeye yarar. Uzun *B*'lerde "*gs'B'x*" de yazılır. Örnek: "*B*" "...in yazarı"nı, "*a*" da "Goethe"yi göstersin, o zaman "$\overleftarrow{B}$ *a*": "Goethe'nin yapıtları" anlamına gelir.

5.64 $B''K =_{Dk} \hat{x}\{\exists y \cdot y \in K \wedge xBy\}$ *Çift-küme işareti*

(söylenişi: "*K'nin B kümesi*"); "*B*" "...in yazarı" ve "*K*" "polisiye romanlar"ı göstersin, o zaman "*B"K*": "Polisiye romanların yazarı" anlamına gelir.

5.65 $D_1'B =_{Dk} \hat{x}\{\exists y \cdot xBy\}$ *Ön-alan*

(söylenişi: "*B'nin ön-alanı*"); *Principia Mathematica*'da "D_1" yerine basitçe "*D*" yazılır. Bu deyim bir bağıntının *ön-alanını* tanımlıyor, b.d. *B* bağıntısında öncel olarak var olan tüm terimlerin kümesi. Örnek: "*B*" "...in öğretmeni" anlamına geldiğinde, o zaman *B*'nin ön alanı öğretmenler kümesidir.

5.66 $D_2'B =_{Dk} \hat{y}\{\exists x \cdot xBy\}$ *Art alan*

Principia Mathematica'da bunun için "$\breve{D}$' *B*" yazılır, art-alan yukarıdaki "*B*" örneğine göre öğrenciler kümesi olur.

5.67 $C'B =_{Dk} D_1'B \cup D_2'B$ *Alan*

Bağıntının alanı, ön-alan ve art-alanın birleşim kümesidir. - Örnekler: "*B*" "...in kardeşi" olduğunda, o zaman bu bağıntının alanı çocuk olmayan tüm insanları kapsar. "*B*" "...in öğretmeni" olduğunda, alan tüm öğretmenler ve öğrencileri kapsar.

5.71 $K \mathbf{1} B =_{Dk} \hat{x}\hat{y}\{x \in K \wedge xBy\}$

Bu tanım, *B* bağıntısının ön-alanının yalnızca *K* kümesinin öğelerinden oluşabileceğini söyler. O zaman biz: "*B'nin ön-alanı K ile sınırlandırılmıştır*" deriz. Örnek: "*B*" "...in doktora danışmanı" ve "*K*" "doçent olan üniversite hocası" demekse "$K \mathbf{1} B$": "Doktora danışmanı bağıntısı doçent olan üniversite hocası ön-alanıyla sınırlıdır" demektir. B.d. yalnızca doçent olan üniversite hocaları ilk danışman olarak bir doktora tezini yürütebilir. Buna uygun olarak "...in hocası" bağıntısı yetişkin erkekler kümesinin ön-alanıyla sınırlandırılmış olur. "...in kare kökü" de pozitif sayıların ön-alanıyla sınırlıdır.

5.72 $B \restriction K =_{Dk} \hat{x}\hat{y}\{y \in K \wedge xBy\}$

Buna uygun olarak burada, bir bağıntı belli bir küme *art-alanıyla sınırlı*dır diye tanımlanır. Örnekler: "*B*" "içer" anlamında ise, o zaman bu bağıntı akıcılık kümesi art-alanıyla sınırlıdır; "...in kaynanası" evlilik kümesi art-alanıyla sınırlıdır.

5.73 $B\restriction K =_{Dk} K \cap B\restriction K$

Burada B bağıntı alanı K kümesiyle sınırlandırılıyor. -Örnekler: "B" "...in askeri üstü" anlamındaysa, bu bağıntı örneğin İngiliz hava kuvvetlerinin üyeleri kümesiyle sınırlandırılabilir. "Daha büyük" bağıntısı doğal sayılar kümesiyle sınırlandırılabilir, ama örneğin öğrenci kümesiyle de.

5.74 $Un_1 B =_{Dk} \forall xyz \cdot xBy \wedge zBy \rightarrow x \equiv z$

Biz "B *ön-anlamlı*dır" veya "B bireçok (*anlamlı*)"tur diyoruz. Bu, her B-ardılı için her defasında yalnızca *bir* B-öncelinin olduğunu söylüyor. *Principia Mathematica*'da yazılışı: "$1 \rightarrow \text{cls}$". -Örnekler: Anne ön-anlamlıdır, çünkü her y yalnızca *bir* anneye sahip olabilir; "...in karesi", "10 tabanına göre logaritma" da ön-anlamlıdır.

5.75 $Un_2 B =_{Dk} \breve{} xyz \cdot xBy \wedge xBz \rightarrow y \restriction z$

Şimdi biz "*B art-anlamlıdır*" veya "*B çoğa-birdir*" diyoruz. Bu, B'nin her önceli için B'nin yalnızca *bir* ardılı var demektir. *Principia Mathamatica*'da yazılışı: "$\text{cls} \rightarrow 1$". -Örnekler: "Şehirde doğdu", çünkü herkes her defasında yalnızca belli *bir* şehirde doğmuş olabilir; ayrıca: "...in kare kökü", "...tarihinde ölmek".

5.76 $Un_{1,2} B =_{Dk} Un_1 B \wedge Un_2 B$

Bir bağıntı, gerek ön- gerek art-anlamlı ise *birebir* diye adlandırılır. *Principia Mathematica*'da yazılışı: "$1 \rightarrow 1$". Örnekler: "...in parmak izi", "motorlu vasıtaların resmi plakası", "şu günlerde ... ile evleniyor".

5.77 $\vdash Un_1 B \leftrightarrow B/\breve{B} \subseteq I$

5.78 $\vdash Un_2 B \leftrightarrow \breve{B}/B \subseteq I$

Bağıntıların Özellikleri

5.811 $B \in refl =_{Dk} \forall x \cdot xBx$

5.812 $\vdash refl = \hat{B}\{B^{\circ} \subseteq B\}$

Özdeş olan öncel ve ardıllarda geçerli olan bir B bağıntısı *yansımalı* (refleksif)dır. Yansımalı bağıntıların bu kümesi, öncel

ve ardıl özdeşliğinde bu bağıntının daima var olduğu tüm bağıntıların alanıdır. –Yansımalı bağıntıya örnekler: eşitlik, benzerlik, özdeşlik, koşullu, evrik koşullu, karşılıklı-koşullu.

5.813 $B \in irr =_{Dk} \forall x \cdot \overline{xBx}$

5.814 $\vdash irr = \hat{B}\,\{B^0 \subseteq B\}$

Hiçbir şekilde özdeş olmayan öncel ve ardıldan meydana gelen bağıntı *yansımasız*dır (*irrefleksif*). Buna örnekler: "...ın babası", "...den daha yaşlı", "yiyip bitirmiş".

Ne yansımalı ne de yansımasız olan bağıntılar vardır, bunlar *kısmi yansımalı* olarak adlandırılır, örneğin "övünmek", "...in karesi", "tasarımlamak".

5.821 $B \in sym =_{Dk} \forall xy \cdot xBy \leftrightarrow yBx$

5.822 $\vdash sym = \hat{B}\,\{\breve{B} = B\}$

Kendi evriği ile eşit olan bağıntı *bakışımlı*dır, b.d. daima öncel ve ardılları değiş-tokuş edilebilir. Operatörlerde bakışımlı yerine *yer değiştirici* (*komutatif*) deyimi de kullanılır. –Örnekler: "Bazıları ...dır", "...in komşusu", "akraba", "akran"; tümel-evetleme, tikel-evetleme, karşılıklı-koşul, bağdaşmaz-seçeneklilik, bağdaşmazlık, birleşim, kesişim eklemleri de bakışımlıdır.

5.823 $B \in as =_{Dk} \forall xy \cdot \overline{xBy \leftrightarrow yBx}$

5.824 $\vdash as = \hat{B}\,\{\breve{B} \subseteq B\}$

Asla döndürülemeyen bağıntı *bakışımsız*dır. Örnekler: "...in kızı", "...den daha küçük", "...in önceli". Ne bakışımlı ne de bakışımsız olan bağıntılar vardır; bunlara *kısmi bakışımlı* denir, örneğin "saygı göstermek", "...den öğrenmek", "yardım etmek" gibi.

5.831 $B \in trans =_{Dk} \forall xy\, \exists z \cdot xBz \wedge zBy \rightarrow xBy$

5.832 $\vdash trans = \hat{B}\,\{B^2 \subseteq B\}$

Geçişlilik yapısal özelliklerin en önemlilerinden biridir. –Örnekler: "Tümü ...dür", "...den yaşlı", "...in atası", tümel-evetleme, koşul, evrik-koşul, karşılıklı-koşul, altküme eklemleri de geçişlidir.

5.833 $B \in intr =_{Dk} \forall xy \exists z \cdot xBz \wedge zBy \rightarrow \overline{xBy}$

5.834 $\vdash intr = \hat{B}\{B^2 \subseteq B\}$

Hiçbir şekilde geçişli olmayan bağıntılar *geçissiz*dir, örneğin "...in annesi", "...in logaritması" veya tikel-evetleme, bağdaşmaz seçeneklilik ve bağdaşmazlık eklemleri gibi.

Ne geçişli ne de geçissiz olan bağıntılar *kısmi-geçişli*dir, örneğin "arkadaş", "traş olmak", "tanımak" gibi.

5.84 *üçlü-eş* $=_{Dk}$ *trans* $\cap$ *sym* *Üçlü eşitlik*

5.85 *ben* $=_{Dk}$ *sym* $\cap$ *refl* *Benzerlik*

Bu bağıntı *hemen hemen eşit* olduğunu söylüyor.

5.86 *eşd* $=_{Dk}$ *trans* $\cap$ *sym* $\cap$ *rfl* *Eşdeğerlik*

Bu yapısal özellikler esaslı bir öneme sahiptir, çünkü onların doğru kullanımı "çıkarsanabilirlik"i temellendirir –ki bu mantığın dayandığı şeydir.

Böylece biz başlangıç noktamıza varmış oluyoruz: Mantık çıkarsanabilirlik öğretisidir ve çıkarsanabilirlik, eklemlerin kendi yapısal özelikleriyle uyum içinde doğru kullanılmasına dayanmaktadır.

Mantığa hükmetme, gerekli bilimsel sonuçları elde etmek için tek başına bir garanti oluşturmaz. O ancak bilimselliğin kontrolü olabilir. Biçimsel doğruluk için, güvenilir bilgi elde etmek için varsayımların içeriksel doğruluğuna da erişmek gerekir. İyi fikirler ve kesin olgular olmaksızın mantık, boş bir şekilde kendi kendini öğüten ve böylece sonuçta kendini aşındırarak kum üretmeye başlayan değirmen taşına benzer. Mantığın kontrolü altında kuramlardaki düşünceler ve olgular üzerine gidildiğinde ise kesin bilgi elde edilir, yani gerçek bilim.

ALONZO CHURCH, "A Bibliography of Symbolic Logic", in: *Journal of Symbolic Logic*. Vol. I (1936). -1666-1935 arasını kapsayan kronolojik olarak düzenlenmiş tam bir kaynakça sunmakta ve o zamandan beri *Journal of Symbolic Logic*'de devam ettirilmektedir.

EVERETT BETH, *Mathematische Logik und Grundlegung der exakten Wissenschaften*. (Bibliyografik felsefe öğrenimine giriş, edit. I. M. BOCHENSKI) Bern 1948. -Konulara göre düzenlenmiş çok iyi bir seçim sunuyor.

Bochenski$_M$ - Mantığın tek tek bölümleriyle birlikte oldukça önemli bir literatür sunuyor.

Bochenski$_2$ - Mantığın tarihsel devirlerine ilişkin çok ayrıntılı bir kaynakça sunuyor.

Mantık Tarihi

ALBERT MENNE, "Zur Logik und ihre Geschichte", in: *Philosophia Naturalis*, Bd. 22, 1985, pp 460—468. -Mantık ile Mantık Tarihi arasındaki ilişki üzerine esaslı açıklamalar içeriyor.

CARL PRANTL, *Geschichte der Logik im Abendlande*, 4 Bde. Leibzig 1855—70. Yeni baskı Darmstadt 1957. -Antikçağ'dan Reformasyonçağına değin çok geniş bir materyal toplamı sunuyor, mantıktaki tüm yanlış anlaşılmaları bizzat içeriyor.

Bochenski$_2$ = I. M. BOCHENSKI, *Formale Logik*. (Dökümanlar ve örneklerle bilimlerin problem tarihçeleri) 2. Baskı, Freiburg 1962. -Hintliler'den Principia Mathematica'ya değin mantığın tarihçesinin standart eseri, ayrıntılı kaynakça ile.

WILLIAM and MARTHA KNEALE, *The Devolopment of Logik*. Oxford 1962. - Bu değerli yapıtın yarısı modern mantığı içermektedir.

Çok sınırlı bir yönelim sunanlar:

HEINRICH SCHOLZ, *Abriss der Geschichte der Logik*. Berlin 1931. 3. Baskı, Freiburg 1966.

P. H. NIDDITCH, *The Devolopment of Mathematical Logik*. New York 1962.

ALBERT MENNE und NILS ÖFFENBERGER, *Zur modernen Deutung der aristotelischen Logik*, 3 Bde. Hildesheim 1982 (Bd. I), 1985 (Bd. II), 1987 (Bd. III).

Küçük Girişler

ALBERT MENNE, *Was ist und was kann Logistik?* Paderborn 1957. 2. Baskı 1970. –Modern Mantığın yapısı ve ödevi üzerine küçük bir yönlendirme.

KAZIMIERZ AJDUKIEWICZ, *Abriß der Logik*. Berlin 1958. –Modern bakış açısından hareketle (her formül olmaksızın) Klasik Mantığa değerli bir giriş.

W.R. FUCHS, *Eltern entdecken die neue Logik*. München 1971. – Önermeler mantığına esaslı, keza bilimsel güvenilir, kolay anlaşılır bir giriş.

RUDOLF CARNAP, *Abriß der Logistik*. Wien 1929. –Özellikle bağıntılar mantığının ışığı altında mantığın modern bölümüne kısa bir giriş.

BELA JUHAS, *Elemente der neuen Logik*. Wien 1954. –Mantığın modern kısmına güzel bir giriş.

PAUL LORENZEN, *Formale Logik*. 3. Baskı, Berlin 1969. Mantığın özel bir sistemine (bizzat L. Tarafından kurulmuş olan *operatif mantığa) sıkı bir giriş*.

W: K: ESSLER, *Einführung in die Logik*. 2. Baskı, Stuttgart 1969.

E. v. SAVIGNY, *Grundkurs im logischen Schließen*. München 1976.

W. STROMBACH, H. EMDE ve W. REYERBACH, *Mathematische Logik*. München 1972.

Schalt-Algebra ile ilgili olan:

T. VARGA, *Mathematische Logik für Anfänger*, 2. Bde. Frankfurt/Zürich 1972. –Orta-öğretim öğrencilerine uygun olarak, basit ve anlaşılır bir şekilde yazıldı.

Ders Kitapları

BochenskiM = I. M. BOCHENSKI und ALBERT MENNE, *Grundriß der formalen Logik*, 5. Baskı, Paderborn 1983. –Modern Mantığa bibliyografik ve tarihsel dipnotlarla, kısa ama tüm alanları kapsayan bir giriş.

RUDOLF CARNAP, *Einführung in die symbolische Logik*. 2. Baskı, Wien 1962. –Aynı şekilde yeni başlayanlar için uygundur.

JOSEPH DOPP, *Formale Logik*. Einsiedeln 1969. –Ruhsal bilimlere değerli bir giriş.

KARL DÜRR, *Lehrbuch der Logistik*. Basel 1954. –Daha ziyade matematikçiler için.

DAVID HILBERT und WİLHELM ACKERMNN, *Grundzüge der theoretischen Logik*. 6. Baskı, Berlin 1972. –Yüklemler mantığını özellikle göz önünde bulunduran, matematiksel kanıtlama teorisine yönelik.

HANS HERMES, *Einführung in die mathematische Logik*. 3. Baskı, Stuttgart 1972. aynı şekilde matematikçiler için, özellikle yüklemler mantığını göz önünde bulunduran.

ULRICH KLUG, *Juristische Logik*. 4. Baskı, Berlin 1982. –Modern mantığın hukuk bilimleirne uygulanma imkanlarını sunuyor.

PAUL LORENZEN, *Einführung in die operative Logik und Mathematik*. Berlin 1955. –Modern Mantığın özel bir türünü işliyor, denilen *operative Mantık* ve onun matematiğin temellendirilmesine uygulanışı.

BENSON MATES, *Elementare Logik*. Göttingen 1965. Ruh bilimleri için de oldukça uygun bir çalışma.

ALBERT MENNE, *Einführung in die Methodologie*. 2. Baskı Darmstadt 1984.

ALBERT MENNE, *Einführung in die formale Logik*, Darmstadt 1985.

W. V. O. QUINE, *Grundzüge der Logik*. Frankfurt 1969. –Çok iddialı ve titiz bir çalışma.

HEINRICH SCHOLZ und GISBERT HASENJÄGER, *Grundzüge der mathem. Logik*. Berlin 1961. –Modern mantığın geniş kapsamlı semantik bir kuruluşunu sunuyor.

ARNOLD SCHMIDT, *Mathematische Gesetze der Logik I* (Aussagenlogik). Berlin 1959. –Önermeler mantığının geniş bir serimini içeriyor.

ALFRED TARSKI, *Einführung in die mathematische Logik*. 2. Baskı Göttingen 1966.

Standart Eserler

JOHN NEVELLE KEYNES, *Studies and Exercises in Formal Logik*. 4. Baskı London 1906. Klasik mantığın standart yapıtı.

ALFRED NORTH WHITEHEAD and BERTRAND RUSSELL, *Principia Mathematica*. —Modern Mantığın standart yapıtı.

Mantık ve Felsefe

Bochenski3= I. M. BOCHENSKI, *Logisch-philosophische Studien*. Freiburg 1959.

GISBERT HASENJÄGER, *Einführung in die Grundbegriffe und Probleme der modernen Logik*. München 1962.

GUIDO KÜNG, *Ontologie und Logistische Analyse der Sprache*. Wien 1963.

Menne2 =ALBERT MENNE, *Logik und Existenz*. Meisenheim 1954.

ALBERT MENNE, "Logik als Organon und als Wissenschaft", in: *Freiburger Zeitschrift f. Philo. u. Theologie*, Bd. 31, 1984, p9—19.

DERS:, "Zur logischen Analyse der Wahrheit", in: *Ratio*, Bd. XVI, 1974, pp 62-58.

W.V. O. QUINE, *Philosophie der Logik*. Stuttgart 1973.

Scholz1 = HEINRICH SCHOLZ. *Metaphysik als strenge Wissenschaft*. Köln 1941. Yeni baskı Darmstadt 1965.

Özel Problemlerle İlgili

Bochenski1 = I. M. BOCHENSKI, "Über Analogie", in: Bochenski3.

WALTER DUBISLAV, *Die Definition*. 4. Baskı, Hamburg 1981.

GOTTLOB FREGE, *Funktion, Begriff, Bedeutung*. Mantık üzerine beş konferans, edit. GÜNTHER PATZIG. Göttingen 1962.

BRUNO B. V. FREYTAG-LÖRINGHOFF, *Neues System der Logik*. Hamburg 1985. –Çevrik ("duale") yargılarla genişletilen klasik yargılar ve okul öğretisi ile syllogistik içerisinde otomatik kilitleme için bilgisayar programının grafiksel işlenişi.

RAILI KAUPPI, "Über die logische Paradoxien von Standpunkte der Inhaltslogik", in: *Atti XII. Congr. Int. Filos.* Firenze 1960, Vol. IV.

JAN LUKASIEWICZ, *Aristotle's Syllogistic*. 2. Baskı, Oxford 1957.

Menne1 = ALBERT MENNE "Was ist Analogie?", in: *Philosoph. Jahrbuch* 1959, pp 389—395.

Menne3 = ALBERT MENNE "Einige Ergebnisse der Syllogismusforschung und ihre philosophischen Konsequenzen", in Bochenski3.

DERS., "Zu den triadischen bivalenten Aussagefunktoren", in: *Theoria XVII/I* 1952, pp. 66-69.

DERS., "Beweis und Negation", in: *Actes XI. Congr. Int. Phil.* Bruxelles 1953, Vol. V, pp. 91-97.

DERS., "Implkation und Syllogistik", in : *Zschr. f. Phil. Forschung* XI/3 1957, pp. 375-386.

DERS. "Zur Redaktion polyadischer Valenzfunktoren", in: *Atti XII. Cong. Int. Filos.* Firenze 1960, Vol. V. pp. 393-401.

DERS., "Über monadische Valenzfunktoren", in: *Actes XIII. Cong. Int. Phil.* Mexico 1964, Vol. V, p 23 ff.

Patzig1 = GÜNTHER PATZIG, *Die Aristotelische Syllogistik*. 2. Baskı, Göttingen 1963.

E. P. PLATZECK, *Klassenlogische Syllogistik*. Paderborn 1984. –Klasik Mantık temelinde geleneksel yargı- ve çıkarım öğretisinin kapsamlı işlenişi.

UUNO SAARNIO, *Untersuchungen zur symbolischen Logik*. Helsinki 1935.

HEINRICH SCHOLZ, "Logik, Grammatik, Metaphysik", in: *Archiv für. Rechts- und Sozialphilosophie* XXXVI/3, pp. 393-433.

WOLFGANG STEGMÜLLER, *Das Wahrheitsproblem und die Idee der Semantik*. 2. Baskı, Wien 1972

DERS., *Unvollständigkeit und Unentscheidbarkeit*. 3. baskı, Wien 1973.

Söhngen$_1$ = GOTTLIEB SÖHNGEN, *Analogie und Metapher*. Freiburg 1962.

Tarski$_1$ = ALFRED TARSKI, "Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen", in: *Studia Philosophica* (Lwow) I 1935.

ULRICH BLAU, *Die dreiwertige Logik der Sprache*. Berlin 1978.

PETER RUTZ, *Zweiwertige und mehrwertige Logik*. München 1973.

NICHOLAS RESCHER, *Many-valued Logic*. New York 1969. –Ayrıntılı bir kaynakça ile birlikte çok değerli mantığın tarih ve farklı sistemlerinin kapsamlı bir serimi.



Dizin

Açık (explizite) tanımlar 35
Açık önerme 28
Açıklayıcı tanım 34
Ad (konu/argüman) 10, 281
Adanauer 87
Adjunktion (tikel evetleme) 41
Akustem 18, 20, 30
Alan 133
Alt karşıt 41, 102, 109
Altküme 94
  bağıntı işareti 130
  bağıntısı 130
  eklemi 94
Altık 42, 103
Ana eklem 55
Analitik (çözümleyici) tanım 34
Analoji (benzetme) 19, 22
Analoji ilkesi 74
Anlam (Bedeutung) 19, 30
Anlamlama 17
Anlamlı 134
Antiloji 57
Antinomi (çatışkı) 81
Aracılı (rekursif) tanım 35
Arbor Porphyriana 33
Ardıl 129
Aristoteles 9, 16, 27, 107, 118, 120, 121
Arnould 31
Artalan 133
Artalanla sınırlı 133
Artanlamlı 134
Artbileşen 19, 41
Autolog 26, 81
Ayırıcı 24
Ayırma kuralı 63
Ayrık 32
Ayrıklık (seçeneklilik) 41
Ayrılmazların özdeşliği 82

B. v. Freytag-Löringhoff 83
Bağ (kopula) 67
Bağdaşmazlık eklemi 43
Bağdaşmazlık önermesi 43
Bağımsız değişken 68
Bağıntı (Relation) 129
  alanı 133
  eklemi 129
  işareti132
  kalkülü yasaları 131
  karesi 132
  tümleyeni 129
Bağlayıcı 24
Bağlı değişken 69
Bakışımlı 57, 97, 135
Bakışımsız 135
Bamaläs 122
Bamalijp 122
Bamalip 122
Barbara 110, 115, 116, 117
Barbari 111
Barbarij 112, 116
Baroco 119
Basit devirme 103
Başka (divers) 83
Başkalaşma (yabancılaşma) 96

Belirleyici (sentetik) tanım 34
Belirli (definit) 99
Belirtke 17
Benzerlik 136
Bernard Bolzano 31
Betimleme 85
Betimleyici 85
Biçim (Figur) 107
Biçimsel karşılıklı-koşullu 70
Biçimsel koşullu 70
Biçimsel sınıflandırma 24
Biçimsel soyutlama 30
Bilgi kuramı 38
Bilim 31
Birebir 19, 134
Bireçok 19
Birinci dereceden yüklem 80
Birinci türden işaretler 17
Birinci türden sözcük 18
Birleşim eklemi (Summator) 92
Birli küme 29
Birli yüklem 67
Birliminimotor 83
Birlikte anlamlı (sinkategorekatik) 16
Bisubtraktion 45
Biyolog 9
Bocardo 121
Boschenski 23, 57
Boş küme 97
Boş yer 11, 37, 85, 87
Boş yüklem 71
Boş kavram 29
Büyük önerme 107

Camanes 122
Camenop 122
Camenöp 122
Camestres 119
Camestrop 120
Cameströp 120
Celarent 110, 115, 117, 119
Celaront 111, 116
Celarönt 112, 113, 116
Cesare 119
Cesaro 120
Cesarö 120
Cins 33
Cins kavramı 29
Conclusio seguitur peiorem partem 112

Çarpım 35, 51
dışına çıkarma 61
Çelişki 57
Çevirgeç 57
Çevirme 54, 64, 105
kuralı 123
yasaları 105
Çevrimsel 80
Çıkarım 10
Çıkarsanabilir 12, 15
Çıkarsanabilirlik 9, 136
Çift ok 44
Çifte değilleme 56
Çoğabir 19, 22, 134
Çokanlamlılık 23
Çürütülebilir 57

Dağıtıcılık 58
Daima, eğer... 42
Dalosnö 121
Darapti 121
Darii 110, 111, 115, 117, 125

Datisi 121
Definit (belirli) 99
Değer akışı 32
Değer alanı 28
Değilleme 56
Değilleme eklemi (Negator) 38
Değilleme yoluyla evetleme 61
Değiştokuş 59, 114
Değişken 11
Değişmez 11
Denkgüçlü 57, 61, 80, 98
Denosij 121
Designat 29
Destosnija 122
Dil 19
Dimatis 122
Dis 41
Disamis 121
Distributif 25
Dizili 131
Dizilim 131
Doğal işaretler 15
Doğru 12, 38
Doğru herşeyden çıkar 63
Doğrulanabilir 57
Doğruluk değeri 38
Doğruluk değeri analizi 48
Doğruluk değeri çizelgesi 48
Doğruluk değeri eklemi 39
Doğruluk değeri gelişimi 52
Döndürme (devirme) yasası 103
Dönüştürülebilir 57
Dörtlü yüklem 68

Edmund Husserl 27
Eğer 41
Eğer yalnızca, o halde 43
Eksik (tek-) anlamlılık 22
Eksikgirişimlik 32
Eşanlamlı/anlamdaş 18
Eşdeğerlik yasaları 100
Eşit 94, 130
Eşitlik bağıntısı 130
Eşitlik eklemi (Äquator) 94
Eşitlik ölçütü 98
Eş yapılı 18
Evirgeç (komutatif) 135
Evirme 102
Evren 90
Evrik koşul 43, 60
Evrik koşul eklemi 43
Evrik koşullu 60
Evrik subjunktion 43
Eylem direktifi 59

Fark 93
Fark eklemi 93
Felapton 121
Felsefe 9
Fenomenoloji 27
Ferio 111, 114, 115, 117
Ferison 121
Fesapo 122
Festino 119
Frege 19, 27, 28
Fresison 122

Galestö 121
Garderönt 112, 116, 117, 127
Gasanijn 120
Geçerli 52, 79
Geçerlilik değeri 38
Geçissiz 136
Geçişli 58, 61, 62, 98, 108, 135

Geçişlilik yasası 74
Genel kavram 21
Genelleştirme 70
Gerçek alt küme 95
Gerçek değişken 69
Gerekli koşul 43
Göreceli ürün 131
Görüntüsel işaret 15
Grafem 18, 20, 30
Günter Patzig 107

Haklılaştırma (Rechtfertigung) 46
Harf yöneticisi (Lambda operatör) 89
Hatalı çıkarım 25
Helenij 113, 114, 116, 117
Helestij 121
Her ikisi aynı anda 40
Hemen hemen eşit 136
Hesesij 122
Heterolog 26, 81
Hispanus 23

Immanuel Kant 9, 86

İçeriksel koşullu 70
İçerilen (Implikat) 78
İçerme/koşullu 102
İçlem 29
İddia (tez) işareti 55
İdentitas indiscernibilium 82
İdiot 9
İki değerli mantık 38
İkili (dyadik) 40, 67
İkili yüklem 67
İkili bağlaç (Bisubjunktion) 44
İkili minimotor 83
İkili yüklem 129
İkilik ilkesi 107, 116
İkillik kuralı 123
İkinci dereceden yüklem 80
İkinci düzeyden sözedilen dil 59
İkinci türden sözcük 18
İkinci türden işaretler 17
İkonik işaretler 15
İlineksel evirme (conversio per accidens) 118
İlişki 67
İndirgeme 61, 64
İşaret (im) 82
İşaret (Sinn) 19, 30, 86
İşaret dizgeleri öğretisi 17
İşaret edilen 19
İşlev 28

Jakop'un Mektubu 47

Kalıp (modi) 107
Kalkül işareti 16
Kaplam 29
Kaplamsallık ilkesi 32
Karşılıklı koşullu yasaları 64
Karşılıklı koşul eklemi 44
Karşılıklı koşul önermesi 44
Karşılıklı koşullu 44
Karşıt 45, 56, 101, 109
Karşıtlık yasası 101
Kategori 28
Kategorematik işaret 16
Kavram 18, 27, 30
  açıklaması 33
  belirlenimi 33
  içeriği 29

Kendiliğinden işaret 16
Kendiliğinden olmayan işaret 16
Kesişik 32
Kesişim 93, 97
Kesişim bağıntısı 130
Kısaltma 34
Kısmi (partim) yansımalı 135
Kısmi bakışımlı 135
Kısmi geçişli 136
Komprehensor 89
Kontraponibel 80
Kontrapotent 80
Konuşma (tartışma) evreni 32, 91
Koşaç 67
Koşul 41
  eklemi 42
  önermesi 41
Koşul önermesi eklemi 41, 62
Koşullanan/yüklenen 42
Koşullayan/yüklenilen 42
Koşullu yasaları 62
Koşullu parodoksu 62
Küçük önerme 107
Küme eklemi 91
Küme öğesi 90
Küme kalkülü 71
Kümesel bağıntı işareti 132
Kural mantığı 59
Kuram 55

Levhaması (indizierend) işaret 15
Libero 115
Liberö 114, 117
Liresö 121
Listerö 120
Listesö 122
Logos 9
Lorenzen 42, 43
Luther 47

Magnus, Albert 87
Maksimator 84
Mantığın psikolojikleştirilmesi 27
Mantık karesi 102
Mantıksal çatışkı 81
Mantıksal çelişki 57
Mantıksal özdeşlik 57
Mantıksal sonuçlandırma 41
Mantıksal toplam 51
Mantıksal ürün 51, 93
Mantıksal yasa 55
Max Planck 86
Menne$_1$ 23
Menne$_2$ 108, 112
Menne$_3$ 108
Meselij 120
Metafizik 85
Metafor 23
Metalojik 17
Mijladij 127
Minimator 84
Modus ponendo ponens 62
Modus tollendo ponens 61
Modus tollendo tollens 77
Mosalön 120
Mutatio 118
Mümkün dünya 85

Nesnel-dil/sözedilen dil 59
Niceleme işareti 68
Niceleyici 69

Nicola 31
Nitelik (özellik) 67
Noverij 115, 117
Novestij 121
Numeratör 85

Olumlama yoluyla evetleme (modus ponendo ponens) 62
Ontoloji 34
Olumlu yargı 70, 99
Olumsuz yargı 70, 99
Organon 9
Orta terim 14
Ortaklaştırıcı 57, 61, 64, 98

Öge 27, 91
Öğelik işareti (elementator) 91
Ön alan 133
Ön alanıyla sınırlı 133
Ön anlamlı 134
Ön bileşen 19, 41
Öncel 129, 132
Öncül 10, 107
Öncüllerin değiş tokuşu 118
Önerme 37
biçimi (formu) 28, 68
eklemi 38
Önermeler mantığı 38
Örtük ( ) deyimler 12
Örtük (implizite) tanımlar 35
Öteleme yasası 75
Öz alt küme 94
Öz alt küme eklemi 95
Öz belirlenimi 33
Özdeşlik (Identität) 82
Özdeşlik ilkesi 56
Özel isim 21

Paradoks 26
Paralellik aksiyomu 78
Parantez işareti 69
Pascal 31
Patzig1 107
Petrus Hispanus 58
Philo 42
Platon 9
Porphyrios 33
Port Royal Mantığı 31
Pragmatik 17
Psikoloji 27
Psikolojikleştirme 27
Psişem 18

Roma Mektubu 46, 47
Russell 81

Saçmaya indirgeme 62
Sağ yana ok 132
Semantik 17
Semantoloji 17
Semasioloji 17
Sembolik işaret 16
Sembolik mantık 16
Sembol 16
Semiyotik 17
Sentetik tanım 34
Sıfır kümesi 29, 97
Sıkı karşılıklı-gerektirme 45, 100
Sıkı karşılıklı-gerektirme-eklemi 45
Sıkı öz alt küme 95
Sınıflandırma 23, 24

Sıralı çift 129
Sol yana ok 132
Sonuç (önermesi) 10, 107
Sonuçlandırma tarzı 107
Soyutlayıcı 89
Söhngen 23
Sözcük 18
sözcüğü 26
Sözde değişken 69
Söz etme (mention) 23
Söz dizimsel 28
Subsumption 94
Supersumption 96
Supersumptor 96

Tam devirme 103
Tam evirme 104
Tam girişimlik 32
Tam işaret 16
Tam olmayan işaret16
Tamdevirme 62
Tanım 33
Tanımlanan 34
Tanımlayan 34
Tasım (kıyas) 107, 111
Tek anlamlı 14
Tekil ad 30
Tekil (bireysel) kavram 29
Tekil evetleme (sıkı karşılıklı gerektirme) 51
Tekil kavram 30
Temel deyim 55
Temellendirme krizi 81
Ters ok 43
Tikel evetleme eklemi 41
Tikel evetleme genişlemesi 61
Tikel evetleme önermesi 41
Tikel evetleme/ayrıklık yasaları 61
Tikel niceleyici 69
Tikelleştirme 70
Tip kuramı 81
Toplam 51
Totoloji 57
Tutarlı 52, 57, 79
Tüm küme 97
Tüm mümkün dünyalar 85
Tüm operatör 68
Tümden (total) soyutlama 30
Tümel kavram 21, 30, 89
Tümel niceleme 69
Tümel olumlu yargı 70
Tümel olumsuz yargı 70
Tümel/birlikte evetleme önermesi 39
Tümel/birlikte evetleme yasası 57
Tümleyen ölçütü 98
Tümleyenli bağıntı 129
Tür 33
Türsel ayrım (differentia specia) 33

Una Saarnio 23
Uzlaşım 18
Uzlaşımsal (konvensiyonel) işaret 15

Üç değerli 38
Üçlü değilleme 56
Üçlü eşitlik 136
Üçlü yüklem 68
Üçüncü şıkkın olmazlığı ilkesi 56

Üst dil 59
Üst kesişim 96
Üst küme (Umschliesung) 95
Üst küme eklemi 95
Üst seçeneklilik 102
Üst üst dil (Meta-Metasprache)
59
Üzeri 96

Varlık operatörü 69
Varsayım 10
Ve 41
Veya 41

Wolter Dibuslav 33

Yabancı 96
Ya - ya da 45
Yanlış 12, 37
Yanlıştan ehven çıkar 63
Yansımalı (refleksif) 62, 80, 134
Yansımasız (irrefleksif) 135
Yarı çevirme 105
Yarı devirme 104
Yarı evirme 104
Yapısal nitelik 80
Yargı 71, 104
türleri 104
Yasa 55, 58
Yerleştirme kuralı 65
Yeterli koşul 42
Yorum(lama) 47
Yüklem (funktor) 10, 80
Yüklemci 67

Zayıflatılmış tasım 111, 64
Zayıflat(ıl)ma kuralı 123

Albert Menne

Mantığa Giriş

Bu kitap, lojistikçiler (sembolik mantıkçılar) ile klasik mantıkçılar arasındaki kavga sonucu adeta iki farklı disiplinmiş gibi anlaşılmaya başlanan klasik ve modern mantığı bir arada, bir senteze vardırarak sunmayı amaçlıyor. Bununla birlikte çalışma kendisini, matematik veya felsefe üzerine bir ön-bilgi gerektirmeyecek şekilde, mantığın temel öğretisiyle sınırlandırıyor. Mantığa hükmetme, gerekli bilimsel soruları elde etmek için tek başına yeterli değildir. O ancak bilimselliğin kontrolü olabilir. Biçimsel doğruluk ve garantili bilgi elde etmek için varsayımların içeriksel doğruluğuna da erişmek gerekir. Doğru fikir ve kesin olgular olmadan mantık, boş şekilde kendi kendini öğütüp, aşındıran ve sonuçta da kum üretmeye başlayan değirmen taşına benzer. Mantığın kontrolüyle kazanılan kesin ve güvenilir önermeler aracılığıyla kuramlardaki düşünce ve olgular üzerine gidilirse kesin bilgi veya bilim ortaya konulabilir.





ISBN 975-8774-30-1
9 789758 774302

elis yayınları